

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก.

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจหาความเที่ยงตรงของเครื่องมือ
หนังสือขอความอนุเคราะห์ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจหาความเที่ยงตรงของเครื่องมือ

- 1. ศาสตราจารย์ ดร.รัตนา สิริพานิช
ข้าราชการบำนาญ อาจารย์พิเศษ
มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
มหาวิทยาลัยบูรพา
- 2. รองศาสตราจารย์ศักดิ์ดา สุขปรีดี
ภาควิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
- 3. รองศาสตราจารย์วรพจน์ รอดรู้
โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา
- 4. รองศาสตราจารย์สัญญา รัตนวราภรณ์
โรงเรียนสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ปทุมวัน
- 5. อาจารย์ชัยพงษ์ รัตงาม
หัวหน้าหน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา
เขตการศึกษา 5

(สำเนา)

ร.ร.สาธิต "พิบูลบำเพ็ญ"

มหาวิทยาลัยบูรพา

อ.เมือง จ.ชลบุรี 20131

โทร. 0-3839-0142

4 ธันวาคม 2545

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้ทรงคุณวุฒิ

- สิ่งที่ส่งมาด้วย 1. แบบทดสอบ จำนวน 1 ชุด
2. ซองเถ้าพร้อมแสตมป์ เพื่อส่งคืนทางไปรษณีย์

ด้วยดิฉันนางรวีวรรณ อังคนุรักษ์พันธุ์ ได้รับการสนับสนุน โครงการวิจัยที่เสนอขอ
งบประมาณเงินรายได้ ประจำปี พ.ศ.2546 จากโรงเรียนสาธิต "พิบูลบำเพ็ญ" มหาวิทยาลัยบูรพา
โดยทำการวิจัย เรื่อง การเปรียบเทียบทักษะกระบวนการแก้ระบบสมการโดยใช้สื่อกระดานกราฟ
แม่เหล็กกับการสอนแบบปกติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในกรณีนี้ได้พิจารณาเห็นว่าท่าน
เป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์ตรวจสอบความเที่ยงตรงของ
เครื่องมือเพื่อการวิจัยครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์และขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(นางรวีวรรณ อังคนุรักษ์พันธุ์)

หัวหน้าโครงการวิจัย

ภาคผนวก ข.

การผลิตสื่อกระดานกราฟแม่เหล็ก
แบบประเมินสื่อกระดานกราฟแม่เหล็ก
ผลการวิเคราะห์ ค่าเฉลี่ย ความเที่ยงเบนมาตรฐาน ความเหมาะสมของสื่อฯ

การผลิตสื่อกระดานกราฟแม่เหล็ก

วัสดุอุปกรณ์

1. ตั้งกะสีแผ่นเรียบ
2. ฟิวเจอร์บอร์ด ขนาดใหญ่
3. เทปผ้า ขนาดกว้าง 2 นิ้ว
4. เทปใส ขนาดกว้าง 2 นิ้ว
5. กาวสองหน้า ขนาดกว้าง ½ นิ้ว อย่างบาง
6. กาวสองหน้า ขนาดกว้าง 1 นิ้ว อย่างหนา
7. กระดาษโปสเตอร์สี แผ่นใหญ่
8. สติกเกอร์ใส แผ่นใหญ่
9. แผ่นแม่เหล็ก ชนิดบาง และแม่เหล็กกลม ขนาดเล็ก
10. กรรไกรและคัทเตอร์
11. ไม้บรรทัด ขนาดยาว 2 ฟุต
12. ปากกาเคมี ขนาดเส้นเล็กและใหญ่
13. ดินสอและยางลบ

ขั้นตอนในการผลิต

1. ตัดตั้งกะสีแผ่นเรียบ และฟิวเจอร์บอร์ด ให้มีขนาดกว้าง 90 เซนติเมตร ยาว 90 เซนติเมตร แล้ววางประกบกัน โดยยึดติดด้านในด้วยกาวสองหน้าอย่างหนา และใช้เทปผ้าติดตลอดแนวขอบทั้ง 4 ด้าน (กรณีที่ต้องต่อแผ่นฟิวเจอร์บอร์ดให้ใช้เทปใส ขนาดใหญ่เพื่อยึดติดฟิวเจอร์บอร์ดแต่ละแผ่น)
2. ใช้ปากกาเคมีวาดตารางกราฟ ส่วนเส้นแกน X และแกน Y ใช้เทปผ้าติดกับเส้น โดยตัดให้เป็นหัวลูกศรที่ปลายข้างขวาของแกน X และปลายด้านบนของแกน Y พร้อมเขียนอักษร X และ Y กำกับที่ปลายลูกศร
3. นำสติกเกอร์ใส แผ่นใหญ่ ติดลงบนกระดานกราฟแม่เหล็กทั้งด้านหน้าและด้านหลัง ใช้เทปผ้าติดตลอดแนวขอบทั้ง 4 ด้าน อีกครั้งหนึ่งเพื่อความแข็งแรง
4. เจาะรูด้านบนของกระดานกราฟแม่เหล็ก 2 รู ห่างกัน 10 นิ้ว เพื่อร้อยเชือกถักพลาสติก และมัดปมไว้ด้านหลัง เป็นที่แขวนที่แข็งแรง
5. ตัดโปสเตอร์สี 2 สี ให้เป็นรูปวงกลม ขนาดเท่ากับแม่เหล็กกลม ขนาดเล็ก แล้วติดกระดาษสีที่ตัดเป็นวงกลมเข้ากับแม่เหล็กกลม ด้านละสี โดยใช้กาวสองหน้า อย่างบาง
6. จัดเก็บแม่เหล็กไว้ในกล่องพลาสติก เพื่อความคงทนและสะดวกในการใช้งาน

แบบประเมินสื่อกระดานกราฟแม่เหล็ก

คำชี้แจง ขอให้ท่านทำเครื่องหมาย / ลงในช่องว่างที่ตรงกับข้อมูลและความคิดเห็นของท่าน

ตอนที่ 1 ข้อมูลส่วนตัว

- 1.1 เพศ ชาย หญิง
- 1.2 ระดับชั้น ม. 3/3 ม. 3/4

ตอนที่ 2 แบบประเมินความเหมาะสมของสื่อกระดานกราฟแม่เหล็ก

ข้อความ	ระดับความเหมาะสม		
	มาก	ปานกลาง	น้อย
1. ขนาดและรูปแบบเหมาะสม			
2. มีความน่าสนใจ			
3. มีความชัดเจน			
4. มีความคิดสร้างสรรค์			
5. มีความสะดวกในการใช้			
6. มีความเข้าใจง่าย			
7. มีความทนทาน			
8. ประหยัดและคุ้มค่า			
9. ทำให้ผู้เรียนมีส่วนร่วม			
10. สามารถประยุกต์ใช้ได้กับวิชาอื่น			
11. เหมาะกับวัยของผู้เรียน			
12. เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ			

ข้อเสนอแนะ _____

ตาราง 6 ผลการวิเคราะห์ ค่าเฉลี่ย ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน ความเหมาะสมของสื่อกระดานกราฟ
แม่เหล็ก รายชื่อและโดยภาพรวม ระดับและอันดับที่

ข้อความ	N = 40		ระดับ	อันดับที่
	\bar{X}	SD		
1. ขนาดและรูปแบบเหมาะสม	2.69	.47	มาก	8
2. มีความน่าสนใจ	2.51	.50	มาก	12
3. มีความชัดเจน	2.60	.49	มาก	11
4. มีความคิดสร้างสรรค์	2.70	.46	มาก	7
5. มีความสะดวกในการใช้	2.75	.44	มาก	6
6. มีความเข้าใจง่าย	2.78	.42	มาก	5
7. มีความทนทาน	2.64	.48	มาก	10
8. ประหยัดและคุ้มค่า	2.67	.47	มาก	9
9. ทำให้ผู้เรียนมีส่วนร่วม	2.86	.35	มาก	2
10. สามารถประยุกต์ใช้ได้กับวิชาอื่น	2.80	.40	มาก	4
11. เหมาะกับวัยของผู้เรียน	2.86	.35	มาก	2
12. เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ	2.89	.32	มาก	1
รวม	2.72	.22	มาก	

ภาคผนวก ก.

แผนการสอนที่ 1-4

ใบงาน ชุดที่ 1-2

แบบฝึกทักษะกระบวนการแก้ระบบสมการ ชุดที่ 1-2

แผนการสอนที่ 1

รายวิชา ค012 คณิตศาสตร์
เรื่อง ระบบสมการ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
เวลาเรียน 2 คาบ

1. สาระสำคัญ

การแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง อาจใช้วิธีการแทนค่าอย่างใดอย่างหนึ่ง ดังต่อไปนี้

1. หาค่าของ y ในรูปของ x จากสมการหนึ่งแล้วแทนค่าลงในอีกสมการหนึ่งเพื่อหาค่าของ x ก่อน แล้วจึงหาค่า y
2. หาค่าของ x ในรูปของ y จากสมการหนึ่งแล้วแทนค่าลงในอีกสมการหนึ่งเพื่อหาค่าของ y ก่อน แล้วจึงหาค่า x

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 2.1 สามารถแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสองที่กำหนดให้ได้
- 2.2 สามารถตรวจสอบคำตอบของระบบสมการได้

3. เนื้อหา

- 3.1 ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง
 - 3.1.1 รูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง
 - 3.1.2 วิธีการแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง

4. กิจกรรมการเรียนการสอน

4.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

- 4.1.1 ครูชี้แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
- 4.1.2 ครูสนทนาทบทวนเรื่องสมการและการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

4.2 ขั้นสอน

- 4.2.1 ครูและนักเรียนสนทนาถึงลักษณะและรูปทั่วไปของระบบสมการเชิงเส้นพร้อมทั้งให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างสมการเชิงเส้น จำนวน 3-4 สมการ
- 4.2.2 ครูและนักเรียนสนทนาถึงลักษณะรูปทั่วไปของสมการดีกรีสอง พร้อมทั้งให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างสมการดีกรีสอง จำนวน 3-4 สมการ

4.2.3 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงลักษณะของระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบ

4.2.4 กำหนดระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสองให้นักเรียนช่วยกันพิจารณาหาคำตอบ โดยให้นักเรียนช่วยกันเสนอแนะวิธีการหาคำตอบ แล้วช่วยกันแสดงวิธีทำบนกระดาน

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้ระบบสมการ

$$x^2 - y^2 = 21$$

$$x + y = 7$$

วิธีทำ $x^2 - y^2 = 21 \quad \dots(1)$

$$x + y = 7 \quad \dots(2)$$

จากสมการ (2) จะได้ $y = 7 - x \quad \dots(3)$

แทนค่า $y = 7 - x$ ในสมการ (1)

จะได้ $x^2 - (7 - x)^2 = 21$

$$x^2 - (49 - 14x + x^2) = 21$$

$$x^2 - 49 + 14x - x^2 = 21$$

$$14x = 70$$

$$x = 5$$

แทนค่า $x = 5$ ในสมการ (3)

จะได้ $y = 7 - 5$
 $= 2$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ $(5, 2)$

4.2.5 ให้นักเรียนช่วยกันตรวจสอบคำตอบ

4.2.6 ให้นักเรียนหาคำตอบของระบบสมการ โดยวิธีการหาค่าของ x ในรูปของ y แล้วให้นักเรียนเปรียบเทียบคำตอบที่ได้จากทั้งสองวิธี

4.2.7 แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 5-6 คน ครูแจกใบงาน ชุดที่ 1 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันหาคำตอบของระบบสมการ

4.2.8 เผลยคำตอบโดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มมาเทียบกันตรวจ

4.3 ขั้นสรุป

4.3.1 ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปแนวทางในการหาคำตอบของระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง

4.3.2 ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 5.1 ข้อ 1.7-1.12 ในหนังสือเรียนรายวิชา ค012 คณิตศาสตร์ หน้า 144-145

5. สื่อการเรียนการสอน

5.1 หนังสือเรียนรายวิชา ค012 คณิตศาสตร์

5.2 ใบงาน ชุดที่ 1

5.3 บัตรคำแถบประโยคแสดงรูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง

6. การวัดผลและประเมินผล

6.1 สังเกตจากความสนใจในการเรียน การตอบคำถาม และการทำงานกลุ่ม

6.2 ตรวจใบงานและแบบฝึกหัด

แผนการสอนที่ 2

รายวิชา ค012 คณิตศาสตร์
เรื่อง ระบบสมการ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
เวลาเรียน 2 คาบ

1. สาระสำคัญ

การแก้โจทย์ปัญหาสามารถเปลี่ยนปัญหาที่อยู่ในรูปประโยคภาษาให้เป็นระบบสมการแล้วแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องการแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยระบบสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 2.1 สามารถเขียนระบบสมการจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้
- 2.2 สามารถแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีกำลังสองที่กำหนด
- 2.3 สามารถตรวจสอบคำตอบของโจทย์ปัญหาได้

3. เนื้อหา

- 3.1 ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง
 - 3.1.1 โจทย์ปัญหา

4. กิจกรรมการเรียนการสอน

4.1 แนะนำเข้าสู่บทเรียน

- 4.1.1 ครูชี้แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
- 4.1.2 ครูสนทนาทบทวนเรื่องการแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง

4.2 ขั้นสอน

- 4.2.1 กำหนดโจทย์การหาจุดตัดของกราฟพาราโบลา กับกราฟเส้นตรงให้นักเรียนช่วยกันพิจารณาแนวทางในการหาจุดตัด หลังจากนั้นให้นักเรียนช่วยกันแสดงวิธีทำบนกระดานดำ โดยใช้สื่อกระดานกราฟแม่เหล็ก และสมุดกราฟ

ตัวอย่างที่ 1 จงหาจุดตัดของพาราโบลา $y = x^2 + 2$ กับกราฟเส้นตรง $y - 2x = 2$

วิธีทำ $y = x^2 + 2 \quad \dots(1)$

$$y - 2x = 2 \quad \dots(2)$$

แทนค่า $y = x^2 + 2$ ในสมการ (2)

จะได้ $x^2 + 2 - 2x = 2$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x - 2) = 0$$

$$x = 0, 2$$

แทนค่า x ลงในสมการ (1)

ถ้า $x = 0$ จะได้ $y = 2$

ถ้า $x = 2$ จะได้ $y = 6$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $(0, 2)$ และ $(2, 6)$

4.2.2 ให้นักเรียนช่วยกันตรวจสอบคำตอบจากเงื่อนไขของโจทย์ปัญหา

4.2.3 กำหนดโจทย์ปัญหาให้นักเรียนอ่านโจทย์แล้วช่วยกันวิเคราะห์หลังจากนั้นให้นักเรียนช่วยกันแสดงวิธีทำตามขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา

4.2.4 แสดงวิธีการหาคำตอบโดยใช้สื่อกระดานกราฟแม่เหล็ก และสมุดกราฟ

ตัวอย่างที่ 2 ผลบวกของจำนวนเต็มบวกสองจำนวนเท่ากับ 11 และผลต่างของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 55 จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น

วิธีทำ ให้ x แทน จำนวนที่มีค่ามากกว่า

y แทน จำนวนที่มีค่าน้อยกว่า

ผลบวกของจำนวนเต็มบวกสองจำนวนเท่ากับ 11

จะได้สมการ $x + y = 11 \quad \dots(1)$

ผลต่างของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 55

จะได้สมการ $x^2 - y^2 = 55 \quad \dots(2)$

จากสมการ (1) จะได้ $y = 11 - x \quad \dots(3)$

แทนค่า $y = 11 - x$ ในสมการ (2)

จะได้ $x^2 - (11 - x)^2 = 55$

$$x^2 - (121 - 22x + x^2) = 55$$

$$x^2 - 121 + 22x - x^2 = 55$$

$$22x = 55 + 121$$

$$22x = 176$$

$$x = 8$$

แทนค่า $x = 8$ ในสมการ (3) จะได้

$$y = 11 - 8$$

$$= 3$$

ดังนั้น จำนวนเต็มบวกทั้งสองจำนวน คือ 8 และ 3

4.2.5 ให้นักเรียนช่วยกันตรวจสอบคำตอบจากเงื่อนไขของโจทย์ปัญหา

4.2.6 แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 5-6 คน ครูแจกแบบฝึกทักษะกระบวนการแก้ระบบสมการ ชุดที่ 1 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันแก้โจทย์ปัญหาตามขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา

4.2.7 เฉลยคำตอบโดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเปลี่ยนกันตรวจ

4.3 ขั้นสรุป

4.3.1 ครูและนักเรียนช่วยกันช่วยกันสรุปขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาของระบบสมการ

4.3.2 ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 5.1 ข้อ 3, 4, 5 ในหนังสือเรียนรายวิชา ค012 คณิตศาสตร์

5. สื่อการเรียนการสอน

5.1 หนังสือเรียนรายวิชา ค012 คณิตศาสตร์

5.2 แบบฝึกทักษะกระบวนการแก้ระบบสมการ ชุดที่ 1

5.3 กราฟแสดงจุดตัดของกราฟของสมการเชิงเส้นและสมการพาราโบลา

5.4 สื่อกระดานกราฟแม่เหล็กและสมุดกราฟ

6. การวัดผลและประเมินผล

6.1 สังเกตจากความสนใจในการเรียน การตอบคำถาม และการทำงานกลุ่ม

6.2 ตรวจแบบฝึกทักษะและแบบฝึกหัด

6.3 คะแนนการทำแบบฝึกทักษะผ่านร้อยละ 60

1. สาระสำคัญ

การแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองอาจใช้วิธีการแทนค่าตัวแปรหรือวิธีการกำจัดตัวแปรขึ้นอยู่กับลักษณะของระบบสมการที่กำหนดให้

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 2.1 สามารถแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองที่กำหนดให้ได้
- 2.2 สามารถตรวจสอบคำตอบของระบบสมการได้

3. เนื้อหา

- 3.1 ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

4. กิจกรรมการเรียนการสอน

4.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

4.1.1 ครูชี้แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

4.1.2 ครูสนทนาทบทวนรูปทั่วไปของสมการดีกรีสองพร้อมทั้งให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างจำนวน 2-3 สมการ

4.2 ขั้นสอน

4.2.1 กำหนดระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองให้นักเรียนช่วยกันพิจารณาแนวทางในการหาคำตอบ หลังจากนั้นให้นักเรียนช่วยกันแสดงวิธีทำบนกระดานดำ

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้ระบบสมการ

$$4x^2 - y = 3$$

$$3x^2 - 2y = 1$$

วิธีทำ $4x^2 - y = 3 \quad \dots(1)$

$$3x^2 - 2y = 1 \quad \dots(2)$$

จากสมการ (1) จะได้ $y = 4x^2 - 3 \quad \dots(3)$

แทนค่า $y = 4x^2 - 3$ ในสมการ (2)

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้} \quad 3x^2 - 2(4x^2 - 3) &= 1 \\
 3x^2 - 8x^2 + 6 &= 1 \\
 -5x^2 &= -5 \\
 x^2 &= 1 \\
 x &= 1, -1
 \end{aligned}$$

แทนค่า x ลงในสมการ (3)

$$\begin{aligned}
 \text{ถ้า } x = 1 \quad \text{จะได้} \quad y &= 4(1)^2 - 3 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ถ้า } x = -1 \quad \text{จะได้} \quad y &= 4(-1)^2 - 3 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $(1, 1)$ และ $(-1, 1)$

4.2.2 ให้นักเรียนช่วยกันตรวจสอบคำตอบ

4.2.3 ให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบของระบบสมการโดยวิธีการกำจัดตัวแปร แล้วให้นักเรียนเปรียบเทียบคำตอบของระบบสมการที่ได้จากทั้งสองวิธี

4.2.4 แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 5-6 คน ครูแจกใบงาน ชุดที่ 2 ให้กับนักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันค้นหาคำตอบของระบบสมการ

4.2.5 เฉลยคำตอบ โดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเปลี่ยนกันตรวจ

4.3 ขั้นสรุป

4.3.1 ครูและนักเรียนช่วยกันช่วยกันสรุปแนวทางการแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

4.3.2 ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 5.2 ข้อ 1.6-1.10 ในหนังสือเรียนรายวิชา ค012 คณิตศาสตร์ หน้า 153 - 154

5. สื่อการเรียนการสอน

5.1 หนังสือเรียนวิชา ค012 คณิตศาสตร์

5.2 ใบงาน ชุดที่ 2

6. การวัดผลและประเมินผล

6.1 สังเกตจากความสนใจในการเรียน การตอบคำถาม และการทำงานกลุ่ม

6.2 ตรวจใบงานและแบบฝึกหัด

แผนการสอนที่ 4

รายวิชา ค012 คณิตศาสตร์
เรื่อง ระบบสมการ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
เวลาเรียน 2 คาบ

1. สาระสำคัญ

การแก้โจทย์ปัญหาบางข้อสามารถหาคำตอบได้โดยใช้ความรู้เรื่องระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 2.1 สามารถเขียนระบบสมการจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้
- 2.2 สามารถหาคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยการแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง
- 2.3 สามารถตรวจสอบคำตอบของโจทย์ปัญหาได้

3. เนื้อหา

- 3.1 ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง
 - 3.1.1 โจทย์ปัญหา

4. กิจกรรมการเรียนการสอน

- 4.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน
 - 4.1.1 ครูชี้แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
 - 4.1.2 ครูสนทนาทบทวนขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาและแนวทางในการแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง
- 4.2 ขั้นสอน
 - 4.2.1 กำหนดโจทย์ปัญหาที่สามารถเขียนแทนด้วยระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง ให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์ตามขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา หลังจากนั้นให้นักเรียนช่วยกันแสดงวิธีทำบนกระดานดำ

ตัวอย่างที่ 1 จงหาจำนวนเต็มบวกสองจำนวน ซึ่งกำลังสองของผลบวกของจำนวนทั้งสองนี้มีค่ามากกว่ากำลังสองของผลต่างของสองจำนวนนี้อยู่ 112 และกำลังสองของจำนวนที่มีค่ามากรวมด้วยผลคูณของสองจำนวนนี้เท่ากับ 21

วิธีทำ ให้ x แทน จำนวนเต็มบวกที่มีค่ามาก

y แทน จำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยกว่า

กำลังสองของผลบวกของจำนวนทั้งสองนี้มีค่ามากกว่ากำลังสองของผลต่างของสองผลต่างของสองจำนวนนี้อยู่ 112

$$\text{จะได้สมการ } (x+y)^2 - (x-y)^2 = 112 \quad \dots(1)$$

กำลังสองของจำนวนที่มีค่ามาก ลบด้วยผลคูณของสองจำนวนนี้เท่ากับ 21

$$\text{จะได้สมการ } x^2 - xy = 21 \quad \dots(2)$$

$$\text{จากสมการ (1) } x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + 2xy - y^2 = 112$$

$$4xy = 112$$

$$xy = 28 \quad \dots(3)$$

แทนค่า $xy = 28$ ในสมการ (2)

$$\text{จะได้ } x^2 - 28 = 21$$

$$x^2 = 49$$

เนื่องจาก x เป็นจำนวนเต็มบวก จะได้ $x = 7$

แทนค่า $x = 7$ ในสมการ (3)

$$\text{จะได้ } 7y = 28$$

$$y = 4$$

ดังนั้น จำนวนเต็มบวกทั้งสองจำนวนนั้น คือ 7 และ 4

4.2.2 ให้นักเรียนช่วยกันตรวจสอบคำตอบจากเงื่อนไขของโจทย์ปัญหา

4.2.3 แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 5-6 คน ครูแจกแบบฝึกทักษะกระบวนการแก้ระบบ

สมการ ชุดที่ 2 ให้กับนักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันหาคำตอบ

4.2.4 เฉลยคำตอบโดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเปลี่ยนกันตรวจ

4.2.5 แสดงวิธีการหาคำตอบโดยใช้สื่อกระดานกราฟแม่เหล็ก และสมุดกราฟ

4.3 ขั้นสรุป

4.3.1 ให้นักเรียนสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาและแนวทางการหาคำตอบของระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

4.3.2 ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 5.2 ข้อ 2, 3 ในหนังสือเรียนรายวิชา ค012 คณิตศาสตร์

5. สื่อการเรียนการสอน

- 5.1 หนังสือเรียนรายวิชา ค012 คณิตศาสตร์ หน้า 154
- 5.2 แบบฝึกทักษะกระบวนการแก้ระบบสมการ ชุดที่ 2
- 5.3 สื่อกระดานกราฟแม่เหล็ก และสมุดกราฟ

6. วัดผลและประเมินผล

- 6.1 สังเกตจากความสนใจในการเรียน การตอบคำถาม และการทำงานกลุ่ม
- 6.2 ตรวจแบบฝึกทักษะและแบบฝึกหัด
- 6.3 คะแนนการทำแบบฝึกทักษะผ่านร้อยละ 60

ใบงาน ชุดที่ 1

เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง

จงหาคำตอบของระบบสมการ โดยเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. $x^2 + y^2 = 100$... (1)

$x + y = 2$... (2)

จากสมการ (2) จัดค่าของ y ในรูปของ x จะได้

$y = \underline{\hspace{2cm}}$... (3)

แทนค่า y จากสมการ (3) ลงในสมการ (1) จะได้

$x^2 \underline{\hspace{2cm}} = 100$

$\underline{\hspace{2cm}} = 100$

$\underline{\hspace{2cm}} - 0$

$\underline{\hspace{2cm}} = 0$

$(\quad)(\quad) = 0$

ดังนั้น $\underline{\hspace{1cm}} = 0$ หรือ $\underline{\hspace{1cm}} = 0$

$x = \underline{\hspace{1cm}}$ หรือ $x = \underline{\hspace{1cm}}$

แทนค่า $x = \underline{\hspace{1cm}}$ ในสมการ (3) จะได้ $y = \underline{\hspace{1cm}}$

แทนค่า $x = \underline{\hspace{1cm}}$ ในสมการ (3) จะได้ $y = \underline{\hspace{1cm}}$

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการ คือ (\quad, \quad) และ (\quad, \quad)

Ans.

ตรวจสอบคำตอบ

1) สำหรับคำตอบ (\quad, \quad) แทนค่า $x = \underline{\hspace{1cm}}$ และ $y = \underline{\hspace{1cm}}$

ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ $\underline{\hspace{2cm}} = 100$

$\underline{\hspace{2cm}} = 100$

และ $\underline{\hspace{2cm}} = 2$

$\underline{\hspace{2cm}} = 2$ ซึ่งเป็นจริง

2) สำหรับคำตอบ (__, __) แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ และ $y = \underline{\hspace{2cm}}$
ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ $\underline{\hspace{2cm}} = 100$

$\underline{\hspace{2cm}} = 100$

และ $\underline{\hspace{2cm}} = 2$

$\underline{\hspace{2cm}} = 2$ ซึ่งเป็นจริง

2. $x^2 - y = 0 \quad \dots(1)$

$y - 2x = 3 \quad \dots(2)$

จากสมการ (2) จัดค่าของ y ในรูปของ x จะได้

$y = \underline{\hspace{2cm}} \quad \dots(3)$

แทนค่า y จากสมการ (3) ลงในสมการ (1) จะได้

$x^2 \underline{\hspace{2cm}} = 0$

$\underline{\hspace{2cm}} = 0$

$(\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}}) = 0$

ดังนั้น $\underline{\hspace{1cm}} = 0$ หรือ $\underline{\hspace{1cm}} = 0$

$x = \underline{\hspace{1cm}}$ หรือ $x = \underline{\hspace{1cm}}$

แทนค่า $x = \underline{\hspace{1cm}}$ ในสมการ (3) จะได้ $y = \underline{\hspace{1cm}}$

แทนค่า $x = \underline{\hspace{1cm}}$ ในสมการ (3) จะได้ $y = \underline{\hspace{1cm}}$

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการ คือ $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$ และ $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$

Ans.

ตรวจสอบคำตอบ

1) สำหรับคำตอบ (__, __) แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ และ $y = \underline{\hspace{2cm}}$

ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ $\underline{\hspace{2cm}} = 0$

$\underline{\hspace{2cm}} = 0$

$\underline{\hspace{2cm}} = 0$

และ $\underline{\hspace{2cm}} = 3$

$\underline{\hspace{2cm}} = 3$

$\underline{\hspace{2cm}} = 3$ ซึ่งเป็นจริง

2) สำหรับคำตอบ (__, __) แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ และ $y = \underline{\hspace{2cm}}$

ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ $\underline{\hspace{2cm}} - 0$

$\underline{\hspace{2cm}} = 0$

$\underline{\hspace{2cm}} = 0$

และ $\underline{\hspace{2cm}} = 3$

$\underline{\hspace{2cm}} = 3$

$\underline{\hspace{2cm}} - 3$ ซึ่งเป็นจริง

3. $x - 3y = 5$... (1)

$xy = 2$... (2)

จากสมการ (1) จัดค่าของ x ในรูปของ y จะได้

$x = \underline{\hspace{2cm}}$... (3)

แทนค่า x จากสมการ (3) ลงในสมการ (2) จะได้

$(\underline{\hspace{2cm}})y = 2$

$\underline{\hspace{2cm}} = 2$

$\underline{\hspace{2cm}} = 0$

$(\underline{\hspace{2cm}})(\underline{\hspace{2cm}}) = 0$

ดังนั้น $\underline{\hspace{2cm}} = 0$ หรือ $\underline{\hspace{2cm}} = 0$

$3y = \underline{\hspace{2cm}}$ หรือ $y = \underline{\hspace{2cm}}$

$y = \underline{\hspace{2cm}}$ หรือ $y = \underline{\hspace{2cm}}$

แทนค่า $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ในสมการ (3) จะได้ $x = \underline{\hspace{2cm}}$

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

แทนค่า $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ในสมการ (3) จะได้ $x = \underline{\hspace{2cm}}$

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการ คือ (__, __) และ (__, __)

Ans.

ตรวจสอบคำตอบ

1) สำหรับคำตอบ (__, __) แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ และ $y = \underline{\hspace{2cm}}$

ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ _____ = 5

_____ = 5

_____ = 5

และ _____ = 2

_____ = 2 ซึ่งเป็นจริง

2) สำหรับคำตอบ (,) แทนค่า $x =$ _____ และ $y =$ _____

ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ _____ = 5

_____ = 5

_____ = 5

และ _____ = 2

_____ = 2 ซึ่งเป็นจริง

4. $x^2 - y^2 = 0$... (1)

$x + 2y = 1$... (2)

จากสมการ (2) จัดค่าของ x ในรูปของ y จะได้

$x =$ _____ ... (3)

แทนค่า x จากสมการ (3) ลงในสมการ (1) จะได้

_____ = 0

_____ = 0

จากสูตรการแก้สมการกำลังสองของสมการ $ax^2 + bx + c = 0$

$x =$ _____

แทนค่า $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____ ลงในสูตร

จะได้ $y =$ _____

$y =$ _____

$y =$ _____

$y =$ _____

$y =$ _____

แทนค่า $y =$ _____ ในสมการ (3) จะได้

$x =$ _____

$x =$ _____

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

แทนค่า $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ในสมการ (3) จะได้

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการ คือ $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$ และ $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$

Ans.

5. $2x + 4y = 9 \quad \dots(1)$

$$4x^2 + 16y^2 = 20x + 4y - 19 \quad \dots(2)$$

จากสมการ (1) จะได้

$$4y = \underline{\hspace{2cm}} \quad \dots(3)$$

$$16y^2 = (\underline{\hspace{2cm}})^2 \quad \dots(4)$$

แทนค่า $4y$ และ $16y^2$ จากสมการ (3) และ (4) ลงในสมการ (2) จะได้

$$4x^2 \underline{\hspace{2cm}} = 20x + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 0$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 0$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 0$$

$$(\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}}) = 0$$

ดังนั้น $\underline{\hspace{2cm}} = 0$

หรือ $\underline{\hspace{2cm}} = 0$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

หรือ $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

หรือ $x = \underline{\hspace{2cm}}$

แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ในสมการ (3) จะได้

$$4y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ในสมการ (3) จะได้

$$4y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการ คือ $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$ และ $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$

Ans.

แบบฝึกทักษะกระบวนการแก้ระบบสมการ ชุดที่ 1

จงเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์ ตามขั้นตอน การแก้โจทย์ปัญหาของระบบสมการ

1. จงหาจุดตัดของพาราโบลา $y = x^2 - 2$ กับกราฟเส้นตรง $2x - 3y = 1$

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์

สิ่งที่โจทย์กำหนด

ให้.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

หา.....

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

หาจุดตัดทั้งสองได้โดยการแก้ระบบสมการ

จากโจทย์จะได้ระบบสมการ คือ

$$\underline{\hspace{2cm}} = x^2 - 2 \quad \dots(1)$$

$$\underline{\hspace{2cm}} - 1 \quad \dots(2)$$

ขั้นที่ 3 ปฏิบัติตามแผน

แทนค่า y จากสมการ (1) ลงในสมการ (2) จะได้

$$\underline{\hspace{2cm}} = 1$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 1$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 0$$

$$(\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}}) = 0$$

ดังนั้น $\underline{\hspace{2cm}} = 0$

หรือ $\underline{\hspace{2cm}} = 0$

$x = \underline{\hspace{2cm}}$ หรือ $x = \underline{\hspace{2cm}}$

แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ในสมการ (1) จะได้ $y = \underline{\hspace{2cm}}$

แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ในสมการ (1) จะได้ $y = \underline{\hspace{2cm}}$

ดังนั้น จุดตัดของกราฟทั้งสอง คือ $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$ และ $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$

Ans.

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

1) สำหรับคำตอบ $(_, _)$ แทนค่า $x = _$ และ $y = _$

ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ $_ = _$

$_ = _$

และ $_ = 1$

$_ = 1$ ซึ่งเป็นจริง

2) สำหรับคำตอบ $(_, _)$ แทนค่า $x = _$ และ $y = _$

ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ $_ = _$

$_ = _$

และ $_ = 1$

$_ = 1$ ซึ่งเป็นจริง

๕. จงหาจุดตัดของพาราโบลา $x^2 + xy + y^2 = 3$ กับกราฟเส้นตรง $x + y = 1$

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา.....

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

หาจุดตัดทั้งสองได้โดยการแก้ระบบสมการ

จากโจทย์จะได้ระบบสมการ คือ

$$_ = 3 \quad \dots(1)$$

$$_ = 1 \quad \dots(2)$$

ขั้นที่ 3 ปฏิบัติตามแผน

จากสมการ (2) จัดค่าของ x ให้อยู่ในรูปของ y จะได้

$$x = _ \quad \dots(3)$$

แทนค่า x จากสมการ (3) ลงในสมการ (1) จะได้

$$\underline{\hspace{2cm}} = 3$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 3$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 0$$

$$(\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}}) = 0$$

ดังนั้น $\underline{\hspace{2cm}} = 0$ หรือ $\underline{\hspace{2cm}} = 0$

$y - \underline{\hspace{2cm}}$ หรือ $y = \underline{\hspace{2cm}}$

แทนค่า $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ในสมการ (3) จะได้ $x = \underline{\hspace{2cm}}$

แทนค่า $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ในสมการ (3) จะได้ $x = \underline{\hspace{2cm}}$

ดังนั้น จุดตัดของกราฟทั้งสอง คือ $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$ และ $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$

Ans.

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

1) สำหรับคำตอบ $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$ แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ และ $y = \underline{\hspace{2cm}}$

ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ $\underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}}$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

และ $\underline{\hspace{2cm}} = 1$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 1 \text{ ซึ่งเป็นจริง}$$

2) สำหรับคำตอบ $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$ แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ และ $y = \underline{\hspace{2cm}}$

ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ $\underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}}$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

และ $\underline{\hspace{2cm}} = 1$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 1 \text{ ซึ่งเป็นจริง}$$

3. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 20 เซนติเมตร มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 56 เซนติเมตร จงหาขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์

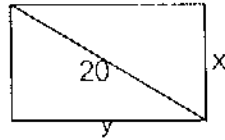
สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา.....

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญา

วาดรูปตามโจทย์กำหนด



โดยกำหนดให้ x แทน ความยาวของด้านกว้าง

y แทน ความยาวของด้านยาว

เนื่องจากเส้นทแยงมุมยาว 20 เซนติเมตร ตามทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จะได้ $x^2 + y^2 = 20^2$
 $x^2 + y^2 = 400$

เนื่องจากความยาวรอบรูปเท่ากับ 56 เซนติเมตร

จะได้ $2x + 2y = 56$
 $x + y = 28$

ดังนั้น จะได้ระบบสมการ คือ

$x^2 + y^2 = 400$... (1)

$x + y = 28$... (2)

ขั้นที่ 3 ปฏิบัติตามแผน

จากสมการ (2) จัดค่าของ x ให้อยู่ในรูปของ y จะได้

$x = 28 - y$... (3)

แทนค่า x จากสมการ (3) ลงในสมการ (1) จะได้

$(28 - y)^2 + y^2 = 400$

$784 - 56y + y^2 + y^2 = 400$

$2y^2 - 56y + 384 = 0$

$y^2 - 28y + 192 = 0$

$y^2 - 28y + 192 = 0$

$(y - 16)(y - 12) = 0$

ดังนั้น $y = 16$ หรือ $y = 12$

$y = 16$

หรือ $y = 12$

หรือ $y = 12$

แทนค่า $y =$ _____ ในสมการ (3) จะได้ $x =$ _____

$x =$ _____

แทนค่า $y =$ _____ ในสมการ (3) จะได้ $x =$ _____

$x =$ _____

เนื่องจากด้านยาวจะต้องยาวกว่าด้านกว้าง

ดังนั้น $x =$ _____ และ $y =$ _____

นั่นคือ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้กว้าง _____ เซนติเมตร และยาว _____ เซนติเมตร **Ans.**

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

แทนค่า $x =$ _____ และ $y =$ _____ ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ _____ = 400

_____ = 400

_____ = 400

และ _____ = 28

_____ = 28

_____ - 28 ซึ่งเป็นจริง

4. ผลต่างของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปเท่ากับ 12 ตารางนิ้ว ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่มีขนาดน้อยกว่าสามเท่าของความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็กอยู่ 2 นิ้ว จงหาความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละรูป

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

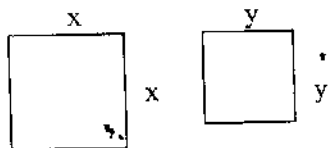
.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา.....

.....

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา



โดยกำหนดให้ x แทน ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่
 y แทน _____

เนื่องจากผลต่างของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปเท่ากับ 12 ตารางนิ้ว
 จะได้ _____ = 12

เนื่องจากความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่มีขนาดน้อยกว่าสามเท่าของความยาว
 ของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็กอยู่ 2 นิ้ว

จะได้ _____ = 2

ดังนั้น จะได้ระบบสมการ คือ

_____ = 12 ... (1)

_____ = 2 ... (2)

ขั้นที่ 3 ปฏิบัติตามแผน

จากสมการ (2) จัดค่าของ x ให้อยู่ในรูปของ y จะได้

$x =$ _____ ... (3)

แทนค่า x จากสมการ (3) ลงในสมการ (1) จะได้

_____ = 12

_____ = 12

_____ = 0

_____ = 0

(_____) (_____) = 0

ดังนั้น _____ = 0

หรือ _____ = 0

$y =$ _____

หรือ $y =$ _____

เนื่องจากความยาวจะต้องมีค่าเป็นบวก จะได้ $y =$ _____

แทนค่า $y =$ _____ ในสมการ (3) จะได้ $x =$ _____

ดังนั้น ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่ คือ _____ นิ้ว

และสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็ก คือ _____ นิ้ว

Ans.

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ และ $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ $\underline{\hspace{2cm}} = 12$

$\underline{\hspace{2cm}} = 12$

$\underline{\hspace{2cm}} = 12$

และ $\underline{\hspace{2cm}} = 2$

$\underline{\hspace{2cm}} = 2$

$\underline{\hspace{2cm}} = 2$ ซึ่งเป็นจริง

5. จงหาจำนวนสองจำนวนซึ่งผลบวกของกำลังสองของจำนวนทั้งสองเท่ากับ 25 และสามเท่าของจำนวนแรกเท่ากับสี่เท่าของจำนวนหลัง

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา.....

.....

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

กำหนดให้ x แทน จำนวนแรก

y แทน จำนวนที่สอง

เนื่องจากจำนวนสองจำนวนซึ่งผลบวกของกำลังสองของจำนวนทั้งสอง เท่ากับ 25 จะได้

$$\underline{\hspace{2cm}} = 25$$

เนื่องจากสามเท่าของจำนวนแรกเท่ากับสี่เท่าของจำนวนหลัง จะได้

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

ดังนั้น จะได้ระบบสมการ คือ

$$\underline{\hspace{2cm}} = 25 \quad \dots(1)$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \dots(2)$$

ขั้นที่ 3 ปฏิบัติตามแผน

จากสมการ (2) จัดค่าของ x ให้อยู่ในรูปของ y จะได้

$$x = \dots (3)$$

แทนค่า x จากสมการ (3) ลงในสมการ (1) จะได้

$$\dots = 25$$

$$\dots = 25$$

$$\dots = 0$$

$$\dots = 0$$

$$\dots = 0$$

$$(\dots)(\dots) = 0$$

ดังนั้น $\dots = 0$ หรือ $\dots = 0$

$y = \dots$ หรือ $y = \dots$

แทนค่า $y = \dots$ ในสมการ (3) จะได้ $x = \dots$

แทนค่า $y = \dots$ ในสมการ (3) จะได้ $x = \dots$

ดังนั้น จำนวนแรก คือ \dots และ จำนวนที่สองคือ \dots หรือ

จำนวนแรก คือ \dots และ จำนวนที่สองคือ \dots **Ans.**

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

1) สำหรับคำตอบ (\dots, \dots) แทนค่า $x = \dots$ และ $y = \dots$

ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ $\dots = 25$

$\dots = 25$

และ $\dots = \dots$

$\dots = \dots$ ซึ่งเป็นจริง

2) สำหรับคำตอบ (\dots, \dots) แทนค่า $x = \dots$ และ $y = \dots$

ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ $\dots = 25$

$\dots = 25$

และ $\dots = \dots$

$\dots = \dots$ ซึ่งเป็นจริง

ใบงาน ชุดที่ 2

เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นดีกรีสอง

จงหาคำตอบของระบบสมการ โดยเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. $x^2 + y^2 = 25 \quad \dots(1)$

$x^2 + y = 19 \quad \dots(2)$

นำ (1) - (2) จะได้

$$\begin{aligned} \underline{\hspace{2cm}} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \underline{\hspace{2cm}} &- 0 \\ \underline{\hspace{2cm}} &= 0 \\ & \hspace{1.5cm} y = \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}} \end{aligned}$$

แทนค่า $y = \underline{\hspace{1cm}}$ ลงในสมการ (2) จะได้

$$\begin{aligned} \underline{\hspace{2cm}} &= 19 \\ & \hspace{1.5cm} x^2 = \underline{\hspace{1cm}} \\ & \hspace{1.5cm} x = \underline{\hspace{1cm}} \end{aligned}$$

แทนค่า $y = \underline{\hspace{1cm}}$ ลงในสมการ (2) จะได้

$$\begin{aligned} \underline{\hspace{2cm}} &= 19 \\ & \hspace{1.5cm} x^2 = \underline{\hspace{1cm}} \\ & \hspace{1.5cm} x = \underline{\hspace{1cm}} \end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}), (\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}), (\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}), (\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$ Ans.

ตรวจสอบคำตอบ

1) สำหรับคำตอบ $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$ แทนค่า $x = \underline{\hspace{1cm}}$ และ $y = \underline{\hspace{1cm}}$

ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ $\underline{\hspace{2cm}} = 25$

$\underline{\hspace{2cm}} = 25$

$\underline{\hspace{2cm}} = 25$

และ $\underline{\hspace{2cm}} = 19$

$\underline{\hspace{2cm}} = 19$

$\underline{\hspace{2cm}} = 19$ ซึ่งเป็นจริง

2) สำหรับคำตอบ (__, __) แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ และ $y = \underline{\hspace{2cm}}$

ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ $\underline{\hspace{2cm}} = 25$

$\underline{\hspace{2cm}} - 25$

$\underline{\hspace{2cm}} = 25$

และ $\underline{\hspace{2cm}} = 19$

$\underline{\hspace{2cm}} = 19$

$\underline{\hspace{2cm}} = 19$ ซึ่งเป็นจริง

3) สำหรับคำตอบ (__, __) แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ และ $y = \underline{\hspace{2cm}}$

ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ $\underline{\hspace{2cm}} = 25$

$\underline{\hspace{2cm}} = 25$

$\underline{\hspace{2cm}} = 25$

และ $\underline{\hspace{2cm}} - 19 =$

$\underline{\hspace{2cm}} = 19$

$\underline{\hspace{2cm}} = 19$ ซึ่งเป็นจริง

4) สำหรับคำตอบ (__, __) แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ และ $y = \underline{\hspace{2cm}}$

ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ $\underline{\hspace{2cm}} = 25$

$\underline{\hspace{2cm}} - 25$

$\underline{\hspace{2cm}} = 25$

และ $\underline{\hspace{2cm}} = 19$

$\underline{\hspace{2cm}} = 19$

$\underline{\hspace{2cm}} = 19$ ซึ่งเป็นจริง

2. $x^2 + y^2 = 25 \quad \dots(1)$

$2x^2 + 3y^2 = 50 \quad \dots(2)$

นำ $2 \times (1)$ จะได้

$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \dots(3)$

นำ $(2) - (3)$ จะได้

$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

$$\begin{aligned} \underline{\hspace{2cm}} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ y &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{แทนค่า } y &= \underline{\hspace{2cm}} \text{ ลงในสมการ (1) จะได้} \\ \underline{\hspace{2cm}} &= 25 \\ \underline{\hspace{2cm}} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ x &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$ และ $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$

Ans.

ตรวจสอบคำตอบ

1) สำหรับคำตอบ $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$ แทนค่า $x = \underline{\hspace{1cm}}$ และ $y = \underline{\hspace{1cm}}$

ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ $\underline{\hspace{2cm}} = 25$

$\underline{\hspace{2cm}} = 25$

และ $\underline{\hspace{2cm}} = 50$

$\underline{\hspace{2cm}} = 50$

$\underline{\hspace{2cm}} = 50$ ซึ่งเป็นจริง

2) สำหรับคำตอบ $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$ แทนค่า $x = \underline{\hspace{1cm}}$ และ $y = \underline{\hspace{1cm}}$

ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ $\underline{\hspace{2cm}} = 25$

$\underline{\hspace{2cm}} = 25$

และ $\underline{\hspace{2cm}} = 50$

$\underline{\hspace{2cm}} = 50$

$\underline{\hspace{2cm}} = 50$ ซึ่งเป็นจริง

3. $2x^2 + xy = 6 \quad \dots(1)$

$x^2 + 2xy = 0 \quad \dots(2)$

วิธีที่ 1 จากระบบสมการ (1) และ (2)

นำ $2 \times (1)$ จะได้

$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \dots(3)$

นำ $(3) - (2)$ จะได้

$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

$$x^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ลงในสมการ (2) จะได้

$$\underline{\hspace{2cm}} = 0$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ลงในสมการ (2) จะได้

$$\underline{\hspace{2cm}} = 0$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$ และ $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$

Ans.

วิธีที่ 2 $2x^2 + xy = 6 \quad \dots(1)$

$$x^2 + 2xy = 0 \quad \dots(2)$$

จากสมการ (1) จะได้ $xy = \underline{\hspace{2cm}} \quad \dots(3)$

แทนค่า $xy = \underline{\hspace{2cm}}$ ลงในสมการ (2) จะได้

$$\underline{\hspace{2cm}} - 0$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ลงในสมการ (3) จะได้

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ลงในสมการ (3) จะได้

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ (__, __) และ (__, __)

Ans.

4. $2(xy - x) = 8 \quad \dots(1)$

$$3x(y + 2) = 21 \quad \dots(2)$$

จัดสมการ (1) ใหม่ จะได้

$$2xy \quad \quad \quad = \quad \quad \quad \dots(3)$$

จัดสมการ (2) ใหม่ จะได้

$$3xy \quad \quad \quad = \quad \quad \quad \dots(4)$$

นำ $3 \times (3)$ จะได้

$$\quad \quad \quad = \quad \quad \quad \dots(5)$$

นำ $2 \times (4)$ จะได้

$$\quad \quad \quad = \quad \quad \quad \dots(6)$$

นำ (5) - (6) จะได้

$$\quad \quad \quad = \quad \quad \quad$$

$$\quad \quad \quad = \quad \quad \quad$$

$$x \quad \quad \quad$$

แทนค่า $x = \quad \quad \quad$ ลงในสมการ (2) จะได้

$$\quad \quad \quad = \quad \quad \quad$$

$$\quad \quad \quad = \quad \quad \quad$$

$$\quad \quad \quad = \quad \quad \quad$$

$$x = \quad \quad \quad$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ (__, __) และ (__, __)

Ans.

5. $x^2 + y^2 = 8 \quad \dots(1)$

$$xy = 4 \quad \dots(2)$$

นำ $2 \times (2)$ จะได้

$$\quad \quad \quad = \quad \quad \quad \dots(3)$$

นำ (1) + (3) จะได้

$$\quad \quad \quad = \quad \quad \quad$$

$$\left(\underline{\hspace{2cm}} \right)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x + y = \underline{\hspace{2cm}}$$

กรณีที่ 1 $x + y = 4 \quad \dots(A)$

$$xy = 4 \quad \dots(B)$$

จากสมการ (A) จะได้ $y = \underline{\hspace{2cm}} \dots(C)$

แทนค่า y จากสมการ (C) ลงในสมการ (B) จะได้

$$\underline{\hspace{2cm}} = 4$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\left(\underline{\hspace{2cm}} \right)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\left(\underline{\hspace{2cm}} \right) = 0$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ลงในสมการ (C) จะได้ $y = \underline{\hspace{2cm}}$

กรณีที่ 2 $x + y = -4 \quad \dots(D)$

$$xy = 4 \quad \dots(E)$$

จากสมการ (D) จะได้ $y = \underline{\hspace{2cm}} \dots(F)$

แทนค่า y จากสมการ (F) ลงในสมการ (E) จะได้

$$\underline{\hspace{2cm}} = 4$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\left(\underline{\hspace{2cm}} \right)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\left(\underline{\hspace{2cm}} \right) = 0$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ลงในสมการ (F) จะได้ $y = \underline{\hspace{2cm}}$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$ และ $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$

Ans.

แบบฝึกทักษะกระบวนการแก้ระบบสมการ ชุดที่ 2

จงเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์ ตามขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของระบบสมการ

1. จงหาจุดตัดของกราฟ $3x^2 + 4y^2 = 3$ และ $2x^2 - y^2 = 2$

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา.....

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

หาจุดตัดทั้งสองได้โดยการแก้ระบบสมการ จากโจทย์จะได้ระบบสมการ คือ

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} - 3 \quad \dots(1)$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} = 2 \quad \dots(2)$$

ขั้นที่ 3 ปฏิบัติตามแผน

นำ $4 \times (2)$ จะได้

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} \quad \dots(3)$$

นำ $(1) + (3)$ จะได้

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ลงในสมการ (1) จะได้

$$\underline{\hspace{2cm}} = 3$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ลงในสมการ (1) จะได้

$$\underline{\hspace{2cm}} = 3$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\dots = \dots$$

$$y = \dots$$

ดังนั้น จุดตัดของกราฟทั้งสอง คือ (\dots, \dots) และ (\dots, \dots)

Ans.

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

1) สำหรับคำตอบ (\dots, \dots) แทนค่า $x = \dots$ และ $y = \dots$

ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ $\dots = 3$

$\dots = 3$

และ $\dots = 2$

$\dots = 2$ ซึ่งเป็นจริง

2) สำหรับคำตอบ (\dots, \dots) แทนค่า $x = \dots$ และ $y = \dots$

ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ $\dots = 3$

$\dots = 3$

และ $\dots = 2$

$\dots = 2$ ซึ่งเป็นจริง

2. จงหาจุดตัดของกราฟ $5y^2 + 3x - 12 = 0$ และ $4y^2 - 3x + 3 = 0$

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา.....

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

หาจุดตัดทั้งสองได้โดยการแก้ระบบสมการ

จากโจทย์จะได้ระบบสมการ คือ

$$5y^2 \dots = 0 \quad \dots(1)$$

$$\dots = 0 \quad \dots(2)$$

ขั้นที่ 3 ปฏิบัติตามแผน

นำ (1) + (2) จะได้ _____ = _____
 _____ = _____
 $y^2 =$ _____
 $y =$ _____

แทนค่า $y =$ _____ ลงในสมการ (1) จะได้
 _____ = 0
 _____ = _____
 _____ = _____
 $x =$ _____

แทนค่า $y =$ _____ ลงในสมการ (1) จะได้
 _____ = 0
 _____ = _____
 _____ = _____
 $x =$ _____

ดังนั้น จุดตัดของกราฟทั้งสอง คือ (____, ____) และ (____, ____)

Ans.

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

- 1) สำหรับคำตอบ (____, ____) แทนค่า $x =$ _____ และ $y =$ _____
 ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ
 จะได้ _____ = 0
 _____ = 0
 และ _____ = 0
 _____ = 0
 _____ = 0 **ซึ่งเป็นจริง**

- 2) สำหรับคำตอบ (____, ____) แทนค่า $x =$ _____ และ $y =$ _____
 ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ
 จะได้ _____ = 0
 _____ = 0
 และ _____ = 0
 _____ = 0
 _____ = 0 **ซึ่งเป็นจริง**

3. จงหาจำนวนบวกสองจำนวนซึ่งผลบวกของจำนวนทั้งสองคูณด้วยผลต่างของจำนวนทั้งสองมีค่าเท่ากับ 48 และสองเท่าของผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนมีค่าเท่ากับ 580

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา.....

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

กำหนดให้ x แทน จำนวนบวกจำนวนที่มีค่ามาก

y แทน จำนวนบวกจำนวนที่มีค่าน้อย

เนื่องจากผลบวกของจำนวนทั้งสองคูณด้วยผลต่างของจำนวนทั้งสองมีค่าเท่ากับ 48 จะได้

$$\underline{\hspace{2cm}} = 48$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 48$$

เนื่องจากสองเท่าของผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนมีค่าเท่ากับ 580 จะได้

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x^2 + y^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

จากโจทย์จะได้ระบบสมการ คือ

$$\underline{\hspace{2cm}} = 48 \quad \dots(1)$$

$$x^2 + y^2 = \underline{\hspace{2cm}} \quad \dots(2)$$

ขั้นที่ 3 ปฏิบัติตามแผน

นำ (1) + (2) จะได้

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

เนื่องจาก x เป็นจำนวนบวก ดังนั้น $x = \underline{\hspace{2cm}}$

แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ลงในสมการ (1) จะได้

$$\underline{\hspace{2cm}} = 48$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

เนื่องจาก y เป็นจำนวนบวก ดังนั้น $y = \underline{\hspace{2cm}}$

ดังนั้น จำนวนบวกทั้งสองจำนวน คือ $\underline{\hspace{2cm}}$ และ $\underline{\hspace{2cm}}$ Ans.

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

แทนค่า $x = \underline{\hspace{1cm}}$ และ $y = \underline{\hspace{1cm}}$ ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ $\underline{\hspace{2cm}} = 48$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 48$$

$$\underline{\hspace{2cm}} - 48$$

และ $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ ซึ่งเป็นจริง}$$

4. จงหาจำนวนบวกสองจำนวนซึ่งกำลังสองของผลบวกของจำนวนทั้งสองนี้มีค่ามากกว่ากำลังสองของผลต่างของจำนวนทั้งสองนี้อยู่ 112 และกำลังสองของจำนวนที่มีค่ามากกว่าด้วยผลคูณของจำนวนทั้งสองมีค่าเท่ากับ 21

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา.....

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

กำหนดให้ x แทน จำนวนบวกจำนวนที่มีค่ามาก

y แทน $\underline{\hspace{2cm}}$

เนื่องจากกำลังสองของผลบวกของจำนวนทั้งสองนี้มีค่ามากกว่ากำลังสองของผลต่างของจำนวนทั้งสองนี้อยู่ 112 จะได้

$$\underline{\hspace{2cm}} = 112$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 112$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 112$$

$$xy = \underline{\hspace{2cm}}$$

เนื่องจากกำลังสองของจำนวนที่มีค่ามากลบด้วยผลคูณของจำนวนทั้งสองมีค่าเท่ากับ 21
จะได้ $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

จากโจทย์จะได้ระบบสมการ คือ

$$xy = \underline{\hspace{2cm}} \quad \dots(1)$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \dots(2)$$

ขั้นที่ 3 ปฏิบัติตามแผน

นำ (1) + (2) จะได้

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

เนื่องจาก x เป็นจำนวนบวก ดังนั้น $x = \underline{\hspace{2cm}}$

แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ลงในสมการ (1) จะได้

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

ดังนั้น จำนวนบวกทั้งสอง คือ $\underline{\hspace{2cm}}$ และ $\underline{\hspace{2cm}}$ **Ans.**

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ และ $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

และ $\underline{\hspace{2cm}} = 21$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 21 \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

5. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีพื้นที่ 336 ตารางนิ้ว มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 50 นิ้ว จงหาความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

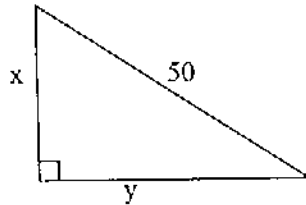
ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....
.....
.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา.....

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

วาดรูปตามที่โจทย์กำหนดให้ จะได้



กำหนดให้ x แทน ความยาวของด้านประกอบมุมฉากด้านที่หนึ่ง
 y แทน _____

เนื่องจากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีพื้นที่ 336 ตารางนิ้ว จะได้

$$\frac{1}{2}xy = 336$$

$$xy = 672$$

เนื่องจากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 50 นิ้ว
 จากทฤษฎีบทพีทาโกรัสจะได้

$$x^2 + y^2 = 50^2$$

จากโจทย์จะได้ระบบสมการ คือ

$$xy = 672 \quad \dots(1)$$

$$\dots(2)$$

ขั้นที่ 3 ปฏิบัติตามแผน

นำ $2 \times (1)$ จะได้

$$2xy = 1344 \quad \dots(3)$$

นำ $(2) + (3)$ จะได้

$$x^2 + y^2 + 2xy = 2500 + 1344$$

$$(x + y)^2 = 3844$$

เนื่องจาก x และ y เป็นจำนวนบวก ดังนั้น

$$x + y = 62 \quad \dots(4)$$

จากสมการ (4) จะได้

$$x = 62 - y \quad \dots(5)$$

แทนค่า $x = 62 - y$ ลงในสมการ (1) จะได้

$$(62 - y)y = 672$$

$$62y - y^2 = 672$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 0$$

$$(\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}}) = 0$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

แทนค่า $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ลงในสมการ (5) จะได้

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

แทนค่า $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ลงในสมการ (5) จะได้

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

ดังนั้น ความยาวของด้านประกอบมุมฉากด้านที่หนึ่ง ยาว $\underline{\hspace{2cm}}$ นิ้ว และ

ความยาวของด้านประกอบมุมฉากด้านที่สอง ยาว $\underline{\hspace{2cm}}$ นิ้ว **Aus.**

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

แทนค่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ และ $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ลงในสมการ (1) และ (2) ตามลำดับ

จะได้ $\underline{\hspace{2cm}} = 672$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 672$$

และ $\underline{\hspace{2cm}} = 2500$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 2500 \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

ภาคผนวก ง.

แบบทดสอบภูษานาน ฉบับที่ 1-2

ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกรายข้อของแบบทดสอบ
คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

แบบทดสอบก่อนเรียน หน้าที่ 1

เรื่อง ระบบสมการ

คำชี้แจง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว แล้วทำเครื่องหมายจุด (.) ลงในช่อง

ของกระดาษคำตอบ

1. ข้อใดเป็นคำตอบของระบบสมการ

$$X^2 + Y^2 = 25 \quad \text{-----}(1)$$

$$Y - X = 1 \quad \text{-----}(2)$$

ก. (3,4), (4,3)

ข. (3,4), (-4,-3)

ค. (-3,4), (-4,3)

ง. (3,-4), (4,-3)

2. ข้อใดเป็นคำตอบของระบบสมการ

$$Y^2 - X^2 = 9 \quad \text{-----}(1)$$

$$2X - 3 - Y \quad \text{-----}(2)$$

ก. (3,0), (5,4)

ข. (0,3), (4,5)

ค. (0,4), (-3,5)

ง. (0,-3), (4,5)

3. ข้อใดเป็นคำตอบของระบบสมการ

$$Y^2 + XY + X^2 = 49 \quad \text{-----}(1)$$

$$X - Y - 2 = 0 \quad \text{-----}(2)$$

ก. (5,3), (-3,-5)

ข. (-5,3), (-3,5)

ค. (5,-3), (-3,-5)

ง. (-5,-3), (-3,-5)

4. ข้อใดเป็นคำตอบของระบบสมการ

$$Y^2 + X^2 = 9 \quad \text{-----}(1)$$

$$Y^2 - X^2 = 9 \quad \text{-----}(2)$$

ก. (3,0), (0,3)

ข. (0,3), (0,-3)

ค. (3,0), (-3,0)

ง. (0,-3), (-3,0)

5. ข้อใดเป็นคำตอบของระบบสมการ

$$2XY + 3X^2 - 7 = 0 \quad \text{-----}(1)$$

$$3XY - 2X^2 - 4 = 0 \quad \text{-----}(2)$$

ก. (2,1), (2,-1)

ข. (2,-1), (-2,1)

ค. (1,2), (-1,-2)

ง. (-1,2), (-1,-2)

6. ข้อใดเป็นจุดตัดของกราฟ

$$Y^2 - 4X^2 = 4 \quad \text{-----}(1)$$

$$Y^2 + 4X^2 = 4 \quad \text{-----}(2)$$

ก. (4,0), (-4,0)

ข. (0,4), (0,-4)

ค. (2,0), (-2,0)

ง. (0,2), (0,-2)

7. จำนวนบวกสองจำนวนมีผลต่างเท่ากับ 3 และมีผลต่างของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 39 จำนวนทั้งสองมีค่าตรงกับข้อใด

- ก. 7, 4
- ข. 8, 5
- ค. 9, 6
- ง. 11, 8

8. ผลต่างของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปเท่ากับ 45 ตารางฟุต ความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่น้อยกว่าสองเท่าของความยาวของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็กอยู่ 3 ฟุต เขียนเป็นระบบสมการตรงกับข้อใด

- ก. $X^2 - Y^2 = 45$ -----(1)
 $X - 2Y = 3$ -----(2)
- ข. $X^2 - Y^2 = 45$ -----(1)
 $2X - Y = 3$ -----(2)
- ค. $X^2 - Y^2 = 45$ -----(1)
 $2Y - X = 3$ -----(2)
- ง. $X^2 - Y^2 = 45$ -----(1)
 $Y - 2X = 3$ -----(2)

9. จำนวนบวกสองจำนวนมีผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 20 และมีผลต่างของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 12 จำนวนทั้งสองมีค่าตรงกับข้อใด

- ก. 5, 2
- ข. 4, 2
- ค. -5, 2
- ง. -4, 2

10. สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่เท่ากับ 120 ตารางนิ้ว และมีเส้นทแยงมุมยาว 17 นิ้ว เขียนเป็นระบบสมการตรงกับข้อใด

- ก. $X^2 + Y^2 = 289$ -----(1)
 $XY = 120$ -----(2)
- ข. $X^2 + Y^2 = 17$ -----(1)
 $XY = 120$ -----(2)
- ค. $X^2 - Y^2 = 289$ -----(1)
 $Y + X = 120$ -----(2)
- ง. $X^2 - Y^2 = 17$ -----(1)
 $Y + X = 120$ -----(2)

แบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 2

เรื่อง ระบบสมการ

คำชี้แจง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว แล้วทำเครื่องหมายจุด (•) ลงในช่อง □

ของกระดาษคำตอบ

1. ข้อใดเป็นคำตอบของระบบสมการ

$$X^2 + Y^2 = 13 \quad \text{-----(1)}$$

$$Y + X = 5 \quad \text{-----(2)}$$

- ก. (2,3), (3,2)
- ข. (-2,3), (3,-2)
- ค. (-3,2), (-2,-3)
- ง. (-2,-3), (2,-3)

2. ข้อใดเป็นคำตอบของระบบสมการ

$$X^2 - Y^2 = 9 \quad \text{-----(1)}$$

$$2Y - 3 = X \quad \text{-----(2)}$$

- ก. (0,-3), (4,5)
- ข. (-3,0), (5,4)
- ค. (0,4), (-3,5)
- ง. (0,-3), (5,4)

3. ข้อใดเป็นคำตอบของระบบสมการ

$$X^2 - XY + Y^2 = 57 \quad \text{-----(1)}$$

$$X - Y + 1 = 0 \quad \text{-----(2)}$$

- ก. (7,8), (-7,-8)
- ข. (7,8), (-8,-7)
- ค. (8,7), (-7,-8)
- ง. (8,-7), (-8,-7)

4. ข้อใดเป็นคำตอบของระบบสมการ

$$Y^2 + X^2 = 4 \quad \text{-----(1)}$$

$$X^2 - Y^2 = 4 \quad \text{-----(2)}$$

- ก. (2,0), (-2,0)
- ข. (2,0), (0,-2)
- ค. (2,2), (-2,2)
- ง. (-2,-2), (-2,0)

5. ข้อใดเป็นคำตอบของระบบสมการ

$$2XY + 3Y^2 - 7 = 0 \quad \text{-----(1)}$$

$$3XY - 2Y^2 - 4 = 0 \quad \text{-----(2)}$$

- ก. (1,2), (1,-2)
- ข. (2,1), (2,-1)
- ค. (1,2), (-1,-2)
- ง. (2,1), (-2,-1)

6. ข้อใดเป็นจุดตัดของกราฟ

$$X^2 - 3Y^2 = 9 \quad \text{-----(1)}$$

$$3Y^2 + X^2 = 9 \quad \text{-----(2)}$$

- ก. (0,3), (0,-3)
- ข. (3,0), (0,-3)
- ค. (0,3), (-3,0)
- ง. (3,0), (-3,0)

7. จำนวนบวกสองจำนวนมีผลต่างเท่ากับ 2 และมีผลต่างของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 28 จำนวนทั้งสองมีค่าตรงกับข้อใด

- ก. 5, 3
- ข. 6, 4
- ค. 8, 6
- ง. 9, 7

8. ผลต่างของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปเท่ากับ 24 ตารางฟุต ความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่น้อยกว่าสองเท่าของความยาวของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็กอยู่ 3 ฟุต เขียนเป็นระบบสมการตรงกับข้อใด

- ก. $X^2 - Y^2 = 24$ -----(1)
 $X - 2Y = 3$ -----(2)
- ข. $X^2 - Y^2 = 24$ -----(1)
 $2X - Y = 3$ -----(2)
- ค. $X^2 - Y^2 = 24$ -----(1)
 $Y - 2X = 3$ -----(2)
- ง. $X^2 - Y^2 = 24$ -----(1)
 $2Y - X = 3$ -----(2)

9. จำนวนบวกสองจำนวนมีผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 13 และมีผลต่างของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 5 จำนวนทั้งสองมีค่าตรงกับข้อใด

- ก. 1, 4
- ข. 2, 3
- ค. -1, -4
- ง. -2, -3

10. สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่เท่ากับ 108 ตารางนิ้ว และมีเส้นทแยงมุมยาว 15 นิ้ว เขียนเป็นระบบสมการตรงกับข้อใด

- ก. $X^2 + Y^2 = 15$ -----(1)
 $XY = 108$ -----(2)
- ข. $X^2 + Y^2 = 225$ -----(1)
 $XY = 108$ -----(2)
- ค. $X^2 - Y^2 = 15$ -----(1)
 $Y + X = 108$ -----(2)
- ง. $X^2 - Y^2 = 225$ -----(1)
 $Y + X = 108$ -----(2)

เฉลยคำตอบ

แบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 1

- | | |
|-----|---|
| 1. | ข |
| 2. | ง |
| 3. | ก |
| 4. | ค |
| 5. | ค |
| 6. | ง |
| 7. | ข |
| 8. | ค |
| 9. | ข |
| 10. | ก |

แบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 2

- | | |
|-----|---|
| 1. | ก |
| 2. | ข |
| 3. | ข |
| 4. | ก |
| 5. | ง |
| 6. | ง |
| 7. | ค |
| 8. | ง |
| 9. | ข |
| 10. | ข |

ตาราง 7 ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกรายข้อของแบบทดสอบ

ข้อ	ฉบับที่ 1		ฉบับที่ 2	
	P	B'	P	B
1	0.66	0.44	0.74	0.28
2	0.76	0.50	0.62	0.20
3	0.73	0.42	0.54	0.28
4	0.76	0.24	0.72	0.48
5	0.76	0.20	0.60	0.40
6	0.50	0.22	0.56	0.32
7	0.70	0.47	0.28	0.40
8	0.66	0.20	0.62	0.20
9	0.66	0.48	0.58	0.52
10	0.80	0.43	0.46	0.68

ตาราง 8 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

ลำดับที่	กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม	ลำดับที่	กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
1	8	8	21	10	6
2	9	7	22	8	7
3	9	8	23	8	8
4	8	8	24	9	7
5	10	7	25	10	8
6	10	8	26	9	7
7	9	8	27	10	6
8	10	7	28	9	7
9	8	8	29	10	8
10	8	4	30	10	7
11	10	5	31	8	6
12	9	7	32	9	6
13	9	8	33	9	8
14	10	8	34	9	8
15	9	6	35	9	6
16	10	7	36	10	5
17	9	7	37	9	5
18	10	5	38	9	6
19	9	6	39	9	6
20	10	5	40	9	7