

ผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา
และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

จรรยา สุนทรหาญ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
เมษายน 2561
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

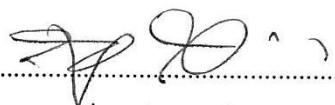
คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ จริยา สุนทรหาญ ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม
หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

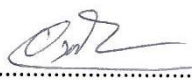
คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์



.....อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต)

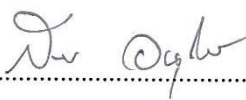

.....อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(ดร.คงรัฐ นवलเปง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


.....ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต)


.....กรรมการ
(ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต)


.....กรรมการ
(ดร.คงรัฐ นवलเปง)


.....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรีพร อนุศาสนนันท์)

คณะศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา


.....คณบดีคณะศึกษาศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิจิต สุรัตน์เรืองชัย)

วันที่... ๑ ...เดือน... เมษายน ... พ.ศ. 2561

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความกรุณาอย่างสูงจาก ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และ ดร.คงรัฐ นวลแปง อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่คอยให้คำปรึกษาและ คำชี้แนะในการปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความสมบูรณ์ ผู้วิจัยรู้สึก ซาบซึ้งในความเมตตากรุณาเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต ประธาน และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุริพร อนุศาสนนันท์ กรรมการที่ให้ความเมตตากรุณา ในการให้คำแนะนำและคำชี้แนะ ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณ ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์ ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์ คุณครูณงนุช วิชาจารย์ คุณครูสุวรรณา อักษรศิลป์ และคุณครูกัลยา โอสถผสม ที่กรุณาเสียสละเวลา ในการเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ โดยให้คำแนะนำ และแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ให้ดียิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ โรงเรียน รองผู้อำนวยการ โรงเรียนทุกฝ่าย และคุณครู โรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์” จังหวัดชลบุรีทุกท่าน ที่ให้ความอนุเคราะห์ และ อำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ และขอขอบใจนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/1 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/12 ที่ให้ความร่วมมือในการหาคุณภาพ ของเครื่องมือและการดำเนินการทดลอง จนทำให้การวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา และญาติมิตรทุกท่าน ขอบคุณเพื่อน ๆ ทุกคนที่คอย สนับสนุน ให้กำลังใจ และให้ความช่วยเหลือโดยตลอด จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์ คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นความกตัญญูแก่บิดาแม่ บิดา มารดา ครูบาอาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบันที่ทำให้ข้าพเจ้าเป็นผู้มี การศึกษาและประสบความสำเร็จจนตราบเท่าทุกวันนี้

จริยา สุนทรหาญ

58910161: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)

คำสำคัญ: การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด/ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์/ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

จริยา สุนทรหาญ: ผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (THE EFFECTS OF MATHEMATICS LEARNING MANAGEMENT BY USING OPEN APPROACH ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND COMMUNICATION ABILITIES OF MATHAYOMSUKSA 4 STUDENTS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: อพันธ์ชนิต เจนจิต, กศ.ด., คงรัฐ นวลแปง, กศ.ด. 233 หน้า. ปี พ.ศ. 2561.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ของการวิจัย 1) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70 และ 2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70 แบบแผนการวิจัยเป็นแบบศึกษากลุ่มเดียว วัดหลังการทดลองครั้งเดียว (One-group posttest-only design) โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/12 จำนวน 38 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์” ซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบที่สำหรับกลุ่มตัวอย่างเดียว (t -test for one sample)

ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

58910161: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING; M.Ed. (MATHEMATICS TEACHING)

KEY WORDS: MATHEMATICS LEARNING MANAGEMENT BY USING OPEN APPROACH/ MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITY/ MATHEMATICAL COMMUNICATION ABILITY

JARIYA SUNTHONHAN: THE EFFECTS OF MATHEMATICS LEARNING MANAGEMENT BY USING OPEN APPROACH ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND COMMUNICATION ABILITIES OF MATHAYOMSUKSA 4 STUDENTS. ADVISORY COMMITTEE: APUNCHANIT JENJIT, Ed.D., KONGRAT NUALPANG, Ed.D. 233 P. 2018.

The purposes of this research were; 1) to compare Mathayomsuksa 4 students' mathematical problem solving ability with 70 percent criterion after obtaining instrumental mathematics learning management by using the open approach, and 2) to compare Mathayomsuksa 4 students' mathematical communication ability with 70 percent criterion after obtaining instrumental mathematics learning management by using the open approach. The design of research was one-group posttest-only design. Subjects of this study were 38 Mathayomsuksa 4/12 students who were derived by the use of cluster random sampling. These students were studying in the second semester of the 2016 school year at Banbung Uttasahakamnukhro School. Instruments were lesson plans and mathematical problem solving and communication ability tests. The data was analyzed by Percentage, Mean, Standard Deviation and *t*-test for one sample.

The results were as follows:

1. The mathematical problem solving ability of mathayomsuksa 4 students after using mathematics learning management by using the open approach was higher than the 70 percent criterion of .05 level of significance.
2. The mathematical communication ability of mathayomsuksa 4 students after using mathematics learning management by using the open approach was higher than the 70 percent criterion of .05 level of significance.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญภาพ.....	ฉ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	6
สมมติฐานของการวิจัย.....	6
ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย.....	6
ขอบเขตของการวิจัย.....	7
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	8
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	9
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	12
หลักสูตรสถานศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โรงเรียนบ้านบึง	
“อุตสาหกรรมนุเคราะห์”.....	14
แผนการจัดการเรียนรู้.....	22
วิธีการแบบเปิด.....	25
ปัญหาปลายเปิด.....	37
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	46
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	68
การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด.....	80
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	84

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
3	วิธีดำเนินการวิจัย..... 88
	การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง..... 88
	การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย..... 89
	การกำหนดแบบแผนการทดลอง..... 104
	การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล..... 105
	การวิเคราะห์ข้อมูล..... 106
	สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล..... 107
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล..... 110
	สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล..... 110
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล..... 110
5	สรุปผลและอภิปรายผล..... 132
	สรุปผลการวิจัย..... 133
	อภิปรายผล..... 133
	ข้อเสนอแนะ..... 139
	บรรณานุกรม..... 140
	ภาคผนวก..... 146
	ภาคผนวก ก..... 147
	ภาคผนวก ข..... 156
	ภาคผนวก ค..... 212
	ภาคผนวก ง..... 228
	ภาคผนวก จ..... 231
	ประวัติย่อของผู้วิจัย..... 233

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
2-1	หน่วยการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ เวลา (ชั่วโมง) และน้ำหนักคะแนน...	18
2-2	หน่วยการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ เวลา และน้ำหนักคะแนนที่ใช้ ในงานวิจัย.....	21
2-3	การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดของผู้วิจัย.....	32
2-4	ตัวอย่างการขยายปัญหาปลายปิดไปเป็นปัญหาปลายเปิด.....	45
2-5	เกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์....	61
2-6	เกณฑ์การประเมินผลแบบภาพรวมของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์...	62
2-7	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบภาพรวม....	63
2-8	เกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์.....	64
2-9	เกณฑ์การประเมินผลแบบแยกองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์.....	65
2-10	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัย ใช้ในการวิจัย.....	66
2-11	เกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวมความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์.....	76
2-12	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ แบบภาพรวม.....	78
2-13	เกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวมของแบบประเมินความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ.....	79
2-14	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แบบภาพรวม ที่ผู้วิจัยใช้ในการทำวิจัย.....	80
3-1	ตารางวิเคราะห์แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด.....	90
3-2	การวิเคราะห์ความสอดคล้องของผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์ การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบ ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	97
3-3	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัย..	101

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า	
3-4	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัย.....	102
3-5	แบบแผนการทดลอง.....	105
4-1	ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	111
4-2	ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	124
ค-1	ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1.....	213
ค-2	ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2.....	214
ค-3	ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3.....	215
ค-4	ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4.....	216
ค-5	ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5.....	217
ค-6	ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6.....	218
ค-7	ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7.....	219
ค-8	ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8.....	220
ค-9	สรุปผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดทั้งหมด 8 แผน.....	221
ค-10	ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน.....	222

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า	
ค-11	ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด ความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน.....	223
ค-12	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/12.....	224
ค-13	คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/12.....	226

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1-1	กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	10
2-1	สถานการณ์การสอน โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open-Approach Method).....	28
2-2	การจัดเรียงการ์ดขนาดเล็กลำดับให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า.....	39
2-3	การกระจายของก้อนหินที่โยน โดยนักเรียน 3 คน คือ นักเรียน A นักเรียน B นักเรียน C.....	39
2-4	การจัดเรียงไม้ขีดไฟ.....	40
2-5	การจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่ใช้ในงานวิจัย.....	80
4-1	ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องทั้งหมด.....	111
4-2	ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องบางส่วน.....	112
4-3	ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถเขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหา คำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ถูกต้อง ครบถ้วน ชัดเจน.....	113
4-4	ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถเขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหา คำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ถูกต้องบางส่วน.....	114
4-5	ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่เขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหา คำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการเขียนอธิบาย.....	114
4-6	ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน ที่วางไว้จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง.....	115
4-7	ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน ที่วางไว้ได้ถูกต้องบางส่วน.....	116
4-8	ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน ที่วางไว้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา.....	117
4-9	ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถสรุปคำตอบและตรวจคำตอบได้ ถูกต้องและครบถ้วน.....	118

สารบัญญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
4-10 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ตรวจคำตอบไม่ถูกต้อง หรือสรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่มีการตรวจคำตอบ.....	118
4-11 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่ไม่มีการสรุปคำตอบและไม่มีการตรวจคำตอบ...	119
4-12 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทน ข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้อง นำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียน อธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอน และมีรายละเอียดครบถ้วน.....	124
4-13 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทน ข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้อง และนำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียน อธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอน แต่ยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น.....	125
4-14 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทน ข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้อง และนำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียน อธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอน แต่ยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น.....	126
ง-1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่ม ตัวอย่างซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample.....	228
ง-2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample.....	228
จ-1 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-Way Anova) โดยใช้โปรแกรม SPSS.....	230

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

โลกปัจจุบันมีความเจริญขึ้นอย่างรวดเร็ว เป็นยุคแห่งเทคโนโลยีสารสนเทศที่สื่อสารกันได้อย่างรวดเร็ว โดยผ่านระบบเครือข่ายคอมพิวเตอร์ ผลจากความเจริญนี้ทำให้สังคมมีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น มีความหลากหลายทางวัฒนธรรม ซึ่งเด็กและเยาวชนจะต้องเผชิญอยู่ตลอดเวลา ต้องขบคิดเพื่อแก้ปัญหาอย่างไม่หยุดยั้ง เพื่อให้สามารถปรับตัวให้ทันต่อกระแสเปลี่ยนแปลงที่เข้ามาอย่างรวดเร็วจากทุกมุมทั่วโลก (ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2557, หน้า 65-66) สภาพสังคมที่มีความซับซ้อนมากขึ้น ทักษะทางคณิตศาสตร์หรือความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่มนุษย์จำเป็นต้องมีจึงต้องมากขึ้นตามไปด้วย โดยทั่วไปทักษะทางคณิตศาสตร์ที่หลายประเทศในโลกมุ่งพัฒนาให้กับผู้เรียนประกอบด้วยทักษะสำคัญดังนี้ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ การเชื่อมโยง การคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ จะทำให้ผู้เรียนมีทักษะชีวิตดี และสามารถทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 10-11) เนื่องจากคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 56)

การแก้ปัญหาคือหัวใจของคณิตศาสตร์ กิจกรรมของคณิตศาสตร์จะเกี่ยวกับการแก้ปัญหา และการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์จะช่วยพัฒนาความรู้ ความคิดแก่ผู้เรียน ช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนคติ หลักการและวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหามีช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ทักษะการคิด การวิเคราะห์ การเชื่อมโยง การประยุกต์ใช้ความรู้ ตลอดจนความคิดสร้างสรรค์ ซึ่งเป็นคุณลักษณะที่ต้องการในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (สมเดช บุญประจักษ์, 2550, หน้า 71) ประกอบกับ อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 39) ที่กล่าวว่า การแก้ปัญหาคือทักษะที่มีความสำคัญยิ่ง และมีรวมทักษะอื่น ๆ ที่สำคัญเข้าไว้ด้วยกัน เช่น การให้เหตุผล การสื่อสาร และการตัดสินใจ ผู้ที่มีทักษะการแก้ปัญหาก็มีความรู้ ประสบการณ์ ระบบการคิด และการตัดสินใจที่ดีพอ ซึ่งการแก้ปัญหาคือกระบวนการที่ผู้เรียนควรจะได้เรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวผู้เรียน นอกจากนี้ การเรียนการแก้ปัญหามทาง

คณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำคิดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี; (สสวท.), 2555 ข, หน้า 6) และเมื่อต้องแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนไม่เพียงจะอ่านเพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและค้นหาคำตอบเท่านั้น แต่ยังต้องพูดหรือเขียนเพื่ออธิบายความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ผลการวิเคราะห์จากแบบรูป การนำเสนอข้อความคาดการณ์ ตลอดจนการแสดงวิธีทำและการให้เหตุผล โดยใช้ข้อความสัญลักษณ์ ตัวแปร สมการ ตาราง กราฟ ตัวแบบหรือแบบจำลองหรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อื่น ๆ มาช่วยในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ (สสวท., 2555 ข, หน้า 55)

การสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะที่จำเป็นสำหรับคณิตศาสตร์ และเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่ทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจถูกต้องและลึกซึ้งในวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น รวมทั้งเป็นการทำให้ผู้สอนได้รู้ถึงความเข้าใจและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนอีกด้วย และนอกจากนี้ การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอเป็นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการคิดของตนให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจนและมีประสิทธิภาพ ซึ่งการที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายหรือการเขียนแลกเปลี่ยนความรู้และความคิดเห็น ถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวางลึกซึ้งและจดจำนานมากขึ้นอีกด้วย (เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2554, หน้า 48) สำหรับวิธีการสื่อสารนั้น ผู้สอนควรฝึกให้ผู้เรียนได้พัฒนาการสื่อสารหลาย ๆ วิธี เช่น การพูด การเขียน ซึ่งการให้ผู้เรียนสื่อสารโดยการเขียนเป็นสิ่งจำเป็น เนื่องจากการเขียนให้ผู้อื่นอ่าน ผู้เรียนจะต้องจัดระบบความคิด และเรียบเรียงสิ่งที่สื่อสาร ซึ่งต้องใช้ความระมัดระวังมากกว่าการพูด จึงต้องมีการทบทวน ไตร่ตรอง ให้แน่ใจว่าความหมายของสิ่งที่กำลังอธิบายนั้นชัดเจนและตรงตามที่ตนเองต้องการบอกให้ผู้อื่นทราบ (อัมพร ม้าคอง, 2553, หน้า 58-59)

จากความสำคัญของการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวแสดงให้เห็นว่าทั้งสองทักษะมีความเกี่ยวข้องกัน เนื่องจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนนักเรียนจะสื่อสารโดยใช้การเขียนอธิบายแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งมีการใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร สมการ ตาราง แบบจำลองหรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อื่น ๆ มาใช้ในการสื่อความหมาย และนำเสนอแนวคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจ อีกทั้งการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ยังมีความสำคัญเป็นอย่างมากใน

การส่งเสริมการเรียนรู้ของผู้เรียนในวิชาคณิตศาสตร์ แต่การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมาพบว่านักเรียนส่วนมากยังด้อยความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ดังจะเห็นได้จากผลการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ (Programme for International Student Assessment) หรือ PISA พบว่า ในปี ค.ศ. 2012 และ ค.ศ. 2015 ผลการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical literacy) ของนักเรียนไทย มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 427 และ 415 คะแนนตามลำดับ โดยต่ำกว่าค่าเฉลี่ยขององค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ (Organisation for Economic Co-operation and Development) หรือ OECD (กระทรวงศึกษาธิการ, 2556, หน้า 7; 2558, หน้า 14) โดยแบบทดสอบของ PISA ไม่ได้เน้นวัดความรู้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เรียนตามหลักสูตรในโรงเรียน แต่เน้นการนำคณิตศาสตร์ที่เคยได้เรียน เอามาใช้ในสถานการณ์ของชีวิตจริง นักเรียนต้องสามารถนำความรู้มาประยุกต์ใช้กับสถานการณ์จริงในบริบทต่าง ๆ ที่หลากหลาย ทั้งที่เกิดใกล้ตัวหรือในสังคมภายนอก โดยนักเรียนต้องใช้ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา เริ่มจากต้องคิดให้ได้ว่าคณิตศาสตร์ไปเกี่ยวข้องกับสถานการณ์นั้นอย่างไร และแปลงปัญหาในชีวิตจริงให้อยู่ในรูปแบบปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ช่วยให้ได้ผลลัพธ์ จากนั้นจึงตีความและประเมินผลลัพธ์ที่ได้ไปสู่บริบทในชีวิตจริง (สุชาติ ปัทมวิภาค, 2557, หน้า 36) สำหรับ PISA ในประเทศไทย ได้กำหนดกรอบการสุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนอายุ 15 ปี ที่กำลังศึกษาอยู่ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ขึ้นไป จากโรงเรียนทุกสังกัด โดยโรงเรียนในสังกัดของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานอยู่ในกรอบการสุ่มด้วย (สสวท., 2553, หน้า 2) และเมื่อพิจารณาผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ในระดับประเทศ วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในปีการศึกษา 2556, 2557 และ 2558 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 20.48, 14.58 และ 26.59 คะแนน ตามลำดับ (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (สทศ.), 2558; สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา (สมศ.), 2556, 2557) จะเห็นว่าคะแนนเฉลี่ยอยู่ในระดับต่ำและไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2557, หน้า 22) ประกอบกับผลการทดสอบ O-NET ในระดับโรงเรียนของโรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์” จังหวัดชลบุรี วิชาคณิตศาสตร์ สาระที่ 4 พิชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในปีการศึกษา 2557 และ 2558 พบว่ามีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 24.34 และ 29.78 คะแนน จะเห็นว่าคะแนนเฉลี่ยเพิ่มขึ้น แต่ยังอยู่ในระดับต่ำและไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 โดยในปีการศึกษา 2558 สาระพิชคณิตเป็นสาระหนึ่งที่โรงเรียนควรได้รับการพัฒนา เนื่องจากคะแนนเฉลี่ยของโรงเรียนต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศ (ฝ่ายบริหารวิชาการ โรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์”) ซึ่งเนื้อหา เรื่อง ฟังก์ชัน เป็นเนื้อหาหนึ่งในสาระพิชคณิตที่ควรได้รับการพัฒนา และจากการสัมภาษณ์ครูผู้สอนในรายวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สอนใน

เนื้อหา เรื่อง ฟังก์ชัน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชัน และไม่สามารถเปลี่ยนปัญหาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ ตัวแปร หรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันได้ อีกทั้งไม่สามารถเขียนอธิบายแนวความคิดการแก้ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันให้ผู้อื่นเข้าใจได้ (อัญชัน แซ่เตียว; วรุธ ภิรมย์ภักดี; สุวรรณ อักษรศิลป์, สัมภาษณ์, 29 กันยายน 2559) และจากการสังเกตการสอนของผู้วิจัย รวมทั้งการทดสอบหลังเรียนในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่แปลกใหม่ได้ อีกทั้งยังใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ไม่สามารถเขียนอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาให้ผู้อื่นเข้าใจได้ และเป็นเพียงการเขียนตอบแบบสั้น ๆ

จากผลการประเมินวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนข้างต้นแสดงให้เห็นว่านักเรียนยังด้อยความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผลการประเมินวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในระดับต่ำอาจเกิดจากหลายสาเหตุ โดยสาเหตุหนึ่งที่สำคัญ ก็คือ การจัดการเรียนการสอนของครู ซึ่งการจัดการเรียนการสอนของครูส่วนใหญ่ยังเน้นเนื้อหา ความจำ เน้นการบรรยาย ไม่ได้ส่งเสริมหรือกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิด โดยจากการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของครูดังกล่าว ส่งผลต่อตัวผู้เรียนหลายประการ เช่น ทำให้ผู้เรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจกระบวนการและขาดความเข้าใจอย่างต่อเนื่องในบทเรียน ขาดทักษะในการคิดคำนวณ ผู้เรียนคิดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่เป็น ฯลฯ ซึ่งส่งผลให้คุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไม่มีประสิทธิภาพ (วัชร กาญจน์กิริติ, 2554, หน้า 26-27; สถาพร พงษ์พิบูล, 2555, หน้า 4) นอกจากนี้ อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 56-57) ได้กล่าวว่า ที่ผ่านมา การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังไม่เน้นเรื่องการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอมากนัก ผู้เรียนจึงมีความสามารถในด้านนี้ไม่ดีพอ จะเห็นได้จากการที่ผู้เรียนจำนวนมากไม่สามารถนำเสนอข้อมูลให้ผู้อื่นเห็นภาพรวมถึงเข้าใจประเด็นสำคัญ ๆ ของสิ่งที่ต้องการเสนอได้ หรือไม่สามารถสื่อความหมายของเรื่องบางเรื่องให้ผู้อื่นเข้าใจตรงกันได้ ทั้งนี้ผู้เรียนผ่านการเรียนรู้การนำเสนอข้อมูลมาแล้ว

แนวทางในการจัดการเรียนการสอนที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทำได้โดยการจัดการเรียนการสอนผ่านบทเรียนการแก้ปัญหาซึ่งใช้ปัญหาเป็นศูนย์กลาง ให้นักเรียนได้สำรวจศึกษาและค้นพบด้วยตนเอง ซึ่งปัญหาที่มีความเหมาะสมกับการเรียนการสอนในลักษณะนี้คือปัญหาปลายเปิด (Open-ended problem) ซึ่งเป็นปัญหาที่มีคำตอบเปิดกว้าง มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ มีวิธีการหาคำตอบหรือมีแนวทางเข้าสู่คำตอบของปัญหาได้หลายวิธี ซึ่งการสอนที่ใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลางของกิจกรรมการเรียนการสอน คือ การสอนแบบปลายเปิด (Open-ended approach) (ปรีชา เนาว่าเย็นผล, 2543, หน้า 29) หรือ วิธีการแบบเปิด (Open approach)

วิธีการแบบเปิด เป็นการจัดเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดแก้ปัญหาในแนวทางของตนเอง ซึ่งการจัดการเรียนการสอน โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีความเป็นไปได้อย่างหลากหลายที่จะตอบสนองความต้องการ ความสนใจ หรือความสามารถในการพัฒนาวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันของแต่ละคน และขณะเดียวกันเป็นปัญหาที่สนับสนุนและกระตุ้นกระบวนการคิดวิเคราะห์ สืบเสาะหาแนวทางการแก้ปัญหาและสามารถสร้างปัญหาใหม่จากปัญหาค้างกล่าว ด้วยประสบการณ์ในการแก้ปัญหาค้างกล่าว ผู้เรียนถูกคาดหวังให้เรียนรู้ไม่เพียงแต่ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ แต่ที่สำคัญคือผู้เรียนได้เรียนรู้ผ่านกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้แก่ วิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ ความเชื่อ และความตระหนักในการคิดเกี่ยวกับการเรียนรู้ของตนเอง (สุลัดดา ลอยฟ้า และ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2547, หน้า 18) ซึ่งการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ครูจะเป็นผู้จัดสภาพแวดล้อมที่ส่งเสริมการเรียนรู้ให้กับนักเรียน ให้เวลากับนักเรียนในการเรียนรู้มากขึ้น โดยการจัดการเรียนการสอนมีการสะท้อนกลับ มีการอภิปรายและการสืบค้นด้วยตนเอง เพื่อให้ นักเรียนเกิดการเรียนรู้มากยิ่งขึ้น ให้นักเรียนได้มีโอกาสที่จะเรียนรู้ด้วยวิธีของตนเอง และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทำงานเป็นกลุ่ม พุดคุย แลกเปลี่ยนความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างกันภายในกลุ่ม เกิดความร่วมมือกัน (Foong, 2000, pp. 50-52) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของจิตซจิ ฟิงผล (2554) ที่ได้ศึกษาวิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิด: เน้นความแตกต่างระหว่างเพศ ซึ่งการวิจัยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาวิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิด: เน้นความแตกต่างระหว่างเพศ กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 ผลการวิจัยพบว่า 1) จากการวิเคราะห์วิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิดแสดงให้เห็นว่านักเรียนใช้วิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ ภาษาทั่ว ๆ ไป วัจนภาษาทางคณิตศาสตร์ ภาษาสัญลักษณ์ การนำเสนอด้วยการนึ่งภาพ การแสดงสมมติฐานร่วม ภาษากิ่งคณิตศาสตร์ 2) ผลการเปรียบเทียบวิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียนชายและหญิง พบว่า กิจกรรมนาตาตีหรรษา นักเรียนกลุ่มที่ 1 (ชาย) และนักเรียนกลุ่มที่ 2 (หญิง) ใช้วิธีการสื่อสาร 5 วิธี เหมือนกันและกิจกรรมส้ม นักเรียนกลุ่มที่ 1 (ชาย) ใช้วิธีการสื่อสาร 4 วิธี และนักเรียนกลุ่มที่ 2 (หญิง) ใช้วิธีการสื่อสาร 5 วิธี ประกอบกับงานวิจัยของ ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล (2557) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากที่กล่าวมาจะพบว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการลงมือแก้ปัญหาหลายเปิดในแนวทางของตนเอง มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างกัน มีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การเขียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งให้นักเรียนได้มีโอกาสใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจจะศึกษาผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชัน

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70

สมมติฐานของการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
2. การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด สามารถใช้เป็นทางเลือกสำหรับครูผู้สอนในการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 (ค31202) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์” สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 18 จังหวัดชลบุรี ทั้งหมด 5 ห้องเรียน ได้แก่ ม.4/1-3 และ ม.4/11-12 จำนวน 243 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/12 จำนวน 38 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์” ซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยผู้วิจัยได้นำคะแนนรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 1 (ค31201) ในภาคเรียนที่ 1 ของนักเรียนทั้ง 5 ห้องเรียน มาวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-Way ANOVA) โดยใช้โปรแกรม SPSS พบว่า ความสามารถของนักเรียนทั้ง 5 ห้องเรียน ไม่แตกต่างกัน (ดังภาพที่ จ-1 ในภาคผนวก จ) จากนั้นผู้วิจัยได้ทำการจับสลากมา 1 ห้องเรียนจากทั้งหมด 5 ห้องเรียน ซึ่งได้กลุ่มตัวอย่างที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรต้น คือ การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด

ตัวแปรตาม คือ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยเป็นส่วนหนึ่งของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 (ค31202) ตามหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชัน จำนวน 16 ชั่วโมง ซึ่งประกอบด้วย เนื้อหา ดังนี้

- | | |
|--|-----------|
| 1. ความหมายของฟังก์ชัน | 2 ชั่วโมง |
| 2. ฟังก์ชันจาก A ไป B และฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B | 2 ชั่วโมง |
| 3. ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B และฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B | 2 ชั่วโมง |
| 4. ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด | 2 ชั่วโมง |
| 5. การดำเนินการของฟังก์ชัน (การบวก และการลบ) | 2 ชั่วโมง |
| 6. การดำเนินการของฟังก์ชัน (การคูณ และการหาร) | 2 ชั่วโมง |
| 7. ฟังก์ชันประกอบ | 2 ชั่วโมง |

8. ฟังก์ชันผกผัน

2 ชั่วโมง

รวม 16 ชั่วโมง

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ใช้ระยะเวลาในการดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ซึ่งเวลาในการดำเนินการวิจัยทั้งหมด 18 ชั่วโมง โดยจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด จำนวน 16 ชั่วโมง ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

1. ดำเนินการสอน 16 ชั่วโมง
2. ทดสอบหลังเรียน 2 ชั่วโมง

รวม 18 ชั่วโมง

นิยามศัพท์เฉพาะ

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด หมายถึง วิธีการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดแก้ปัญหาในแนวทางของตนเอง และเกิดแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งในการแก้ปัญหานักเรียนต้องอาศัยความรู้ ทักษะ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์หรือสร้างองค์ความรู้ใหม่ขึ้นมาเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา โดยมีลำดับขั้นตอนในการทำกิจกรรมดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด ครูนำเสนอปัญหาปลายเปิด พร้อมใบกิจกรรมแก่นักเรียนเป็นกลุ่ม และนักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันทำความเข้าใจปัญหาที่ครูนำเสนอ

ขั้นที่ 2 ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน หลังจากที่นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันทำความเข้าใจปัญหาปลายเปิดแล้ว จากนั้นร่วมกันวางแผนในการปัญหา โดยการหาแนวทางในการแก้ปัญหา ซึ่งอาศัยประสบการณ์ที่มีอยู่หรือสร้างองค์ความรู้ใหม่ขึ้นมาเพื่อแก้ปัญหา และดำเนินการตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง แล้วสรุปคำตอบและตรวจคำตอบว่าถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่ พร้อมทั้งบันทึกคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรม นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอวิธีการแก้ปัญหากลุ่มของตนเองบนกระดาน โดยครูมีหน้าที่ชี้แนะให้เกิดการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหานั้นที่นักเรียนนำเสนอ และครูมีหน้าที่เก็บรวบรวมใบกิจกรรมเพื่อนำมาประเมินการเรียนรู้ของนักเรียนแต่ละกลุ่ม

ขั้นที่ 3 ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ครูรวบรวมแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหาทั้งหมด และให้นักเรียนร่วมกันสะท้อนกลับแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียนโดยการเชื่อมโยงแนวคิดจากการแก้ปัญหาล่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นการสร้างปัญหาใหม่ นักเรียนสร้างปัญหาใหม่จากปัญหาที่ครูนำเสนอ โดยการเปลี่ยนเงื่อนไขหรือคุณลักษณะของปัญหาเดิม และเขียนอธิบายการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดง ขั้นตอนกระบวนการคิดในการแก้ปัญหา ซึ่งต้องอาศัยการประยุกต์ใช้ความรู้ ขั้นตอน/ กระบวนการแก้ปัญหา และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาจนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนทำความเข้าใจ โจทย์ปัญหาว่าต้องการทราบสิ่งใดและกำหนดสิ่งใดมาให้บ้าง

ขั้นที่ 2 การวางแผนในการแก้ปัญหา นักเรียนคิดวางแผนแก้ปัญหา โดยการเขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง

ขั้นที่ 4 การสรุปและตรวจสอบคำตอบ นักเรียนสรุปคำตอบที่ได้ และตรวจสอบว่าถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์วัด โดยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

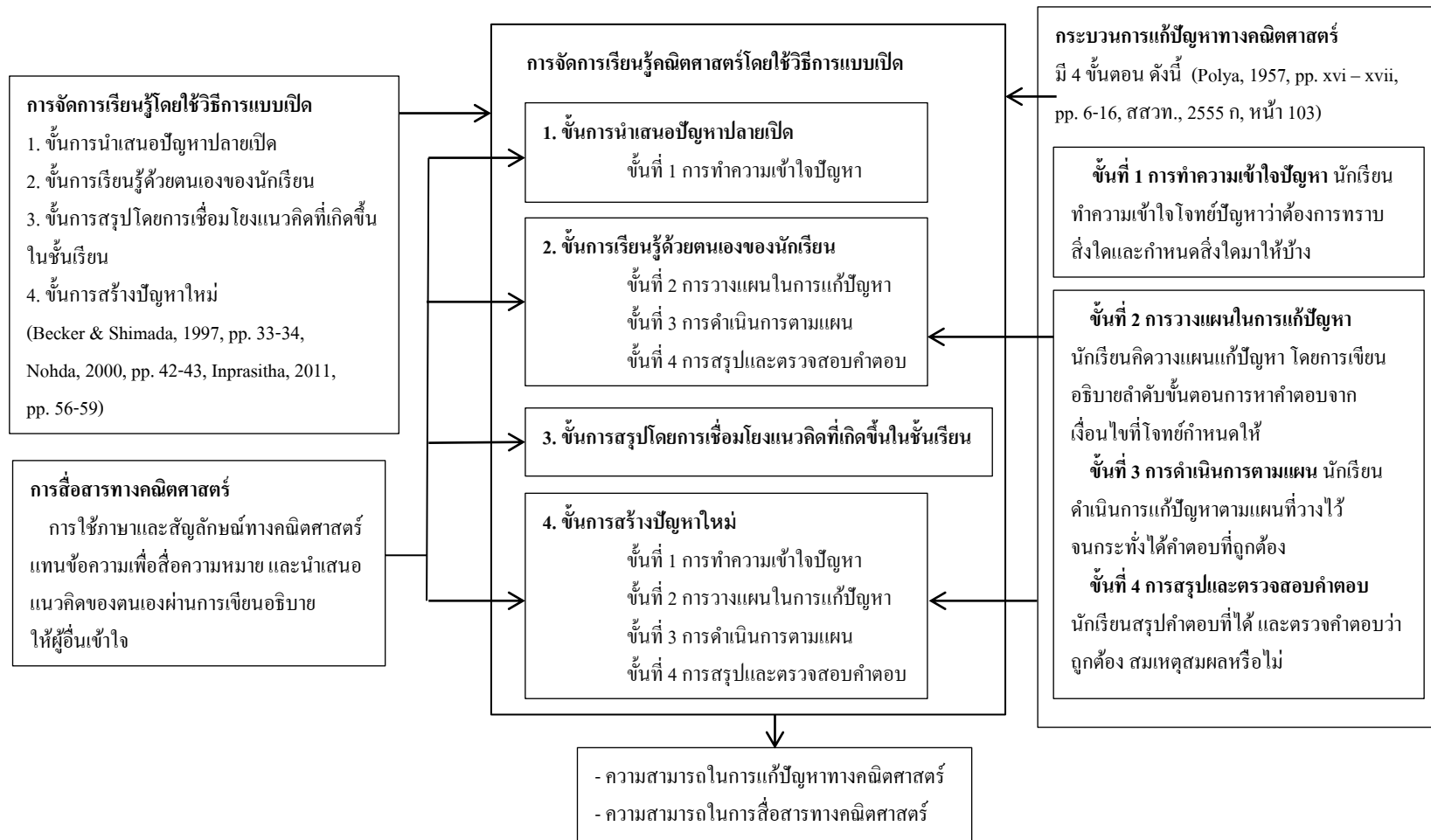
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย และนำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอน และมีรายละเอียดครบถ้วน วัด โดยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

เกณฑ์ หมายถึง ข้อกำหนดขั้นต่ำที่จะยอมรับว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการแบบเปิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ วิเคราะห์ได้จากคะแนนสอบหลังเรียน โดยการเปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งอยู่ในระดับดี ของกระทรวงศึกษาธิการ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2557, หน้า 22)

กรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิดการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดซึ่งเป็นแนวคิดหนึ่งในการจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการลงมือแก้ปัญหาปลายเปิด เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทำงานเป็นกลุ่ม พูดคุยแลกเปลี่ยนความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างกัน และ

เจียนอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งให้นักเรียนได้มีโอกาสใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ด้วยเหตุนี้ การจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด น่าจะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนั้น ผู้วิจัยจึงต้องการศึกษาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งมีกรอบแนวคิด ดังแสดงในภาพที่ 1-1



ภาพที่ 1-1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อนำมาใช้ในการประกอบการวิจัย ซึ่งมีรายละเอียด ดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรสถานศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์”
 - 1.1 ความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.2 สาระการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.3 คำอธิบายรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 (ค31202) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2
 - 1.4 โครงสร้างรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 (ค31202) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2
2. แผนการจัดการเรียนรู้
 - 2.1 ความหมายของแผนการจัดการเรียนรู้
 - 2.2 ลักษณะของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ดี
 - 2.3 การประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้
3. วิธีการแบบเปิด
 - 3.1 ความหมายของวิธีการแบบเปิด
 - 3.2 จุดมุ่งหมายของการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด
 - 3.3 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด
 - 3.4 บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด
 - 3.5 ข้อดีของการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด
4. ปัญหาปลายเปิด
 - 4.1 ความหมายของปัญหาปลายเปิด
 - 4.2 ความสำคัญของปัญหาปลายเปิด
 - 4.3 ประเภทของปัญหาปลายเปิด

- 4.4 การสร้างปัญหาปลายเปิด
- 5. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 5.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 5.2 ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี
 - 5.3 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 5.4 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 5.5 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 5.6 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 5.7 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 6. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 6.1 ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 6.2 ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 6.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 6.4 การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 7. การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด
- 8. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 8.1 งานวิจัยต่างประเทศ
 - 8.2 งานวิจัยในประเทศ

หลักสูตรสถานศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โรงเรียนบ้านบึง

“อุตสาหกรรมนุเคราะห์”

หลักสูตรสถานศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของโรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์” จัดทำขึ้นตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อจัดการเรียนการสอนในการพัฒนาเด็กและเยาวชนไทยทุกคนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานให้มีคุณภาพด้านความรู้ และทักษะที่จำเป็นสำหรับการดำรงชีวิตในสังคมที่มีการเปลี่ยนแปลง และแสวงหาความรู้เพื่อพัฒนาตนเองอย่างต่อเนื่องตลอดชีวิต โดยในหลักสูตรสถานศึกษาได้แสดงให้เห็นถึงความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และได้บรรจุหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ในหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์” ซึ่งมีสาระสำคัญ ดังนี้ (หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์”, 2557)

ความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักสูตรสถานศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้กำหนดสาระการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด รวมถึงผลการเรียนรู้ เพื่อให้ครุณาไปใช้เป็นกรอบในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนเพื่อพัฒนานักเรียนให้มีความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ เนื่องจากคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถ่องถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์”, 2557)

จากการศึกษาความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า หลักสูตรสถานศึกษาของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นหลักสูตรที่จัดทำขึ้นเพื่อให้ครุณาไปใช้เป็นกรอบในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนในการพัฒนานักเรียนให้มีความรู้ด้านคณิตศาสตร์ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ เพื่อให้ให้นักเรียนนำประสบการณ์ที่ได้เรียนรู้ไปพัฒนาศักยภาพของตนเองและคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น รวมทั้งสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

สาระการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักสูตรสถานศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนบ้านบึง

“อุตสาหกรรมนุเคราะห์” ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้เพื่อเป็นเป้าหมายสำคัญในการพัฒนานักเรียน ซึ่งมาตรฐานการเรียนรู้จะระบุสิ่งที่นักเรียนต้องเรียนรู้ ปฏิบัติได้ มีคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ เมื่อจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน ซึ่งสาระและมาตรฐานการเรียนรู้มีดังต่อไปนี้ (หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์”, 2557)

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

- สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้
- มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล
- มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล
- มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา
- สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้
- มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากการศึกษาสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ข้างต้นสรุปได้ว่า สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 6 สาระ ได้แก่ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยมาตรฐานการเรียนรู้จำนวน 14 มาตรฐาน ซึ่งการทำวิจัยในครั้งนี้ สอดคล้องกับสาระที่ 4 พีชคณิต ในมาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน และมาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา และสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในมาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

คำอธิบายรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 (ค31202) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2

โรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์” ได้กำหนดคำอธิบายรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 (ค31202) จำนวน 2.0 หน่วยกิต เวลา 80 ชั่วโมง ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้ (หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์”, 2557)

ศึกษา ฝึกทักษะ/ กระบวนการ จนมีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเมทริกซ์และการดำเนินการของเมทริกซ์ หาคู่เทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มไม่เกินสี่ วิเคราะห์และหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น หาระยะระหว่างจุดสองจุด จุดกึ่งกลาง ระยะระหว่างเส้นตรงกับ

จุด หาความชันของเส้นตรง สมการเส้นตรง เส้นขนาน เส้นตั้งฉาก และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา เขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นภาคตัดกรวยเมื่อกำหนดส่วนต่าง ๆ ของภาคตัดกรวยให้และเขียนกราฟของความสัมพันธ์นั้น นำความรู้เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ไปใช้แก้ปัญหา มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชัน สร้างฟังก์ชันและนำความรู้เรื่องฟังก์ชัน ไปใช้แก้ปัญหาได้

โดยใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน โดยสามารถนำหลักปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียงมาบูรณาการกับความรู้คณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบ มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ สามารถสร้างผลงาน นำเสนอผลงานได้อย่างสร้างสรรค์ มีการนำความรู้ดังกล่าวมาเชื่อมโยงและประยุกต์ในการดำเนินชีวิตประจำวัน พร้อมทั้งจะปรับตัวก้าวสู่ประชาคมอาเซียนในอนาคตได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ มีคุณธรรมจริยธรรม และมีคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ผลการเรียนรู้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเมทริกซ์ และการดำเนินการของเมทริกซ์
2. หาคีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มไม่เกินสี่ได้
3. วิเคราะห์และหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นได้
4. ทหาระยะระหว่างจุดสองจุด จุดกึ่งกลาง ระยะระหว่างเส้นตรงกับจุดได้
5. หาความชันของเส้นตรง สร้างสมการเส้นตรง เส้นขนาน เส้นตั้งฉาก และนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้
6. นำความรู้เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ไปใช้แก้ปัญหาได้
7. เขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นภาคตัดกรวย เมื่อกำหนดส่วนต่าง ๆ ของภาคตัดกรวยให้ และเขียนกราฟของความสัมพันธ์นั้นได้
8. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชัน และสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้
9. นำความรู้เรื่องฟังก์ชัน ไปใช้แก้ปัญหาได้
10. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา
11. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม
12. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

13. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน

14. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

15. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากคำอธิบายรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 (ค31202) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 นักเรียนจะได้เรียนในหน่วยการเรียนรู้เรื่อง เมทริกซ์ เรขาคณิตวิเคราะห์ ภาคตัดกรวย และฟังก์ชัน ซึ่งผู้วิจัยได้นำเนื้อหา เรื่อง ฟังก์ชัน รวมทั้งทักษะกระบวนการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถนำความรู้ที่ได้จากการเรียนเรื่อง ฟังก์ชัน ไปใช้ในการแก้ปัญหาและการสื่อสาร สื่อความหมายได้อย่างถูกต้อง และเป็นระบบ ซึ่งวัดและประเมินผลที่ได้จากการเรียนรู้โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

โครงสร้างรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 (ค31202) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2

โรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์” ได้กำหนดโครงสร้างรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 (ค31202) จำนวน 2.0 หน่วยกิต เวลา 80 ชั่วโมง โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 2-1 (หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์”, 2557)

ตารางที่ 2-1 หน่วยการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ เวลา (ชั่วโมง) และน้ำหนักคะแนน

ลำดับ ที่	ชื่อหน่วย การเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนัก (คะแนน)
1	เมทริกซ์	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเมทริกซ์ และการดำเนินการของเมทริกซ์ 2. หาคีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มไม่เกินสี่ได้	- สัญลักษณ์และสมบัติของเมทริกซ์ - การดำเนินการของเมทริกซ์ - คีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์	25	45

ตารางที่ 2-1 (ต่อ)

ลำดับ ที่	ชื่อหน่วย การเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนัก (คะแนน)
		3. วิเคราะห์และหาคำตอบ ของระบบสมการเชิงเส้น ได้	- การใช้เมทริกซ์ แก้ระบบสมการ เชิงเส้น		
2	เรขาคณิต วิเคราะห์	4. ทหาระยะระหว่างจุดสอง จุด จุดกึ่งกลางระยะ ระหว่างเส้นตรงกับจุดได้ 5. หาความชันของเส้นตรง สร้างสมการเส้นตรง เส้นขนาน เส้นตั้งฉาก และ นำไปใช้ในการแก้ปัญหา ได้ 6. นำความรู้เรื่องเรขาคณิต วิเคราะห์ไปใช้แก้ปัญหาได้	- ระยะห่างและ จุดกึ่งกลาง ระหว่างจุดสองจุด - ความชันของ เส้นตรง สมการ เส้นตรง - เส้นขนาน เส้นตั้งฉาก - เรขาคณิต วิเคราะห์กับ การแก้ปัญหา	22	29
3	ภาคตัด กรวย	7. เขียนความสัมพันธ์ที่มี กราฟเป็นภาคตัดกรวย เมื่อ กำหนดส่วนต่าง ๆ ของ ภาคตัดกรวยให้ และเขียนกราฟของ ความสัมพันธ์นั้นได้	- การเลื่อนแกน ทางขนาน - วงกลม - วงรี - พาราโบลา - ไฮเพอร์โบลา	13	9
4	ฟังก์ชัน	8. มีความคิดรวบยอด เกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟ ของฟังก์ชัน และสร้าง ฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่ กำหนดให้ได้	- ความสัมพันธ์ - ความหมายของ ฟังก์ชัน - ฟังก์ชันจาก A ไป B	20	17

ตารางที่ 2-1 (ต่อ)

ลำดับ ที่	ชื่อหน่วย การเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนัก (คะแนน)
		9. นำความรู้เรื่องฟังก์ชัน ไปใช้แก้ปัญหาได้	- ฟังก์ชันหนึ่งต่อ หนึ่งจาก A ไป B - ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B - ฟังก์ชันหนึ่งต่อ หนึ่งจาก A ไป ทั่วถึง B - ฟังก์ชันเพิ่มและ ฟังก์ชันลด - การดำเนินการ ของฟังก์ชัน - ฟังก์ชันประกอบ - ฟังก์ชันผกผัน		
		รวม		80	100

จากการศึกษาโครงสร้างรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 (ค31202) โรงเรียนบ้านบึง
“อุตสาหกรรมนุเคราะห์” ซึ่งประกอบด้วย หน่วยการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ จำนวน
ชั่วโมง และน้ำหนักคะแนน ผู้วิจัยได้เลือกใช้นิยามสาระคณิตศาสตร์ในหน่วยการเรียนรู้
เรื่อง ฟังก์ชัน โดยมีผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ ดังตารางที่ 2-2

ตารางที่ 2-2 หน่วยการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ เวลา และน้ำหนักคะแนนที่ใช้ในงานวิจัย

ชื่อหน่วยการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนัก (คะแนน)
ฟังก์ชัน	<p>1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชัน และสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้</p> <p>2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้</p> <p>3. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม</p> <p>4. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน</p>	<p>- ความหมายของฟังก์ชัน</p> <p>- ฟังก์ชันจาก A ไป B</p> <p>- ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B</p> <p>- ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B</p> <p>- ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B</p> <p>- ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด</p> <p>- การดำเนินการของฟังก์ชัน</p> <p>- ฟังก์ชันประกอบ</p> <p>- ฟังก์ชันผกผัน</p>	16	14
	รวม		16	14

แผนการจัดการเรียนรู้

ความหมายของแผนการจัดการเรียนรู้

สุวิทย์ มูลคำ (2549, หน้า 59) ได้ให้ความหมายของแผนการจัดการเรียนรู้ว่าหมายถึง แผนการเตรียมการสอนหรือการกำหนดกิจกรรมการเรียนรู้ไว้ล่วงหน้าอย่างเป็นระบบ และเขียนไว้ เป็นลายลักษณ์อักษร โดยมีการรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ มากำหนดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อให้ ผู้เรียนบรรลุจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้ โดยเริ่มจากการกำหนดวัตถุประสงค์ว่า จะให้ผู้เรียนเกิด การเปลี่ยนแปลงด้านใด (สติปัญญา/ ทักษะ/ ทักษะ) จะจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิธีใด ใช้สื่อ การสอนหรือแหล่งการเรียนรู้ใดและจะประเมินอย่างไร

ศศิธร เวียงวะลัย (2556, หน้า 51) ได้ให้ความหมายของแผนการจัดการเรียนรู้ว่าหมายถึง แผนในการจัดการเรียนการสอนที่ครูหรือผู้สอนเป็นผู้จัดทำขึ้นจากแนวการจัดการเรียนการสอน ของคู่มือครู หรือกรมวิชาการภายใต้กรอบเนื้อหาสาระที่ผู้สอนต้องการให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ โดยกำหนดจุดประสงค์ วิธีการดำเนินการหรือกิจกรรมให้ผู้เรียนบรรลุวัตถุประสงค์ สื่อการเรียนรู้ และวิธีวัดผลประเมินผลที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

ชนาธิป พรกุล (2554, หน้า 355) กล่าวถึงแผนการจัดการเรียนรู้ว่า เป็นเอกสารทาง วิชาการที่ครูจัดทำล่วงหน้าอย่างเป็นระบบเพื่อใช้จัดการเรียนการสอน ประกอบด้วยรายการ กิจกรรมที่ผู้เรียนและครูร่วมกันทำตามลำดับในช่วงเวลาหนึ่ง มีจุดมุ่งหมายให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วย ความสะดวก และสนุกในการเรียน

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2555, หน้า 36) ได้ให้ความหมายของแผนการจัดการเรียนรู้ ว่าหมายถึง การเตรียมการจัดการเรียนรู้ไว้ล่วงหน้าอย่างเป็นระบบและเป็นลายลักษณ์อักษร เพื่อใช้ เป็นแนวทางในการดำเนินการจัดการเรียนรู้ในรายวิชาใดวิชาหนึ่งให้บรรลุผลตามมาตรฐาน การเรียนรู้และตัวชี้วัดที่หลักสูตรกำหนดซึ่งสอดคล้องกับหน่วยการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น

จากการศึกษาความหมายของแผนการจัดการเรียนรู้ข้างต้น สรุปได้ว่า แผนการจัด การเรียนรู้ หมายถึง เอกสารทางวิชาการที่ครูจัดทำล่วงหน้าอย่างเป็นระบบเพื่อใช้จัดการเรียน การสอน และเขียนไว้เป็นลายลักษณ์อักษร โดยกำหนดจุดประสงค์ วิธีการดำเนินการหรือกิจกรรม ให้ผู้เรียนบรรลุวัตถุประสงค์ สื่อการเรียนรู้ และวิธีวัดผลประเมินผลที่สอดคล้องกับจุดประสงค์ การเรียนรู้

ลักษณะของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ดี

อารมณ์ ใจเที่ยง (2546, หน้า 216) ได้กล่าวถึงลักษณะของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ดีไว้ ดังนี้

1. เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติให้ได้มากที่สุด โดยมีผู้สอนเป็น

ผู้ให้คำแนะนำ ส่งเสริม หรือกระตุ้นให้กิจกรรมที่ผู้เรียนดำเนินการเป็นไปตามจุดประสงค์ การเรียนรู้ที่กำหนดไว้

2. เป็นกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนค้นพบคำตอบ หรือทำสำเร็จด้วยตนเอง โดยผู้สอน ต้องลดบทบาทจากผู้บอกคำตอบมาเป็นผู้ออกกระตุ้นด้วยคำถามหรือปัญหา ให้ผู้เรียนคิดแก้ไข หรือหาแนวทางไปสู่ความสำเร็จในการทำกิจกรรมด้วยตนเอง

3. เป็นกิจกรรมที่มุ่งให้ผู้เรียนรับรู้ และเรียนรู้อย่างเป็นกระบวนการ และสามารถนำ กระบวนการไปใช้ได้จริงในชีวิตประจำวัน

4. เป็นกิจกรรมที่ผู้สอนได้ใช้นวัตกรรมการเรียนรู้ต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับจุดประสงค์ การเรียนรู้ เหมาะสมกับสาระการเรียนรู้และผู้เรียน

5. เป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมการใช้ประโยชน์จากวัสดุอุปกรณ์ แหล่งการเรียนรู้ในชุมชน และภูมิปัญญาท้องถิ่น

สุวิทย์ มูลคำ (2549, หน้า 59) ได้กล่าวถึงลักษณะของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ดีไว้ ดังนี้

1. กำหนดผลการเรียนรู้ที่คาดหวังในการสอนเรื่องนั้น ๆ ว่าต้องการให้ผู้เรียนเกิด คุณสมบัติอะไรหรือด้านใดไว้ชัดเจน

2. กำหนดกิจกรรมการเรียนการสอน และระบุบทบาทของครูและผู้เรียนไว้อย่างชัดเจน เพื่อนำไปสู่ผลการเรียนรู้ตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวังได้จริง

3. กำหนดสื่ออุปกรณ์หรือแหล่งเรียนรู้ไว้อย่างชัดเจนว่าจะใช้สื่อ อุปกรณ์ หรือ แหล่งเรียนรู้ใดช่วยบ้าง และใช้อย่างไร

4. กำหนดวิธีการวัดและประเมินผลไว้อย่างชัดเจนว่าจะใช้วิธีการและเครื่องมือใน การวัดแบบใด

5. ยืดหยุ่นและปรับเปลี่ยนได้ ในกรณีมีปัญหาในการนำไปใช้

6. มีความทันสมัย ทันต่อเหตุการณ์ ความเคลื่อนไหวต่าง ๆ และสอดคล้องกับสภาพที่ เป็นจริงที่ผู้เรียนดำเนินชีวิตอยู่

7. แปลความได้ตรงกัน แผนการจัดการเรียนรู้ที่เขียนนั้น จะต้องสื่อความหมายได้ ตรงกัน เขียนให้อ่านเข้าใจง่าย กรณีมีการสอนแทนหรือมีการเผยแพร่ ผู้ที่นำไปใช้สามารถเข้าใจ และให้ได้ตรงตามจุดประสงค์ของผู้เขียนแผนการจัดการเรียนรู้

8. มีการบูรณาการ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ดี จะสะท้อนให้เห็นถึงการบูรณาการ แบบองค์รวมของเนื้อหาสาระ ความรู้ และวิธีการจัดการเรียนรู้เข้าด้วยกัน

9. มีการเชื่อมโยงความรู้ไปใช้อย่างต่อเนื่อง เปิดโอกาสให้ผู้เรียนนำความรู้และ ประสบการณ์เดิมมาเชื่อมโยงกับความรู้และประสบการณ์ใหม่ และนำไปใช้กับชีวิตจริงกับ

การเรียนรู้ในเรื่องต่อไป

จากการศึกษาลักษณะของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ดีข้างต้น สามารถสรุปลักษณะของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ดีได้ว่า ต้องกำหนดผลการเรียนรู้ที่คาดหวังให้ชัดเจน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเน้นให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ เปิดโอกาสให้ผู้เรียนค้นพบคำตอบ หรือทำสำเร็จด้วยตนเอง โดยผู้สอนต้องลดบทบาทจากผู้บอกคำตอบมาเป็นผู้คอยกระตุ้นด้วยคำถามหรือปัญหาให้ผู้เรียนคิดแก้ไข หรือหาแนวทางไปสู่ความสำเร็จในการทำกิจกรรมด้วยตนเอง กำหนดสื่ออุปกรณ์ วิธีการวัดและประเมินผลไว้ชัดเจน มีความยืดหยุ่นและปรับเปลี่ยนได้ และสอดคล้องกับสภาพที่เป็นจริงที่ผู้เรียนดำเนินชีวิตอยู่

การประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้

สม โภชน์ อเนกสุข (2553, หน้า 112) กล่าวถึง การใช้แบบประเมินความเหมาะสมขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ มีลักษณะเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) ดังนี้

5 คะแนน	เหมาะสมมากที่สุด
4 คะแนน	เหมาะสมมาก
3 คะแนน	เหมาะสมปานกลาง
2 คะแนน	เหมาะสมน้อย
1 คะแนน	เหมาะสมน้อยที่สุด

การใช้แบบวัดชนิดมาตราส่วนประมาณค่า นั้น ผู้วิจัยต้องรายงานผลของการตอบของกลุ่มตัวอย่างที่ตอบในแต่ละข้อหรือด้าน ว่ามีความเห็นอยู่ในระดับใด กรณีเช่นนี้จะต้องหาค่าเฉลี่ยของกลุ่มในแต่ละข้อ (หรือแต่ละด้าน) แล้วแปลความหมายค่าเฉลี่ยค่าเฉลี่ยอีกที ในการแปลความหมายนั้นจะใช้เกณฑ์ซึ่งเป็นระบบเดียวกันกับระบบการตรวจให้คะแนน ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, หน้า 102-103)

ค่าเฉลี่ย	ความหมาย
4.51-5.00	เหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด
3.51-4.50	เหมาะสมอยู่ในระดับมาก
2.51-3.50	เหมาะสมอยู่ในระดับปานกลาง
1.51-2.50	เหมาะสมอยู่ในระดับน้อย
1.00-1.50	เหมาะสมอยู่ในระดับน้อยที่สุด

จากการศึกษาการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ข้างต้น ผู้วิจัยใช้แบบประเมินความเหมาะสมขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้แบบมาตราส่วนประมาณค่า

ดังนี้

5 คะแนน	เหมาะสมมากที่สุด
4 คะแนน	เหมาะสมมาก
3 คะแนน	เหมาะสมปานกลาง
2 คะแนน	เหมาะสมน้อย
1 คะแนน	เหมาะสมน้อยที่สุด

และนำคะแนนที่ได้แต่ละข้อมาหาค่าเฉลี่ย แล้วแปลความหมาย ดังนี้

ค่าเฉลี่ย	ความหมาย
4.51-5.00	เหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด
3.51-4.50	เหมาะสมอยู่ในระดับมาก
2.51-3.50	เหมาะสมอยู่ในระดับปานกลาง
1.51-2.50	เหมาะสมอยู่ในระดับน้อย
1.00-1.50	เหมาะสมอยู่ในระดับน้อยที่สุด

วิธีการแบบเปิด

การจัดเรียนการสอน โดยใช้วิธีการแบบเปิดพัฒนาโดยชิมาดะ (Shimada) และคณะ ซึ่งมีที่มาจากการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ตามจุดประสงค์ขั้นสูง โดยปัญหาปลายเปิดได้ถูกพัฒนาขึ้นมาเพื่อใช้ในการประเมินจุดประสงค์เหล่านี้ หลังจากนั้นปัญหาปลายเปิดจึงถูกนำมาใช้ในการเรียนการสอนในห้องเรียน โดยเรียกวิธีการสอนแบบนี้ว่า วิธีการแบบเปิด (Ikeda, 2010, p.6) ซึ่งในช่วงทศวรรษที่ 1970-1980 วิธีการแบบเปิดได้กลายเป็นวิธีการในการปฏิบัติการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในห้องเรียนญี่ปุ่นและได้แพร่หลายไปทั่วโลก (Inprasitha, 2006, p. 169)

ความหมายของวิธีการแบบเปิด

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของวิธีการแบบเปิดไว้ดังนี้

Becker and Shimada (1997, p. 1) กล่าวว่า วิธีการแบบเปิด เป็นการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดในชั้นเรียนเพื่อจัดประสบการณ์ในการค้นพบสิ่งใหม่ให้กับนักเรียนซึ่งนักเรียนจะต้องใช้ความรู้ ทักษะ หรือแนวทางการคิดที่นักเรียนได้เรียนรู้มาก่อนหน้านี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาดังกล่าว

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ (2546, หน้า 14) ได้ให้ความหมายของวิธีการแบบเปิดว่าเป็นวิธีการสอนวิธีหนึ่งที่นักเรียนสามารถทำกิจกรรมที่ก่อให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่าง

คณิตศาสตร์กับนักเรียน และเกิดแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

จากการศึกษาความหมายของวิธีการแบบเปิดจากนักการศึกษาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่าวิธีการแบบเปิด หมายถึง วิธีการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดแก้ปัญหาในแนวทางของตนเอง และเกิดแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งในการแก้ปัญหา นักเรียนต้องอาศัยความรู้ ทักษะ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์หรือสร้างองค์ความรู้ใหม่ขึ้นมาเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

จุดมุ่งหมายของการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงจุดมุ่งหมายของการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดไว้ดังนี้

Nohda (2000, p. 41) กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดมีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนทุกคนสามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อตอบสนองต่อความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเองประกอบกับระดับของการตัดสินใจด้วยตนเองในการเรียนรู้ของนักเรียน และสามารถอธิบายกระบวนการเรียนรู้ของตนเองและผลที่เกิดขึ้นเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้

สุลัดดา ลอยฟ้า และไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547, หน้า 18) ได้กล่าวว่า รูปแบบการสอนที่เน้นการใช้วิธีการแบบเปิด มุ่งเตรียมผู้เรียนด้วยสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะเป็นปัญหาแบบเปิดที่มีความเป็นไปได้อย่างหลากหลายที่จะสนองความต้องการ ความสนใจหรือความสามารถในการพัฒนาวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันของแต่ละคน และขณะเดียวกันเป็นปัญหาที่สนับสนุนและกระตุ้นกระบวนการคิดวิเคราะห์ สืบเสาะหาแนวทางการแก้ปัญหาและสามารถสร้างปัญหาใหม่จากปัญหาดังกล่าว ด้วยประสบการณ์ในการแก้ปัญหาดังกล่าวผู้เรียนถูกคาดหวังให้เรียนรู้ไม่เพียงแต่ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ แต่ที่สำคัญคือได้เรียนรู้ผ่านกระบวนการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์อันได้แก่ วิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ ความเชื่อ และความตระหนักในการคิดเกี่ยวกับการเรียนรู้ของตนเอง

จากการศึกษาจุดมุ่งหมายของการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดจากนักการศึกษาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า วิธีการแบบเปิดมีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนทุกคนสามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์ในแนวทางของตนเอง และตอบสนองต่อความต้องการ ความสนใจหรือความสามารถในการพัฒนาวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันของแต่ละคน และยังช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีส่วนร่วมในบทเรียนมากขึ้น และที่สำคัญคือนักเรียนได้เรียนรู้ผ่านกระบวนการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

นักการศึกษากล่าวถึงขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ดังนี้

Becker and Shimada (1997, pp. 33-34) ได้กล่าวถึง แนวคิดเกี่ยวกับการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การนำเสนอปัญหาปลายเปิด (Posing the problem)

เมื่อครูนำเสนอปัญหาปลายเปิดในห้องเรียน นักเรียนมักจะถามว่า “อะไรคือสิ่งที่ครูอยากให้เรา” คำถามเหล่านี้มักจะก่อให้เกิดความยุ่งยากกับนักเรียนหลาย ๆ คนที่เพิ่งเคยใช้วิธีการแบบเปิด เพราะฉะนั้นนักเรียนเหล่านี้ไม่คุ้นเคยกับการใช้ข้อกำหนดลักษณะ ความสัมพันธ์ กฎ วิธีการดำเนินการในวิชาคณิตศาสตร์ หรือในการตอบสนองต่อปัญหาเหล่านั้น และนักเรียนไม่สามารถเข้าใจได้ว่าจะใช้อะไรในการแก้ปัญหา ในการช่วยเหลือนักเรียนให้เข้าใจความหมายของปัญหามีวิธีการดังนี้

- สนับสนุนนักเรียนให้เน้นไปที่ประเด็นสำคัญที่ได้จากปัญหาโดยใช้เครื่องฉาย อาจเป็นการฉายแสดงให้นักเรียนทั้งห้องได้เห็นปัญหาร่วมกันทั้งห้อง

- ให้ข้อมูลในแบบกว้าง ๆ การให้คำแนะนำที่หลากหลายในสถานการณ์ปัญหา หรือ ยกตัวอย่างที่เป็นรูปธรรมให้เห็นมากกว่าปัญหาแบบนามธรรม เช่น การยกตัวอย่างเกี่ยวกับปัญหาในเรื่องทำยีนนักกีฬาเบสบอล ครูต้องให้ความกระจ่างคือ ความสำคัญไม่ใช่แค่ทฤษฎีแต่ต้องแสดงให้เห็นด้วย

- สถานการณ์ปัญหาที่ให้ต้องไม่จำกัดวิธีคิด ความคิดของนักเรียน เช่น ในการแก้ปัญหาด้วยตัวนักเรียนจากชุดของของแข็งที่กำหนดให้ ครูอาจจะแนะแนวทางในการทำงานโดยอาศัยสภาพของของแข็ง “ในอันดับแรก ให้ดูประเด็นที่ว่า มันสามารถวางแผนติดกับพื้นราบได้”

- ใช้สื่ออุปกรณ์ที่สามารถจับต้องได้มาเป็นตัวอย่าง เช่น ขวดน้ำ เป็นต้น

2. การจัดการเรียนการสอน (Organizing the teaching)

เมื่อครูนำเสนอปัญหาปลายเปิดที่เน้นกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแล้ว ครูต้องคอยระวังที่จะไม่เข้าไปแทรกแซงแนวคิดของนักเรียนที่จะทำให้นักเรียนเกิดการหันเห ซึ่งการสอนในรูปแบบนี้คล้ายกับการสอนทั่วไป ประกอบด้วย

2.1 งานรายบุคคล

2.2 อภิปรายทั้งชั้นเรียน (งานกลุ่ม) อย่างไรก็ตามเมื่อครูไม่ได้มองที่คำตอบ

เพียงอย่างเดียว ครูสามารถคาดหวังแนวคิดใหม่ ๆ จากนักเรียนที่นักเรียนยังไม่ได้เรียนซึ่งจะแสดงออกมาจากใครสักคนเพื่อที่จะมาอภิปรายต่อชั้นเรียน ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญในการนำแนวคิดจากหนึ่งคนไปสู่การเรียนรู้เป็นกลุ่ม

3. การจดบันทึกของนักเรียน (Recording students' responses)

เป็นสิ่งสำคัญมากที่ต้องมีการจดบันทึกทำทางการตอบสนอง วิธีการ คำตอบของปัญหาที่ได้มาจากการทำงานรายบุคคลและงานกลุ่ม เพื่อใช้ในการเรียนครั้งต่อไป ดังนั้น ต้องใช้สมุดบันทึกหรือใบกิจกรรม หรืออาจจะเป็นแนวทางอื่นเพื่อความสะดวกสบายในการบันทึกข้อมูลของนักเรียน โดยการเก็บรวบรวมใบกิจกรรมเมื่อเรียนเสร็จแต่ละครั้ง ครูสามารถใช้ใบกิจกรรมเหล่านั้นมาประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนรายบุคคลและกลุ่มจากที่นักเรียนได้ทำกิจกรรมไปแล้ว สิ่งสำคัญที่ครูต้องทำ คือ การพัฒนาบทเรียนครั้งต่อไป ครูจะต้องระบุให้ได้ว่านักเรียนคนใดที่ยังไม่เข้าใจปัญหา และให้ตัวอย่างที่มากกว่า หรือหาทางกระตุ้นนักเรียนให้คิดเกี่ยวกับปัญหาในทางต่าง ๆ ซึ่งสิ่งนี้สามารถทำได้ในขณะที่ครูเดินสำรวจการทำงาน of นักเรียน ควรใช้เวลาในการทำงานของนักเรียนอย่างเพียงพอเพื่อให้นักเรียนทำงานได้อย่างสมบูรณ์

4. การสรุปสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ (Summarizing what students have learned)

ครูควรให้นักเรียนเขียนงานของตนเองทั้งงานรายบุคคลและงานกลุ่มบนกระดาน เพื่อให้ทุกคนมองเห็น จากนั้นครูควรให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วม ถึงแม้ว่าจะมีหลายคนที่ได้คำตอบเหมือนกันหรือซ้ำกันกับคนอื่น ๆ แม้ว่าจะเกิดข้อผิดพลาดในการแก้ปัญหาหรือแก้ปัญหาได้ไม่สมบูรณ์ ครูควรที่จะไม่บอกว่าผิด ควรพูดถึงงานของนักเรียนในทางบวก และแก้ไขโดยให้ข้อคิดเห็นจากเพื่อนนักเรียนคนอื่น ๆ แทน เมื่อนักเรียนให้การสนับสนุนวิธีการนั้นเป็นจำนวนมากปัญหานั้นก็จะหาข้อสรุปได้ง่าย ครูควรชี้ให้นักเรียนมุ่งเน้นไปที่ประเด็นเดียวกัน และนำเข้าสู่ข้อสรุป ดังนั้น ในขณะที่มีการรวบรวมความเหมาะสม และการแก้ไขคำตอบของนักเรียน ครูควรรวบรวมและจัดการกับแนวคิดเหล่านั้น เพื่อเป็นการจัดลำดับการบันทึกเพื่อหามุมมองที่ชัดเจน สรุปองค์ความรู้ที่ได้และส่งเสริมให้นำไปใช้ในชั่วโมงต่อไป

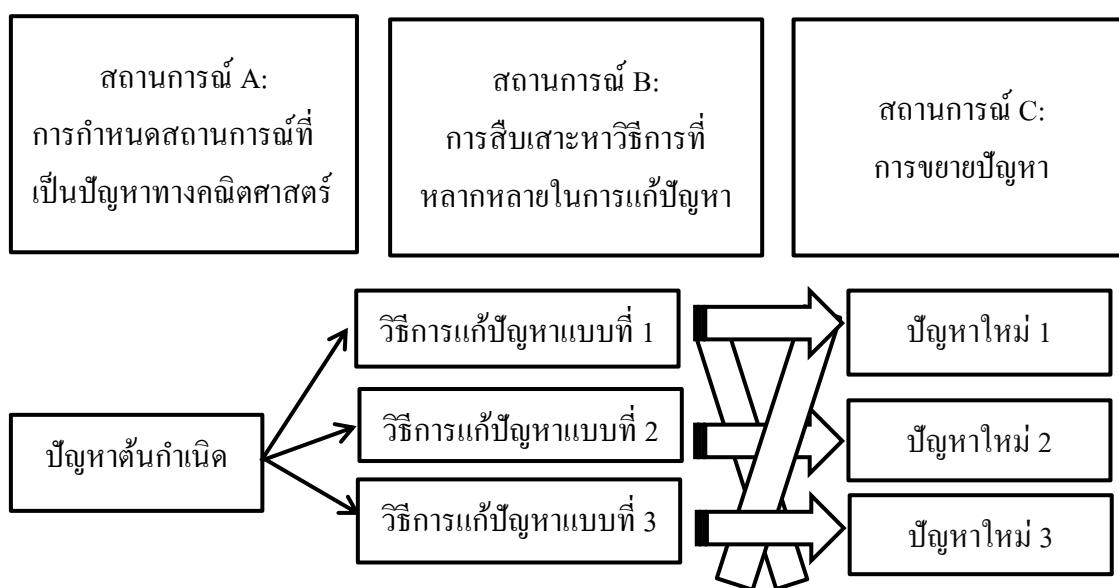
Nohda (2000, pp. 42-43) กล่าวว่า แนวทางการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด ประกอบด้วยสถานการณ์การสอน 3 สถานการณ์ ดังนี้

สถานการณ์ A การกำหนดสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Formulating a problem mathematically) โดยครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาหรือปัญหาดังกล่าวในชั้นเรียน และให้นักเรียนพยายามตระหนักถึงปัญหาว่าเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการตอบสนองการเรียนรู้ของตนเอง

สถานการณ์ B การสืบเสาะหาวิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา (Investigating various approach to the formulated problem) เป็นการให้นักเรียนหาแนวทางแก้ปัญหาโดยอาศัยประสบการณ์ที่มีอยู่ของตนเอง โดยครูเป็นผู้ชี้แนะให้เกิดการอภิปรายเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายที่นักเรียนนำเสนอ และสามารถบูรณาการคำตอบที่อาจจะเห็นว่าไม่

เกี่ยวข้องกันให้เชื่อมโยงสัมพันธ์กันเป็นความรู้ใหม่ที่สูงกว่าความรู้เดิมที่มีอยู่เดิม

สถานการณ์ C การขยายปัญหา (Posing advanced problems) นักเรียนสร้างปัญหาให้มีความเป็นกรณีทั่วไป โดยอาศัยพื้นฐานจากกิจกรรมในสถานการณ์ B และจากการแก้ปัญหาที่ผ่านมา นักเรียนได้รับการคาดหวังว่าจะสามารถค้นพบแนวทางแก้ไขปัญหาที่เป็นกรณีทั่วไปได้มากขึ้น โดยสถานการณ์การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด แสดงได้ดังภาพที่ 2-1



ภาพที่ 2-1 สถานการณ์การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open-approach method)

Inprasitha (2011, pp. 56-59) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนของการสอน โดยใช้วิธีการแบบเปิด ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การนำเสนอปัญหาปลายเปิด (Posing open-ended problem)

เมื่อครูนำเสนอปัญหาปลายเปิดในชั้นเรียน นักเรียนจะถูกถามว่า “นักเรียนค้นพบคุณสมบัติ (ความสัมพันธ์ กฎ วิธีการ ฯลฯ) อะไรบ้าง” ในช่วงแรกของการใช้วิธีการนี้ คำถามในลักษณะนี้อาจทำให้นักเรียนบางคนเกิดความสับสนเพราะนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับคุณสมบัติความสัมพันธ์ กฎ วิธีการ ฯลฯ ในคณิตศาสตร์หรือในการตอบปัญหา นักเรียนจึงไม่เข้าใจว่าต้องการให้ทำอะไร เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจความหมายของปัญหา ครูอาจใช้แนวทางต่อไปนี้

- กระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาประเด็นเดียวกัน โดยดูปัญหาผ่านทางจอโปรเจกเตอร์หรือบนกระดาน

- เพิ่มเติมข้อมูลสำหรับกรณีทั่ว ๆ ไป สำหรับการแนะนำตัวอย่างหลากหลายใน

สถานการณ์ปัญหาหรือโดยการแสดงข้อมูลที่เป็นรูปธรรมมากกว่าที่ให้ไว้ในปัญหา

- ให้ตัวอย่างที่ไม่จำกัดแนวทางการคิดเกี่ยวกับปัญหาของนักเรียน

- สร้างสื่อรูปธรรมที่เป็นต้นแบบ

2. การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน (Students' self learning)

วิธีการแบบเปิดถูกเน้นในเรื่องการคิดทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนแต่ละคน

ครูต้องระมัดระวังไม่กำหนดข้อเสนอนี้สำหรับนักเรียนทุกคน แต่ครูต้องปรับข้อเสนอนี้ให้เหมาะสมกับความคิดเห็นของนักเรียนอย่างเฉพาะเจาะจง การสอนลักษณะนี้ก็เหมือนกับการสอนทั่ว ๆ ไปที่ประกอบด้วยการทำงานรายบุคคล การอภิปรายทั้งชั้นเรียน อย่างไรก็ตามเราไม่ต้องการแค่วิธีเดียว เราคาดการณ์ไปที่ประเด็นใหม่ ๆ ที่ยังไม่เกิดขึ้น ซึ่งประเด็นใหม่ ๆ หรือแนวคิดใหม่ ๆ นี้จะเกิดขึ้นในขณะที่มีการอภิปรายในชั้นเรียน สิ่งสำคัญของแนวทางนี้คือการแบ่งปันการเรียนรู้รายบุคคลไปที่การเรียนรู้ในกลุ่ม

3. การอภิปรายและเปรียบเทียบทั้งชั้นเรียน (Whole class discussion and comparison)

การเขียนบันทึกการตอบปัญหา แนวทางเข้าสู่ปัญหา หรือวิธีแก้ปัญหานั้นทำโดยนักเรียนแต่ละคนหรือในกลุ่มการเรียนที่ผ่านมาเป็นสิ่งสำคัญมาก ดังนั้นการใช้สมุดบันทึกหรือใบงานอาจสะดวกสำหรับนักเรียนที่จะบันทึกข้อมูลเหล่านี้ รวมทั้งการรวบรวมใบงานทั้งหมด ชั่วโมงเรียน ครูสามารถใช้ข้อมูลเหล่านี้มาประเมินการเรียนรู้รายบุคคลหรือการเรียนรู้ในกลุ่ม กิจกรรมของนักเรียนในชั้นตอนนี้เป็นสิ่งสำคัญมากต่อการพัฒนาบทเรียนในอนาคต ครูควรพยายามจำแนกนักเรียนว่าใครไม่เข้าใจปัญหาและให้ตัวอย่างเพิ่มขึ้นหรือเสนอนี้เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดในแนวทางที่เกี่ยวข้องกับปัญหา สิ่งเหล่านี้เกิดขึ้นในขณะที่ครูเดินเพื่อที่จะดูรายละเอียดการทำงานของนักเรียน ถ้ามีเวลามากพอควรอนุญาตให้นักเรียนทำงานให้เสร็จเรียบร้อย

4. การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน (Summarization through connecting students' ideas emerged in the classroom)

ครูหรือนักเรียนควรเขียนงานของตัวเองหรือของกลุ่มบนกระดานเพื่อให้สมาชิกในห้องได้เห็น จากนั้นครูรวบรวมแนวคิดทั้งหมดของนักเรียนถึงแม้ว่าบางแนวคิดจะเหมือนกันหรือเป็นการซ้ำกับคนอื่น ๆ นักเรียนควรได้รับการกระตุ้นให้ยืนยันงานของตนเองไม่ว่าจะสอดคล้องหรือสามารถสรุปรวบยอดแนวคิดเข้ากับแนวคิดของนักเรียนคนอื่น ๆ ได้หรือไม่ก็ตาม ยิ่งไปกว่านั้นเมื่อแนวคิดบางอย่างที่น่าเสนอไม่ถูกต้องหรือไม่สมบูรณ์ ครูควรพิจารณาในมุมมองหรือปรับแนวคิดเหล่านั้นจากข้อเสนอแนะของนักเรียนคนอื่น ๆ เมื่อนักเรียนเสนอแนวคิดเป็นจำนวนมากเพื่อที่จะไปสู่ข้อสรุป ครูควรสนใจที่ประเด็นใดประเด็นหนึ่งและนำไปสู่ข้อสรุป ดังนั้นขณะที่รวมและปรับการตอบสนองของนักเรียนให้เหมาะสม ครูควรผสมผสานและจัดเรียงตามแนวคิดนั้น ๆ

สรุปการเรียนรู้และกระตุ้นเพื่อเป็นการเตรียมสำหรับชั่วโมงเรียนต่อไป

จากการศึกษาขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดจากนักการศึกษาข้างต้น
ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดดังตารางที่ 2-3

ตารางที่ 2-3 การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดของผู้วิจัย

Becker and Shimada (1997)	Nohda (2000)	Inprasitha (2011)	ผู้วิจัย
<p>1. ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด</p> <p>ครูนำเสนอปัญหาปลายเปิดในชั้นเรียน ซึ่งการช่วยเหลือให้นักเรียนให้เข้าใจ ความหมายของปัญหา ครูต้องสนับสนุน นักเรียนให้เน้นไปที่ประเด็นสำคัญที่ได้ จากปัญหาโดยใช้การฉายแสง หรือให้ ข้อมูลแบบกว้าง ๆ หรือยกตัวอย่างที่เป็น รูปธรรม หรือใช้สื่อ ที่สามารถจับต้องได้</p>	<p>1. ขั้นการกำหนดสถานการณ์ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ ครูนำเสนอสถานการณ์ ปัญหาในชั้นเรียน และให้นักเรียน ตระหนักถึงปัญหาว่าเป็นปัญหาใน การตอบสนองการเรียนรู้ของตนเอง</p>	<p>1. ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิดใน ชั้นเรียน ครูนำเสนอปัญหาปลายเปิดใน ชั้นเรียน และเพื่อให้นักเรียนเข้าใจ ความหมายของปัญหา ครูอาจกระตุ้นให้ นักเรียนพิจารณาประเด็นเดียวกัน โดยดู ปัญหาผ่านจอโปรเจคเตอร์หรือ บนกระดาน ให้ตัวอย่างที่ไม่จำกัดแนวคิด เกี่ยวกับปัญหาของนักเรียน และใช้ สื่อรูปธรรม</p>	<p>1. ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด</p> <p>ครูนำเสนอปัญหาปลายเปิด พร้อม ใบกิจกรรมแก่นักเรียนเป็นกลุ่ม</p>
<p>2. ขั้นการจัดการเรียนการสอน นักเรียน เรียนรู้จากการแก้ปัญหาปลายเปิด โดยครู ไม่เข้าแทรกแซงแนวคิดของนักเรียน ซึ่ง ประกอบด้วยการทำงานรายบุคคลและ การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน</p>	<p>2. ขั้นการสืบเสาะหาวิธีการที่หลากหลาย ในการแก้ปัญหา นักเรียนหาแนวทาง การแก้ปัญหาโดยอาศัยประสบการณ์ ที่มีอยู่ โดยครูเป็นผู้ชี้แนะให้เกิด การอภิปรายเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของ วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายที่นักเรียน</p>	<p>2. ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน นักเรียนลงมือแก้ปัญหา โดยครูต้องไม่ กำหนดข้อเสนอแนะสำหรับนักเรียน แต่ ครูต้องปรับข้อเสนอแนะให้เหมาะกับ ความคิดเห็นของนักเรียนอย่าง เฉพาะเจาะจง ซึ่งประกอบด้วยการทำงาน</p>	<p>2. ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน</p> <p>นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือแก้ปัญหา ปลายเปิด หาแนวทางการแก้ปัญหา โดย อาศัยประสบการณ์ที่มีอยู่หรือสร้าง องค์ความรู้ใหม่ขึ้นมาเพื่อแก้ปัญหา นักเรียน แต่ละกลุ่มเขียนบันทึกคำตอบ</p>
<p>3. ขั้นการจดบันทึกของนักเรียน นักเรียน</p>	<p>วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายที่นักเรียน</p>	<p>เฉพาะเจาะจง ซึ่งประกอบด้วยการทำงาน</p>	<p>นักเรียน แต่ละกลุ่มเขียนบันทึกคำตอบ</p>

ตารางที่ 2-3 (ต่อ)

Becker and Shimada (1997)	Nohda (2000)	Inprasitha (2011)	ผู้วิจัย
<p>จดบันทึกวิธีการ คำตอบของปัญหา ที่ได้มาจากงานรายบุคคลหรืองานกลุ่ม อาจใช้สมุดบันทึกหรือใบกิจกรรมในการบันทึก ซึ่งครูสามารถใช้สมุดบันทึกหรือใบกิจกรรมเหล่านี้ในการประเมินผล การเรียนรู้ของนักเรียนรายบุคคลหรือกลุ่ม</p>	<p>นำเสนอ</p>	<p>รายบุคคล และการอภิปรายทั้งชั้นเรียน 3. ชั้นการอภิปรายและเปรียบเทียบทั้งชั้นเรียน นักเรียนรายบุคคลหรือกลุ่มเขียนบันทึกการตอบปัญหา แนวทางเข้าสู่ปัญหาหรือวิธีแก้ปัญหา อาจจะใช้สมุดบันทึกหรือใบงาน ซึ่งครูสามารถใช้ข้อมูลเหล่านี้มาประเมินการเรียนรู้ของนักเรียนรายบุคคลหรือกลุ่ม</p>	<p>และวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรม จากนั้นนักเรียน แต่ละกลุ่มนำเสนอ วิธีการแก้ปัญหาของกลุ่มตนเองบนกระดาน โดยครูมีหน้าที่ชี้แนะให้เกิดการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหานั้นที่นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอ และครูมีหน้าที่เก็บใบกิจกรรมเพื่อนำมาประเมินการเรียนรู้ของนักเรียนแต่ละกลุ่ม</p>
<p>4. ชั้นการสรุปสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ นักเรียนเขียนงานของตนเองทั้งงานรายบุคคลและกลุ่มบนกระดาน และให้นักเรียนทุกคนได้มีส่วนร่วม ถึงแม้ว่าจะมีหลายคนที่ได้คำตอบเหมือนกัน ครูชี้แนะให้นักเรียนมองเห็นที่ประเด็น</p>	<p>-</p>	<p>4. ชั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน นักเรียนเขียนงานของตัวเองหรืองานกลุ่มบนกระดาน จากนั้นครูรวบรวมแนวคิดทั้งหมดของนักเรียนเพื่อที่จะไปสู่ข้อสรุป ครูควรสนใจที่ประเด็นใดประเด็นหนึ่ง</p>	<p>3. ชั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ครูรวบรวมแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหาทั้งหมด และให้นักเรียนร่วมกันสะท้อนกลับแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียนโดยการเชื่อมโยง</p>

ตารางที่ 2-3 (ต่อ)

Becker and Shimada (1997)	Nohda (2000)	Inprasitha (2011)	ผู้วิจัย
เดียวกัน และนำเข้าสู่ข้อสรุป		และนำไปสู่ข้อสรุป เมื่อนักเรียนเสนอแนวคิดเป็นจำนวนมากเพื่อที่จะนำไปสู่ข้อสรุป	แนวคิดจากการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน
-	3. ขั้นการขยายปัญหา นักเรียนต้องพยายามสร้างปัญหาให้ที่มีความเป็นกรณีทั่วไป โดยอาศัยพื้นฐานจากกิจกรรมในชั้นที่ 2 และจากการแก้ปัญหาที่ผ่านมา นักเรียนได้รับการคาดหวังว่าจะสามารถค้นพบแนวทางแก้ไขปัญหาที่เป็นกรณีทั่วไปได้	-	4. ขั้นการสร้างปัญหาใหม่ นักเรียนสร้างปัญหาใหม่จากปัญหาที่ครูนำเสนอ โดยการเปลี่ยนเงื่อนไขหรือคุณลักษณะของปัญหาเดิม และแก้ปัญหาที่สร้างขึ้น

จากตารางที่ 2-3 ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดจากนักการศึกษา 3 ท่าน ซึ่งขั้นตอนที่ผู้วิจัยใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด ครูนำเสนอปัญหาปลายเปิด พร้อมใบกิจกรรมแก่นักเรียนเป็นกลุ่ม

ขั้นที่ 2 ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือแก้ปัญหาปลายเปิด โดยหาแนวทางการแก้ปัญหา โดยอาศัยประสบการณ์ที่มีอยู่หรือสร้างองค์ความรู้ใหม่ขึ้นมาเพื่อแก้ปัญหา โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มเขียนบันทึกคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรม จากนั้นนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอวิธีการแก้ปัญหากลุ่มของตนเองบนกระดาน โดยครูมีหน้าที่ชี้แนะให้เกิดการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหานั้นที่นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอ และครูมีหน้าที่เก็บใบกิจกรรมเพื่อนำมาประเมินการเรียนรู้ของนักเรียนแต่ละกลุ่ม

ขั้นที่ 3 ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ครูรวบรวมแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหาทั้งหมด และให้นักเรียนร่วมกันสะท้อนกลับแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียนโดยการเชื่อมโยงแนวคิดจากการแก้ปัญหาดังกล่าวที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นการสร้างปัญหาใหม่ นักเรียนสร้างปัญหาใหม่จากปัญหาที่ครูนำเสนอ โดยการเปลี่ยนเงื่อนไขหรือคุณลักษณะของปัญหาเดิม และแก้ปัญหานั้นที่สร้างขึ้น

บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

นักการศึกษากล่าวถึงบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ดังนี้

Foong (2000, p. 52) กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด ครูจะเป็นผู้จัดสภาพแวดล้อมที่ส่งเสริมการเรียนรู้ให้กับนักเรียน ให้เวลากับนักเรียนในการเรียนรู้มากขึ้น โดยการจัดการเรียนการสอนมีการสะท้อนกลับ มีการอภิปรายและการสืบค้นด้วยตนเอง เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มากยิ่งขึ้น ครูจัดให้ห้องเรียนมีสภาพแวดล้อมการเรียนรู้แบบเปิด โดยใช้รูปแบบของปัญหาปลายเปิด ที่มีการบูรณาการให้สอดคล้องกับชีวิตจริง ซึ่งจะให้ความสำคัญกับปัญหาที่สร้างสรรค์และปัญหาที่เกี่ยวข้องกับนักเรียน และจะลดความสำคัญของปัญหาที่มีรูปแบบซ้ำ ๆ

Nohda (2000, p. 41) ได้กล่าวว่า ครูที่ใช้วิธีการแบบเปิดในการจัดการเรียนการสอน จำเป็นที่จะต้องพยายามทำความเข้าใจแนวคิดของนักเรียนให้ได้มากที่สุด เพื่อให้แนวคิดของนักเรียนเพิ่มขึ้นในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการแลกเปลี่ยนแนวคิดกับนักเรียนคนอื่น หรือ โดยการแนะนำของครู และเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนมีการบริหารจัดการตนเองในการขยายต่อกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ ดังนั้น การเรียนการสอน โดยใช้วิธีการแบบเปิดจึงมุ่งเน้นที่จะเปิดใจของ

นักเรียนที่มีต่อคณิตศาสตร์ ซึ่งการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดยึดหลัก 3 ประการ ดังนี้

1. มีความเกี่ยวข้องกับความเป็นอิสระของกิจกรรมของนักเรียน นั่นคือ ครูต้องตระหนักถึงคุณค่าของกิจกรรมของนักเรียน โดยพยายามไม่เข้าไปสอดแทรกกระหว่างที่นักเรียนลงมือแก้ปัญหา

2. มีความเกี่ยวข้องกับวิวัฒนาการและธรรมชาติของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์ มีความเป็นทฤษฎีและเป็นระบบ ดังนั้น ความรู้ที่สำคัญนั้นมาจากความรู้เดิม ซึ่งความรู้เดิมจะเป็นแรงผลักดันให้นักเรียนค้นพบความรู้ใหม่

3. มีความเกี่ยวข้องกับการตัดสินใจที่เหมาะสมของครูในชั้นเรียน ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ครูมักจะเผชิญกับแนวคิดของนักเรียนที่ครูไม่ได้คาดมาก่อน ซึ่งครูมีบทบาทสำคัญในการทำให้แนวคิดเหล่านี้มีบทบาทอย่างเต็มที่ในชั้นเรียน และพยายามทำให้นักเรียนคนอื่นสามารถเข้าใจแนวคิดเหล่านั้น ได้อย่างแท้จริง

จากการศึกษาบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดข้างต้นสรุปได้ว่า ครูมีหน้าที่ในการจัดให้ห้องเรียนมีการเรียนรู้แบบเปิดโดยใช้ปัญหาหลายเปิด เพื่อให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นที่จะแก้ปัญหา ให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการแก้ปัญหาด้วยตนเองมากขึ้น ให้เวลากับนักเรียนในการคิดและสืบค้นวิธีการแก้ปัญหา ส่งเสริมให้นักเรียนมีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน และมีการสะท้อนกลับการเรียนรู้ของนักเรียน รวมทั้งครูจะต้องพยายามทำความเข้าใจแนวคิดของนักเรียนให้ได้มากที่สุด และพยายามทำให้นักเรียนสามารถเข้าใจแนวคิดของนักเรียนคนอื่น ได้อย่างแท้จริง

ข้อดีของการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

นักการศึกษาได้กล่าวถึงข้อดีของการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดไว้ดังนี้

Becker and Shimada (1997, pp. 33-34) ได้กล่าวถึงข้อดีของการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดไว้ดังนี้

1. นักเรียนมีส่วนร่วมในบทเรียนอย่างกระตือรือร้นและได้แสดงความคิดเห็นของตนเองมากขึ้น
2. นักเรียนมีโอกาสนำความรู้และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้มากขึ้น
3. นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำสามารถแก้ปัญหาโดยวิธีการที่นักเรียนได้ค้นพบด้วยตนเอง
4. นักเรียนมีแรงจูงใจในการแก้ปัญหามากขึ้น
5. นักเรียนได้รับประสบการณ์อย่างมากในการค้นพบวิธีการแก้ปัญหาและได้รับ

การยอมรับจากเพื่อนในชั้นเรียน

Nohda (2000, pp. 46-47) กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดจะตอบสนองต่อความแตกต่างระหว่างบุคคลทั้งในเรื่องความสามารถและความสนใจ และสนับสนุนให้นักเรียนสืบเสาะหาแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลายและสร้างปัญหาใหม่ขึ้นมาด้วยตนเอง

จากการศึกษาข้อดีของการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดข้างต้น สรุปได้ว่าการจัดการศึกษาโดยใช้วิธีการแบบเปิดตอบสนองต่อความแตกต่างระหว่างบุคคลทั้งในเรื่องความสามารถและความสนใจ ทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมในบทเรียน ได้แสดงความคิดเห็นของตนเอง และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้มากขึ้น ซึ่งนักเรียนที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำสามารถแก้ปัญหาในแนวทางของตนเอง และนักเรียนจะได้รับประสบการณ์อย่างมากในการแก้ปัญหา

ปัญหาปลายเปิด

ความหมายของปัญหาปลายเปิด

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิด ไว้ดังนี้

Becker and Shimada (1997, p. 1) กล่าวว่า ปัญหาที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาโดยทั่วไปเป็นปัญหาที่สร้างให้มีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว โดยคำตอบของปัญหากำหนดให้มีคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ถูกต้องเพียงอย่างใดอย่างหนึ่ง เรียกปัญหาในลักษณะนี้ว่า ปัญหาสมบูรณ์หรือปัญหาแบบปิด ส่วนปัญหาอีกประเภทหนึ่งที่สร้างให้มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ เรียกว่า ปัญหาไม่สมบูรณ์หรือปัญหาปลายเปิด

McIntosh (2000, p. 5) ได้กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิด เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่เคยประสบมาก่อน กล่าวคือ เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคยและท้าทายความสามารถของนักเรียน เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่สามารถตอบได้ทันที

ปรีชา เนาว่าเย็นผล (2543, หน้า 30) กล่าวถึงปัญหาปลายเปิดว่าเป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบเปิดกว้าง มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ หรือมีวิธีการ หรือแนวทางหาคำตอบได้หลายวิธี

สุรัช อินทสังข์ (2545, หน้า 37) กล่าวว่า ปัญหาแบบปลายเปิด เป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคยอาจมีหลายคำตอบที่ถูกต้องและอาจมีหลายวิธีที่นำไปสู่คำตอบได้ (แทนที่จะใช้อีกวิธีหนึ่ง) คล้ายกับว่าปัญหาแบบปลายเปิดเป็นสถานการณ์เชิงชุมชน หรือบังคับให้นักเรียนต้องแสดงเหตุผลประกอบคำตอบ

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ (2546, หน้า 13) ได้กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิดเป็นสถานการณ์ปัญหา มีทั้งคำตอบที่หลากหลาย มีกระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และสามารถพัฒนาไปเป็นปัญหาอื่นได้ ซึ่งจะทำให้นักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันในชั้นเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ตามความถนัดและความสนใจของตนเอง

จากการศึกษาความหมายของปัญหาปลายเปิดจากนักการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่า ปัญหาปลายเปิด หมายถึง ปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ มีวิธีการหรือแนวทางในการได้มาซึ่งคำตอบของปัญหาได้มากกว่า 1 วิธี และสามารถพัฒนาปัญหาเดิมไปเป็นปัญหาใหม่ได้หลากหลาย

ความสำคัญของปัญหาปลายเปิด

นักการศึกษาและองค์กรทางการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของปัญหาปลายเปิด ดังนี้ Foong (2000, pp. 50-52) ได้กล่าวถึงการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนว่าเป็นการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ให้นักเรียนมีโอกาสเรียนรู้ด้วยตนเอง และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทำงานเป็นกลุ่ม พูดคุยแลกเปลี่ยนความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างกันภายในกลุ่ม เกิดความร่วมมือกัน ซึ่งปัญหาปลายเปิดถือว่าเป็นส่วนหนึ่งที่สำคัญของบทเรียนคณิตศาสตร์ ที่สามารถนำเข้าสู่หัวข้อใหม่หรือใช้ในการประเมินความเข้าใจของนักเรียน และถือได้ว่าเป็นสิ่งสำคัญที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอน

ปรีชา เนาว่าเย็นผล (2543, หน้า 35) กล่าวว่า การแก้ปัญหาปลายเปิดจะเป็นเครื่องมือในการพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนได้เห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์ในการนำไปใช้แก้ปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ ใกล้เคียงชีวิตจริง และเหมาะสมกับวัยของนักเรียน อีกทั้งเป็นการให้นักเรียนได้มีโอกาสที่เหมาะสมในการเรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาและมีประสบการณ์ในการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาซึ่งเป็นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่นักเรียนสามารถนำไปใช้ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริงของนักเรียน

กรมวิชาการ (2545, หน้า 205) ได้ระบุว่า ปัญหาปลายเปิด เป็นปัญหาที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของผู้เรียน สำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบ เมื่อผู้เรียนคนหนึ่งหาคำตอบหนึ่งได้แล้ว ก็ยังมีสิ่งที่ท้าทายให้ผู้เรียนคนอื่น ๆ คิดหาคำตอบอื่น ๆ ที่เหลืออยู่ สำหรับปัญหาที่มีแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบได้หลายอย่าง แม้ว่าผู้เรียนจะหาคำตอบได้ ผู้สอนต้องแสดงให้ผู้เรียนตระหนักถึงการให้ความสำคัญกับแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบนั้นด้วยการส่งเสริมและยอมรับแนวคิดหรือวิธีการอย่างหลากหลายของผู้เรียน ในการให้ผู้เรียนมีประสบการณ์ในการเรียนรู้แนวคิดหรือวิธีการหลาย ๆ อย่าง ในการแก้ปัญหาหนึ่งเป็นสิ่งที่มีความสำคัญมากกว่าการให้

ผู้เรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลาย ๆ ปัญหาโดยใช้แนวคิดหรือวิธีการเพียงอย่างเดียว นอกจากนี้การให้ผู้เรียนได้มีโอกาสสร้างปัญหาขึ้นเองให้มีโครงสร้างของปัญหาคล้ายกับปัญหาเดิมที่ผู้เรียนมีประสบการณ์ในการแก้มาแล้ว จะเป็นการช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในปัญหาเดิมอย่างแท้จริง และเป็นการช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของผู้เรียนอีกด้วย

สุรัช อินทร์สังข์ (2545, หน้า 37) กล่าวว่า เพราะว่ามีวิธีการหลายวิธีที่นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องได้ ปัญหาแบบปลายเปิดจึงเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคน ได้คิดหรือเลือกวิธีการที่ตัวเองถนัดออกมาใช้ในการแก้ปัญหาและเพราะว่าคำตอบที่ถูกต้องมีหลายคำตอบ นักเรียนแต่ละคนจึงมีโอกาสดที่จะได้คำตอบที่อาจไม่เหมือนใคร เป็นคำตอบเฉพาะของตัวเอง สถานการณ์แบบนี้จึงสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากแลกเปลี่ยนและเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อน เป็นการเรียนรู้ร่วมกันและจะนำมาซึ่งการพูดคุยสื่อสาร การยกเหตุผลเพื่อยืนยันและสนับสนุนคำตอบ และเกิดการอภิปรายในชั้นเรียนซึ่งอาจได้ความรู้ใหม่ และอาจได้ปัญหาใหม่ด้วย เมื่อปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนด้วยกันและครูเกิดขึ้น การเรียนรู้ก็ไม่น่าเบื่อ คู่มือชีวิตชีวา และนักเรียนจะรู้สึกดีว่าเรามีเสรีภาพในการคิด

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ (2546, หน้า 13) กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิด เปิดโอกาสให้นักเรียนจำนวนมากสามารถแก้ปัญหาได้อย่างเต็มศักยภาพ เพราะนักเรียนสามารถสร้างปัญหาของตนได้จากสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดที่กำหนดให้ และเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถมีประสบการณ์ที่ยาวนานในการแก้ปัญหาแต่ละครั้งได้ ซึ่งจะทำให้ความเชื่อมั่นของนักเรียนจำนวนมากว่าทุกคนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งความเชื่อมั่นนี้เป็นองค์ประกอบที่สำคัญของเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งน่าจะส่งเสริมการปฏิรูปกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียนได้ และการใช้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิดในชั้นเรียนจะช่วยให้ นักเรียนพัฒนาตนเองในด้านคุณลักษณะของความเป็นมนุษย์ และสติปัญญาทางด้านคณิตศาสตร์ในระหว่างการทำกิจกรรมในชั้นเรียนที่มีแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย มีการตั้งสมมติฐานว่าในระหว่างการทำกิจกรรมเดียวกัน นักเรียนที่มีความสามารถสูงกว่าจะมีส่วนร่วมกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น ส่วนนักเรียนที่มีความสามารถต่ำกว่าก็ยังคงสนุกกับกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ตามความสามารถ ความสนใจ และอารมณ์ของตนเอง

จากการศึกษาความสำคัญของปัญหาปลายเปิดจากนักการศึกษาและองค์กรทางการศึกษาข้างต้น สามารถสรุปความสำคัญของปัญหาปลายเปิดได้ว่า ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถคิดแก้ปัญหาได้อย่างเต็มศักยภาพ เปิดโอกาสให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง ช่วยพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และสามารถตอบตนเองต่อความคิดที่หลากหลายของนักเรียนได้ รวมถึงทำให้

นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

ประเภทของปัญหาปลายเปิด

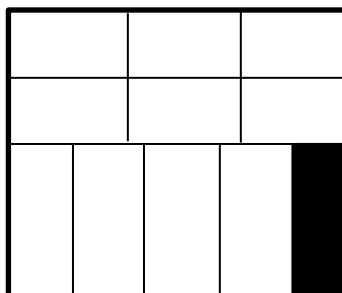
นักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็นดังนี้

Nohda (2000, pp. 43-45) กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิดที่ใช้ในการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด เป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Non-routine problems) และมีลักษณะเปิดกว้าง แบ่งปัญหาปลายเปิด ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. กระบวนการเปิด (Process is open) ปัญหาชนิดนี้มีแนวทางในการแก้ปัญหาต้นกำเนิด ได้หลากหลาย อาจกล่าวได้ว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์ทุกปัญหาต่างก็เป็นปัญหาปลายเปิดใน ความหมายนี้ อย่างไรก็ตามประเด็นก็คือ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในโรงเรียนส่วนใหญ่จะเน้น การหาคำตอบเพียงคำตอบเดียวหรือไม่เน้นแง่มุมด้านกระบวนการของปัญหา ตัวอย่างของปัญหา ชนิดกระบวนการเปิด ได้แก่ เรื่อง ปัญหาการ์ด ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

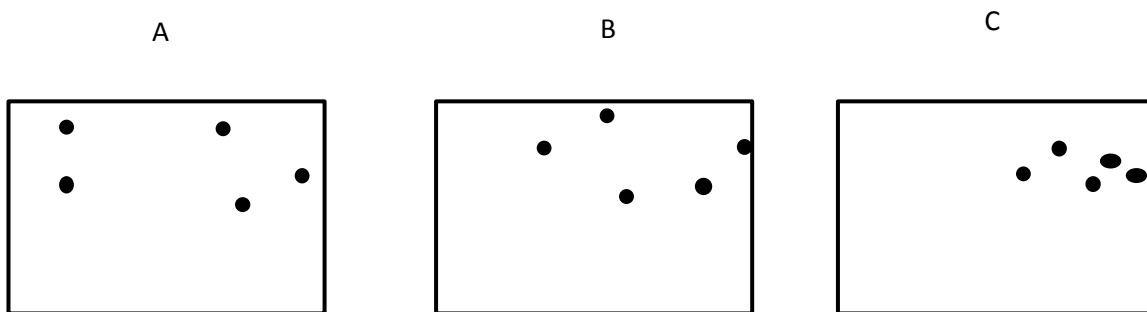
“นักเรียน 37 คน ต้องการทำการ์ควันเกิดให้กับคุณครู โดยในการประชุมตกลงกันว่า ทุกคนจะช่วยกันทำการ์ค ซึ่งพวกเขาจะต้องทำการ์คขนาดเล็ก (รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ยาว 15 ซม. และ กว้าง 10 ซม.) จากกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแผ่นใหญ่ (ยาว 45 ซม. และกว้าง 35 ซม.) ปัญหาที่คือ นักเรียนจะทำการ์คแผ่นเล็กจากกระดาษแผ่นใหญ่ได้กี่แผ่น”

โดยในการแก้ปัญหานี้ นักเรียนอาจจะแบ่งกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่กำหนดให้ ออกเป็นการ์คขนาดเล็ก แล้วลองจัดเรียงให้ได้ดังภาพที่ 2-2 หรือนักเรียนอาจใช้การคำนวณ $(35 \times 45) \div (15 \times 10)$ ได้คำตอบเท่ากับ 10.5 หรือนักเรียนบางคนอาจคำนวณจาก $(7 \times 9) \div (3 \times 2)$ โดยการใช้อัตราส่วน วิธีการแก้ปัญหานั้นจะช่วยให้ นักเรียนดำเนินกิจกรรมไปได้ตาม ความสามารถและความสนใจของนักเรียน โดยผ่านการอภิปรายกลุ่มซึ่งจะทำให้ นักเรียนมี กระบวนการแก้ปัญหาคิดขึ้น



ภาพที่ 2-2 การจัดเรียงการ์คขนาดเล็กให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

2. ผลลัพธ์เปิด (End products are open) ปัญหาปลายเปิดชนิดนี้มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ ซึ่งซิมาคะ และคณะได้พัฒนารูปแบบของปัญหานี้ขึ้น โดยในยุโรปปี 1986 Christansen and Walter ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับความสำคัญของปัญหาแบบสืบเสาะ ซึ่งคล้ายกับปัญหาที่มีผลลัพธ์แบบเปิด ตัวอย่างของปัญหาประเภทนี้ เช่น ปัญหาก้อนหิน ซึ่งเป็นที่รู้จักกันดีในฐานะที่เป็นตัวแทนของปัญหาปลายเปิด ดังภาพที่ 2-3



ภาพที่ 2-3 การกระจายของก้อนหินที่โยนโดยนักเรียน 3 คน คือ นักเรียน A นักเรียน B นักเรียน C

เกมนี้มีกติกาว่า นักเรียนคนใดที่โยนก้อนหินแล้วมีการกระจายน้อยที่สุดจะเป็นผู้ชนะ ซึ่งในตัวอย่างเหล่านี้ จะเห็นดีกรีของการกระจายจาก A ถึง C ในกรณีนี้ก็จะสะดวก ถ้าเราใช้การวัดเชิงตัวเลขในการกำหนดดีกรีของการกระจาย แล้วให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับมุมมองต่าง ๆ ที่หลากหลาย และแสดงแนวทางในการกำหนดดีกรีของการกระจายให้ได้มากที่สุด หลังจากนั้นให้นักเรียนคิดว่าคำตอบไหนเป็นคำตอบที่ดีที่สุดสำหรับปัญหานี้

ในการแก้ปัญหานี้ นักเรียนอาจจะใช้ “การวัดพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยม” โดยการกำหนดดีกรีของการกระจาย นักเรียนคนอื่นอาจคิดว่า “การวัดความยาวของส่วนของเส้นตรงทั้งหมดที่เชื่อมกับจุด 2 จุด” หรือนักเรียนบางคนอาจใช้ “การวัดรัศมีของวงกลมที่เล็กที่สุดที่รวมจุดทั้งหมด” ซึ่งวิธีการวัดเหล่านี้มีทั้งข้อดีและข้อเสีย โดยครูสามารถช่วยให้นักเรียนเห็นทั้งข้อดีและข้อเสียโดยการพูดคุยเกี่ยวกับวิธีการที่นักเรียนนำเสนอ

3. แนวทางการพัฒนาเปิด (Ways to develop are open) หลังจากที่นักเรียนได้แก้ปัญหามาแล้ว นักเรียนสามารถพัฒนาปัญหาไปเป็นปัญหาใหม่โดยการเปลี่ยนเงื่อนไขหรือการอ้างเหตุผลของปัญหาเดิม ซึ่งแง่มุมนี้เรียกว่า “จากปัญหาสู่ปัญหา” ซึ่งปัญหาที่เกิดขึ้นอาจกล่าวได้ว่าเป็นแนวทางในการพัฒนาเปิด ตัวอย่างของปัญหาคณิตศาสตร์นี้ได้แก่ เรื่อง ปัญหาไม้ขีดไฟ (Math stick problem) “ให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยใช้ไม้ขีดไฟดังแสดงในภาพที่ 2-4 ถ้าต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจำนวนแปดรูปจะต้องใช้ไม้ขีดไฟจำนวนเท่าใด”



ภาพที่ 2-4 การจัดเรียงไม้ขีดไฟ

1. ให้นักเรียนเขียนแนวทางในการแก้ปัญหาและคำตอบของปัญหาข้างต้น
2. ให้นักเรียนสร้างปัญหาให้คล้ายกับปัญหาข้างต้น โดยสร้างปัญหาเท่าที่นักเรียนจะสามารถสร้างได้ ซึ่งนักเรียนไม่ต้องหาคำตอบของปัญหาที่นักเรียนสร้างขึ้น
3. ให้นักเรียนเลือกปัญหาที่นักเรียนคิดว่าดีที่สุดจากปัญหาที่นักเรียนสร้างขึ้นข้างต้น และระบุข้อที่เลือก แล้วให้นักเรียนเขียนเหตุผลว่าทำไมนักเรียนจึงคิดว่าปัญหาที่เลือกเป็นปัญหาที่ดีที่สุด

จากการพัฒนาปัญหาข้างต้น นักเรียนอาจจะพัฒนาปัญหาขึ้นมาโดยการเปลี่ยนแปลงจำนวนของสี่เหลี่ยม หรือนักเรียนบางคนอาจจะเปลี่ยนเงื่อนไขจากรูปสี่เหลี่ยมไปเป็น “รูปสามเหลี่ยม” หรือ “รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน” ตัวอย่างเช่น นักเรียนบางคนอาจพัฒนาปัญหาที่ถามเกี่ยวกับจำนวนสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อกำหนดจำนวนก้อนไม้ขีดไฟที่ใช้ให้ ซึ่งนักเรียนสามารถเพลิดเพลินไปกับการพัฒนาปัญหาของตนเอง นอกจากนี้ นักเรียนยังสามารถเปรียบเทียบกับเพื่อน ๆ ในชั้นเรียน ทำให้นักเรียนสามารถอภิปรายเกี่ยวกับ โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาและ ความเป็นกรณีทั่วไปของแนวทางคำตอบของนักเรียนในชั้นเรียน

Takanashi (2004) ได้แบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่มีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย
2. ปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ

กรมวิชาการ (2545, หน้า 205-207) ระบุว่า ปัญหาปลายเปิดแบ่งออกเป็น 2 ประเภท

ได้แก่

1. ปัญหาที่มีหลายคำตอบ
2. ปัญหาที่มีแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบได้หลายอย่าง

จากการศึกษาประเภทของปัญหาปลายเปิดจากนักการศึกษาข้างต้น สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้แบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. กระบวนการเปิด เป็นปัญหาที่มีกระบวนการแก้ปัญหาได้หลากหลาย
2. ผลลัพธ์เปิด เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ
3. แนวทางการพัฒนาเปิด เป็นการพัฒนาปัญหาเดิมไปเป็นปัญหาใหม่ได้หลากหลาย

โดยการเปลี่ยนเงื่อนไขหรือคุณลักษณะของปัญหาเดิม

การสร้างปัญหาปลายเปิด

นักการศึกษาได้กล่าวถึงการสร้างปัญหาปลายเปิดไว้ดังนี้

Foong (2000, pp. 52-54) กล่าวว่า ปัญหาและแบบฝึกหัดที่พบในตอนท้ายของหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้สอนในโรงเรียนจะเป็นการตอบปัญหาแบบสั้น ๆ หรือรูปแบบปรนัย แบบฝึกหัดถูกออกแบบให้พัฒนาทักษะในไม่กี่ทักษะ พิจารณา ตัวอย่างในแบบฝึกหัดที่เกี่ยวกับการบวกพื้นที่และเส้นรอบรูป ดังนี้

แบบฝึกหัดในหนังสือ

1. หาเส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความกว้าง 8 เมตร และยาว 17 เมตร
2. หาความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีพื้นที่ 48 ตารางเมตร และกว้าง 6 เมตร

สองตัวอย่างนี้มีลักษณะคล้ายคลึงกันมาก ซึ่งมีคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือถูกต้องอย่างใดอย่างหนึ่ง มีการแก้ปัญหามาในขั้นตอนเดียว หรือโดยวิธีการแบบอื่น โดยปกตินักเรียนจะทำงานเป็นรายบุคคลเพื่อคำนวณคำตอบหลังจากใช้สูตรที่ถูกต้อง คำถามดังกล่าวช่วยให้ครูทราบว่านักเรียนมีการเรียนรู้ขั้นตอนในการคำนวณเส้นรอบรูป แต่แบบฝึกหัดเหล่านี้ไม่ได้เพิ่มความเข้าใจของนักเรียนในเส้นรอบรูปหรือความสัมพันธ์กับรูปร่างของสี่เหลี่ยมผืนผ้า

แต่อย่างไรก็ตาม ครูสามารถขยายและเปลี่ยนแบบฝึกหัดเหล่านี้ให้กลายเป็นปัญหาปลายเปิดสำหรับการทำงานเป็นกลุ่ม พิจารณาได้จากตัวอย่างของปัญหาปลายเปิด ดังต่อไปนี้

นายลีต้องการสร้างเล้าไก่เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยเขามีรั้วยาวทั้งหมด 20 เมตร อยากทราบว่านายลีสามารถสร้างเล้าไก่ขนาดใดได้บ้าง และนักเรียนคิดว่ารูปร่างของเล้าไก่แบบใดดีที่สุด

ครูให้นักเรียนคิด 1 ถึง 2 นาที ก่อนที่จะให้นักเรียนอภิปรายคำตอบกับเพื่อนในกลุ่ม ให้นักเรียนรับฟังเพื่อน และพยายามที่จะเข้าใจเหตุผลของเพื่อน ครูให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้การอภิปราย การคำนวณ การเขียนและการวาดภาพ เมื่อนักเรียนได้วิธีการแก้ปัญหาหนึ่งวิธีหรือมากกว่านั้นก็ให้สมาชิกในแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมาอธิบายเหตุผลของวิธีการแก้ปัญหากลุ่มตนเอง

ในการแก้ปัญหานี้ให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่มสามคนหรือสี่คน ปัญหาที่เกิดขึ้นในขณะนี้ มีมากกว่าหนึ่งสิ่งทำหาย ซึ่งได้แก่

- มีคำตอบที่เป็นไปได้จำนวนมาก

- มีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย
- ต้องใช้ทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- สามารถนำแนวคิดทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง
- เกิดการต่อยอดทางความคิด
- อาจจะใช้กลยุทธ์ที่ซับซ้อนในการแก้ปัญหา

ในทำนองเดียวกัน การหาพื้นที่ที่สามารถถูกนำไปสร้างเป็นปัญหาปลายเปิดที่ต้องการให้ผู้เรียนเกิดความคิดที่หลากหลายมากขึ้น โดยมีคำตอบที่แตกต่างกัน

ตัวอย่างเช่น

หาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาว 12 เมตร กว้าง 4 เมตร

ขยายไปเป็นปัญหาปลายเปิด ได้ดังนี้

ในวันหยุดของโรงเรียน ครูแทนต้องการที่จะทำสีผนังด้านหลังห้องเรียน ซึ่งผนังห้องกว้าง 12 เมตร และสูง 4 เมตร โดยในการทำสีนั้น สีหนึ่งกระป๋องราคา 32.50\$ จะสามารถทาพื้นที่ผนังได้ 10 ตารางเมตร อยากทราบว่าครูแทนต้องคำนึงถึงอะไรบ้าง จงวางแผนการซื้อสีของครูแทน

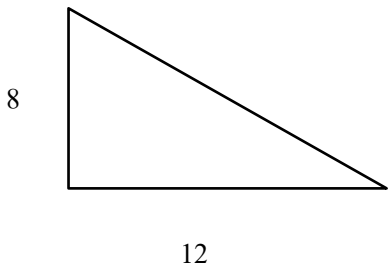
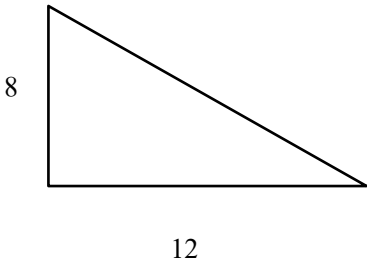
ปัญหานี้ให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนมีโอกาสฝึกทักษะต่อไปนี้

- คิดสร้างสรรค์และจินตนาการ
- การประมาณค่า การพิเศษ และการคำนวณในใจ
- กลยุทธ์: คาดเดาและตรวจสอบ ทำแผนภูมิหรือรายการ
- การพิจารณาของนักเรียน ไม่เพียงแต่การคำนวณจำนวน แต่ยังสามารถวางแผนรายการ

ซื้อสี

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2543, หน้า 30-31) กล่าวถึง การสร้างปัญหาปลายเปิดว่า โจทย์ปัญหาที่เป็นแบบฝึกหัดซึ่งนักเรียนทำอยู่เป็นประจำที่เป็นปัญหาปลายเปิดซึ่งมีคำตอบและวิธีการหาคำตอบอย่างเฉพาะเจาะจง สามารถพัฒนาปรับปรุงให้เป็นงานที่มีกระบวนการ และท้าทายยิ่งขึ้นกว่าเดิมโดยปรับเปลี่ยนขยายให้เป็นปัญหาปลายเปิด โดยวิธีการ เช่น ตัดเงื่อนไขบางประการออกไป การย้ายคำถาม การเพิ่มข้อมูลที่ไม่จำเป็นเข้าไปในปัญหา ดังตัวอย่างในตารางที่ 2-4

ตารางที่ 2-4 ตัวอย่างการขยายปัญหาปลายปิดไปเป็นปัญหาปลายเปิด

ปัญหาปลายปิด	ปรับขยายเป็นปัญหาปลายเปิด
1. $(2 + 6) - 3 = []$	1. สร้างจำนวนใดก็ได้บ้าง จาก 2, 3 และ 6
2. $3 \times 5 = []$	2. จงสร้างคำถามให้มีคำตอบเป็น 15
3. จงหาจำนวนต่อไปของลำดับ 1, 2, 4, ...	3. จงอธิบายว่า จำนวนต่อไปของลำดับ 1, 2, 4, ... ควรจะเป็นจำนวนใด
4. จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม	4. จงสร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของรูปนี้
	
5. มีมะม่วง 12 ผล จัดใส่ถุง ถุงละ 4 ผล ได้กี่ถุง	5. มีมะม่วง 12 ผล จัดใส่ถุง ถุงละเท่า ๆ กัน จัดได้อย่างไรบ้าง
6. จงเรียงลำดับ 8.061, 8.106 และ 8.016 จากน้อยไปหามาก	6. จงยกตัวอย่างจำนวนที่อยู่ระหว่าง 5.12 และ 5.102 มา 3 จำนวน โดยเรียงลำดับจากน้อยไปหามาก
7. เราเรียกรูปที่มีห้าด้านว่ารูปอะไร	7. เราสามารถสร้างรูปเรขาคณิตอะไรได้บ้าง จากส่วนของเส้นตรง 5 เส้น
8. จงเขียนกราฟของ	8. จงสำรวจ ศึกษากราฟของ
8.1 $y = 3x + 5$	$y = ax + b$
8.2 $y = 2x - 1$	สำหรับค่าต่าง ๆ ของ a และ b
8.3 $y = 7 - x$	

จากการศึกษาการสร้างปัญหาปลายเปิดข้างต้น สามารถสรุปได้ว่าการสร้างปัญหาปลายเปิด สามารถทำได้โดยการเปลี่ยนโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนให้ขยายไปเป็น

ปัญหาปลายเปิด โดยการตัดเงื่อนไขบางประการ หรือ การย้ายคำถาม หรือการเพิ่มข้อมูลที่ไม่จำเป็นเข้าไป และในการสร้างปัญหาปลายเปิดควรสร้างให้มีความน่าสนใจและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน เป็นปัญหาที่มีคำตอบถูกต้องหลายคำตอบ มีแนวทางในการหาคำตอบมากกว่า 1 วิธี สามารถสร้างเป็นปัญหาใหม่ได้หลากหลาย และมีการใช้ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการแก้ปัญหามathematics

ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและองค์กรทางการศึกษาได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Krulik and Rudnick (1993, p. 6) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์คือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณหรือไม่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่บุคคลต้องเผชิญ อาจจะเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มที่ต้องการแก้ปัญหา และไม่ทราบแนวทางในการหาคำตอบในทันที

สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 9) กล่าวถึง ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าเป็นปัญหาที่จะพบในการเรียนคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาต่าง ๆ จะต้องใช้ความสามารถในวิธีการแก้ปัญหา และความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมา

สมเดช บุญประจักษ์ (2550, หน้า 71) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง สถานการณ์ที่ต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ ซึ่งปัญหาอาจอยู่ในรูปตัวเลข สัญลักษณ์ รูปภาพ ข้อความ หรือเป็นโจทย์ปัญหา

ศศิธร แม่นสงวน (2555, หน้า 165-166) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

สสวท. (2555 ก, หน้า 102) ระบุว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่มีเนื้อหาสาระ กระบวนการ หรือความรู้ที่ผู้เรียนไม่เคยพบเห็นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที การหาคำตอบจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ รวมทั้งความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ การสังเคราะห์ ให้เหตุผล และการตัดสินใจ

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555, หน้า 109) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้ขั้นตอนหรือวิธีการหาคำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

จากการศึกษาความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์จากนักการศึกษาและองค์กรทางการศึกษาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่ โดยที่ไม่รู้คำตอบหรือวิธีการหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาหรือคำถามนั้นได้ในทันที ซึ่งต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ มาใช้ในการหาคำตอบ

ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี

จากความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น การเลือกปัญหามาใช้ในการจัดการเรียนการสอน ต้องคำนึงลักษณะของปัญหาที่นำมาใช้ เพื่อให้ตอบสนองต่อนักเรียนทุกคนและให้นักเรียนได้เรียนรู้ได้อย่างเต็มที่ ซึ่งมีนักการศึกษาและองค์กรทางการศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีไว้ดังนี้

Krulik and Rudnick (1993, p. 10) กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีว่ามีดังนี้

1. มีความน่าสนใจและท้าทายความสามารถของนักเรียน
2. ต้องมีทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณและทักษะการสังเกต
3. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีการอภิปรายและมีปฏิสัมพันธ์กัน
4. เกี่ยวข้องกับการทำความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์และเกี่ยวข้องกับการประยุกต์ใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์

การประยุกต์ใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์

5. ควรนำไปสู่หลักการทางคณิตศาสตร์ หรือลักษณะทั่วไปทางคณิตศาสตร์
6. มีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และมีคำตอบได้หลายคำตอบในขณะเดียวกัน

McIntosh (2000, p. 5) กล่าวถึงปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีว่ามีลักษณะดังนี้

1. เป็นปัญหาแบบเปิดที่มีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายและมีคำตอบที่หลายคำตอบ
2. เป็นปัญหาที่อยู่ในแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ
3. มีความท้าทายและสร้างความสนใจให้กับนักเรียน
4. มีการเชื่อมโยงกับการเรียนรู้ของนักเรียนก่อนหน้านี้

Sheffield and Cruikshank (2000, p. 38) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีควรเป็นปัญหาที่สร้างความสนใจให้กับผู้แก้ปัญหา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาต้องใช้ความพยายามในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคย

ยูพิน พิพิธกุล (2542, หน้า 5) กล่าวว่า วิชาคณิตศาสตร์นั้นเป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ปัญหาที่จะนำมาให้นักเรียนฝึกคิดนั้น อาจจะเป็นปัญหาที่จะต้องค้นหาคำความจริง หรือข้อสรุปใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน ปัญหาเกี่ยวกับวิชาการ เช่น การพิสูจน์ที่ต้องอาศัย

เหตุผล ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีต่าง ๆ ซึ่งจะถูกนำมาใช้ ปัญหาที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 18) กล่าวถึง ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีว่ามีดังนี้

1. ภาษาที่ใช้กระชับ รัดกุม ถูกต้อง สามารถเข้าใจได้ง่าย
2. แปลกใหม่สำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด ทำทลายความสามารถของนักเรียน
3. ไม่สั้นหรือไม่ยาวเกินไป
4. ไม่ยากหรือไม่ง่ายเกินไป สำหรับความสามารถของนักเรียนในวัยนั้น ๆ
5. สถานการณ์ปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน
6. ให้ข้อมูลที่เพียงพอ ที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้
7. เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน
8. ข้อมูลที่มีอยู่จะต้องทันสมัย และเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง
9. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี
10. นักเรียนสามารถใช้การวาดภาพหลายเส้น แผนภาพ ไคอะแกรม หรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา

การแก้ปัญหา

สสวท. (2555 ก, หน้า 102) ระบุว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรมีลักษณะดังนี้

1. สถานการณ์ของปัญหาและความยากง่ายต้องเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน
2. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในการพิจารณาแก้ปัญหาได้
3. ข้อมูลมีความทันสมัยและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของผู้เรียนหรือเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง

เป็นไปได้อย่างจริง

4. ภาษาที่ใช้มีความชัดเจน รัดกุม และเข้าใจง่าย
5. มีวิธีการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบได้หลากหลาย เช่น การเขียนแผนภาพ การจัดทำ

ตาราง หรือการสร้างสมการ

6. มีความท้าทายต่อความสามารถและช่วยกระตุ้นให้เกิดการพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน
7. ใช้ความรู้หรือเนื้อหาสาระหลายเรื่องประกอบกัน เพื่อให้มีการแก้ปัญหา

เชิงบูรณาการ

จากการศึกษาลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีจากนักการศึกษาและองค์กรทางการศึกษาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่าลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี ควรเป็นปัญหาแบบเปิดที่มีวิธีในการหาคำตอบที่หลากหลายและมีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบทำทลายความสามารถของนักเรียนและสร้างความสนใจให้กับนักเรียน เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย ซึ่งต้องเหมาะสมกับวัย

และเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน ไม่ยากหรือไม่ง่ายจนเกินไป รวมถึงมีการเชื่อมโยงกับความรู้ที่ได้เรียนรู้มาก่อนหน้านี้และใช้ความรู้หรือสาระหลายเรื่องประกอบกัน โดยมีการใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย กระชับ ถูกต้องและไม่สั้นหรือไม่ยาวเกินไป เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน มีข้อมูลที่ทันสมัยและเป็นสถานการณ์ปัญหาที่เป็นไปได้จริง รวมทั้งมีความเกี่ยวข้องกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญและมีการประยุกต์ใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา

ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและองค์กรทางการศึกษาได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Krulik and Rudnick (1993, p. 6) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหา เป็นกระบวนการที่บุคคลใช้ความรู้ที่ได้เรียนรู้มาก่อนหน้านี้ ทักษะ และความเข้าใจในการตอบสนองต่อสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย ซึ่งกระบวนการเริ่มต้นจะเป็นการเผชิญหน้าแรกเริ่ม จากนั้นสรุปคำตอบที่ได้ โดยการพิจารณาถึงเงื่อนไขเริ่มต้น ซึ่งนักเรียนต้องสังเคราะห์จากสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปแล้วและประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่

The National Council of Teacher of Mathematics (2000, p. 52) ได้เสนอความหมายของการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการกระทำที่ยังไม่ทราบวิธีการหาคำตอบ ซึ่งผู้เรียนจะต้องใช้ความรู้และกระบวนการในการแก้ปัญหา และบ่อยครั้งที่นักเรียนเกิดองค์ความรู้ใหม่จากการแก้ปัญหานี้ การแก้ปัญหานั้นเป็นเป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์และเป็นการกระทำที่มีความหมาย การแก้ปัญหานั้นเป็นการเรียนรู้ทุกส่วนของวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งไม่สามารถแยกขาดจากวิชาคณิตศาสตร์ได้

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 112) กล่าวว่า การแก้ปัญหานั้นเป็นกระบวนการที่ใช้เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ ปัญหาของคน ๆ หนึ่งอาจจะไม่ใช่ปัญหาของอีกคนหนึ่ง ในการแก้ปัญหานั้นจะต้องมีการวางแผนการรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ การกำหนดสารสนเทศที่ต้องการเพิ่มเติม มีการแสดงความคิดเห็น เสนอแนะแนวทางวิธีการแก้ปัญหานั้นที่หลากหลาย และทดสอบวิธีการแก้ปัญหานั้นที่เหมาะสม เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

จันทรา ประเสริฐกุล (2547, หน้า 32) ให้ความหมายของการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นกระบวนการหรือวิธีการ ยุทธวิธี เทคนิคเฉพาะต่าง ๆ ที่ผู้แก้ปัญหาต้องอาศัยความรู้ มโนคติ การคิดวิเคราะห์ ประสบการณ์ และทักษะพื้นฐานต่าง ๆ ที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้ ตลอดจนการคิดหาแนวทางปฏิบัติ เพื่อให้ปัญหานั้นหมดไปและบรรลุจุดหมายที่ต้องการ

สมเดช บุญประจักษ์ (2550, หน้า 71) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาว่า หมายถึง วิธีการได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา ซึ่งการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการของการนำความรู้หรือประสบการณ์ที่มีอยู่มาประยุกต์หรือปรับใช้กับสถานการณ์ใหม่ ๆ ที่ไม่คุ้นเคย เป็นการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ ความเข้าใจ ประสบการณ์เดิม และการดำเนินการ โดยใช้ข้อมูลที่กำหนด แล้วสังเคราะห์เป็นข้อค้นพบที่เป็นคำตอบของปัญหา การแก้ปัญหา จะหมายถึงกระบวนการทั้งหมดในการหาคำตอบของปัญหา ไม่ใช่แค่ผลลัพธ์สุดท้าย

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 39) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่ซับซ้อนและเกี่ยวข้องกับความรู้ ทักษะ และความสามารถหลายอย่าง เช่น ความรู้ในเนื้อหา ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการทำงาน ความสามารถในการคิดและความสามารถในการประเมินการทำงานของตนเอง นอกจากนี้ ยังเกี่ยวข้องกับประสบการณ์ เจตคติ และความเชื่อของผู้แก้ปัญหาด้วย

สสวท. (2555 ข, หน้า 7) ได้ระบุว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/ กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2555, หน้า 109) ได้กล่าวถึงว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหามust ต้องประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/ กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดไว้ในปัญหานั้น ๆ

จากการศึกษาความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากนักการศึกษาและองค์กรทางการศึกษาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ใช้ความรู้ ขั้นตอน/ กระบวนการแก้ปัญหา ทักษะ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สำหรับความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีนักการศึกษาและองค์กรทางการศึกษาได้ให้ไว้ดังนี้

จันทรา ประเสริฐกุล (2547, หน้า 32) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหของนักเรียนทั้งปัญหาธรรมดาและปัญหาแปลกใหม่

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 39) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนรวมถึงความสามารถ ดังต่อไปนี้

- ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา และวิเคราะห์แนวทางใน

การแก้ปัญหา

- ประเมินกระบวนการแก้ปัญหาที่ใช้ว่าเหมาะสมและมีประสิทธิภาพเพียงใด และประเมินความสมเหตุสมผลหรือความถูกต้องของคำตอบที่ได้
- พิสูจน์และแปลความหมายของผลที่ได้จากการแก้ปัญหาโดยคำนึงถึงปัญหาดั้งเดิม
- พัฒนาและใช้กลวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยเน้นปัญหาหลายขั้นตอนและปัญหาที่ไม่คุ้นเคย

- ปรับเปลี่ยนและขยายความเกี่ยวกับวิธีแก้ปัญหา ใช้แนวคิดในการหาคำตอบและกลวิธีแก้ปัญหากับปัญหาใหม่

- บูรณาการกลวิธีแก้ปัญหามาทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหทั้งในและนอกห้องเรียน
- สร้างปัญหาและสถานการณ์จากชีวิตประจำวัน ทั้งในและนอกห้องเรียน และตระหนักถึงความสำคัญของปัญหาเหล่านั้น

- ใช้กระบวนการสร้างแบบจำลองหรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริง

- มีความมั่นใจในการใช้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย

ศศิธร แม้นสงวน (2555, หน้า 152) ได้สรุปความหมายของความสามารถใน

การแก้ปัญหามathematics ว่า เป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหาและประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

สสวท. (2555 ก, หน้า 77) ได้ระบุว่า ความสามารถในการแก้ปัญหามathematics เป็นความสามารถในการประยุกต์ความรู้ ขั้นตอน หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กลยุทธ์และยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งปัญหามathematics มักเป็นปัญหาที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน และต้องใช้การคิดที่หลากหลาย เช่น คิดวิเคราะห์ คิดเชื่อมโยง คิดเชิงตรรกะ เพื่อหาแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหามีประสิทธิภาพมากที่สุด

จากการศึกษาความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหามathematics จากนักการศึกษาและองค์กรทางการศึกษาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหามathematics หมายถึง ความสามารถในการแสดงขั้นตอนกระบวนการคิดในการแก้ปัญหา ซึ่งต้องอาศัยการประยุกต์ใช้ความรู้ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหามathematics จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง

ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Krulik and Rudnick (1993, p. 4) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทำให้ผู้เรียนมองเห็น การเชื่อมโยงของสถานการณ์ต่าง ๆ ระหว่างข้อเท็จจริง ขั้นตอนวิธี และปัญหาในชีวิตจริง

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 97) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นหัวใจของการเรียนการสอน คณิตศาสตร์เพราะในการแก้ปัญหา ผู้เรียนต้องใช้ความคิดรวบยอด ทักษะการคิดคำนวณ หลักการ กฎ หรือสูตร แต่ผู้เรียนส่วนใหญ่มักไม่ประสบความสำเร็จ เนื่องจากผู้เรียนมีปัญหาในเรื่องทักษะ การทำความเข้าใจโจทย์และการวิเคราะห์โจทย์

สมเดช บุญประจักษ์ (2550, หน้า 71) ได้กล่าวถึงการแก้ปัญหว่าเป็นหัวใจของ คณิตศาสตร์ กิจกรรมของคณิตศาสตร์จะเกี่ยวกับการแก้ปัญหา และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะช่วยพัฒนาความรู้ ความคิดแก่ผู้เรียน ช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนคติ หลักการ และวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ทักษะการคิด การวิเคราะห์ การเชื่อมโยง การประยุกต์ใช้ความรู้ ตลอดจนความคิดสร้างสรรค์ ซึ่งเป็นคุณลักษณะที่ต้องการในการเรียนรู้คณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 39) ได้กล่าวว่าการแก้ปัญหาเป็นทักษะที่มีความสำคัญยิ่ง และมักรวมทักษะอื่น ๆ ที่สำคัญเข้าไว้ด้วยกัน เช่น การให้เหตุผล การสื่อสาร และการตัดสินใจ ผู้ที่มีทักษะการแก้ปัญหาก็ดีมีภูมิความรู้ ประสบการณ์ ระบบการคิด และการตัดสินใจที่ดีพอ อย่งไรก็ตาม แม้การแก้ปัญหาก็จะเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนและดูยุ่งยาก แต่ก็มีประโยชน์ต่อการพัฒนาผู้เรียนในหลาย ๆ ด้าน ดังนี้

1. ช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการคิดของผู้เรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น
2. ช่วยพัฒนาความสามารถของผู้เรียนในการเชื่อมโยงและใช้ความรู้ที่เรียนมาในการแก้ปัญหามาจริง
3. ช่วยพัฒนาทักษะของผู้เรียนในการเลือกและใช้กลวิธีแก้ปัญหอย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

4. ช่วยเพิ่มพูนประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากมาย

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2557, หน้า 66) กล่าวว่า การคิดแก้ปัญหาก็เป็นประเด็นหนึ่งที่สำคัญ และจำเป็นอย่างมากที่ต้องปลูกฝังให้แก่ผู้เรียน เพื่อให้เขามีความสามารถคิดแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งการแก้ปัญหามีจุดดีหลายประการ คือ

1. บทเรียนมีคุณค่าและมีความหมายต่อผู้เรียน การเสนอปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ จะทำให้ผู้เรียนเกิดความกระตือรือร้นในการเรียนทำให้บทเรียนหรือการเรียนในช่วงโมงนั้น ๆ

มีความหมายและมีคุณค่าต่อผู้เรียน

2. ผู้เรียน ได้ฝึกคิดแก้ปัญหา การนำเสนอปัญหาให้ผู้เรียนได้ขบคิดแก้ปัญหาเป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ฝึกฝนความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างมีระบบ ฝึกความคิดอย่างมีเหตุและผล และแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

3. ผู้เรียนได้ทำงานกลุ่ม การคิดแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการกลุ่มจะทำให้ผู้เรียนมีโอกาสทำงานร่วมกันในบรรยากาศแบบประชาธิปไตยมากขึ้น และกล้าเผชิญกับปัญหา

4. ผู้เรียนเข้าใจชัดเจน การเรียนโดยมีวิธีการแก้ปัญหาจะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนใช้ข้อมูลความรู้ที่เกี่ยวข้องมาใช้ในการแก้ปัญหา ทำให้มีความเข้าใจสิ่งที่เรียนอย่างลึกซึ้ง เกิดความจำระยะยาว (Long-Term Memory: LTM) ซึ่งจะสมารถนำสิ่งที่เรียนรู้ออกไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงทั้งในปัจจุบันและอนาคตได้

จากการศึกษาความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากนักการศึกษาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาเป็นหัวใจสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพราะกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่จะเกี่ยวกับการแก้ปัญหา ซึ่งทักษะการแก้ปัญหาคือเป็นทักษะที่มีความสำคัญและมีกรรมทักษะอื่น ๆ ที่สำคัญไปด้วยกัน เช่น การให้เหตุผล การสื่อสาร และการตัดสินใจ โดยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผู้เรียนต้องใช้ความรู้ ขั้นตอน/ กระบวนการแก้ปัญหา ทักษะ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งจะช่วยพัฒนาความรู้และมโนคติแก่ผู้เรียน ช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง พัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ การเชื่อมโยง และการประยุกต์ใช้ความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ โดยในการแก้ปัญหาก็จะทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจสิ่งที่ได้เรียนรู้อย่างลึกซึ้ง เกิดความจำระยะยาว และสามารถนำสิ่งที่เรียนรู้ออกไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงทั้งในปัจจุบันและอนาคตได้

กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถทำได้หลากหลายรูปแบบซึ่งมีนักการศึกษาได้นำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Polya (1957, pp. xvi – xvii, pp. 6-16) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) เป็นขั้นสร้างความคุ้นเคยและเข้าใจในปัญหา ซึ่งนักเรียนต้องทราบว่สิ่งที่โจทย์ต้องการคืออะไร โจทย์กำหนดข้อมูลหรือเงื่อนไขอะไรให้บ้าง และเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอในการแก้ปัญหาหรือไม่ สามารถวาดภาพ หรือ ใช้สัญลักษณ์ที่เหมาะสม หรือ จำแนกส่วนต่าง ๆ ของเงื่อนไขเพื่อให้เข้าใจปัญหาง่ายขึ้นได้หรือไม่

2. การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a plan) เป็นขั้นที่นักเรียนหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการ หรือหาความสัมพันธ์และความคล้ายคลึงกันของปัญหาใหม่กับปัญหาเดิม หรือกับทฤษฎีที่เคยเรียนเพื่อปรับใช้ในการวางแผน หรือการเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการใหม่ให้เข้าใจง่ายขึ้น หรือพิจารณาถึงข้อมูลที่มีและเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ว่าสามารถนำมาปรับใช้ในการวางแผนแก้ปัญหาได้หรือไม่ หรือพิจารณาว่ามีส่วนใดในปัญหาที่สามารถลงมือแก้ปัญหาได้ก่อนบ้าง

3. การดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) เป็นขั้นที่ผู้เรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้ ซึ่งนักเรียนจะต้องแน่ใจว่าแผนการแก้ปัญหามีความเหมาะสม นักเรียนจะต้องพิสูจน์ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลในแต่ละขั้นตามที่วางแผนไว้ เพื่อให้การแก้ปัญหามีความถูกต้อง ชัดเจน เป็นไปตามหลักการ ทฤษฎีที่เคยเรียนมา และอยู่ในกรอบของแผนที่วางไว้

4. การมองย้อนกลับ (Looking back) เป็นขั้นที่นักเรียนได้พิสูจน์ ตรวจสอบคำตอบและวิธีการแก้ปัญหามีความถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่ มีข้อผิดพลาดเกิดขึ้นตรงไหนอย่างไร หรือพยายามหาคำตอบอื่นที่อาจเป็นไปได้ สามารถใช้ผลลัพธ์ที่ได้หรือวิธีการแก้ปัญหานี้กับปัญหาอื่นได้หรือไม่

สสวท. (2555 ก, หน้า 103) ระบุว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนที่สำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ผู้เรียนจะต้องทำความเข้าใจปัญหาที่พบในประเด็นต่าง ๆ คือ ปัญหาถามว่าอย่างไร ข้อมูลที่กำหนดให้คืออะไรบ้าง และมีเงื่อนไขหรือต้องการข้อมูลใดเพิ่มเติมอีกหรือไม่ การวิเคราะห์ปัญหาจะช่วยให้เข้าใจปัญหาและทำให้กระบวนการแก้ปัญหาคำเนินไปอย่างรวดเร็ว การประเมินความเข้าใจปัญหา สามารถทำได้ด้วยการเขียนแสดงประเด็นต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

2. วางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเป็นการคิดวางแผนเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ข้อมูลจากปัญหาที่ได้วิเคราะห์ไว้แล้วในขั้นตอนที่ 1 ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นมาใช้ประกอบการวางแผนแก้ปัญหา ในกรณีที่ต้องตรวจสอบปัญหาโดยการทดลอง ขั้นตอนนี้ก็จะเป็นการวางแผนการทดลอง ซึ่งประกอบด้วย การสร้างข้อความคาดการณ์ การออกแบบ การทดลองเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ และแนวทางหรือเกณฑ์ในการประเมินผลการแก้ปัญหา

3. ดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นการลงมือแก้ปัญหามาตามที่ได้วางแผนไว้แล้ว และตรวจสอบความถูกต้องหรือความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ทำได้ ถ้าคำตอบไม่ถูกต้องก็ดำเนินการแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง โดยผู้เรียนจะต้องมองย้อนกลับไปทีกระบวนการทำงานเพื่อตรวจสอบว่า

มีข้อบกพร่องในส่วนใด เช่น ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ไม่ถูกต้อง หรือมีการคำนวณผิดพลาด

4. ตรวจสอบการแก้ปัญหา เป็นการประเมินภาพรวมของการแก้ปัญหาทั้งด้านวิธีการแก้ปัญหา ผลการแก้ปัญหา การตัดสินใจ และการนำไปประยุกต์ใช้ ตลอดจนการมองย้อนกลับไปยังขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อตรวจสอบว่ามีคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นหรือไม่ เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขวิธีการแก้ปัญหาให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ตลอดจนขยายผลการแก้ปัญหาให้อยู่ในรูปหลักการทั่วไป

จากการศึกษากระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากนักวิชาการและองค์กรทางการศึกษาข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาและองค์กรทางการศึกษามีลักษณะใกล้เคียงกัน ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้สังเคราะห์กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 ขั้นตอน (Polya, 1957, pp. xvi – xvii, pp. 6-16; ศสวท., 2555 ก, หน้า 103) ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาว่าต้องการทราบสิ่งใดและกำหนดสิ่งใดมาให้บ้าง

ขั้นที่ 2 การวางแผนในการแก้ปัญหา นักเรียนคิดวางแผนแก้ปัญหา โดยการเขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง

ขั้นที่ 4 การสรุปและตรวจสอบคำตอบ นักเรียนสรุปและตรวจคำตอบว่าถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่

แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 47-48) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหของผู้เรียน ซึ่งสามารถสรุปเป็น 3 แนวทาง ดังนี้

1. การสอนผ่านการแก้ปัญหา (Teaching via problem solving) เป็นการสอนความรู้หรือพัฒนาทักษะใด ๆ โดยใช้ปัญหาเป็นสื่อหรือเครื่องมือในการเรียนรู้ เช่น การให้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนวิเคราะห์ แก้ปัญหา และเรียนรู้สิ่งใหม่

2. การสอนการแก้ปัญหา (Teaching for problem solving) เป็นการสอนที่เน้นการฝึกให้ผู้เรียนใช้กระบวนการแก้ปัญหากับปัญหาที่หลากหลายและมีโครงสร้างแตกต่างกัน เพื่อให้เกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากพอที่จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้

3. การสอนกระบวนการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนให้ผู้เรียนเข้าใจและเรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา เทคนิค และกลวิธีการแก้ปัญหา เช่น การสอนกระบวนการแก้ปัญหของ Polya กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ที่บูรณาการกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2554, หน้า 23-25) กล่าวว่า ปัจจัยที่สำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา คือ ผู้สอนโดยผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหของผู้เรียน ดังนี้

1. ผู้สอนควรเตรียมปัญหาที่มีความเหมาะสมตามวัยและพัฒนาการของผู้เรียน โดยปัญหาที่ผู้สอนนำมาควรมีลักษณะ ดังนี้

1.1 ควรเป็นปัญหาที่ดึงดูดความสนใจ ทำลายความสามารถของผู้เรียน เป็นปัญหาที่ไม่ง่ายหรือไม่ยากจนเกินไป เพราะถ้าง่ายเกินไปอาจไม่ดึงดูดความสนใจและไม่ทำลาย แต่ถ้ายากเกินไปผู้เรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ปัญหาได้สำเร็จ

1.2 ควรเป็นปัญหาที่มีข้อมูลขาดหาย มีข้อมูลเกิน มีข้อมูลที่ขัดแย้งกันบ้างหรืออาจมีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ เพราะว่สิ่งเหล่านี้นักเรียนต้องเผชิญในชีวิตจริง

1.3 ควรเป็นปัญหาแปลกใหม่และปัญหาที่ไม่คุ้นเคย เพราะถ้าผู้เรียนเคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาแล้ว ปัญหานั้นก็จะไม่ใช่ปัญหาที่น่าสนใจอีกต่อไป

2. ผู้สอนควรใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ หรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย เนื่องจากกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ ช่วยให้ผู้เรียนได้พูดคุยแลกเปลี่ยน สื่อสารถึงยุทธวิธีการแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหของตนให้แก่ผู้อื่น ได้สะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหที่กระทำร่วมกันตลอดจนได้เรียนรู้ที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้ผู้เรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน กล้าแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล มีทักษะการสื่อสารและทักษะการเข้าสังคม มีความเชื่อมั่นในตนเอง และสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ได้ ตลอดจนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง

3. ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนอาจเริ่มต้นจากการให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหด้วยตนเอง เพราะการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะช่วยให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการคิดและกระบวนการของการแก้ปัญหา ได้ประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ผ่านการแก้ปัญหา

4. ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด อธิบายสิ่งที่ตนเองคิด และนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระ รวมทั้งยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้เรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด ซึ่งการตอบผิดของ

ผู้เรียนจะทำให้ผู้สอนได้รู้ว่าข้อผิดพลาดนั้นมาจากไหนและมีมากน้อยเพียงใด ผู้สอนไม่ควรย้ำสิ่งที่ผู้เรียนทำผิดหรือเข้าใจผิด แต่ผู้สอนควรซักถาม อธิบายและเปิดประเด็นการอภิปราย เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจแนวคิดและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

5. ผู้สอนควรสนับสนุนให้ผู้เรียนคิดลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา ขณะดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้สอนควรให้ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียน เลือกรูปปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินกิจกรรม แล้วสนับสนุนให้ผู้เรียนคิดและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้ผู้เรียนมีประสบการณ์และคุ้นเคยกับขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

6. ผู้สอนควรสนับสนุนให้ผู้เรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี เมื่อผู้เรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาแล้ว ผู้สอนควรกระตุ้นและสนับสนุนให้ผู้เรียนคิดหายุทธวิธีแก้ปัญหาอื่นที่แตกต่างจากเดิม แล้วให้ผู้เรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหานั้น หาคำตอบของปัญหาอีกครั้ง เพื่อให้ผู้เรียนตระหนักว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งวิธี

7. ผู้สอนควรสนับสนุนให้ผู้เรียนสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบายและตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง ซึ่งอาจเริ่มต้นจากการให้ผู้เรียนฝึกตั้งคำถามด้วยตนเองบ่อย ๆ โดยเป็นคำถามที่ต้องการคำอธิบาย เช่น เพราะเหตุใด ทำไม และอย่างไร แล้วให้ผู้เรียนลงมือสำรวจ สืบสวน รวบรวมข้อมูล ค้นหาความสัมพันธ์และแบบรูป อธิบายและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ ตลอดจนตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

8. ผู้สอนควรสนับสนุนให้ผู้เรียนใช้ช่องทางการสื่อสารมากกว่า 1 ช่องทาง ในการนำเสนอยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหา เมื่อผู้เรียนได้คำตอบของปัญหาและนำยุทธวิธีในกระบวนการแก้ปัญหาแล้ว ผู้สอนควรกระตุ้นให้นักเรียนคิดใช้ช่องทางการสื่อสารอื่นในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์อีกครั้ง เพื่อให้ผู้เรียนตระหนักว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอได้มากกว่า 1 ช่องทางการสื่อสาร รวมทั้งสนับสนุนให้ผู้เรียนสื่อสารกระบวนการคิดของตนเอง ตรวจสอบความคิดว่ามีสิ่งใดบ้างที่รู้ และมีสิ่งใดบ้างที่ไม่รู้ ตลอดจนสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองออกมา

9. ผู้สอนควรสนับสนุนให้ผู้เรียนสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยอาศัยแนวคิดยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาจากปัญหาเดิม ซึ่งในการสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของตนเองได้อย่างหลากหลายและเป็นอิสระ

ศศิธร แม้นสงวน (2555, หน้า 171) กล่าวว่า การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา ผู้สอนอาจทำได้โดยให้ผู้เรียนฝึกการคิดวิเคราะห์ และทำความเข้าใจปัญหา วางแผนการทำงาน ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลและในกระบวนการแก้ปัญหา อาจใช้เทคนิคต่าง ๆ ประกอบการคิด เช่น การทำผังความคิด การทำแผนภูมิ การทำตาราง การคิดย้อนกลับ วาดภาพ ในการจัดการเรียนรู้ ผู้สอนจะต้องให้โอกาสผู้เรียนได้มีโอกาสดำเนินการด้วยตนเอง ให้มาก โดยการจัดสถานการณ์ หรือปัญหา หรือเกมที่น่าสนใจ การท้าทายให้หาคำตอบ ผู้สอนจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับผู้เรียนในแต่ละกลุ่ม ผู้เรียนบางกลุ่มอาจจะต้องใช้ปัญหาที่ซับซ้อนหรือมากกว่าที่กำหนดไว้ในหลายหลักสูตร

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากนักการศึกษาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน อาจทำได้โดยการสอนผ่านการแก้ปัญหา หรือการสอนการแก้ปัญหา หรือการสอนกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งปัญหาที่ใช้นี้ควรเป็นปัญหาที่ท้าทายความสามารถของนักเรียน สร้างความสนใจให้กับนักเรียน เป็นปัญหาที่มีคำตอบหลายคำตอบหรือมีวิธีการในการหาคำตอบที่หลากหลาย เป็นปัญหาที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยและเกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง โดยให้นักเรียนได้ทำงานเป็นกลุ่มย่อย เพื่อให้นักเรียนได้พูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็น เปิดโอกาสและให้เวลาแก่นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเอง กระตุ้นให้นักเรียนได้มีการสื่อสารแนวคิดของตนเองให้ผู้อื่นรับรู้ และสนับสนุนให้นักเรียนสร้างปัญหาเพิ่มเติมจากปัญหาเดิมที่ได้เรียนรู้ไปแล้ว เพื่อเพิ่มความเข้าใจในการแก้ปัญหาให้กับนักเรียนมากขึ้น ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ยึดแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการสอนผ่านการแก้ปัญหา ซึ่งใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นสื่อในการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหาและสร้างองค์ความรู้ใหม่ได้ด้วยตนเอง

การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและองค์กรทางการศึกษาได้กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 111) ได้กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน นอกจากการใช้แบบทดสอบแบบเลือกตอบ ครูอาจให้นักเรียนทำแบบทดสอบที่มีทั้งแบบเลือกตอบ แบบเติมคำ และแบบทดสอบแสดงวิธีทำ ตลอดจนใช้การสัมภาษณ์ และการใช้คำถามสามารถกระตุ้นให้นักเรียนคิดได้อย่างหลากหลาย

กรมวิชาการ (2546, หน้า 18-19) ระบุว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประเมินได้จากความสามารถในการแสดงออกตามขั้นตอนของทักษะการแก้ปัญหาทาง

คณิตศาสตร์ดังนี้

- ทำความเข้าใจกับปัญหา โดยระบุประเด็นปัญหา กำหนดตัวแปร และความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร

- สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เป็นไปได้
- ตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบ
- ตรวจสอบความถูกต้องและความเป็นไปได้ของการแก้ปัญหา
- ตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหา

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 173-174) ได้กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหของผู้เรียนประกอบด้วยความสามารถหลายอย่างดังต่อไปนี้

1. การแก้ปัญหานั้นได้ เป็นความสามารถของผู้เรียนในการหาคำตอบ ผลเฉลย หรือแนวทางในการจัดการกับปัญหา
2. การสร้างโจทย์หรือประเด็นปัญหา เป็นความสามารถในการเชื่อมโยงข้อมูลที่มีอยู่เพื่อหาความสัมพันธ์ที่เป็นไปได้ อันจะนำไปสู่การสร้างโจทย์ ปัญหา สถานการณ์ หรือคำถาม
3. การใช้วิธีการแก้ปัญหามากหลาย เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการที่แตกต่างกันหลายวิธี
4. การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ เป็นความสามารถในการพิจารณาคำตอบหรือการแก้ปัญหานั้นได้ว่าเหมาะสม สอดคล้อง และสมเหตุสมผลเพียงใด
5. การขยายความคิดจากผลการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการนำผลจากการแก้ปัญหาไปคิดต่อ เช่น การมองเห็นรูปทั่วไป การเปลี่ยนแปลงที่จะเกิดขึ้นเมื่อเงื่อนไขของปัญหาเปลี่ยนไป

การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผ่านมามีการใช้แบบทดสอบลักษณะเดียวกับแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยมักเป็นข้อสอบปรนัยระดับการนำไปใช้ให้ผู้เรียนเลือกตอบข้อที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ซึ่งผลรวมของคะแนนสอบเป็นเพียงภาพรวมของระดับความสามารถที่ผู้เรียนมี ทั้งที่การแก้ปัญหานั้นไม่ได้มีระดับความยากหรือแตกต่างกัน ตั้งแต่ไม่ทราบว่าจะแก้ปัญหานั้นอย่างไรหรือไม่ทำเลย จนถึงเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหานั้นถูกต้องหรือเหมาะสม แต่คิดหรือคำนวณคำตอบผิดพลาด ด้วยเหตุนี้ ผู้สอนจึงควรตระหนักว่าการใช้ข้อสอบลักษณะดังกล่าว ไม่ได้ให้ข้อมูลที่จะนำไปสู่การแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้ปัญหของผู้เรียน สิ่งที่จะเป็นประโยชน์มากกว่าคือข้อมูลที่ทำให้ทราบว่าผู้เรียนแก้ปัญหานั้นไม่ได้เพราะเหตุใด เช่น ไม่เข้าใจปัญหา วิเคราะห์โจทย์ไม่เป็น เลือกใช้วิธีแก้ปัญหานั้นไม่เหมาะสม ดำเนินการตามขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ไม่ได้ ใช้เทคนิคหรือกลวิธีไม่เหมาะสมกับบริบทของปัญหา ไม่ทราบวิธีตรวจสอบ

ความสมเหตุสมผลของคำตอบ เป็นต้น แบบทดสอบที่ใช้ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา จึงควรมีลักษณะเปิด หรือเป็นปัญหาแบบเปิด โดยอาจเปิดที่คำตอบให้มีคำตอบได้หลากหลาย คำตอบ หรือเปิดกระบวนการ คือ มีวิธีการแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธี เพื่อให้ผู้เรียนได้แสดง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างเต็มศักยภาพ แบบทดสอบการแก้ปัญหาแบบหนึ่ง ที่ นิยมใช้กัน คือแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่ให้ผู้เรียนแสดงวิธีทำงาน 4 ขั้นตอน ตามแนวคิดของ Polya เพื่อที่จะประเมินความสามารถในการใช้กระบวนการแก้ปัญหาของผู้เรียน อย่างไรก็ตาม ผู้สอนอาจต้องการวัดความสามารถเฉพาะอื่น ๆ ในการแก้ปัญหา นอกเหนือจาก กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ในการนี้ ผู้สอนอาจใช้แบบวัดลักษณะอื่น ๆ ที่เหมาะสมกับสิ่งที่ ต้องการวัด

จากการศึกษาการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จาก นักการศึกษาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประเมินได้จากการใช้การสัมภาษณ์ การใช้คำถาม หรือการใช้แบบทดสอบที่ให้ผู้เรียนแสดงวิธีทำ ซึ่ง แบบทดสอบควรมีลักษณะเปิดหรือเป็นปัญหาแบบเปิด ซึ่งอาจเป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องหลาย คำตอบ หรือเป็นปัญหาที่มีวิธีการแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธี และแบบทดสอบควรมาจาก สถานการณ์ที่มีความหลากหลาย เพื่อให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดได้อย่างเต็มที่ ซึ่งในการวิจัยผู้วิจัย ได้นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มาใช้ใน การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แก่นักเรียน ซึ่งเป็นแบบทดสอบ แบบอัตนัย เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และ ฝึกการสื่อสาร สื่อความหมายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายแนวคิดใน การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

เกณฑ์การให้คะแนนเป็นเครื่องมือที่ช่วยประเมินเชิงคุณภาพเกี่ยวกับความรู้และ การปฏิบัติงานของผู้เรียนซึ่งสามารถแยกแยะความสำเร็จในการเรียนหรือคุณภาพการปฏิบัติงาน ของผู้เรียน โดยต้องมีการกำหนดมาตรฐานวัดและรายการของคุณลักษณะที่บรรยายถึงความสามารถใน การแสดงออกของแต่ละระดับ/ กลุ่มของมาตรฐานไว้อย่างชัดเจน ซึ่ง รูบริก (Rubric) คือ ข้อความที่ แสดงรายละเอียดของเกณฑ์คุณภาพการเรียนรู้ของผู้เรียนจากระดับที่ยอดเยี่ยมจนถึงระดับที่ ต้องการพัฒนา โดยทั่วไปการให้คะแนนแบบรูบริกมี 2 รูปแบบ (เวชทุทรี อังคะภัทรขจร, 2554, หน้า 115-116) คือ

1. การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) คือ การให้คะแนนผ่านชิ้นงาน โดยดู ภาพรวมหรือองค์รวมของชิ้นงานนั้น

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring) เป็นการวิเคราะห์งาน ออกเป็นองค์ประกอบย่อยและกำหนดคะแนนสำหรับแต่ละองค์ประกอบย่อย

ซึ่งนักการศึกษาและองค์กรทางการศึกษาได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring)

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2554, หน้า 115-116) ได้กล่าวถึง ตัวอย่างเกณฑ์การให้ คะแนนแบบภาพรวมทักษะและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แสดงได้ดังตารางที่ 2-5

ตารางที่ 2-5 เกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ทักษะ/ กระบวนการ	คะแนน (ความหมาย)	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
การแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์	4 (ดีมาก)	- ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาถูกต้องทั้งหมดและอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าวได้เข้าใจชัดเจน
	3 (ดี)	- ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาถูกต้องทั้งหมด แต่อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าวได้บางส่วนยังไม่ชัดเจน
	2 (พอใช้)	- ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาถูกต้องบางส่วนและพยายามอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าวแต่ไม่ถูกต้อง
	1 (ปรับปรุง)	- มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาได้บางส่วน แต่ไม่มีการอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าว
	0 (ไม่พยายาม)	- ไม่มีร่องรอยการแก้ปัญหา หรือมีร่องรอยการแก้ปัญหาแต่ไม่ถูกต้อง

สสวท. (2555 ก, หน้า 127-130) ได้ระบุว่า การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พิจารณาได้จากรายการประเมิน 4 ประเด็น คือ 1) ความเข้าใจปัญหา 2) การเลือกยุทธวิธี การแก้ปัญหา 3) การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา และ 4) การสรุปคำตอบ ทั้งนี้อาจกำหนดเกณฑ์

การประเมินผลแบบภาพรวมที่พิจารณาขั้นตอนการแก้ปัญหาของผู้เรียนในภาพรวม โดยกำหนดระดับคุณภาพเป็น 4 ระดับ ดังแสดงในตารางที่ 2-6

ตารางที่ 2-6 เกณฑ์การประเมินผลแบบภาพรวมของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
4 (ดีมาก)	<ul style="list-style-type: none"> - เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องชัดเจน - เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง เหมาะสม สอดคล้องกับปัญหา นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน - สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์
3 (ดี)	<ul style="list-style-type: none"> - เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง ชัดเจน - เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง เหมาะสม สอดคล้องกับปัญหา นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน - สรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง แต่ยังไม่สมบูรณ์
2 (พอใช้)	<ul style="list-style-type: none"> - เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง - เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน - สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน
1 (ต้องปรับปรุง)	<ul style="list-style-type: none"> - เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง - เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง และนำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหา - ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

ศศิธร แม้นสงวน (2555, หน้า 269) ได้กล่าวถึง ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนน ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบภาพรวม แสดงได้ดังตารางที่ 2-7

ตารางที่ 2-7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบภาพรวม

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ อย่างมีประสิทธิภาพ อธิบายถึง เหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้ชัดเจน
3 ดี	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ แต่น่าจะอธิบายถึงเหตุผลใน การใช้วิธีการดังกล่าวได้ดีกว่านี้
2 พอใช้	มียุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหา สำเร็จเพียงบางส่วน อธิบายถึงเหตุผลใน การใช้วิธีการดังกล่าวได้บางส่วน
1 ปรับปรุง	มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาบางส่วน เริ่มคิดว่าทำไมถึงต้องใช้ วิธีการนั้นแล้วหยุด อธิบายต่อไม่ได้ แก้ปัญหาไม่สำเร็จ
0 ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ข้างต้นหรือ ไม่มีร่องรอยดำเนินการแก้ปัญหา

เกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring)

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2554, หน้า 115-116) ได้กล่าวถึง ตัวอย่างการให้คะแนน แบบแยกองค์ประกอบของทักษะและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งเป็น การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนการแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหา และการสรุปและ ตรวจสอบคำตอบ แสดงได้ดังตารางที่ 2-8

ตารางที่ 2-8 เกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

องค์ประกอบของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	คะแนน (ความหมาย)	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
การทำความเข้าใจปัญหา	2 (ดี) 1 (พอใช้) 0 (ต้องปรับปรุง)	- เข้าใจปัญหาถูกต้องทั้งหมด - เข้าใจปัญหาถูกต้องบางส่วน - ไม่เข้าใจปัญหา
การวางแผนการแก้ปัญหา	2 (ดี) 1 (พอใช้) 0 (ต้องปรับปรุง)	- วางแผนการแก้ปัญหาได้เหมาะสม ชัดเจน - วางแผนการแก้ปัญหาได้บางส่วน - วางแผนการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม
การดำเนินการแก้ปัญหา	2 (ดี) 1 (พอใช้) 0 (ต้องปรับปรุง)	- ดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด - ดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน - ดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
การสรุปและตรวจสอบคำตอบ	2 (ดี) 1 (พอใช้) 0 (ต้องปรับปรุง)	- มีการสรุปคำตอบและตรวจคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ - มีการสรุปคำตอบแต่ไม่มีการตรวจคำตอบ - ไม่มีการสรุปคำตอบและไม่มีการตรวจคำตอบ

สสวท. (2555 ก, หน้า 127-130) ได้ระบุว่า ในกรณีที่ผู้ประเมินต้องการตรวจสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในแต่ละประเด็นย่อยตามกระบวนการแก้ปัญหา อาจกำหนดเกณฑ์การประเมินผลแบบแยกองค์ประกอบที่มีการกำหนดระดับคุณภาพของแต่ละประเด็นย่อยเป็น 3 ระดับ คือ 1, 2 และ 3 ดังตารางที่ 2-9

ตารางที่ 2-9 เกณฑ์การประเมินผลแบบแยกองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจ ปัญหา	3 (ดี)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธี การแก้ปัญหา	3 (ดี)	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง เหมาะสม และสอดคล้องกับปัญหา
	2 (พอใช้)	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็น ของปัญหา
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือ ไม่สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้
3. การใช้ยุทธวิธี การแก้ปัญหา	3 (ดี)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาลำดับขั้นตอน ได้อย่างชัดเจน
	2 (พอใช้)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหายัง ไม่ชัดเจน
	1 (ต้องปรับปรุง)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือ ไม่แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
4. การสรุปคำตอบ	3 (ดี)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์
	2 (พอใช้)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุป คำตอบไม่ครบถ้วน

ตารางที่ 2-9 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
4. การสรุปคำตอบ	1 (ต้องปรับปรุง)	- ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบ ไม่ถูกต้อง

จากการศึกษาเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งแบบภาพรวมและแบบแยกองค์ประกอบจากนักการศึกษาและองค์กรทางการศึกษาข้างต้น เนื่องจากในงานวิจัยนี้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน ผู้วิจัยจึงเลือกใช้เกณฑ์การให้คะแนนเป็นแบบแยกองค์ประกอบ เพื่อให้ครอบคลุมสิ่งที่ต้องการวัด โดยได้สังเคราะห์เกณฑ์การให้คะแนนมาจากเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร (2554, หน้า 115-116) และ สสวท. (2555 ก, หน้า 127-130) โดยมีรายละเอียด ดังแสดงในตารางที่ 2-10

ตารางที่ 2-10 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยใช้ในการวิจัย

1. การทำความเข้าใจปัญหา	
ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2 (ดี)	ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องทั้งหมด
1 (พอใช้)	ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องบางส่วน
0 (ต้องปรับปรุง)	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ถูกต้องทั้งหมด - ไม่ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ
2. การวางแผนในการแก้ปัญหา	
ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2 (ดี)	เขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ ได้ถูกต้องครบถ้วน

ตารางที่ 2-10 (ต่อ)

2. การวางแผนในการแก้ปัญหา	
ระดับคะแนน	คำอธิบาย
1 (พอใช้)	เขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องบางส่วน
0 (ต้องปรับปรุง)	- เขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง - ไม่มีการเขียนอธิบาย
3. การดำเนินการตามแผน	
ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2 (ดี)	ดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง
1 (พอใช้)	ดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ได้ถูกต้องบางส่วน
0 (ต้องปรับปรุง)	- ดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ไม่ถูกต้อง - ไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา
4. การสรุปและตรวจสอบคำตอบ	
ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2 (ดี)	สรุปคำตอบและตรวจคำตอบได้ถูกต้อง
1 (พอใช้)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ตรวจคำตอบไม่ถูกต้อง - สรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่มีการตรวจคำตอบ
0 (ต้องปรับปรุง)	- สรุปคำตอบไม่ถูกต้องและตรวจคำตอบไม่ถูกต้อง - สรุปคำตอบไม่ถูกต้องและไม่มีการตรวจคำตอบ - ไม่มีการสรุปคำตอบและไม่มีการตรวจคำตอบ

ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสาร

ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและองค์กรทางการศึกษาได้ให้ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 56) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นการสื่อความหมายระหว่างผู้ส่งสารกับผู้รับสารให้มีความเข้าใจตรงกัน การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (Mathematical communications) จึงเป็นการสื่อสารและสื่อความหมายที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ระหว่างผู้ส่งสารกับผู้รับสาร

เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร (2554, หน้า 47) ได้ให้ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่าหมายถึง ความสามารถจัดระบบและอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ของตนให้บุคคลอื่นได้รับรู้อย่างถูกต้อง เหมาะสม และสมเหตุสมผล โดยการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ สามารถอธิบายได้โดยการพูด การเขียน และการนำเสนอแนวคิดสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอเป็นการสื่อสารที่ใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ สมการ อสมการ ฟังก์ชัน และแบบจำลองมาช่วยในการสื่อความหมายและการนำเสนอ นอกเหนือไปจากการนำเสนอผ่านการพูดและการเขียน

สวท. (2555 ข, หน้า 60) ระบุว่า การสื่อสาร เป็นกระบวนการถ่ายทอดข่าวสารจากผู้ส่งสาร (Source) ไปยังผู้รับสาร (Receiver) โดยนำเสนอผ่านช่องทางการสื่อสาร (Channel) ต่าง ๆ ได้แก่ การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การดู และการแสดงท่าทางโดยอาจไม่ใช่สื่อ หรือใช้สื่อต่าง ๆ เช่น วิทยุ โทรศัพท์ หนังสือพิมพ์ วารสารหรือสิ่งตีพิมพ์ต่าง ๆ และอินเทอร์เน็ต สำหรับการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ เป็นกระบวนการสื่อสารที่นอกจากนำเสนอผ่านช่องทางการสื่อสาร การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การดู และการแสดงท่าทางตามปกติแล้วยังเป็นการสื่อสารที่มีลักษณะพิเศษ โดยมีการใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ สมการ อสมการ ฟังก์ชัน หรือแบบจำลอง เป็นต้น มาช่วยในการสื่อความหมายด้วย

จากการศึกษาความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากนักการศึกษาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นได้รับรู้อย่างถูกต้อง เหมาะสม และสมเหตุสมผล โดยการสื่อสาร สามารถทำได้โดยการฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การดู และการแสดงท่าทาง สำหรับการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอเป็นการสื่อสารที่ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการสื่อความหมายและ

การนำเสนอ

สำหรับความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีนักการศึกษาได้ให้ไว้ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 56) ได้กล่าวถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความสามารถในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้ จึงรวมถึงความสามารถเกี่ยวกับการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอไว้ด้วย

สสวท. (2555 ข, หน้า 79) ได้ระบุว่า ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ เป็นความสามารถในการพูดและการเขียน การใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ รูปภาพ และแบบจำลอง เพื่อแสดงแนวคิดหรืออธิบายแนวความคิดของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง มีความกระชับ ชัดเจน และเหมาะสม

ศศิธร แม้นสงวน (2555, หน้า 186) กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ หมายถึง กระบวนการถ่ายทอดข่าวสารจากผู้ส่งสารไปยังผู้รับสารโดยนำเสนอผ่านช่องทางการสื่อสารต่าง ๆ ได้แก่ การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การดู การแสดงท่าทาง โดยมีการใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ สมการ อสมการ ฟังก์ชันและแบบจำลอง ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาช่วยในการสื่อความหมาย

จากการศึกษาความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากนักการศึกษาและองค์กรทางการศึกษาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย และนำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการพูดหรือการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอน และมีรายละเอียดครบถ้วน

เนื่องจากการสื่อสารโดยการเขียนเป็นสิ่งจำเป็น เพราะการเขียนให้ผู้อื่นอ่าน นักเรียนจะต้องจัดระบบความคิด และเรียบเรียงสิ่งที่จะสื่อสาร ซึ่งต้องระมัดระวังมากกว่าการพูด จึงต้องมีการทบทวน ไตร่ตรอง ให้แน่ใจว่าความหมายของสิ่งที่กำลังอธิบายนั้นชัดเจนตรงตามที่ตนเองต้องการบอกให้ผู้อื่นทราบ (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 58-59) ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยมุ่งวัดการสื่อสารด้านการเขียน ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสรุปความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย และนำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอน และมีรายละเอียดครบถ้วน

ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและองค์กรทางการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Sheffield and Cruikshank (2000, p. 10) ได้กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมาก เนื่องจากการสื่อสารระหว่างครูและนักเรียนจะส่งผลให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ซึ่งการสื่อสารที่ต้องให้ความสำคัญในระหว่างการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ก็คือ การสื่อสาร โดยการพูดและการเขียน การอภิปรายและการเขียนของนักเรียน ในขณะที่นักเรียนกำลังสร้างสรรค์และคิดค้นทางคณิตศาสตร์จะเป็นการช่วยส่งเสริมการอธิบายกระบวนการคิดของนักเรียนได้เป็นอย่างดี ซึ่งการอ่านและฟังของนักเรียนในระหว่างการสร้างสรรค์และคิดค้นทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการเขียนจะทำให้นักเรียนมีจินตนาการและมีความเข้าใจเพิ่มขึ้น การเขียนทางคณิตศาสตร์และการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนสื่อสารกับผู้อื่นได้เข้าใจมากยิ่งขึ้น

Reys et al. (2004, p. 103) ได้กล่าวว่า เพราะว่าภาษาเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพในการจัดระบบความคิดเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ภาษาจึงมีความสำคัญอย่างมากสำหรับผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เพิ่มขึ้นจากการพูดและการเขียนที่บรรยายหรืออธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารจากการได้ยิน การอ่านและการฟังเกี่ยวกับรายละเอียดและการอธิบายของผู้อื่นเป็นการสื่อสารที่มีความสำคัญ การสื่อสารสองทางเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนแยกแยะ เข้าใจ จัดระบบ เชื่อมโยง และขยายความคิดของตนเองได้ดียิ่งขึ้น

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 57) ได้กล่าวถึง การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่ามีความสำคัญในการทำให้เกิดความเข้าใจร่วมกันระหว่างผู้สื่อสารกับผู้รับสาร โดยในกระบวนการสื่อสาร ผู้สื่อสารจะต้องจัดระบบความคิดและสื่อเป็นภาษาพูดหรือเขียนให้ผู้รับสารเข้าใจตรงกัน ในขณะเดียวกัน ผู้รับสารก็จะทำความเข้าใจและคิดตามในสิ่งที่ผู้สื่อสารพูดหรือเขียน การสื่อสารทางคณิตศาสตร์จึงมีความสำคัญในการทำให้เกิดสิ่งต่อไปนี้

1. ก่อให้เกิดความเข้าใจร่วมกันระหว่างผู้เรียน ทำให้เข้าใจงานที่ทำตรงกัน
2. ส่งเสริมบริบทการเรียนรู้ที่เหมาะสม เนื่องจากเป็นบริบทของการพูดจาระหว่างกัน
3. เพิ่มความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้กับผู้สื่อสารและผู้รับสาร
4. ช่วยให้ผู้สอนมองเห็นความเข้าใจของผู้เรียนซึ่งจะทำให้วางแผนจัดการเรียนรู้ได้อย่าง

เหมาะสม

เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร (2554, หน้า 48) กล่าวว่า การสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะที่จำเป็นสำหรับคณิตศาสตร์ และเป็นองค์ประกอบที่สำคัญ

ที่ทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจถูกต้องและลึกซึ้งในวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น รวมทั้งเป็นการทำให้ผู้สอนได้รู้ถึงความเข้าใจและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนอีกด้วย

สสวท. (2555 ข, หน้า 59) ระบุว่า การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ เป็นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการคิดของตนให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้องชัดเจน และมีประสิทธิภาพ การที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายหรือการเขียนแลกเปลี่ยนความรู้และความคิดเห็นถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวางลึกซึ้งและจดจำนานมากขึ้นอีกด้วย

จากการศึกษาความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากนักการศึกษาและองค์กรทางการศึกษาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่ทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจถูกต้องและลึกซึ้งในวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น เพราะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพในการจัดระบบความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ซึ่งการสื่อสาร โดยการเขียนก็เป็นสิ่งที่สำคัญ เนื่องจากการเขียนให้ผู้อื่นอ่าน นักเรียนจะต้องจัดระบบความคิด และเรียบเรียงสิ่งที่สื่อสาร ต้องมีการทบทวน ไตร่ตรอง ให้แน่ใจว่าความหมายของสิ่งที่ตนเองกำลังอธิบายนั้นชัดเจน และตรงตามที่ต้องการบอกให้ผู้อื่นทราบ โดยจะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างลึกซึ้งและจดจำนานมากขึ้น ซึ่งการสื่อสารเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนแยกแยะ เข้าใจ จัดระบบ เชื่อมโยง และขยายความคิดของตนเองได้ดียิ่งขึ้น

แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและองค์กรทางการศึกษาได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

กรมวิชาการ (2545, หน้า 201) ระบุว่า การจัดการเรียนรู้ให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอมีแนวทางในการดำเนินการ ดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน
2. ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยผู้สอนช่วยชี้แนะ

การฝึกทักษะ/ กระบวนการนี้ต้องทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีแก้ปัญหอย่างไร เขียนรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือ

กราฟิช่วยในการสื่อสารความหมาย

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 58-59) กล่าวว่า การพัฒนาทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ อาจเริ่มต้นจากสิ่งง่าย ๆ เช่น ฝึกให้ผู้เรียนแสดงความคิดที่เกิดขึ้นแรก ๆ (Initial thinking) หรือความรู้ที่ตนเพิ่งสร้างขึ้นหรือรับมา การฝึกในลักษณะนี้ ผู้สอนจะต้องมีความเข้าใจเกี่ยวกับภาษาทางคณิตศาสตร์และความหมายที่แตกต่างกันออกไปของคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากคำบางคำ เมื่อไม่อยู่บริบททางคณิตศาสตร์หรือเมื่อใช้ภาษาที่ไม่เป็นทางการ อาจมีความหมายอื่นที่แตกต่างจากความหมายในบริบทคณิตศาสตร์ เช่น คำว่า กู้ หักออก ผลที่ได้ เป็นต้น หลังจากฝึกการสื่อสารอย่างไม่เป็นทางการ ลำดับต่อไป ผู้สอนอาจฝึกให้ผู้เรียนสื่อสารอย่างเป็นทางการ (Formal style) ซึ่งเป็นภาษาที่ใช้เรียกหรือแสดงสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นสากล ผู้เรียนอาจต้องพยายามและใช้เวลามากขึ้นในการแสดงความเข้าใจ หรือสื่อสารอย่างเป็นทางการกับผู้สอนและเพื่อนในชั้นเรียน อย่างไรก็ตาม ไม่ว่าจะเป็นการสื่อสารในลักษณะใด หากผู้สอนต้องการฝึกทักษะการสื่อสารให้กับผู้เรียน ผู้สอนควรลดเวลาหรือปริมาณการพูดในห้องเรียนของตนให้น้อยลง ผู้เรียนจะได้สื่อสารกันมากขึ้น อันจะทำให้ผู้เรียนคุ้นเคยและสามารถพัฒนาทักษะการสื่อสารให้ดีขึ้นได้

สำหรับวิธีการสื่อสารนั้น ผู้สอนควรได้ฝึกผู้เรียนได้พัฒนาการสื่อสารหลาย ๆ วิธี เช่น การพูด การเขียน แม้ในห้องเรียนคณิตศาสตร์ทั่วไปจะนิยมให้ผู้เรียนสื่อสารโดยการพูด แต่นักการศึกษาหลายท่านให้ความเห็นว่า การให้ผู้เรียนสื่อสารในการเขียนเป็นสิ่งจำเป็น เนื่องจากการเขียนให้ผู้อื่นอ่าน ผู้เรียนจะต้องจัดระบบความคิด และเรียบเรียงสิ่งที่จะสื่อสาร ซึ่งต้องใช้ความระมัดระวังมากกว่าการพูด จึงต้องมีการทบทวน ไตร่ตรอง ให้แน่ใจว่าความหมายของสิ่งที่กำลังอธิบายนั้นชัดเจนและตรงตามที่ตนเองต้องการบอกให้ผู้อื่นทราบซึ่งกระบวนการที่ผู้เรียนได้สะท้อนความคิดในลักษณะนี้ จะก่อให้เกิดการคิดแบบสะท้อนความคิด (Reflective thinking)

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2554, หน้า 48-49) กล่าวว่า ทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่พัฒนาได้ซึ่งปัจจัยที่สำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาทักษะการสื่อสาร คือ ผู้สอน โดยควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ดังนี้

1. ผู้สอนควรเปิด โอกาสให้ผู้เรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยผ่านกระบวนการอ่าน การพูด การเขียน และการนำเสนอแนวคิด

2. ผู้สอนต้องจัดบรรยากาศหรือสภาพห้องเรียนที่เอื้อต่อการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มี

การอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย การแสดงเหตุผลร่วมกับเพื่อนในชั้นเรียน ซึ่งเป็นวิธีการที่ทำให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ค้นหาปัญหาพร้อมกัน รวมถึงการให้คำแนะนำจากผู้สอน อันจะทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอันลึกซึ้งในความคิดของตนเอง แต่อย่างไรก็ตามหากผู้สอนต้องการฝึกการสื่อสารให้กับผู้เรียน ผู้สอนควรลดปริมาณเวลาหรือปริมาณการพูดของตนเองให้น้อยลง เพื่อให้ผู้เรียนสื่อสารกันมากขึ้น

3. ผู้สอนควรถามบ่อย ๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามปลายเปิด (Open-ended question) เนื่องจากจะกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย และสามารถนำแนวคิดนั้นมาสื่อสารและแลกเปลี่ยนความรู้กับผู้อื่น

4. ผู้สอนควรใช้เนื้อหาหรือเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวพวกเขา ทำให้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นไปได้อย่างสมบูรณ์

5. ผู้สอนควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและตอบคำถามต่าง ๆ เช่น “เกิดอะไรขึ้นเกี่ยวกับสถานการณ์นั้น ๆ” “ทำไมคิดว่าสิ่งเหล่านั้นถูกต้อง” “คิดอย่างไรเกี่ยวกับ...” ซึ่งล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดการคิด และมีการสื่อสารออกมา หรือบางครั้งอาจให้ผู้เรียนอธิบายกระบวนการหรือวิธีการที่ใช้การหาคำตอบโดยให้เขียนเป็นประโยคสั้น ๆ ทำอย่างไร ผลเป็นเช่นไร ทำไมทำเช่นนั้น เป็นต้น

สวทท. (2555 ข, หน้า 63-74) ระบุว่า กิจกรรมที่ส่งเสริมการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอ มีดังนี้

ในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ นักเรียนจะต้องอาศัยสัญลักษณ์ ตัวแปร ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ หรือแบบจำลองมาช่วยในการนำเสนอแนวคิดหรือการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความกะทัดรัด ชัดเจน และง่ายต่อการทำความเข้าใจ ทั้งนี้เพื่อให้ครู นักเรียน หรือผู้เกี่ยวข้อง สามารถรับรู้แนวคิดหรือการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและตรงประเด็น นอกจากการเรียนการสอนตามปกติ ที่ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้มีการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ที่ครูสามารถนำมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ได้แก่

1. การสืบสวนสอบสวน เป็นกระบวนการการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอที่ต้องการให้นักเรียน สร้างข้อคำถาม (Asking questions) สืบหาคำอธิบาย (Investigating solutions) สร้างความรู้ใหม่ (Creating new knowledge) อภิปรายสิ่งที่ค้นพบ (Discussing discoveries) และสะท้อนความรู้ใหม่ (Reflecting on the new knowledge) ซึ่งเป็นกระบวนการที่ช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ มีความสุขกับการเรียน และมี

ความคงทนในความรู้ที่ได้ เพื่อให้การสืบสวนสอบสวนมีประสิทธิภาพ ครูควรเลือกสถานการณ์ที่เอื้อต่อการสืบสวนสอบสวน มีกรอบของข้อคำถามและจุดเน้นของข้อคำถามที่ชัดเจน และมีระดับความยากง่ายของข้อคำถามที่เหมาะสม และนักเรียนทุกคนในชั้นมีโอกาสร่วมกิจกรรมซึ่งอาจเป็นกิจกรรมเดี่ยวหรือกลุ่มย่อยก็ได้

2. การเขียนอนุทิน (Journal writing) เป็นการบันทึกอย่างไม่เป็นทางการของนักเรียนเป็นรายบุคคล เพื่ออธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ คิดหรืออธิบายการดำเนินกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ หรือเพื่อสะท้อนความรู้สึก ความคิดเห็น ความสนใจของนักเรียนที่มีต่อแนวคิดหรือการดำเนินกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ การเขียนอนุทินที่ดี นักเรียนจะต้องมีความซื่อสัตย์ เขียนตามความเป็นจริง และควรบันทึกทันทีหลังจากดำเนินกิจกรรมทางคณิตศาสตร์นั้น ๆ ครูควรให้นักเรียนเขียนอนุทินจากหัวข้อที่ง่ายไปสู่หัวข้อที่ยาก โดยอาจให้เขียนอนุทินเพื่อสะท้อนความรู้สึก และความคิดเห็นที่มีต่อแนวคิด หรือการดำเนินกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ก่อน เช่น ความคิดเห็นต่อการใช้เครื่องคำนวณในการเรียนคณิตศาสตร์ หลังจากนั้นให้นักเรียนเขียนอนุทินเพื่ออธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนคุ้นเคย เช่น ความหมายของทฤษฎีบทพีทาโกรัสในความคิดของข้าพเจ้า และสุดท้ายให้นักเรียนเขียนอนุทินเพื่ออธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ขั้นสูง เช่น ทฤษฎีบทพีทาโกรัสเกี่ยวข้องกับทฤษฎีบทสุดท้ายของแฟร์มาอย่างไร

3. การเขียนรายงาน เป็นการบันทึกอย่างเป็นทางการของนักเรียนหรือกลุ่มนักเรียนเพื่อนำเสนอแนวคิด ความคิดเห็น หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น การให้เหตุผลในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล การเขียนรายงานที่ดีจะต้องมีจุดมุ่งหมาย เนื้อหาของแนวคิด ความคิดเห็น หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และรูปแบบของการเขียนที่ถูกต้องและชัดเจน

4. การเขียนโปสเตอร์ เป็นการเขียนเพื่อนำเสนอแนวคิด ความความคิดเห็น หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น การให้เหตุผลบนแผ่นกระดาษ วัสดุหรือสื่อ เช่น ฟิวเจอร์บอร์ด การเขียนโปสเตอร์ที่ดีจะต้องมีจุดมุ่งหมายเดียว ให้ความหมายชัดเจนไม่ทำให้ผู้ดูสงสัย มีสีสันงาม สะดุดตา ชัดเจน มีจุดเด่นที่หัวเรื่อง และมีขนาดใหญ่พอที่จะมองเห็นได้ง่าย สามารถเข้าใจได้โดยไม่ต้องเสียเวลาอ่านมากนัก

ศศิธร แม้นสงวน (2555, หน้า 188) กล่าวว่า การที่จะพัฒนาให้ผู้เรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนจะต้องจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีความรู้และสามารถนำความรู้ เหล่านั้นไปใช้ในการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยการอ่าน การพูด การเขียนเพื่อแสดงแนวคิด หรือวิธีอื่น ๆ และเน้นให้มีการใช้สัญลักษณ์ กราฟ แผนภูมิทางคณิตศาสตร์ประกอบการนำเสนอ และเพื่อให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างกัน ซึ่งจะเป็นการพัฒนาให้ผู้เรียนสามารถอธิบายแนวคิดของตนเองให้ผู้อื่นได้รับฟังและเกิดความเข้าใจอย่าง

ถูกต้องและชัดเจน ในขณะที่เดียวกันผู้เรียนก็ต้องพัฒนาความสามารถทางการสื่อสารของตนเอง เพื่อที่จะรับความรู้ที่ผู้สอนได้ถ่ายทอดออกมาได้ดียิ่งขึ้น

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จาก นักการศึกษาและองค์กรทางการศึกษาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ควรเริ่มต้นด้วยการที่ครูจัดบรรยากาศที่ส่งเสริมให้นักเรียน ได้ฝึกการสื่อสารโดยผ่านการอ่าน การพูด การเขียน นำเสนอแนวคิด และการทำกิจกรรมที่ส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การสืบสวนสอบสวน การเขียนอนุทิน การเขียนรายงาน การเขียนโปสเตอร์ ซึ่งการให้นักเรียนสื่อสารโดยการอธิบายแนวคิดของตนเองให้ผู้อื่นได้รับฟัง มีการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน จะทำให้นักเรียน ได้มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างกัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นร่วมกัน และการให้นักเรียนสื่อสารโดยการเขียนก็เป็นสิ่งจำเป็น เนื่องจากการเขียนให้ผู้อื่นอ่าน นักเรียนจะต้องจัดระบบความคิด และเรียบเรียงสิ่งที่จะสื่อสาร ซึ่งต้องใช้ความระมัดระวังมากกว่าการพูด จึงต้องมีการทบทวน ไตร่ตรอง ให้แน่ใจว่าความหมายของสิ่งที่กำลังอธิบายนั้นชัดเจนและตรงตามที่ตนเองต้องการบอกให้ผู้อื่นทราบซึ่งกระบวนการที่นักเรียนได้สะท้อนความคิดในลักษณะนี้ จะก่อให้เกิดการคิดแบบสะท้อนความคิด

การประเมินความสามารถในการให้สื่อสารทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและองค์กรทางการศึกษาได้กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

กรมวิชาการ (2546, หน้า 18-19) ระบุว่า ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ประเมินได้จากความสามารถในการแสดงออกตามขั้นตอนของความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ดังนี้

- เลือกรูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมายและนำเสนอด้วยวิธีการที่เหมาะสม
- ใช้ข้อความ ศัพท์ สูตร สมการ หรือแผนภูมิที่เป็นสากล
- บันทึกผลงานในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล
- สรุปสาระสำคัญที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 179) กล่าวถึง การประเมินความสามารถในการสื่อสารสื่อความหมาย และการนำเสนอว่าประกอบด้วยความสามารถ ดังต่อไปนี้

1. การสื่อสาร เป็นการอธิบายโดยการพูด เขียน หรือแสดงให้เห็น
2. การสื่อความหมาย เป็นการทำความเข้าใจ ตีความ แปลความ หรือวิเคราะห์ความหมายของสิ่งที่ตนพบ

3. การนำเสนอ เป็นการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอข้อมูล

หรือความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้อื่นเข้าใจได้ตรงกัน

การประเมินการสื่อสารในห้องเรียนมักเน้นที่การให้อธิบายวิธีการหรือให้เหตุผลโดยใช้การพูดและการเขียนอธิบาย

จากการศึกษาการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ประเมินได้จากการสื่อสารโดยการพูด การเขียน หรือการแสดงให้เห็น การสื่อความหมายโดยการตีความ แปลความ หรือวิเคราะห์ความหมายของสิ่งที่ตนพบ และนำเสนอโดยการใช่ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอข้อมูลหรือความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการประเมินความสามารถในการสื่อสารแก่ผู้เรียน โดยเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยเพื่อให้นักเรียนได้ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย และนำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจ

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2554, หน้า 116) ได้กล่าวถึง ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวมความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ ดังแสดงในตารางที่ 2-11

ตารางที่ 2-11 เกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวมความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์

ทักษะ/ กระบวนการ	คะแนน (ความหมาย)	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
การสื่อสาร การสื่อความหมาย และ การนำเสนอทางคณิตศาสตร์	4 (ดีมาก)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอถูกต้องทั้งหมดชัดเจน โดยนำเสนอด้วยกราฟ แผนภูมิ หรือตาราง และมีรายละเอียดที่สมบูรณ์

ตารางที่ 2-11 (ต่อ)

ทักษะ/ กระบวนการ	คะแนน (ความหมาย)	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอทาง คณิตศาสตร์	3 (พอใช้)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ใน การนำเสนอถูกต้องโดยนำเสนอด้วยกราฟ แผนภูมิ หรือตาราง แต่มีรายละเอียดไม่สมบูรณ์
	2 (พอใช้)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ใน การนำเสนอถูกต้องบางส่วน โดยพยายามนำเสนอ ด้วยกราฟ แผนภูมิ หรือตาราง แต่มีรายละเอียด ไม่สมบูรณ์
	1 (ปรับปรุง)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ใน การนำเสนออย่างง่าย ไม่ได้ใช้กราฟ แผนภูมิ หรือ ตาราง
	0 (ไม่พยายาม)	- ไม่มีการนำเสนอ

ศศิธร แม้นสงวน (2555, หน้า 271) กล่าวถึง ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนน
ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ แบบภาพรวม
เป็นดังแสดงในตารางที่ 2-12

ตารางที่ 2-12 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทาง
 คณิตศาสตร์ และการนำเสนอ แบบภาพรวม

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และ การนำเสนอที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิหรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอน เป็นระบบ กระชับ ชัดเจนและมีรายละเอียดสมบูรณ์
3 ดี	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบลำดับขั้นตอนได้ถูกต้อง ขาดรายละเอียด ที่สมบูรณ์
2 พอใช้	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ พยายามนำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิหรือตารางแสดงข้อมูลประกอบชัดเจนบางส่วน
1 ปรับปรุง	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ อย่างง่าย ๆ ไม่ได้ใช้กราฟ แผนภูมิหรือตารางเลย และการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน
0 ไม่พยายาม	ไม่นำเสนอ

สสวท. (2555 ก, หน้า 93-94) ระบุว่า ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวมของ
 แบบประเมินความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
 แสดงในตารางที่ 2-13

ตารางที่ 2-13 เกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวมของแบบประเมินความสามารถในการสื่อสาร
การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การให้คะแนน
ความสามารถใน การสื่อสาร การสื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์ และนำเสนอ	3 (ดี)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลตามลำดับขั้นตอน ชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วน
	2 (พอใช้)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลได้ชัดเจน บางประเด็น และยังขาดรายละเอียดใน บางประเด็น
	1 (ต้องปรับปรุง)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ไม่ถูกต้องและการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน

จากการศึกษาเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
แบบภาพรวมจากนักการศึกษาและองค์กรทางการศึกษา เนื่องจากในงานวิจัยนี้วัดความสามารถใน
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดจากการให้นักเรียนเขียนอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของ
ตนเอง ผู้วิจัยจึงเลือกใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวม โดยปรับปรุงมาจากเกณฑ์การประเมิน
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของ สสวท. โดยปรับเกณฑ์การให้คะแนนจาก 3 ระดับ
เป็น 4 ระดับ (สสวท., 2555 ก, หน้า 93-94) ซึ่งมีรายละเอียดดังแสดงใน
ตารางที่ 2-14

ตารางที่ 2-14 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แบบภาพรวมที่
ผู้วิจัยใช้ในการทำวิจัย

คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
3 (ดีมาก)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย ได้ถูกต้อง นำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจ ตามลำดับขั้นตอน และมีรายละเอียดครบถ้วน
2 (ดี)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย ได้ถูกต้อง และนำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่น เข้าใจตามลำดับขั้นตอน แต่ยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น
1 (พอใช้)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย ได้ถูกต้องบางส่วน และนำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบาย ให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอน แต่ยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น
0 (ต้องปรับปรุง)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย ไม่ถูกต้อง นำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจ ไม่เป็นไปตามลำดับขั้นตอน ขาดรายละเอียดหรือไม่มีร่องรอยการเขียน

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด

จากการศึกษาการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทาง
คณิตศาสตร์ข้างต้น ในการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอน
การจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Becker & Shimada, 1997, pp. 33-34, Nohda, 2000,
pp. 42-43, Inprasitha, 2011, pp. 56-59) เป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด ครูนำเสนอปัญหาปลายเปิด พร้อม
ใบกิจกรรมแก่นักเรียนเป็นกลุ่ม

ขั้นที่ 2 ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือแก้ปัญหา
ปลายเปิด โดยหาแนวทางการแก้ปัญหา โดยอาศัยประสบการณ์ที่มีอยู่หรือสร้างองค์ความรู้ใหม่
ขึ้นมาเพื่อแก้ปัญหา โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มเขียนบันทึกคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาลงใน

ใบกิจกรรม จากนั้นนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของกลุ่มของตนเองบนกระดาน โดยครูมีหน้าที่ชี้แนะให้เกิดการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของวิธีการแก้ปัญหาที่นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอ และครูมีหน้าที่เก็บใบกิจกรรมเพื่อนำมาประเมินการเรียนรู้ของนักเรียนแต่ละกลุ่ม

ขั้นที่ 3 ขั้นการสรุป โดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ครูรวบรวมแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหาทั้งหมด และให้นักเรียนร่วมกันสะท้อนกลับแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียน โดยการเชื่อมโยงแนวคิดจากการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นการสร้างปัญหาใหม่ นักเรียนสร้างปัญหาใหม่จากปัญหาที่ครูนำเสนอ โดยการเปลี่ยนเงื่อนไขหรือคุณลักษณะของปัญหาเดิม และแก้ปัญหาที่สร้างขึ้น

เนื่องจากการวิจัยในครั้งนี้ศึกษาเกี่ยวกับความสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงนำกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิจัยครั้งนี้ด้วย ซึ่งผู้วิจัยได้สังเคราะห์กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาจากกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ Polya และ สสวท. (Polya, 1957, pp. xvi – xvii, pp. 6-16, สสวท., 2555 ก, หน้า 103) โดยมีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาว่าต้องการทราบสิ่งใดและกำหนดสิ่งใดมาให้บ้าง

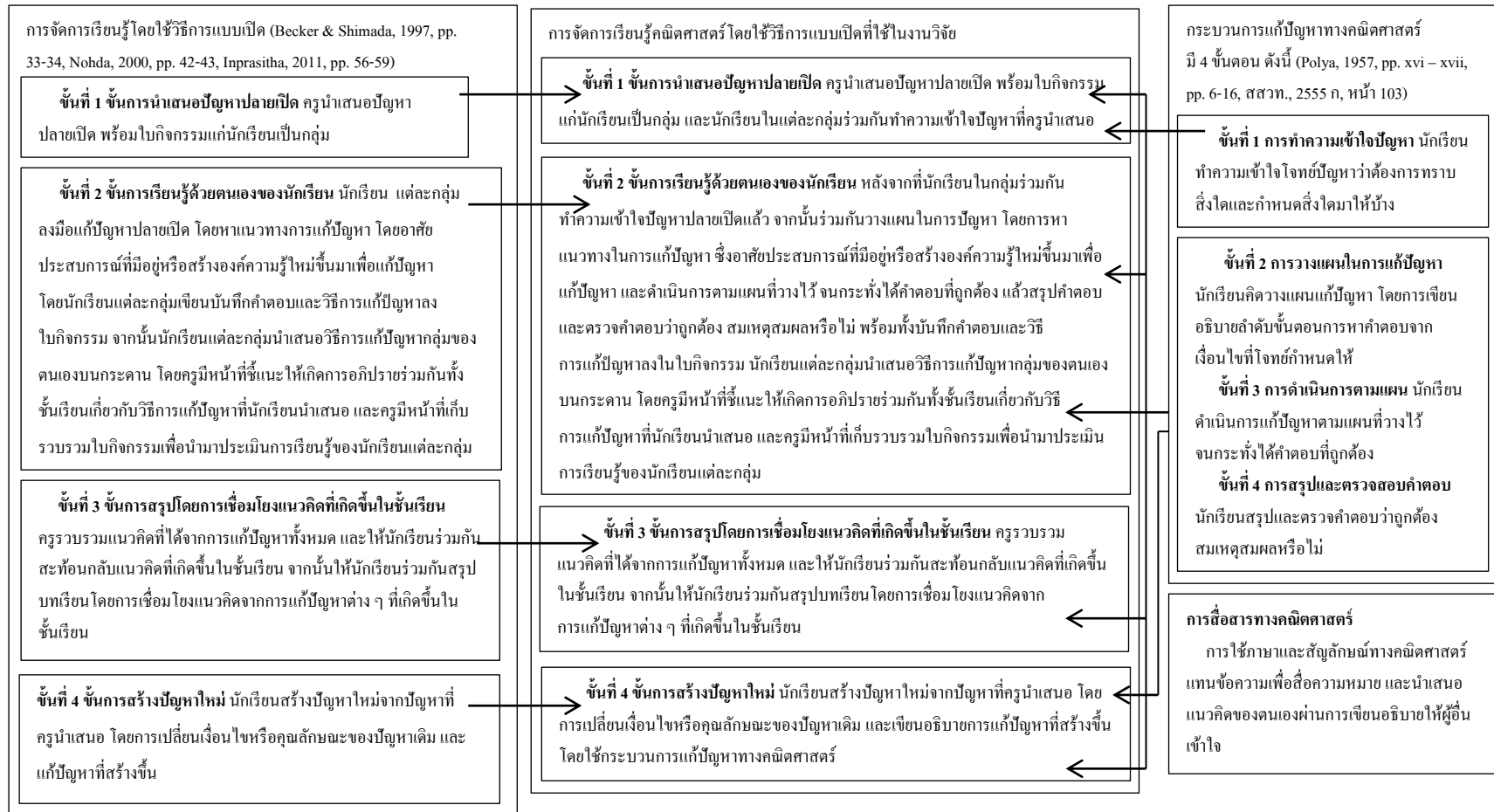
ขั้นที่ 2 การวางแผนในการแก้ปัญหา นักเรียนคิดวางแผนแก้ปัญหา โดยการเขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง

ขั้นที่ 4 การสรุปและตรวจสอบคำตอบ นักเรียนสรุปคำตอบที่ได้ และตรวจคำตอบว่าถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่

ผู้วิจัยได้ศึกษาเกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยศึกษาการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย และการนำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจ

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดมาผนวกเข้ากับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังแสดงในภาพที่ 2-5



ภาพที่ 2-5 การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่ใช้ในงานวิจัย

จากภาพการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่ใช้ในงานวิจัยข้างต้น ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่ใช้ในงานวิจัย ดังนี้

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด หมายถึง วิธีการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดแก้ปัญหาในแนวทางของตนเอง และเกิดแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งในการแก้ปัญหานักเรียนต้องอาศัยความรู้ ทักษะ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์หรือสร้างองค์ความรู้ใหม่ขึ้นมาเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา โดยมีลำดับขั้นตอนในการทำกิจกรรมดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด ครูนำเสนอปัญหาปลายเปิด พร้อมใบกิจกรรมแก่นักเรียนเป็นกลุ่ม และนักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันทำความเข้าใจปัญหาที่ครูนำเสนอ

ขั้นที่ 2 ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน หลังจากที่นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันทำความเข้าใจปัญหาปลายเปิดแล้ว จากนั้นร่วมกันวางแผนในการปัญหา โดยการหาแนวทางในการแก้ปัญหา ซึ่งอาศัยประสบการณ์ที่มีอยู่หรือสร้างองค์ความรู้ใหม่ขึ้นมาเพื่อแก้ปัญหา และดำเนินการตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง แล้วสรุปคำตอบและตรวจคำตอบว่าถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่ พร้อมทั้งบันทึกคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรม นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอวิธีการแก้ปัญหากลุ่มของตนเองบนกระดาน โดยครูมีหน้าที่ชี้แนะให้เกิดการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหที่นักเรียนนำเสนอ และครูมีหน้าที่เก็บรวบรวมใบกิจกรรมเพื่อนำมาประเมินการเรียนรู้ของนักเรียนแต่ละกลุ่ม

ขั้นที่ 3 ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ครูรวบรวมแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหาทั้งหมด และให้นักเรียนร่วมกันสะท้อนกลับแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียนโดยการเชื่อมโยงแนวคิดจากการแก้ปัญหาด่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นการสร้างปัญหาใหม่ นักเรียนสร้างปัญหาใหม่จากปัญหาที่ครูนำเสนอ โดยการเปลี่ยนเงื่อนไขหรือคุณลักษณะของปัญหาเดิม และเขียนอธิบายการแก้ปัญหที่สร้างขึ้นโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยต่างประเทศ

Becker and Shimada (1997) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งพบว่าการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดจะช่วยพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนมีประสบการณ์เกี่ยวกับการแก้ปัญหามากขึ้น โดยในการหาคำตอบของปัญหา นักเรียนต้องอาศัยประสบการณ์ที่มีมาก่อนหน้านี้ ทักษะ และวิธีการคิดมาบูรณาการเข้าด้วยกัน ซึ่งการจัดการเรียนการสอนโดยการแก้ปัญหาปลายเปิดจะช่วยส่งเสริมการคิดทางคณิตศาสตร์และช่วยให้นักเรียน ได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการลงมือแก้ปัญหาคด้วยตนเอง

Conway (1997) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อการแก้ปัญหา โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาครูเอกประถมศึกษา ซึ่งทำการการศึกษาว่าการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดจะมีประสิทธิผลต่อการแก้ปัญหานักศึกษาอย่างไร ซึ่งทำการสอนและประเมินโดยใช้ปัญหาปลายเปิด ปัญหาที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนได้แก่ ปัญหาที่มีคำตอบถูกต้องหลายคำตอบ และการสร้างปัญหาของนักศึกษาเอง ซึ่งมีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่แก้ไปแล้ว โดยทำการศึกษาเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหานักศึกษา

งานวิจัยในประเทศ

เริงชัย คำสุวรรณ (2553) ได้ทำการศึกษาผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ฟังก์ชัน เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย สุราษฎร์ธานี กลุ่มตัวอย่างจำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) ยุทธวิธีแก้ปัญหาคทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาค ได้แก่ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การสร้างตาราง การใช้ตัวแปร การให้เหตุผลทางตรง และ การแจกแจงกรณี 2) ค่าเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาคทางคณิตศาสตร์หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด สูงกว่าค่าเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาคทางคณิตศาสตร์ก่อนการใช้กิจกรรม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จิตชัช พิ้งผล (2554) ได้ศึกษาวิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาคปลายเปิด: เน้นความแตกต่างระหว่างเพศ ซึ่งการวิจัยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาวิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาคปลายเปิด: เน้นความแตกต่างระหว่างเพศ กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 ผลการวิจัยพบว่า 1) จาก การวิเคราะห์วิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาคปลายเปิดแสดงให้เห็นว่านักเรียนใช้วิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังนี้ ภาษาทั่ว ๆ ไป วจนภาษาทางคณิตศาสตร์ ภาษาสัญลักษณ์ การนำเสนอด้วยการนึ่งภาพ การแสดงสมมติฐานร่วม ภาษาถึงคณิตศาสตร์

วิธีการสื่อสารโดยใช้ภาษาทั่ว ๆ ไป และวัจนภาษาทางคณิตศาสตร์ แสดงให้เห็นชัดเจนในช่วง
 แก้ปัญหาที่นักเรียนนำเสนอวิธีการคิดโดยการพูด ภาษาสัญลักษณ์ เกิดขึ้นในช่วงที่นักเรียนเสนอ
 แนวคิดโดยการเขียนเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอด้วยการนิกรภาพเกิดขึ้นในช่วงที่
 นักเรียนเสนอแนวคิดโดยการเขียนอธิบายออกมาในรูปของการแสดงแทนด้วยภาพ การแสดง
 สมมติฐานร่วมเกิดขึ้นในช่วงที่นักเรียนเสนอแนวคิดโดยการเขียนกระจายตัวเลขแล้วโยงเส้น และ
 ภาษากึ่งคณิตศาสตร์เกิดขึ้นในช่วงที่นักเรียนเสนอแนวคิดโดยการพูดสื่อสารกับเพื่อนในกลุ่มถึง
 แนวคิดตามตนเองเข้าใจ ซึ่งภาษาที่ใช้มีความหมายทางคณิตศาสตร์ 2) ผลการเปรียบเทียบวิธี
 การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียนชายและหญิงพบว่า กิจกรรม
 なたลีหรรษา นักเรียนกลุ่มที่ 1 (ชาย) และนักเรียนกลุ่มที่ 2 (หญิง) ใช้วิธีการสื่อสาร 5 วิธี
 เหมือนกันและกิจกรรมส้อม นักเรียนกลุ่มที่ 1 (ชาย) ใช้วิธีการสื่อสาร 4 วิธี และนักเรียนกลุ่มที่ 2
 (หญิง) ใช้วิธีการสื่อสาร 5 วิธี

เที่ยง อินทร์ปัญญา (2554) ได้ทำการศึกษาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างครูกับ
 นักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิด ซึ่งใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพที่เน้นการวิเคราะห์
 โปรโตคอล และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ กลุ่มเป้าหมายเป็นครูที่สอนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1
 จำนวน 1 คน และนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 11 คน โรงเรียนบ้านนิยมบึงไคร์นุ่น
 จังหวัดขอนแก่น เก็บรวบรวมข้อมูลใช้การสังเกตการณ์สื่อสารทางคณิตศาสตร์ของครูกับนักเรียน
 โดยใช้แบบบันทึกสนาม (Field notes) พร้อมทั้งใช้การบันทึกวิดีโอทัศน์และบันทึกเสียงของครูและ
 นักเรียนในช่วงที่ทำกิจกรรมในชั้นเรียน ข้อมูลหลักที่นำมาวิเคราะห์ได้แก่ โปรโตคอล
 การทำกิจกรรมในชั้นเรียนจำนวน 4 กิจกรรม ที่แสดงให้เห็นการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างครู
 กับนักเรียนจำนวน 47 ฉาก เมื่อจำแนกตามรูปแบบการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของ Emori (1997)
 ในชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิด 4 ขั้นตอนของ Imprasitha (2011) พบว่า

ขั้นตอนการนำเสนอปัญหาปลายเปิด เกิดการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างครูกับ
 นักเรียน 1 รูปแบบ ได้แก่ ห่วงโซ่การสื่อสารแบบประสาน

ขั้นตอนการเรียนรู้ด้วยตัวเองของนักเรียน เกิดการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างครูกับ
 นักเรียน 2 รูปแบบ ได้แก่ ห่วงโซ่การสื่อสารแบบประสาน และห่วงโซ่การสื่อสารแบบเท่าเทียม

ขั้นตอนการอภิปรายทั้งชั้นเรียน เกิดการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างครูกับนักเรียน
 2 รูปแบบ ได้แก่ ห่วงโซ่การสื่อสารแบบประสาน และห่วงโซ่การสื่อสารแบบเท่าเทียมกัน

ขั้นตอนการสรุปบทเรียนโดยการเชื่อมโยง เกิดการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างครูกับ
 นักเรียน 4 รูปแบบ ได้แก่ ห่วงโซ่การสื่อสารแบบประสาน ห่วงโซ่การสื่อสารแบบเท่าเทียมกัน
 ห่วงโซ่การสื่อสารแบบผู้รับเหนือกว่า และห่วงโซ่การสื่อสารแบบเหนือความคาดหมาย

จิระประภา สุวรรณจักษ์ (2556) ได้ศึกษาการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่หลากหลายของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง อสมการ อัตราส่วน โอกาสและเหตุการณ์ และการหาพื้นที่ กลุ่มเป้าหมาย คือนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบุญวาทย์วิทยาลัย จังหวัดลำปาง จำนวน 31 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่หลากหลายสูงขึ้น โดยพิจารณาจากการทำแบบทดสอบก่อนเรียนไม่มีนักเรียนคนใดสามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่หลากหลายได้ ในขณะที่ผลการทดสอบหลังเรียน มีนักเรียนจำนวน 26 คน คิดเป็นร้อยละ 83.87 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่หลากหลาย ส่วนการคิดในการแก้ปัญหาพบว่า นักเรียนกลุ่มที่มีคะแนนอยู่ในระดับมากที่สุด ปานกลาง และน้อยที่สุด สามารถแสดงวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ชัดเจน 3-4 วิธี 2-3 วิธี และ 1-2 วิธี ตามลำดับ นอกจากนี้ยังให้เหตุผลในการเลือกวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาโดยนักเรียนกลุ่มที่มีคะแนนอยู่ในระดับมากที่สุดและปานกลาง พิจารณาตามความถนัด ความคุ้นเคยและความรวดเร็วในการแก้ปัญหา ส่วนนักเรียนกลุ่มที่มีคะแนนอยู่ในระดับน้อยที่สุดให้เหตุผลโดยพิจารณาตามความง่ายและความชัดเจน ของวิธีการแก้ปัญหานั้น

เนตรนารี ไพโรจน์พิริยะกุล (2556) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม โดยใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเทศบาลเพชรวิทย์ จังหวัดตาก ที่จัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดกับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ศึกษา กลุ่มตัวอย่างจำนวน 2 ห้องเรียน ห้องละ 21 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนที่จัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่ากลุ่มที่จัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล (2557) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ศึกษา กลุ่มตัวอย่างจำนวน 44 คน ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดแบ่งเป็น 3 ขั้นตอน ได้แก่ กำหนดปัญหา การแก้ปัญหา และการขยายปัญหา โดยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One-Group Pretest-Posttest Design ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถใน

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ปนัดดา นามวิจิตร (2557) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด (Open approach) กลุ่มตัวอย่างจำนวน 5 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่เรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด สามารถพัฒนาความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์อยู่ในระดับดี นักเรียนเกิดการพัฒนาการคิดวิเคราะห์ในขั้นตอน 3 ขั้นตอนของวิธีการแบบเปิด โดยขั้นตอนของวิธีการแบบเปิดนักเรียนเกิดการคิดวิเคราะห์มากที่สุด คือ ขั้นตอนการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน

จิณดา อุดมเลิศปรีชา (2558) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร ศึกษากลุ่มตัวอย่าง 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาโดยเฉลี่ยอยู่ในระดับดี

พัทธยากร บุสสยา (2559) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งมีวัตถุประสงค์ ดังนี้ 1) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70 และ 2) เพื่อเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/3 โรงเรียนวัดป่าประดู่ จังหวัดระยอง จำนวน 42 คน ซึ่งผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 2) ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องข้างต้นพบว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดนั้นส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น ซึ่งการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เป็นการจัดการเรียนรู้ที่กระตุ้นให้นักเรียนได้คิดแก้ปัญหาปลายเปิดในแนวทางของตนเอง ให้นักเรียนได้มีกรอบิปรายเพื่อแลกเปลี่ยนแนวความคิดร่วมกันทั้งชั้นเรียน ดังนั้น การจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดอาจส่งผลให้นักเรียนมีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นด้วยเช่นกัน

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัย เรื่อง ผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การกำหนดแบบแผนการทดลอง
4. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ซึ่งในแต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ในการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้กำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่างดังนี้

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 (ค31202) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์” สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 18 จังหวัดชลบุรี ทั้งหมด 5 ห้องเรียน จำนวน 243 คน ได้แก่ ม.4/1-3 และ 4/11-12

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/12 จำนวน 38 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์” ซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยผู้วิจัยได้นำคะแนนรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 1 (ค31201) ในภาคเรียนที่ 1 ของนักเรียนทั้ง 5 ห้องเรียน มาวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-Way ANOVA) โดยใช้โปรแกรม SPSS พบว่า ความสามารถของนักเรียนทั้ง 5 ห้องเรียนไม่แตกต่างกัน (ดังภาพที่ จ-1 ในภาคผนวก จ) จากนั้นผู้วิจัยได้ทำการจับสลากมา 1 ห้องเรียนจากทั้งหมด 5 ห้องเรียน ซึ่งได้กลุ่มตัวอย่างที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง ฟังก์ชัน จำนวน 8 แผน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 1 ฉบับ รวม 5 ข้อ

ซึ่งรายละเอียดในการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมีดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด มีรายละเอียดการสร้างและหาคุณภาพดังต่อไปนี้

1.1 ศึกษาตำรา เอกสาร วารสารและงานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

1.2 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์” กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อวิเคราะห์โครงสร้างรายวิชา ผลการเรียนรู้ และคำอธิบายรายวิชา

1.3 ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน จากตำรา และเอกสารต่าง ๆ

1.4 ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ความสอดคล้องของผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และจำนวนชั่วโมง เพื่อใช้ในการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง ฟังก์ชัน จำนวน 8 แผน ซึ่งมีรายละเอียด ดังแสดงในตารางที่ 3-1

ตารางที่ 3-1 ตารางวิเคราะห์แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	ผลการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
1 ความหมายของฟังก์ชัน	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชัน และสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้	1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชัน ได้ถูกต้อง 2. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชัน ได้ถูกต้อง 3. นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายเกี่ยวกับความหมายฟังก์ชัน ได้ถูกต้อง	ความหมายของฟังก์ชัน	2
2 ฟังก์ชันจาก A ไป B	แก้ปัญหาได้	1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันจาก A ไป B และฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ได้ถูกต้อง 2. นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันจาก A ไป B และฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B จากฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง 3. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันจาก A ไป B และฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ได้ถูกต้อง 4. นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายเกี่ยวกับฟังก์ชันจาก A ไป B และฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ได้ถูกต้อง	- ฟังก์ชันจาก A ไป B - ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B	2
ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B	3. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม 4. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน			

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	ผลการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
3 ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B	<p>1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชัน และสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้</p> <p>2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้</p> <p>3. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ</p>	<p>1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B และฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B ได้ถูกต้อง</p> <p>2. นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B และฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B จากฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง</p> <p>3. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B และฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B ได้ถูกต้อง</p> <p>4. นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายเกี่ยวกับฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B และฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B ได้ถูกต้อง</p>	<p>- ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B</p> <p>- ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B</p>	2
4 ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด	<p>ได้อย่างเหมาะสม</p> <p>4. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน</p>	<p>1. นักเรียนอธิบายความหมายของฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดได้ถูกต้อง</p> <p>2. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดได้ถูกต้อง</p> <p>3. นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายเกี่ยวกับฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด</p>	<p>ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด</p>	2

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	ผลการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
		ได้ถูกต้อง		
5 การดำเนินการของ ฟังก์ชัน (การบวก และการลบ)	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับ ฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชัน และสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชัน ไปใช้แก้ปัญหาได้	1. นักเรียนสามารถบวกและลบฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง 2. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก และการลบฟังก์ชันได้ถูกต้อง 3. นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายเกี่ยวกับการบวก และการลบฟังก์ชันได้ถูกต้อง	การดำเนินการของ ฟังก์ชัน (การบวก และการลบ)	2
6 การดำเนินการของ ฟังก์ชัน (การคูณ และการหาร)	3. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม 4. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่าง ถูกต้อง และชัดเจน	1. นักเรียนสามารถคูณและหารฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง 2. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการคูณ และการหารฟังก์ชันได้ถูกต้อง 3. นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายเกี่ยวกับการคูณ และการหารฟังก์ชันได้ถูกต้อง	การดำเนินการของ ฟังก์ชัน (การคูณ และการหาร)	2

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	ผลการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
7 ฟังก์ชันประกอบ	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชัน และสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้	1. นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันประกอบจากฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง 2. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันประกอบได้ถูกต้อง 3. นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายเกี่ยวกับฟังก์ชันประกอบได้ถูกต้อง	ฟังก์ชันประกอบ	2
8 ฟังก์ชันผกผัน	แก้ปัญหาได้ 3. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม 4. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน	1. นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันผกผันจากฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง 2. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันผกผันได้ถูกต้อง 3. นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายเกี่ยวกับการฟังก์ชันผกผันได้ถูกต้อง	ฟังก์ชันผกผัน	2
รวม				16

1.5 เขียนแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และครอบคลุมเนื้อหา เรื่อง ฟังก์ชัน จำนวน 8 แผน แผนละ 2 ชั่วโมง ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผน ประกอบด้วย ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผล การเรียนรู้ และบันทึกหลังการสอน ซึ่งในขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ การนำเสนอปัญหาปลายเปิด การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน และการสร้างปัญหาใหม่

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจพิจารณาความสอดคล้องระหว่างผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้ และการวัดผลและประเมินผล การเรียนรู้ รวมถึงความถูกต้องของภาษา และเวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้ข้อเสนอแนะ และนำมาปรับปรุงแก้ไข

1.7 ปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา วิทยานิพนธ์ และเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน เพื่อตรวจพิจารณาความเหมาะสมของ องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งประกอบไปด้วยผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้ การวัดและ ประเมินผลการเรียนรู้ รวมถึงความถูกต้องของภาษา และเวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอน โดยใช้แบบประเมินความเหมาะสมขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งมีลักษณะเป็น แบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) ดังนี้ (สม โภชน์ อเนกสุข, 2553, หน้า 112)

5 คะแนน	เหมาะสมมากที่สุด
4 คะแนน	เหมาะสมมาก
3 คะแนน	เหมาะสมปานกลาง
2 คะแนน	เหมาะสมน้อย
1 คะแนน	เหมาะสมน้อยที่สุด

และทำการวิเคราะห์หาค่าเฉลี่ย (\bar{X}) แล้วทำการเทียบกับเกณฑ์ ดังนี้

ค่าเฉลี่ย	ความหมาย
4.51-5.00	เหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด
3.51-4.50	เหมาะสมอยู่ในระดับมาก
2.51-3.50	เหมาะสมอยู่ในระดับปานกลาง
1.51-2.50	เหมาะสมอยู่ในระดับน้อย

1.00-1.50

เหมาะสมอยู่ในระดับน้อยที่สุด

ซึ่งผลการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่าน พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการแบบเปิดทั้ง 8 แผนมีค่าความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด โดยมี $\bar{X} = 4.53$ และ $S = 0.26$ (ดังตารางที่ ค-9 ในภาคผนวก ค)

1.8 ทำการปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ โดยผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะและข้อควรปรับปรุงแก้ไข ดังนี้

1. ควรใช้ภาษาที่ชัดเจน ไม่กำกวม ตัวอย่างเช่น

- ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B คือ ฟังก์ชันที่สมาชิกตัวหน้าทุกตัวจับกับสมาชิกตัวหลังทุกตัว ซึ่งอาจจะจับแบบสมาชิกตัวหน้าสองตัวจับกับสมาชิกตัวหลังหนึ่งตัว หรือสมาชิกตัวหน้าหนึ่งตัวจับกับสมาชิกตัวหลังหนึ่งตัว เปลี่ยนเป็น ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B คือ ฟังก์ชันที่สมาชิกตัวหน้าทุกตัวจับคู่กับสมาชิกตัวหลังทุกตัว ซึ่งอาจจะจับแบบสมาชิกมากกว่า 1 ตัวจับคู่กับสมาชิกตัวหลังเพียงตัวเดียว หรือสมาชิกตัวหน้าหนึ่งตัวจับคู่กับตัวหลังหนึ่งตัว
- ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B คือ ฟังก์ชันที่สมาชิกตัวหน้าทุกตัวจับกับสมาชิกตัวหลังทุกตัว เปลี่ยนเป็น ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B คือ ฟังก์ชันที่สมาชิกในเซต B ถูกจับคู่หมดทุกตัว และแต่ละตัวจะถูกจับคู่ได้เพียงครั้งเดียว

2. ควรระบุค่าชี้แจงในใบงานให้ชัดเจนเพื่อให้นักเรียนสามารถทำใบงานได้ถูกต้องตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้

จากนั้นนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้งหนึ่ง

1.9 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่แก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/1 โรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์” ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาข้อบกพร่องของแผนการจัดการเรียนรู้ พบว่า ขั้นตอนนำเสนอปัญหาปลายเปิด นักเรียนส่วนใหญ่ไม่คุ้นเคยกับปัญหาปลายเปิด และการแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนในแต่ละกลุ่มจึงใช้เวลามากในการทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน นักเรียนทุกคนในกลุ่มได้มีส่วนร่วมในแก้ปัญหาปลายเปิด ได้พูดคุยแลกเปลี่ยนแนวคิดของตนเองกับเพื่อนในกลุ่ม และเพื่อนในชั้นเรียน ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนเกิดแนวคิดที่หลากหลายในชั้นเรียน นักเรียนเกิดการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิด และสะท้อนกลับแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ขั้นการสร้างปัญหาใหม่ ชั้นนี้นักเรียนสนุกสนานกับการสร้างปัญหาที่แปลกใหม่ และได้แก้ปัญหาด้วยตนเอง

1.10 นำแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่แก้ไขแล้วไปใช้

กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเนื้อหา เรื่อง ฟังก์ชัน ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ 1 ฉบับ โดยมีรายละเอียดการสร้างและหาคุณภาพ ดังต่อไปนี้

2.1 ศึกษาหลักการ เทคนิค และวิธีการสร้างแบบทดสอบ การวัดและประเมินผล การเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2.2 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์” กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน เพื่อวิเคราะห์โครงสร้างรายวิชา ผลการเรียนรู้ และคำอธิบายรายวิชา

2.3 ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน จากตำรา และเอกสารต่าง ๆ

2.4 สร้างตารางวิเคราะห์ความสอดคล้องของผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบ เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จำนวน 10 ข้อ โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 3-2

ตารางที่ 3-2 การวิเคราะห์ความสอดคล้องของผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบ ของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบ ที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบ ที่ใช้จริง
1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชัน และสร้างฟังก์ชัน จากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้	- ความหมายของฟังก์ชัน - ฟังก์ชันจาก A ไป B - ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B	1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับความหมายของ ฟังก์ชันได้ถูกต้อง 2. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันจาก A ไป B และฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ได้ถูกต้อง	2	1
2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหา ได้	- ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B	3. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B และฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B ได้ถูกต้อง		
3. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทาง คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีใน การแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม	- ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B	4. นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายเกี่ยวกับความหมายของ ฟังก์ชันได้ถูกต้อง		
4. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และ การนำเสนอได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน		5. นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายเกี่ยวกับฟังก์ชันจาก A ไป B		

ตารางที่ 3-2 (ต่อ)

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบ ที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบ ที่ใช้จริง
		และฟังชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ได้ถูกต้อง 6. นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายเกี่ยวกับฟังชันจาก A ไป ทั่วถึง B และฟังชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B ได้ ถูกต้อง		
	ฟังชันเพิ่มและฟังชันลด	1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับฟังชันเพิ่มและ ฟังชันลดได้ถูกต้อง 2. นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายเกี่ยวกับฟังชันเพิ่มและ ฟังชันลดได้ถูกต้อง	2	1
	การดำเนินของฟังชัน	1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก และการลบ ฟังชันได้ถูกต้อง 2. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการคูณ และการหาร ฟังชันได้ถูกต้อง	2	1

ตารางที่ 3-2 (ต่อ)

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบ ที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบ ที่ใช้จริง
		3. นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายเกี่ยวกับการบวก และการลบฟังก์ชันได้ถูกต้อง		
		4. นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายเกี่ยวกับการคูณ และการหารฟังก์ชันได้ถูกต้อง		
	ฟังก์ชันประกอบ	1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันประกอบได้ถูกต้อง	2	1
		2. นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายเกี่ยวกับฟังก์ชันประกอบได้ถูกต้อง		

ตารางที่ 3-2 (ต่อ)

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบ ที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบ ที่ใช้จริง
	ฟังก์ชันผกผัน	1. นักเรียนแก้ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันผกผัน ได้ถูกต้อง 2. นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายเกี่ยวกับฟังก์ชันผกผัน ได้ ถูกต้อง	2	1
	รวม		10	5

2.5 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ ให้ครอบคลุมเนื้อหา สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้

2.6 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังตารางที่ 3-3 และเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีรายละเอียดดังตารางที่ 3-4

ตารางที่ 3-3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัย

1. การทำความเข้าใจปัญหา

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2 (ดี)	ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องทั้งหมด
1 (พอใช้)	ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องบางส่วน
0 (ต้องปรับปรุง)	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ถูกต้องทั้งหมด - ไม่ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

2. การวางแผนในการแก้ปัญหา

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2 (ดี)	เขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องครบถ้วน
1 (พอใช้)	เขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องบางส่วน
0 (ต้องปรับปรุง)	- เขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง - ไม่มีการเขียนอธิบาย

ตารางที่ 3-3 (ต่อ)

3. การดำเนินการตามแผน	
ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2 (ดี)	ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง
1 (พอใช้)	ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ได้ถูกต้องบางส่วน
0 (ต้องปรับปรุง)	- ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ไม่ถูกต้อง - ไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา
4. การสรุปและตรวจสอบคำตอบ	
ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2 (ดี)	สรุปคำตอบและตรวจคำตอบได้ถูกต้อง
1 (พอใช้)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ตรวจคำตอบไม่ถูกต้อง - สรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่มีการตรวจคำตอบ
0 (ต้องปรับปรุง)	- สรุปคำตอบไม่ถูกต้องและตรวจคำตอบไม่ถูกต้อง - สรุปคำตอบไม่ถูกต้องและไม่มีการตรวจคำตอบ - ไม่มีการสรุปคำตอบและไม่มีการตรวจคำตอบ

ตารางที่ 3-4 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัย

คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
3 (ดีมาก)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้อง นำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอน และมีรายละเอียดครบถ้วน
2 (ดี)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้อง และนำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอน แต่ยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น

ตารางที่ 3-4 (ต่อ)

คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
1 (พอใช้)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย ได้ถูกต้องบางส่วน และนำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอน แต่ยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น
0 (ต้องปรับปรุง)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย ไม่ถูกต้อง นำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจไม่ เป็นไปตามลำดับขั้นตอน ขาดรายละเอียดหรือไม่มีร่องรอยการเขียน

2.7 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจพิจารณา ความถูกต้องและความชัดเจนของภาษา

2.8 ปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ โดยผู้วิจัยได้ ปรับเกณฑ์การให้คะแนนให้ชัดเจน และครบถ้วน และเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 ท่าน เพื่อ ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content validity) ของแบบทดสอบ ความสอดคล้องของ ข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ความชัดเจนของภาษาของแบบทดสอบ และให้ข้อเสนอแนะ สำหรับปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบให้ดีขึ้น โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Objective Congruence: IOC) มีเกณฑ์การให้คะแนนเป็น ดังนี้ (สมนึก ภัททิยธนี, 2555, หน้า 118-220)

ถ้าแน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์ ให้กา/ ลงในช่อง 1 คะแนน

ถ้าไม่แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์ให้กา/ ลงในช่อง 0 คะแนน

ถ้าแน่ใจว่าข้อสอบไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์ให้กา/ ลงในช่อง -1 คะแนน

ซึ่งคะแนนเฉลี่ยของดัชนีความสอดคล้องที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ .06 ถึง 1.00

และจากผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่าน พบว่า ดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบ มีค่าระหว่าง 0.8-1.0 (ดังตารางที่ ค-2 ในภาคผนวก ค)

2.9 ทำการปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ โดยผู้เชี่ยวชาญ ได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้ 1) ปรับคำถามให้มีความชัดเจน และกระชับ 2) เว้นบรรทัดสำหรับเขียน

คำตอบให้เหมาะสม

จากนั้นผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนที่ปรับปรุงแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

2.10 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/1 โรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์” ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นกลุ่มเดียวกันกับกลุ่มที่นำแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดไปใช้

2.11 นำผลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไปตรวจให้คะแนน ตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังตารางที่ 3-3 และ 3-4 และวิเคราะห์ค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) จากนั้นทำการเลือกแบบทดสอบจำนวน 5 ข้อ จากทั้งหมด 10 ข้อ ที่มีค่าความยากง่าย ตั้งแต่ 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป และครอบคลุมจุดประสงค์ ซึ่งจากการคัดเลือกข้อสอบ พบว่าแบบทดสอบมีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.53-0.67 ค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.43-0.68 และครอบคลุมจุดประสงค์ (ดังตารางที่ ค-11 ในภาคผนวก ค)

2.12 นำคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้ง 5 ข้อ มาหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบ โดยใช้การหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ตามวิธีของครอนบาค โดยค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบควรมีค่า ตั้งแต่ 0.70 ขึ้นไป (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 161) ซึ่งจากการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับ เท่ากับ 0.91 (ดังตารางที่ ค-11 ในภาคผนวก ค)

2.13 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการหาคุณภาพแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

การกำหนดแบบแผนการทดลอง

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยแบบกึ่งทดลอง (Quasi-experimental design) ใช้การวิจัยแบบกลุ่มเดียว วัดผลการทดลองครั้งเดียว (One-group posttest-only design) (พิจิต ฤทธิ์จรูญ, 2551, หน้า 137) โดยมีแบบแผนการทดลองดังตารางที่ 3-5

ตารางที่ 3-5 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	ทดลอง	การทดสอบหลังเรียน
<i>E</i>	<i>X</i>	<i>O</i>

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง

X แทน การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด

O แทน คะแนนสอบหลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โดยใช้วิธีการแบบเปิด

การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/12 โรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์” ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 18 จังหวัดชลบุรี และดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ขั้นเตรียมการ

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง ฟังก์ชัน

1.2 จัดทำสื่อ วัสดุ และอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับแผนการจัดการเรียนรู้

คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดตามที่ระบุไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ในข้อ 1.1

1.3 ผู้วิจัยทำการติดต่อบัณฑิตศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา เพื่อทำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อขอความอนุเคราะห์กับทางโรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์” ในการดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

2. ขั้นตอนการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล ในการดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

2.1 ผู้วิจัยทำการชี้แจงจุดประสงค์และบทบาทหน้าที่ของนักเรียนสำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด เพื่อให้ นักเรียนสามารถปฏิบัติตนได้ถูกต้อง

2.2 ผู้วิจัยดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง ฟังก์ชัน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ทั้งหมด 16 ชั่วโมง เป็นเวลา 4 สัปดาห์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559

2.3 หลังจากดำเนินการสอนจนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2.4 ทำการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนดไว้เพื่อการประเมินผลที่ได้จากการทดลอง และนำผลการทดสอบไปวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐาน

2.5 ทำการตรวจใบกิจกรรม แล้วนำข้อมูลที่ได้จากตรวจใบกิจกรรมและการทำแบบทดสอบ มาทำการวิเคราะห์ข้อมูล แล้วนำมาเขียนนำเสนอให้อยู่ในรูปความเรียง

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากการตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์ข้อมูล โดยทำการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยนำผลคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มาทำการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้ค่าสถิติทดสอบ t -test for one sample

2. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้ค่าสถิติทดสอบ t -test for one sample

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการตรวจใบกิจกรรมและการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/12 มาทำการวิเคราะห์ข้อมูล โดยจำแนกตามเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำมาเขียนนำเสนอให้อยู่ในรูปความเรียง

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วยสถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

สถิติพื้นฐาน

สถิติพื้นฐานที่ถูกนำมาใช้ในงานวิจัยนี้ ได้แก่

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) คำนวณได้จากสูตร

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

เมื่อ \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$\sum x$ แทน ผลรวมของข้อมูล

n แทน จำนวนข้อมูล

2. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) คำนวณได้จากสูตร

$$S = \sqrt{\frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

x แทน ข้อมูลหรือคะแนนแต่ละตัว

n แทน จำนวนข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยนี้ ได้แก่

1. การหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตร (เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2555, หน้า 160)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์

$\sum R$ แทน ผลรวมคะแนนความสอดคล้องตามการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

2. การหาค่าความยากง่าย (P) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์รายข้อ ผู้วิจัยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ โดยใช้เทคนิค 33 เปอร์เซ็นของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังกะระภัทรขจร, 2555, หน้า 163)

$$P = \frac{S_h + S_l - (n_t)(x_{\min})}{n_t(x_{\max} - x_{\min})}$$

เมื่อ	P	แทน ค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ
	S_h	แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น $f(x)$ ในกลุ่มสูง
	S_l	แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น $f(x)$ ในกลุ่มต่ำ
	n_t	แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน
	x_{\max}	แทน คะแนนสูงสุด
	x_{\min}	แทน คะแนนต่ำสุด

3. การหาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์รายข้อ ผู้วิจัยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ โดยใช้เทคนิค 33 เปอร์เซ็น ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังกะระภัทรขจร, 2555, หน้า 166)

$$r = \frac{S_h - S_l}{n(x_{\max} - x_{\min})}$$

เมื่อ	r	แทน ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ
	S_h	แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น $f(x)$ ในกลุ่มสูง
	S_l	แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น $f(x)$ ในกลุ่มต่ำ
	n	แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ
	x_{\max}	แทน คะแนนสูงสุด
	x_{\min}	แทน คะแนนต่ำสุด

4. การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย โดยใช้การหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ตามวิธีของครอนบาค (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 161) ซึ่งคำนวณได้จากสูตร

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S_t^2} \right]$$

- เมื่อ α แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
 k แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ
 S_i^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ
 S_t^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง ฟังก์ชัน กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติทดสอบสมมติฐาน คือ t -test for one sample ซึ่งมีสูตรในการคำนวณ ดังนี้ (ชูศรี วงศ์รัตนะ, 2553, หน้า 134)

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad ; df = n - 1$$

- เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t -Distribution
 \bar{x} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
 μ แทน ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
 S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
 n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

- t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t -Distribution
- \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนน
- μ แทน ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
- S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
- n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
- p แทน ระดับนัยสำคัญทางสถิติ
- * แทน มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยได้แบ่งการนำเสนอออกเป็น 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ผู้วิจัยทำการตรวจสอบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 4-1

ตารางที่ 4-1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70

การทดสอบ	<i>n</i>	คะแนนเต็ม	$\mu_{70\%}$	\bar{X} (ร้อยละ)	<i>S</i>	<i>t</i>	<i>P</i>
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	38	40	28	29.421 (73.55)	4.018	2.180*	0.02

* $p < .05$ ($t_{\alpha=.05, df=37} = 1.6871$)

จากตารางที่ 4-1 พบว่าคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด เท่ากับ 29.421 จากคะแนนเต็ม 40 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 73.55 ซึ่งเมื่อทำการทดสอบสมมติฐาน พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด มีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1

นอกจากการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ดังกล่าว ผู้วิจัยได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด โดยจำแนกตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้แก่ ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ขั้นการวางแผนในการแก้ปัญหา ขั้นการดำเนินการตามแผน และขั้นการสรุปและตรวจสอบคำตอบ โดยมีผลการศึกษา ดังนี้

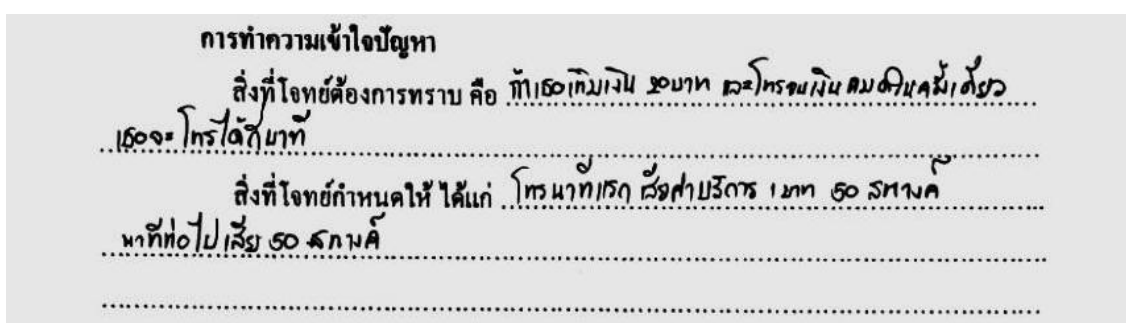
ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด นักเรียนต้องสามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ เพื่อใช้ในการวางแผนในการแก้ปัญหา ซึ่งมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ตามระดับคะแนน ดังนี้

ปัญหา น้ำผึ้งต้องการโทรศัพท์หาคอครบถ้วนในช่วงวันหยุดสงกรานต์ เธอจึงคำนวณค่าโทรศัพท์จากโปรโมชั่นที่ใช้ ดังนี้

โทรในนาทีแรก เสียค่าบริการ 1 บาท 50 สตางค์ นาทีต่อไปเสีย 50 สตางค์ เธออยากทราบว่าถ้าเธอเติมเงิน 20 บาท และโทรจนเงินหมดภายในครั้งเดียว เธอจะสามารถโทรได้ทั้งหมดกี่นาที

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องทั้งหมด (2 คะแนน) ดังภาพที่ 4-1



ภาพที่ 4-1 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องทั้งหมด

จากภาพที่ 4-1 พบว่านักเรียนสามารถระบุได้ว่า ถ้าเธอเติมเงิน 20 บาท และโทรจนเงินหมดในครั้งเดียว เธอจะโทรได้กี่นาที ซึ่งเป็นสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องทั้งหมด คือ โทรนาทีแรกเสียค่าบริการ 1 บาท 50 สตางค์ นาทีต่อไปเสีย 50 สตางค์

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์ปัญหากำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องบางส่วน (1 คะแนน) ดังภาพที่ 4-2

การทำความเข้าใจปัญหา
 สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ ... จะโทรไปกี่วันมดก็หนัก

 สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้แก่ ... โทรมดครั้งแรกเสีย 1 บาท 50 สตางค์

 หนักี่ต่อไปเสีย 50 สตางค์

ภาพที่ 4-2 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องบางส่วน

จากภาพที่ 4-2 จะเห็นว่า นักเรียนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องทั้งหมด แต่การระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบของนักเรียนยังไม่ครบถ้วน เนื่องจากยังขาดเงื่อนไขที่ว่า ถ้าเธอเติมเงิน 20 บาท และโทรจนเงินหมดภายในครั้งเดียว

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ถูกต้องทั้งหมด หรือไม่ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ (0 คะแนน)

ไม่มีการตอบคำถามของนักเรียนในกรณีนี้

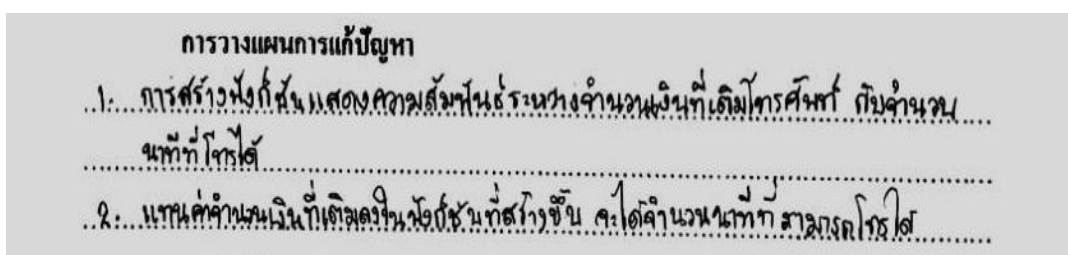
ขั้นการวางแผนในการแก้ปัญหา

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นการวางแผนในการแก้ปัญหานักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด นักเรียนต้องสามารถเขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ ซึ่งมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนในขั้นการวางแผนในการแก้ปัญหา ตามระดับคะแนน ดังนี้

ปัญหา น้ำผึ้งต้องการโทรศัพท์หาคอครบถ้วนในช่วงวันหยุดสงกรานต์ เธอจึงคำนวณค่าโทรศัพท์จากโปรโมชันที่ใช้ ดังนี้

โทรในนาทีแรก เสียค่าบริการ 1 บาท 50 สตางค์ นาทีต่อไปเสีย 50 สตางค์ เธออยากทราบว่าถ้าเธอเติมเงิน 20 บาท และโทรจนเงินหมดภายในครั้งเดียว เธอจะสามารถโทรได้ทั้งหมดกี่นาที

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถเขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ถูกต้อง ครบถ้วน ชัดเจน (2 คะแนน) ดังภาพที่ 4-3



ภาพที่ 4-3 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถเขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ถูกต้อง ครบถ้วน ชัดเจน

จากภาพที่ 4-3 จะเห็นว่า การวางแผนในการแก้ปัญหาของนักเรียนในขั้นแรก คือ การสร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเงินที่เติมโทรศัพท์กับจำนวนนาทีที่โทรได้ และขั้นที่สอง เป็นการแทนค่าจำนวนเงินที่เติมลงในฟังก์ชันที่สร้างขึ้น จะได้จำนวนนาทีที่สามารถโทรได้ ซึ่งนักเรียนสามารถเขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน ชัดเจน

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถเขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบ โดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ถูกต้องบางส่วน (1 คะแนน) ดังภาพที่ 4-4

การวางแผนการแก้ปัญหา

..... จับคู่ความสัมพันธ์ (แผนภาพ) ระหว่างค่าบริการกับจำนวนเงินที่เดิม

.....

.....

ภาพที่ 4-4 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถเขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบ โดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ถูกต้องบางส่วน

จากภาพที่ 4-4 พบว่า นักเรียนวางแผนในการแก้ปัญหา โดยการจับคู่ความสัมพันธ์ (แผนภาพ) ระหว่างค่าบริการกับจำนวนเงินที่เดิม ซึ่งเป็นการเขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบ โดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ถูกต้องบางส่วน เนื่องจากยังขาดการระบุขั้นตอนที่จะนำไปสู่คำตอบ

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่เขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบ โดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการเขียนอธิบาย (0 คะแนน) ดังภาพที่ 4-5

การวางแผนการแก้ปัญหา

..... 1. คำนวณกำไร

.....

.....

ภาพที่ 4-5 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่เขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบ โดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการเขียนอธิบาย

จากภาพที่ 4-5 จะเห็นว่า นักเรียนเขียนแนวทางในการแก้ปัญหา โดยไม่ได้ใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ และขาดการระบุขั้นตอนที่จะนำไปสู่คำตอบ

ขั้นการดำเนินการตามแผน

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นการดำเนินการตามแผนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด นักเรียนต้องดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ตามระดับคะแนนเป็นดังนี้

ปัญหา น้ำผึ้งต้องการโทรศัพท์หาคอครบถ้วนในช่วงวันหยุดสงกรานต์ เธอจึงคำนวณค่าโทรศัพท์จากโปรโมชันที่ใช้ ดังนี้

โทรในนาทีแรก เสียค่าบริการ 1 บาท 50 สตางค์ นาทีต่อไปเสีย 50 สตางค์ เธออยากทราบว่าถ้าเธอเติมเงิน 20 บาท และโทรจนเงินหมดภายในครั้งเดียว เธอจะสามารถโทรได้ทั้งหมดกี่นาที

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง (2 คะแนน) ดังภาพที่ 4-6

การวางแผนการแก้ปัญหา

1. การสำรวจฟังก์ชัน แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเงินที่เติมโทรศัพท์ กับจำนวนนาทีที่โทรได้

2. แทนค่าจำนวนเงินที่เติมเงินโทรศัพท์ช่วงที่วางขึ้น จะได้จำนวนนาทีที่สามารถโทรได้

การดำเนินการตามแผน

๑.๕ × แทนจำนวนเงินที่เติมโทรศัพท์

y แทนจำนวนนาทีที่โทรได้

$$\therefore y = \left(\frac{x - 1.50}{0.50} \right) + 1$$

ถ้ามีเงิน 20 บาท $y = \left(\frac{20 - 1.50}{0.50} \right) + 1 = \left(\frac{18.50}{0.50} \right) + 1$

$$y = 37 + 1 = 38 \text{ นาที}$$

ภาพที่ 4-6 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง

จากภาพที่ 4-6 พบว่าในชั้นการวางแผนในการแก้ปัญหาของนักเรียนระบุว่าในขั้นแรกเป็นการสร้างฟังก์ชันที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเงินที่เติมโทรศัพท์กับจำนวนนาฬิกาที่โทรได้ และในขั้นที่สองให้แทนค่าจำนวนเงินที่เติมลงในฟังก์ชันที่สร้างขึ้น จะได้จำนวนนาฬิกาที่สามารถโทรได้ ซึ่งสอดคล้องกับชั้นการดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ของนักเรียน จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ได้ถูกต้องบางส่วน (1 คะแนน) ดังภาพที่ 4-7

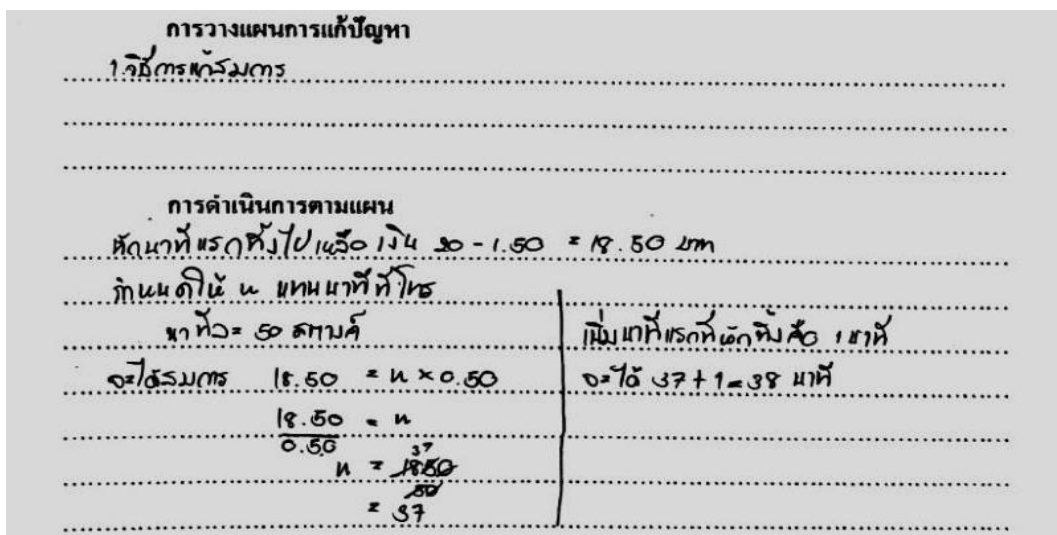
การวางแผนการแก้ปัญหา

วันที่	เงิน (บาท)	วันที่	เงิน (บาท)	วันที่	เงิน (บาท)	วันที่	เงิน (บาท)	วันที่	เงิน (บาท)
1	1.50	8	5	15	9.5	22	12	29	15.5
2	2	9	5.50	16	9	23	12.5	30	16
3	2.50	10	6	17	9.5	24	13	31	16.5
4	3	11	6.50	18	10	25	13.5	32	17
5	3.50	12	7	19	10.5	26	14	33	17.5
6	4	13	7.50	20	11	27	14.5	34	18
7	4.50	14	8	21	11.5	28	15	35	18.5
								36	19
								37	19.5
								38	20

ภาพที่ 4-7 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ได้ถูกต้องบางส่วน

จากภาพที่ 4-7 พบว่าในชั้นการวางแผนในการแก้ปัญหาของนักเรียน นักเรียนวางแผนแก้ปัญหาโดยการจับคู่ความสัมพันธ์ (แผนภาพ) ระหว่างค่าบริการกับจำนวนเงินที่เติม ซึ่งนักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ แต่นักเรียนยังขาดขั้นตอนที่นำไปสู่คำตอบ

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา (0 คะแนน) ดังภาพที่ 4-8



ภาพที่ 4-8 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 4-8 พบว่าในขั้นการวางแผนในการแก้ปัญหานักเรียนใช้ นักเรียนไม่ได้ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ แต่นักเรียนใช้วิธีการคาดเดาเพื่อนำไปสู่คำตอบ

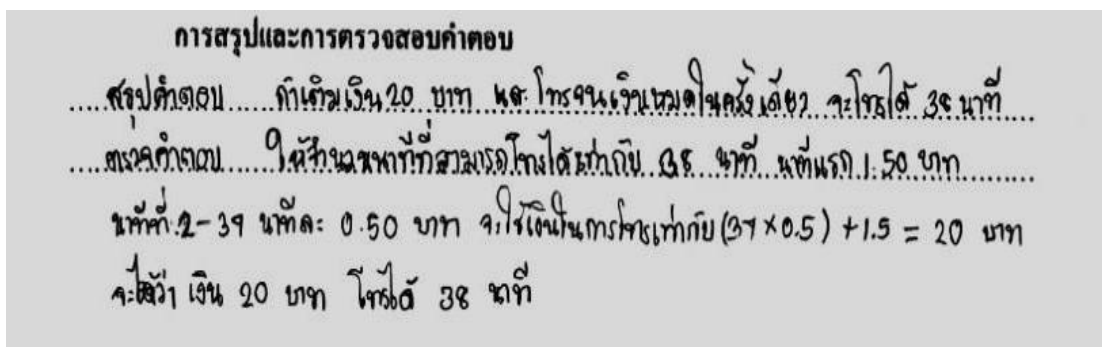
ขั้นการสรุปและตรวจสอบคำตอบ

ความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ ในขั้นการสรุปและตรวจสอบคำตอบของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด นักเรียนสามารถสรุปคำตอบที่ได้ และตรวจคำตอบว่าถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่ ซึ่งมีตัวอย่างผลงานของนักเรียนในขั้นการสรุปและตรวจสอบคำตอบ ตามระดับคะแนน ดังนี้

ปัญหา น้ำผึ้งต้องการ โทรศัพท์หาคอครบถ้วนในช่วงวันหยุดสงกรานต์ เธอจึงคำนวณค่าโทรศัพท์จากโปร โมชันที่ใช้ ดังนี้

โทรในนาทีแรก เสียค่าบริการ 1 บาท 50 สตางค์ นาทีต่อไปเสีย 50 สตางค์ เธออยากทราบว่าถ้าเธอเติมเงิน 20 บาท และโทรจนเงินหมดภายในครั้งเดียว เธอจะสามารถโทรได้ทั้งหมดกี่นาที

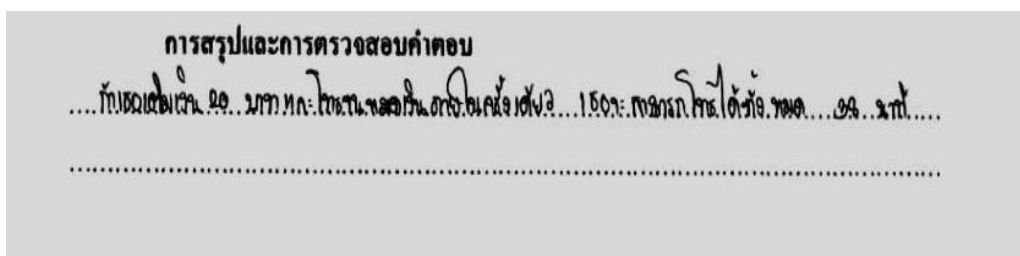
ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถสรุปคำตอบและตรวจคำตอบได้ถูกต้อง และครบถ้วน (2 คะแนน) ดังภาพที่ 4-9



ภาพที่ 4-9 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถสรุปคำตอบและตรวจคำตอบได้ถูกต้อง และครบถ้วน

จากภาพที่ 4-9 พบว่านักเรียนสามารถสรุปคำตอบตามสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้อง ครบถ้วน คือ ถ้าเติมเงิน 20 บาท และ โทรเงินหมดในครั้งเดียว จะโทรได้ 38 นาที และในการตรวจคำตอบ นักเรียนให้จำนวนนาทีที่สามารถโทรได้เท่ากับ 38 นาที นาทีแรก 1.50 บาท นาทีที่ 2-37 นาทีละ 0.50 บาท จะใช้เงินในการโทรเท่ากับ $(37 \times 0.5) + 1.5 = 20$ บาท จะได้ว่า เงิน 20 บาท โทรได้ 38 นาที ซึ่งการตรวจคำตอบของนักเรียนเป็นการมองย้อนกลับ และการตรวจคำตอบมีความสมเหตุสมผล

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ตรวจคำตอบไม่ถูกต้อง หรือสรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่มีการตรวจคำตอบ (1 คะแนน) ดังภาพที่ 4-10

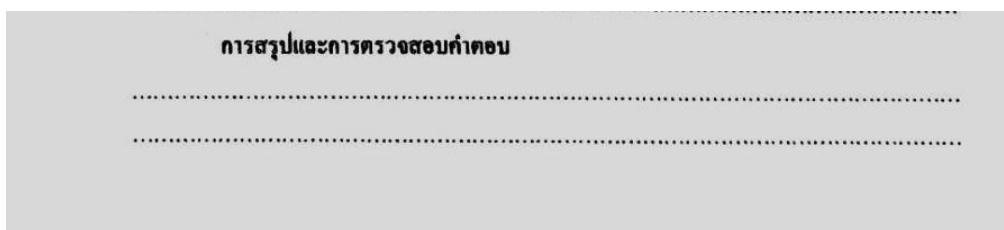


ภาพที่ 4-10 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ตรวจคำตอบไม่ถูกต้อง หรือสรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่มีการตรวจคำตอบ

จากภาพที่ 4-10 พบว่านักเรียนสรุปคำตอบได้ถูกต้อง ครบถ้วน ตามสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ ถ้าเธอเดิมเงิน 20 บาท และโทรจนหมดเงินในครั้งเดียว เธอจะสามารถโทรได้ทั้งหมด 38 นาที แต่นักเรียนไม่มีการตรวจคำตอบว่ามีความสมเหตุสมผลหรือไม่

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สรุปคำตอบไม่ถูกต้องและตรวจคำตอบไม่ถูกต้อง หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้องและไม่มีการตรวจคำตอบ
ไม่มีการตอบคำถามของนักเรียนในกรณีนี้

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่ไม่มีการสรุปคำตอบและไม่มีการตรวจคำตอบ
(0 คะแนน) ดังภาพที่ 4-11



ภาพที่ 4-11 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่ไม่มีการสรุปคำตอบและไม่มีการตรวจคำตอบ

จากภาพที่ 4-11 พบว่านักเรียนไม่มีการเขียนสรุปคำตอบและไม่มีการตรวจคำตอบ

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด จากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-8 โดยผู้วิจัยแบ่งการวิเคราะห์ออกเป็น 3 ช่วง คือ ช่วงแรกวิเคราะห์แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-3 ช่วงที่สองวิเคราะห์แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4-6 และช่วงที่สามวิเคราะห์แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7-8 ผลการวิเคราะห์พบว่า

ช่วงแรก (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-3) ก่อนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ผู้วิจัยได้ให้ความรู้เพิ่มเติมกับนักเรียนเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ขั้นตอน คือ ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ขั้นการวางแผนในการแก้ปัญหา ขั้นการดำเนินการตามแผน และขั้นสรุปและตรวจสอบคำตอบ เพื่อให้ นักเรียนเข้าใจ และสามารถปฏิบัติกิจกรรมได้ ซึ่งในช่วงแรกของการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชัน มีเนื้อหาเกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชัน ฟังก์ชันจาก A ไป B ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B และฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A

ไปทั่วถึง B มีผลการวิเคราะห์ ดังนี้

ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด ผู้วิจัยนำเสนอปัญหาปลายเปิดบนกระดาน พร้อมทั้งแจกใบกิจกรรมแก่นักเรียนเป็นกลุ่ม และนักเรียนทุกคนในแต่ละกลุ่มร่วมกันทำความเข้าใจปัญหาที่ครูนำเสนอ แล้วเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ในขั้นการทำความเข้าใจปัญหาในใบกิจกรรม ซึ่งนักเรียนร้อยละ 65 สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องทั้งหมด แต่มีนักเรียนบางกลุ่มยังไม่เข้าใจปัญหา จึงไม่สามารถเขียนอธิบายสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนอ่าน โจทย์ปัญหาอีกครั้งหนึ่งและใช้คำถามกระตุ้นความคิด พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบ เพื่อให้ นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้

ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน หลังจากที่นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันทำความเข้าใจปัญหาปลายเปิดแล้ว นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผนในการปัญหา โดยการหาแนวทางในการแก้ปัญหา และเขียนลำดับขั้นตอนการหาคำตอบ โดยอาศัยเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ลงในขั้นการวางแผนในการแก้ปัญหาในใบกิจกรรม จากนั้นเขียนการดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้องลงในขั้นการดำเนินการตามแผน แล้วเขียนสรุปคำตอบและตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่ในขั้นการสรุปและตรวจสอบคำตอบ นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของกลุ่มของตนเองบนกระดาน โดยครูใช้คำถามกระตุ้นความคิด เพื่อให้เกิดการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาที่นักเรียนนำเสนอ และครูเก็บรวบรวมใบกิจกรรมเพื่อนำมาประเมินการเรียนรู้ของนักเรียนแต่ละกลุ่ม ซึ่งในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถวางแผนในการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ สรุปคำตอบและตรวจคำตอบได้ เนื่องจากยังไม่คุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงใช้คำถามกระตุ้น พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบ เพื่อให้ นักเรียนสามารถทำใบกิจกรรมได้ ส่วนในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2-3 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวางแผนในการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหาดตามแผนที่วางไว้ สรุปคำตอบและตรวจคำตอบได้

ขั้นการสรุป โดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน หลังจากที่นักเรียนนำเสนอแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหากลุ่มตนเองบนกระดานแล้ว พบว่าวิธีการแก้ปัญหากลุ่มนักเรียนแต่ละกลุ่มมีความคล้ายคลึงกัน แต่จะมีบางกลุ่มที่แตกต่างจากกลุ่มอื่น ผู้วิจัยจึงใช้คำถามกระตุ้น เพื่อให้นักเรียนเกิดการอภิปรายร่วมกันและสะท้อนกลับแนวความคิด และให้นักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี

ขั้นการสร้างปัญหาใหม่ ผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละคนสร้างปัญหาใหม่และแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ จากนั้นให้แต่ละกลุ่มเลือกปัญหา 1 ปัญหา เพื่อนำเสนอหน้า

ชั้นเรียน ครูใช้คำถามกระตุ้นความคิดเพื่อให้เกิดการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน ซึ่งปัญหาที่นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอจะคล้ายคลึงกับปัญหาที่ครูนำเสนอ แต่จะมีบางกลุ่มที่นำเสนอปัญหาที่แปลกใหม่

ช่วงที่สอง (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4-6) เป็นการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชัน ซึ่งมีเนื้อหาเกี่ยวกับฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด การดำเนินการของฟังก์ชัน (การบวก การลบ การคูณ และการหาร) ซึ่งมีผลการวิเคราะห์ ดังนี้

ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด ผู้วิจัยนำเสนอปัญหาปลายเปิดแก่นักเรียนเป็นกลุ่ม ซึ่งนักเรียนร้อยละ 80 สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องทั้งหมด

ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน ผู้วิจัยให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผนในการปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง แล้วสรุปคำตอบ และตรวจคำตอบว่าถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่ ซึ่งนักเรียนร้อยละ 80 สามารถวางแผนในการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง สรุปคำตอบและตรวจคำตอบว่าถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่ จากนั้นนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา กลุ่มของตนเองบนกระดาน ซึ่งนักเรียนในแต่ละกลุ่มมีความกระตือรือร้น และสนุกสนานในการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของกลุ่มตนเอง

ขั้นการสรุป โดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน หลังจากที่นักเรียนนำเสนอแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหาของกลุ่มตนเองบนกระดานแล้ว ครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนให้เกิดการอภิปรายทั้งชั้นเรียน และสะท้อนกลับแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ซึ่งนักเรียนในแต่ละกลุ่มให้ความร่วมมือในการสะท้อนกลับแนวคิดของกลุ่มอื่นเป็นอย่างดี

ขั้นการสร้างปัญหาใหม่ นักเรียนสร้างปัญหาใหม่จากปัญหาเดิม โดยการเปลี่ยนเงื่อนไขหรือคุณลักษณะของปัญหาเดิม และแก้ปัญหานั้นที่สร้างขึ้น โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่สร้างปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหาที่ครูนำเสนอ และมีนักเรียนบางคนที่สร้างปัญหาได้แปลกใหม่

ช่วงที่สาม (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7-8) เป็นการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชัน ซึ่งมีเนื้อหาเกี่ยวกับฟังก์ชันประกอบ และฟังก์ชันผกผัน ซึ่งมีผลการวิเคราะห์ ดังนี้

ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด ผู้วิจัยนำเสนอปัญหาปลายเปิด นักเรียนทุกคนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องทั้งหมด

ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน หลังจากที่นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันทำความเข้าใจปัญหาปลายเปิดแล้ว นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผนในการปัญหา

ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง แล้วสรุปคำตอบและตรวจคำตอบว่าถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่ พบว่านักเรียนทุกกลุ่มสามารถวางแผนในการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง สรุปและตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง จากนั้นนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอวิธีการแก้ปัญหากลุ่มของตนเองบนกระดาน นักเรียนทุกกลุ่มให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี และสนุกสนานในการทำกิจกรรม

ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน หลังจากที่นักเรียนนำเสนอแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหากลุ่มบนกระดานแล้ว ครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนให้เกิดการอภิปรายเกี่ยวกับแนวคิดในการแก้ปัญหา พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี และสะท้อนกลับแนวคิดของเพื่อนกลุ่มอื่น และร่วมกันสรุปบทเรียน

ขั้นการสร้างปัญหาใหม่ นักเรียนแต่ละคนสร้างปัญหาใหม่จากปัญหาเดิมโดยการเปลี่ยนเงื่อนไขหรือคุณลักษณะของปัญหาเดิม และแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนทุกคนสนุกสนานที่ได้สร้างปัญหา และนักเรียนส่วนใหญ่สร้างปัญหาได้แปลกใหม่ แต่ยังมีนักเรียนบางคนที่สร้างปัญหาล้ากับปัญหาที่ครูนำเสนอ

ขั้นการสร้างปัญหาใหม่ของทุก ๆ แผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทุกคนสร้างปัญหาใหม่และแสดงวิธีการแก้ปัญหที่สร้างขึ้นโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยการตรวจให้คะแนนใบกิจกรรม พบว่า

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 3.95 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 49.38

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 4.34 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 54.25

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 5.03 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 62.88

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 5.33 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 66.63

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 5.58 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 69.75

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 5.82 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 72.75

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 5.95 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 74.38

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 6.26 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 78.25

จากคะแนนที่ได้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ในการเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ผู้วิจัยทำการตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 4-2

ตารางที่ 4-2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70

การทดสอบ	n	คะแนนเต็ม	$\mu_{70\%}$	\bar{X} (ร้อยละ)	S	T	P
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	38	15	10.5	11.053 (73.68)	1.374	2.479*	0.01

* $p < .05$ ($t_{\alpha=.05, df=37} = 1.6871$)

จากตารางที่ 4-2 พบว่าคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด เท่ากับ 11.053 จากคะแนนเต็ม 15 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 73.68 ซึ่งเมื่อทำการทดสอบสมมติฐาน พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด มีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 2

นอกจากการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ดังกล่าว ผู้วิจัยได้ศึกษาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด ตามระดับคะแนน ดังนี้

ปัญหา น้ำผึ้งต้องการโทรศัพท์หาคอครบถ้วนในช่วงวันหยุดสงกรานต์ เธอจึงคำนวณค่าโทรศัพท์จากโปรโมชั่นที่ใช้ ดังนี้

โทรในนาทีแรก เสียค่าบริการ 1 บาท 50 สตางค์ นาทีต่อไปเสีย 50 สตางค์ เธออยากทราบว่าถ้าเธอเติมเงิน 20 บาท และโทรจนเงินหมดภายในครั้งเดียว เธอจะสามารถโทรได้ทั้งหมดกี่นาที

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้อง นำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอน และมีรายละเอียดครบถ้วน (3 คะแนน) ดังภาพที่ 4-12

การทำความเข้าใจปัญหา
 สิ่งที่ย่อยต้องการทราบ คือ ถ้าเธอเติมเงิน 20 บาท และโทรจนเงินหมดในครั้งเดียว เธอโทรได้กี่นาที
 สิ่งที่ย่อยกำหนดให้ ได้แก่ โบนัสที่แรก เสียค่าบริการ 1 บาท 50 สตางค์ นาทีต่อไปเสีย 50 สตางค์

การวางแผนการแก้ปัญหา
 1. การสร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเงินที่เติมโทรศัพท์ กับจำนวนนาทีที่โทรได้
 2. แทนค่าจำนวนเงินที่เติมโทรศัพท์ลงในฟังก์ชันที่สร้างขึ้น จะได้จำนวนนาทีที่สามารถโทรได้

การดำเนินการตามแผน
 x แทนจำนวนเงินที่เติมโทรศัพท์
 y แทนจำนวนนาทีที่โทรได้
 $\therefore y = \left(\frac{x - 1.50}{0.50} \right) + 1$
 ถ้าเติมเงิน 20 บาท $y = \left(\frac{20 - 1.50}{0.50} \right) + 1 = \left(\frac{18.50}{0.50} \right) + 1$
 $y = 37 + 1 = 38$ นาที

การสรุปและการตรวจสอบคำตอบ
 สรุปคำตอบ ถ้าเติมเงิน 20 บาท และโทรจนเงินหมดในครั้งเดียว จะโทรได้ 38 นาที
 ตรวจสอบ ในจำนวนนาทีที่สามารถโทรได้ทั้งหมดเงิน 38 นาที และต้นทุน 1.50 บาท
 นาทีที่ 1-37 นาทีละ 0.50 บาท จะใช้เงินในการโทรเท่ากับ $(37 \times 0.5) + 1.5 = 20$ บาท
 จะใช้เงิน 20 บาท โทรได้ 38 นาที

ภาพที่ 4-12 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้อง นำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอน และมีรายละเอียดครบถ้วน

จากภาพที่ 4-12 พบว่านักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายเกี่ยวกับการแก้ปัญหาของฟังก์ชัน ได้ถูกต้อง นำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของตนเอง โดยในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนเขียนอธิบายสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องทั้งหมด ขั้นการวางแผนในการแก้ปัญหา นักเรียนเขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการวางแผนในการแก้ปัญหา โดยอาศัยเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้เป็นลำดับขั้นตอน ชัดเจน ขั้นการดำเนินการตามแผน นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง และขั้นการสรุปและการตรวจสอบคำตอบ นักเรียนเขียนสรุปคำตอบและเขียนอธิบายการตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง สมเหตุสมผล และมีรายละเอียดครบถ้วน

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้อง และนำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอน แต่ยังคงขาดรายละเอียดในบางประเด็น (2 คะแนน) ดังภาพที่ 4-13

การทำความเข้าใจปัญหา
 สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ ...กำหนดให้ฟังก์ชัน $f(x) = 2x + 1$ และ $g(x) = x^2 - 3x + 2$...
 ...
 สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้แก่ ...
 ...

การวางแผนการแก้ปัญหา
 ...
 ...

การดำเนินการตามแผน

ค่าของ x	1.50	2	2.50	3	3.50	4	4.50	5	5.50	6	6.50	7
ค่าของ $f(x)$	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ค่าของ $g(x)$	2.50	4	5.50	7	8.50	10	11.50	13	14.50	16	17.50	19
ค่าของ $f(x) + g(x)$	7	9	11.50	14	16.50	19	21.50	24	26.50	29	31.50	34
ค่าของ $f(x) - g(x)$	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50

การสรุปและการตรวจสอบคำตอบ
 ...
 ...

ภาพที่ 4-13 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้อง และนำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอน แต่ยังคงขาดรายละเอียดในบางประเด็น

จากภาพที่ 4-13 พบว่านักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความ เพื่อสื่อความหมายเกี่ยวกับการแก้ปัญหาฟังก์ชัน ได้ถูกต้อง และนำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนสามารถเขียนอธิบายสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องทั้งหมด ขั้นการวางแผนในการแก้ปัญหา นักเรียนเขียนอธิบายขั้นตอนของการวางแผนในการแก้ปัญหาโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง ขั้นการดำเนินการตามแผน นักเรียนเขียนดำเนินการตามแผน จนนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง และในขั้นการสรุปและตรวจคำตอบ นักเรียนเขียนสรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ยังคงขาดการเขียนอธิบายการตรวจคำตอบ

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความ เพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้องบางส่วน และนำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอน แต่ยังคงขาดรายละเอียดในบางประเด็น (1 คะแนน) ดังภาพที่ 4-14

การทำความเข้าใจปัญหา
 สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ ถ้า 10 กิโลเมตร 30 นาที จะทราบเงินกี่บาท
1500 = 10 กิโลเมตร
 สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้แก่ 10 กิโลเมตร 30 นาที 150 บาท
หาที่ไปเสีย 50 บาท

การวางแผนการแก้ปัญหา
1. ใช้สมการ

การดำเนินการตามแผน
คิดหาที่แรกที่ไปเสีย 150 บาท 30 - 1.50 = 18.50 บาท
กำหนดให้ x แทนเวลาที่ไป
หาที่ = 50 บาท
จ่ายรวม 18.50 = $x \times 0.50$

$$\frac{18.50}{0.50} = x$$

$$x = \frac{37}{0.50}$$

$$= 74$$

การสรุปและการตรวจสอบคำตอบ
ถ้า 10 กิโลเมตร 30 นาที 150 บาท 30 นาที

ภาพที่ 4-14 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความ เพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้องบางส่วน และนำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอน แต่ยังคงขาดรายละเอียดในบางประเด็น

จากภาพที่ 4-14 พบว่า นักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายเกี่ยวกับการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน เนื่องจากในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนกำหนดให้ x เป็นนาฬิกาที่โทร ซึ่งนาฬิกาที่โทรต้องรวมนาฬิกาแรก และในขั้นการสรุปและตรวจคำตอบ นักเรียนมีการสรุปคำตอบ แต่ไม่มีการตรวจคำตอบ

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายไม่ถูกต้อง นำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจ ไม่เป็นไปตามลำดับขั้นตอน ขาดรายละเอียดหรือไม่มีร่องรอยการเขียน (0 คะแนน)

ไม่มีการตอบคำถามของนักเรียนในกรณีนี้

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด จากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-8 โดยผู้วิจัยแบ่งการวิเคราะห์ออกเป็น 3 ช่วง คือ ช่วงแรกวิเคราะห์แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-3 ช่วงที่สองวิเคราะห์แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4-6 และช่วงที่สามวิเคราะห์แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7-8 ผลการวิเคราะห์พบว่า

ช่วงแรก (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-3) เป็นการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชัน ซึ่งมีเนื้อหาเกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชัน ฟังก์ชันจาก A ไป B ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B และฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B มีผลการวิเคราะห์ ดังนี้

ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด ผู้วิจัยได้ฝึกการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ตั้งแต่ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด โดยให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาที่ครูนำเสนอ และพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันภายในกลุ่ม จากนั้นเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ลงในใบกิจกรรม พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องทั้งหมด แต่มีนักเรียนบางกลุ่มยังไม่เข้าใจปัญหา จึงทำให้ไม่สามารถเขียนอธิบายสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ ผู้วิจัยจึงใช้คำถามกระตุ้นความคิดเพื่อให้นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้

ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน หลังจากที่นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันทำความเข้าใจปัญหาปลายเปิดแล้ว ในขั้นนี้ผู้วิจัยให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผนในการปัญหา และเขียนลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง แล้วสรุปคำตอบและตรวจคำตอบว่าถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ จากนั้นนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของกลุ่มของตนเองบนกระดาน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง เขียนขั้นตอนการวางแผนในการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง มีการสรุปและ

ตรวจสอบคำตอบว่ามีความสมเหตุสมผลหรือไม่ และมีการนำเสนอข้อมูลที่เป็นระบบ รวมทั้งมีการวาดภาพประกอบการแก้ปัญหา แต่ยังมีนักเรียนบางกลุ่มที่ยังไม่คุ้นเคยในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อสาร และสื่อความหมายเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ โดยในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา นักเรียนจะเขียนสื่อสารตามความเข้าใจของตนเอง ไม่มีการอธิบายเพื่อให้เข้าใจตรงกัน และจะเขียนอธิบายสั้น ๆ จนทำให้ไม่ทราบที่มาของคำตอบ รวมถึงวิธีการนำเสนอข้อมูลยังไม่เป็นระบบ ไม่มีการนำเสนอสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนไม่มีการตรวจสอบความเหมาะสมของคำตอบ ครูจึงใช้คำถามกระตุ้นความคิดนักเรียน และให้นักเรียนเรียบเรียงสิ่งที่นักเรียนต้องการสื่อสารออกมาใหม่

ขั้นการสรุป โดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน หลังจากที่นักเรียนนำเสนอแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหากลุ่มตนเองบนกระดานแล้ว ซึ่งแนวคิดในการแก้ปัญหของนักเรียนแต่ละกลุ่มมีความคล้ายคลึงกัน แต่จะมีบางกลุ่มที่แตกต่างจากกลุ่มอื่น ผู้วิจัยจึงใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนเกิดการอภิปรายร่วมกันและสะท้อนกลับแนวความคิดของเพื่อนกลุ่มอื่น นักเรียนบันทึกแนวคิดที่แตกต่างลงในใบกิจกรรม และร่วมกันสรุปบทเรียน

ขั้นการสร้างปัญหาใหม่ ผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละคนสร้างปัญหาใหม่และแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งในขั้นนี้นักเรียนได้นำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหา พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในอธิบายวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง

ช่วงที่สอง (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4-6) เป็นการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชัน ซึ่งมีเนื้อหาเกี่ยวกับฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด การดำเนินการของฟังก์ชัน (การบวก การลบ การคูณ และการหาร) ซึ่งมีผลการวิเคราะห์ ดังนี้

ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด ผู้วิจัยนำเสนอปัญหาปลายเปิดแก่นักเรียนเป็นกลุ่ม ซึ่งนักเรียนร้อยละ 80 สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องทั้งหมด

ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน หลังจากที่นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันทำความเข้าใจปัญหาปลายเปิดแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผนในการปัญหาคำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง แล้วสรุปคำตอบและตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่ ซึ่งนักเรียนร้อยละ 80 สามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เขียนวางแผนในการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ เป็นลำดับขั้นตอนและชัดเจน สรุปคำตอบและตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง

ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน หลังจากที่นักเรียนนำเสนอแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหาของกลุ่มตนเองบนกระดานแล้ว ซึ่งแนวคิดในการแก้ปัญหของนักเรียนแต่ละกลุ่มมีความแตกต่างกัน ผู้วิจัยจึงใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนเกิดการอภิปรายร่วมกันและนักเรียนให้ความร่วมมือในการสะท้อนกลับแนวความคิดของเพื่อนกลุ่มอื่น นักเรียนบันทึกแนวคิดที่แตกต่างลงในใบกิจกรรม และร่วมกันสรุปบทเรียน

ขั้นการสร้างปัญหาใหม่ นักเรียนแต่ละคนสร้างปัญหาใหม่และแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่สร้างปัญหาได้แปลกใหม่ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารเกี่ยวกับการแก้ปัญหามากขึ้น

ช่วงที่สาม (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7-8) เป็นการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชัน ซึ่งมีเนื้อหาเกี่ยวกับฟังก์ชันประกอบ และฟังก์ชันผกผัน ซึ่งมีผลการวิเคราะห์ ดังนี้

ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด ผู้วิจัยนำเสนอปัญหาปลายเปิด นักเรียนทุกคนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องทั้งหมด

ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันเขียนวางแผนในการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง นักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง มีการเขียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาเป็นขั้นตอน ชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วน

ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน หลังจากที่นักเรียนนำเสนอแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหของกลุ่มตนเองบนกระดานแล้ว แนวคิดในการแก้ปัญหของนักเรียนแต่ละกลุ่มมีความแตกต่างกัน ผู้วิจัยจึงใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนเกิดการอภิปรายร่วมกันและนักเรียนให้ความร่วมมือในการสะท้อนกลับแนวความคิดของเพื่อนกลุ่มอื่น นักเรียนบันทึกแนวคิดที่แตกต่างลงในใบกิจกรรม และร่วมกันสรุปบทเรียน

ขั้นการสร้างปัญหาใหม่ นักเรียนแต่ละคนสร้างปัญหาใหม่จากปัญหาเดิม และแสดงวิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้น และนักเรียนส่วนใหญ่สร้างปัญหาได้แปลกใหม่ มีการเขียนอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาเป็นขั้นตอน ชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วน

ขั้นการสร้างปัญหาใหม่ของทุก ๆ แผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทุกคนสร้างปัญหาใหม่และแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนต้องใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย เกี่ยวกับการแก้ปัญหา เพื่อใช้ในการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยการตรวจให้คะแนนพบว่า

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 1.34 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 44.67

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 1.39 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 46.33
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 1.84 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 61.33
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 1.87 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 62.33
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 1.92 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 64.00
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 2.03 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 67.67
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 2.11 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 70.33
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 2.29 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 76.33
จากคะแนนข้างต้นพบว่า ความสามารถในการสื่อสารของนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น

บทที่ 5

สรุปผลและอภิปรายผล

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้ 1) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70 และ 2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งประชากรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 (ค31202) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์” สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 18 จังหวัดชลบุรี ทั้งหมด 5 ห้องเรียน จำนวน 243 คน และกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/12 จำนวน 38 คน ที่เรียนรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 (ค31202) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์” สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 18 จังหวัดชลบุรี ซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยผู้วิจัยได้นำคะแนนรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 1 (ค31201) ในภาคเรียนที่ 1 ของนักเรียนทั้ง 5 ห้องเรียน มาวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว (One-Way ANOVA) โดยใช้โปรแกรม SPSS พบว่า ความสามารถของนักเรียนทั้ง 5 ห้องไม่แตกต่างกัน (ดังภาพที่ จ-1 ในภาคผนวก จ) จากนั้นผู้วิจัยได้ทำการจับสลากมา 1 ห้องเรียนจากห้องเรียนทั้งหมด 5 ห้องเรียน ซึ่งได้กลุ่มตัวอย่างที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด และเนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย คือ เนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง ฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์” โดยเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 (ค31202) เรื่อง ฟังก์ชัน จำนวน 8 แผน ซึ่งมีค่าความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้เฉลี่ยเท่ากับ 4.53 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.26 และ 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ซึ่งมีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) อยู่ระหว่าง 0.80-1.00 มีค่าความยากง่าย (P) อยู่ระหว่าง 0.53-0.67 ค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.43-0.68 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.91 ดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลโดยการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้

วิธีการแบบเปิด เรื่อง ฟังก์ชัน ทั้งหมด 16 ชั่วโมง เป็นเวลา 4 สัปดาห์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 หลังจากดำเนินการสอนจนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้แล้ว ได้ดำเนินการทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จากนั้นทำการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนดไว้ เพื่อการประเมินผลที่ได้จากการทดสอบ และนำผลการทดสอบไปวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐาน ซึ่งสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบที่สำหรับกลุ่มตัวอย่างเดียว (t -test for one sample)

สรุปผลการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผล

จากการวิจัย เรื่อง ผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เป็นวิธีการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดแก้ปัญหาในแนวทางของตนเอง และเกิดแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งในการแก้ปัญหานักเรียนต้องอาศัยความรู้ ทักษะ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือสร้างองค์ความรู้ใหม่ขึ้นมาเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ สุลัดดา ลอยฟ้า และไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547, หน้า 18) ที่กล่าวว่า รูปแบบการสอนที่เน้นการใช้วิธีการแบบเปิด มุ่งเตรียมผู้เรียนด้วยสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะเป็นปัญหาแบบเปิดที่มี

ความเป็นไปได้ที่หลากหลายที่จะสนองความต้องการ ความสนใจหรือความสามารถในการพัฒนาวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันของแต่ละคน และขณะเดียวกันเป็นปัญหาที่สนับสนุนและกระตุ้นกระบวนการคิดวิเคราะห์สืบเสาะหาแนวทางการแก้ปัญหาและสามารถสร้างปัญหาใหม่จากปัญหาดังกล่าว ด้วยประสบการณ์ในการแก้ปัญหาดังกล่าวผู้เรียนถูกคาดหวังให้เรียนรู้ไม่เพียงแต่ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ แต่ที่สำคัญคือได้เรียนรู้ผ่านกระบวนการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์อันได้แก่ วิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ ความเชื่อ และความตระหนักในการคิดเกี่ยวกับการเรียนรู้ของตนเอง

เมื่อพิจารณาขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดทั้ง 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน และขั้นการสร้างปัญหาใหม่ พบว่าในขั้นที่ 1 ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด เป็นขั้นที่ครูนำเสนอปัญหาปลายเปิดให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งปัญหาที่ครูนำเสนอมีความใกล้เคียงกับชีวิตจริงของนักเรียน นักเรียนจึงสามารถแก้ปัญหาได้โดยอาศัยความรู้ ทักษะ หรือแนวทางการคิดที่นักเรียนได้เรียนรู้มาก่อนหน้านี้ไปใช้ในการแก้ปัญหา สอดคล้องกับคำกล่าวของ ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2557, หน้า 66) ที่กล่าวว่า การเสนอปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ จะทำให้ผู้เรียนเกิดความกระตือรือร้นในการเรียน ทำให้บทเรียนหรือการเรียนในชั่วโมงนั้น ๆ มีความหมายและมีคุณค่าต่อผู้เรียน นักเรียนจึงร่วมกันแก้ปัญหาอย่างจริงจัง ประกอบกับคำกล่าวของ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2543, หน้า 35) ที่กล่าวว่า การแก้ปัญหาปลายเปิดจะเป็นเครื่องมือในการพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนได้เห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์ในการนำไปใช้แก้ปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ ใกล้เคียงชีวิตจริงและเหมาะสมกับวัยของนักเรียน นอกจากนี้ปัญหาปลายเปิดที่เปิดกระบวนการแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนที่มีความสามารถที่ต่างกัน ได้แสดงออกซึ่งวิธีการแก้ปัญหของตน สอดคล้องกับ สุรัช อินทร์สังข์ (2545, หน้า 37) ที่กล่าวว่า เพราะว่ามีวิธีการหลายวิธีที่นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องได้ ปัญหาแบบปลายเปิดจึงเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคน ได้ตั้งหรือเลือกวิธีการที่ตัวเองถนัดออกมาใช้ในการแก้ปัญหาและเพราะว่าคำตอบที่ถูกต้องมีหลายคำตอบ นักเรียนแต่ละคนจึงมีโอกาสที่จะได้คำตอบที่อาจไม่เหมือนใคร เป็นคำตอบเฉพาะของตัวเอง สอดคล้องกับ งานวิจัยของเนตรนารี ไพโรจน์พิริยะกุล (2556) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม โดยใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเทศบาลเพชรวิทย์ จังหวัดตาก ที่จัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดกับการจัดการเรียนการเรียนรู้แบบปกติ ผลการวิจัย พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนที่จัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด

สูงกว่ากลุ่มที่จัดการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ขั้นที่ 2 ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน เป็นขั้นที่นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผนในการปัญหา โดยการหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งอาศัยประสบการณ์ที่มีอยู่หรือสร้างองค์ความรู้ใหม่ขึ้นมาเพื่อแก้ปัญหา จากนั้นดำเนินการตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง แล้วสรุปคำตอบและตรวจคำตอบว่าถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่ พร้อมทั้งบันทึกคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา แล้วนำเสนอวิธีการแก้ปัญหากลุ่มของตนเอง โดยครูมีหน้าที่ชี้แนะให้เกิดการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาที่นักเรียนนำเสนอ ซึ่งจะทำให้ นักเรียนได้มีโอกาสในการเผชิญปัญหาที่ท้าทาย ทำให้ได้ดึงศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของตนเองออกมา และได้เรียนรู้ร่วมกับเพื่อนอย่างกระตือรือร้น สอดคล้องกับ Becker and Shimada (1997, pp. 33-34) ที่กล่าวถึงข้อดีของการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด คือ นักเรียนมีส่วนร่วมในบทเรียนอย่างกระตือรือร้นและได้แสดงความคิดเห็นของตนเองมากขึ้น นักเรียนมีโอกาสที่จะนำความรู้และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้มากขึ้น นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำสามารถแก้ปัญหาโดยวิธีการที่นักเรียนได้ค้นพบด้วยตนเอง มีแรงจูงใจในการแก้ปัญหามากขึ้น ได้รับประสบการณ์อย่างมากในการค้นพบวิธีการแก้ปัญหาและได้รับการยอมรับจากเพื่อนในชั้นเรียน

ขั้นที่ 3 ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ในขั้นนี้ครูมีหน้าที่รวบรวมแนวคิดทั้งหมดของนักเรียนมาร่วมกันสรุปบทเรียน โดยการเชื่อมโยงแนวคิดจากการแก้ปัญหาด่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน และสะท้อนกลับแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน นักเรียนได้แสดงออกถึงความคิดเห็นของตนโดยที่ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จึงเป็นการได้เรียนรู้ร่วมกันอย่างแท้จริง สอดคล้องกับ สุรัช อินทร์สังข์ (2545, หน้า 37) ที่กล่าวว่า เพราะว่ามีวิธีการหลายวิธีที่นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องได้ สถานการณ์แบบนี้จึงสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากแลกเปลี่ยนและเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อน เป็นการเรียนรู้ร่วมกันและจะนำมาซึ่งการพูดคุยสื่อสาร การยกเหตุผลเพื่อยืนยันและสนับสนุนคำตอบ และเกิดการอภิปรายในชั้นเรียนซึ่งอาจได้ความรู้ใหม่ และอาจได้ปัญหาใหม่ด้วย เมื่อปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนด้วยกันและครูเกิดขึ้น การเรียนรู้ก็ไม่น่าเบื่อ คูมิชีวิตชีวา และนักเรียนจะรู้สึกดีว่าเรามีเสรีภาพในการคิด

ขั้นที่ 4 ขั้นการสร้างปัญหาใหม่ นักเรียนสร้างปัญหาใหม่จากปัญหาเดิมโดยการเปลี่ยนเงื่อนไขหรือคุณลักษณะของปัญหาเดิม และแสดงวิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้น นักเรียนได้แสดงออกถึงความสร้างสรรค์ในการสร้างปัญหาใหม่ รวมทั้งการแก้ปัญหาที่ได้ถูกพัฒนาขึ้น สอดคล้องกับ Nohda (2000, pp. 46-47) ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอน โดยใช้วิธีการแบบเปิดจะตอบสนองต่อความแตกต่างระหว่างบุคคลทั้งในเรื่องความสามารถและความสนใจ และสนับสนุนให้นักเรียน

สืบเสาะหาแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลายและสร้างปัญหาใหม่ขึ้นมาด้วยตนเอง

จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ข้างต้น จะเห็นว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดสามารถส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล (2557) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เช่นเดียวกับงานวิจัยของ พัชชยากร บุสสยา (2559) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนที่จัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เป็นแนวคิดหนึ่งในการจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการลงมือแก้ปัญหาปลายเปิดด้วยตนเอง เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทำงานเป็นกลุ่ม พูดคุยแลกเปลี่ยนความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างกัน และเขียนอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งให้นักเรียนได้มีโอกาสใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ซึ่งการเรียนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำคิดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน ได้นานตลอดชีวิต (สสวท., 2555 ข, หน้า 6) และเมื่อต้องการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนไม่เพียงจะอ่านเพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและค้นหาคำตอบเท่านั้น แต่ยังต้องพูดหรือเขียนเพื่ออธิบายความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ผลการวิเคราะห์จากแบบรูป การนำเสนอข้อความคาดการณ์ ตลอดจนการแสดงวิธีทำและการให้เหตุผล โดยใช้ข้อความสัญลักษณ์ ตัวแปร สมการ ตาราง กราฟ ตัวแบบหรือแบบจำลองหรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อื่น ๆ มาช่วยในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ (สสวท., 2555 ข, หน้า 55)

เมื่อพิจารณาขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดทั้ง 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ขั้นการสร้างปัญหาใหม่ โดยในขั้นที่ 1 ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด หลังจากที่ครูนำเสนอปัญหาปลายเปิดแล้ว นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำความเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหาว่ากำหนดสิ่งใดให้ และต้องการทราบสิ่งใด มีการพูดคุยแลกเปลี่ยนแนวคิดกัน ภายในกลุ่ม สอดคล้องกับคำกล่าวของ Foong (2000, pp. 50-52) ที่กล่าวว่า การใช้ปัญหาปลายเปิด ในการจัดการเรียนการสอนว่าเป็นการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียน ให้นักเรียนได้มีโอกาสที่จะเรียนรู้ด้วยวิธีของตนเอง และเปิดโอกาสให้ นักเรียนได้ทำงานเป็นกลุ่ม พูดคุยแลกเปลี่ยนความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างกันภายในกลุ่ม เกิดความร่วมมือกัน ซึ่งปัญหาปลายเปิดถือว่าเป็นส่วนหนึ่งที่สำคัญของบทเรียนคณิตศาสตร์ ที่สามารถนำเข้าสู่หัวข้อใหม่หรือใช้ในการประเมินความเข้าใจของนักเรียน และถือได้ว่าเป็น ปัญหาเป็น สิ่งสำคัญที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอน

ขั้นที่ 2 ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน นักเรียนได้มีโอกาสแก้ปัญหาาร่วมกันเป็น กลุ่ม ได้แสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาของตนเองและแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหา ผ่านการสื่อสารโดยการพูดและการเขียน โดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับ Nohda (2000, p. 41) ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดมีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนทุกคน สามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อตอบสนองต่อความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเองประกอบกับ ระดับของการตัดสินใจด้วยตนเองในการเรียนรู้ของนักเรียน และสามารถอธิบายกระบวนการเรียนรู้ ของตนเองและผลที่เกิดขึ้นเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ สอดคล้องกับ สสวท. (2555, หน้า 59) ที่ระบุว่า การที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายหรือการเขียนแลกเปลี่ยนความรู้และความคิดเห็นถ่ายทอด ประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวางลึกซึ้งและจดจำนานมากขึ้นอีกด้วย

ขั้นที่ 3 ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน นักเรียนได้แสดงออก ถึงภาษาทางคณิตศาสตร์ของตนและแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับภาษาคณิตศาสตร์ของคนอื่น ในชั้นเรียน ช่วยให้นักเรียนได้ตรวจสอบความเข้าใจและช่วยจัดระบบแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยครูมีหน้าที่ รวบรวมแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนเพื่อให้เกิดการอภิปรายทั้งชั้นเรียน ประกอบกับคำกล่าวของ Sheffield and Cruikshank (2000, p. 10) ที่กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมาก เนื่องจากการสื่อสารระหว่างครูและนักเรียนจะส่งผลให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ซึ่งการสื่อสารที่ต้องให้ความสำคัญในระหว่างการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ก็คือ การสื่อสาร โดย การพูดและการเขียนการอภิปรายและการเขียนของนักเรียนในขณะที่นักเรียนกำลังสร้างสรรค์และ

คิดค้นทางคณิตศาสตร์จะเป็นการช่วยส่งเสริมการอธิบายกระบวนการคิดของนักเรียนได้เป็นอย่างดี ซึ่งการอ่านและฟังของนักเรียนในระหว่างการสร้างสรรค์และคิดค้นทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการเขียนจะทำให้ให้นักเรียนมีจินตนาการและมีความเข้าใจเพิ่มขึ้น การเขียนทางคณิตศาสตร์และการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนสื่อสารกับผู้อื่นได้เข้าใจมากยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 4 ขั้นการสร้างปัญหาใหม่ นักเรียนได้แสดงออกถึงความสร้างสรรค์ในการสร้างปัญหาใหม่ โดยใช้การสื่อสารที่เป็นภาษาคณิตศาสตร์ของตนเองที่ปรับปรุงแล้วจากการสรุปร่วมกันทั้งชั้นเรียน

จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ข้างต้น จะเห็นว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดสามารถส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ จิตชจี พิงผล (2554) ได้ศึกษาวิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิด: เน้นความแตกต่างระหว่างเพศ ซึ่งการวิจัยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาวิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิด: เน้นความแตกต่างระหว่างเพศ กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 ผลการวิจัยพบว่า 1) จากการวิเคราะห์วิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิดแสดงให้เห็นว่านักเรียนใช้วิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังนี้ ภาษาทั่ว ๆ ไป วัจนภาษาทางคณิตศาสตร์ ภาษาสัญลักษณ์ การนำเสนอด้วยการนี่ภาพ การแสดงสมมติฐานร่วม ภาษาถ้อยคณิตศาสตร์ วิธีการสื่อสารโดยใช้ภาษาทั่ว ๆ ไป และวัจนภาษาทางคณิตศาสตร์ แสดงให้เห็นชัดเจนในช่วงแก้ปัญหาที่นักเรียนนำเสนอวิธีการคิดโดยการพูด ภาษาสัญลักษณ์เกิดขึ้นในช่วงที่นักเรียนเสนอแนวคิดโดยการเขียนเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอด้วยการนี่ภาพเกิดขึ้นในช่วงที่นักเรียนเสนอแนวคิดโดยการเขียนอธิบายออกมาในรูปของการแสดงแทนด้วยภาพ การแสดงสมมติฐานร่วมเกิดขึ้นในช่วงที่นักเรียนเสนอแนวคิดโดยการเขียนกระจายตัวเลขแล้วโยงเส้น และภาษาถ้อยคณิตศาสตร์เกิดขึ้นในช่วงที่นักเรียนเสนอแนวคิดโดยการพูดสื่อสารกับเพื่อนในกลุ่มถึงแนวคิดตามตนเองเข้าใจ ซึ่งภาษาที่ใช้มีความหมายทางคณิตศาสตร์

2) ผลการเปรียบเทียบวิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียนชายและหญิงพบว่า กิจกรรมนาตาลีหรรษา นักเรียนกลุ่มที่ 1 (ชาย) และนักเรียนกลุ่มที่ 2 (หญิง) ใช้วิธีการสื่อสาร 5 วิธีเหมือนกันและกิจกรรมส้ม นักเรียนกลุ่มที่ 1 (ชาย) ใช้วิธีการสื่อสาร 4 วิธี และนักเรียนกลุ่มที่ 2 (หญิง) ใช้วิธีการสื่อสาร 5 วิธี

ข้อเสนอแนะ

จากการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะ ดังนี้

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ครูควรให้เวลานักเรียนในชั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียนให้มากขึ้น เพื่อให้ นักเรียนในแต่ละกลุ่มมีเวลาในการพูดคุยแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหาซึ่งกันและกัน
2. ครูควรสังเกตพฤติกรรมการมีส่วนร่วมภายในกลุ่ม ซึ่งอาจมีนักเรียนที่ไม่ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม ครูควรใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนอยากที่จะเรียนรู้ และมีโอกาสได้แสดงแนวคิดของตนเอง

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

1. ควรนำการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดไปปรับใช้กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนมีการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น เช่น การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น
2. ควรมีการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดในเนื้อหาอื่น ๆ เช่น ความน่าจะเป็น โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นต้น

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2545). *เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- กรมวิชาการ. (2546). *เอกสารประกอบหลักสูตรสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2557). *แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (พิมพ์ครั้งที่ 3)*. กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2556). *ผลการประเมิน PISA 2012*. เข้าถึงได้จาก http://www.moe.go.th/moe/th/news/detail.php?NewsID=34982&Key=news_act
- จันทร์หา ประเสริฐกุล. (2547). การพัฒนาทักษะความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. *วารสารคณะวิชาศึกษาทั่วไป*, 1(1), 31-34.
- จิตดา อุดมเลิศปรีชา. (2558). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้วิธีการแก้ปัญหาปลายเปิด โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร. *วารสารศึกษาศาสตร์ปริทัศน์*, 30(2), 124-133.
- จิตชจี พิงผล. (2554). วิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิด: เน้นความแตกต่างระหว่างเพศ. *การประชุมทางวิชาการประจำปีของคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ประจำปี 2554*, 47-55.
- จิระประภา สุวรรณจกดี. (2556). *การส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่หลากหลายของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิด*. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- ชนาธิป พรกุล. (2554). *การสอนกระบวนการคิด ทฤษฎีและการนำไปใช้* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: วี พรีนซ์.

- ชวลิต ชูกำแหง. (2549). การหาคุณภาพเครื่องมือการประเมินการเรียนรู้. เข้าถึงได้จาก http://www.elearning.msu.ac.th/opencourse/0506704/page03_03_02.html
- ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2557). เทคนิคการใช้คำถามพัฒนาการคิด (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: วิพรินทร์ (1991).
- ชูศรี วงศ์รัตนะ. (2553). เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย (พิมพ์ครั้งที่ 12). กรุงเทพฯ: ไทเนรมิตกิจอินเตอร์ โพรเกรสซีฟ.
- ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล. (2557). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (*Open approach*) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- เที่ยง อินทร์ปัญญา. (2554). การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างครูกับนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิด. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- เนตรนารี ไพโรจน์พิริยะกุล. (2556). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม โดยใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเทศบาลเพชรวิทย์ จังหวัดตาก. วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร, 15(1), 7-16.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2545). การวิจัยเบื้องต้น (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ปนัดดา นามวิจิตร. (2557). การพัฒนาความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด (*Open approach*). วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- ปรีชา เนาว่าเย็นผล. (2543). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด. วารสารคณิตศาสตร์, ฉบับพิเศษ, 28-36.
- พัชชยากร บุสสยา. (2559). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.

- พิชิต ฤทธิจรรย์. (2551). *ระเบียบวิธีการวิจัยทางสังคมศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: เข้าออฟเคอร์มิสท์.
- พิชิต ฤทธิจรรย์. (2552). *หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: เข้าออฟเคอร์มิสท์.
- มณฑนา พรหมรักษ์. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการกำกับทางปัญญาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ. (2546). *การปฏิรูปกระบวนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนโดยเน้นกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. ขอนแก่น: ขอนแก่นการพิมพ์.
- ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2547). การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ของญี่ปุ่น. *KKU JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION*, 1-15.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2542). การแก้ปัญหา. *วารสารคณิตศาสตร์*, 42(485-487), 5-12.
- เริงชัย คำสุวรรณ. (2553). *ผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่องฟังก์ชัน เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัยสุราษฎร์ธานี*. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาศึกษาศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ลัดดา ศิลาน้อย. (2549). ปัญหาปลายเปิด Open approach ในนวัตกรรมการสอนกลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม. *วารสารศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยขอนแก่น*, 29(1), 24-34.
- วรรุช ภิรมย์ภักดี. (2559, 29 กันยายน). ครูชำนาญการ โรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์”. สัมภาษณ์.
- วัชรีย์ กาญจน์กิริติ. (2554). *การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2554). *เอกสารคำสอน วิชา 410541 ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์ หลักสูตร การสอนและการวิจัย*. กรุงเทพฯ: จรัสนิทวงศ์การพิมพ์.

- ศศิธร เวียงวะลัย. (2556). *การจัดการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- ศศิธร แม้นสงวน. (2555). *พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). (2558). *สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินั้นพื้นฐาน ปีการศึกษา 2558*. เข้าถึงได้จาก <http://www.onetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/Login.aspx>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2555 ก). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2555 ข). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: 3-คิ้ว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2557). *ผลการประเมิน PISA 2009 การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ บทสรุปเพื่อการบริหาร*. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์.
- สถาพร พุทธิพิฏ. (2555). *คุณภาพผู้เรียนเกิดจากกระบวนการเรียนรู้ QUALITY OF STUDENTS DERIVED FROM ACTIVE LEARNING PROCESS*. *วารสารการบริหารการศึกษา มหาวิทยาลัยบูรพา*, 6(2), 1-13.
- สมนึก กัททิษณิ. (2555). *การวัดผลการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 8). กภาพสินธุ์: ประสานการพิมพ์.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2550). *การแก้ปัญหา (Problem solving)*. *วารสารคณิตศาสตร์*, 51(562-564), 71-79.
- สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา (องค์การมหาชน). (2556). *คะแนนผลการทดสอบ O-NET ปีการศึกษา 2556*. เข้าถึงได้จาก <http://www.onesqa.or.th/th/contentdownload/944/?inputFilter&TextSearch&Category=151&gotoPage=1&PageSize=10>
- สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา (องค์การมหาชน). (2557). *คะแนนผลการทดสอบ O-NET ปีการศึกษา 2557*. เข้าถึงได้จาก [http://www.onesqa.or.th/th/contentdownload/944/?inputFilter&TextSearch&Category=151&gotoPage=1& PageSize=10](http://www.onesqa.or.th/th/contentdownload/944/?inputFilter&TextSearch&Category=151&gotoPage=1&PageSize=10)
- สิริพร ทิพย์คง. (2544). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: บริษัทพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.).

- สุชาดา ปัทมวิภาค. (2557). การประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA 2015. *นิตยสาร สสวท.*, 42(188), 35-39.
- สุวรรณ อักษรศิลป์. (2559, 29 กันยายน). ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์”. สัมภาษณ์.
- สุวิทย์ มูลคำ. (2549). *การเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นความคิด* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- สุรัช อินทสังข์. (2545). ปลายเปิด: ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคย. *วารสารการศึกษาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี*, 31(121), 35-37.
- สุลัดดา ลอยฟ้า และไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2547). การพัฒนาวิชาชีพครูแนวใหม่เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์. *JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION*, 18-28.
- อัญชัน แซ่เตียว. (2559, 29 กันยายน). ครูชำนาญการ โรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์”. สัมภาษณ์.
- อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อาภรณ์ ใจเที่ยง. (2546). *หลักการสอน* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: โอ เอส พริ้นติ้งเฮาส์.
- Becker, J. P., & Shimada, S. (1997). *The open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics*. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Conway, K. D. (1997). *The effects of the “Open Approach” to teach mathematics on elementary pre-service teacher problem solving performance attitude toward mathematics and belief about mathematics*. Ph. D. Dissertation. Southern Illinois University at Carbondale, Illinois, USA.
- Foong, P. Y. (2000). Open-ended problems for higher-order thinking in mathematics. *Teaching and Learning*, 20(2), 49-57.
- Ikeda, T. (2010). Roots of the open-approach. Introduction. special issue (EARCOME5) mathematics education theories for lesson study: problem solving approach and the curriculum through extension and integration. *Journal of Japan Society of Mathematical Education*, 6-7.
- Inprasitha, M. (2006). Open-ended approach and teacher education. *Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics*, 25, 169.

- Inprasitha, M. (2011). One feature of adaptive lesson study in Thailand: Designing learning unit. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asea*, 34(1), 47-66.
- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and problem solving: a handbook for elementary school teachers*. Boston: Allyn and Bacon.
- McIntosh, R. (2000). *Teaching mathematical problem solving: Implementing the vision (A literature review)*. Mathematics and Science Education Center.
- Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In: T. Nakahara & M. Kayama (Eds.). *Proceeding of the 24th International Conference for Psychology of Mathematics Education*, 1, 39-53.
- Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. New York: Doubleday and Company Garden City.
- Reys, R. E., Lindquist, M. M., Lambdin, D. V., & Smith, N. L. (2004). *Helping children learn mathematics*. NY: John Wiley & Sons, Inc.
- Sheffield, L. J., & Cruikshank, D. E. (2000). *Teaching and learning elementary and middle school mathematics*. NY: John Wiley & Sons, Inc.
- Takahashi, A. (2004). *Open-ended problem solving enriched by the Internet*. Retrieved from http://www.mste.uiuc.edu/users/aki/open_ended.
- The National Council of Teacher of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อ
การวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของ
เครื่องมือการวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. ดร.ผลาดร สุวรรณ โปธิ์
 อาจารย์ประจำภาควิชาการจัดการเรียนรู้
 คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
2. ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์
 อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์
 ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
 มหาวิทยาลัยบูรพา
3. นางนงนุช วิชาจารย์
 ตำแหน่ง ครูเชี่ยวชาญ
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 โรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์”
4. นางสาวรรณา อักษรศิลป์
 ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 โรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์”
5. นางสาวกัลยา ไอสถผสม
 ตำแหน่ง ครูชำนาญการ
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 โรงเรียนบ้านสวน (จันอนุสรณ์)



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๙, ๒๐๖๙
 ที่ ศธ ๖๒๑๘/ ๑. ๑๒ วันที่ ๕ มกราคม พ.ศ. ๒๕๖๐
 เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการทำวิจัย
 เรียน อาจารย์ ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์

ด้วยนางสาวจริยา สุนทรหาญ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัยในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไชwitz์ สิริสวัสดิ์)
 รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
 คณบดีคณะศึกษาศาสตร์



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๙, ๒๐๖๙
 ที่ ศธ ๖๒๑๘/๑.๑๖ วันที่ ๕ มกราคม พ.ศ. ๒๕๖๐
 เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการทำวิจัย
 เรียน อาจารย์ ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์

ด้วยนางสาวจรรยา สุนทรหาญ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิดเจนจิต ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัยในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
 รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
 คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

ที่ ศธ ๖๒๑๘/ว. ๖



คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๕ มกราคม ๒๕๖๐

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางนงนุช วิชาจารย์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวจรรยา สุนทรหาญ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัยในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่าน ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๕-๖๓๔๔๗๓๖

ที่ ศธ ๖๒๑๘/๑. ๖



คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.สิงหนครบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๕ มกราคม ๒๕๖๐

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางสาวรณมา อักษรศิลป์

สิ่งที่ส่งมาด้วย คำร้องย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวจรรยา สุนทรหาญ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิต เจริญจิต ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัยในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่าน ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

/ทอ/

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๕-๖๓๔๔๗๓๖

ที่ ศธ ๖๒๑๘/ว. ๖



คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๕ มกราคม ๒๕๖๐

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางสาวกัลยา โสภณผลสม

สิ่งที่ส่งมาด้วย คำโครงการวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวจริยา สุนทรหาญ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิต เจริญจิต ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัยในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่าน ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๕-๖๓๔๔๗๓๖



ที่ ศธ ๒๒๑๘/ ๒๐๒๑

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.สิงหนครบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๖ มกราคม ๒๕๖๐

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนบ้านบึง "อุตสาหกรรมนุเคราะห์"

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวจรรยา สุนทรหาญ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์
เรื่อง "ผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถใน
การแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔" ในความ
ควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมการมีความประสงค์ ขออำนวยความสะดวก
สะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔/๑ โดยผู้วิจัยจะขออนุญาต
เก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๒๗ มกราคม พ.ศ. ๒๕๖๐ - ๓ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๖๐
อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพา
เรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่า
คงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

/๒๐๕

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัยโทร ๐๘๕-๖๓๔๔๗๓๖

ที่ ศธ ๖๒๑๘/ ๒๖๖



คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏ
๑๖๙ ถ.สิงหนครบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๓๑ มกราคม ๒๕๖๐

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย
เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนบ้านบึง "อุตสาหกรรมนุเคราะห์"
สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวจรรยา สุนทรหาญ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมการ มีความประสงค์ขออำนาจความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔/๑๒ โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๖ กุมภาพันธ์ พ.ศ.๒๕๖๐ ถึงวันที่ ๒๔ กุมภาพันธ์ พ.ศ.๒๕๖๐ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนครเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ สิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๐-๒๐๖๙, ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

โทรผู้วิจัย ๐๘๕-๖๓๔๔๗๓๖

ภาคผนวก ข

- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด
- แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 (ค31202) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชัน

จำนวน 16 ชั่วโมง

เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน

เวลาเรียน 2 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

1.1 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชัน และสร้างฟังก์ชันจาก โจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้

1.2 นำความรู้เรื่องฟังก์ชัน ไปใช้แก้ปัญหาได้

1.3 ใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา

1.4 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

1.5 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และ การนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบบทเรียนแล้ว

2.1 ด้านความรู้

2.1.1 นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันได้ถูกต้อง

2.2 ด้านทักษะและกระบวนการ

2.2.1 นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชันได้ถูกต้อง

2.2.2 นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อ สื่อความหมายเกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชันได้ถูกต้อง

2.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

2.3.1 นักเรียนมุ่งมั่นในการทำงาน

2.3.2 นักเรียนใฝ่เรียนรู้

3. สาระสำคัญ

ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งสำหรับคู่อันดับสองคู่ใด ๆ ของความสัมพันธ์นั้น
 ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน
 นั่นคือ ถ้า r เป็นความสัมพันธ์ที่ทุก x, y และ z ใด ๆ ซึ่ง $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$
 แล้ว $y = z$ จะเรียก r ว่าเป็นฟังก์ชัน นิยมเขียนแทน r ด้วย f

4. สาระการเรียนรู้

ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งสำหรับคู่อันดับสองคู่ใด ๆ ของความสัมพันธ์นั้น
 ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

นั่นคือ ถ้า r เป็นความสัมพันธ์ที่ทุก x, y และ z ใด ๆ ซึ่ง $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$
 แล้ว $y = z$ จะเรียก r ว่าเป็นฟังก์ชัน นิยมเขียนแทน r ด้วย f

ตัวอย่าง ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน

1. $r_1 = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$ เป็นฟังก์ชัน เนื่องจากสมาชิกตัวหน้าของแต่ละ
 คู่อันดับของความสัมพันธ์ r_1 ต่างกัน

2. $r_2 = \{(1, a), (2, b), (3, c), (4, d)\}$ เป็นฟังก์ชัน เนื่องจากสมาชิกตัวหน้าของแต่ละ
 คู่อันดับของความสัมพันธ์ r_2 ต่างกัน

3. $r_3 = \{(1, a), (2, a), (3, a), (4, a)\}$ เป็นฟังก์ชัน เนื่องจากสมาชิกตัวหน้าของแต่ละ
 คู่อันดับของความสัมพันธ์ r_3 ต่างกัน

4. $r_4 = \{(x, y) \in A \times A \mid y = x^2\}; A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ เป็นฟังก์ชัน เนื่องจาก
 x หนึ่งค่า ให้ค่า y หนึ่งค่า

5. $r_5 = \{(x, y) \in A \times A \mid y = 2x + 1\}; A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ เป็นฟังก์ชัน เนื่องจาก
 x หนึ่งค่า ให้ค่า y หนึ่งค่า

6. $r_6 = \{(x, y) \in R \times R \mid y = 5\}$ เป็นฟังก์ชัน เนื่องจาก x หนึ่งค่า ให้ค่า y หนึ่งค่า

5. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

5.1 ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด (10 นาที)

5.1.1 นักเรียนจัดกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน โดยละความสามารถ

5.1.2 ครูนำเสนอปัญหา จ่ายเท่าไร และปัญหา ร้านหนังสือบุญมีเปิดสาขาใหม่ บนกระดาน พร้อมทั้งแจกใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง จ่ายเท่าไร กระดาษนำเสนอและปากกาเมจิกให้กับนักเรียนแต่ละกลุ่มสำหรับแก้ปัญหาที่ครูนำเสนอ

5.1.3 นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำความเข้าใจปัญหา จ่ายเท่าไร และปัญหา ร้านหนังสือบุญมีเปิดสาขาใหม่ พร้อมกับเขียนอธิบายสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ลงในใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง จ่ายเท่าไร

5.2 ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน (35 นาที)

5.2.1 นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผนแก้ปัญหาและลงมือแก้ปัญหา รวมทั้งสรุปคำตอบและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากปัญหาทั้งสองในใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง จ่ายเท่าไร

5.2.2 นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอหน้าชั้นเรียนเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ การวางแผนในการแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผน การสรุปคำตอบและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบจากปัญหาทั้งสองของกลุ่มตนเอง

5.2.3 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่ม โดยมีประเด็นการอภิปราย ดังนี้

- วิธีการแก้ปัญหา จ่ายเท่าไร มีอะไรบ้าง (การคาดเดาและตรวจสอบ การสร้างตาราง และการเขียนสมการ)

- วิธีการแก้ปัญหา ร้านหนังสือบุญมีเปิดสาขาใหม่ มีอะไรบ้าง (การคาดเดาและตรวจสอบ)

- การแสดงความสัมพันธ์ของปัญหาทั้งสอง เหมือนหรือต่างกันอย่างไร (ต่างกัน เนื่องจากความสัมพันธ์จากปัญหา จ่ายเท่าไร เป็นการแสดงความสัมพันธ์ที่จำนวนหนังสือหนึ่งค่า จะให้ราคาจัดพิมพ์หนังสือเพียงหนึ่งค่า แต่ความสัมพันธ์จากปัญหา ร้านหนังสือบุญมีเปิดสาขา

ใหม่ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ที่จำนวนหนังสือที่ซื้อหนึ่งค่าจะให้จำนวนเงินที่จ่ายค่าหนังสือสองค่าที่แตกต่างกัน)

5.3 ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน (15 นาที)

5.3.1 นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสังเกตและอธิบายลักษณะความสัมพันธ์จากปัญหาจ่ายเท่าไรและปัญหา ร้านหนังสือบุญมีเปิดสาขาใหม่ในใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง จ่ายเท่าไร

5.3.2 ครูให้คำแนะนำเพิ่มเติมว่า ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนหนังสือกับราคาค่าจัดพิมพ์หนังสือจากปัญหา จ่ายเท่าไร ในทางคณิตศาสตร์เป็นความสัมพันธ์ที่เรียกว่า ฟังก์ชัน แต่ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนหนังสือกับจำนวนเงินที่จ่ายค่าหนังสือจากปัญหา ร้านหนังสือบุญมีเปิดสาขาใหม่ เป็นความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชัน

5.3.3 นักเรียนร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันและความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชัน โดยมีประเด็นการอภิปราย ดังนี้

- ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันมีลักษณะอย่างไร (สมาชิกตัวหน้าของแต่ละคู่อันดับของความสัมพันธ์ไม่เหมือนกันหรือถ้าสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน)

- ความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชันมีลักษณะอย่างไร (สมาชิกตัวหน้าของแต่ละคู่อันดับของความสัมพันธ์เหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังต่างกัน)

5.3.4 นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน

5.3.5 ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน

5.3.6 นักเรียนร่วมกันสรุปความหมายของฟังก์ชันลงในใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน ดังนี้

ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งสำหรับคู่อันดับสองคู่ใด ๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

5.3.7 ครูให้คำแนะนำเพิ่มเติมกับนักเรียนว่า ในทางคณิตศาสตร์จะใช้ภาษาและเขียนสัญลักษณ์แทนความหมายของฟังก์ชันได้ดังนี้ “ ถ้า r เป็นความสัมพันธ์ที่ทุก x, y และ z ใด ๆ ซึ่ง $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ แล้ว $y = z$ จะเรียก r ว่าเป็นฟังก์ชัน นิยมเขียนแทน r ด้วย f ”

ชั่วโมงที่ 2

5.4 ขั้นการสร้างปัญหาใหม่ (60 นาที)

5.4.1 นักเรียนแต่ละคนปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง การสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชัน โดยสร้างปัญหาที่มีวิธีการแก้ปัญหามีหลายวิธีที่เกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชันและแสดงวิธีการแก้ปัญหาลากหลายที่สุด โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอน ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนในการแก้ปัญห การดำเนินการตามแผน และการสรุปและตรวจสอบคำตอบ

5.4.2 นักเรียนแต่ละคนเข้ากลุ่มย่อย และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับปัญหาที่สร้างขึ้น รวมทั้งวิธีการแก้ปัญห

5.4.3 นักเรียนแต่ละกลุ่มเลือกปัญหา 1 ปัญหาเพื่อนำเสนอ รวมทั้งแสดงวิธีการแก้ปัญหาลากหลายที่สุด

5.4.4 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับปัญหาที่นักเรียนนำเสนอ โดยมีประเด็นการอภิปราย ดังนี้

- นักเรียนคิดว่าปัญหาของกลุ่มใดเป็นปัญหาที่น่าสนใจที่สุด เพราะอะไร

6. สื่อการเรียนรู้ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้

6.1 ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง จ่ายเท่าไร

6.2 ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน

6.3 ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง การสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชัน

6.4 กระดาษนำเสนอ และปากกาเมจิก

7. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีการวัด	เครื่องมือการวัด	เกณฑ์การประเมิน
1. ด้านความรู้ (K)			
- นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันได้ถูกต้อง	- ตรวจใบกิจกรรมที่ 2	- ใบกิจกรรมที่ 2	นักเรียนทำใบกิจกรรมได้ถูกต้องอย่างน้อยร้อยละ 80

7. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ (ต่อ)

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีการวัด	เครื่องมือการวัด	เกณฑ์การประเมิน
2. ด้านทักษะและกระบวนการ (P)			
- นักเรียนสามารถ แก้ปัญหาเกี่ยวกับ ความหมายของฟังก์ชัน ได้ถูกต้อง	- ตรวจสอบกิจกรรมที่ 1 - ตรวจสอบกิจกรรมที่ 3	- ใบกิจกรรมที่ 1 - ใบกิจกรรมที่ 3	นักเรียนทำ ใบกิจกรรมได้ถูกต้อง อย่างน้อยร้อยละ 80
- นักเรียนสามารถใช้ภาษา และสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์แทนข้อความ เพื่อสื่อความหมายเกี่ยวกับ ความหมายของฟังก์ชัน ได้ถูกต้อง	- ตรวจสอบใบกิจกรรมที่ 1 - ตรวจสอบใบกิจกรรมที่ 2 - ตรวจสอบใบกิจกรรมที่ 3	- ใบกิจกรรมที่ 1 - ใบกิจกรรมที่ 2 - ใบกิจกรรมที่ 3	นักเรียนทำ ใบกิจกรรมได้ถูกต้อง อย่างน้อยร้อยละ 80
3. คุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)			
- นักเรียนมุ่งมั่นใน การทำงาน	สังเกตพฤติกรรม	แบบสังเกต พฤติกรรม	นักเรียนมีผล การประเมินอยู่ใน ระดับดีขึ้นไป
- นักเรียนใฝ่เรียนรู้	สังเกตพฤติกรรม	แบบสังเกต พฤติกรรม	นักเรียนมีผล การประเมินอยู่ใน ระดับดีขึ้นไป

ลงชื่อ

(นางสาวจริยา สุนทรหาญ)

ผู้อำนวยการจัดการเรียนรู้

บันทึกหลังการสอน

1. ผลการจัดการเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้

นักเรียนร้อยละ 80 สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันได้ถูกต้อง แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ไม่สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันได้ เนื่องจากนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด และไม่กล้าแสดงความคิดเห็นของตนเองกับเพื่อนในกลุ่ม

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการ

นักเรียนร้อยละ 80 สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชันได้ และสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายเกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชันได้ถูกต้อง

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

นักเรียนร้อยละ 90 มีความมุ่งมั่นในการทำงาน และใฝ่เรียนรู้

2. ปัญหาต่าง ๆ ที่พบจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

นักเรียนบางคนไม่มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม และไม่กระตือรือร้นที่จะทำกิจกรรม เนื่องจากยังไม่คุ้นเคยกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด และการใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนใช้เวลามากในการทำความเข้าใจปัญหา

3. ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไขในการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไป

ครูคอยกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม โดยการใช้คำถามกระตุ้น และให้เวลานักเรียนได้พูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นมากขึ้น พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบหากนักเรียนเกิดข้อสงสัย

ลงชื่อ

(นางสาวจริยา สุนทรหาญ)

ครูผู้สอน

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. การทำความเข้าใจปัญหา	
ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2 (ดี)	ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องทั้งหมด
1 (พอใช้)	ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องบางส่วน
0 (ต้องปรับปรุง)	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ถูกต้องทั้งหมด - ไม่ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ
2. การวางแผนในการแก้ปัญหา	
ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2 (ดี)	เขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ ได้ถูกต้องครบถ้วน
1 (พอใช้)	เขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ ได้ถูกต้องบางส่วน
0 (ต้องปรับปรุง)	- เขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ ไม่ถูกต้อง - ไม่มีการเขียนอธิบาย
3. การดำเนินการตามแผน	
ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2 (ดี)	ดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง
1 (พอใช้)	ดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ได้ถูกต้องบางส่วน
0 (ต้องปรับปรุง)	- ดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ไม่ถูกต้อง - ไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ต่อ)

4. การสรุปและตรวจสอบคำตอบ	
ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2 (ดี)	สรุปคำตอบและตรวจคำตอบได้ถูกต้อง
1 (พอใช้)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ตรวจคำตอบไม่ถูกต้อง - สรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่มีการตรวจคำตอบ
0 (ต้องปรับปรุง)	- สรุปคำตอบไม่ถูกต้องและตรวจคำตอบไม่ถูกต้อง - สรุปคำตอบไม่ถูกต้องและไม่มีการตรวจคำตอบ - ไม่มีการสรุปคำตอบและไม่มีการตรวจคำตอบ

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
3 (ดีมาก)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้อง นำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอน และมีรายละเอียดครบถ้วน
2 (ดี)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้อง และนำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอน แต่ยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น
1 (พอใช้)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้องบางส่วน และนำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอน แต่ยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น
0 (ต้องปรับปรุง)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายไม่ถูกต้อง นำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจไม่เป็นไปตามลำดับขั้นตอน ขาดรายละเอียดหรือไม่มีร่องรอยการเขียน

แบบสังเกตพฤติกรรม

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 (ค31202) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชัน

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559

เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน

คำชี้แจง กรุณาใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับพฤติกรรมของนักเรียน

เลขที่	รายการประเมิน										รวมคะแนน	ระดับคุณภาพ	สรุปผลการประเมิน
	นักเรียนมุ่งมั่นในการทำงาน					นักเรียนใฝ่เรียนรู้							
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1			
1	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
2			✓					✓			6	ปานกลาง	ไม่ผ่าน
3			✓					✓			6	ปานกลาง	ไม่ผ่าน
4			✓					✓			6	ปานกลาง	ไม่ผ่าน
5			✓					✓			6	ปานกลาง	ไม่ผ่าน
6		✓				✓					9	ดีมาก	ผ่าน
7		✓				✓					9	ดีมาก	ผ่าน
8		✓				✓					9	ดีมาก	ผ่าน
9		✓				✓					9	ดีมาก	ผ่าน
10		✓				✓					9	ดีมาก	ผ่าน
11		✓				✓					9	ดีมาก	ผ่าน
12		✓				✓					9	ดีมาก	ผ่าน
13	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
14	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
15	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
16	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน

แบบสังเกตพฤติกรรม (ต่อ)

เลขที่	รายการประเมิน										รวม คะแนน	ระดับคุณภาพ	สรุปผล การประเมิน
	นักเรียนมุ่งมั่นใน การทำงาน					นักเรียนใฝ่เรียนรู้							
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1			
17	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
18	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
19	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
20	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
21	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
22	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
23	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
24	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
25	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
26	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
27	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
28	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
29	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
30	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
31	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
32	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
33	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
34	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
35	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
36	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
37	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน
38	✓					✓					10	ดีมาก	ผ่าน

เกณฑ์การให้คะแนนคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

คะแนน/ ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
5 ดีมาก	- ส่งงานก่อนหรือตรงเวลานัดหมาย - รับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย
4 ดี	- ส่งงานช้ากว่าที่กำหนด แต่มีการติดต่อชี้แจงกับครูผู้สอน มีเหตุผลที่รับฟังได้ - รับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย
3 ปานกลาง	- ส่งงานช้ากว่าที่กำหนด โดยไม่มีเหตุผล - รับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย
2 พอใช้	- ส่งงานช้ากว่าที่กำหนด - รับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย แต่ต้องอาศัยการชี้แนะ แนะนำ ตักเตือนหรือให้กำลังใจ
1 ปรับปรุง	- ไม่ส่งงาน - ไม่รับผิดชอบงานตามที่ได้รับมอบหมาย

2. ใฝ่เรียนรู้

คะแนน/ ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
5 ดีมาก	- มีการเตรียมสมุด หนังสือ และอุปกรณ์การเรียนก่อนที่ครูผู้สอน เข้าสอน - ตั้งใจฟังและตอบคำถามตลอดเวลา

2. ใฝ่เรียนรู้ (ต่อ)

คะแนน/ ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
4 ดี	- มีการเตรียมสมุด หนังสือ และอุปกรณ์การเรียนเมื่อครูผู้สอน เข้าสอนแล้ว - ตั้งใจฟังและตอบคำถามตลอดเวลา
3 ปานกลาง	- มีการเตรียมสมุด หนังสือ และอุปกรณ์การเรียนเมื่อครูผู้สอน เข้าสอนแล้ว - ตั้งใจฟังและตอบคำถามบางเวลา
2 พอใช้	- ครูผู้สอนต้องบอกให้เตรียมสมุด หนังสือ และอุปกรณ์การเรียน - ตั้งใจฟังแต่ไม่กล้าตอบคำถาม
1 ปรับปรุง	- ครูผู้สอนต้องบอกให้ เตรียมสมุด หนังสือ และอุปกรณ์การเรียน - ไม่ตั้งใจฟังและไม่ตอบคำถาม

เกณฑ์การประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

คะแนน	ระดับคุณภาพ
10-9 คะแนน	ดีมาก
8-7 คะแนน	ดี
6-5 คะแนน	ปานกลาง
4-3 คะแนน	พอใช้
น้อยกว่า 3 คะแนน	ปรับปรุง

ลงชื่อ

ผู้ประเมิน

(นางสาวจริยา สุนทรหาญ)

ใบกิจกรรมที่ 1

เรื่อง จ่ายเท่าไร

กลุ่ม

1. ชื่อ..... เลขที่..... ชั้น
2. ชื่อ..... เลขที่..... ชั้น
3. ชื่อ..... เลขที่..... ชั้น
4. ชื่อ..... เลขที่..... ชั้น
5. ชื่อ..... เลขที่..... ชั้น

กิจกรรม ให้นักเรียนร่วมกันศึกษา แลกเปลี่ยนความคิดเห็นภายในกลุ่ม และปฏิบัติใบกิจกรรม
ที่ 1 เรื่อง จ่ายเท่าไร

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ปัญหา จ่ายเท่าไร

น้ำเพชรต้องการจัดทำหนังสือธรรมะแจกในงานวันขึ้นบ้านใหม่ของเธอ เธอจึงได้ติดต่อ
ทางร้านขายหนังสือบุญมีเพื่อจัดพิมพ์หนังสือ โดยทางร้านหนังสือกำหนดราคาจัดพิมพ์หนังสือ
ดังนี้

100 เล่ม ราคา 1,050 บาท

200 เล่ม ราคา 1,550 บาท

300 เล่ม ราคา 2,050 บาท

400 เล่ม ราคา 2,550 บาท

500 เล่ม ราคา 3,050 บาท

1.1 ถ้าน้ำเพชรต้องการจัดพิมพ์หนังสือ 800 เล่ม น้ำเพชรจะต้องจ่ายเงินเท่าไรใน
การจัดพิมพ์หนังสือธรรมะ

การทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ได้แก่

.....

.....

.....

การวางแผนในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

การดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

การสรุปและตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

2. ปัญหา ร้านหนังสือบุญมีเปิดสาขาใหม่

ร้านขายหนังสือบุญมีได้จัดโปรโมชั่นเพื่อฉลองเปิดร้านสาขาใหม่ เฉพาะหนังสือเล่มละ 120 บาท โดยมีโปรโมชั่น ดังนี้

ทุกครั้งที่ร้านขายหนังสือได้ครบ 5 เล่ม ลูกค้านั้นที่ซื้อหนังสือเล่มที่ 5 จะได้รับส่วนลดค่าหนังสือ 50% โดย

ลูกค้าคนที่ 1 ซื้อหนังสือ 3 เล่ม คิดเป็นเงิน 360 บาท

ลูกค้าคนที่ 2 ซื้อหนังสือ 3 เล่ม คิดเป็นเงิน 180 บาท

ลูกค้าคนที่ 3 ซื้อหนังสือ 2 เล่ม คิดเป็นเงิน 240 บาท

ลูกค้าคนที่ 4 ซื้อหนังสือ 4 เล่ม คิดเป็นเงิน 240 บาท

ลูกค้าคนที่ 5 ซื้อหนังสือ 3 เล่ม คิดเป็นเงิน 360 บาท

ลูกค้าคนที่ 6 ซื้อหนังสือ 1 เล่ม คิดเป็นเงิน 120 บาท

2.1 ถ้าลูกค้าคนที่ 7 จ่ายเงินค่าหนังสือ 60 บาท อยากทราบว่าลูกค้าคนที่ 7 ซื้อหนังสือกี่เล่ม

การทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ได้แก่

.....

.....

.....

การวางแผนในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 2

เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ พร้อมให้เหตุผลประกอบ และสรุปความหมายของฟังก์ชัน

1. $r_1 = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$

.....

2. $r_2 = \{(1, a), (2, b), (3, c), (4, d)\}$

.....

3. $r_3 = \{(1, a), (2, a), (3, a), (4, a)\}$

.....

4. $r_4 = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (1, 8)\}$

.....

5. $r_5 = \{(-1, a), (-1, b), (-1, c), (-1, d)\}$

.....

6. $r_6 = \{(1, 4), (3, 5), (7, 9)\}$

.....

7. $r_7 = \{(2, 4), (2, 5), (3, 8)\}$

.....

8. $r_8 = \{(x, y) \in R \times R \mid y = 5x + 4\}$

.....

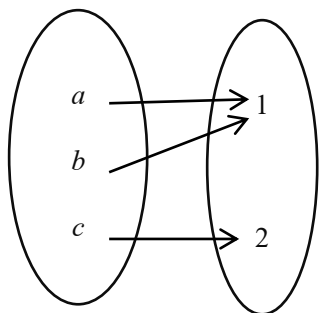
9. $r_9 = \{(x, y) \in R \times R \mid y = |x|\}$

.....

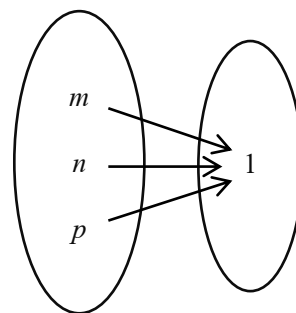
10. $r_{10} = \{(x, y) \in R \times R \mid x^2 + y^2 = 4\}$

.....

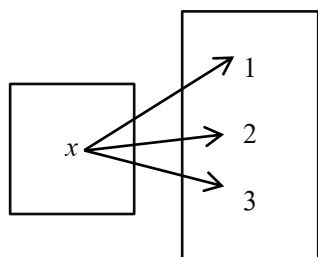
11.



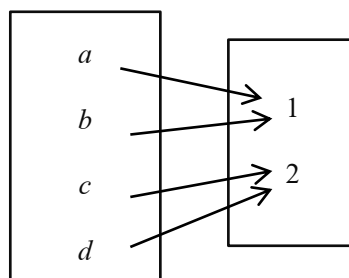
12.



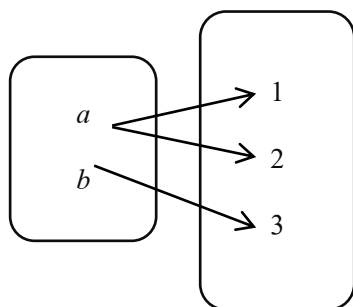
13.



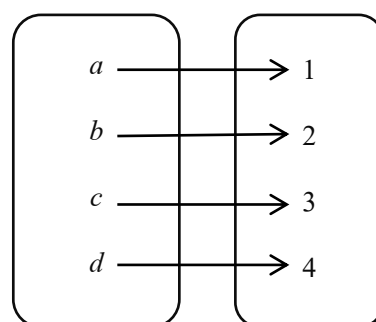
14.



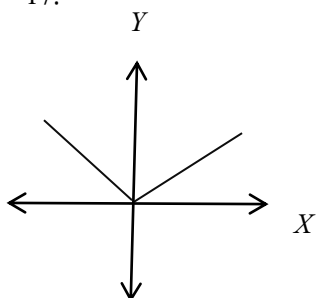
15.



16.

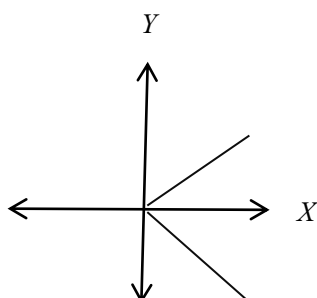


17.



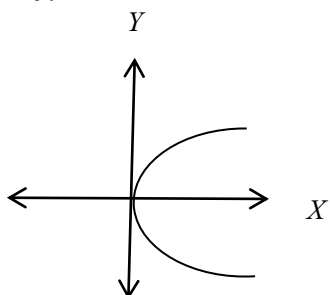
.....

18.



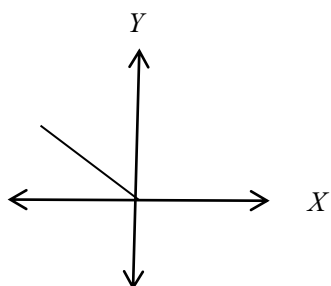
.....

19.



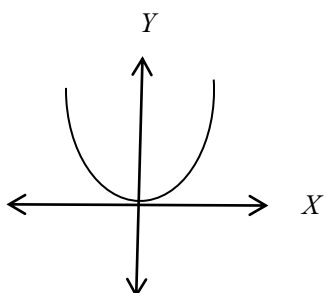
.....

20.



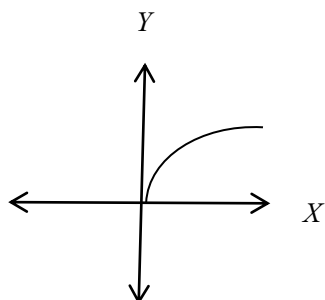
.....

21.



.....

22.



.....

สรุปความหมายของฟังก์ชัน

ฟังก์ชัน คือ

.....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1

เรื่อง จ่ายเท่าไร

กลุ่ม

1. ชื่อ..... เลขที่ ชั้น
2. ชื่อ..... เลขที่ ชั้น
3. ชื่อ..... เลขที่ ชั้น
4. ชื่อ..... เลขที่ ชั้น
5. ชื่อ..... เลขที่ ชั้น

กิจกรรม ให้นักเรียนร่วมกันศึกษา แลกเปลี่ยนความคิดเห็นภายในกลุ่ม และปฏิบัติใบกิจกรรม
ที่ 1 เรื่อง จ่ายเท่าไร

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ปัญหาจ่ายเท่าไร

น้ำเพชรต้องการจัดทำหนังสือธรรมะแจกในงานวันขึ้นบ้านใหม่ของเธอ เธอจึงได้ติดต่อ
ทางร้านขายหนังสือบุญมีเพื่อจัดพิมพ์หนังสือ โดยทางร้านหนังสือกำหนดราคาจัดพิมพ์หนังสือ
ดังนี้

100 เล่ม ราคา 1,050 บาท

200 เล่ม ราคา 1,550 บาท

300 เล่ม ราคา 2,050 บาท

400 เล่ม ราคา 2,550 บาท

500 เล่ม ราคา 3,050 บาท

1.1 ถ้าน้ำเพชรต้องการจัดพิมพ์หนังสือ 800 เล่ม น้ำเพชรจะต้องจ่ายเงินเท่าไรในการจัดพิมพ์หนังสือธรรมะ

การทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ เงินที่ใช้ในการจัดพิมพ์หนังสือธรรมะ 800 เล่ม

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ได้แก่ จัดพิมพ์หนังสือ

100 เล่ม ราคา 1,050 บาท

200 เล่ม ราคา 1,550 บาท

300 เล่ม ราคา 2,050 บาท

400 เล่ม ราคา 2,550 บาท

500 เล่ม ราคา 3,050 บาท

การวางแผนในการแก้ปัญหา

วิธีที่ 1 การคาดเดาและตรวจสอบ

1. สังเกตจำนวนหนังสือเพิ่มขึ้นทีละ 100 เล่ม และทุกจำนวนหนังสือที่เพิ่มขึ้น 100 เล่ม ราคาจัดพิมพ์จะเพิ่มขึ้น 500 บาท

2. เขียนความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนหนังสือกับราคาจัดพิมพ์หนังสือไปเรื่อย ๆ จนถึงจำนวนหนังสือ 800 เล่ม จะได้ราคาค่าจัดพิมพ์หนังสือ 800 เล่ม

วิธีที่ 2 การสร้างตาราง

1. สร้างตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนหนังสือกับราคาค่าจัดพิมพ์หนังสือธรรมะ

2. ดูตารางถ้าจัดพิมพ์หนังสือ 800 เล่ม จะเสียค่าจัดพิมพ์หนังสือธรรมะเท่าใด

วิธีที่ 3 การเขียนสมการ

1. เขียนคู่อันดับแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนหนังสือกับค่าจัดพิมพ์หนังสือ

2. สร้างสมการเส้นตรงแล้วแทนค่า x ลงในสมการจะได้ค่า y ซึ่งเป็นคำตอบ

การดำเนินการตามแผน

วิธีที่ 1 การคาดเดาและตรวจสอบ

เพิ่ม 100	{	100 เล่ม ราคา 1,050 บาท	}	เพิ่ม 500
เพิ่ม 100	{	200 เล่ม ราคา 1,550 บาท	}	เพิ่ม 500
เพิ่ม 100	{	300 เล่ม ราคา 2,050 บาท	}	เพิ่ม 500
เพิ่ม 100	{	400 เล่ม ราคา 2,550 บาท	}	เพิ่ม 500
เพิ่ม 100	{	500 เล่ม ราคา 3,050 บาท	}	เพิ่ม 500
เพิ่ม 100	{	600 เล่ม ราคา 3,550 บาท	}	เพิ่ม 500
เพิ่ม 100	{	700 เล่ม ราคา 4,050 บาท	}	เพิ่ม 500
เพิ่ม 100	{	800 เล่ม ราคา 4,550 บาท	}	เพิ่ม 500

วิธีที่ 2 การสร้างตาราง

จำนวนหนังสือ (เล่ม)	ราคาจัดพิมพ์หนังสือ (บาท)
100	1,050
200	1,550
300	2,050
400	2,550
500	3,050
600	3,550
700	4,050
800	4,550

วิธีที่ 3 การเขียนสมการ

จะได้คู่อันดับ ดังนี้ (100, 1,050), (200, 1,550), (300, 2,050), (500, 3,050)

ซึ่งเป็นกราฟเส้นตรง

สร้างสมการเส้นตรง ดังนี้

$$\text{หาคความชัน } m = \frac{3,050 - 1,050}{500 - 100} = \frac{2,000}{400} = 5$$

$$\text{สมการเส้นตรง } y - 1,050 = 5(x - 100)$$

$$\text{จัดรูปใหม่ } y = 5x + 550$$

$$\text{แทนค่า } x = 800 \text{ จะได้ } y = (5 \times 800) + 550 = 4,550$$

การสรุปและตรวจสอบคำตอบ

สรุปคำตอบ ถ้าน้ำเพชรต้องการจัดพิมพ์หนังสือ 800 เล่ม น้ำเพชรจะต้องจ่ายเงิน 4,550 บาท ในการจัดพิมพ์หนังสือธรรมะ

ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า $y = 4,550$ ในสมการ $y = 5x + 550$ จะได้ค่า $x = 800$ ซึ่งตรงกับจำนวนหนังสือธรรมะที่น้ำเพชรต้องการจัดพิมพ์

1.2 ให้นักเรียนเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนหนังสือกับราคาจัดพิมพ์ให้หลากหลายที่สุด

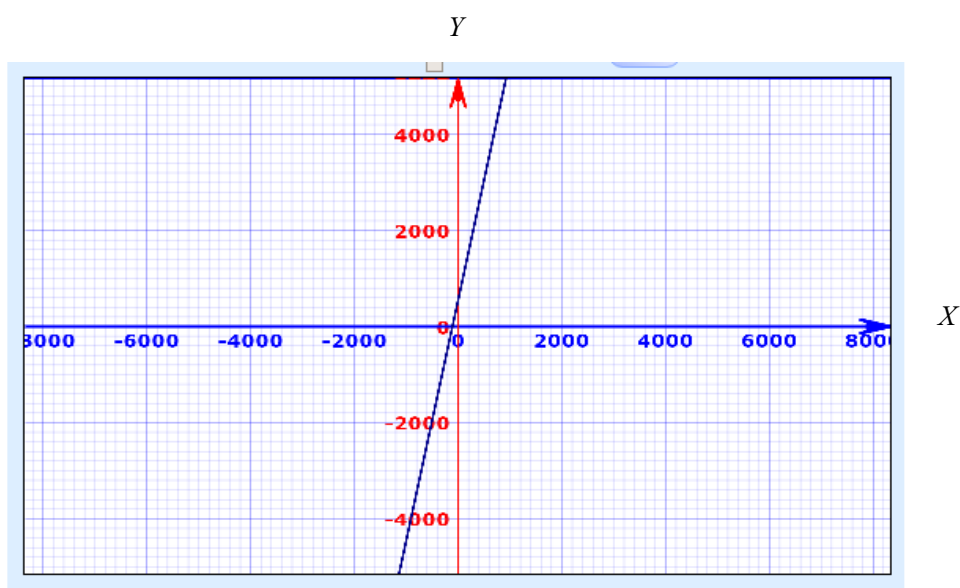
วิธีที่ 1 แสดงความสัมพันธ์โดยเขียนแสดงแทนด้วยเซตแบบแจกแจงสมาชิก

$$r = \{(100, 1,050), (200, 1,550), (300, 2,050), (400, 2,550), (500, 3,050), \\ (600, 3,550), (700, 4,050), (800, 4,550)\}$$

วิธีที่ 2 แสดงความสัมพันธ์โดยเขียนแสดงแทนด้วยเซตแบบบอกเงื่อนไข

$$r = \{(x, y) \in I^+ \times I^+ \mid y = 5x + 550\}$$

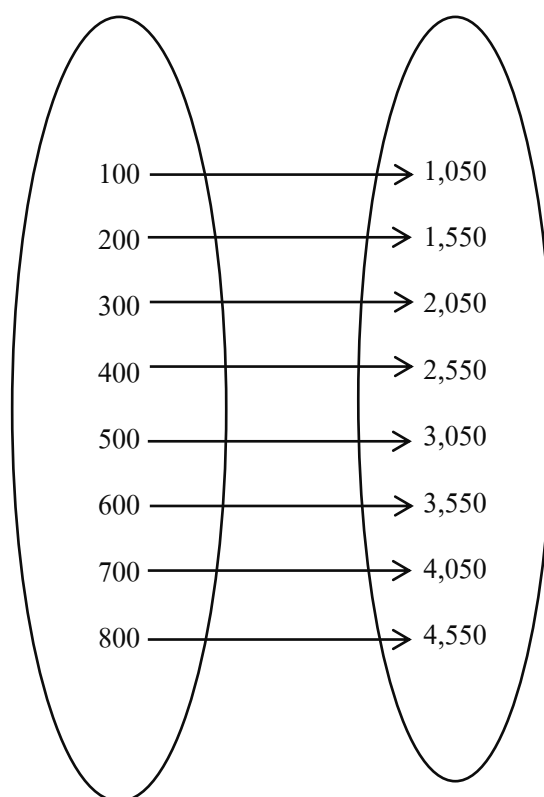
วิธีที่ 3 แสดงความสัมพันธ์โดยใช้กราฟ



วิธีที่ 4 แสดงความสัมพันธ์โดยใช้ตาราง

จำนวนหนังสือ (เล่ม)	ราคาจัดพิมพ์หนังสือ (บาท)
100	1,050
200	1,550
300	2,050
400	2,550
500	3,050
600	3,550
700	4,050
800	4,550

วิธีที่ 5 แสดงความสัมพันธ์โดยใช้แผนภาพ



2. ปัญหา ร้านหนังสือบุญมีเปิดสาขาใหม่

ร้านขายหนังสือบุญมีได้จัดโปรโมชั่นเพื่อฉลองเปิดร้านสาขาใหม่ เฉพาะหนังสือเล่มละ 120 บาท โดยมีโปรโมชั่น ดังนี้

ทุกครั้งที่ร้านขายหนังสือได้ครบ 5 เล่ม ลูกค้านั้นที่ซื้อหนังสือเล่มที่ 5 จะได้รับส่วนลดค่าหนังสือ 50% โดย

ลูกค้าคนที่ 1 ซื้อหนังสือ 3 เล่ม คิดเป็นเงิน 360 บาท

ลูกค้าคนที่ 2 ซื้อหนังสือ 3 เล่ม คิดเป็นเงิน 180 บาท

ลูกค้าคนที่ 3 ซื้อหนังสือ 2 เล่ม คิดเป็นเงิน 240 บาท

ลูกค้าคนที่ 4 ซื้อหนังสือ 4 เล่ม คิดเป็นเงิน 240 บาท

ลูกค้าคนที่ 5 ซื้อหนังสือ 3 เล่ม คิดเป็นเงิน 360 บาท

ลูกค้าคนที่ 6 ซื้อหนังสือ 1 เล่ม คิดเป็นเงิน 120 บาท

2.1 ถ้าลูกค้าคนที่ 7 จ่ายเงินค่าหนังสือ 60 บาท อยากทราบว่าลูกค้าคนที่ 7 ซื้อหนังสือกี่เล่ม

การทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ ลูกค้าคนที่ 7 ซื้อหนังสือกี่เล่ม ถ้าจ่ายเงินค่าหนังสือ 60 บาท

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ได้แก่

ลูกค้าคนที่ 1 ซื้อหนังสือ 3 เล่ม คิดเป็นเงิน 360 บาท

ลูกค้าคนที่ 2 ซื้อหนังสือ 3 เล่ม คิดเป็นเงิน 180 บาท

ลูกค้าคนที่ 3 ซื้อหนังสือ 2 เล่ม คิดเป็นเงิน 240 บาท

ลูกค้าคนที่ 4 ซื้อหนังสือ 4 เล่ม คิดเป็นเงิน 240 บาท

ลูกค้าคนที่ 5 ซื้อหนังสือ 3 เล่ม คิดเป็นเงิน 360 บาท

ลูกค้าคนที่ 6 ซื้อหนังสือ 1 เล่ม คิดเป็นเงิน 120 บาท

หากขายได้ครบ 5 เล่ม ลูกค้าคนที่ซื้อหนังสือเล่มที่ 5 จะได้รับส่วนลดค่าหนังสือ 50%

การวางแผนในการแก้ปัญหา

วิธีที่ 1 การคาดเดาและตรวจสอบ

- สังเกตจำนวนหนังสือที่ซื้อเมื่อครบ 5 เล่ม คนที่ซื้อจะจ่ายเงินค่าหนังสือ
ครึ่งหนึ่งของราคาหนังสือ
- เขียนความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนหนังสือกับเงินค่าหนังสือ ไปเรื่อย ๆ จนถึง
ลูกค้าคนที่ 7

การดำเนินการตามแผน

วิธีที่ 1 การคาดเดาและตรวจสอบ

ครบ 5 เล่ม	<ul style="list-style-type: none"> ลูกค้านที่ 1 ซื้อหนังสือ 3 เล่ม คิดเป็นเงิน 360 บาท ลูกค้านที่ 2 ซื้อหนังสือ 3 เล่ม คิดเป็นเงิน 180 บาท → 	<ul style="list-style-type: none"> ลูกค้านนี้รับ ส่วนลด 50 %
ครบ 5 เล่ม	<ul style="list-style-type: none"> ลูกค้านที่ 5 ซื้อหนังสือ 3 เล่ม คิดเป็นเงิน 360 บาท ลูกค้านที่ 6 ซื้อหนังสือ 1 เล่ม คิดเป็นเงิน 120 บาท ลูกค้านที่ 7 ซื้อหนังสือ 1 เล่ม คิดเป็นเงิน 60 บาท → 	<ul style="list-style-type: none"> ลูกค้านนี้รับ ส่วนลด 50 %

การสรุปและตรวจสอบคำตอบ

สรุปคำตอบ ถ้าลูกค้าคนที่ 7 จ่ายเงินค่าหนังสือ 60 บาท แสดงว่าลูกค้าคนที่ 7
ซื้อหนังสือ 1 เล่ม

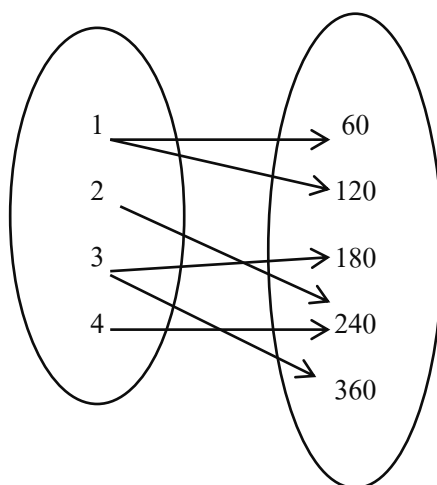
ตรวจสอบคำตอบ หนังสือ 1 เล่ม 120 บาท ลูกค้าคนที่ 7 ซื้อครบ 5 เล่ม จึงเป็นคนที่
ได้รับส่วนลดครึ่งหนึ่ง จึงจ่ายเงิน 60 บาท

2.2 ให้นักเรียนเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนหนังสือที่ซื้อกับจำนวนเงินที่
ต้องจ่ายให้หลากหลายวิธีมากที่สุด

วิธีที่ 1 แสดงความสัมพันธ์โดยเขียนแสดงแทนด้วยเซตแบบแจกแจงสมาชิก

$$r = \{(1, 60), (1, 120), (2, 240), (3, 180), (3, 360), (4, 240)\}$$

วิธีที่ 2 แสดงความสัมพันธ์โดยใช้แผนภาพ



เฉลยใบกิจกรรมที่ 2

เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ พร้อมให้เหตุผลประกอบ และสรุปความหมายของฟังก์ชัน

1. $r_1 = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$

เป็นฟังก์ชัน เนื่องจากสมาชิกตัวหน้าของแต่ละคู่อันดับของความสัมพันธ์ต่างกัน

2. $r_2 = \{(1, a), (2, b), (3, c), (4, d)\}$

เป็นฟังก์ชัน เนื่องจากสมาชิกตัวหน้าของแต่ละคู่อันดับของความสัมพันธ์ต่างกัน

3. $r_3 = \{(1, a), (2, a), (3, a), (4, a)\}$

เป็นฟังก์ชัน เนื่องจากสมาชิกตัวหน้าของแต่ละคู่อันดับของความสัมพันธ์ต่างกัน

4. $r_4 = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (1, 8)\}$

ไม่เป็นฟังก์ชัน เนื่องจากสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับบางคู่เหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังต่างกัน

5. $r_5 = \{(-1, a), (-1, b), (-1, c), (-1, d)\}$

ไม่เป็นฟังก์ชัน เนื่องจากสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับบางคู่เหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังต่างกัน

6. $r_6 = \{(1, 4), (3, 5), (7, 9)\}$

เป็นฟังก์ชัน เนื่องจากสมาชิกตัวหน้าของแต่ละคู่อันดับของความสัมพันธ์ต่างกัน

7. $r_7 = \{(2, 4), (2, 5), (3, 8)\}$

ไม่เป็นฟังก์ชัน เนื่องจากสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับบางคู่เหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังต่างกัน

8. $r_8 = \{(x, y) \in R \times R \mid y = 5x + 4\}$

เป็นฟังก์ชัน เนื่องจาก x หนึ่งค่าให้ค่า y หนึ่งค่า

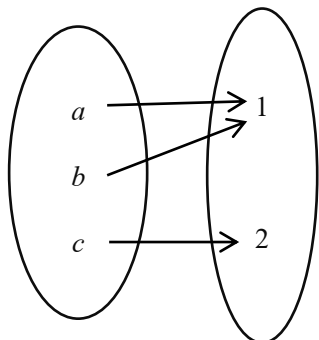
9. $r_9 = \{(x, y) \in R \times R \mid y = |x|\}$

เป็นฟังก์ชัน เนื่องจาก x หนึ่งค่าให้ค่า y หนึ่งค่า

10. $r_{10} = \{(x, y) \in R \times R \mid x^2 + y^2 = 4\}$

ไม่เป็นฟังก์ชัน เนื่องจาก x หนึ่งค่าให้ค่า y มากกว่า 1 ค่า

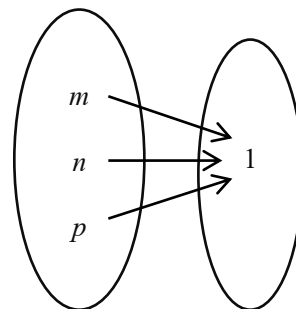
11.



เป็นฟังก์ชัน เนื่องจากสมาชิกตัวหน้า

ต่างกัน

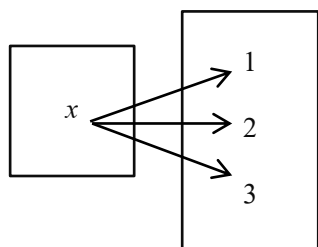
12.



เป็นฟังก์ชัน เนื่องจากสมาชิกตัวหน้า

ต่างกัน

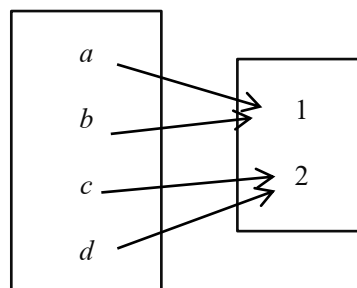
13.



ไม่เป็นฟังก์ชัน เนื่องจากสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน

แต่สมาชิกตัวหลังต่างกัน

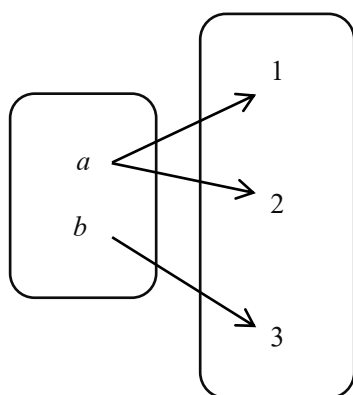
14.



เป็นฟังก์ชัน เนื่องจากสมาชิกตัวหน้า

ต่างกัน

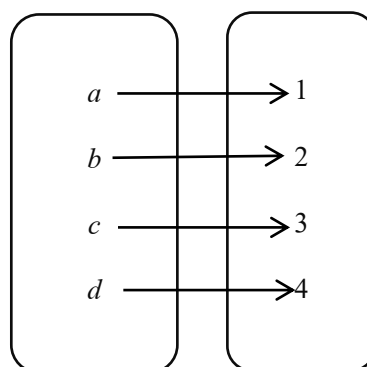
15.



ไม่เป็นฟังก์ชัน เนื่องจากสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน

แต่สมาชิกตัวหลังต่างกัน

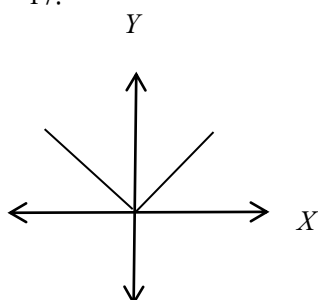
16.



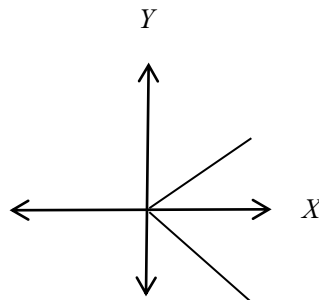
เป็นฟังก์ชัน เนื่องจากสมาชิกตัวหน้า

ต่างกัน

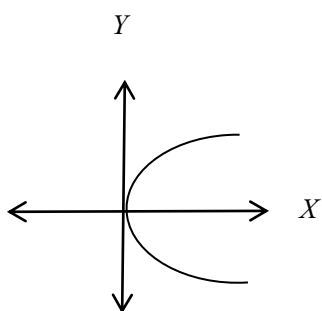
17.

เป็นฟังก์ชัน เนื่องจาก x หนึ่งค่าให้ค่า y หนึ่งค่า

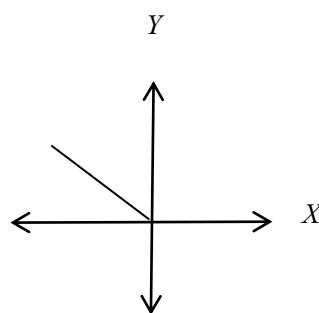
18.

ไม่เป็นฟังก์ชัน เนื่องจาก x หนึ่งค่าให้ค่า y มากกว่า 1 ค่า

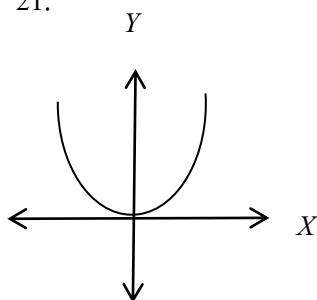
19.

ไม่เป็นฟังก์ชัน เนื่องจาก x หนึ่งค่าให้ค่า y มากกว่า 1 ค่า

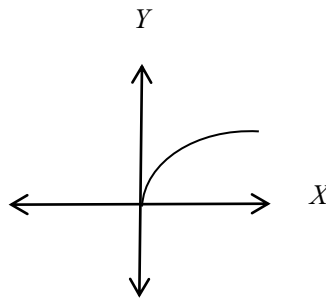
20.

เป็นฟังก์ชัน เนื่องจาก x หนึ่งค่าให้ค่า y หนึ่งค่า

21.

เป็นฟังก์ชัน เนื่องจาก x หนึ่งค่าให้ค่า y หนึ่งค่า

22.

เป็นฟังก์ชัน เนื่องจาก x หนึ่งค่าให้ค่า y หนึ่งค่า

สรุปความหมายของฟังก์ชัน

ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งสำหรับคู่อันดับสองคู่ใด ๆ ของความสัมพันธ์นั้น
ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

ชื่อ สกุล ชั้น เลขที่

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

- คำชี้แจง**
1. แบบทดสอบฉบับนี้ สร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 2. ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมทั้งแสดงวิธีการแก้ปัญหาให้ละเอียด

1. นำฝั่งต้องการโทรศัพท์หาคอครบถ้วนในช่วงวันหยุดสงกรานต์ เธอจึงคำนวณค่าโทรศัพท์จากโปรโมชันที่ใช้ ดังนี้

โทรในนาทีแรก เสียค่าบริการ 1 บาท 50 สตางค์ นาทีต่อไปเสีย 50 สตางค์ เธออยากทราบว่าถ้าเธอเติมเงิน 20 บาท และโทรจนเงินหมดภายในครั้งเดียว เธอจะสามารถโทรได้ทั้งหมดกี่นาที

การทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ได้แก่

.....

การวางแผนการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

การดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

การสรุปและการตรวจสอบคำตอบ

.....
.....

2. น้ารามต้องการล้อมรั้วสำหรับปลูกผักสวนครัวให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยด้านหนึ่งของพื้นที่ที่ต้องการล้อมรั้วจะอยู่ติดกับลำธาร ซึ่งไม่ต้องมีรั้วกัน ถ้ารั้วทั้งหมดยาว 120 เมตร น้ารามจะสามารถล้อมรั้วให้มีพื้นที่มากที่สุดได้เท่าใด

การทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ได้แก่

.....

.....

การวางแผนการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

การดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

การสรุปและการตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

3. บริษัท Super Speed ให้บริการรับและส่งสินค้าไปยังต่างประเทศ โดยบริการรับสินค้ามีต้นทุนค่าประกันภัยของสินค้าเดือนละ 1,000,000 บาท และค่าภาษีมูลค่าเพิ่มร้อยละ 7 ของราคาสินค้า ส่วนบริการส่งสินค้า มีต้นทุนค่าวัสดุเสริมเดือนละ 1,500,000 บาท และค่าขนส่งอีกร้อยละ 3 ของราคาสินค้า ซึ่งบริษัทมีรายได้จากการเก็บค่าบริการรับและบริการส่งสินค้านี้อ้อยละ 15 ของราคาสินค้า และค่านายหน้ารวม 4,500,000 บาท บริษัทนี้ได้กำไรคิดเป็นร้อยละเท่าใด

การทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ได้แก่

.....

.....

.....

การวางแผนการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

การดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

การดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

การสรุปและการตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

5. บัณฑิตสนใจที่จะเป็นนักมวยจึงได้ศึกษาความสัมพันธ์ของน้ำหนักในหน่วยปอนด์กับกิโลกรัม ครูฝึกบอกบัณฑิตว่า 1 ปอนด์ = 453.59237 กรัม และให้ตารางแสดงความสัมพันธ์ของน้ำหนักในหน่วยปอนด์กับกิโลกรัม ดังนี้

ตารางแสดงความสัมพันธ์ของน้ำหนักในหน่วยปอนด์กับกิโลกรัม

Lb	Kg
10.000	4.5359
20.000	9.0718
30.000	13.608
40.000	18.144
50.000	22.680
60.000	27.216
70.000	31.751

การวางแผนการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

การดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

การสรุปและการตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

ชื่อ สกุล ชั้น เลขที่

เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

- คำชี้แจง**
- แบบทดสอบฉบับนี้ สร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมทั้งแสดงวิธีการแก้ปัญหาให้ละเอียด

- นำสิ่งต้องการ โทรศัพท์หาคอครบไว้ในช่วงวันหยุดสงกรานต์ เธอจึงคำนวณค่าโทรศัพท์จาก โปรโมชันที่ใช้ ดังนี้

โทรในนาทีแรก เสียค่าบริการ 1 บาท 50 สตางค์ นาทีต่อไปเสีย 50 สตางค์ เธออยากทราบว่าถ้าเธอเติมเงิน 20 บาท และโทรจนเงินหมดภายในครั้งเดียว เธอจะสามารถโทรได้ ทั้งหมดกี่นาที

การทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ ถ้าเติมเงิน 20 บาท และโทรจนเงินหมดภายในครั้งเดียว จะสามารถโทรได้ทั้งหมดกี่นาที

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ได้แก่ ค่าโทรศัพท์จากโปรโมชันที่ใช้ คือ โทรในนาทีแรก เสียค่าบริการ 1 บาท 50 สตางค์ นาทีต่อไปเสีย 50 สตางค์

การวางแผนการแก้ปัญหา

วิธีที่ 1 การสร้างตาราง

สร้างตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าโทรกับเวลาที่ใช้

วิธีที่ 2 การสร้างฟังก์ชัน

สร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าโทรกับเวลาที่ใช้

การดำเนินการตามแผน

วิธีที่ 1 การสร้างตาราง

ค่าโทร (บาท)	เวลา (นาที)	ค่าโทร (บาท)	เวลา (นาที)
1.5	1	11.5	21
2.0	2	12.0	22
2.5	3	12.5	23
3.0	4	13.0	24
3.5	5	13.5	25
4.0	6	14.0	26
4.5	7	14.5	27
5.0	8	15.0	28
5.5	9	15.5	29
6.0	10	16.0	30
6.5	11	16.5	31
7.0	12	17.0	32
7.5	13	17.5	33
8.0	14	18.0	34
8.5	15	18.5	35
9.0	16	19.0	36
9.5	17	19.5	37
10.0	18	20.0	38
10.5	19		
11.0	20		

วิธีที่ 2 การสร้างฟังก์ชัน

ให้ x แทน เวลาที่ใช้ในการโทร

y แทน เงินค่าโทรที่ต้องจ่าย

จะได้ฟังก์ชันจากโปรโมชั่น $y = 1.5 + 0.5(x - 1)$

$$y = 1.5 + 0.5x - 0.5$$

$$y = 0.5x + 1$$

แทนค่า $y = 20$; $20 = 0.5x + 1$

$$19 = 0.5x$$

$$x = 38$$

การสรุปและการตรวจสอบคำตอบ

สรุปคำตอบ ถ้าเติมเงิน 20 บาท และโทรจนเงินหมดภายในครั้งเดียว

จะสามารถโทรได้ทั้งหมด 38 นาที

ตรวจสอบคำตอบ ให้เวลาที่ใช้ในการโทร เท่ากับ 38 นาที นาทีแรก 1.5 บาท

นาทีที่ 2-37 นาทีละ 0.5 บาทจะได้ $37 \times 0.5 = 18.5$ รวมกันได้ $18.5 + 1.5 = 20.0$ ใช้เงิน 20 บาท

จึงได้ว่า เงิน 20 บาท โทรได้ 38 นาที

2. น้ารามต้องการล้อมรั้วสำหรับปลูกผักสวนครัวให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยด้านหนึ่งของพื้นที่ที่ต้องการล้อมรั้วจะอยู่ติดกับลำธาร ซึ่งไม่ต้องมีรั้วกัน ถ้ารั้วทั้งหมดยาว 120 เมตร น้ารามจะสามารถล้อมรั้วให้มีพื้นที่มากที่สุดได้เท่าใด

การทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ ถ้ารั้วทั้งหมดยาว 120 เมตร จะสามารถล้อมรั้วให้มีพื้นที่มากที่สุดได้เท่าใด

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ได้แก่ ต้องการล้อมรั้วให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และด้านหนึ่งของพื้นที่ที่ต้องการล้อมรั้วอยู่ติดกับลำธาร

การวางแผนการแก้ปัญหา**วิธีที่ 1 การคาดเดาและตรวจสอบ**

1. ลองแทนค่าด้านยาวและด้านกว้าง และคำนวณหาพื้นที่

2. สังเกตค่าด้านกว้างและด้านยาวที่ทำให้ได้พื้นที่มากที่สุด

วิธีที่ 2 การสร้างฟังก์ชัน

1. วาดภาพแสดงลักษณะการล้อมรั้ว
2. กำหนดตัวแปรแทนด้านที่ไม่ทราบค่า
3. สร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ของด้านทั้งสามของสี่เหลี่ยมผืนผ้า จะได้

ฟังก์ชันกำลังสอง

4. หาจุดวกกลับของฟังก์ชันกำลังสอง จะได้ความยาวของด้านกว้าง ซึ่งเป็นความยาวที่ทำให้ล้อมรั้วได้พื้นที่มากที่สุด

5. หาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้า

การดำเนินการตามแผน

วิธีที่ 1 การคาดเดาและตรวจสอบ

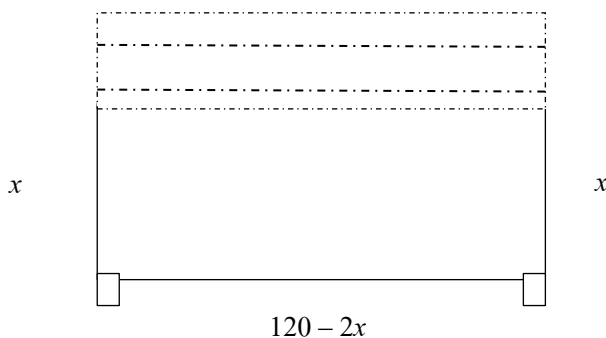
รวมกันแล้วได้ 120 เมตร

ด้านกว้าง (เมตร)	ด้านยาว (เมตร)	พื้นที่ (ตารางเมตร)
2(10)	100	1,000
2(20)	80	1,600
2(30)	60	1,800
2(40)	40	1,600
2(50)	20	1,000

↑ เพิ่มขึ้น
↓ ลดลง

← มากที่สุด

วิธีที่ 2 การสร้างฟังก์ชัน



ให้ x แทน ความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

y แทน พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีรั้วล้อมสามด้าน

เนื่องจาก ด้านหนึ่งของพื้นที่ที่ต้องการล้อมรั้วอยู่ติดกับลำธารและไม่ต้องมีรั้วกัน

ดังนั้น น้ำรามจึงต้องล้อมรั้วเพียงสามด้าน

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } y &= x(120 - 2x) \\ &= 120x - 2x^2 \\ &= -2x^2 + 120x \dots\dots\dots(1) \end{aligned}$$

หาความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่จะทำให้ล้อมรั้วได้พื้นที่มากที่สุด ซึ่งกราฟจะเป็นเส้นโค้งคว่ำลง

จุดวกกลับของกราฟ จะเป็นจุดที่ y มีค่าสูงสุด หาจุดวกกลับ ซึ่ง $x = \frac{-b}{2a}$ ได้ดังนี้

$$\text{จาก } y = -2x^2 + 120x$$

$$\text{ดังนั้น } x = \frac{-120}{2(-2)} = \frac{-120}{-4} = 30$$

นั่นคือ น้ำรามจะต้องล้อมรั้วให้ด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว 30 เมตร

จึงจะล้อมรั้วได้พื้นที่มากที่สุด

ดังนั้น น้ำรามจะล้อมรั้วได้พื้นที่มากที่สุด $-2(30)^2 + 120(30) = 1,800$ ตารางเมตร

การสรุปและการตรวจสอบคำตอบ

สรุปคำตอบ ถ้ารั้วทั้งหมดยาว 120 เมตร น้ำรามจะล้อมรั้วได้พื้นที่มากที่สุดเท่ากับ

1,800 ตารางเมตร

ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า $x = 30$ ใน (1) จะ ได้พื้นที่ล้อมรั้วที่มากที่สุด

ซึ่งเท่ากับ $-2(30)^2 + 120(30) = 1,800$ ตารางเมตร

3. บริษัท Super Speed ให้บริการรับและส่งสินค้าไปยังต่างประเทศ โดยบริการรับสินค้ามีต้นทุนค่าประกันภัยของสินค้าเดือนละ 1,000,000 บาท และค่าภาษีมูลค่าเพิ่มร้อยละ 7 ของราคาสินค้า ส่วนบริการส่งสินค้า มีต้นทุนค่าวัสดุเสริมเดือนละ 1,500,000 บาท และค่าขนส่งอีกร้อยละ 3 ของราคาสินค้า ซึ่งบริษัทมีรายได้จากการเก็บค่าบริการรับและบริการส่งสินค้าน้อยละ 15 ของราคา

สินค้า และค่านายหน้ารวม 4,500,000 บาท บริษัทนี้ได้กำไรคิดเป็นร้อยละเท่าใด

การทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ บริษัทได้กำไรคิดเป็นร้อยละเท่าใด

- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ได้แก่
1. บริการรับสินค้าจะมีต้นทุนค่าประกันภัยของสินค้าเดือนละ 1,000,000 บาท และค่าภาษีมูลค่าเพิ่มร้อยละ 7 ของราคาสินค้า
 2. บริการส่งสินค้า มีต้นทุนค่าวัสดุเสริมเดือนละ 1,500,000 บาท และค่าขนส่งอีกร้อยละ 3 ของราคาสินค้า
 3. บริษัทมีรายได้จากการเก็บค่าบริการรับและบริการส่งสินค้าร้อยละ 15 ของราคาสินค้า และค่านายหน้ารวม 4,500,000 บาท

การวางแผนการแก้ปัญหา

1. สร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ของรายรับจากการให้บริการรับและส่งสินค้า
2. สร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ของต้นทุนจากการให้บริการรับและส่งสินค้า
3. นำรายรับหักด้วยต้นทุนจะได้กำไร แล้วคิดเป็นร้อยละ

การดำเนินการตามแผน

กำหนดให้ x แทน ราคาสินค้า (บาท)

$f(x)$ แทน ต้นทุนในการบริการรับสินค้า (บาท)

$g(x)$ แทน ต้นทุนในการบริการส่งสินค้า (บาท)

$h(x)$ แทน รายรับจากบริการรับและส่งสินค้า (บาท)

$k(x)$ แทน ร้อยละ

แปลงข้อมูลให้อยู่ในรูปฟังก์ชัน

$$\text{จะได้ } f(x) = 1,000,000 + 0.07x$$

$$g(x) = 1,500,000 + 0.03x$$

$$h(x) = 4,500,000 + 0.15x$$

$$k(x) = 100$$

บริษัทนี้ได้กำไรเท่ากับ

$$\begin{aligned} h(x) - (f(x) + g(x)) &= (4,500,000 + 0.15x) - [(1,000,000 + 0.07x) + \\ &\quad (1,500,000 + 0.03x)] \\ &= (4,500,000 + 0.15x) - (2,500,000 + 0.1x) \\ &= 2,000,000 + 0.05x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{บริษัทนี้ได้กำไรคิดเป็นร้อยละ} &= \frac{h(x) - (f(x) + g(x))}{f(x) + g(x)} \times k(x) \\ &= \frac{2,000,000 + 0.05x}{2,500,000 + 0.1x} \times 100 \end{aligned}$$

การสรุปและการตรวจสอบคำตอบ

$$\text{สรุปคำตอบ} \quad \text{บริษัทนี้ได้กำไรคิดเป็นร้อยละ} \frac{2,000,000 + 0.05x}{2,500,000 + 0.1x} \times 100$$

ตรวจสอบคำตอบ

สมมติ $x = 3,000$ บริษัทนี้จะได้กำไรคิดเป็นร้อยละ 79.99

ต้นทุน

$$\begin{aligned} \text{บริการรับสินค้า} \quad \text{ค่าประกันภัยสินค้า} + \text{ค่าภาษีมูลค่าเพิ่ม} &= 1,000,000 + 0.07(3,000) \\ &= 1,000,210 \text{ บาท} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{บริการส่งเอกสาร} \quad \text{ค่าวัสดุเสริม} + \text{ค่าขนส่ง} &= 1,500,000 + 0.03(3,000) \\ &= 1,500,090 \text{ บาท} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{รวมต้นทุน} \quad \text{ค่าบริการรับสินค้า} + \text{ค่าบริการส่งสินค้า} &= 1,000,210 + 1,500,090 \\ &= 2,500,300 \text{ บาท} \end{aligned}$$

รายได้

$$\begin{aligned} \text{ค่าบริการรับและบริการส่งสินค้า} + \text{ค่านายหน้ารวม} &= 4,500,000 + 0.15(3,000) \\ &= 4,500,450 \text{ บาท} \end{aligned}$$

กำไร

$$\begin{aligned} \text{รายได้} - \text{ต้นทุน} &= 4,500,450 - 2,500,300 \\ &= 2,000,150 \text{ บาท} \end{aligned}$$

$$\text{กำไรคิดเป็นร้อยละ} \frac{2,000,150}{2,500,300} \times 100 = 79.99$$

4. เด่นชัยไปซื้อแหวนแทนใจให้กับนุ้ยที่ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่ง ทางห้างได้จัดโปรโมชั่นในช่วงเทศกาลวันแห่งความรัก Valentine's day โดยมีโปรโมชั่นพิเศษสำหรับลูกค้า ดังนี้

เมื่อซื้อสินค้าครบ 3,990 บาท รับคูปอง 1 ใบ

และคูปอง 1 ใบ สามารถใช้เป็นส่วนลดได้ 3 %

ถ้าหากเด่นชัยซื้อแหวนเป็นจำนวนเงิน 15,960 บาท นักเรียนจะมีวิธีการนำเสนออย่างไร ให้เด่นชัยเข้าใจได้ง่ายขึ้นเกี่ยวกับส่วนลดที่เขาจะได้รับและเด่นชัยต้องจ่ายค่าแหวนเป็นเงินเท่าใด

การทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ เด่นชัยได้รับส่วนลดเท่าใดและต้องจ่ายค่าแหวนเป็นเงินเท่าใด

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ได้แก่

1. เมื่อซื้อสินค้าครบ 3,990 บาท รับคูปอง 1 ใบ
2. คูปอง 1 ใบ สามารถใช้เป็นส่วนลดได้ 3 %
3. เด่นชัยซื้อแหวนเป็นเงิน 15,960 บาท

การวางแผนการแก้ปัญหา

วิธีที่ 1 จับคู่ความสัมพันธ์เพื่อหาคำตอบ

1. เขียนแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเงินที่จ่ายกับคูปองที่ได้รับ และความสัมพันธ์ระหว่างคูปองที่ได้กับส่วนลดที่จะได้

2. นำค่าแหวนลบด้วยส่วนลดที่ได้รับจะได้ค่าแหวนที่เด่นชัยต้องจ่าย

วิธีที่ 2 การคาดเดาและตรวจสอบ

1. หาจำนวนคูปอง โดยการนำจำนวนเงินที่ซื้อสินค้า/ จำนวนเงินที่ซื้อที่จะได้รับ
คูปอง 1 ใบ

2. หาส่วนลดที่ได้รับและคิดออกมาเป็นจำนวนเงิน

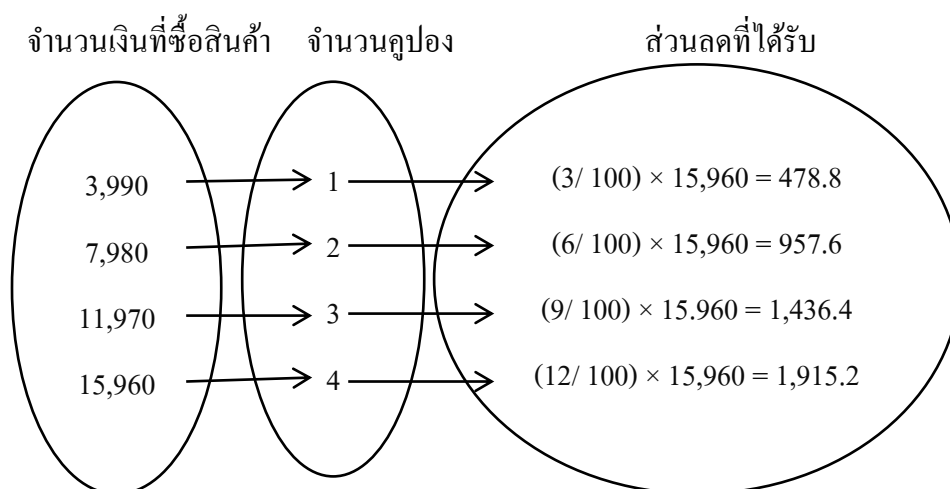
3. นำเงินค่าแหวนลบด้วยส่วนลดจะได้ค่าแหวนที่เด่นชัยต้องจ่าย

วิธีที่ 3 การสร้างฟังก์ชัน

1. กำหนดตัวแปรแทนจำนวนเงินที่ซื้อสินค้าและจำนวนส่วนลดที่ได้รับ
2. สร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเงินที่ซื้อสินค้ากับจำนวนคูปองที่ได้รับ
3. สร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคูปองกับจำนวนส่วนลดที่ได้รับ
4. สร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเงินที่ซื้อสินค้ากับจำนวนส่วนลดที่ได้รับ
5. แทนค่าตัวแปร จะได้ส่วนลดทั้งหมดออกมา
6. นำเงินค่าแหวนลบด้วยส่วนลดทั้งหมดจะได้เงินที่ต้องจ่ายค่าแหวน

การดำเนินการตามแผน

วิธีที่ 1 จับคู่ความสัมพันธ์เพื่อหาคำตอบ



ดังนั้น เงินที่ต้องจ่ายค่าแหวน $15,960 - 1,915.2 = 14,044.8$ บาท

วิธีที่ 2 การคาดเดาและตรวจสอบ

ขั้นที่ 1 หาจำนวนคูปองจากจำนวนเงินที่ซื้อสินค้า/ จำนวนเงินที่จะได้รับ
คูปอง 1 ใบ = $15,960 / 3,990 = 4$

ขั้นที่ 2 หาส่วนลด ได้รับส่วนลด $4 \times 3\% = 12\%$

คิดเป็นเงิน $(12/100) \times 15,960 = 1,915.2$

ดังนั้น เด่นชัยต้องจ่ายค่าแหวน $15,960 - 1,915.2 = 14,044.8$ บาท

วิธีที่ 3 การสร้างฟังก์ชัน

ให้ x แทน เงินที่ซื้อสินค้า

$y = f(x)$ แทน จำนวนคูปองที่จะได้รับ

$g(y)$ แทน ส่วนลดจากคูปองที่ได้รับ

$$\text{จะได้ จำนวนคูปองจะได้ } f(x) = \frac{x}{3,990}$$

$$\text{ส่วนลดจากคูปองที่ได้รับ (\%)} \quad g(y) = y \times \frac{3}{100}$$

$$\text{ส่วนลดทั้งหมด} \quad g(f(x)) = \frac{x}{3,990} \times \frac{3}{100} \dots\dots\dots(1)$$

แทนค่า $x = 15,960$ ลงใน (1) จะได้ ส่วนลดทั้งหมด 12%

ดังนั้น เด่นชัยต้องจ่ายค่าแหวน $15,960 - 1,915.2 = 14,044.8$ บาท

การสรุปและการตรวจสอบคำตอบ

การสรุปคำตอบ เด่นชัยจะได้รับส่วนลด 1,915.2 บาท และจะต้องจ่ายเงินค่าแหวน

14,044.8 บาท

การตรวจสอบคำตอบ เด่นชัยต้องจ่ายค่าแหวน 14,044.8 บาท

และเด่นชัยได้รับส่วนลด $1,915.2 = (12/100) \times 15,960$ บาท คิดเป็น $12\% = 4 \times 3\%$

ซึ่งเด่นชัยได้รับคูปอง จำนวน 4 ใบ เกิดจากการนำจำนวนคูปองจำนวนเงินที่ซื้อ/

จำนวนเงินที่จะได้รับคูปอง 1 ใบ $= 15,960/3,990 = 4$ ดังนั้น ราคาแหวนเท่ากับ

$14,044.8 + 1,915.2 = 15,960$ บาท

5. บัณฑิตจะได้อ่านหนังสือได้ศึกษาความสัมพันธ์ของน้ำหนักในหน่วยปอนด์กับกิโลกรัม ครูฝึกบอกบัณฑิตว่า 1 ปอนด์ = 453.59237 กรัม และให้ตารางแสดงความสัมพันธ์ของน้ำหนักในหน่วยปอนด์กับกิโลกรัม ดังนี้

ตารางแสดงความสัมพันธ์ของน้ำหนักในหน่วยปอนด์กับกิโลกรัม

Lb	Kg
10.000	4.5359
20.000	9.0718
30.000	13.608
40.000	18.144
50.000	22.680
60.000	27.216
70.000	31.751

ตารางแสดงความสัมพันธ์ของน้ำหนักในหน่วยกิโลกรัมเป็นปอนด์

Kg	Lb
4.5359	10.000
9.0718	20.000
13.608	30.000
18.144	40.000
22.680	50.000
27.216	60.000
31.751	70.000

บ๊วขาวต้องการทราบสูตรสำเร็จในการเปลี่ยนหน่วยปอนด์เป็นกิโลกรัม และกิโลกรัมเป็นปอนด์ ให้นักเรียนช่วยบ๊วขาวหาสูตรสำเร็จ

การทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ สูตรสำเร็จในการเปลี่ยนหน่วยปอนด์เป็นกิโลกรัม และกิโลกรัมเป็นปอนด์

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ได้แก่ 1 ปอนด์ = 453.59237 กรัม

การวางแผนในการแก้ปัญหา

วิธีที่ 1 การคาดเดาและตรวจสอบคำตอบ

ใช้ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เบื้องต้น และเทียบบัญญัติไตรยางศ์

วิธีที่ 2 การสร้างฟังก์ชัน

สร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักในหน่วยปอนด์กับกิโลกรัม

วิธีที่ 3 การเขียนสมการ

1. หาสมการเส้นตรงจากจุด (10.000, 4.5359), (20.000, 9.0718)
2. หาคความชัน
3. สร้างสมการเส้นตรง

การดำเนินการตามแผน

วิธีที่ 1 การคาดเดาและตรวจสอบคำตอบ

จาก	1 ปอนด์	= 453.59237 กรัม
	1,000 กรัม	= 1 กิโลกรัม
ดังนั้น	453.592337 กรัม	= 0.45359 กิโลกรัม
จะได้	1 ปอนด์	= 0.45359 กิโลกรัม
ดังนั้น	lb	= 0.45395kg

$$\text{จัดสมการใหม่จะได้สูตร } \text{kg} = \frac{\text{lb}}{0.45395}$$

วิธีที่ 2 การสร้างฟังก์ชัน

ให้ lb แทน น้ำหนักในหน่วยปอนด์
kg แทน น้ำหนักในหน่วยกิโลกรัม

จากการสังเกตความสัมพันธ์

$$\left. \begin{array}{l} \text{ห่าง 10 ปอนด์} \\ \left\{ \begin{array}{l} 10.000\text{lb} = 4.5359\text{kg} \\ 20.000\text{lb} = 9.0718\text{kg} \end{array} \right. \end{array} \right\} \text{ห่าง 4.5359 กิโลกรัม}$$

แสดงว่า 1 ปอนด์ = 0.45359 กิโลกรัม

ดังนั้น $\text{lb} = 0.45395\text{kg}$

จัดสมการใหม่จะได้สูตร $\text{kg} = \frac{\text{lb}}{0.45395}$

วิธีที่ 3 การเขียนสมการ

ให้ lb แทน น้ำหนักในหน่วยปอนด์
kg แทน น้ำหนักในหน่วยกิโลกรัม

หาสมการเส้นตรง จากจุด (10.000, 4.5359), (20.00, 9.0718)

$$\text{หาคความชัน } m = \frac{9.0718 - 4.5359}{20 - 10} = \frac{4.5359}{10} = 0.45359$$

$$\text{สมการเส้นตรง } \text{kg} - 4.5359 = 0.45359(\text{lb} - 10)$$

$$\text{kg} = (0.45359\text{lb} - 4.5359) + 4.5359$$

$$\text{kg} = 0.45359\text{lb}$$

$$\text{จัดรูปใหม่ จะได้ } \text{lb} = \frac{\text{kg}}{0.45359}$$

การสรุปและการตรวจสอบคำตอบ

สรุปคำตอบ สูตรสำเร็จในการเปลี่ยนหน่วยน้ำหนักทั้งสองหน่วย

$$\text{คือ } \text{kg} = 0.45359\text{lb} \quad \text{และ } \text{lb} = \frac{\text{kg}}{0.45359}$$

ตรวจสอบคำตอบ

แทนค่า $\text{lb} = 50$ ลงในสูตร $\text{kg} = 0.45359\text{lb}$ เพื่อตรวจสอบคำตอบ

$$\text{จะได้ } \text{kg} = 0.45359\text{lb}$$

$$= 0.45359(50)$$

$$= 22.6795$$

แทนค่า $\text{kg} = 22.680$ ลงในสูตร $\text{lb} = \frac{\text{kg}}{0.45359}$ เพื่อตรวจสอบคำตอบ

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \text{lb} &= \frac{\text{kg}}{0.45359} \\ &= \frac{22.680}{0.45359} = 50 \end{aligned}$$

ดังนั้น น้ำหนัก 22.68 ปอนด์ เท่ากับ 50 กิโลกรัม

ภาคผนวก ค

- ค่าเฉลี่ย (\bar{X}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ของการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

- ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

- ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

- คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/12

ตารางที่ ค-1 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญจำนวน					\bar{X}	S	ระดับความ เหมาะสม
	5 คน							
	1	2	3	4	5			
ผลการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
สาระสำคัญ	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด								
ขั้นที่ 1 ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน	4	4	4	4	4	4.00	0.00	มาก
ขั้นที่ 3 ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่ เกิดขึ้นในชั้นเรียน	4	4	4	4	4	4.00	0.00	มาก
ขั้นที่ 4 ขั้นการสร้างปัญหาใหม่	4	4	4	4	4	4.00	0.00	มาก
สื่อการเรียนรู้ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
การวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.62	0.18	มากที่สุด

จากตารางที่ ค-1 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผน
การจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด
($\bar{X} = 4.62$, $S = 0.18$) และเมื่อพิจารณาความเหมาะสมรายชื่อพบว่าทุกรายการประเมินอยู่ในระดับ
เหมาะสมมากและมากที่สุด

ตารางที่ ค-2 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญจำนวน					\bar{X}	S	ระดับความ เหมาะสม
	5 คน							
	1	2	3	4	5			
ผลการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.00	มากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
สาระสำคัญ	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด								
ขั้นที่ 1 ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน	4	4	4	4	4	4.00	0.00	มาก
ขั้นที่ 3 ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่ เกิดขึ้นในชั้นเรียน	4	4	4	4	4	4.00	0.00	มาก
ขั้นที่ 4 ขั้นการสร้างปัญหาใหม่	4	4	4	4	4	4.00	0.00	มาก
สื่อการเรียนรู้ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
การวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.62	0.18	มากที่สุด

จากตารางที่ ค-2 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผน
การจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด
($\bar{X} = 4.62$, $S = 0.18$) และเมื่อพิจารณาความเหมาะสมรายชื่อพบว่าทุกรายการประเมินอยู่ในระดับ
เหมาะสมมากและมากที่สุด

ตารางที่ ค-3 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญจำนวน					\bar{X}	S	ระดับความ เหมาะสม
	5 คน							
	1	2	3	4	5			
ผลการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
สาระสำคัญ	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด								
ขั้นที่ 1 ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน	4	4	4	4	4	4.00	0.00	มาก
ขั้นที่ 3 ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่ เกิดขึ้นในชั้นเรียน	4	4	4	4	4	4.00	0.00	มาก
ขั้นที่ 4 ขั้นการสร้างปัญหาใหม่	5	4	4	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
สื่อการเรียนรู้ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
การวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.64	0.32	มากที่สุด

จากตารางที่ ค-3 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผน
การจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด
($\bar{X} = 4.64$, $S = 0.32$) และเมื่อพิจารณาความเหมาะสมรายข้อพบว่าทุกรายการประเมินอยู่ในระดับ
เหมาะสมมากและมากที่สุด

ตารางที่ ค-4 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญจำนวน					\bar{X}	S	ระดับความ เหมาะสม
	5 คน							
	1	2	3	4	5			
ผลการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
สาระสำคัญ	5	4	5	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด								
ขั้นที่ 1 ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน	4	4	4	4	4	4.00	0.00	มาก
ขั้นที่ 3 ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่ เกิดขึ้นในชั้นเรียน	4	4	4	4	4	4.00	0.00	มาก
ขั้นที่ 4 ขั้นการสร้างปัญหาใหม่	5	4	4	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
สื่อการเรียนรู้ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
การวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.66	0.28	มากที่สุด

จากตารางที่ ค-4 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผน
การจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด
($\bar{X} = 4.66$, $S = 0.28$) และเมื่อพิจารณาความเหมาะสมรายข้อพบว่าทุกรายการประเมินอยู่ในระดับ
เหมาะสมมากและมากที่สุด

ตารางที่ ค-5 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญจำนวน					\bar{X}	S	ระดับความ เหมาะสม
	5 คน							
	1	2	3	4	5			
ผลการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
สาระสำคัญ	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด								
ขั้นที่ 1 ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด	4	4	4	4	4	4.00	0.00	มาก
ขั้นที่ 2 ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน	4	3	4	4	4	3.80	0.45	มาก
ขั้นที่ 3 ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่ เกิดขึ้นในชั้นเรียน	4	3	4	4	4	3.80	0.45	มาก
ขั้นที่ 4 ขั้นการสร้างปัญหาใหม่	4	3	4	4	4	3.80	0.45	มาก
สื่อการเรียนรู้ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้	4	4	4	4	4	4.00	0.00	มาก
การวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้	4	4	4	4	4	4.00	0.00	มาก
เฉลี่ย						4.26	0.31	มาก

จากตารางที่ ค-5 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผน
การจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก
($\bar{X} = 4.26$, $S = 0.31$) และเมื่อพิจารณาความเหมาะสมรายชื่อพบว่าทุกรายการประเมินอยู่ในระดับ
เหมาะสมมากและมากที่สุด

ตารางที่ ค-6 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญจำนวน					\bar{X}	S	ระดับความ เหมาะสม
	5 คน							
	1	2	3	4	5			
ผลการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
สาระสำคัญ	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด								
ขั้นที่ 1 ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด	4	4	4	4	4	4.00	0.45	มาก
ขั้นที่ 2 ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน	4	3	4	4	4	3.80	0.45	มาก
ขั้นที่ 3 ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่ เกิดขึ้นในชั้นเรียน	4	3	4	4	4	3.80	0.45	มาก
ขั้นที่ 4 ขั้นการสร้างปัญหาใหม่	4	3	4	4	4	3.80	0.45	มาก
สื่อการเรียนรู้ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
การวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.46	0.31	มาก

จากตารางที่ ค-6 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผน
การจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก
($\bar{X} = 4.46$, $S = 0.31$) และเมื่อพิจารณาความเหมาะสมรายข้อพบว่าทุกรายการประเมินอยู่ในระดับ
เหมาะสมมากและมากที่สุด

ตารางที่ ค-7 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญจำนวน					\bar{X}	S	ระดับความ เหมาะสม
	5 คน							
	1	2	3	4	5			
ผลการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
สาระสำคัญ	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด								
ขั้นที่ 1 ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน	4	3	4	4	4	3.80	0.45	มาก
ขั้นที่ 3 ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่ เกิดขึ้นในชั้นเรียน	4	4	4	4	4	4.00	0.00	มาก
ขั้นที่ 4 ขั้นการสร้างปัญหาใหม่	4	3	4	4	4	3.80	0.45	มาก
สื่อการเรียนรู้ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้	4	4	4	4	4	4.00	0.00	มาก
การวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้	4	4	4	4	4	4.00	0.00	มาก
เฉลี่ย						4.36	0.31	มาก

จากตารางที่ ค-7 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผน
การจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก
($\bar{X} = 4.36$, $S = 0.31$) และเมื่อพิจารณาความเหมาะสมรายข้อพบว่าทุกรายการประเมินอยู่ในระดับ
เหมาะสมมากและมากที่สุด

ตารางที่ ค-8 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญจำนวน					\bar{X}	S	ระดับความ เหมาะสม
	5 คน							
	1	2	3	4	5			
ผลการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
สาระสำคัญ	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด								
ขั้นที่ 1 ขั้นการนำเสนอปัญหาปลายเปิด	4	4	4	4	4	4.00	0.00	มากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน	4	4	4	4	4	4.00	0.00	มากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดที่ เกิดขึ้นในชั้นเรียน	4	4	4	4	4	4.00	0.00	มากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นการสร้างปัญหาใหม่	4	4	4	4	4	4.00	0.00	มากที่สุด
สื่อการเรียนรู้ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
การวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.62	0.18	มากที่สุด

จากตารางที่ ค-8 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผน
การจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด
($\bar{X} = 4.62$, $S = 0.18$) และเมื่อพิจารณาความเหมาะสมรายข้อพบว่าทุกรายการประเมินอยู่ในระดับ
เหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ ค-9 สรุปผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด
ทั้งหมด 8 แผน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	\bar{X}	S	ระดับความเหมาะสม
1	4.62	0.18	มากที่สุด
2	4.62	0.18	มากที่สุด
3	4.64	0.32	มากที่สุด
4	4.66	0.28	มากที่สุด
5	4.26	0.31	มาก
6	4.46	0.31	มาก
7	4.36	0.31	มาก
8	4.62	0.18	มากที่สุด
เฉลี่ย	4.53	0.26	มากที่สุด

จากตารางที่ ค-9 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดย
ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่าแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด มีค่าเฉลี่ย
เหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด ($\bar{X} = 4.53$, $S = 0.26$)

ตารางที่ ค-10 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ΣR	IOC	ผล การวิเคราะห์
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+0	+1	+1	4	0.80	ใช้ได้
5	+0	+1	+1	+1	+1	4	0.80	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	+1	+0	4	0.80	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	+0	+1	4	0.80	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	ใช้ได้

จากตารางแสดงค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 10 ข้อ ในแต่ละข้อมีค่าดัชนีความสอดคล้องอยู่ระหว่าง 0.80-1.00 จากการแปลผลพบว่าข้อสอบทุกข้อสามารถนำไปใช้ได้

ตารางที่ ค-11 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด
ความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก	ผลการพิจารณา	ผลการคัดเลือก
1	0.66	0.63	ใช้ได้	คัดเลือก
2	0.64	0.14	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
3	0.78	0.24	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
4	0.60	0.67	ใช้ได้	คัดเลือก
5	0.75	0.31	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
6	0.58	0.44	ใช้ได้	คัดเลือก
7	0.64	0.32	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
8	0.54	0.44	ใช้ได้	คัดเลือก
9	0.58	0.61	ใช้ได้	คัดเลือก
10	0.57	0.40	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก

ค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.91

จากตารางแสดงค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถ
ในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่า
ค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.53 - 0.67 และมีค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.43 – 0.68

เลือกข้อสอบข้อที่ 1, 4, 6, 8 และ 9 ที่มีค่าความยากง่าย 0.66, 0.60, 0.58, 0.54, 0.58 และ
ค่าอำนาจจำแนก 0.63, 0.67, 0.44, 0.44, 0.61 ตามลำดับ ซึ่งมีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.2-0.8
และค่าอำนาจจำแนกมากกว่า 0.2 จากนั้นคำนวณหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด
ความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
โดยใช้การคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัก ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.91

ตารางที่ ค-12 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/12

คนที่	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
1	28
2	27
3	28
4	33
5	29
6	26
7	22
8	26
9	34
10	27
11	23
12	23
13	27
14	30
15	30
16	27
17	33
18	30
19	30
20	30
21	34
22	29

ตารางที่ ค-12 (ต่อ)

คนที่	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
23	34
24	31
26	32
27	35
28	25
29	35
30	30
31	31
32	35
33	29
34	22
35	26
36	38
37	34
38	24

ตารางที่ ค-13 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/12

คนที่	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
1	9
2	10
3	10
4	12
5	11
6	10
7	9
8	11
9	12
10	10
11	9
12	9
13	10
14	11
15	12
16	10
17	12
18	11
19	12
20	12
21	12
22	12

ตารางที่ ค-13 (ต่อ)

คนที่	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
23	12
24	11
25	12
26	12
27	13
28	9
29	13
30	10
31	12
32	13
33	11
34	9
35	10
36	14
37	13
38	10

ภาคผนวก ง

- ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัย
- ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัยโดยใช้โปรแกรม SPSS

1. เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กับเกณฑ์ร้อยละ 70 (28 คะแนน) โดยใช้สูตร t -test for one sample ดังนี้

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad ; df = n-1$$

$$t = \frac{29.421 - 28}{\frac{4.018}{\sqrt{38}}} \quad ; df = 38 - 1$$

$$t = \frac{1.421}{0.652} \quad ; df = 37$$

$$t = 2.180 \quad ; df = 37$$

ดังนั้น $t = 2.180$; $df = 37$

ค่าวิกฤตจากการเปิดตาราง t เท่ากับ 1.6871 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05, $df = 37$ จะเห็นว่าค่า t ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่า t จากการเปิดตาราง ($2.180 > 1.6871$) สรุปได้ว่าค่าเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

2. เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กับเกณฑ์ร้อยละ 70 (10.5 คะแนน) โดยใช้สูตร t -test for one sample ดังนี้

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad ; df = n-1$$

$$t = \frac{11.053 - 10.5}{\frac{1.374}{\sqrt{38}}} \quad ; df = 38-1$$

$$t = \frac{0.553}{0.223} \quad ; df = 37$$

$$t = 2.479 \quad ; df = 37$$

ดังนั้น $t = 2.479$; $df = 37$

ค่าวิกฤตจากการเปิดตาราง t เท่ากับ 1.6871 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05, $df = 37$ จะเห็นว่าค่า t ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่า t จากการเปิดตาราง (2.479 > 1.6871) สรุปได้ว่า ค่าเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample ดังภาพที่ ง-1

One-Sample Statistics				
	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
VAR00001	38	29.421053	4.0177416	.6517638

One-Sample Test						
Test Value = 28						
	T	Df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
VAR00001	2.180	37	.036	1.4210526	.100454	2.741651

ภาพที่ ง-1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample

ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample ดังภาพที่ ง-2

One-Sample Statistics				
	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
VAR00002	38	11.0526	1.37443	.22296

One-Sample Test						
Test Value = 10.5						
	T	Df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
VAR00002	2.479	37	.018	.55263	.1009	1.0044

ภาพที่ ง-2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample

ภาคผนวก จ

- ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-Way ANOVA) โดยใช้โปรแกรม SPSS

ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-Way ANOVA) โดยใช้โปรแกรม SPSS

ดั่งภาพที่ จ-1

Descriptives

คะแนน

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean		Minimum	Maximum
					Lower Bound	Upper Bound		
ม. 4/1	50	75.5600	7.25388	1.02585	73.4985	77.6215	61.00	91.00
ม. 4/2	50	75.4600	6.04139	.85438	73.7431	77.1769	62.00	90.00
ม. 4/3	50	75.2400	5.50161	.77805	73.6765	76.8035	66.00	88.00
ม. 4/11	21	75.1429	6.63540	1.44796	72.1225	78.1633	63.00	92.00
ม. 4/12	38	75.4737	7.75551	1.25811	72.9245	78.0229	60.00	91.00
Total	303	75.3762	6.18884	.35554	74.6766	76.0759	60.00	98.00

ANOVA

คะแนน

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	16.634	4	4.159	.098	.983
Within Groups	8658.150	204	42.442		
Total	8674.785	208			

ภาพที่ จ-1 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-Way ANOVA) โดยใช้โปรแกรม SPSS