

ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เยาว์ประภา สิงห์มหาไชย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต

สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา


เมษายน 2561

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา


คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ เยาว์ประภา สิงห์มหาไชย จบนี้แล้ว เห็นสมควรเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

.....อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(ดร.คงรัฐ นवलแปง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. รุ่ง เจนจิต)

.....กรรมการ
(ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต)

.....กรรมการ
(ดร.คงรัฐ นवलแปง)

.....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรากร ทรัพย์วิริยะปกรณ์)

คณะศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา

.....คณบดีคณะศึกษาศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิจิต สุรัตน์เรืองชัย)

วันที่ 25 เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2561

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จได้เป็นอย่างดีด้วยความอนุเคราะห์จาก ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และ ดร.คงรัฐ นวลแบ่ง อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่ได้เสียสละเวลาอันมีค่า เพื่อให้คำปรึกษาแนะนำ ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่อย่างดีเยี่ยมตลอดมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณา จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. รุ่ง เจนจิต และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรากร ทรัพย์วิระปกรณ์ คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้ความรู้ ให้คำปรึกษา ให้คำแนะนำเพื่อนำไปแก้ไขให้วิทยานิพนธ์มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณท่าน รองศาสตราจารย์ ดร. เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร อาจารย์ที่ปรึกษา ที่ให้กำลังใจ สร้างแรงกระตุ้นให้มีความพากเพียรในการศึกษาค้นคว้า ด้วยดีเสมอมา

ขอขอบพระคุณ ดร.คมสัน ตริไพบูลย์ ดร.ปริญญา เรืองทิพย์ นางพิพร ธนะสมบัติ นางศันสนีย์ อินทรบริสุทธ์ และนางกมลรัตน์ เจริญงามทรัพย์ ที่ทุกท่านกรุณาให้ความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญเพื่อตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย ให้ข้อเสนอแนะข้อบกพร่องต่าง ๆ เพื่อการปรับปรุงแก้ไข ผู้วิจัยขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อทรงเพชร คุณแม่ลุน พิมพ์เสน คุณบุญไชย สิงห์มหาไชย ขอขอบใจ เด็กหญิงประภาพร สิงห์มหาไชย ที่คอยสนับสนุนและให้กำลังใจผู้วิจัยเสมอมา ขอขอบคุณ คณะครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/1 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/2 ที่ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้ และหาคุณภาพเครื่องมือ นื่อง ๆ สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ที่คอยให้กำลังใจ และให้คำปรึกษาด้วยความจริงใจตลอดมา

คุณความดีทั้งหลายอันบังเกิดจากผลการทำงานวิจัยในการพัฒนาผู้เรียนในครั้งนี้ ผู้วิจัยขอขอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณของ บิดา มารดา และครูอาจารย์ทุกท่านที่ประสิทธิ์ประสาทวิชา ความรู้แก่ผู้วิจัยทั้งในอดีตและปัจจุบันทำให้ผู้วิจัยเป็นผู้มีการศึกษาและประสบความสำเร็จในวันนี้

เยาว์ประภา สิงห์มหาไชย

57910140: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม (การสอนคณิตศาสตร์)

คำสำคัญ: การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย/ ความสามารถในการให้เหตุผล

ทางคณิตศาสตร์/ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์/ ลำดับ

เยาว์ประภา สิงห์มหาไชย: ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยที่มีต่อ

ความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 (THE EFFECTS OF INDUCTIVE AND DEDUCTIVE LEARNING

MANAGEMENT ON MATHEMATICAL REASONING ABILITY AND LEARNING

ACHIEVEMENT IN SEQUENCES OF MATHAYOMSUKSA 5 STUDENTS) คณะกรรมการ

ควบคุมวิทยานิพนธ์: อพันธ์ชนิด เจนจิต, กศ.ด., คงรัฐ นวลแบ่ง, กศ.ด. 189 หน้า. พ.ศ. 2561.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70 2) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/1 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 จำนวน 25 คน ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย จำนวน 6 แผน 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีค่าความเชื่อมั่น .90 3) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ลำดับที่มีค่าความเชื่อมั่น .88 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบที (t -test for one sample)

ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ แบบอุปนัยและนิรนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ แบบอุปนัยและนิรนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

57910140: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING: M.Ed. (MATHEMATICS TEACHING)

KEYWORDS: INDUCTIVE AND DEDUCTIVE LEARNING MANAGEMENT/

MATHEMATICAL REASONING ABILITIES/ MATHEMATICS LEARNING
ACHIEVEMENT/ SEQUENCES

YAOPRAPA SINGMAHACHAI: THE EFFECTS OF INDUCTIVE AND
DEDUCTIVE LEARNING MANAGEMENT ON MATHEMATICAL REASONING ABILITY
AND LEARNING ACHIEVEMENT IN SEQUENCES OF MATHAYOMSUKSA 5 STUDENTS.
ADVISORY COMMITTEE: APUNCHANIT JENJIT, Ed.D., KONGRAT NUALPANG, Ed.D.
189 P. 2018.

The purposes of this research were; 1) to compare mathematical reasoning ability on “sequences” of mathayomsuksa 5 students after learning with inductive and deductive management activities with the criterion of 70 percent, and 2) to compare mathematics learning achievement on “sequences” of mathayomsuksa 5 students after learning with inductive and deductive learning management with the criterion of 70 percent. The sample were 25 Mathayomsuksa 5/1 students of the first semester in academic year B.E 2560. They were selected by cluster random sampling. The research instruments used in this research consisted of; 1) six inductive and deductive lesson plans; 2) mathematical reasoning abilities test, with the reliability of .90; and 3) mathematics learning achievement on “sequences” test, with the reliability of .88. The data were analyzed by mean, percentage, standard deviation and *t*-test for one sample.

The results were as follows:

1. The mathematical reasoning ability on “sequences” of mathayomsuksa 5 students after learning with the inductive and deductive learning management was higher than the criterion of 70 percent at .05 level.

2. The mathematics learning achievement on “sequences” of mathayomsuksa 5 students after learning with inductive and deductive learning management was higher than the criterion of 70 percent at .05 level.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญภาพ.....	ญ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	7
สมมติฐานการวิจัย.....	7
ขอบเขตการวิจัย.....	7
ประโยชน์ที่ได้รับ.....	8
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	9
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	11
2 เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	13
ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.....	14
การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย.....	20
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	50
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	66
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	80
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	83
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	83
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	83
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	84

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
การดำเนินการวิจัย.....	95
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	95
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	96
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	97
4 ผลการวิจัย.....	101
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	101
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	101
5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	110
สรุปผล.....	110
อภิปรายผล.....	111
ข้อเสนอแนะ.....	117
บรรณานุกรม.....	119
ภาคผนวก.....	124
ภาคผนวก ก.....	125
ภาคผนวก ข.....	134
ภาคผนวก ค.....	145
ภาคผนวก ง.....	151
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	189

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	หน่วยการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ รายวิชา คณิตศาสตร์ 3 รหัส ค 32101...	18
2	หน่วยการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ รายวิชา คณิตศาสตร์ 3 รหัส ค 32101 ที่ใช้ในการวิจัย.....	20
3	การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย.....	34
4	การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบแบบนิรนัย.....	40
5	การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ เวลาที่ใช้ จำแนกตาม แผนการจัดการเรียนรู้ รายวิชาคณิตศาสตร์ 3 เรื่อง ลำดับ.....	85
6	การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบ ในแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	89
7	การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อจำแนกข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามระดับพฤติกรรม.....	92
8	แบบแผนการวิจัย.....	95
9	เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic rubric) ความสามารถในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์.....	96
10	การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	102
11	ร้อยละของนักเรียนจำแนกตามระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์.....	103
12	ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยกับเกณฑ์ ร้อยละ 70.....	109
13	ผลการประเมินความเหมาะสมองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย และนิรนัย เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.....	135
14	ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.....	136

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
15 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.....	137
16 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.....	138
17 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.....	140
18 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5...	142
19 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.....	143
20 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.....	146
21 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.....	148
22 แสดงจำนวนนักเรียนตามเกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.....	150

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	12
2 การสังเคราะห์ขั้นต้นต่อการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย.....	44
3 ตัวอย่างแบบทดสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล 4 คะแนน.....	104
4 ตัวอย่างแบบทดสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล 3 คะแนน.....	104
5 ตัวอย่างแบบทดสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล 2 คะแนน.....	105
6 ตัวอย่างแบบทดสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล 1 คะแนน.....	106

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม(ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 ตามมาตรา 4 ที่ระบุถึง “การศึกษา” หมายความว่า กระบวนการเรียนรู้ เพื่อความเจริญงอกงามของบุคคลและสังคมโดยการถ่ายทอดความรู้ การฝึก การอบรม การสืบสานทางวัฒนธรรม การสร้างสรรค์จรรโลงความก้าวหน้าทางวิชาการ การสร้างองค์ความรู้ อันเกิดจากการจัดสภาพแวดล้อม สังคมการเรียนรู้ และปัจจัยเกื้อหนุนให้บุคคลเรียนรู้ อย่างต่อเนื่องตลอดชีวิต โดยมีความมุ่งหมายและหลักการตามมาตรา 6 การจัดการศึกษา ต้องเป็นไปเพื่อพัฒนาคนไทยให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา ความรู้ และคุณธรรม มีจริยธรรม และวัฒนธรรมในการดำรงชีวิต สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข ซึ่งกำหนดเป็นแนวการจัดการศึกษาตามมาตรา 22 การจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่า ผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติ และเต็มตามศักยภาพ และมาตรา 24 ข้อ (1) (2) (3) โดยจัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของผู้เรียนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ฝึกทักษะ กระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกัน และแก้ไขปัญหา จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง ฝึกการปฏิบัติให้ทำได้ คิดเป็น ทำเป็น รักการอ่านและเกิดการใฝ่รู้อย่างต่อเนื่อง จัดการเรียนรู้ให้เกิดขึ้นได้ทุกเวลา ทุกสถานที่ มีการประสานความร่วมมือกับบิดามารดาผู้ปกครอง และบุคคลในชุมชนทุกฝ่าย เพื่อร่วมกันพัฒนาผู้เรียนตามศักยภาพ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2547, หน้า 3-9)

จากการจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ที่มีจุดมุ่งหมายพัฒนาสมรรถนะด้านการจัดการเรียนการสอน สมรรถนะด้านการประเมินผลการเรียนรู้สู่การทำวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน สมรรถนะด้านการจัดการชั้นเรียนเพื่อสร้างบรรยากาศเชิงบวก โดยมุ่งพัฒนาผู้เรียนทุกคนให้มีคุณลักษณะและทักษะการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 (3R + 7C) จากการศึกษาวิเคราะห์ ได้ภาพลักษณ์ที่สำคัญ คือ เด็กไทยยุคนี้ต้องเป็นพลเมืองไทย พลเมืองอาเซียน และพลโลก ที่มีคุณภาพ และต้องมีทักษะสำคัญที่จะสามารถดำรงชีวิตอยู่ในโลกยุคปัจจุบันอย่างมีความสุข

ด้วยความมีคุณธรรมและจริยธรรม เป็น Ethical Person ด้วยทักษะ 2 กลุ่ม คือ 3R อ่านออกเขียนได้ คิดเลขเป็น (Read write arithmetics) และ 7C ประกอบด้วย ทักษะการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ (Creative problem solving skills) ทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณ (Critical thinking skills) ทักษะการทำงานอย่างร่วมพลัง (Collaborative skills) ทักษะการสื่อสาร (Communicative skills) ทักษะการใช้คอมพิวเตอร์ (Computing skills) ทักษะอาชีพและทักษะการใช้ชีวิต (Career and life skills) ทักษะการใช้ชีวิตในวัฒนธรรมข้ามชาติ (Cross-cultural skills) ซึ่งในกลุ่มที่เป็นทักษะที่ควรเน้น 3 ทักษะ คือ 1) Literacy (การรู้หนังสือ) เป็นความสามารถอ่านอย่างเข้าใจ เขียนอย่างมีคุณภาพ การเขียนรายงานวิชาการ รายงานโครงการ บทความ ตลอดจนการนำเสนอด้วยวาจา 2) Numeracy (การรู้เรื่องจำนวน) คือ ทักษะการใช้ตัวเลขความน่าจะเป็น สถิติ ทักษะการชั่ง ตวง วัด รวมทั้งการวิเคราะห์เชิงปริมาณ และ 3) Reasoning (การใช้เหตุผล) คือ ความสามารถในการอุปนัย นิรนัย การให้คำตอบคาดคะเน การอุปมาอุปไมย และการใช้เหตุผลเชิงจริยธรรมอันเป็นปัจจัยของการทำงาน การดำเนินชีวิตอยู่อย่างพอเพียง (พิมพันธ์ เดชะคุปต์, 2557, หน้า 1-3) ซึ่งสอดคล้องกับ เวชฤทธิ์ อังชนะภัทรขจร (2554, หน้า 32) ที่กล่าวว่า การให้เหตุผลนั้นเป็นทักษะที่จำเป็นสำหรับคณิตศาสตร์และชีวิตจริงและเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่จะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ รวมทั้งทำให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งวิชาคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์ ดังที่ อัมพร ม้าคนอง (2557, หน้า 4-5) ที่ได้กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ว่า การใช้งานของคณิตศาสตร์มีมาตั้งแต่อดีตกาลในลักษณะที่ไม่เป็นทางการ ซึ่งคณิตศาสตร์ถูกใช้งานในลักษณะของชีวิตจริง และการพัฒนาการศึกษาให้กับคนในสังคม จึงมีความจำเป็นสำหรับการดำรงชีวิตและการพัฒนาความเจริญก้าวหน้าในทุกยุคทุกสมัยอย่างต่อเนื่อง และในปัจจุบันคณิตศาสตร์ยังมีความสำคัญมากขึ้นในมุมมองของการเป็นศาสตร์แห่งความคิด ความเป็นเหตุเป็นผล และการมีส่วนร่วมในการพัฒนาทักษะชีวิต โดยคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาการคิดของมนุษย์ กระบวนการเรียนรู้ทำให้มนุษย์ต้องใช้การคิดที่หลากหลาย คณิตศาสตร์ทำให้มนุษย์มีเหตุมีผล การเรียนรู้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ทำให้เห็นการพัฒนาความรู้อย่างมีหลักการและเป็นเหตุเป็นผล ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย นอกจากนี้ในเนื้อหาบางอย่างของคณิตศาสตร์ ยังช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล (Reasoning ability) โดยตรง เช่น ตรรกศาสตร์ (Logic) และการพิสูจน์ (Proof) ทางคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาความสามารถในการทำงานเป็นระบบ มีการวางแผนและการดำเนินงานเป็นขั้นตอน รวมทั้งตรวจสอบความถูกต้องหรือประสิทธิภาพการทำงานอย่างสมเหตุสมผล

คณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์แก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในสังคม โดยมีการศึกษาเพื่อทำความเข้าใจในปัญหา และวางแผนในการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์อธิบาย สิ่งต่าง ๆ ทั้งที่มองเห็นและมองไม่เห็น และช่วยให้คาดการณ์หรือทำนายสิ่งที่จะเกิดขึ้นได้ คณิตศาสตร์ช่วยให้เกิดความเจริญในโลก ช่วยให้มนุษย์คิดค้นสิ่งใหม่ สร้างสรรค์นวัตกรรม สะดวกสบายในขณะที่ทำงานหนักน้อยลง คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานของการพัฒนาศาสตร์ สาขาอื่น ๆ และเป็นส่วนหนึ่งของทักษะชีวิต

จากความสำคัญของคณิตศาสตร์กับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ซึ่งมีจุดเน้นให้สามารถ นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันโดยผ่านทักษะและกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานสำคัญใน กระบวนการคิด คือ การให้เหตุผล การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะไม่สามารถประสบผลสำเร็จ ได้หากปราศจากเหตุผล เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ต้องใช้การคิดอย่างเป็นระบบ คิดอย่างมีเหตุผล ต้องใช้เหตุผลมาช่วยในการเรียนรู้และแก้ปัญหา การใช้เหตุผลเป็นทักษะ และกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียน สามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต ดังนั้น การคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังมีงานวิจัย จำนวนมากที่ยืนยันว่า การสอนให้นักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจอย่างมีเหตุผล ดีกว่าการสอน แบบให้จดจำ การสอนคณิตศาสตร์อย่างเป็นเหตุเป็นผล จะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อ วิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดี และนานกว่าเดิม (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี, 2555, หน้า 39)

ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา โดยส่วนใหญ่จะอยู่บนพื้นฐาน ของความรู้และบริบทการสอนคณิตศาสตร์แบบดั้งเดิม การสอนที่ต้องอธิบายกฎ สูตร การทำแบบฝึกหัดและการทดสอบแบบปรนัย ซึ่งการจัดการเรียนรู้แบบนี้ นักเรียนไม่ตอบสนองต่อ กิจกรรมการเรียน ทำให้ไม่ได้พัฒนาทักษะการคิดและการใช้เหตุผลทำให้ชั้นเรียนคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่น่าเบื่อ เครียด และไม่ยากแก้ปัญหาที่ยาก ๆ ต้องจำกฎ สูตร (ปรีชากร ภาชนะ, 2552, หน้า 32) และบางครั้งการจัดการเรียนรู้ของครู สอนแบบรวบรัด เน้นเฉพาะเนื้อหา ขาดกิจกรรม ที่ส่งเสริมกระบวนการคิด การให้เหตุผล ทำให้นักเรียนคิดไม่เป็น ทำไม่เป็น และแก้ปัญหาไม่ได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, หน้า 128) ทำให้ที่ผ่านมาการจัด การเรียนรู้คณิตศาสตร์ไม่ประสบผลสำเร็จ จะเห็นได้จาก การจัดการเรียนการสอนกลุ่มสาระ

การเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ในการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ในการประเมินคุณภาพการศึกษาโรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ ด้านผลผลิตเป็นการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยใช้เครื่องมือประเมินคุณภาพการศึกษา ที่กรมส่งเสริมการปกครองท้องถิ่นเป็นผู้สร้างขึ้น โดยประเมินนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2557 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีคะแนนรวมเฉลี่ย 17.51 และปี 2558 มีคะแนนรวมเฉลี่ย 16.37 เป็นคะแนนรวมเฉลี่ยที่ต่ำกว่ากลุ่มสาระการเรียนรู้อื่น ๆ และไม่ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 50 ตามที่สถานศึกษากำหนด (โรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์, 2558, หน้า 48) โดยมีจำนวนนักเรียนไม่ผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้ ในสาระที่ 4 พีชคณิต มาตรฐาน ค 4.1 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา ถึงร้อยละ 68.96 และพบว่า เนื้อหาเรื่อง ลำดับ เป็นเรื่องที่มีความสำคัญและมีเนื้อหาต่อเนื่องกัน คือ จัดให้มีการจัดการเรียนรู้ตั้งแต่ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในเรื่อง ลำดับจำกัด การหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด ลำดับเลขคณิต การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตและการนำไปใช้ ลำดับเรขาคณิต การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตและการนำไปใช้ ซึ่งเป็นเนื้อหาที่มีความสำคัญเป็นพื้นฐานในความรู้เรื่อง ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเลขคณิต ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต อนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้ได้ และต้องนำความรู้ไปเรียนต่อในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 แต่จากผลสัมฤทธิ์ในรายวิชาคณิตศาสตร์ 3 ในปีการศึกษา 2557 และ 2558 นักเรียนไม่ผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้ในเรื่องนี้ ซึ่งส่วนใหญ่เขียนคำตอบได้ แต่ไม่สามารถแสดงเหตุผลของคำตอบได้ เช่น สามารถบอกพจน์ทั่วไปของลำดับ แต่ไม่สามารถบอกได้ว่าเพราะเหตุใด ซึ่งการให้เหตุผลในเรื่องต่าง ๆ จะมีความสมเหตุสมผลมากน้อยเพียงใด ขึ้นอยู่กับองค์ความรู้ในเรื่องนั้น รวมถึงความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายของผู้ให้เหตุผลด้วย ดังนั้น การเรียนการสอนครูต้องตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลประกอบคำตอบของนักเรียน ควรใช้คำถามมุ่งให้นักเรียนต้องอธิบายเหตุผล อย่างมุ่งสอนเพียงดูเฉพาะคำตอบที่เป็นจำนวนหรือคำตอบสั้น ๆ ที่ไม่มีเหตุผลประกอบ ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้ความสามารถในการแสดงเหตุผลเพื่ออธิบายถึงคำตอบที่ได้อยู่เสมอ ๆ จนเป็นลักษณะนิสัย (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, หน้า 35)

การให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผล

เป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงานและดำรงชีวิต ดังนั้น การคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการจัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ การสอนให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยความเข้าใจอย่างมีเหตุผล ดีกว่าการสอนแบบให้จดจำ การสอนคณิตศาสตร์อย่างเป็นเหตุเป็นผล จะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดีและนานกว่าเดิม (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, หน้า 39) ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลากหลายที่สำคัญและเป็นสิ่งที่ควรเพิ่ม คือ 1) การให้เหตุผลในชีวิตประจำวันในการทำงานและในบริบทที่หลากหลาย 2) ลักษณะของการให้เหตุผลที่อยู่ในการเรียนวิชาอื่น ๆ และ 3) การให้เหตุผลแบบอุปนัย และนิรนัย สิ่งที่ควรลด คือ การให้เหตุผลตามความรู้สึก ไม่อ้างอิงหลักวิชา (อัมพร ม้าคอง, 2554, หน้า 49-50) อีกทั้งการให้เหตุผลเป็นความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล เป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการพัฒนาองค์ความรู้ความสามารถในการให้เหตุผลในวัยเด็ก สามารถทำนายผลสัมฤทธิ์ในโรงเรียน มหาวิทยาลัย และผลการปฏิบัติงานในการประกอบอาชีพ ได้ (วิชัย เสวกงาม, 2556, หน้า 7)

การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลผู้สอนควรจัดการเรียนรู้โดยให้โอกาสผู้เรียน นำเสนอแนวคิดของผู้เรียนแต่ละคนหรือแนวคิดของกลุ่มเป็นสิ่งสำคัญที่ผู้สอนควรปฏิบัติให้มีบ่อย ๆ ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผู้สอนควรให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนรู้จากการปฏิบัติ กิจกรรมได้ฝึกทักษะและกระบวนการโดยการฝึกการสังเกต ฝึกให้เหตุผลและหาข้อสรุปต่าง ๆ ผู้สอนจึงต้องหารูปแบบหรือวิธีการสอนที่สามารถนำไปจัดให้เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลาเรียน และเหมาะสมต่อผู้เรียนเพื่อให้เกิดการพัฒนาในทักษะและกระบวนการ โดยมีแนวทางการพัฒนา ทักษะและกระบวนการให้เหตุผล ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อให้ นักเรียนเรียนรู้ด้วยความเข้าใจมิใช่เพียงการสอนที่ครูอธิบายถึงที่มาของสูตร กฎ และแนวคิด การพัฒนา กิจกรรมการเรียนการสอนการให้เหตุผลต้องส่งเสริมและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบายเหตุผล สนับสนุนแนวคิดของตน ไม่ใช่การบอกกฎ สูตร หรือวิธีการที่จดจำมา ผู้สอนต้องให้ความสำคัญ กับที่มาของคำตอบมากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว และบรรยากาศภายในชั้น เรียนควรเป็นกันเอง เปิดกว้างสำหรับการเสนอแนวคิด และซักถามข้อสงสัย (สถาบันส่งเสริม การสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2550, หน้า 13-15) นอกจากนั้น การพัฒนาในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิดอย่างมีเหตุผล ผู้สอนควรถามบ่อย ๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้ผู้เรียนคิดและแสดงเหตุผล

เช่น ใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า ...แล้วผู้เรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า ไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่า คำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีบางส่วนที่ถูกต้องผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากขึ้น รวมทั้งโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-ended problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็น หรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้ (เวชฤทธิ์ อังกะภักทธร, 2555, หน้า 114-120)

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ซึ่งเป็นการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาความคิด นักเรียนมีความเข้าใจอย่างต่อเนื่อง มีความสนใจในการติดตามค้นหาเหตุผลและค้นพบข้อสรุปได้ด้วยตนเอง ทำให้มีความเข้าใจอย่างชัดเจนและจดจำได้นาน และสามารถนำวิธีการในการเรียนรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำได้ (สิริพร ทิพย์คง, 2545, หน้า 148) ซึ่งการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เป็นการจัดการเรียนรู้อีกแนวทางหนึ่งที่สามารถพัฒนานักเรียนให้สามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง เป็นการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียน ได้เรียนรู้ข้อสรุป กฎเกณฑ์ จากการวิเคราะห์ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างในการใช้เหตุผลพิจารณาอย่างเป็นเหตุเป็นผล เกิดข้อสรุปด้วยตนเอง มีการตรวจสอบความถูกต้องของข้อสรุป กฎเกณฑ์ และนำไปใช้กับสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างแท้จริง ทำให้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองขึ้น ซึ่งมีนักการศึกษาได้กล่าวถึงข้อดีของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยว่าเป็นการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาความคิด มีความเข้าใจอย่างต่อเนื่องมีความสนใจในการติดตามค้นหาเหตุผลและค้นพบข้อสรุปด้วยตนเอง ทำให้มีความเข้าใจอย่างชัดเจน และจดจำได้นาน และสามารถนำกฎหรือสูตรที่เคยเรียนมาแล้วมาใช้ได้ ช่วยฝึกให้นักเรียนเป็นคนมีเหตุมีผล ไม่เชื่ออะไรง่าย ๆ โดยไม่มีการตรวจสอบหรือพิสูจน์ให้เห็นจริง ช่วยทำให้การแก้ปัญหาของนักเรียนมีประสิทธิภาพขึ้น (สิริพร ทิพย์คง, 2545, หน้า 148) อีกทั้งมีนักวิจัยได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นิรนัยที่ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น อาทิ ณิชยศ สงวนสิน (2547) ได้ศึกษา ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการสอนแบบอุปนัย-นิรนัย พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังได้รับการเรียนรู้ด้วยชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการสอนแบบอุปนัย-นิรนัยสูงขึ้น และสอดคล้องกับงานวิจัยของ ธีธรรณ์ สัณหรณ์ (2556) ได้ศึกษาเกี่ยวกับ ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นิรนัยที่มีต่อ

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นิรนัยสูงขึ้น และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้นหลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ โดยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

จากเหตุผลที่กล่าวมา ผู้วิจัยได้ตระหนักถึงความสำคัญของการจัดการเรียนรู้ที่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จึงสนใจที่จะศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลที่ได้จากการศึกษาวิจัยในครั้งนี้ จะเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับครูและผู้มีส่วนเกี่ยวข้องในการจัดการศึกษาเพื่อใช้เป็นข้อมูลพัฒนาคุณภาพการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย กับเกณฑ์ร้อยละ 70
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70

สมมติฐานการวิจัย

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ แบบอุปนัยและนิรนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ แบบอุปนัยและนิรนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ขอบเขตการวิจัย

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย
ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ อำเภอบ่อทอง จังหวัดชลบุรี

3 ห้องเรียน จำนวน 80 คน ซึ่งโรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์จัดชั้นเรียนแบบคละความสามารถ ในแต่ละห้องเรียน และแต่ละห้องเรียนไม่มีความแตกต่างกัน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/1 ที่กำลังเรียน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ อำเภอบ่อทอง จังหวัดชลบุรี

1 ห้องเรียน จำนวน 25 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)

2. ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ

3. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 ใช้เวลาในการทดลองทั้งหมด 16 ชั่วโมง จำแนกเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผน จำนวน 14 ชั่วโมง ทดสอบหลังเรียน 2 ชั่วโมง

4. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาเรขาคณิตศาสตร์ 3 รหัสวิชา ค 32101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ลำดับ ตามหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ พุทธศักราช 2553 (ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551) ซึ่งประกอบด้วย เนื้อหาย่อย ดังนี้

- | | |
|------------------------------------|-----------------|
| 1. ความหมายของลำดับ | จำนวน 2 ชั่วโมง |
| 2. การหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด | จำนวน 2 ชั่วโมง |
| 3. ความหมายของลำดับเลขคณิต | จำนวน 2 ชั่วโมง |
| 4. การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต | จำนวน 3 ชั่วโมง |
| 5. ความหมายของลำดับเรขาคณิต | จำนวน 2 ชั่วโมง |
| 6. การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต | จำนวน 3 ชั่วโมง |

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. ได้แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่สามารถนำไปพัฒนาความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2. เป็นแนวทางสำหรับครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัย และนิรนัย เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
3. เป็นแนวทางสำหรับครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
4. เป็นแนวทางสำหรับครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีการใช้ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้ผู้เรียนได้พิจารณาเปรียบเทียบ วิเคราะห์ เพื่อหาข้อสรุปของตนเอง ซึ่งเป็นองค์ความรู้ที่เกิดจากครูเป็นผู้ชี้แนะแนวทางและนักเรียนเป็นผู้ค้นหาความรู้ด้วยตนเอง
2. การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนมีความรู้ ข้อสรุป หลักการ กฎ สูตรต่าง ๆ เพื่อตรวจสอบข้อเท็จจริงแล้วนำมาแก้ปัญหาเพื่อให้เกิดความรู้ใหม่ หรือเป็นการจัดการเรียนรู้ที่บอกให้รู้หลักการ ความหมาย ประเด็นสำคัญในแต่ละเนื้อหา แล้วให้นักเรียนนำไปใช้แก้ปัญหาโจทย์ หรือนักเรียนสามารถยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างประกอบได้
3. การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ข้อสรุป/ หลักการ/ นิยาม/ สูตร จากการใช้ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เป็นการเรียนรู้แบบค้นหาข้อสรุปด้วยตนเอง มีการตรวจสอบความถูกต้องของข้อสรุป/ หลักการ/ นิยาม/ สูตร และนำไปใช้กับสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างแท้จริง ทำให้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองขึ้น ซึ่งมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 6 ขั้นตอน ดังนี้
 - 3.1 ขั้นเตรียมการ ครูทบทวนความรู้เดิม โดยนำเสนอเนื้อหาที่เกี่ยวข้องที่เป็นพื้นฐานในเนื้อหาที่จะเรียน โดยใช้วิธีการถาม-ตอบ
 - 3.2 ขั้นนำเสนอ ครูนำเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้ผู้เรียนพิจารณาครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตลักษณะร่วมของตัวอย่าง
 - 3.3 ขั้นเปรียบเทียบ นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ เปรียบเทียบเพื่อหาลักษณะร่วมและบันทึกผลที่ได้ จัดหมวดหมู่ที่เหมือนหรือต่างกัน ตามความสัมพันธ์แบบใด
 - 3.4 ขั้นสรุป นักเรียนนำข้อเปรียบเทียบมาหาข้อสรุป/ หลักการ/ นิยาม/ สูตร และตรวจสอบข้อสรุป หลักการ นิยาม สูตรที่ได้

3.5 ชื่อนำไปใช้ นักเรียนนำข้อสรุป/ หลักการ/ นิยาม/ สูตร ที่ค้นพบ ไปใช้ในสถานการณ์พร้อมแสดงเหตุผลประกอบแนวคิดในการหาคำตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.6 ชั้นประเมินผล ให้นักเรียนยกตัวอย่าง ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแสดงการใช้ข้อสรุป/ หลักการ/ นิยาม/ สูตร ที่ค้นพบในการให้เหตุผลประกอบแนวคิดการหาคำตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อสรุป แนวคิด สถานการณ์ต่าง ๆ จากการหาความสัมพันธ์ เป็นข้อสรุปที่ถูกต้อง เพื่อการอธิบายสื่อความหมายแนวคิดในการหาความสัมพันธ์เชิงตรรกในทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อคาดการณ์ข้อสรุป ข้อมูลข้อเท็จจริง อย่างสมเหตุสมผล

5. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิด มีการอ้างอิงความรู้ ข้อเท็จจริง เพื่อแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบ ยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล ในการสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้องจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ

6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญาของนักเรียนแต่ละคนในการใช้ความรู้จากการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ ประกอบด้วยพฤติกรรมทางด้านสติปัญญา 4 ระดับ คือ ระดับความรู้ความจำ ระดับความเข้าใจ ระดับการนำไปใช้ และระดับการวิเคราะห์ วัดได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ

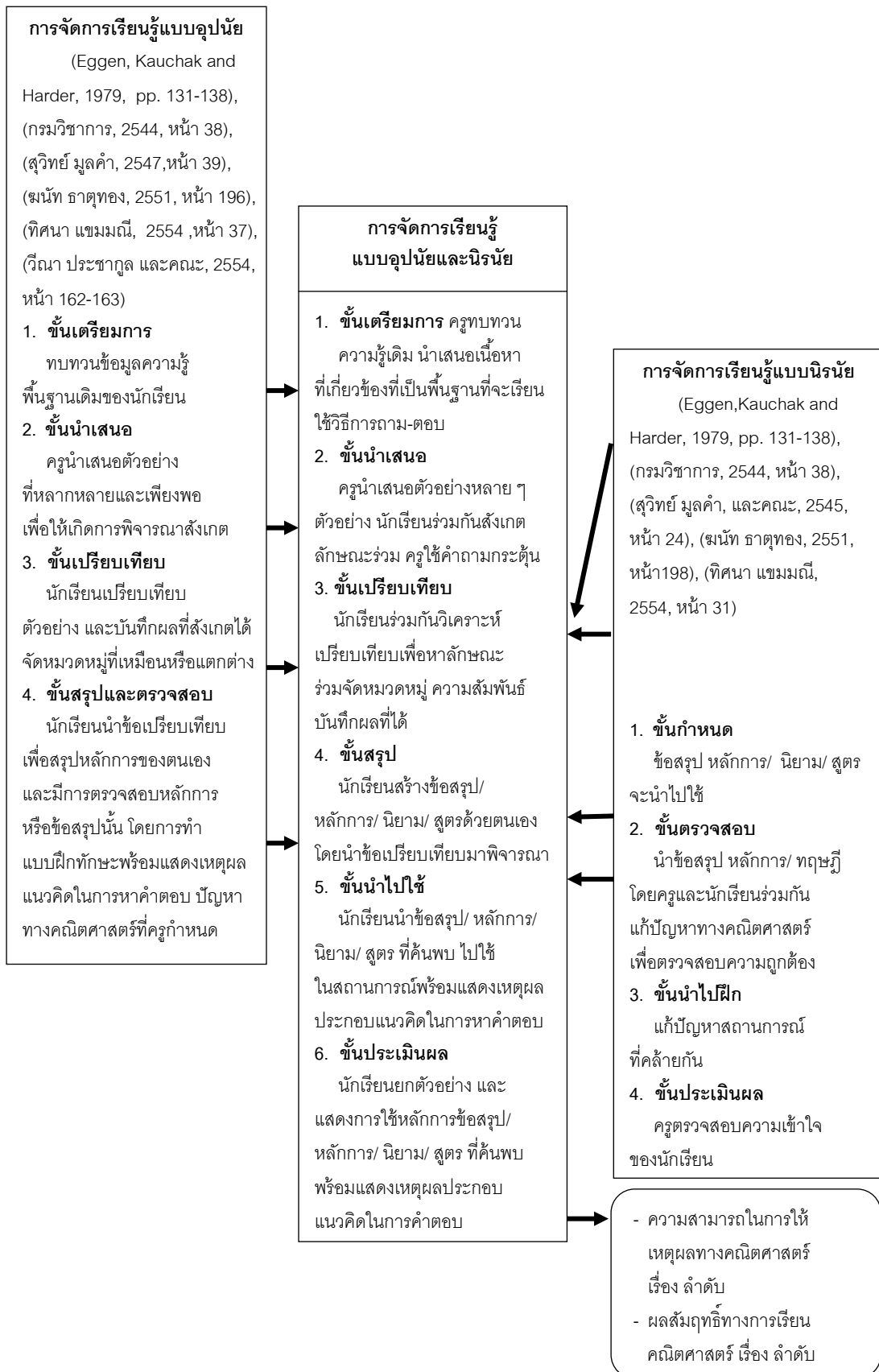
7. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่ยอมรับว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ได้จากคะแนนจากแบบทดสอบหลังเรียนแล้วนำคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละเทียบกับเกณฑ์ โดยที่ผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนรวม ซึ่งเป็นเกณฑ์ในระดับดีขึ้นไป ซึ่งปรับปรุงมาจากเกณฑ์การตัดสินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของแนวปฏิบัติเกี่ยวกับการใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2551, หน้า 22)

8. ลำดับ หมายถึง เนื้อหาคณิตศาสตร์รายวิชาคณิตศาสตร์ 3 รหัส ค 32101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ พุทธศักราช 2553 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และประกอบด้วย เนื้อหาย่อย

ได้แก่ ความหมายของลำดับ การหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด ความหมายของลำดับเลขคณิต การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต ความหมายของลำดับเรขาคณิต การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต

กรอบแนวคิดในการวิจัย

ผู้วิจัยได้นำแนวคิดของนักศึกษาเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยมาสังเคราะห์เป็นการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ซึ่งเป็นการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ข้อสรุป/ หลักการ/ นิยาม/ สูตร จากกรณีวิเคราะห์ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เป็นการเรียนรู้แบบค้นหาข้อสรุปด้วยตนเอง มีการตรวจสอบความถูกต้องของข้อสรุป/ หลักการ/ นิยาม/ สูตร และนำไปใช้กับสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างแท้จริง ทำให้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองขึ้น เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน มีกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัย ได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1.1 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

1.2 คุณภาพผู้เรียน

1.3 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง

1.4 หลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ พุทธศักราช 2553

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2. การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

2.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

2.2 วัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

2.3 องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

2.4 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

2.5 ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.2 รูปแบบของการให้เหตุผลในทางคณิตศาสตร์

3.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.4 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

4.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

4.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1 งานวิจัยภายในประเทศ

5.2 งานวิจัยต่างประเทศ

1. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข โดยกำหนด สาระและมาตรฐานการเรียนรู้และคุณภาพผู้เรียน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 1-5) ดังนี้

1.1 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวน
ในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์
ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของ
สิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนี้ภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และแบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐานที่ 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐานที่ 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

(Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็น

ในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจ

และแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร

การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

1.2 คุณภาพผู้เรียน

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์

อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดคุณภาพผู้จบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 6) ดังนี้

1.2.1 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ หาค่าประมาณของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลัง โดยใช้วิธีการคำนวณที่เหมาะสมและสามารถนำไปสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ได้

1.2.2 นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้คาดคะเนระยะทาง ความสูง และแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

1.2.3 มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซต การดำเนินการของเซต และใช้ความรู้เกี่ยวกับแผนภาพของเวเน-ออยเลอร์แสดงเซตไปใช้แก้ปัญหา และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล

1.2.4 เข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้

1.2.5 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สามารถใช้ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

1.2.6 เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต และสามารถหาพจน์ทั่วไปได้ เข้าใจความหมายของผลบวกของ n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต และหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิตได้โดยใช้สูตร และนำไปใช้ได้

1.2.7 รู้และเข้าใจการแก้สมการและอสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสอง รวมทั้งใช้กราฟของสมการ อสมการ หรือฟังก์ชันในการแก้ปัญหา

1.2.8 เข้าใจวิธีการสำรวจความคิดเห็นอย่างง่าย เลือกใช้ค่ากลางได้เหมาะสมกับข้อมูลและวัตถุประสงค์ สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลไปช่วยในการตัดสินใจ

1.2.9 เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ ประกอบการตัดสินใจ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

1.2.10 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผล ประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

1.3 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดมาตรฐาน ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลางของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย นี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 43-45) ดังนี้

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันชั้น ม.4-6 ซึ่งมีตัวชี้วัด ดังนี้

ม. 4-6/4 เข้าใจความหมายของลำดับและหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด

ม.4-6/5 เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต หาพจน์ต่าง ๆ ของลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต และนำไปใช้

จากมาตรฐานและตัวชี้วัดดังกล่าวมีสาระการเรียนรู้แกนกลาง เพื่อให้ศึกษาลำดับ และการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ ลำดับเลขคณิต และลำดับเรขาคณิต

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีตัวชี้วัดชั้น ม.4-6 ดังนี้ ม.4-6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

จากการศึกษาสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ คุณภาพผู้เรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยในการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดเนื้อหา เรื่อง ลำดับ โดยมีตัวชี้วัด ตามหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ในสาระที่ 4 พิชคณิต มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจ และ วิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน ชั้น ม.4-6 ซึ่งมีตัวชี้วัดดังนี้ ม. 4-6/4 เข้าใจความหมายของลำดับและหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด ม.4-6/5 เข้าใจความหมาย ของลำดับเลขคณิต และลำดับเรขาคณิต หาพจน์ต่าง ๆ ของลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต และนำไปใช้ และสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาตรฐานที่ 6.1 ตัวชี้วัดที่ ม.4-6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

1.4 หลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ พุทธศักราช 2553 (ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551) กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

หลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ พุทธศักราช 2553 (ตามหลักสูตร แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 กำหนดให้เรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน 2 รายวิชา ประกอบด้วย คณิตศาสตร์ 3 รหัสวิชา ค 32101 และคณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค 32102 ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้เนื้อหาในรายวิชา คณิตศาสตร์ 3 รหัสวิชา ค 32101 ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

1.4.1 คำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์ 3 รหัสวิชา ค 32101

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ ได้กำหนดรายวิชา คณิตศาสตร์ 3 รหัส ค 32101 ไว้ดังนี้ คำอธิบายรายวิชา คณิตศาสตร์ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 เวลาเรียน 40 ชั่วโมง/ ภาคเรียน จำนวน 1.0 หน่วยกิต โดยให้ศึกษา ฝึกทักษะ การคิดคำนวณ และฝึกการแก้ปัญหาในสาระเรื่องลำดับ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรม ความน่าจะเป็น กฎเกณฑ์

เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ โดยใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม รู้จักใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหาให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ ใช้ภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน เพื่อให้เกิดความรู้ ความเข้าใจ สามารถเชื่อมโยงและนำความรู้ หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน รวมทั้งเห็นคุณค่า และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง ประกอบด้วย

ตัวชี้วัด ค 4.1 ม.4-6/ 4, ม.4-6/5 ค 4.2 ม.4-6/ 6 ค 5.2 ม.4-6/ 2 ค 5.3 ม.4-6/ 2 ค 6.1 ม.4-6/ 1, ม.4-6/2, ม.4-6/3, ม.4-6/4, ม.4-6/5, ม.4-6/6 จำนวน 11 ตัวชี้วัด

1.4.2 โครงสร้างหน่วยการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 รายวิชาคณิตศาสตร์ 3 รหัสวิชา ค 32101

ผู้วิจัยได้ศึกษาโครงสร้างหน่วยการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 รายวิชาคณิตศาสตร์ 3 รหัส ค 32101 ตามหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ พุทธศักราช 2553 ดังรายละเอียดดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 หน่วยการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ รายวิชา คณิตศาสตร์ 3 รหัส ค 32101

ที่	หน่วยการเรียนรู้	ตัวชี้วัด (รหัสตัวชี้วัด)	สาระการเรียนรู้
1	ลำดับและอนุกรม	- เข้าใจความหมายของลำดับ และหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด (ค 4.1 ม.4-6/4) - เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต และลำดับเรขาคณิต หาพจน์ต่าง ๆ ของลำดับเลขคณิตและลำดับ	- ลำดับและการหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด - ลำดับเลขคณิต และลำดับเรขาคณิต

ตารางที่ 1 (ต่อ)

ที่	หน่วยการเรียนรู้	ตัวชี้วัด (รหัสตัวชี้วัด)	สาระการเรียนรู้
		เรขาคณิต และนำไปใช้ (ค 4.1 ม.4-6/5)	- อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต
		- เข้าใจความหมายของผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตร และนำไปใช้ (ค 4.2 ม.4-6/6)	
2	ความน่าจะเป็น	- อธิบายการทดลองสุ่มเหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และนำผลที่ได้ไปใช้คาดการณ์ ในสถานการณ์ที่กำหนดให้ (ค 5.2 ม. 4-6/2)	- กฎเกณฑ์เบื้องต้น เกี่ยวกับการนับ - การทดลองสุ่ม - แซมเปิลสเปซ - เหตุการณ์
		- ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็น ช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา (ค 5.3 ม.4-6/2)	- ความน่าจะเป็นของ เหตุการณ์

จากหน่วยการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ 3 ค 32101
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ ผู้วิจัยใช้หน่วยการเรียนรู้ ลำดับ และอนุกรม
โดยนำตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัย ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 หน่วยการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ รายวิชา คณิตศาสตร์ 3 รหัส ค 32101
ที่ใช้ในการวิจัย

ที่	หน่วยการเรียนรู้	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้
1	ลำดับและอนุกรม	- เข้าใจความหมายของลำดับ และหาพจน์ทั่วไปของลำดับ จำกัด (ค 4.1 ม.4-6/4) - เข้าใจความหมายของลำดับ เลขคณิตและลำดับ เรขาคณิต หาพจน์ต่าง ๆ ของลำดับเลขคณิต และลำดับเรขาคณิต และ นำไปใช้ (ค 4.1 ม.4-6/5)	- ลำดับและการหา พจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด - ลำดับเลขคณิต และ ลำดับเรขาคณิต

2. การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องของนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึง การสอน วิธีสอน รูปแบบการสอนของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยด้วยคำที่แตกต่างกัน แต่มีความหมายเดียวกัน ผู้วิจัยจึงขอใช้คำว่า การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย และการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย แทนการจัดการเรียนรู้ดังกล่าว ดังนี้

2.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

2.1.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นการสอนที่เน้นการพัฒนาทักษะกระบวนการ ซึ่งเป็นทักษะที่เกี่ยวข้องกับวิธีดำเนินการต่าง ๆ การสืบเสาะแสวงหาความรู้ วิธีคิดหาคำตอบ และเหตุผลของคำตอบ ซึ่งมีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ ดังนี้

Enggen, Kauchak and Harder (1979, pp. 115-128) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นวิธีสอนที่ครูจะเป็นผู้บรรยายข้อมูลต่าง ๆ แล้วให้ผู้เรียนซักถาม และสังเกตลักษณะต่าง ๆ ของข้อมูลเหล่านั้นเพื่อนำไปเปรียบเทียบกับข้อมูลอื่น ๆ ซึ่งจะนำไปสรุปเป็นมโนทัศน์

Sidhu (1981, pp. 106-108) ได้ให้ความหมาย การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยว่าเป็นการสอนที่เป็นการมองจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรมและจากตัวอย่างไปสู่กฎเกณฑ์ทั่ว ๆ ไป เป็นวิธีการที่จะสร้างกฎเกณฑ์โดยการนำตัวอย่างที่เป็นรูปธรรมเข้ามาช่วยวิธีการนี้เป็นพื้นฐานของการหาเหตุผลจากส่วนย่อยไปหาส่วนรวม ซึ่งมีจุดมุ่งหมายที่จะหาข้อเท็จจริงทั่ว ๆ ไป โดยจะแสดงให้เห็นว่าถ้ามันเป็นจริงในทุก ๆ กรณี สูตรหรือหลักการทั่ว ๆ ไป จะต้องผ่านกระบวนการให้เหตุผลและแก้ปัญหาซึ่งจะทำให้เกิดความมั่นใจแล้ว หลังยกตัวอย่างสิ่งที่เป็นรูปธรรมเกิดความเข้าใจแล้วนักเรียนก็สามารถที่จะประสบความสำเร็จในการหากฎเกณฑ์โดยทั่วไปได้

กรมวิชาการ (2544, หน้า 38) ได้ให้ความหมายของการสอนแบบอุปนัย (Inductive teaching) หมายถึง การสอนที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้การแก้ปัญหาจากส่วนย่อยไปหาส่วนรวม โดยได้ทำการศึกษา สังเกต ทดลองหรือเปรียบเทียบกรณีเหมือนกันหรือคล้ายกัน แล้วนำมากำหนดเป็นข้อสรุป หลักการหรือกฎเกณฑ์การแก้ปัญหานั้น ๆ จุดมุ่งหมายของการสอนแบบอุปนัยคือ เพื่อให้นักเรียนได้ค้นพบกฎเกณฑ์หรือความจริงด้วยตนเองช่วยให้นักเรียนเป็นคนช่างสังเกต รู้จักคิดไตร่ตรองด้วยเหตุผล

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 148) ได้ให้ความหมายของวิธีสอนแบบอุปนัยว่าเป็นวิธีสอนที่ใช้กันมาช้านานตั้งแต่สมัยอริสโตเติลและได้รับการปรับปรุงพัฒนาขึ้นต่อ ๆ มา วิธีสอนแบบอุปนัยนี้จะเริ่มจากการที่ครูยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างให้นักเรียนสังเกต คิดพิจารณา ตัวอย่างเหล่านั้นอย่างมีเหตุมีผล ค้นหาแบบรูป แล้วสรุปเป็นกฎเกณฑ์หรือนัยทั่วไป

สุวิทย์ มูลคำ (2547, หน้า 39) ให้ความหมายการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยคือ กระบวนการที่ผู้สอนให้ผู้เรียนศึกษาจากรายละเอียดปลีกย่อยหรือจากส่วนย่อยไปหาส่วนใหญ่หรือกฎเกณฑ์ หลักการ ข้อเท็จจริงหรือข้อสรุปหลักการหรือกฎเกณฑ์ได้ด้วยตนเอง

ชนันท์ ธาตุทอง (2551, หน้า 196) ได้ให้ความหมายของการสอนแบบอุปนัยไว้ว่าเป็นการจัดการเรียนรู้รายละเอียดปลีกย่อย หรือจากส่วนย่อยไปหาส่วนใหญ่ กฎเกณฑ์ หลักการ ข้อเท็จจริง ข้อสรุป โดยการนำตัวอย่าง ข้อมูล เหตุการณ์ สถานการณ์ ปรากฏการณ์ที่มีหลักแฝงอยู่ ให้ผู้เรียนศึกษา สังเกต ทดลอง เปรียบเทียบ วิเคราะห์จนสามารถสรุปหลักการ กฎเกณฑ์ได้ด้วยตนเอง

ทิศนา แคมมณี (2554, หน้า 37) กล่าวว่า วิธีสอนโดยใช้การอุปนัย คือ กระบวนการที่ผู้สอนใช้ในการช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนด โดยการนำตัวอย่าง/ ข้อมูล/ ความคิด/ เหตุการณ์/ สถานการณ์/ ปรากฏการณ์ที่มีหลักการ/ แนวคิด ที่ต้องการสอน

ให้แก่ผู้เรียนแฝงอยู่มาให้ผู้เรียนศึกษาวิเคราะห์ จนสามารถดึงหลักการ/แนวคิดที่แฝงอยู่ออกมา เพื่อนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ต่อไป กล่าวอย่างสั้น ๆ ได้ว่า เป็นการสอนที่ให้ผู้เรียนสรุป หลักการจากตัวอย่างต่าง ๆ ด้วยตนเอง

ชนาธิป พรกุล (2554, หน้า 305) ได้กล่าวถึง การสอนบทเรียนแนะนำโดยใช้วิธีการ สอนแบบอุปนัย ซึ่งการอุปนัย (Induction) คือ กระบวนการหาความรู้ที่เริ่มจากข้อความ เฉพาะเรื่อง (Particular) ชุดหนึ่งดำเนินไปสู่ข้อสรุปทั่วไป (General) และข้อสรุปนั้นมีเนื้อความ เกินกว่าเนื้อความที่เป็นข้อตั้ง (Premise) ซึ่งยกมาเป็นฐานของการอุปนัย ซึ่งสำหรับครู ที่มีความคุ้นเคยกับวิธีสอนแบบอุปนัยจะบอกว่าเป็นวิธีสอนที่ครู หรือผู้เรียนช่วยกันยกตัวอย่าง มาหลาย ๆ ตัวอย่าง และทำการสังเกตตัวอย่างเหล่านั้น ค้นหาอะไรบางอย่างแล้วพบข้อสรุป การสอนกระบวนการคิดโดยใช้บทเรียนแนะนำด้วยวิธีอุปนัย ก็มีมีโนทัศน์ เช่นเดียวกัน

เวชฎุทธิ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 82) ได้กล่าวถึง ความหมาย การจัดการเรียนรู้ แบบอุปนัย เป็นการการสอนที่ผู้สอนจะยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้ผู้เรียนเห็นรูปแบบ โดยผู้เรียนจะต้องให้การสังเกตเพื่อหาลักษณะร่วมของตัวอย่างที่ผู้สอนนำเสนอเพื่อไปสู่ การหาข้อสรุป

จากที่กล่าวมา การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่มีการใช้ ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้ผู้เรียนได้พิจารณาเปรียบเทียบ วิเคราะห์ เพื่อหาข้อสรุปของ ตนเอง ซึ่งเป็นองค์ความรู้ที่เกิดจากครูเป็นผู้ชี้แนะแนวทางและนักเรียนเป็นผู้ค้นหาด้วยความรู้ ด้วยตนเองด้วยกระบวนการคิดสังเคราะห์

2.1.2 ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย

การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยเป็นการจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียน นำข้อสรุป ข้อค้นพบ ไปใช้ในการแก้ปัญหาและสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีนักการศึกษา และหน่วยงานทางการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

กรมวิชาการ (2544, หน้า 39) ได้ให้ความหมายของการสอนแบบนิรนัยเป็นการสอน ที่ตรงกันข้ามกับการสอนแบบอุปนัย คือ วิธีสอนแบบนี้จะสอนให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยการเริ่มจาก การนำกฎเกณฑ์ นิยาม ข้อสรุป สูตร หรือหลักการต่าง ๆ ที่เราทราบแล้วนำมาใช้เพื่อที่จะ แก้ปัญหาเรื่องใหม่

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 23) ได้กล่าวถึง ความหมายของ การสอนนิรนัย คือ กระบวนการที่ผู้สอนจัดการเรียนรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับ กฎ ทฤษฎี หลักเกณฑ์ ข้อเท็จจริงหรือข้อสรุปตามวัตถุประสงค์ในบทเรียนจากนั้นจึงให้ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง หรือ

อาจให้ผู้เรียนฝึกนำทฤษฎี หลักการ หลักเกณฑ์กฎหรือข้อสรุปไปใช้ในสถานการณ์ที่หลากหลาย หรืออาจเป็นลักษณะให้ผู้เรียนหาหลักฐานเหตุผลมาพิสูจน์ยืนยันทฤษฎี กฎหรือข้อสรุปเหล่านั้น การจัดการเรียนรู้แบบนี้จะช่วยให้ผู้เรียนเป็นคนมีเหตุผล ไม่เชื่ออะไรง่าย ๆ และมีความเข้าใจ ในกฎเกณฑ์ ทฤษฎี ข้อสรุปเหล่านั้นอย่างลึกซึ้งซึ่งการสอนแบบนี้อาจกล่าวได้ว่า เป็นการสอน จากทฤษฎีหรือกฎไปสู่ตัวอย่างที่เป็นรายละเอียด

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 148) ได้ให้ความหมายของวิธีสอนแบบนิรนัยว่าเป็นวิธีสอนที่เริ่มต้นจากการนำนัยทั่วไป กฎหรือสูตรที่ทราบอยู่แล้วมาตรวจสอบข้อเท็จจริง แล้วนำมาใช้ในการแก้ปัญหาใหม่และเกิดข้อสรุปใหม่ขึ้น

ฉันท ชาติทอง (2551, หน้า 198) ให้ความหมายของการสอนแบบนิรนัยว่าเป็นการจัดการเรียนรู้โดยให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจในหลักเกณฑ์ กฎ กติกา แนวคิด ทฤษฎี ข้อเท็จจริง หรือข้อสรุป จากนั้นจึงผู้เรียนนำสิ่งที่ได้ไปใช้ ในสถานการณ์ต่าง ๆ พร้อมยกตัวอย่างประกอบ

ชนาธิป พรกุล (2554, หน้า 312) ได้ให้ความหมายของการสอนบทเรียนแนะนำด้วยวิธีนิรนัยไว้ว่า การนิรนัย (Deduction) เป็นกระบวนการหาความรู้วิธีหนึ่ง เมื่อรู้กฎ หรือ ข้อความรู้แล้วศึกษาหาตัวอย่างหรือหลักฐานมาสนับสนุนกฎนั้น วิธีสอนแบบนิรนัยเป็นวิธีสอนที่ครูบอก กฎ/ หลักการ/ ข้อสรุป แล้วจึงยกตัวอย่างเพื่อยืนยันความเป็นจริงของกฎ การสอน กระบวนการคิดโดยใช้บทเรียนแนะนำด้วยวิธีนิรนัยก็มีวิธีการเช่นเดียวกัน

ทิศนา แคมมณี (2554, หน้า 31) ได้ให้ความหมายของการสอนแบบนิรนัยไว้ว่าเป็นกระบวนการที่ผู้สอนใช้ในการช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนด โดยการช่วยให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎี หลักการ กฎ หรือข้อสรุปในเรื่องที่เรียนแล้ว จึงให้ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างเกี่ยวกับการใช้ทฤษฎี/ หลักการ/ กฎ หรือข้อสรุปนั้น ๆ อย่างลึกซึ้งขึ้น หรือกล่าวสั้น ๆ ได้ว่า เป็นการสอนจากหลักการไปสู่ตัวอย่างย่อย ๆ

จากที่กล่าวมา สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยเป็นกระบวนการสอนที่ให้ผู้เรียนนำข้อสรุป กฎเกณฑ์ ไปใช้ในสถานการณ์ที่หลากหลายเพื่อตรวจสอบข้อสรุป กฎเกณฑ์ ทำให้เกิดความรู้ใหม่จากการแก้สถานการณ์ที่หลากหลาย

2.1.3 ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

จากการศึกษาแนวคิดของนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย และการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ไว้ดังนี้

การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่มีการใช้ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้ผู้เรียนได้พิจารณาเปรียบเทียบ วิเคราะห์ เพื่อหาข้อสรุปของตนเอง

ซึ่งเป็นองค์ความรู้ที่เกิดจากครูเป็นผู้ชี้แนะแนวทางและนักเรียนเป็นผู้ค้นหาด้วยความรู้ด้วยตนเอง ด้วยกระบวนการคิดสังเคราะห์

การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย เป็นกระบวนการสอนที่ให้ผู้เรียนนำข้อสรุป กฎเกณฑ์ ไปใช้ในสถานการณ์ที่หลากหลายเพื่อตรวจสอบข้อสรุป กฎเกณฑ์ ทำให้เกิดความรู้ใหม่ จากการแก้สถานการณ์ที่หลากหลาย ซึ่งช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนด ฝึกให้ผู้เรียนเป็นคนมีเหตุผลสามารถนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ ได้ งานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกันเพื่อนำไปพัฒนา ผู้เรียนจึงสรุปความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เป็นการจัดการกิจกรรมการเรียน ที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ข้อสรุป กฎเกณฑ์ จากการวิเคราะห์ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เป็นการเรียนรู้แบบค้นหาข้อสรุปด้วยตนเอง มีการตรวจสอบความถูกต้องของข้อสรุป กฎเกณฑ์ และนำไปใช้กับสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างแท้จริง ทำให้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

2.2 วัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

2.2.1 วัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นการสอนเพื่อพัฒนาการคิดวิเคราะห์เพื่อให้เกิดการคิดสังเคราะห์ของผู้เรียน ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงวัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2530, หน้า 82) ได้กล่าวถึง วัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ดังนี้

1. เพื่อช่วยให้นักเรียนค้นพบกฎเกณฑ์ที่สำคัญด้วยการสังเกตตัวอย่างที่มีจำนวนมากเพียงพอแล้วกำหนดนัยทั่วไป
2. เพื่อช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจแจ่มแจ้งและรู้จักสัมพันธ์ความคิด
3. เพื่อช่วยให้นักเรียนเป็นคนช่างสังเกต รู้จักคิดและไตร่ตรองด้วยเหตุผล และหาข้อสรุปด้วยตนเองไม่จำเป็นต้องขึ้นอยู่กับผู้สอนเสมอไป

ชนัท ธาตุทอง (2551, หน้า 196) ได้กล่าวถึง วัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยว่า เพื่อให้ผู้เรียนฝึกทักษะการสังเกต คิดวิเคราะห์ ทำให้เกิดการเรียนรู้ และสามารถสรุปหรือค้นพบ หลักการ กฎเกณฑ์ ประเด็นสำคัญ หรือความจริงด้วยตนเอง

ทิตนา เขมมณี (2554, หน้า 251) ได้กล่าวถึง วัตถุประสงค์ของรูปแบบการสอน กระบวนการคิดอุปนัย มีวัตถุประสงค์เพื่อมุ่งพัฒนากระบวนการคิดแบบอุปนัยของนักเรียน ช่วยให้นักเรียนใช้กระบวนการคิดดังกล่าวในการสร้างมโนทัศน์และประยุกต์ใช้มโนทัศน์ต่าง ๆ ได้

และวัตถุประสงค์ของวิธีสอนโดยใช้การอุปนัยว่าเป็นวิธีการที่มุ่งช่วยให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์สามารถจับหลักการ หรือประเด็นสำคัญได้ด้วยตนเอง ทำให้เกิดการเรียนรู้หลักการ/แนวคิดหรือข้อความรู้ต่าง ๆ อย่างเข้าใจ

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทธขจร (2555, หน้า 83) ได้กล่าวถึง วัตถุประสงค์ของการสอนแบบอุปนัย ดังนี้

1. เพื่อให้นักเรียนค้นพบข้อสรุปหรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ จากการสังเกตตัวอย่างที่มีจำนวนมากเพียงพอ
2. ช่วยให้นักเรียนได้มีการเชื่อมโยงความคิดและเกิดความเข้าใจที่แท้จริง
3. ช่วยให้นักเรียนรู้จักการคิดและไตร่ตรองด้วยเหตุผล และหาข้อสรุปด้วยตนเอง จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า วัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นการจัดการเรียนรู้เพื่อมุ่งส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง จากการฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์จากการได้รับการนำเสนอตัวอย่างที่หลากหลาย ๆ ตัวอย่าง ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่คงทน เนื่องจากการเรียนรู้ที่เกิดจากตนเอง

2.2.2 วัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย

การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยเป็นการสอนเพื่อพัฒนาการด้านทักษะการคิดแบบองค์รวมแล้วแยกย่อยเพื่อนำไปใช้ในสถานการณ์ ซึ่งวัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงวัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2530, หน้า 163) ได้กล่าวถึง วัตถุประสงค์ของการสอนแบบนิรนัย ดังนี้

1. ใช้สอนเมื่อต้องการแก้ปัญหายาก ๆ โดยใช้กฎหรือสูตรที่เรียนมาแล้ว
2. นักเรียนจะตัดสินใจเรื่องใดเรื่องหนึ่งได้จะต้องพิสูจน์ความจริง หรือวิเคราะห์ให้เสร็จสิ้นเสียก่อน

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2547, หน้า 23) ได้กล่าวถึง วัตถุประสงค์ของการสอนแบบนิรนัยว่า เป็นวิธีสอนเพื่อช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ทฤษฎี หลักการหรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ และสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่หลากหลายได้

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทธขจร (2555, หน้า 84) ได้กล่าวถึง วัตถุประสงค์ของการสอนแบบนิรนัย ดังนี้

1. ใช้สอนเมื่อต้องการแก้ปัญหายาก ๆ โดยใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือข้อสรุปที่เคยเรียนมาแล้ว

2. ให้นักเรียนสามารถนำทฤษฎี กฎ สูตร หรือข้อสรุป ไปประยุกต์ใช้ได้ถูกต้อง จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า วัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยเพื่อให้ผู้เรียน ได้นำกฎ ทฤษฎี ข้อสรุป ประเด็นความรู้ ที่มีการกำหนดไว้ให้ศึกษา นำไปสู่การใช้จริงเพื่อให้เกิด ความรู้ ความเข้าใจมากยิ่งขึ้น เช่น การทำแบบฝึกหัดเพื่อทดสอบความเข้าใจ การยกตัวอย่างจาก กฎ ทฤษฎี ข้อสรุป หลักการต่าง ๆ

2.2.3 วัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

จากการศึกษาวัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและการจัดการเรียนรู้ แบบนิรนัย ซึ่งเป็นการจัดการเรียนรู้เพื่อมุ่งส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง จากการฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์จากการได้รับการนำเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่คงทน เนื่องจากการเรียนรู้ที่เกิดจากตนเอง เพื่อให้ผู้เรียนได้นำกฎ ทฤษฎี ข้อสรุป ประเด็นความรู้ ที่มีการกำหนดไว้ให้ศึกษานำไปสู่การใช้จริงเพื่อให้เกิดความรู้ ความเข้าใจ มากยิ่งขึ้น เช่น การทำแบบฝึกหัดเพื่อทดสอบความเข้าใจ การยกตัวอย่างจากกฎ ทฤษฎี ข้อสรุป หลักการต่าง ๆ

ผู้วิจัยได้สรุปวัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ดังนี้

1. เพื่อเป็นการจัดการเรียนรู้เพื่อมุ่งส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง
2. เพื่อให้นักเรียนมีการฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์จากการได้รับการนำเสนอตัวอย่าง หลาย ๆ ตัวอย่าง ด้วยตนเอง
3. เพื่อให้นักเรียนสามารถนำกฎ ทฤษฎี ข้อสรุป ประเด็นความรู้ที่ผู้เรียนสรุป ด้วยตนเองและผ่านการตรวจสอบแล้ว ไปสู่การใช้จริงเพื่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจมากยิ่งขึ้น เช่น การแก้โจทย์ การยกตัวอย่างกฎ ทฤษฎี หรือหลักการต่าง ๆ

2.3 องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

2.3.1 องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

องค์ประกอบที่สำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ซึ่งมีนักการศึกษา กล่าวไว้หลายท่าน ดังนี้

สุวิทย์ มูลคำ (2547, หน้า 38) ได้นำเสนอ องค์ประกอบสำคัญของการจัดการเรียนรู้ แบบอุปนัย ดังนี้

1. ตัวอย่างข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์หรือปรากฏการณ์ ที่เป็นลักษณะย่อย ๆ ของหลักการ แนวคิด ทฤษฎีที่ต้องการให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้
2. การวิเคราะห์ตัวอย่าง ข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์หรือปรากฏการณ์ เพื่อสรุป เป็นหลักการ แนวคิด ทฤษฎีร่วมกัน

3. การสรุปหลักการ แนวคิดทฤษฎีที่ได้จากการวิเคราะห์

ฉันท ชาติทอง (2551, หน้า 196) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบของการสอนแบบอุปนัย ซึ่งประกอบด้วย

1. ตัวอย่างข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์ ปรากฏการณ์ ที่เป็นลักษณะย่อย ๆ ของหลักการ แนวคิด ทฤษฎีที่ต้องการให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้

2. การวิเคราะห์ร่วมกัน

3. การสรุปหลักการ แนวคิด ทฤษฎีที่ได้จากการวิเคราะห์

ทิตินา เขมมณี (2554, หน้า 37) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบที่สำคัญที่ขาดไม่ได้ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ดังนี้

1. มีตัวอย่าง/ ข้อมูล/ สถานการณ์/ เหตุการณ์/ ปรากฏการณ์/ ความคิดที่เป็นลักษณะย่อย ๆ ของสิ่งที่ต้องการให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้

2. มีการวิเคราะห์ตัวอย่างต่าง ๆ เพื่อหาหลักการที่ร่วมกัน

3. มีการสรุปหลักการและข้อสรุปที่มีลักษณะเป็นหลักการ/ แนวคิด ซึ่งสามารถนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ต่อไปได้

จากที่กล่าวมา องค์ประกอบที่สำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ประกอบด้วย มีตัวอย่าง/ ข้อมูล/ สถานการณ์/ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีการวิเคราะห์ตัวอย่าง/ ข้อมูล/ สถานการณ์/ ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ๆ และมีการสรุปหลักการ แนวคิด ซึ่งเป็นความรู้จากการวิเคราะห์นั้น ๆ สามารถนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ได้

2.3.2 องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้แบบนินัย

องค์ประกอบที่สำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบนินัย ซึ่งมีนักการศึกษา กล่าวไว้หลายท่าน ดังนี้

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 38) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบสำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบนินัย ดังนี้

1. ทฤษฎี หลักการ กฎ หรือข้อสรุปในเนื้อหาที่ต้องการให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้

2. ตัวอย่างสถานการณ์ที่หลากหลายที่สามารถนำทฤษฎี หลักการ กฎ หรือข้อสรุปในเนื้อหาที่ต้องการให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้นั้นไปใช้ได้

3. การฝึกนำทฤษฎีหลักการ กฎ หรือข้อสรุปในเนื้อหาที่ต้องการให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ออกไปใช้ในสถานการณ์ที่หลากหลาย

4. ผลการเรียนรู้ของผู้เรียนที่เกิดขึ้นจากการนำหลักการไปใช้

ฉันทน์ ธาตุทอง (2551, หน้า 196) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบของการสอนแบบนิรนัย ซึ่งประกอบด้วย

1. ทฤษฎี หลักการ กฎ กติกา ข้อเสนอ
2. ตัวอย่างสถานการณ์ที่นำทฤษฎี หลักการ กฎ กติกา ข้อเสนอไปใช้
3. การฝึกทักษะ

ทิสนา แคมมณี (2554, หน้า 37) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบที่สำคัญที่ขาดไม่ได้ของวิธีสอนนิรนัย ดังนี้

1. มีทฤษฎี/ หลักการ/ กฎ หรือข้อสรุปต่าง ๆ
2. มีตัวอย่างสถานการณ์ที่หลากหลายที่สามารถนำทฤษฎี/ หลักการ/ กฎ หรือข้อสรุปนั้นไปใช้ได้
3. มีการฝึกนำทฤษฎี/ หลักการ/ กฎ หรือข้อสรุปไปใช้ในสถานการณ์ที่หลากหลาย
4. มีผลการเรียนรู้ของผู้เรียนที่เกิดจากการนำหลักการไปใช้

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า องค์ประกอบที่สำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย คือ ต้องมีทฤษฎี หลักการ หรือข้อสรุปต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการตั้งเป้าหมายในการเรียนรู้ มีตัวอย่างสถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีการฝึกการใช้ทฤษฎี หลักการ ข้อเสนอเพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และมีการตรวจสอบผลของการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์นั้น ๆ

2.3.3 องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

จากการศึกษาองค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย และองค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยของนักการศึกษาหลายท่าน ผู้วิจัยได้สรุปองค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เป็นการจัดการเรียนรู้ที่มีองค์ประกอบ คือ

2.3.1.1 มีตัวอย่าง/ ข้อมูล/ สถานการณ์/ ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3.1.2 มีการวิเคราะห์ สรุปหลักการจากความรู้ที่วิเคราะห์ที่มีตัวอย่าง/ ข้อมูล/ สถานการณ์/ ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. มีการฝึกใช้ทฤษฎี หลักการเพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

4. มีการตรวจสอบผลของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์นั้น ๆ

2.4 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

2.4.1 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นการจัดการเรียนรู้เพื่อมุ่งให้เกิดทักษะการคิดวิเคราะห์สู่การสังเคราะห์ได้หลักการ กฎเกณฑ์ ข้อเสนอประเด็นต่าง ๆ ซึ่งเป็นข้อความรู้ที่ผู้เรียน

เป็นผู้ค้นพบด้วยตนเอง ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในความรู้นั้น ๆ และสามารถจดจำได้อย่างยาวนานเนื่องจากมีกระบวนการที่เกิดจากการคิดของตนเอง โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ที่ให้นักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้นำเสนอไว้ ดังนี้

Enggen et al. (1979, pp. 131-138) ได้เสนอขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยได้ 3 ขั้น ดังนี้

1. ขั้นวางแผน เป็นขั้นตอนของการกำหนดจุดประสงค์ของการเรียนหรือกำหนดแนวทางในการเรียน ตลอดจนจนถึงการจัดเตรียมตัวอย่างและอุปกรณ์ที่ใช้ในการเรียนการสอน
2. ขั้นดำเนินการสอน ในขั้นดำเนินการสอนนี้ยังได้จัดแบ่งกระบวนการสอนและการจัดกิจกรรมการสอนออกเป็น 3 ขั้นตามลำดับ ดังนี้

2.1 ขั้นเสนอตัวอย่าง ครูเสนอตัวอย่างที่หนึ่งให้นักเรียนดูพร้อมตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนสังเกตลักษณะ และคุณสมบัติของตัวอย่างที่แสดงให้ดู เมื่อนักเรียนได้สังเกตพบลักษณะและคุณสมบัติของตัวอย่างแล้ว ครูจะแสดงตัวอย่างที่สองพร้อมกับตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนได้สังเกตลักษณะและคุณสมบัติที่สองและเปรียบเทียบกับตัวอย่างที่หนึ่งว่า มีสิ่งใดเหมือนกันบ้างเมื่อนักเรียนค้นพบลักษณะที่เหมือนกันแล้ว ครูแสดงตัวอย่างที่สามและสี่ต่อไปเพื่อให้นักเรียนได้เปรียบเทียบกับตัวอย่างที่หนึ่งและสอง จนนักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ได้

2.2 ขั้นสรุป ในขั้นนี้นักเรียนจะนำลักษณะร่วมของแต่ละตัวอย่างมาสรุปเป็นความหมายของมโนทัศน์ด้วยตัวของนักเรียนเอง

2.3 ขั้นเสริมตัวอย่าง ในขั้นนี้เป็นการฝึกให้นักเรียนเกิดทักษะในการสร้างมโนทัศน์ครูอาจแสดงตัวอย่างอีกสองหรือสามตัวอย่าง เพื่อฝึกหัด จัดกลุ่มตัวอย่างพร้อมทั้งให้เหตุผลในการจัดไว้ด้วย

3. ขั้นประเมินผล ในขั้นนี้ครูอาจจะให้นักเรียนทำแบบทดสอบที่เตรียมไว้เพื่อประเมินว่านักเรียนได้บรรลุจุดประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่

กรมวิชาการ (2544, หน้า 38) ได้นำเสนอขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ดังนี้

1. ขั้นรวบรวมข้อมูล ในขั้นนี้ครูจะเสนอกรณีหรือตัวอย่างต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่ต้องการให้ค้นหาข้อสำคัญกรณีหรือตัวอย่างจะต้องมากพอที่จะทำให้นักเรียนได้แนวคิดเพื่อไปสรุปเป็นความรู้ได้
2. ขั้นสำรวจข้อมูล เป็นขั้นการนำข้อมูลมาแยกแยะข้อความสัมพันธ์ในรายละเอียดเพื่อหาองค์ประกอบร่วม ครูควรใช้เวลาในการสังเกตอย่างเร่งร่ำนักเรียนเพราะจะทำให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ไม่ชัดเจน

3. ขั้นค้นหารูปแบบ เมื่อนักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์หรือองค์ประกอบแล้ว ก็จะมองหาแบบเพื่อที่จะนำมาอธิบายความสัมพันธ์นั้น

4. ขั้นสรุป นักเรียนจะสรุปรูปแบบที่ค้นพบแล้วกำหนดเป็นกฎเกณฑ์ นิยาม หลักการ ข้อสรุป หรือสูตร และอาจจะตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้งก็ได้

สวิตช์ มูลคำ (2547, หน้า 39) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ เป็นการเตรียมตัวนักเรียน ทบทวนความรู้เดิมหรือปูพื้นฐานความรู้

2. ขั้นเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ผู้สอนนำเสนอตัวอย่างข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์

ปรากฏการณ์หรือแนวคิดให้ผู้เรียนได้สังเกตลักษณะและคุณสมบัติของตัวอย่างเพื่อพิจารณา

เปรียบเทียบสรุปเป็นหลักการ แนวคิดหรือกฎเกณฑ์ ซึ่งการเสนอตัวอย่างควรเสนอ

หลาย ๆ ตัวอย่างให้มากพอที่ผู้เรียนจะสามารถสรุปเป็นหลักการหรือหลักเกณฑ์ต่าง ๆ ได้

3. ขั้นเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่ผู้เรียนทำการสังเกต ค้นหา วิเคราะห์ รวบรวม

เปรียบเทียบ ความคล้ายคลึงกันขององค์ประกอบในตัวอย่างแยกแยะข้อแตกต่างมองเห็น

ความสัมพันธ์ในรายละเอียดที่เหมือนกันต่างกัน ในขั้นนี้หากตัวอย่างที่ให้แก่นักเรียนเป็นตัวอย่าง

ที่ดี ครอบคลุมลักษณะหรือคุณสมบัติสำคัญ ๆ ของหลักการ ทฤษฎีก็ย่อมจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถ

ศึกษาและวิเคราะห์ได้ตรงตามวัตถุประสงค์ได้รวดเร็ว แต่หากนักเรียนไม่ประสบความสำเร็จผู้สอน

อาจให้ข้อมูลเพิ่มเติม หรือใช้วิธีกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดค้นต่อไปโดยการตั้งคำถามกระตุ้นแต่ไม่ควร

ให้ในลักษณะบอกคำตอบ เพราะวิธีสอนนี้มุ่งให้นักเรียนคิด ทำความเข้าใจด้วยตนเอง ควรให้

ผู้เรียนได้ร่วมกันคิดวิเคราะห์เป็นกลุ่มย่อยเพื่อจะได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน

โดยเน้นให้ผู้เรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการอภิปรายกลุ่มอย่างทั่วถึงและผู้สอนไม่ควรรีบร้อน

หรือเร่งเร้านักเรียนจนเกินไป

4. ขั้นสรุปกฎเกณฑ์ เป็นการให้ผู้เรียนได้นำข้อสังเกตต่าง ๆ จากตัวอย่าง

มาสรุปเป็นหลักการ กฎเกณฑ์ หรือนิยามด้วยตัวผู้เรียนเอง

5. ขั้นนำไปใช้ ในขั้นนี้ผู้สอนควรจะเตรียมตัวอย่างข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์

ปรากฏการณ์ หรือความคิดใหม่ ๆ ที่หลากหลายมาให้ผู้เรียนใช้ในการฝึกนำข้อสรุปไปใช้ หรือ

ผู้สอนอาจให้โอกาสผู้เรียนช่วยกันยกตัวอย่างจากประสบการณ์ของตนเองเปรียบเทียบก็ได้

เป็นการส่งเสริมให้นำความรู้ที่ได้รับไปใช้ในชีวิตประจำวันจะทำให้เกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง

ยิ่งขึ้น รวมทั้งเป็นการทดสอบความเข้าใจว่าหลักการที่ได้รับนั้น สามารถนำไปใช้แก้ปัญหา

หรือทำแบบฝึกหัดได้หรือไม่ หรือเป็นการประเมินว่าได้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่ นั่นเอง

ซึ่งสามารถสรุปได้เป็นขั้นตอน

ฉันทิ ธาตุทอง (2551, หน้า 196) ได้นำเสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้
ดังนี้

1. ขั้นเตรียม คือ เตรียมผู้เรียน ทบทวนความรู้เดิม และสร้างพื้นฐานความรู้
2. ขั้นเสนอตัวอย่าง คือ นำเสนอตัวอย่างข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์
ปรากฏการณ์ แนวคิด ให้นักเรียนสังเกตลักษณะและคุณสมบัติของสิ่งที่ครูนำเสนอ
3. ขั้นเปรียบเทียบ คือ นักเรียนรวบรวมข้อมูลที่ได้จากการสังเกต ค้นหา วิเคราะห์
ผู้สอนตั้งคำถาม เพื่อกระตุ้นนักเรียน นักเรียนเปรียบเทียบความคล้ายคลึง ความแตกต่าง
ขององค์ประกอบ สร้างความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่าง ๆ เหล่านั้น
4. ขั้นสรุปกฎเกณฑ์ คือ นักเรียนนำข้อสังเกตต่าง ๆ ที่ได้มาสรุปเป็นหลักการ
กฎเกณฑ์นิยาม ความคิดรวบยอดด้วยตนเอง
5. ขั้นนำไปใช้ คือ ผู้สอนเตรียมตัวอย่าง สถานการณ์หรือความคิดใหม่ ๆ
ที่หลากหลายให้นักเรียนฝึก ใช้ประสบการณ์ในชีวิตประจำวัน นำไปใช้ในสถานการณ์จริง
แลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน

ทิตินา เขมมณี (2554, หน้า 37) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนสำคัญของการจัดการเรียนรู้
แบบอุปนัย ดังนี้

1. ผู้สอน และ/ หรือ ผู้เรียนยกตัวอย่าง/ข้อมูล/สถานการณ์/ เหตุการณ์/
ปรากฏการณ์/ ความคิด ที่มีลักษณะสำคัญของสิ่งที่จะเรียนรู้ ซึ่งมีเทคนิคการเตรียมตัวอย่าง
โดยผู้สอนจำเป็นต้องเตรียมตัวอย่าง/ ข้อมูล/ สถานการณ์/ เหตุการณ์/ ปรากฏการณ์/ ความคิด
ที่มีหลักการ/ แนวคิด ที่ต้องการให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่แฝงอยู่ ตัวอย่างที่ควรประกอบด้วย
ลักษณะหรือคุณสมบัติย่อย ๆ ที่ครอบคลุมหลักการแนวคิดนั้น เช่น ถ้าต้องการให้ผู้เรียนได้เรียนรู้
ว่า “สัตว์เลื้อยคลานคืออะไร” ตัวอย่างที่ควรครอบคลุมคุณสมบัติสำคัญของสัตว์เลื้อยคลาน
หรือถ้าต้องการให้ผู้เรียนเข้าใจคำว่า “ข้อสัจสุจริต” ตัวอย่างที่ให้ก็ควรประกอบด้วยคุณสมบัติ
ต่าง ๆ ของความซื่อสัตย์สุจริต จะเห็นได้ว่า วิธีสอนในลักษณะนี้เป็นวิธีหลักในการสอนมโนทัศน์
และหลักการต่าง ๆ ซึ่งการที่จะช่วยให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดมาก ๆ จากตัวอย่างที่ให้ควรจะเป็น
ตัวอย่างที่น่าสนใจและท้าทายความคิด ความสามารถของนักเรียนคือ ต้องเป็นเรื่องที่ไม่ง่ายเกินไป
แต่ก็ไม่ยากจนเกินความสามารถ และตัวอย่างควรมีความหลากหลายและครอบคลุมลักษณะ
องค์ประกอบสำคัญของมโนทัศน์ แนวคิดหลักการนั้น นอกจากนั้นการตั้งประเด็นคำถามที่ตรงจุด
ตรงประเด็นและมีลักษณะที่ท้าทายความคิด จะช่วยจูงใจให้ผู้เรียนอยากคิด อยากหาคำตอบ
และอยากเรียนรู้เพิ่มขึ้น

2. ผู้เรียนศึกษาและวิเคราะห์หาหลักการที่แฝงอยู่ในตัวอย่างนั้น ซึ่งมีเทคนิคการเพิ่มประสิทธิภาพการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ตัวอย่างที่ให้กับนักเรียนหากเป็นตัวอย่างที่ครอบคลุมลักษณะหรือคุณสมบัติสำคัญ ๆ ของหลักการ/ แนวคิดนั้น ๆ และมีประเด็นคำถามที่สามารถนำนักเรียนไปสู่วัตถุประสงค์ที่ต้องการแล้ว ย่อมจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถศึกษาและวิเคราะห์ตรงวัตถุประสงค์อย่างรวดเร็ว แต่หากนักเรียนไม่ประสบความสำเร็จ หรือทำไม่ได้ไม่ถูกต้องผู้สอนสามารถใช้คำถามเพิ่มเติม หรือให้ข้อมูลเพิ่มเติมได้ แต่ไม่ควรให้ในลักษณะเป็นการบอกคำตอบ ผู้สอนพึงระลึกอยู่เสมอว่า วิธีสอนนี้มุ่งช่วยให้ผู้เรียนได้คิด ได้ทำความเข้าใจด้วยตนเอง จึงควรใช้วิธีกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดค้นต่อไป โดยการตั้งประเด็นคำถามเพิ่มเติม และควรให้ผู้เรียนได้ร่วมกันคิด ร่วมกันวิเคราะห์ เป็นกลุ่มย่อยเพื่อจะได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็น กระตุ้นและตรวจสอบความคิดของกันและกัน อันจะนำไปสู่ความคิดที่รอบคอบขึ้นและถูกต้องมากขึ้น อย่างไรก็ตาม การร่วมกันคิดเป็นกลุ่มนี้มีข้อเสียตรงที่ว่า ผู้เรียนที่เรียนรู้ได้ช้า มักจะถูกครอบงำหรือถูกข่มโดยนักเรียนที่เรียนรู้ได้เร็วกว่า ดังนั้น ผู้สอนจึงควรจัดให้ผู้เรียนได้มีเวลาในการคิดเป็นรายบุคคลก่อนที่จะอภิปรายกลุ่มย่อย และควรใช้เทคนิควิธีการต่าง ๆ ที่จะช่วยให้ผู้เรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการอภิปรายกลุ่มย่อย และควรใช้เทคนิควิธีการต่าง ๆ ที่จะช่วยให้ผู้เรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการอภิปรายกลุ่มย่อยอย่างทั่วถึง และเท่าเทียมกันพอสมควร

3. นักเรียนสรุปหลักการ/ แนวคิด ที่ได้จากตัวอย่างนั้น ซึ่งมีเทคนิคการให้ผู้เรียนสรุปและนำข้อสรุปไปใช้ โดยผู้สอนควรเตรียมตัวอย่าง สถานการณ์ใหม่ ๆ ที่หลากหลายมาให้นักเรียนใช้ในการฝึกความรู้ ข้อสรุปไปใช้ หรือผู้สอนอาจให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างจากประสบการณ์ก็ได้ การส่งเสริมให้ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้รับไปใช้ นอกจากจะเป็นการช่วยให้ความรู้เกิดประโยชน์ต่อชีวิตอย่างแท้จริงแล้ว ยังสามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจที่แน่นขึ้นลึกซึ้งขึ้น และยังเป็นโอกาสให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ใหม่ ๆ เพิ่มเติมขึ้นอีกด้วย

วีณา ประชากุล และคณะ (2554, หน้า 162-163) ได้นำเสนอขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอนคิดแบบคิดอุปนัย มีกระบวนการเรียนการสอน 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การเตรียม เป็นขั้นนำผู้เรียนเข้าสู่บทเรียน เพื่อเป็นพื้นฐานสำหรับที่จะรับความรู้ใหม่ก่อนที่จะเรียน

ขั้นที่ 2 การสอน ขั้นนี้เป็นขั้นที่ผู้สอนให้ตัวอย่างแก่นักเรียนจำนวนหลาย ๆ ตัวอย่างให้มากพอที่ผู้เรียนจะสังเกต พิเคราะห์และข้อสรุปจากตัวอย่างนั้น ๆ ได้ นอกจากการให้ตัวอย่างแล้วผู้สอนอาจจะให้ผู้เรียนสังเกตจากการทดลองด้วยตัวเองก็ได้

ขั้นที่ 3 การเปรียบเทียบ ขั้นนี้เป็นขั้นที่นักเรียนนำสิ่งที่ได้จากการพิจารณา
สังเกตตัวอย่างต่าง ๆ หรือจากการทดลองมาวิเคราะห์ แยกแยะข้อเหมือนกัน เพื่อนำไปสู่การสรุป
การให้คำนิยามและการตั้งเป็นกฎเกณฑ์ไว้

ขั้นที่ 4 การสรุป ขั้นนี้เป็นการสรุปจากตัวอย่างต่าง ๆ หรือการทดลอง
มาเป็นกฎเกณฑ์ นิยาม หรือสูตร

ขั้นที่ 5 การนำไปใช้ เป็นขั้นทดสอบผู้เรียนเกี่ยวกับความเข้าใจในกฎเกณฑ์
หรือขั้นที่สรุปได้ว่า สามารถนำไปใช้ในการทำแบบฝึกหัดหรือนำไปใช้ในการแก้ปัญหาอื่น ๆ
ที่คล้ายคลึงกันหรือไม่

จากการศึกษาขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย จากนักการศึกษาหลาย ๆ ท่าน
ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

Eggen et al. (1979)	กรมวิชาการ (2544)	สุวิทย์ มูลคำ (2546)	พนธ์ ธาตุทอง (2551)	ทิศนา ขัมมณี (2554)	วิद्या ประชากุล และคณะ (2554)	ผู้วิจัย
<p>1. ขั้นวางแผน</p> <p>เป็นการกำหนดจุดประสงค์ของการเรียนหรือกำหนดแนวทางในการเรียน การเตรียมตัวอย่าง</p>	-	<p>1. ขั้นเตรียมการ</p> <p>เป็นการเตรียมตัวนักเรียน ทบทวนความรู้เดิม หรือปูพื้นฐานความรู้</p>	<p>1. ขั้นเตรียม</p> <p>- เตรียมผู้เรียน ทบทวนความรู้เดิม สร้างพื้นฐานความรู้</p>	-	<p>1. การเตรียม</p> <p>เป็นขั้นที่นำผู้เรียนเข้าสู่บทเรียน สร้างพื้นฐานเดิมก่อนจะรับความรู้ใหม่</p>	<p>1. ขั้นเตรียมการ</p> <p>- ครูทบทวนความรู้เดิมและสร้างพื้นฐานความรู้โดยใช้วิธีการถาม-ตอบ และหาข้อสรุปของพื้นฐานความรู้</p>
<p>2. ขั้นตอนการสอน</p> <p>2.1 ขั้นเสนอตัวอย่างพร้อมตั้งคำถาม นักเรียนสังเกตลักษณะและคุณสมบัติของตัวอย่าง ที่หนึ่ง ที่สอง จนนักเรียนสามารถค้นพบแล้วสรุปมโนทัศน์ได้</p>	<p>1. ขั้นรวบรวมข้อมูล</p> <p>- ครูนำเสนอกรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณีหรือตัวอย่างมากพอที่จะทำให้ให้นักเรียนได้แนวคิดเพื่อไปสรุปความรู้</p> <p>2. ขั้นสำรวจข้อมูล</p> <p>- นักเรียนนำข้อมูลมาแยกแยะเพื่อหาความสัมพันธ์ หาตัวที่เหมือนหรือแตกต่างกัน</p>	<p>2. ขั้นเสนอตัวอย่าง</p> <p>เป็นขั้นที่ผู้สอนนำเสนอตัวอย่างข้อมูลสถานการณ์ เหตุการณ์ เพื่อให้นักเรียนได้สังเกตลักษณะหรือคุณสมบัติ</p> <p>หรือสรุปเป็นหลักการ</p>	<p>2. ขั้นเสนอตัวอย่าง</p> <p>นำเสนอตัวอย่างข้อมูลสถานการณ์ เหตุการณ์ แนวคิด ให้นักเรียนสังเกตลักษณะและคุณสมบัติ และสิ่งที่ครูนำเสนอ</p>	<p>1. ผู้สอนและ/หรือผู้เรียน</p> <p>ยกตัวอย่างข้อมูล/สถานการณ์/ปรากฏการณ์ที่มีลักษณะสำคัญของสิ่งที่จะเรียนรู้เป็นตัวอย่างที่มีหลักการ/แนวคิดที่ต้องการให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่แฝงอยู่</p>	<p>2. การสอน ผู้สอน</p> <p>ยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้ผู้เรียนสังเกต พิจารณาข้อสรุปจากตัวอย่างนั้น</p>	<p>2. ขั้นนำเสนอ</p> <p>- นำเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง และมากพอเพื่อให้ผู้เรียนพิจารณา ผู้สอนใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตลักษณะร่วม</p>

ตารางที่ 3 (ต่อ)

Eggen et al. (1979)	กรมวิชาการ (2544)	สุวิทย์ มูลคำ (2546)	มนต์ ชาติทอง (2551)	ทิตนา แชนมณี (2554)	วิภา ประชากุล และคณะ (2554)	ผู้วิจัย
	3. ชั้นค้นหารูปแบบ - นักเรียนค้นหา รูปแบบ เพื่ออธิบาย ความสัมพันธ์ที่ได้จาก รูปแบบนั้น	3. ชั้นเปรียบเทียบ ผู้เรียน สังเกต ค้นหา วิเคราะห์ รวบรวม เปรียบเทียบ ความคล้ายคลึงของ องค์ประกอบ ความสัมพันธ์ใน รายละเอียดที่เหมือนกัน ต่างกัน	3. ชั้นเปรียบเทียบ นักเรียนรวบรวม ข้อมูล ที่ได้จากการศึกษา ค้นคว้า วิเคราะห์ ผู้สอน ตั้งคำถามเพื่อกระตุ้น นักเรียนให้มี การเปรียบเทียบ	2. ผู้เรียนศึกษา และวิเคราะห์หลักการ ที่แฝงอยู่ในตัวอย่าง ที่นำเสนอ ครู อาจมีการใช้คำถาม เพิ่มเติมเพื่อกระตุ้น ให้ผู้เรียนคิดค้น สู่คำตอบด้วยตนเอง	3. การเปรียบเทียบ นักเรียนนำสิ่ง ที่สังเกตได้จาก ตัวอย่าง มาวิเคราะห์ แยกแยะข้อ เหมือนกัน หรือ แตกต่างกัน เพื่อนำไปสู่ ข้อสรุป	3. ชั้นเปรียบเทียบ - นักเรียนเปรียบเทียบ ตัวอย่าง และบันทึกผล ที่ได้จัดหมวดหมู่ ที่เหมือนหรือต่างกัน ตามความสัมพันธ์แบบใด
2. ชั้นดำเนินการสอน 2.2 ชั้นสรุป นำเอา ลักษณะร่วมของ แต่ละตัวอย่างมาสรุป ความหมายของมโนทัศน์ ด้วยตนเอง 2.3 ชั้นเสริมตัวอย่าง ฝึกทักษะในการสร้างมโนทัศน์ การฝึกการจัดกลุ่มตัวอย่าง	4. ชั้นสรุป - นักเรียนสรุป รูปแบบที่ค้นพบแล้ว กำหนดเป็นหลักการ กฎ นิยาม หลักการ ข้อสรุป หรือสูตร และอาจตรวจสอบ ความถูกต้องได้	4. ชั้นสรุปกฎเกณฑ์ นักเรียนนำข้อสังเกต ต่าง ๆ จากตัวอย่างมาสรุป เป็นหลักการ กฎเกณฑ์ หรือนิยามด้วยตัวผู้เรียนเอง	4. ชั้นสรุปกฎเกณฑ์ นักเรียนนำข้อสังเกต มาสรุปเป็นหลักการของ เป็นหลักการ กฎ นิยาม ความคิดรวบยอด ด้วยตนเอง	3. สรุปหลักการ/ แนวคิด ที่ได้จากการศึกษา วิเคราะห์ตัวอย่าง โดยผู้เรียนสรุปและนำ หลักการไปใช้ โดยครู เตรียมตัวอย่าง สถานการณ์ใหม่ เพื่อให้นักเรียน ได้ฝึกความรู้ ข้อสรุปไปใช้	4. สรุปน้อยทั่วไป สรุปจากตัวอย่าง ต่าง ๆ หรือ การทดลอง มาเป็นกฎเกณฑ์ นิยาม หรือสูตร	4. ชั้นสรุปและตรวจสอบ - นักเรียนนำ ข้อเปรียบเทียบมาเพื่อ สรุปเป็นหลักการของ ตนเอง พร้อมตรวจสอบ โดยการนำเสนอตัวอย่าง หรือทำแบบฝึกโดยแสดง เหตุผล แนวคิดในการหา คำตอบในสถานการณ์ ที่ครูกำหนด

ตารางที่ 3 (ต่อ)

Eggen et al. (1979)	กรมวิชาการ (2544)	สุวิทย์ มูลคำ (2546)	พนัธ ฐาตุทอง (2551)	ทศนา เขมมณี (2554)	วิภา ประชากุล และคณะ (2554)	ผู้วิจัย
3. ชั้นประเมินผล ให้นักเรียน ทำแบบทดสอบ เพื่อประเมินว่านักเรียน ได้บรรลุจุดประสงค์หรือไม่		5. ชั้นการนำไปใช้ การนำข้อสรุปที่ได้ เพื่อใช้ในชีวิตประจำวัน เพื่อให้มีความเข้าใจ มากยิ่งขึ้น เช่น การทำแบบฝึกทักษะ และการแก้ปัญหาต่าง ๆ	5. ชั้นนำไปใช้ ผู้สอนเตรียมตัวอย่าง สถานการณ์ หรือความคิดใหม่ ๆ ที่หลากหลายไปใช้		5. การนำไปใช้ เป็นชั้นทดสอบ ผู้เรียนเกี่ยวกับ กับความเข้าใจ ในกฎเกณฑ์ หรือสรุปได้ว่า สามารถนำไป ทำแบบฝึก หรือแก้ปัญหา ได้หรือไม่	

จากตารางที่ 3 การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ผู้วิจัยได้สรุปเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ ครูทบทวนความรู้เดิม และสร้างพื้นฐานความรู้ โดยใช้วิธีการถาม-ตอบและหาข้อสรุปของพื้นฐานความรู้เดิม
2. ขั้นนำเสนอ ครูนำเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง และมากพอเพื่อให้ผู้เรียนพิจารณา ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตลักษณะร่วม เช่น ตัวอย่างที่ 2 มีลักษณะเหมือนหรือแตกต่างกับตัวอย่างที่ 1 อย่างไร ตรงไหนบ้าง เพราะเหตุใด
3. ขั้นเปรียบเทียบ นักเรียนเปรียบเทียบตัวอย่างและบันทึกผลที่ได้ จัดหมวดหมู่ที่เหมือนหรือต่างกัน ตามความสัมพันธ์แบบใด
4. ขั้นสรุปและตรวจสอบ นักเรียนนำข้อเปรียบเทียบมาเพื่อสรุปเป็นหลักการของตนเอง พร้อมตรวจสอบโดยวิธีการนำเสนอตัวอย่าง หรือทำแบบฝึกทักษะพร้อมแสดงเหตุผลแนวคิดในการหาคำตอบสถานการณ์ที่ครูกำหนด

2.4.2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย

การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยเพื่อให้นักเรียนได้นำกฎ ทฤษฎี ข้อสรุป ประเด็นความรู้ที่มีการกำหนดไว้ให้ศึกษา หรือจากที่นักเรียนสรุปได้เองจากการเรียนรู้แบบอุปนัย นำไปสู่การใช้จริงเพื่อให้เกิดความรู้ ความเข้าใจมากยิ่งขึ้น เช่นการทำแบบฝึกหัดเพื่อทดสอบความเข้าใจการยกตัวอย่างจากกฎ ทฤษฎี ข้อสรุป หลักการต่างๆ โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ที่มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้นำเสนอไว้ ดังนี้

Eggen, Kauchak and Harder (1979, pp. 131 - 138) ได้เสนอขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยได้ 3 ขั้น ดังนี้

1. ขั้นวางแผน เป็นขั้นที่กำหนดจุดประสงค์ของการเรียนและการจัดเตรียมตัวอย่างที่จะนำไปใช้ในการประกอบการสอน
2. ขั้นดำเนินการสอน แบ่งออกเป็น 4 ขั้น
 - 2.1 ครูเสนอปัญหาและหลักการในการแก้ปัญหา
 - 2.2 ครูอภิปรายปัญหาต่าง ๆ ร่วมกับนักเรียน
 - 2.3 ครูแสดงตัวอย่างซึ่งเป็นหลักการและตัวอย่างซึ่งไม่ใช่หลักการเพื่ออภิปรายและวิเคราะห์ในห้องเรียน
 - 2.4 ครูให้นักเรียนหาตัวอย่างหลายตัวอย่างและเสนอตัวอย่างเหล่านั้นในห้องเรียน

3. ชั้นประเมินผล

3.1 จัดแบ่งตัวอย่างให้นักเรียน พร้อมทั้งให้นักเรียนบอกการนำตัวอย่างที่เป็นหลักการไปใช้

3.2 ชักถามนักเรียนเกี่ยวกับการนำหลักการไปใช้พยากรณ์หรืออ้างอิงให้นักเรียนยกตัวอย่างซึ่งเป็นหลักการและบอกวิธีการนำหลักการไปใช้

กรมวิชาการ (2544, หน้า 39) ได้เสนอ ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยไว้ดังนี้

1. ชั้นเตรียม เตรียมบทเรียน เตรียมการสอน และเร้าความสนใจของนักเรียนเป็นขั้นนำไปสู่บทเรียน

2. ชั้นสอน ประกอบด้วย

2.1 อธิบายหลักเกณฑ์หรือกฎต่าง ๆ ครูจะนำทฤษฎีหรือกฎเกณฑ์ คำนียามมาอธิบายให้นักเรียนเข้าใจและเขียนข้อสรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ลงบนกระดานดำ

2.2 ยกตัวอย่างหรือทดลองหรือพิสูจน์ให้เห็นจริงและให้นักเรียนลงมือปฏิบัติ เช่น ให้ยกตัวอย่างเพิ่มเติม หรือกระทำและทดลอง พิสูจน์ด้วยตนเอง

3. ชั้นสรุป ให้นักเรียนสรุปกฎเกณฑ์หรือทฤษฎีที่ครูอธิบายนั้นว่า เป็นความจริงทุกประการ ข้อสรุปที่ได้เป็นข้อสรุปที่ถูกต้อง

4. ขั้นนำไปใช้ ครูให้นักเรียนนำกฎเกณฑ์หรือทฤษฎีที่พิสูจน์ให้เห็นจริงแล้วไปใช้ในการทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม เพื่อให้เกิดความเข้าใจและทักษะดียิ่งขึ้น

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 24) ได้เสนอ ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยไว้ดังนี้

1. ชั้นกำหนดขอบเขตของปัญหา เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนโดยการเสนอปัญหาหรือระบุนสิ่งที่จะสอนในแง่ของปัญหา เพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะหาคำตอบปัญหาที่นำเสนอควรเกี่ยวข้องกับสถานการณ์ของชีวิตและเหมาะสมกับวุฒิภาวะของผู้เรียน

2. ชั้นแสดงและอธิบายทฤษฎี หลักการ เป็นการนำเอาทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปที่ต้องการมาให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ทฤษฎี หลักการนั้น

3. ชั้นใช้ทฤษฎี หลักการ เป็นขั้นที่นักเรียนจะเลือกทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปที่ได้รับจากการเรียนรู้ มาใช้ในการแก้ปัญหาที่ได้กำหนดไว้

4. ชั้นตรวจสอบและสรุป เป็นขั้นที่นักเรียนจะตรวจสอบและสรุปทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป หรือนิยามที่ใช้ว่าถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่ โดยอาจปรึกษาผู้สอน หรือค้นคว้าจาก

ตำราต่าง ๆ หรือจากการทดลอง ข้อสรุปที่ได้พิสูจน์หรือตรวจสอบว่าเป็นจริง จึงจะเป็นความรู้ที่ถูกต้อง

5. ชั้นฝึกปฏิบัติ เมื่อนักเรียนเกิดความเข้าใจในทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป พอสมควรแล้ว ผู้สอนเสนอสถานการณ์ใหม่ให้ผู้เรียนฝึกนำความรู้มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ ที่หลากหลาย

ฉันท ชาติทอง (2551, หน้า 198) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ซึ่งได้นำเสนอ 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดขอบเขตปัญหา โดยเสนอปัญหาหรือระบุน สิ่งที่จะเรียนรู้ในแง่มุมมองปัญหา ยั่วยุให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ กระตือรือร้น หาคำตอบ โดยกิจกรรมการเรียนรู้ คำนึงถึงวัย วุฒิภาวะของนักเรียน

ขั้นที่ 2 แสดง อธิบาย ทฤษฎี หลักการ นำทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป ที่ต้องการสอนมาให้นักเรียนได้เรียนรู้

ขั้นที่ 3 ใช้ทฤษฎีหรือหลักการ นักเรียนอาจเลือกทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปที่ได้รับจากการเรียนรู้มาใช้ในการแก้ปัญหา ที่กำหนดให้

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบและสรุปผล โดยให้นักเรียนตรวจสอบการสรุปทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป นิยาม

ขั้นที่ 5 ฝึกปฏิบัติ เมื่อนักเรียนเข้าใจทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป นิยาม อย่างดีแล้ว ผู้สอนเสนอสถานการณ์ใหม่ ให้นักเรียนฝึกการนำความรู้ ที่ได้รับมาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่

ทิศนา แคมมณี (2554, หน้า 31) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนสำคัญของการสอนแบบนิรนัย โดยเสนอเป็นขั้นตอนสำคัญ ดังนี้

1. ผู้สอนถ่ายทอดความรู้/ ทฤษฎี/ หลักการ/ กฎ/ ข้อสรุปที่ต้องการให้นักเรียนได้เรียนรู้ ด้วยวิธีการต่าง ๆ ตามความเหมาะสม
2. ผู้สอนให้ตัวอย่างสถานการณ์ใหม่ที่หลากหลาย ที่สามารถนำความรู้ที่ได้เรียนมาไปใช้
3. ผู้สอนให้นักเรียนฝึกปฏิบัตินำความรู้ ความเข้าใจที่เกิดขึ้นไปใช้ในสถานการณ์ใหม่
4. ผู้สอนให้นักเรียนวิเคราะห์และอภิปรายการเรียนรู้ที่เกิดขึ้น
5. ผู้สอนวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน

จากการศึกษาขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ผู้วิจัยได้สรุปจากความรู้ได้ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยจากขั้นตอนของนักการศึกษา ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบแบบนิรนัย

Eggen et al. (1979)	กรมวิชาการ (2544)	สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2546)	ฉันท ธาดุทอง (2551)	ทิศนา ข้ามมณี (2554)	ผู้วิจัย
1. ชั้นวางแผนเป็นขั้นที่ กำหนดจุดประสงค์ ของการเรียนรู้ และ การจัดเตรียมตัวอย่าง ที่จะนำไปใช้ในการ ประกอบการสอน	1. ชั้นเตรียม การเตรียม บทเรียน และเร้า ความสนใจของนักเรียน เป็นขั้นเข้าสู่บทเรียน	1. ชั้นกำหนดขอบเขต ของเนื้อหา นำเสนอ ปัญหาหรืออะะบู่สิ่งที่จะ สอนในแง่ของปัญหา เพื่อช่วยทำให้เกิด ความสนใจ	1. กำหนดขอบเขตปัญหา โดยเสนอปัญหา หรืออะะบู่ สิ่งที่จะได้ เรียนรู้ในแง่มุมมอง ปัญหา เพื่อช่วย ให้นักเรียนเกิด ความสนใจ	1. ผู้สอนถ่ายทอดความรู้/ ทฤษฎี/ หลักการ/ข้อสรุป ที่ต้องการให้ผู้เรียน ได้เรียนรู้ ด้วยวิธีการ ต่าง ๆ ที่เหมาะสม	1. ชั้นกำหนดข้อสรุป/ หลักการ/ นิยาม/ สูตร ที่จะนำไปใช้ ครูเสนอ ข้อสรุป หลักการ และ ตัวอย่าง ให้นักเรียน ร่วมกันอภิปราย เพื่อหาข้อสรุป หลักการที่จะนำมา แก้ปัญหาตัวอย่าง ที่กำหนดให้
2. ชั้นดำเนินการสอน 2.1 ครูเสนอปัญหา และหลักการแก้ปัญหา 2.2 ครูอภิปราย ปัญหาพร้อมกับนักเรียน 2.3 ครูแสดงตัวอย่าง ที่เป็นหลักการ และ ตัวอย่างซึ่งไม่ใช่หลักการ เพื่ออภิปราย และ วิเคราะห์	2. ชั้นสอน 2.1 อธิบายหลักเกณฑ์ หรือกฎเกณฑ์ที่ครูนำ ทฤษฎีหรือกฎเกณฑ์ คำนิยาม มาอธิบายให้ นักเรียนเข้าใจ 2.2 ยกตัวอย่าง หรือทดลองหรือพิสูจน์ ให้เห็นจริงและให้นักเรียน ลงมือปฏิบัติ	2. ชั้นแสดงและอธิบาย ทฤษฎี หลักการ โดยนำ หลักการ ทฤษฎี ข้อสรุป ที่ต้องการมาให้ผู้เรียน เกิดการเรียนรู้ทฤษฎี หลักการนั้น 3. ชั้นใช้ทฤษฎี หลักการ ผู้เรียนเลือกทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป ที่ได้รับการเรียนรู้มาใช้ ในการแก้ปัญหา ที่กำหนดไว้	2. แสดง อธิบาย ทฤษฎี หลักการ นำทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป ที่ต้องการสอนมาให้ นักเรียนได้เรียนรู้ 3. ใช้ทฤษฎีหรือหลักการ นักเรียนอาจเลือก ทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปที่ได้จาก การเรียนรู้ มาแก้ปัญหา ที่กำหนดให้	2. ผู้สอนยกตัวอย่าง สถานการณ์ใหม่ ที่หลากหลาย ที่สามารถนำความรู้ ที่ได้เรียนมาไปใช้	

ตารางที่ 4 (ต่อ)

Eggen et al. (1979)	กรมวิชาการ (2544)	สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2546)	พนิต ธาดุทอง (2551)	ทิศนา แชนมณี (2554)	ผู้วิจัย
<p>2.4 ครูให้นักเรียน หาตัวอย่างหลาย ตัวอย่าง และเสนอ ตัวอย่างเหล่านั้น ในห้องเรียน</p>	<p>3. ชั้นสรุป ให้นักเรียนสรุป กฎเกณฑ์หรือทฤษฎีที่ ครูอธิบายนั้นว่าเป็น ความจริงทุกประการ ข้อสรุปที่ได้เป็นข้อสรุป ที่ถูกต้อง</p>	<p>4. ชั้นตรวจสอบและสรุป ผู้เรียนจะตรวจสอบและ สรุปทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป หรือนิยามที่ใช้ว่า ถูกต้อง สมเหตุสมผล หรือไม่ โดยอาจปรึกษา กับผู้สอน หรือค้นคว้า จากตำราต่าง ๆ หรือจาก การทดลอง ข้อสรุปที่ได้ พิสูจน์หรือตรวจสอบว่า เป็นจริง</p>	<p>4. ตรวจสอบและสรุปผล โดยให้นักเรียนตรวจสอบ การสรุปทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป นิยาม</p>	<p>2. ชั้นตรวจสอบครู และ นักเรียนร่วมกัน ตรวจสอบข้อสรุป/ หลักการ/ นิยาม/ สูตร โดยนักเรียนและครู ร่วมกันใช้หลักการ ที่เลือกแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ เพื่อตรวจสอบว่า ข้อสรุป/ หลักการ/ นิยาม/ สูตร เป็นจริง หรือไม่</p>	<p>2. ชั้นตรวจสอบครู และ นักเรียนร่วมกัน ตรวจสอบข้อสรุป/ หลักการ/ นิยาม/ สูตร โดยนักเรียนและครู ร่วมกันใช้หลักการ ที่เลือกแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ เพื่อตรวจสอบว่า ข้อสรุป/ หลักการ/ นิยาม/ สูตร เป็นจริง หรือไม่</p>
<p>3. ชั้นประเมินผล 3.1 จัดแบ่งตัวอย่าง ให้นักเรียน พร้อมทั้งให้ นักเรียนบอกการนำ ตัวอย่างที่เป็นหลักการ ไปใช้</p>	<p>4. ชั้นนำไปใช้ ครูให้นักเรียนนำ กฎเกณฑ์หรือทฤษฎี ที่พิสูจน์ให้เห็นจริงแล้ว ไปใช้ในการทำ แบบฝึกหัดเพิ่มเติม เพื่อให้เกิดความเข้าใจ และทักษะดียิ่งขึ้น</p>	<p>5. ชั้นฝึกปฏิบัติ เมื่อผู้เรียน เข้าใจทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป พอสมควร แล้ว ผู้สอนเสนอ สถานการณ์ใหม่ ให้ผู้เรียนฝึกนำความรู้ มาประยุกต์ใช้</p>	<p>5. ฝึกปฏิบัติ เมื่อผู้เรียน เข้าใจทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป อย่างดีแล้ว ผู้สอน เสนอสถานการณ์ใหม่ ให้นักเรียนฝึกการนำ ความรู้ ที่ได้รับมา ประยุกต์ใช้</p>	<p>3. ผู้สอนให้ผู้เรียน ฝึกปฏิบัติ นำความรู้ ความเข้าใจที่เกิดขึ้น ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่</p>	<p>3. ชั้นนำไปใช้ฝึก นักเรียนนำข้อสรุป หลักการ นิยาม สูตร ที่กำหนดขึ้นไป แก้สถานการณ์ใหม่ ที่คล้ายกัน</p>

ตารางที่ 4 (ต่อ)

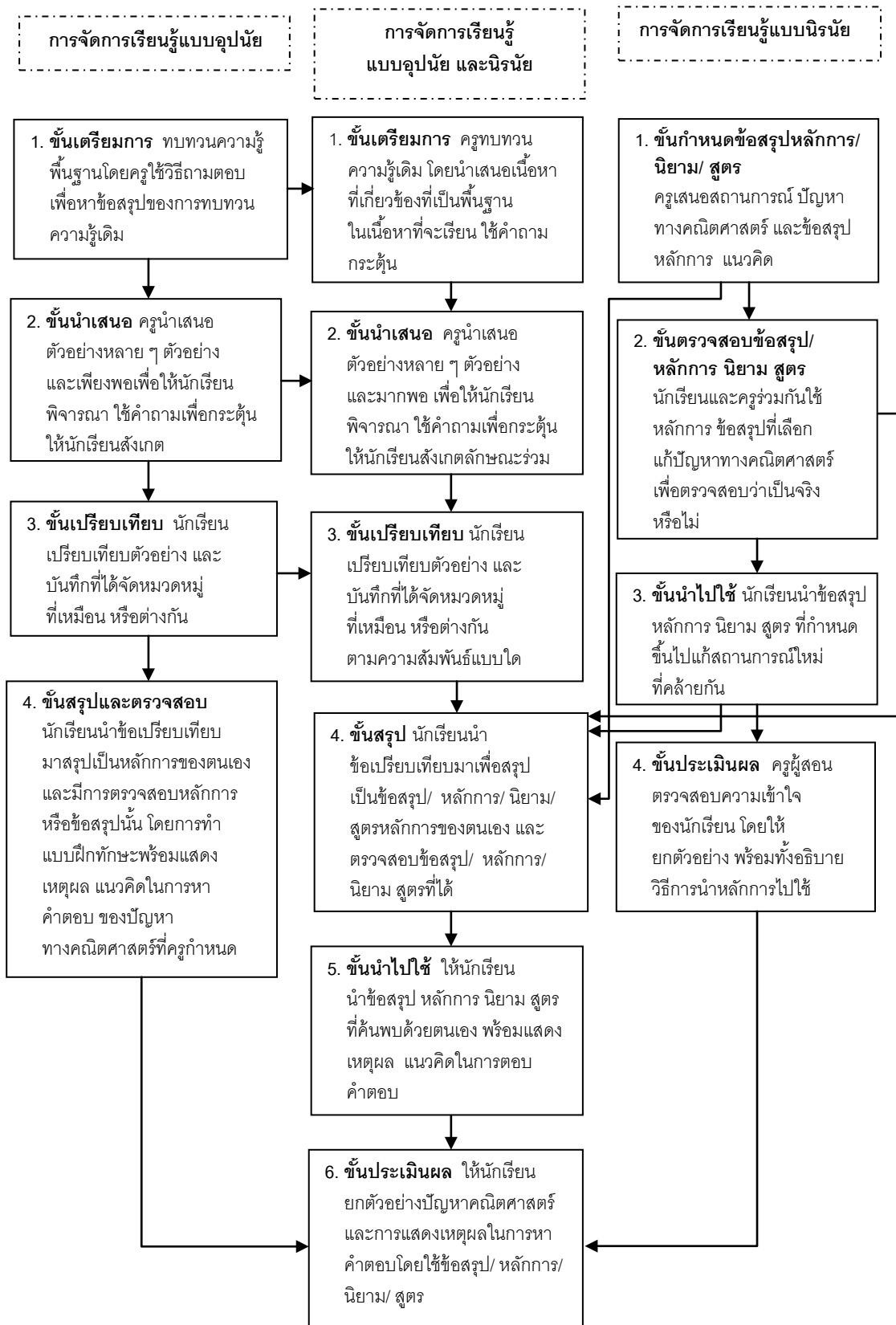
Eggen et al. (1979)	กรมวิชาการ(2544)	สุวิทย์-อรทัย มูลคำ (2546)	ฉันท ชาติทอง (2551)	ทศนา เขมมณี (2554)	ผู้วิจัย
<p>3. ชั้นประเมินผล</p> <p>3.2 ชักถามนักเรียน เกี่ยวกับการนำ หลักการไปใช้พยากรณ์ หรืออ้างอิงให้นักเรียน ยกตัวอย่าง ซึ่งเป็น หลักการและบอกวิธี การนำหลักการไปใช้</p> <p>3.3 ให้นักเรียน ยกตัวอย่าง ซึ่งเป็น หลักการ และ บอกวิธีการนำไปใช้ หลักการ</p>				<p>4. ผู้สอนให้ผู้เรียน วิเคราะห์ และอภิปราย การเรียนรู้ที่เกิดขึ้น</p> <p>5. ผู้สอนวัด และ ประเมินผลการเรียนรู้ ของผู้เรียน</p>	<p>4. ชั้นประเมินผล</p> <p>ครูตรวจสอบ ความเข้าใจของ นักเรียน โดยให้ นักเรียนยกตัวอย่าง พร้อมทั้งอธิบาย วิธีการนำหลักการ ไปใช้</p>

จากตารางที่ 4 ผู้วิจัยได้สรุปขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยเพื่อใช้การวิจัยครั้งนี้ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นกำหนดข้อสรุป/ หลักการ/ นิยาม/ สูตร ที่จะนำไปใช้ ครูเสนอข้อสรุป หลักการ และตัวอย่าง ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อหาข้อสรุป หลักการ ที่จะนำไปมาแก้ปัญหาตัวอย่างที่กำหนดให้ได้
2. ขั้นตรวจสอบ ครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบข้อสรุป/ หลักการ/ นิยาม/ สูตร โดยนักเรียนและครูร่วมกันใช้หลักการ ข้อสรุปที่เลือก แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อตรวจสอบว่า ข้อสรุป/ หลักการ/ นิยาม/ สูตร เป็นจริงหรือไม่
3. ขั้นนำไปใช้ฝึก นักเรียนนำข้อสรุป/ หลักการ/ นิยาม/ สูตร ที่กำหนดขึ้นไป แก้สถานการณ์ใหม่ที่คล้ายกัน
4. ขั้นประเมินผล โดยครูตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยให้นักเรียนยกตัวอย่าง พร้อมทั้งอธิบายวิธีการนำหลักการไปใช้

2.4.3 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ซึ่งเกิดจากผู้วิจัยได้ศึกษา และสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยจากแนวคิดของ Eggen et al., 1979, pp. 131-138; กรมวิชาการ, 2544, หน้า 38; สุวิทย์ มูลคำ, 2547, หน้า 39; สมัท ธาตุทอง, 2551, หน้า 196; ทิศนา ขัมมณี, 2554, หน้า 37; วิธนา ประชากุล และคณะ, 2554, หน้า 162-163 ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นเตรียมการ ขั้นนำเสนอ ขั้นเปรียบเทียบ ขั้นสรุป และตรวจสอบ และศึกษาสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยจากแนวคิดของ Eggen et al., 1979, pp. 131-138; กรมวิชาการ, 2544, หน้า 38; สุวิทย์ มูลคำ และคณะ, 2545, หน้า 24; สมัท ธาตุทอง, 2551, หน้า 198; ทิศนา ขัมมณี, 2554, หน้า 31 ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นกำหนด ขั้นตรวจสอบ ขั้นนำไปฝึก และขั้นประเมินผล ผู้วิจัยได้นำแนวคิดของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยมาสังเคราะห์หลอมรวมกันเป็นขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นเตรียมการ ขั้นนำเสนอ ขั้นเปรียบเทียบ ขั้นสรุป ขั้นนำไปใช้ และขั้นประเมินผล ดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนिरนัย

จากภาพที่ 2 ผู้วิจัยได้นำขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยสังเคราะห์เป็นขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย โดยมีขั้นตอน 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ ครูทบทวนความรู้เดิม โดยนำเสนอเนื้อหาที่เกี่ยวข้องที่เป็นพื้นฐานในเนื้อหาที่จะเรียน โดยใช้วิธีการถาม-ตอบ กระตุ้น
2. ขั้นนำเสนอ ครูนำเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้นักเรียนพิจารณาครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตลักษณะร่วม
3. ขั้นเปรียบเทียบ นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ เปรียบเทียบเพื่อหาลักษณะร่วมและบันทึกผลที่ได้ จัดหมวดหมู่ที่เหมือนหรือต่างกัน ตามความสัมพันธ์แบบใด
4. ขั้นสรุป นักเรียนนำข้อเปรียบเทียบมาหาข้อสรุป/ หลักการ/ นิยาม/ สูตร และตรวจสอบข้อสรุป หลักการ นิยาม สูตร ที่ได้
5. ขั้นนำไปใช้ นักเรียนนำข้อสรุป/ หลักการ/ นิยาม/ สูตร ที่ค้นพบ ไปใช้ในสถานการณ์พร้อมแสดงเหตุผลประกอบแนวคิดในการหาคำตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์
6. ขั้นประเมินผล ให้นักเรียนยกตัวอย่าง ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแสดงการใช้ข้อสรุป/ หลักการ/ นิยาม/ สูตร ที่ค้นพบในการให้เหตุผลประกอบแนวคิดการหาคำตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.5 ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

2.5.1 ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้กล่าวถึงข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนการสอนแบบอุปนัย ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 148) ได้กล่าวถึง ข้อดีและข้อจำกัดของวิธีสอนแบบอุปนัย ดังนี้

ข้อดี วิธีสอนแบบอุปนัยช่วยทำให้นักเรียนได้พัฒนาความคิด มีความเข้าใจอย่างต่อเนื่องมีความสนใจในการติดตาม ค้นหาเหตุผลและค้นพบข้อสรุปได้ด้วยตนเอง ทำให้มีความเข้าใจอย่างชัดเจนและจดจำได้นาน และสามารถนำวิธีการในการเรียนรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวัน

ข้อจำกัด วิธีสอนแบบอุปนัย ครูจะต้องเตรียมการสอนเป็นอย่างดีจึงต้องใช้เวลาในการเตรียมตัวมาก ครูจะต้องเข้าใจวิธีการสอนแบบนี้เป็นอย่างดีและชัดเจน สามารถยกตัวอย่างได้มากพอที่จะทำให้นักเรียนได้สังเกต คิด พิจารณาหาเหตุผลและสรุปเป็นนัยทั่วไปได้ ถ้าครูเตรียมตัวในการสอนไม่ดีก็จะทำให้เสียเวลาไปโดยเปล่าประโยชน์ นักเรียนจะไม่เข้าใจบทเรียนที่กำลังเรียนอยู่และทำให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่ายได้

สุวิทย์ มูลคำ (2547, หน้า 41) ได้กล่าวถึง ข้อดีและข้อจำกัดการเรียนรู้แบบอุปนัย มีดังนี้

ข้อดี

1. เป็นวิธีการที่ทำให้นักเรียนสามารถค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ทำให้เกิดความเข้าใจและจดจำได้นาน
2. เป็นวิธีการที่ฝึกให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการสังเกต คิดวิเคราะห์ เปรียบเทียบตามหลักตรรกศาสตร์และหลักวิทยาศาสตร์ สรุปด้วยตนเองมีเหตุผลอันจะเป็นเครื่องมือสำคัญของการเรียนรู้ ซึ่งใช้ได้ดีกับการสอนวิชาวิทยาศาสตร์
3. เป็นวิธีการที่นักเรียนได้ทั้งเนื้อหาความรู้และกระบวนการซึ่งนักเรียนสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการเรียนรู้เรื่องอื่น ๆ ได้

ข้อจำกัด

1. เป็นวิธีการที่ใช้เวลาค่อนข้างมาก อาจทำให้เกิดความเบื่อหน่าย
2. เป็นวิธีการที่อาศัยตัวอย่างที่ดีและครูต้องเข้าใจเทคนิควิธีสอนแบบนี้เป็นอย่างดี ต้องมีการเตรียมการที่รัดกุม ไม่ควรด่วนสรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ เสียเอง จึงจะทำให้การสอนเกิดสัมฤทธิ์ผล
3. เป็นวิธีการที่อาศัยทักษะพื้นฐานในการคิดและการทำงานเป็นกลุ่มของนักเรียน หากนักเรียนขาดทักษะดังกล่าวการสอนแบบนี้อาจไม่เกิดสัมฤทธิ์ผลเท่าที่ควร

ชนันท์ ธาตุทอง (2551, หน้า 199) ได้กล่าวถึง ข้อดีและข้อจำกัดของการสอนแบบอุปนัย ไว้ว่า

ข้อดี

1. ผู้เรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเอง
2. เข้าใจและจดจำได้นาน
3. พัฒนาทักษะการสังเกต คิดวิเคราะห์ เปรียบเทียบตามหลักตรรกศาสตร์วิทยาศาสตร์

4. ผู้เรียนสรุปการเรียนรู้ด้วยตนเองอย่างมีเหตุผล

5. เรียนรู้ได้ทั้งเนื้อหาและกระบวนการ

ข้อจำกัด

1. ใช้เวลาค่อนข้างมาก อาจทำให้ผู้เรียนเบื่อหน่าย
2. ผู้สอนต้องเตรียมตัวอย่างดีไม่ควรด่วนสรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ เอง
3. อาศัยทักษะพื้นฐานการคิดและทำงานเป็นกลุ่ม

ทิตินา แชมมณี (2554, หน้า 39) ได้กล่าวถึง ข้อดี ข้อเสียของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ว่า

ข้อดี

1. เป็นวิธีสอนที่นักเรียนสามารถค้นพบการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง จึงทำให้เกิดความเข้าใจและจดจำได้ดี
2. เป็นวิธีสอนที่ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ อันเป็นเครื่องมือสำคัญของการเรียนรู้
3. เป็นวิธีสอนที่นักเรียนได้ทั้งเนื้อหาความรู้ ได้แก่ หลักการ/ แนวคิด ฯลฯ และกระบวนการ ได้แก่ กระบวนการคิด ซึ่งนักเรียนสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการเรียนรู้เรื่องอื่น ๆ

ข้อจำกัด

1. เป็นวิธีสอนที่ใช้เวลาค่อนข้างมาก
 2. เป็นวิธีสอนที่อาศัยตัวอย่างที่ดีหากครูขาดความเข้าใจในการจัดเตรียมตัวอย่างที่ครอบคลุมลักษณะสำคัญ ๆ ของหลักการ/ แนวคิดที่สอน การสอนจะไม่ประสบผลสำเร็จ
 3. เป็นวิธีการสอนที่นักเรียนจะต้องคิดค้นหาคำตอบด้วยตนเอง หากนักเรียนขาดพื้นฐานในการคิด และการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม อาจไม่เกิดผลสัมฤทธิ์ตามต้องการ
- จากการศึกษาข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย จากที่นักการศึกษา กล่าวมา สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยมีข้อดี คือ นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง ได้ใช้กระบวนการคิดซึ่งเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นทักษะกระบวนการคิด ค้นพบหลักการข้อความรู้ด้วยตนเอง โดยมีปฏิสัมพันธ์โดยกระบวนการกลุ่ม ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่คงทน ในส่วนข้อจำกัดคือ เวลา ใช้เวลาไม่แน่นอนขึ้นอยู่กับศักยภาพนักเรียน บางครั้งต้องใช้เวลามาก ครูต้องเตรียมตัวเป็นอย่างดีเพื่อให้นักเรียนค้นพบหลักการ ประเด็นสรุปได้อย่างรวดเร็ว

2.5.2 ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบนिरนัย

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนการสอนแบบนिरนัย ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 148) ได้กล่าวถึง ข้อดีและข้อจำกัดของวิธีสอนแบบนिरนัย ดังนี้

ข้อดี สำหรับวิธีสอนแบบนี้ คือ ใช้เวลาน้อย เพราะนักเรียนสามารถนำกฎหรือสูตรที่เคยเรียนมาแล้วมาใช้ได้ ทำให้นักเรียนจำกฎหรือสูตรได้แม่นยำ ช่วยฝึกให้นักเรียนเป็นคนมีเหตุและผลไม่เชื่ออะไรง่าย ๆ โดยไม่มีการตรวจสอบหรือพิสูจน์ให้เห็นจริง ช่วยทำให้การแก้ปัญหาของนักเรียนมีประสิทธิภาพมากขึ้น

ข้อจำกัด ของวิธีสอนแบบนี้ คือ สามารถนำมาใช้สอนได้เฉพาะบางเนื้อหา และเป็นกรยากที่จะทำให้นักเรียนที่เริ่มเรียนเข้าใจกฎหรือสูตรที่เป็นนามธรรม ถ้านักเรียนจำสูตรไม่ได้ นักเรียนลืมหกฏหรือสูตรนั้น นักเรียนก็จะไม่สามารถแก้ปัญหานั้นได้

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 25) ได้กล่าวถึง ข้อดีและข้อจำกัดของการสอนแบบนิรนัย ไว้ดังนี้

ข้อดี

1. เป็นวิธีการที่ช่วยในการถ่ายทอดเนื้อหาสาระได้ง่าย รวดเร็วและไม่ยุ่งยาก
2. ใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ไม่มากนัก
3. ฝึกให้นักเรียนได้นำเอาทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปหรือนิยามไปใช้

ในสถานการณ์ใหม่ ๆ

4. ใช้ได้ผลดีในการจัดการเรียนรู้วิชาศิลปะศึกษาและคณิตศาสตร์
5. ฝึกให้นักเรียนมีเหตุผล ไม่เชื่ออะไรง่าย ๆ โดยไม่มีการพิสูจน์ให้เห็นจริง

ข้อจำกัด

1. เป็นวิธีการที่ใช้ได้เฉพาะบางเนื้อหา ส่งเสริมคุณค่าในการแสวงหาความรู้ และคุณค่าทางอารมณ์ค่อนข้างน้อย
2. เป็นวิธีการที่ครูต้องเตรียมตัวอย่าง สถานการณ์ ปัญหาที่ดีมีความชัดเจน และหลากหลายให้นักเรียนได้ฝึกทำ
3. นักเรียนบางส่วนอาจใช้วิธีการท่องจำมากกว่าการทำความเข้าใจอย่างแท้จริง ความจำจึงเป็นเรื่องจำเป็นและเป็นสิ่งสำคัญ ถ้านักเรียนลืมหกฏ กฎ สูตร ก็ไม่สามารถแก้ปัญหาคได้

พนัท ธาตุทอง (2551, หน้า 199) ได้กล่าวถึง ข้อดีและข้อจำกัดของการสอนแบบนิรนัย ไว้ว่า

ข้อดี

1. เป็นวิธีการที่ช่วยถ่ายทอดเนื้อหาสาระได้ง่าย รวดเร็วไม่ยุ่งยาก
2. ใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ไม่มาก
3. ฝึกให้นักเรียนนำทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป นิยาม ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ ฝึกการมีเหตุผล ไม่เชื่ออะไรง่าย ๆ โดยไม่มีการพิสูจน์

ข้อจำกัด

1. ใช้ได้เฉพาะบางเนื้อหา
2. น้อยมาก สำหรับการส่งเสริมให้นักเรียนแสวงหาความรู้และคุณค่าด้านอารมณ์

3. นักเรียนต้องเตรียมตัวอย่าง สถานการณ์ ปัญหาที่ดีและชัดเจน
 4. นักเรียนบางส่วนอาจใช้การท่องจำมากกว่าการทำความเข้าใจอย่างแท้จริง
- ทศนา แคมมณี (2554, หน้า 39) ได้กล่าวถึง ข้อดี ข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ดังนี้

ข้อดี

1. เป็นวิธีสอนที่ช่วยถ่ายทอดเนื้อหาสาระได้อย่างรวดเร็วและไม่ยุ่งยาก
2. เป็นวิธีสอนที่นักเรียนมีโอกาสได้ฝึกฝนการนำทฤษฎี/ หลักการไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ
3. เป็นวิธีสอนที่เอื้ออำนวยให้นักเรียนที่มีความสามารถหรือเรียนรู้ได้เร็วสามารถพัฒนา โดยไม่รอผู้เรียนที่ช้ากว่า

ข้อจำกัด

1. เป็นวิธีสอนที่ครูจำเป็นต้องเตรียมตัวอย่าง/ สถานการณ์/ ปัญหาที่หลากหลายมาให้ให้นักเรียนได้ฝึกทำ
2. เป็นวิธีสอนที่ขึ้นกับความเข้าใจและความสามารถของครูในการนำเสนอทฤษฎี หลักการ
3. เป็นวิธีสอนที่นักเรียนที่เรียนรู้ได้ช้า อาจจะไม่ทันเพื่อน และเกิดปัญหาในการเรียนรู้

จากการศึกษาข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย จากนักการศึกษาหลายท่านกล่าวไว้ มีข้อดี คือ ใช้เวลาในการจัดกิจกรรมน้อย ถ่ายทอดเนื้อหาได้อย่างรวดเร็ว แต่ขึ้นอยู่กับศักยภาพของนักเรียนที่ขาดทักษะพื้นฐานทางด้านกระบวนการคิด และข้อจำกัด คือ นักเรียนต้องมีการเตรียมตัวเป็นอย่างดีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยความรู้เดิมหรือข้อสรุป หลักการ ทฤษฎีที่เคยเรียนมาและขาดทักษะการทำงานเป็นกลุ่มเพราะเน้นการนำไปใช้ ครูต้องมีการเตรียมปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย และเหมาะสมกับนักเรียน แต่สามารถใช้ได้เฉพาะบางเนื้อหา นักเรียนบางส่วนอาจใช้วิธีท่องจำมากกว่าเข้าใจทำให้การเรียนรู้ไม่คงทน

2.5.3 ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

จากการศึกษาข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยของนักการศึกษาหลายท่าน ผู้วิจัยได้สรุปข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ดังนี้ ข้อดีของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย คือ นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง ได้ใช้กระบวนการคิด ค้นพบหลักการข้อความรู้ มีปฏิสัมพันธ์

โดยกระบวนการกลุ่ม ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่คงทน ข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย และนิรนัย คือ ใช้เวลาไม่แน่นอนขึ้นอยู่กับศักยภาพของผู้เรียน ครูต้องเตรียมตัวเป็นอย่างดี เพื่อให้ให้นักเรียนค้นพบและสรุปประเด็นความรู้ได้อย่างรวดเร็ว นักเรียนต้องมีการเตรียมตัวอย่างดี ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยความรู้เดิมหรือข้อสรุป หลักการที่เคยเรียนมาแล้ว ครูต้องมีการเตรียมปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายและเหมาะสมกับนักเรียน สามารถใช้ได้ เฉพาะบางเนื้อหา นักเรียนบางส่วนใช้วิธีท่องจำทำให้เกิดการเรียนรู้ที่ไม่คงทน

จากที่กล่าวมาผู้วิจัยจึงนำการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความหมายความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.1.1 ความหมายการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่ต้องพัฒนาเพื่อให้เกิดการเรียนรู้กับตัวนักเรียน ซึ่งมีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษา ได้ให้ความหมายการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ ดังนี้

ศรีสุรางค์ ทีนะกุล (2542, หน้า 46-47) ได้กล่าวถึง ความหมายการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นการเรียบเรียงข้อเท็จจริงที่มีอยู่ เป็นสื่อ นำให้จิตสามารถสร้างข้อเท็จจริงขึ้นมาใหม่ได้อีก หรือเห็นเกี่ยวกับข้อเท็จจริงใหม่ที่สร้างขึ้นมา การที่จิตของคนอีกคนหนึ่ง สามารถรับสื่อความหมายของข้อเท็จจริงใหม่ หรือเห็นพ้องด้วยกับข้อเท็จจริงใหม่ด้วยความสบายใจ หรือด้วยความยินดี ภาษาทางพระท่านพูดว่า เกิดญาณสื่อไปมาหากันและกันได้ กระบวนการของเหตุและผล โดยทั่วไปแล้วเป็นกระบวนการนำข้อความหรือปรากฏการณ์ที่เป็นเหตุ (อาจหลายอัน) นำมาแจกแจงแสดงความสัมพันธ์หรือความต่อเนื่องกัน เพื่อทำให้เกิดข้อความใหม่ หรือปรากฏการณ์ใหม่ เรียกว่า ผลสรุปหรือผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, หน้า 49-50) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/ หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ ข้อความ/ แนวคิด/ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

เวชทุทธิ อังกนะภักทขจร (2555, หน้า 114) ได้กล่าวถึง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบาย การหาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์ และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล และความสามารถในการพิจารณาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

อัมพร ม้าคนอง (2556, หน้า 9) ได้กล่าวถึง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical reasoning) เป็นการอธิบายความสัมพันธ์เชิงตรรก (Logical interconnections) ในทางคณิตศาสตร์ (Raimi, 2002) การให้เหตุผลมีความสำคัญมาก เนื่องจากในกระบวนการให้เหตุผลนักเรียนต้องให้การคิดหลายลักษณะ เช่น การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณ์ญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง

จากที่กล่าวมา สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อสรุป แนวคิด สถานการณ์ต่าง ๆ จากการหาความสัมพันธ์ เป็นข้อสรุปที่ถูกต้อง เพื่อการอธิบายสื่อความหมายแนวคิดในการหาความสัมพันธ์เชิงตรรกในทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อคาดการณ์ ข้อสรุป ข้อมูล ข้อเท็จจริง อย่างสมเหตุสมผล

3.1.2 ความหมายความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีสถาบันการศึกษา และ นักการศึกษาได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 49) ได้กล่าวถึง ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลากหลายที่มีความสำคัญดังนี้

1. หาข้อสรุปที่เป็นผลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์
2. ใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และในการอธิบายความคิดของตนเอง
3. เข้าใจและสามารถใช้กระบวนการให้เหตุผลในสถานการณ์เฉพาะใด ๆ
4. สร้าง ทดสอบ และประเมินข้อคาดการณ์และข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
5. ให้เหตุผลโดยใช้การอุปนัยและนิรนัยทางคณิตศาสตร์
6. ตรวจสอบและประเมินความคิดของตนเอง
7. เห็นคุณค่าและความสำคัญของการให้เหตุผล ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของคณิตศาสตร์ และสามารถนำไปใช้ได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 79) ได้เสนอว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถที่ต้องใช้การคิดวิเคราะห์

และใช้เหตุผลในการหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลที่กำหนด โดยเหตุผลที่ใช้อาจแสดงถึงแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง หลักการ ข้อคาดการณ์ หรือข้อสนับสนุนของข้อสรุปที่ได้ในเหตุการณ์นั้น ๆ

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 176) ได้กล่าวถึง ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความคิดสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิดและสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยงเพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

จากที่กล่าวมา สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิด มีการอ้างอิงความรู้ โดยใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ข้อเท็จจริง ข้อความ ข้อคาดการณ์ เพื่อแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบ ยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล ในการสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้องจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด โดยใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์ คิดสร้างสรรค์ และการหาความสัมพันธ์เชื่อมโยงเพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

3.2 รูปแบบของการให้เหตุผลในทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีรูปแบบการแสดงออกซึ่งเหตุและผลหลายรูปแบบ ดังที่มีนักวิชาการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้เสนอรูปแบบการให้เหตุผล ดังนี้

ศรีสุรางค์ ทีนะกุล (2542, หน้า 47-50) ได้กล่าวถึง รูปแบบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นกระบวนการของเหตุและผล แบ่งออกเป็น 2 รูปแบบ คือ

1. การให้เหตุผลนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผล ซึ่งเริ่มต้นด้วยเหตุใหญ่ (Major premise) และติดตามด้วยเหตุย่อย (Minor premise) เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ของเหตุใหญ่ และเหตุย่อยก็จะมีผลบังคับให้เกิดผลสรุป

2. เป็นกระบวนการของเหตุและผล ซึ่งส่วนที่เป็นเหตุประกอบด้วยเหตุหลายอันซึ่งอิสระจากกัน มีน้ำหนักและความสำคัญเท่า ๆ กัน เหตุทั้งหลายที่มีอยู่ไม่มีเหตุอันใดแสดงเป็นเหตุใหญ่ หรือเป็นการวางนัยทั่วไปไว้และในที่สุดเหตุเหล่านั้น ก็รวมตัวกันเองมาเป็นผลสรุปอยู่ในรูปของการวางนัยทั่วไป

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 40-53) ได้เสนอรูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็น 2 แบบ ซึ่งผู้วิจัยสรุปได้ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลาย ๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่า น่าจะถูกต้อง

น่าจะเป็นจริง มีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนั้นว่า ข้อความคาดการณ์ ถ้าต้องการยืนยันว่าข้อความคาดการณ์ที่ได้จากการให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นจริง ก็ต้องสืบเสาะค้นหาข้อเท็จจริงมาสนับสนุนให้มากพอ หรือแสดงเหตุผลที่ทำให้ยอมรับได้ว่าข้อความคาดการณ์นั้นเป็นจริง โดยการแสดงหรือการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งถ้าแสดงหรือพิสูจน์ได้ว่า ข้อความคาดการณ์เป็นจริงในกรณีทั่วไป ข้อความคาดการณ์นั้นจะเป็นทฤษฎีบท ในทางตรงกันข้าม ถ้าสามารถยกตัวอย่างค้าน ได้แม้เพียงกรณีเดียว ข้อความคาดการณ์นั้นจะเป็นเท็จทันที

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริง โดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้น เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่

เวทฤทธิ อังกะนภัทธขจร (2555, หน้า 114-118) ได้กล่าวถึง รูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงสถิติ (Statistical reasoning) การให้เหตุผลเชิงสถิติ เป็นการให้เหตุผลของนักเรียนที่เกิดจากการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดทางสถิติ และความสมเหตุสมผลของข้อมูลทางสถิติ

2. การให้เหตุผลเชิงตรรกะ (Logical reasoning) การให้เหตุผลเชิงตรรกะ เป็นการให้เหตุผลที่ใช้การคิดเชิงตรรกะประกอบการให้เหตุผล แบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้

2.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการใช้ข้อมูลหรือข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญ เพื่อนำไปสู่ในการสร้างหลักการใหม่ทางคณิตศาสตร์ หรือเป็นการพิจารณาตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วใช้เหตุผลสรุปทั่วไปหรือกฎเกณฑ์ทั่วไปของตัวอย่างเหล่านั้น

2.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งใช้หลักการ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท หรือข้อสรุปทั่วไปที่สมเหตุสมผล เพื่อนำไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย อาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลักในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์นั้น

3. การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical reasoning) การให้เหตุผลเชิงตัวเลข เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับตัวเลข แบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้

3.1 การระบุค่าของตัวแปร เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับที่มาของค่าของตัวแปรจากปัญหาสัดส่วน

3.2 การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข เป็นการให้เหตุผลจากการเปรียบเทียบอัตราส่วนหรือเศษส่วน

4. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial reasoning) การให้เหตุผลเชิงปริภูมิเป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์หรือความสัมพันธ์ของสิ่งที่ปรากฏในมิติต่าง ๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือรูปเรขาคณิต 3 มิติ

5. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional reasoning) การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงของปริมาณ 2 ปริมาณ การเปรียบเทียบอัตราส่วน หรือการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

6. การให้เหตุผลทางเรขาคณิต (Geometric reasoning) เป็นการให้เหตุผลทางเรขาคณิตหรือระดับการคิดทางเรขาคณิต เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับความสามารถในเนื้อหาเรขาคณิตของผู้เรียน

อัมพร ม้าคนอง (2557, หน้า 50-56) ได้กล่าวถึง รูปแบบของการให้เหตุผลคณิตศาสตร์ มีหลายรูปแบบ ซึ่งผู้วิจัยสรุปได้ ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงตรรก (Logical reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้การคิดเชิงตรรกประกอบด้วย การให้เหตุผล 2 ประเภท ดังนี้

1.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดอุปนัย ซึ่งเป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป การให้เหตุผลแบบนี้จึงใช้ข้อมูลที่เป็นจริงตามข้อมูลย่อย ๆ ไปสู่ข้อสรุปหรือความจริงทั่วไป หรือเป็นการมองเห็นตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างแล้วให้เหตุผลสรุปความสัมพันธ์ในรูปแบบทั่วไปของตัวอย่างเหล่านั้น หรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งว่าเป็นการหาความสัมพันธ์จากสมาชิกบางส่วนในกลุ่ม เพื่ออ้างอิงไปใช้กับสมาชิกส่วนอื่นของกลุ่มเดียวกัน

1.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบนิรนัย ซึ่งเป็นการคิดจากกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย การให้เหตุผลแบบนี้จึงเป็นการใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎหรือหลักเกณฑ์ทั่วไปที่ยอมรับกันว่าจริง โดยมีการพิสูจน์มาแล้ว เป็นหลักในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎหรือเกณฑ์นั้น

2. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วน ทั้งสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวน ตัวเลขและข้อมูลเชิงคุณภาพ เช่น การหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบจำนวน การเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วน การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมีหลายลักษณะ ดังต่อไปนี้

2.1 การให้เหตุผลเชิงคุณภาพ (Qualitative reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนและเศษส่วน เมื่อตัวเศษและ/หรือตัวส่วนของเศษส่วนเดิมเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม

2.2 การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับตัวเลข

3. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์หรือสิ่งที่ปรากฏในมิติต่าง ๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือทรง 3 มิติ และการให้เหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต ทั้งในมิติเดียวกันและมิติต่างกัน รวมถึงการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแปลงข้อมูลเชิงคุณภาพเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพเป็นภาพหรือทรงมิติต่าง ๆ เพื่อความเข้าใจที่ชัดเจนขึ้น

4. ความสามารถในการให้เหตุผลเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใด ๆ ส่วนหนึ่งขึ้นอยู่กับระดับการคิดเกี่ยวกับคิดทางเรขาคณิต และความสามารถในการให้เหตุผลเกี่ยวกับความน่าจะเป็นส่วนหนึ่งขึ้นอยู่กับระดับการให้เหตุผลเกี่ยวกับความน่าจะเป็น ดังนี้

4.1 ระดับการคิดทางเรขาคณิต เป็นระดับการคิดเกี่ยวกับเนื้อหาเรขาคณิตที่จะนำไปสู่การให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับเรขาคณิต

4.2 ระดับการให้เหตุผลเกี่ยวกับความน่าจะเป็น เป็นระดับที่ใช้จำแนกการให้เหตุผลเกี่ยวกับเนื้อหาเรื่องความน่าจะเป็น

จากการศึกษารูปแบบของการให้เหตุผล โดยนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาสรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลายรูปแบบ ดังนี้ 1) การให้เหตุผลเชิงสถิติ 2) การให้เหตุผลเชิงตรรกะ ซึ่งแบ่งออกเป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัย และการให้เหตุผลแบบนิรนัย 3) การให้เหตุผลเชิงตัวเลข 4) การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ 5) การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน แบ่งออกเป็น การให้เหตุผลเชิงคุณภาพ และการให้เหตุผลเชิงตัวเลข และ 6) การให้เหตุผลเกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งออกเป็นการให้เหตุผลทางเรขาคณิต และการให้เหตุผลเกี่ยวกับความน่าจะเป็น งานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำรูปแบบการให้เหตุผลเชิงตรรกะ (Logical reasoning) ซึ่งประกอบด้วย การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยการพิจารณาตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญเพื่อนำไปสู่ในการข้อสรุปทั่วไป หรือกฎเกณฑ์ทั่วไปของตัวอย่างเหล่านั้น และการให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งได้ข้อสรุปทั่วไปที่สมเหตุสมผลเพื่อนำไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย มาปรับใช้ในงานวิจัย

3.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ต้องคำนึงถึงองค์ประกอบหลายอย่าง โดยเฉพาะอย่างยิ่งทักษะการคิด ซึ่งผู้สอนควรจัดการเรียนรู้โดยให้โอกาสผู้เรียนนำเสนอแนวคิดของผู้เรียนแต่ละคนหรือแนวคิดของกลุ่มเป็นสิ่งสำคัญที่ผู้สอนควรปฏิบัติให้มีบ่อย ๆ ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผู้สอนควรให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนรู้จากการปฏิบัติกิจกรรมได้ฝึกทักษะและกระบวนการโดยการฝึกการสังเกต ฝึกให้เหตุผลและหาข้อสรุปต่าง ๆ ผู้สอนจึงต้องหารูปแบบหรือวิธีการสอนที่สามารถนำไปจัดให้เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลาเรียน และเหมาะสมต่อผู้เรียนเพื่อให้เกิดการพัฒนาในทักษะและกระบวนการ ซึ่งมีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้ให้แนวทางการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยในส่วนของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, หน้า 13-15) ได้ให้แนวทางการพัฒนาทักษะและกระบวนการให้เหตุผล ซึ่งผู้วิจัยสรุปประเด็นที่สำคัญได้ว่า การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยความเข้าใจไม่ใช่เพียงการสอนที่ครูอธิบายถึงที่มาของสูตร กฎ และแนวคิด การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนการให้เหตุผลต้องส่งเสริมและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบายเหตุผลสนับสนุนแนวคิดของตน ไม่ใช่การบอกกฎสูตร หรือวิธีการที่จดจำมา ผู้สอนต้องให้ความสำคัญกับที่มาของคำตอบมากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียวและบรรยากาศภายในชั้นเรียนควรเป็นกันเอง เปิดกว้างสำหรับการเสนอแนวคิด และซักถามข้อสงสัย กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นการให้เหตุผลไม่เพียงแต่จะเป็นพื้นฐานที่ดีสำหรับการศึกษาในระดับสูงขึ้นไป ประโยชน์ที่จะได้รับจากการสอดแทรกการให้เหตุผลในกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

1. การให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลเป็นโอกาสให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจเนื้อหาและแนวคิดอย่างถ่องแท้ อีกทั้งเป็นการทบทวนความรู้เดิม ช่วยเสริมสร้างความเข้าใจที่ถูกต้องอยู่แล้ว ให้สมบูรณ์และแก้ไขความเข้าใจที่ผิด ๆ
2. การสอนคณิตศาสตร์โดยสอดแทรกการให้เหตุผลช่วยให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์นักเรียนเป็นจำนวนมากมีความเชื่อที่ผิด ๆ ว่า คณิตศาสตร์คือการท่องจำกฎขั้นตอนวิธีการ และแสดงวิธีทำตามขั้นตอนวิธีที่จดจำมาเพื่อให้ได้คำตอบ ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีเพียงวิธีเดียวในการหาคำตอบที่ถูกต้อง ขั้นตอนวิธีในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกกำหนดไว้ตายตัว การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควบคู่ไปกับการให้เหตุผล ทำให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ และมองเห็นว่าคณิตศาสตร์มีเหตุผลมีผลอยู่ในตนเอง และไม่เกินความสามารถในการเรียนรู้และสร้างแนวคิดใหม่ ๆ

3. การจัดบรรยากาศในชั้นขณะเรียนคณิตศาสตร์ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลทำให้นักเรียนเห็นในค่าและประโยชน์ของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นแรงจูงใจให้นักเรียนตัดสินใจเลือกเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป ในระดับที่สูงขึ้น

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 118-119) ได้กล่าวถึง แนวทางการพัฒนาในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดเกิดทักษะการคิดอย่างมีเหตุผลไว้ 3 แนวทาง ดังนี้

1. การสอนเพื่อให้เกิด (Teaching for thinking) เป็นการสอนเนื้อหาวิชา เพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของผู้เรียน

2. การสอนการคิด (Teaching of thinking) เป็นการสอนที่เน้นทักษะการคิด หรือเป็นการสอนทักษะการคิด ซึ่งแนวทางในการสอนจะมีลักษณะที่แตกต่างกันตามความเชื่อพื้นฐานของผู้สอน

3. การสอนเกี่ยวกับความคิด (Teaching about thinking) เป็นการสอนที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอนโดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิดของตนเองโดยรู้ว่ตนกำลังคิดอะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเองอันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่าการสังเคราะห์ความคิดของตนเอง

นอกจากนี้ เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 119-120) ยังได้กล่าวถึง ปัจจัยที่สำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้อีกเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาทักษะการให้เหตุผล คือ ผู้สอน โดยผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้อีกเพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลของผู้เรียน ดังนี้

1. ผู้สอนควรสร้างบรรยากาศให้ผู้เรียนเกิดความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจได้ และต้องเรียนด้วยความเข้าใจ เนื่องจากผู้เรียนมักจะมีความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก วิธีการเรียนต้องใช้การจดจำ จำขั้นตอน การจำสูตรเพื่อหาคำตอบ ความคิดเช่นนี้ทำให้ผู้เรียนเบื่อวิชาคณิตศาสตร์ และสกัดกั้นการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความสุข

2. ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงเหตุผล ซึ่งเป็นสิ่งที่สำคัญมากกว่า การได้คำตอบที่ถูกต้อง บรรยากาศในชั้นเรียนควรสนับสนุน ส่งเสริม ให้ผู้เรียนได้พูดอธิบาย และแสดงเหตุผลของแนวคิดอย่างอิสระ โดยการแสดงเหตุผลอาจทำได้ด้วยวาจา ด้วยการเขียน โดยใช้ภาษาง่าย ๆ หรือใช้อุปกรณ์แสดงให้เห็นจริง

3. ผู้สอนควรถามบ่อย ๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้ผู้เรียนคิดและแสดงเหตุผล เช่น ใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “

เพราะเหตุใด” เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า ...แล้วผู้เรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า ไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูด เสริมแรงและให้กำลังใจว่า คำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีบางส่วนที่ถูกต้องผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบาย หรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากขึ้น รวมทั้ง โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-ended problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็น หรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

4. ผู้สอนควรจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาคาการณ์ ค้นหาวิธีพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด โดยอธิบายรูปแบบด้วยภาพ หรือแบบจำลอง และตอบคำถามต่าง ๆ เช่น “ทำไม” “อะไรจะเกิดขึ้นถ้า” “จงให้ตัวอย่างของ...” “สามารถใช้วิธีการอื่นได้หรือไม่ ถ้าการดำเนินการเดิมไม่บรรลุผล” ซึ่งล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิด การคิด การสร้างข้อความคาดเดา ทดสอบ และปรับแต่งโดยอาศัยเหตุผล การกำหนดแบบจำลอง (Modeling) และการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการใช้เหตุผลที่เกี่ยวกับสถานการณ์

5. ผู้สอนควรให้ความสำคัญในการฟังความคิดเห็นของผู้เรียน และให้ผู้เรียนได้ฝึก การรับฟังและทำความเข้าใจเหตุผลของผู้อื่น เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสอภิปรายและเปรียบเทียบ คำตอบที่ต่างกันของปัญหาและได้อธิบายเกี่ยวกับปัญหาเหล่านั้น และผู้สอนต้องสามารถปรับ แนวการอภิปรายให้เข้ากับวิธีคิดของผู้เรียน ช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของ ผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร รวมทั้งผู้สอนต้องมีความอดทน ให้เวลา ให้โอกาสแก่ผู้เรียน

6. ผู้สอนควรส่งเสริมผู้เรียนให้ได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลนี้ เป็นสิ่งที่ฝึกได้ และเป็นสิ่งที่จำเป็นที่โรงเรียนต้องจัดทำ โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาปกติ ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสม

7. ผู้สอนจะต้องทำให้ผู้เรียนรู้ว่า ผู้สอนให้ความสำคัญต่อความเข้าใจและการให้ เหตุผลโดยผู้สอนจะต้องประเมินสิ่งเหล่านี้อย่างสม่ำเสมอ ที่สำคัญเมื่อผู้เรียนสามารถให้เหตุผล ที่ดีผู้สอนควรให้การเสริมแรงทันที อีกทั้งในข้อสอบควรมีส่วนที่ให้ผู้เรียนได้แสดงเหตุผล

อัมพร ม้าคนอง (2554, หน้า 67) ได้เสนอแนวคิดว่าการพัฒนาทักษะและประเมิน การให้เหตุผลของผู้เรียน ผู้สอนควรต้องคำนึงถึงกระบวนการทางปัญญา 5 ขั้น คือ การระบุปัญหา การสร้างกลวิธีเพื่อแก้ปัญหา การสร้างมโนภาพจากข้อมูลในปัญหา การวางแผนและการจัดการ ทรัพยากรเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา และการกำกับและประเมินคำตอบ ซึ่งมีแนวคิดเกี่ยวกับการ พัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญ แต่การพัฒนาให้เกิดขึ้น ในตัวผู้เรียนก็อาจไม่่ง่ายนัก เนื่องจากการพัฒนาทักษะใด ๆ ก็ตาม ต้องมีการวางแผน และ

ส่งเสริมให้เหมาะสม ซึ่งผู้สอนควรเข้าใจแนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ต้องใช้ทั้งความรู้และการคิด ผู้สอนจึงต้องแน่ใจว่า ผู้เรียนมีความรู้ในเนื้อหาเพียงพอ และได้รับการฝึกการคิดมาอย่างเหมาะสมเพียงพอที่จะนำมาใช้ร่วมกันในการพัฒนาทักษะ

2. ทักษะเป็นความสามารถหรือความชำนาญในการทำงาน การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อาจไม่เห็นผลเป็นรูปธรรมภายในระยะเวลาอันสั้น แต่อาจต้องใช้เวลานานเป็นเดือน เป็นปี หรือหลายเดือน หลายปี ผู้สอนจึงต้องอดทนและให้เวลาผู้เรียน

3. ในการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนสามารถพัฒนาหลาย ๆ ทักษะไปพร้อมกันได้ หากกิจกรรมเหมาะสม จึงควรมีการวางแผนการจัดกิจกรรมล่วงหน้า เพื่อให้ใช้เวลาได้คุ้มค่ามากที่สุด

4. การฝึกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ควรฝึกตามระดับความซับซ้อนจากน้อยไปมาก จากง่ายไปยาก อย่างต่อเนื่อง จนเมื่อผู้เรียนคุ้นเคย จึงอาจขยายไปสู่การคิดหรืองานที่ซับซ้อนมากขึ้น

5. กิจกรรมคณิตศาสตร์ที่อาจใช้พัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มีมากมาย ผู้สอนต้องใช้วิจารณญาณ เลือกและจัดให้เหมาะสมกับทักษะที่ต้องการพัฒนา และเหมาะสมกับระดับความสามารถและความถนัดของผู้เรียน

6. การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นการมุ่งให้ผู้เรียนนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตจริง ซึ่งปัญหา สถานการณ์ และบริบทอาจแตกต่างจากในห้องเรียน และไม่จำเป็นต้องใช้ความรู้และกฎทางคณิตศาสตร์ที่เป็นทางการมากนัก ผู้สอนจึงไม่ควรคำนึงถึงแบบแผนทางคณิตศาสตร์และกรอบของเนื้อหาสาระตามหลักสูตรมากเกินไป จนกลายเป็นอุปสรรคในการพัฒนาทักษะและความคิดสร้างสรรค์ในทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล ต้องส่งเสริมการคิดตามแนวทางการสอนเพื่อให้เกิด เป็นวิธีการทำอย่างไรนักเรียนจะเกิดการคิด การสอนคิด เป็นการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติ และการสอนเกี่ยวกับการคิด เป็นการสอนถึงกระบวนการคิด ความรู้ที่เกี่ยวกับการคิด โดยผู้สอนต้องสร้างบรรยากาศให้นักเรียนเกิดการคิด เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญ ผู้สอนต้องตั้งคำถามบ่อย ๆ และอย่างต่อเนื่อง เป็นคำถามที่นักเรียนได้คิดแสดงเหตุผล กิจกรรมการเรียนรู้นักเรียนต้องมีส่วนร่วม ให้ความสำคัญต่อเหตุผล

ของนักเรียนที่แสดงออกมา และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ควรเน้นการให้เหตุผล เพื่อให้ นักเรียนสามารถหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ เช่น กิจกรรมกระตุ้นความคิด จินตนาการ และท้าทายความสามารถเป็นกิจกรรมที่แปลกใหม่ ผู้เรียนไม่เคยทำมาก่อน เป็นเรื่องใกล้ตัว เหมาะสมกับความรู้ ความสนใจของนักเรียน มุ่งพัฒนาการคิดและทักษะผ่านกระบวนการทำงาน มากกว่าการหาคำตอบที่ถูกต้องหรือการแก้ปัญหาได้ ซึ่งงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้นำแนวทางการพัฒนา ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย มีกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนได้มีการสังเกตลักษณะร่วมของการนำเสนอตัวอย่างที่ หลากหลาย มีการตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นการคิดอย่างต่อเนื่องเพื่อให้ นักเรียนสามารถค้นหาข้อสรุป ได้ด้วยตนเองและสามารถนำข้อสรุปไปใช้ได้

3.4 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.4.1 แนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การประเมินเพื่อให้มีประสิทธิภาพและสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ผู้สอนจะต้องบูรณาการการประเมินความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ และประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน ซึ่งในการประเมินผลที่คำนึงถึง ทักษะและกระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น มีนักการศึกษาและหน่วยงานทาง การศึกษา ได้เสนอแนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Krulik and Rudnick (1993, pp. 8-9) ได้ให้แนวทางการประเมินความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ ดังนี้

1. การสังเกต โดยครูควรเดินรอบ ๆ ห้อง เพื่อสังเกตความสามารถในการให้เหตุผล ขณะนี้นักเรียนกำลังแก้ปัญหาอยู่กับกลุ่มเพื่อนในห้องเรียน

2. การทดสอบ ไม่ควรใช้ข้อสอบแบบเลือกตอบแต่ควรเป็นข้อสอบที่ให้นักเรียน ได้แสดงเหตุผล เพื่อดูการตัดสินใจของนักเรียน ซึ่งควรเป็นคำถามปลายเปิด

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547, หน้า 50) ได้ให้ แนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลว่า นอกจากจะพิจารณาความสามารถ ในการให้เหตุผล ผู้ประเมินควรคำนึงถึงความสามารถในด้านต่อไปนี้ด้วย

1. การใช้พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผล
2. การใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์สร้างข้อคาดเดาสิ่งที่จะเกิดขึ้น
3. การประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์
4. การเลือกใช้รูปแบบหรือวิธีการที่หลากหลายในการให้เหตุผลหรือพิสูจน์

ในการประเมินผลควรคำนึงถึงจุดหมายในการประเมินว่าประเมินเพื่ออะไร เช่น ประเมินเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการจัดการเรียนการสอน กล่าวคือ เพื่อให้รู้ว่าคุณนักเรียนพร้อมที่จะเรียนคณิตศาสตร์เรื่องนั้น ๆ หรือไม่ เพื่อนำมาใช้คาดการณ์เกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียน แล้วนำมาออกแบบกิจกรรม การประเมินเพื่อจุดประสงค์ในลักษณะนี้จะประเมินด้วยการวิเคราะห์ เก็บข้อมูลเป็นรายละเอียดในแง่มุมต่าง ๆ ตามที่ต้องการทราบ และการประเมินเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผล การประเมินเพื่อจุดประสงค์นี้อาจใช้การให้คะแนนทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล ซึ่งครูอาจใช้การประเมินแบบองค์รวม โดยใช้เกณฑ์ที่มีผู้พัฒนาไว้แล้ว หรืออาจจะตั้งเกณฑ์ขึ้นเองจากประสบการณ์จริงที่พบได้จากนักเรียน

พรหมทิพา พรหมรักษ์ (2552, หน้า 59) ได้สรุปเกี่ยวกับ แนวทางการประเมินผล ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผล สามารถประเมินนักเรียนด้วยวิธีการที่หลากหลาย เช่น การสังเกตจากการพูดคุย การเขียน และการประเมินจากการกระทำทางคณิตศาสตร์ (Doing mathematics) โดยปกติแล้วนักเรียนสามารถสร้างข้อคาดการณ์ จากตัวอย่างต่าง ๆ ที่นักเรียนได้เห็นหรือลงมือทำและพัฒนาข้อโต้แย้งซึ่งขึ้นอยู่กับข้อมูลที่นักเรียน มีความรู้ว่าเป็นข้อเท็จจริงหรือไม่

อัมพร ม้าคนอง (2554, หน้า 176 -177) ได้กล่าวถึง แนวทางการประเมิน ความสามารถในการให้เหตุผลไว้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลมีหลายประเภท ซึ่งการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลจึงมักจะประเมินตามประเภทของการให้เหตุผล และลักษณะของเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยทั่วไป มักจะประเมินการให้เหตุผล 3 ประเภท คือ

- 1) การให้เหตุผลเชิงตรรกะ เป็นการใช้หลักตรรกศาสตร์ในการอธิบายสิ่งต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น
- 2) การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน และ 3) การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ ซึ่งในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลส่วนมากใช้ปัญหาหรือกิจกรรมเป็นเครื่องมือในการประเมิน และประเมินการให้เหตุผลตามบริบทของปัญหาหรือกิจกรรมนั้น ซึ่งอาจประเมินการให้เหตุผลหลายอย่างในปัญหาเดียวกัน

จากการศึกษาแนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลของนักการศึกษา และหน่วยงานทางการศึกษา สรุปได้ว่า ในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนจะต้องคำนึงถึงการประเมินความสามารถการให้เหตุผลเพื่อจุดประสงค์ใด มีการเลือกใช้วิธีการประเมินอย่างหลากหลาย เช่น การสังเกต พูดคุย การเขียน การทำแบบฝึกหัด หรือการทำแบบทดสอบ โดยมีเครื่องมือการประเมินที่มีความเหมาะสมตามประเภทที่ต้องการ ประเมิน ซึ่งในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้เลือกแนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผล

ทางคณิตศาสตร์โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ

3.4.2 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์การประเมินที่มีประสิทธิภาพนั้นจะต้องสามารถระบุแยกแยะระดับความสำเร็จในการเรียนหรือคุณภาพของการปฏิบัติของผู้เรียนได้อย่างชัดเจน ซึ่งมีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้เสนอเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ซานนท์ จันทรา (2555, หน้า 17-22) ได้กล่าวถึง เกณฑ์การประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยสรุปได้ว่าเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก (Rubric) เป็นการประเมินเชิงคุณภาพที่สามารถระบุและแยกแยะระดับความสำเร็จในการเรียนหรือคุณภาพการปฏิบัติของผู้เรียนได้อย่างชัดเจน เป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้ผู้สอนพิจารณาและตัดสินระดับความสามารถของผู้เรียนด้านความรู้ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทักษะและกระบวนการและการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำผลที่ได้มาใช้ในการปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้น โดยเกณฑ์การให้คะแนนเป็นการให้คะแนนที่ประเมินจากผลงานที่ผู้เรียนทำหรือพฤติกรรมที่ผู้เรียนแสดงออก ซึ่งไม่ได้พิจารณาที่คำตอบหรือผลลัพธ์สุดท้ายเพียงอย่างเดียว แต่พิจารณาที่ขั้นตอนการทำงานของผู้เรียนด้วย ตลอดจนมีการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของผู้เรียนไว้อย่างชัดเจนและเป็นรูปธรรม โดยเกณฑ์การให้คะแนนที่นิยมใช้มี 2 แบบ คือ

1. การให้คะแนนแบบองค์รวมหรือแบบรวม (Holistic scoring) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลงานของผู้เรียนโดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมกับบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมี เป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมด ไม่ได้แยกแยะเป็นด้าน ๆ ซึ่งในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบรวมมักนำมาใช้ในการประเมินที่มีวัตถุประสงค์เพื่อตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของผู้เรียน และต้องการผลที่เป็นภาพรวมกว้าง ๆ และจะมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น หากใช้ร่วมกับวิธีการประเมินในลักษณะอื่นด้วย เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม

2. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อต้องการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา อาจแยกพิจารณาเกี่ยวกับความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบของปัญหา ซึ่งในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้าน แล้วรายงานผลโดยจำแนกเป็นด้าน ๆ และอาจสรุปรวมคะแนนทุกด้านด้วยก็ได้ ในการจัด

การเรียนรู้คณิตศาสตร์ การให้วินิจัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของผู้เรียนในแต่ละด้าน แล้วนำผลของการประเมินที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ ก่อนที่ผู้เรียนจะเรียนเนื้อหาใหม่ต่อไป

อัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 194-195) ได้กล่าวถึง เกณฑ์ในการประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนนั้น ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของการประเมินว่าผู้สอนต้องการประเมินพัฒนาการของทักษะและกระบวนการของผู้เรียน หรือต้องการนำผลการประเมินมาใช้ในการแก้ไขข้อบกพร่องและตัดสินผลการเรียน หากเป็นกรณีแรก การตรวจให้คะแนนอาจใช้แบบองค์รวมโดยไม่เน้นรายละเอียดมากนัก แต่หากเป็นกรณีหลัง อาจต้องให้ความสำคัญกับขั้นตอนการทำงาน และต้องกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละขั้นตอนให้ชัดเจน รายละเอียดของเกณฑ์การให้คะแนนแต่ละแบบมีดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีค (Rubric) เป็นเกณฑ์ที่กำหนดเพื่อใช้เป็นแนวทางในการให้คะแนนผลงานหรือคุณภาพการปฏิบัติงานของผู้เรียน โดยทั่วไปมี 2 แบบ ดังนี้

1. แบบเกณฑ์รวม (Holistic scoring) เป็นเกณฑ์การให้คะแนนงาน หรือการแก้ปัญหา โดยพิจารณาภาพรวมของคุณภาพของผลงานที่ได้ ซึ่งอาจมองหลายมิติ หรือหลายด้านรวมกัน มีการจำแนกระดับคะแนนให้เห็นความเห็นแตกต่างของคุณภาพงาน
2. แบบเกณฑ์ย่อยหรือเกณฑ์เฉพาะ (Analytic scoring) เป็นเกณฑ์การให้คะแนนเฉพาะขั้น เฉพาะงานย่อยหรือเฉพาะด้าน โดยกำหนดระดับคะแนนตามความแตกต่างของคุณภาพงานในขั้น งานย่อย หรือด้านที่พิจารณา

จากการศึกษาเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการประเมินตามสภาพจริง เพื่อให้มีประสิทธิภาพและสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ ครูควรยึดการประเมินผล โดยการใช้ข้อสอบที่มีลักษณะคำถามแบบเจาะลึกแนวคิด ต้องมีการสังเกตและการใช้คำถามควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งเกณฑ์การให้คะแนน ที่เป็นที่ยอมรับว่ามีความยุติธรรม คือ การให้คะแนนแบบรูบรีค (Rubric score) ประกอบด้วย การให้คะแนน 2 ประเภท คือ

- 1) การให้คะแนนแบบเกณฑ์รวม (Holistic scoring) เป็นการพิจารณาแบบภาพรวมเพื่อหาคุณภาพของผลงาน มองหลายด้านรวมกัน และจะมีประสิทธิภาพมากขึ้นหากมีวิธีการประเมิน ร่วมกับการประเมินในลักษณะอื่นเช่นการสังเกตและใช้คำถาม
- 2) แบบเกณฑ์ย่อยหรือวิเคราะห์ (Analytic scoring) เป็นการพิจารณาแบบแยกย่อยในแต่ละด้านของคุณภาพชิ้นงาน โดยกำหนดคะแนนให้เป็นเกณฑ์แต่ละส่วน ครูต้องพิจารณาความเหมาะสมของการนำเกณฑ์ไปใช้ให้คะแนนตามลักษณะของชิ้นงานหรือภาระงานและตามวัตถุประสงค์ที่กำหนด

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 10 ข้อ ใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีค (Rubric) ตรวจให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic scoring)

ซึ่งมีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้กล่าวถึง เกณฑ์การประเมินการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบองค์รวม ไว้ดังนี้

กระทรวงศึกษาธิการ (2546, หน้า 121-123) ได้เสนอ เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพิจารณาให้คะแนนการทำข้อสอบแบบอัตนัยที่พิจารณาจากการแสดงวิธีการในการหาคำตอบ และความถูกต้องของคำตอบ ดังนี้

คะแนน/ ความหมาย	ผลการทำข้อสอบ ที่ปรากฏให้เห็น	ความสามารถในการให้เหตุผล ที่ปรากฏให้เห็น
4: ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิด ประกอบการตัดสินใจอย่าง สมเหตุสมผล
3: ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ใน แนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบ การตัดสินใจ
2: พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดง วิธีทำ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน หรือ การแสดง วิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ หรือคำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผล ในการประกอบการตัดสินใจ
1: ควรแก้ไข	การแสดงวิธีทำไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ใน แนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง หรือ ไม่แสดงวิธีทำ และคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	มีความพยายามเสนอแนวคิด ประกอบการตัดสินใจ
0: ต้องแก้ไข	ทำไม่ถึงเกณฑ์	ไม่มีแนวคิดประกอบ การตัดสินใจ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547, หน้า 50-52) ได้เสนอ เกณฑ์การประเมินความสามารถด้านกรให้เหตุผล ใช้วิธีการให้คะแนนกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน (Rubric) ดังนี้

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4/ ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ อย่างสมเหตุสมผล
3/ ดี	มีการอ้างอิงที่ถูกต้อง และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ มีข้อบกพร่องเพียง 1 แห่ง
2/ พอใช้	เสนอแนวคิดได้สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ หรือมีข้อบกพร่องมากกว่า 2 แห่ง
1/ ต้องปรับปรุง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ หรือมีข้อบกพร่องมากกว่า 2 แห่ง
0/ ไม่พยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ/แนวคิดไม่ถูกต้องเลย

เวชฤทธิ์ อังคนะภักทราชจร (2554, หน้า 116) ได้กำหนด เกณฑ์การให้คะแนน
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 (ดีมาก)	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด และแสดงเหตุผลประกอบคำตอบ ได้สมบูรณ์ มีการอธิบายอย่างสมเหตุสมผล และชัดเจน
3 (ดี)	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด และแสดงเหตุผลประกอบคำตอบ ได้เกือบสมบูรณ์
2 (พอใช้)	ตอบคำถามถูกต้องบางส่วน และพยายามแสดงเหตุผล ประกอบคำตอบแต่ไม่ถูกต้อง
1 (ปรับปรุง)	ตอบคำถามถูกต้องบางส่วน แต่ไม่มีการแสดงเหตุผลประกอบ คำตอบ
0 (ไม่พยายาม)	ไม่มีการตอบคำถามและไม่มีการแสดงเหตุผลใด ๆ

จากการศึกษาเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
แบบรูบริค โดยให้คะแนนแบบภาพรวมของนักวิชาการที่กล่าวมา ผู้วิจัยได้ปรับปรุงและกำหนด
เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

คะแนน	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 (ดีมาก)	มีการอธิบาย เพื่อสื่อความหมายแนวคิด มีการอ้างอิงเพื่อแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบอย่างสมเหตุสมผล ครบทุกส่วนและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง
3 (ดี)	มีการอธิบาย เพื่อสื่อความหมายแนวคิด มีการอ้างอิงเพื่อแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบอย่างสมเหตุสมผล ครบทุกส่วนแต่สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง
2 (พอใช้)	มีการอธิบาย เพื่อสื่อความหมายแนวคิดแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบอย่างสมเหตุสมผล บางส่วนและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง
1 (ปรับปรุง)	มีการอธิบาย เพื่อสื่อความหมายแนวคิดแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบอย่างสมเหตุสมผล บางส่วนและสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง
0 (ไม่พยายาม)	ไม่มีการอธิบาย เพื่อสื่อความหมายแนวคิดแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบอย่างสมเหตุสมผล สรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

4.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถทางด้านสติปัญญาในการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่ง วิลสัน (Wilson, 1971, pp. 643-696) ได้กล่าวถึง ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive domain) ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นผลของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่ประเมินโดยจำแนกพฤติกรรม การเรียนรู้ที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญาในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ มาเป็นระดับความสามารถ และได้้นำการจำแนกจุดประสงค์ทางการศึกษาตามแนวคิดของบลูม (Bloom's taxonomy) มาแบ่งพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญา ด้านพุทธิพิสัย (Cognitive domain) เป็น 4 ระดับ ดังนี้

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำสุด แบ่งออกเป็น 3 ชั้น ดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of specific facts) เป็นความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามจะเกี่ยวกับข้อเท็จจริงตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลานานแล้วด้วย

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of terminology) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยามต่าง ๆ ได้ โดยใช้คำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้ แต่ไม่ต้องการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to carry out algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยามและกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้ว มาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็น โจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้ กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรม ระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนมากกว่า แบ่งได้เป็น 6 ชั้น ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Concepts) เป็นความสามารถที่ซับซ้อน กว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนคติ เป็นนามธรรมซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริง ต่าง ๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้นได้โดยใช้คำพูดของตน หรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนในรูปใหม่ หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจาก ที่เคยเรียนในชั้นเรียน มิฉะนั้นจะเป็นการวัดความจำ

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์และการสรุปอ้างอิง เป็นกรณีทั่วไป (Principles rules and generalizations) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหาได้ ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรกอาจจัดเป็น พฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematical structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้าง ทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to transform problem elements from one mode to another) เป็นความสามารถ ในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็น รูปสมการ ซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา (Algorithms) หลังจาก แปลแล้ว อาจกล่าวได้ว่า เป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมกับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability to follow a line of reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ซึ่งแตกต่าง ไปจากความสามารถในการอ่านทั่ว ๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to read and interpret a problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่น ๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน หรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนเลือกกระบวนการแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหาได้ไม่ยาก พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ชั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to solve routine problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจ และเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to make comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้ อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง พิจารณาว่าอะไร คือ ข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวช่วยในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่ หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วน ๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบ ลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร (Ability to recognize patterns, isomorphism's and symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูลและการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาที่พบ

4 การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าว ต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งเป็น 5 ชั้น คือ

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to solve no routine problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจ มโนคติ นิยามตลอดจน ทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to discover relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา แทนการจำความสัมพันธ์ที่เคยพบมาแล้วมาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการพิสูจน์ (Ability to construct proofs) เป็นความสามารถในการพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนจะต้องอาศัยนิยาม ทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้ว มาช่วยในการแก้ปัญหา

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ (Ability to criticize proofs) ความสามารถในขั้นนี้เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่ความสามารถในการวิจารณ์เป็นพฤติกรรมที่ยุ่ยากซับซ้อนกว่า ความสามารถในขั้นนี้ ต้องการให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดไปจาก มโนคติ หลักการ กฎ นิยาม หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.5 ความสามารถเกี่ยวกับการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้องของสูตร (Ability to formulate and validate generalization) นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่ โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องเดิม และต้องสมเหตุผลด้วย คือ การจะถามให้หาและพิสูจน์ประโยค ทางคณิตศาสตร์หรืออาจถามให้นักเรียนสร้างกระบวนการคิดคำนวณใหม่พร้อมทั้งแสดงการใช้ กระบวนการนั้น

สุชาติ ผุดผ่อง (2542, หน้า 54-55) ได้กล่าวถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสมองในระดับต่าง ๆ หรือความองงามทางความรู้ ความคิด และสติปัญญาในระดับต่าง ๆ

จากความหมายที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญาของนักเรียนแต่ละคนในการใช้ความรู้จากการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถประเมินได้หลังการจัดการเรียนรู้ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ ด้านสติปัญญาจะประกอบด้วยความรู้ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์ ซึ่งในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้คะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ

4.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือประเมินผล การจัดการเรียนรู้ ซึ่งมีนักการศึกษาได้กล่าวถึงไว้ ดังนี้

สมนึก ภัททิยธนี (2551, หน้า 73) ได้กล่าวถึง แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ หมายถึง แบบทดสอบที่วัดสมรรถภาพสมองด้านต่าง ๆ ที่นักเรียนได้รับการเรียนรู้ ผ่านมาแล้ว อาจแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ ข้อสอบที่ครูสร้างขึ้น และแบบทดสอบมาตรฐาน ซึ่งข้อสอบที่ครูสร้างขึ้น มีหลายแบบ คือ ข้อสอบแบบอัตนัยหรือความเรียง ข้อสอบแบบกาถูกผิด ข้อสอบแบบเติมคำ ข้อสอบแบบตอบสั้น ๆ ข้อสอบแบบจับคู่ และข้อสอบแบบเลือกตอบ

ชานนท์ จันทรา (2555, หน้า 79-80) ได้กล่าวถึง แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือหนึ่งที่ช่วยให้ครูผู้สอนสามารถตัดสินผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนของผู้เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยเป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดระดับความสามารถ ของผู้เรียนเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจ ทักษะและสมรรถภาพทางสมองด้านต่าง ๆ ทั้งในส่วนของ เนื้อหาสาระข้อเท็จจริงที่ผู้เรียนได้เรียนรู้ และมโนทัศน์แต่ละเรื่อง ซึ่งแบ่งเป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ

1. แบบทดสอบแบบปรนัยหรือแบบทดสอบที่ไม่ใช่ความเรียง (Objective tests)
2. แบบทดสอบแบบอัตนัยหรือแบบทดสอบแบบความเรียง (Subjective test)

พิชิต ฤทธิ์จัญญ (2556, หน้า 95-96) ได้กล่าวถึง แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนคณิตศาสตร์เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ ทักษะและความสามารถทางวิชาการที่นักเรียน ได้เรียนรู้มาแล้วว่า บรรลุผลสำเร็จตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้เพียงใด ซึ่งโดยทั่วไปแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของ นักเรียนเฉพาะกลุ่มที่ครูสอน เป็นแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นใช้กันโดยทั่วไปในสถานศึกษา มีลักษณะเป็นแบบทดสอบข้อเขียน แบ่งออกเป็น 2 ชนิด

- 1.1 แบบทดสอบอัตนัย เป็นแบบทดสอบที่กำหนดคำถามหรือปัญหาให้ผู้ตอบเขียน แสดงความรู้ ความคิดได้อย่างเต็มที่

- 1.2 แบบทดสอบปรนัย หรือแบบให้ตอบสั้น ๆ เป็นแบบทดสอบที่กำหนดให้ผู้สอบ เขียนตอบสั้น ๆ หรือมีคำตอบให้เลือกแบบจำกัดคำตอบ ผู้ตอบไม่มีโอกาสแสดงความรู้ ความคิด ได้อย่างกว้างขวางเหมือนแบบทดสอบอัตนัย ประกอบด้วย แบบทดสอบแบบถูก-ผิด แบบทดสอบ เติมคำ แบบทดสอบจับคู่ และแบบทดสอบเลือกตอบ

2. แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนทั่วไป ซึ่งสร้างโดยผู้เชี่ยวชาญ มีการวิเคราะห์และปรับปรุงอย่างดีจนมีคุณภาพ มีมาตรฐาน

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือที่ครูสามารถตัดสินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ใช้วัดผลการจัดการเรียนรู้ที่ใช้วัดระดับความสามารถของนักเรียนเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจ ทักษะและสมรรถภาพทางสมองด้านต่าง ๆ ทั้งในส่วนของเนื้อหาสาระข้อเท็จจริงที่นักเรียน ได้เรียนรู้ไปแล้ว ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้สร้างแบบทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ลำดับ ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก

4.2.1 ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ชานนท์ จันทรา (2554, หน้า 87-91) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบ คณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยสรุปได้ ดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตร วิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ หรือเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ของหน่วยการเรียนรู้หรือเรื่องที่ต้องการวัด
2. กำหนดจุดมุ่งหมายของการวัดผลและประเมินผล สาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัด
3. เลือกประเภทของแบบทดสอบโดยอาจเป็นแบบปรนัยทั้งหมด แบบอัตนัย ทั้งหมด หรือแบบปรนัยผสมกับแบบอัตนัย เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงความรู้ความสามารถ ตามจุดมุ่งหมายที่ได้กำหนดไว้
4. กำหนดจำนวนข้อสอบ การกระจายของเนื้อหาสาระที่ต้องการทดสอบ และ เวลาที่ใช้สอบ เช่น การสอบย่อยหรือการสอบเก็บคะแนน อาจใช้เวลา 30-60 นาที การสอบ ปลายภาคหรือสอบปลายปี อาจใช้เวลา 100-120 นาที เป็นต้น โดยในส่วนของจำนวนข้อสอบ และคะแนนนั้นต้องสัมพันธ์หรือเหมาะสมกับเวลาที่ใช้สอบและรูปแบบของแบบทดสอบด้วย
5. จัดทำตารางวิเคราะห์ข้อสอบ เพื่อกำหนดจำนวนข้อสอบแบบทดสอบ ในแต่ละเนื้อหาและพฤติกรรมที่มุ่งวัดตามอัตราส่วนที่เหมาะสม โดยพฤติกรรมที่มุ่งวัดนั้น อาจใช้ความสามารถด้านความรู้ความคิดทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความรู้ ความจำ และการคิด คำนวณ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์ หรืออาจผสมผสานระหว่างความสามารถ ด้านความรู้ ความคิดกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ความรู้ ความจำ และการสื่อ ความหมายทางคณิตศาสตร์ ความเข้าใจ และการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ความเข้าใจ และการให้เหตุผล การนำไปใช้และการแก้ปัญหา การวิเคราะห์และการแก้ปัญหา เป็นต้น ซึ่งการจัดทำตารางวิเคราะห์ข้อสอบนี้จะช่วยให้ได้แบบทดสอบที่มีความตรงเชิงเนื้อหา
6. สร้างแบบทดสอบตามคุณลักษณะและแนวทางที่ได้กำหนดไว้ในตารางวิเคราะห์ ข้อสอบที่กำหนด

7. ตรวจสอบความตรงและความเที่ยงของแบบทดสอบ

7.1 นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการเรียนการสอน

คณิตศาสตร์ หรือด้านการวัดและการประเมินทางคณิตศาสตร์ จำนวน 3 หรือ 5 ท่าน พิจารณา ตรวจสอบ ความตรงเชิงเนื้อหาโดยการประเมินความสอดคล้องของข้อสอบแต่ละข้อกับเนื้อหาสาระ และจุดประสงค์การเรียนรู้ พร้อมทั้งพิจารณาความเหมาะสม ความชัดเจนของข้อคำถาม และตัวเลือก โดยการหาค่าดัชนีสอดคล้อง (Index of Consistency: IOC) จากนั้นนำแบบทดสอบที่ผ่านการพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญมาทำการปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสมตามคำแนะนำ และทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีความเหมาะสม โดยพิจารณาจากค่า IOC ของข้อสอบแต่ละข้อจากการใช้คะแนนของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมดซึ่งต้องมีค่า IOC ตั้งแต่ .50 ขึ้นไป

7.2 การหาระดับความยากง่าย ระดับอำนาจจำแนก และความเที่ยง

หรือความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ สามารถทำได้โดยนำแบบทดสอบที่ผ่านการตรวจจากผู้เชี่ยวชาญและได้ทำการแก้ไขปรับปรุงเป็นที่เรียบร้อยแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มเป้าหมายที่มีลักษณะเหมือนกันหรือใกล้เคียงกันมากที่สุดกับกลุ่มเป้าหมาย เพื่อนำผลที่ได้จากการทดสอบมาวิเคราะห์หาดัชนีความยาก (Difficulty index: p) ดัชนีอำนาจจำแนก (Discrimination index: D หรือ r) และค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบ

8. แก้ไขปรับปรุงจนได้ข้อสอบที่มีคุณภาพและจัดทำแบบทดสอบฉบับสมบูรณ์

เพื่อนำไปใช้กับกลุ่มเป้าหมายต่อไป

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2555, หน้า 154) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หรือหลักสูตรสถานศึกษา แล้ววิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ และเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัด
2. วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการให้เกิดแก่ผู้เรียนในแต่ละเนื้อหา
3. วิเคราะห์ระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัดของนักเรียน คือพฤติกรรมระดับความรู้ ความจำ และการคิดคำนวณ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์ จากนั้นสร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบจำแนกตามพฤติกรรมที่ต้องการวัดในแต่ละเนื้อหา
4. วิเคราะห์พฤติกรรมที่ต้องการวัดในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้
5. กำหนดลักษณะของข้อสอบ และทำการสร้างข้อสอบตามพฤติกรรมที่ต้องการวัดและจุดประสงค์การเรียนรู้ที่สร้างขึ้น

พิชิต ฤทธิ์จัญญ (2556, หน้า 97-99) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดังนี้

1. วิเคราะห์หลักสูตรและสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร การสร้างแบบทดสอบ ควรเริ่มต้นด้วยการวิเคราะห์หลักสูตรและสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรเพื่อวิเคราะห์เนื้อหาสาระ และพฤติกรรมที่ต้องการจะวัด
2. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นพฤติกรรมที่เป็นผลการเรียนรู้ที่ผู้สอนมุ่งหวัง จะให้เกิดขึ้นกับนักเรียน ซึ่งผู้สอนจะต้องกำหนดไว้ล่วงหน้าสำหรับเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอน และการสร้างข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์
3. กำหนดชนิดของข้อสอบและศึกษาวิธีสร้าง โดยการศึกษาตารางวิเคราะห์ หลักสูตรและจุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้ออกข้อสอบต้องพิจารณาและตัดสินใจเลือกชนิดข้อสอบ ที่จะใช้วัดว่าจะจะเป็นแบบใด โดยต้องเลือกให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และเหมาะสม กับวัยของนักเรียน แล้วศึกษาวิธีเขียนข้อสอบชนิดนั้นให้มีความรู้ความเข้าใจและวิธีการเขียน ข้อสอบ
4. เขียนข้อสอบ ผู้ออกข้อสอบลงมือเขียนข้อสอบตามรายละเอียดที่กำหนดไว้ในตารางวิเคราะห์หลักสูตร และให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยอาศัยหลักและวิธีการ เขียนข้อสอบที่ได้ศึกษามาแล้ว
5. ตรวจสอบข้อสอบ เพื่อให้ข้อสอบที่เขียน มีความถูกต้องตามหลักวิชา มีความสมบูรณ์ครบถ้วนตามรายละเอียดที่กำหนดไว้ในตารางวิเคราะห์หลักสูตร ผู้ออกข้อสอบ ต้องพิจารณาทบทวนตรวจสอบอีกครั้งก่อนที่จะจัดพิมพ์และนำไปใช้ได้
6. จัดพิมพ์แบบทดสอบฉบับทดลอง เมื่อตรวจสอบข้อสอบเสร็จแล้วให้พิมพ์ข้อสอบ ทั้งหมด จัดทำเป็นแบบทดสอบฉบับทดลองโดยมีคำชี้แจงหรือคำอธิบายวิธีตอบแบบทดสอบ (Direction) และจัดวางรูปแบบการพิมพ์ให้เหมาะสม
7. ทดลองสอบและวิเคราะห์ข้อสอบ การทดลองสอบและวิเคราะห์ข้อสอบ เป็นวิธีการตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบก่อนนำไปใช้จริง โดยนำแบบทดสอบไปทดลองสอบ กับกลุ่มที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันกับกลุ่มที่ต้องการสอบจริง แล้วนำผลการสอบมาวิเคราะห์ และปรับปรุงข้อสอบให้มีคุณภาพโดยสภาพปฏิบัติจริงของการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในโรงเรียน มักไม่ค่อยมีการทดลองสอบและวิเคราะห์ข้อสอบ ส่วนใหญ่ทำแบบทดสอบแล้วจึงวิเคราะห์ ข้อสอบเพื่อปรับปรุงข้อสอบและนำไปใช้ในครั้งต่อ ๆ ไป

8. จัดทำแบบทดสอบฉบับจริง จากผลการวิเคราะห์ข้อสอบ หากพบว่าข้อสอบข้อใด ไม่มีคุณภาพหรือมีคุณภาพไม่ดีพอ อาจจะต้องตัดทิ้งหรือปรับปรุงแก้ไขข้อสอบให้มีคุณภาพดีขึ้น แล้วจึงจัดทำเป็นแบบทดสอบฉบับจริงที่จะนำไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การสร้างแบบทดสอบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีขั้นตอน ดังนี้ ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการให้เกิดแก่ผู้เรียน วิเคราะห์ระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัด วิเคราะห์พฤติกรรมที่ต้องการวัดในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ กำหนดลักษณะของข้อสอบ โดยการสร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบ และทำการสร้างข้อสอบตามพฤติกรรมที่ต้องการวัดและจุดประสงค์การเรียนรู้ที่สร้างขึ้น นำแบบทดสอบไปทดลองใช้เพื่อหาคุณภาพรายข้อและทั้งฉบับ ผู้วิจัยได้สร้างแบบทดสอบตามขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดังนี้ ศึกษาหลักสูตรหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบโดยกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ และเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัด ที่ต้องการให้เกิดแก่ผู้เรียนในแต่ละเนื้อหา กำหนดลักษณะของข้อสอบ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ โดยแบบทดสอบ มีความสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านสติปัญญา ด้านพุทธิพิสัย (Cognitive domain) ซึ่งจำแนกไว้ 4 ระดับ คือ ความรู้ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการคิดวิเคราะห์ นำไปตรวจสอบคุณภาพโดยผู้เชี่ยวชาญ ทดลองใช้เพื่อวิเคราะห์คุณภาพของข้อสอบ ปรับปรุงแก้ไข คัดเลือกข้อสอบที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ 20 ข้อ จัดทำฉบับจริงเพื่อนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

4.2.2 ลักษณะของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ดี

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ดี ดังนี้ พรหมพรณ อุดมลิน (2544, หน้า 109-113) ได้กล่าวถึง แบบทดสอบที่ดี ซึ่งผู้วิจัยสรุปได้ว่า แบบทดสอบเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งในกระบวนการวัดและประเมินผลการเรียนการสอน เพราะเป็นเครื่องมือในการเก็บข้อมูลที่สำคัญ คะแนนจากแบบทดสอบจะนำไปใช้ในการประเมินคุณภาพการเรียนการสอน และในการประเมินจะเป็นไปด้วยความถูกต้อง ยุติธรรม มีประสิทธิภาพ ย่อมต้องอาศัยข้อมูลที่ดีมีความเที่ยงตรงสูง

1. ความตรง หมายถึง ความสามารถของแบบทดสอบที่จะวัดสิ่งที่ต้องการจะวัด ได้ถูกต้องตามจุดประสงค์ เพราะจุดประสงค์สำคัญของการสอบเพื่อให้ได้คะแนนที่เป็นตัวแทนสิ่งที่ต้องการวัด

2. ความเที่ยง หมายถึง ความคงเส้นคงวาของคะแนนแต่ละครั้ง กล่าวได้ว่า เมื่อใช้เครื่องมือนี้วัดครั้งใด ๆ ก็ได้ค่าเท่าเดิมไม่เปลี่ยนแปลง

3. ความเป็นปรนัย หมายถึง มีความแจ่มชัดในคำถามในการตรวจให้คะแนน และการแปลความหมายของคะแนน ข้อสอบที่เป็นปรนัยจะมีคุณสมบัติ 3 ประการ ต่อไปนี้

3.1 แจ่มชัดในคำถาม หมายถึง ผู้สอบอ่านคำถามแล้วเข้าใจว่าต้องการถามอะไร และเข้าใจตรงกันทุกคน เข้าใจคำถามตรงกับผู้ออกข้อสอบ ถ้าข้อสอบข้อใดอ่านแล้วกำกวม จะมีความเป็นปรนัยน้อย

3.2 แจ่มชัดในการตรวจให้คะแนน คือ มีกฎเกณฑ์การให้คะแนนไว้ชัดเจน ไม่ว่าใครจะมาเป็นผู้ตรวจ จะตรวจเมื่อใดก็ให้คะแนนได้ตรงกัน ไม่มีความเห็นส่วนตัวเข้ามาปนกัน ในการให้คะแนน

3.3 แจ่มชัดในการแปลความหมายคะแนน หมายถึง บอกความหมายของ คะแนนที่ได้ว่ามีความหมายอย่างไรได้อย่างมีความเที่ยงสูง เช่น สามารถเปรียบเทียบคะแนน ที่ได้จริงว่าใครได้คะแนนสูง แสดงว่ามีความสามารถสูงกว่าคนที่ได้คะแนนต่ำจริง

4. ความยาก หมายถึง ข้อสอบในแต่ละข้อของแบบทดสอบสามารถรวมถึงสัดส่วน หรือค่าร้อยละของคนที่ทำข้อสอบข้อนั้น ๆ ได้ถูก ค่าความยากของแบบทดสอบจะมีค่าอยู่ระหว่าง .00-1.00 ข้อสอบที่มีค่าความยากเป็น 1.00 เป็นข้อสอบที่ง่ายที่สุด เพราะทุกคนทำได้ถูกต้อง ข้อสอบที่มีความยากปานกลางจึงมีค่าดัชนีความยาก .50 ซึ่งจะมีคนทำถูกครึ่งหนึ่ง และทำผิด ครึ่งหนึ่ง แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่นิยมใช้ค่าความยากระหว่าง .20-.80

5. อำนาจจำแนก คุณสมบัติของข้อสอบลักษณะนี้เป็นคุณสมบัติที่จะจำแนกคน ออกเป็นเก่งมาก เก่งน้อย ตามความสามารถจริงของเขา ข้อสอบที่จะใช้ควรมีค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ .20 ขึ้นไป

6. ความยุติธรรม เป็นแบบทดสอบที่ให้ความเสมอภาคเท่าเทียมกันที่ผู้สอบ จะทำข้อสอบได้ตามความสามารถจริงของเขาในวิชานั้น ๆ

7. ยั่วยุ เป็นข้อสอบที่มีลักษณะท้าทาย ขวนให้คิดต่อ อยากรู้เรื่องนั้นให้กว้างขวาง ลึกซึ้งยิ่งขึ้น

8. ถามลึก ข้อสอบที่มีคุณค่าทางการศึกษาควรจะเป็นข้อสอบที่ให้ผู้สอบได้คิดค้น คำตอบด้วยความสามารถในระดับสติปัญญาที่อยู่ในขั้นสูง

9. ประสิทธิภาพ เป็นแบบสอบที่ให้คะแนนได้เที่ยงตรงมากที่สุด โดยใช้เวลา แรงงาน เงินทองน้อยที่สุด ข้อสอบที่มีคุณสมบัติเช่นนี้ ในแต่ละข้อจะต้องเป็นตัวแทนกลุ่มความรู้ ได้กว้าง วัดได้ตรง อำนาจจำแนกสูง มีความเที่ยงตรง

10. ประโยชน์ใช้สอย หมายถึง การนำไปใช้สะดวก มีประโยชน์ใช้สอยสูง

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 135-161) ได้กล่าวถึง ลักษณะของแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ที่ดี ซึ่งผู้วิจัยสรุปได้ ดังนี้

1. ความเที่ยงตรง เป็นแบบทดสอบที่สามารถนำไปวัดในสิ่งที่เราต้องการวัดได้อย่างถูกต้องตามจุดประสงค์ที่ต้องการวัด
 2. ความเชื่อมั่น แบบทดสอบที่มีความเชื่อมั่น คือ สามารถวัดได้คงที่ไม่ว่าจะวัดกี่ครั้งก็ตาม เช่น ถ้านำแบบทดสอบไปวัดกับนักเรียนคนเดิมคะแนนจากการสอบทั้งสองครั้งควรมีความสัมพันธ์กันดี เมื่อสอบได้คะแนนสูงในครั้งแรกก็ควรได้คะแนนสูงในการสอบครั้งที่สอง
 3. ความเป็นปรนัย เป็นแบบทดสอบที่มีคำถามชัดเจน เฉพาะเจาะจง ความถูกต้องตามหลักวิชา และเข้าใจตรงกัน เมื่อนักเรียนอ่านคำถามจะเข้าใจตรงกัน ข้อคำถามต้องชัดเจน อ่านแล้วเข้าใจตรงกัน
 4. การถามลึก หมายถึง ไม่ถามเพียงพฤติกรรมขั้นความรู้ความจำ โดยถามตามตำราหรือถามตามที่ครูสอน แต่พยายามถามพฤติกรรมขั้นสูงกว่าขั้นความรู้ความจำ ได้แก่ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์และการประเมินค่า
 5. ความยากง่ายพอเหมาะ หมายถึง ข้อสอบที่บอกให้ทราบว่าข้อสอบข้อนั้นมีคนตอบถูกมากหรือตอบถูกน้อย ถ้ามีคนตอบถูกมากข้อสอบข้อนั้นก็ง่ายและถ้ามีคนตอบถูกน้อยข้อสอบข้อนั้นก็ยาก ข้อสอบที่ยากเกินความสามารถของนักเรียนจะตอบได้นั้นก็ไม่ได้มีความหมาย เพราะไม่สามารถจำแนกนักเรียนได้ว่าใครเก่งใครอ่อน ในทางตรงกันข้ามถ้าข้อสอบง่ายเกินไปนักเรียนตอบได้หมด ก็ไม่สามารถจำแนกได้เช่นกัน ฉะนั้นข้อสอบที่ดีควรมีความยากง่ายพอเหมาะไม่ยากเกินไปไม่ง่ายเกินไป
 6. อำนาจจำแนก หมายถึง แบบทดสอบนี้สามารถแยกนักเรียนได้ว่าใครเก่งใครอ่อนโดยสามารถจำแนกนักเรียนออกเป็นประเภท ๆ ได้ทุกระดับอย่างละเอียดตั้งแต่อ่อนสุดจนถึงเก่งสุด
 7. ความยุติธรรม คำถามของแบบทดสอบต้องไม่มีช่องทางชี้แนะให้นักเรียนที่ฉลาดใช้ไหวพริบในการเดาได้ถูกต้องและไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนที่เกียจคร้านซึ่งดูตำราอย่างคร่าว ๆ ตอบได้ และต้องเป็นแบบทดสอบที่ไม่ลำเอียงต่อกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง
- สมนึก ภัททิยธนี (2551, หน้า 67-71) ได้กล่าวถึง แบบทดสอบที่ดี ซึ่งมีความสำคัญที่สุด โดยเฉพาะแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น หรือแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จะมีคุณภาพเพียงใด ต้องมีลักษณะ 10 ประการ นี้

1. ความเที่ยงตรง (Validity) หมายถึง คุณภาพของแบบทดสอบที่สามารถวัดได้ตรงกับจุดมุ่งหมายที่ต้องการ หรือวัดในสิ่งที่ต้องการวัดได้อย่างถูกต้องแม่นยำ ซึ่งเปรียบเสมือนหัวใจของแบบทดสอบ แบ่งออกเป็น 4 ชนิด ดังนี้

1.1 ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา(Content validity) หมายถึง ความสามารถของแบบทดสอบที่วัดได้ตรงกับเนื้อหาที่กำหนดไว้ในหลักสูตร หรือตรงกับเนื้อหาที่ทำการสอน

1.2 ความเที่ยงตรงตามโครงสร้าง (Construct validity) หมายถึง ความสามารถของแบบทดสอบที่วัดได้ตรงกับจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้ในหลักสูตร หรือวัดได้ตรงกับพฤติกรรมที่ต้องการให้เกิดกับนักเรียน

1.3 ความเที่ยงตรงตามสภาพ (Concurrent validity) หมายถึง ความสามารถของแบบทดสอบที่วัดได้ตรงกับสภาพความเป็นจริงในชีวิตประจำวัน หรือปัจจุบันของนักเรียน หรือกล่าวได้ว่า เป็นความสามารถของแบบทดสอบที่ช่วยให้ครูประมาณสถานภาพอันแท้จริงของนักเรียนในปัจจุบันได้ถูกต้อง

1.4 ความเที่ยงตรงตามการพยากรณ์ (Predictive validity) หมายถึง ความสามารถของแบบทดสอบที่วัดได้ตรงกับสภาพความเป็นจริงของนักเรียน ที่จะเกิดขึ้นในอนาคต กล่าวคือ คะแนนผลการสอบที่เกิดจาก แบบทดสอบชุดนั้นสอดคล้องกับผลการเรียน หรือความสำเร็จในอนาคตของนักเรียน

2. ความเชื่อมั่น (Reliability) หมายถึง ลักษณะของแบบทดสอบทั้งฉบับที่สามารถวัดได้คงที่คงความไม่เปลี่ยนแปลงไม่ว่าจะทำการสอบใหม่กี่ครั้งก็ตาม

3. ความยุติธรรม (Fair) หมายถึง ลักษณะของแบบทดสอบที่ไม่เปิดโอกาสให้มีการได้เปรียบ เสียเปรียบในกลุ่มผู้เข้าสอบด้วยกัน ไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนทำข้อสอบได้ โดยการคาดเดา ไม่ใช่ให้นักเรียนขี้เกียจหรือไม่สนใจในการเรียน ทำข้อสอบได้ดี ผู้ทำข้อสอบได้ควรเป็นนักเรียนที่เรียนเก่งและขยัน เท่านั้น

4. ความลึกของคำถาม (Searching) หมายถึง ข้อสอบแต่ละข้อนั้นจะต้องไม่ถามผิวเผิน หรือถามประเภทความรู้ความจำ แต่ต้องถามให้นักเรียนนำความรู้ความเข้าใจไปคิดค้นแปลงแก้ปัญหาแล้วจึงตอบได้

5. ความขี้วู (Exemplary) หมายถึง แบบทดสอบที่นักเรียนทำด้วยความสนุกเพลิดเพลิน ไม่ควรใช้คำถามซ้ำซาก ซึ่งน่าเบื่อหน่าย วิธีการที่จะให้แบบทดสอบมีความขี้วูอยากตอบ ก็โดยเรียงข้อง่ายไปหาข้อยาก ใช้ข้อสอบรูปภาพบ้าง ถามข้อละปัญหาบ้าง รูปแบบของข้อสอบน่าสนใจ ถ้าเป็นข้อสอบอัตนัยก็ให้บรรยายมีความยาวพอเหมาะ และไม่ถามหลายประเด็นในข้อเดียวกัน

6. ความจำเพาะเจาะจง (Definition) หมายถึงที่มีแนวทาง หรือทิศทาง การถามตอบ ชัดเจน ไม่คลุมเครือ ไม่แฝงกลเม็ดให้นักเรียนงง นักเรียนไม่ได้คะแนนเนื่องจากตอบไม่ถูกต้องว่า ไม่ได้คะแนนเนื่องจาก ไม่เข้าใจคำถาม และความไม่จำเพาะเจาะจงของข้อสอบนี้อาจจะเกิดขึ้นได้ กับข้อสอบทุกชนิด (กาถูก-ผิด จับคู่ เติมคำ ตอบสั้น ๆ เลือกตอบ และอัตนัย) ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับ ผู้เขียนข้อสอบว่าจะสามารถออกข้อสอบได้รัดกุมและชัดเจนเพียงใด

7. ความเป็นปรนัย (Objective) ความเป็นปรนัยของแบบทดสอบ ต้องมีคุณสมบัติ 3 ประการ คือ

7.1 ตั้งคำถามให้ชัดเจน ทำให้ผู้เข้าสอบทุกคนเข้าใจความหมายตรงกัน

7.2 ตรวจสอบให้คะแนนได้ตรงกัน แม้ว่าจะตรวจหลายครั้งหรือตรวจหลายคนก็ตาม

7.3 แปลความหมายของคะแนนได้เหมือนกัน ลักษณะเช่นนี้ถ้าเป็นข้อสอบ ที่นักเรียนได้คะแนนแต่ละข้อไม่เท่ากัน ได้แก่ ข้อสอบอัตนัย หรือตอบสั้น ๆ หรือเติมคำ ก็ไม่สามารถแปลความหมายของคะแนนได้

8. ประสิทธิภาพ (Efficiency) หมายถึง แบบทดสอบที่มีจำนวนข้อสอบมาก พอประมาณ ใช้เวลาสอบพอเหมาะ ประหยัดค่าใช้จ่าย จัดทำแบบทดสอบด้วยความประณีต ตรวจสอบให้คะแนนรวดเร็ว รวมถึงสถานการณ์ในการสอบที่ดี

9. อำนาจจำแนก (Discrimination) หมายถึง ความสามารถของข้อสอบ ในการจำแนกผู้สอบที่มีคุณลักษณะ หรือความสามารถแตกต่างกันออกจากกันได้ ข้อสอบที่ดี จะต้องมียอำนาจจำแนกสูง ตามทฤษฎีการวัดผลแบบอิงกลุ่ม อำนาจจำแนกข้อสอบ หมายถึง ความสามารถของข้อสอบที่จำแนกผู้สอบออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มเก่งกับกลุ่มอ่อน ถ้าข้อสอบ มีอำนาจจำแนกสูง แสดงว่าคนกลุ่มเก่งทำข้อสอบข้อนั้นถูก แต่คนกลุ่มอ่อนทำไม่ถูก ส่วนทฤษฎี การวัดผลแบบอิงเกณฑ์ หมายถึง ความสามารถของข้อสอบนั้นในการจำแนกผู้สอบออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มรอบรู้ กับกลุ่มไม่รอบรู้ ถ้าข้อสอบมีอำนาจจำแนกสูง แสดงว่าคนกลุ่มรอบรู้ ทำข้อสอบข้อนั้นถูก แต่คนกลุ่มไม่รอบรู้ทำไม่ถูก

10. ความยาก (Difficulty) หมายถึง จำนวนคนตอบข้อสอบได้ถูกมากน้อยเพียงใด หรืออัตราส่วนของจำนวนคนตอบถูกกับจำนวนคนทั้งหมดที่เข้าสอบ ตามทฤษฎีการวัดผล แบบอิงกลุ่ม ข้อสอบที่ดี คือ ข้อสอบที่ไม่ยากหรือง่ายเกินไป เรียกว่ามีความยากพอเหมาะ ส่วนทฤษฎีการวัดผลแบบอิงเกณฑ์ ถือว่าข้อสอบที่ดีคือสามารถวัดว่านักเรียนได้บรรลุจุดประสงค์ หรือไม่ การที่ทุกคนทำข้อสอบในจุดประสงค์ที่ต้องการได้จริง หรือไม่ถ้าวัดได้จริงก็นับว่า เป็นข้อสอบที่ดี แม้ว่าจะเป็นข้อสอบที่ง่ายก็ตาม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 214-216) ได้ให้แนวทางการวัดประเมินผลเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพ ซึ่งมีลักษณะที่สำคัญ ดังนี้

1. ความเที่ยงตรง (Validity) หมายถึง ความถูกต้องและแม่นยำในการวัด ซึ่งผลที่ได้จากการวัดตรงตามความต้องการหรือตรงตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ในทางวิชาการ นักการศึกษาได้จำแนกความเที่ยงตรงออกเป็น 4 แบบ ดังนี้

1.1 ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา (Content validity) เป็นความเที่ยงตรงในการวัดเนื้อหาวิชาหรือประสบการณ์การเรียนรู้ของนักเรียน

1.2 ความเที่ยงตรงตามโครงสร้าง (Construct validity) เป็นความเที่ยงตรงในการวัดพฤติกรรมหรือคุณลักษณะของนักเรียน

1.3 ความเที่ยงตรงตามสภาพ (Concurrent validity) เป็นความเที่ยงตรงในการวัดสภาพที่แท้จริงที่เป็นอยู่ในขณะนั้นของนักเรียน

1.4 ความเที่ยงตรงตามพยากรณ์ (Predictive validity) เป็นความเที่ยงตรงในการวัดสภาพ คุณลักษณะ หรือความสามารถที่คาดว่าจะเกิดขึ้นในอนาคตของนักเรียน

2. ความเชื่อมั่น (Reliability) หมายถึง ความคงเส้นคงวา ความสม่ำเสมอ ความแน่นอนของที่ได้จากการวัด ไม่ว่าจะนำแบบทดสอบนั้นไปวัดกี่ครั้งก็ตาม

3. ความเป็นปรนัย (Objectivity) หมายถึง ความชัดเจนของข้อคำถามแต่ละข้อ ซึ่งผู้เกี่ยวข้องมีความเข้าใจในความหมายของคำถามได้ตรงกัน ตรวจให้คะแนนได้ตรงกัน ตลอดจนการแปลความหมายของคะแนนได้ตรงกัน

4. ความไว (Sensitivity) หมายถึง ความสามารถในการจำแนก แยกแยะ บอกระดับ หรือปริมาณความสามารถของสิ่งที่มีลักษณะต่างกันได้ ในทางการวัดใช้ค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) เป็นดัชนีชี้บ่งความไวของเครื่องมือ

5. ความยากพอเหมาะ (Difficulty) หมายถึง ความยากของข้อสอบในแบบทดสอบ โดยกำหนดจากอัตราส่วนของจำนวนผู้ตอบข้อนั้นถูกต้องต่อจำนวนผู้ตอบข้อนั้นทั้งหมด ถ้าค่า p มาก แปลว่า ข้อสอบยาก ถ้าค่า p น้อย แปลว่า ข้อสอบง่าย โดยทั่วไป ข้อสอบที่มีค่า p อยู่ระหว่าง .20-.80 เป็นข้อสอบที่ดี

จากการศึกษาลักษณะของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ดี ต้องเป็นแบบทดสอบที่มีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา มีความยากง่ายพอเหมาะ มีค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นตามเกณฑ์ ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษาและนำไปใช้ในการตรวจสอบ และหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เพื่อให้ได้ข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่มีคุณภาพใช้ในงานวิจัยต่อไป

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

ณยศ สงวนสิน (2547) ได้ศึกษา ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนได้รับการสอนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์ โดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย-นิรนัย เรื่อง พหุนาม พบว่า ชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการสอนแบบอุปนัย-นิรนัย มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย-นิรนัย สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ชาวลัย ชมดี (2551) ได้ศึกษาเกี่ยวกับ การพัฒนาการเรียนรู้อุณหภูมิและการเรียนรู้อุณหภูมิ เรื่อง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยวิธีสอนแบบอุปนัยหรือแบบนิรนัย ผลการศึกษาพบว่า แผนการจัดการเรียนรู้อุณหภูมิและการเรียนรู้อุณหภูมิ เรื่อง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้วิธีสอนแบบอุปนัยหรือแบบนิรนัย มีประสิทธิภาพ 81.43/ 79.49 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้คือ 75/75 ค่าดัชนีประสิทธิผลของแผนการจัดการเรียนรู้อุณหภูมิและการเรียนรู้อุณหภูมิ เรื่อง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้วิธีการสอนแบบอุปนัยหรือแบบนิรนัยมีความพึงพอใจโดยรวมอยู่ในระดับมาก

ปวีณภรณ์ พันธุ์สุข (2552) ได้ศึกษา ผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้อุณหภูมิคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย เรื่อง เส้นขนาน ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า การจัดการเรียนรู้อุณหภูมิแบบอุปนัยและนิรนัย ทำให้ความสามารถในการให้เหตุผลสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ธีรรัตน์ สังห์รณ์ (2556) ได้ศึกษา ผลของการจัดการเรียนรู้อุณหภูมิแบบอุปนัย-นิรนัยที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อุณหภูมิแบบอุปนัย-นิรนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อุณหภูมิอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อุณหภูมิแบบอุปนัย-นิรนัย เรื่อง สถิติสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา

ปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นिरนัย เรื่องสถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นिरนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ไพศาล แผลงทับทอง (2558) ได้ศึกษา ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบอุปนัยและนिरนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการสื่อสาร ด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎี จำนวนเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย และนिरนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70 และ 2) เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียน ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัด กิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนिरนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนिरนัยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย และนिरนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

งานวิจัยต่างประเทศ

Mourad (2005) ได้ศึกษาเกี่ยวกับ การให้เหตุผลแบบอุปนัยในคาบเรียนพีชคณิต การศึกษานี้เป็นการเปรียบเทียบผลของวิธีสอน 2 วิธีในหน่วยการเรียนรู้พีชคณิต เรื่อง ฟังก์ชัน เชิงเส้นของนักเรียนเกรด 8 วิธีการสอนที่นำมาใช้ในการทดลองครั้งนี้ คือ การจัดกิจกรรมเกี่ยวกับการ ให้เหตุผลแบบอุปนัยการเป็นตัวแทนและแนวทางในการค้นพบในขณะที่วิธีสอนที่ควบคุม คือ การสอนปกติ จุดมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ คือ ต้องการปรับปรุงแก้ไขผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ในเรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น ของนักเรียนผู้วิจัยต้องการพิสูจน์ความจริงที่สำคัญทางคณิตศาสตร์ 3 ข้อ คือ ข้อแรกเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้นและอีกสองข้อเกี่ยวกับความสามารถในการเป็นตัวแทนของ การแปลง โดยจะนำมาใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในการทดสอบประจำหน่วย ซึ่งนักเรียนทั้งหมด 29 คน ที่เข้าร่วมนี้จะมีระดับของความคิดแตกต่างกันผลการเปรียบเทียบ พบว่า กลุ่มทดลองให้ความร่วมมือและมีส่วนร่วมในการสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จาก กิจกรรมการเรียนรู้การสอนมากกว่ากลุ่มที่ใช้การสอนแบบปกติ ดังนั้น วิธีการสอนแบบนี้ดูเหมือนว่า

จะเป็นการสร้างความเชื่อมั่นเกี่ยวกับผลสำเร็จที่จะเกิดขึ้นในอนาคตได้โดยเฉพาะอย่างยิ่งเกี่ยวกับการปรับปรุงการเรียนการสอนนั่นเอง

Takimoto (2008) ได้ศึกษา ผลของการสอนด้วยวิธีนิรนัยและอุปนัยที่มีผลต่อการเรียนภาษาอังกฤษในฐานะภาษาต่างประเทศ โดยศึกษาจากผู้ใหญ่ชาวญี่ปุ่นที่ใช้ภาษาญี่ปุ่นเป็นภาษาแม่และมีระดับความสามารถทางภาษาอังกฤษ อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 60 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 3 กลุ่ม กลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม 3 กลุ่มแรกได้รับวิธีการสอนที่แตกต่างกันออกไป คือ ก. วิธีการสอนแบบนิรนัย ข. วิธีการสอนแบบอุปนัยร่วมกับวิธีการแก้ปัญหา ค. วิธีการสอนแบบอุปนัยร่วมกับการสอนไวยากรณ์ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมได้รับการทดสอบก่อนเรียน และหลังเรียน ผลการศึกษา พบว่า กลุ่มทดลองทั้ง 3 กลุ่ม มีผลการเรียนดีขึ้นกว่ากลุ่มควบคุม อย่างไรก็ตามในด้านทักษะการฟัง มีเฉพาะกลุ่ม ก. ที่ได้รับวิธีการสอนแบบนิรนัยเท่านั้น ที่มีผลการเรียนดีขึ้น

จากการศึกษาเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง การจัดการเรียนรู้ที่สามารถพัฒนาผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้ที่ยาวนาน มีความสามารถให้เหตุผลในทางคณิตศาสตร์ โดยจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเองจากกระบวนการยกตัวอย่าง วิเคราะห์ เปรียบเทียบ การจัดหมวดหมู่ การสรุปเป็นหลักการ ข้อความรู้ของตนเองทำให้เกิดการเรียนรู้กับนักเรียน ซึ่งจะเห็นได้จากผลงานวิจัยทั้งในและต่างประเทศ ที่ศึกษาเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้รูปแบบนี้ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะทำการวิจัยเกี่ยวกับผลของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เพื่อเป็นการพัฒนาคุณภาพของผู้เรียนโรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ที่มีสภาพปัญหาดังที่กล่าวมาในข้างต้น

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย กับเกณฑ์ ร้อยละ 70 โดยผู้วิจัยดำเนินการดังต่อไปนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การดำเนินการวิจัย
5. การเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ อำเภอบ่อทอง จังหวัดชลบุรี 3 ห้องเรียน จำนวน 80 คน

2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/1 ที่กำลังเรียนภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ อำเภอบ่อทอง จังหวัดชลบุรี 1 ห้องเรียน จำนวน 25 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) ซึ่งโรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ มีการจัดชั้นเรียนโดยละความสามารถในแต่ละห้องเรียน และแต่ละห้องเรียนไม่มีความแตกต่างกัน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 6 แผน
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 10 ข้อ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ จำนวน 20 ข้อ เป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ตามขั้นตอน ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยรายวิชาคณิตศาสตร์ 3 เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 6 แผน มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้
 - 1.1 ศึกษาหลักสูตรหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ พุทธศักราช 2553 คำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์ 3 โครงสร้างรายวิชาคณิตศาสตร์ 3
 - 1.2 ศึกษาคู่มือสาระการเรียนรู้พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ
 - 1.3 ศึกษาเอกสาร ตำรา งานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาใช้ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้
 - 1.4 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เรื่อง ลำดับ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด โดยจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 6 แผน จำนวน 14 ชั่วโมง ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ เวลาที่ใช้ จำแนกตาม
แผนการจัดการเรียนรู้ รายวิชาคณิตศาสตร์ 3 เรื่อง ลำดับ

ตัวชี้วัด	แผนที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	เวลาที่ใช้ (ชั่วโมง)
ค 4.1 ม. 4-6/4 เข้าใจความหมาย ของลำดับและหา พจน์ทั่วไปของลำดับ จำกัด	1	1. นักเรียนบอกความหมาย และเขียนลำดับได้ 2. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผล ในการบอกความหมายของลำดับได้	ความหมายของ ลำดับ	2
ค 6.1 ม.4-6/3 ให้เหตุผลประกอบ การตัดสินใจ และ สรุปผลได้อย่าง เหมาะสม	2	1. นักเรียนสามารถหาพจน์ทั่วไป ของลำดับจำกัดได้ 2. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผล ในการหาพจน์ทั่วไปของ ลำดับจำกัดได้	การหาพจน์ทั่วไป ของลำดับจำกัด	2
ค 4.1 ม.4-5/5 เข้าใจความหมาย ของลำดับเลขคณิต และลำดับเรขาคณิต หาพจน์ต่าง ๆ ของ ลำดับเลขคณิต และลำดับเรขาคณิต และนำไปใช้	3	1. นักเรียนบอกความหมาย ของลำดับเลขคณิตได้ 2. นักเรียนสามารถระบุลำดับ เลขคณิตได้ 3. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผล ในการบอกความหมาย และ ระบุลำดับเลขคณิตได้	ลำดับเลขคณิต	2
ค 6.1 ม.4-6/3 ให้เหตุผล ประกอบการ ตัดสินใจ และสรุปผล ได้อย่างเหมาะสม	4	1. นักเรียนสามารถหาพจน์ทั่วไป ของลำดับเลขคณิตได้ 2. นักเรียนสามารถนำลำดับเลขคณิต ไปใช้ได้ 3. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผล ในการหาพจน์ทั่วไปของ ลำดับเลขคณิตและนำไปใช้ได้	การหาพจน์ทั่วไป ของลำดับ เลขคณิต และ การนำไปใช้	3
	5	1. นักเรียนบอกความหมายของ ลำดับเรขาคณิตได้ 2. นักเรียนสามารถระบุลำดับ เรขาคณิตได้ 3. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผล ในการบอกความหมายและระบุ ลำดับเรขาคณิตได้	ลำดับเรขาคณิต	2

ตารางที่ 5 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	แผนที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	เวลาที่ใช้ (ชั่วโมง)
	6	1. นักเรียนสามารถหาพจน์ทั่วไป ของลำดับเรขาคณิตได้ 2. นักเรียนสามารถนำลำดับ เรขาคณิตไปใช้ได้ 3. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผล ในการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ เรขาคณิตและนำไปใช้ได้	การหาพจน์ทั่วไป ของลำดับ เรขาคณิต และ การนำไปใช้	3
		รวม		14 ชั่วโมง

ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย

1.4.1 มาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด

1.4.2 สาระสำคัญ

1.4.3 จุดประสงค์การเรียนรู้

1.4.3.1 ด้านความรู้

1.4.3.2 ด้านทักษะ/ กระบวนการ

1.4.3.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1.4.4 สาระการเรียนรู้

1.4.5 กิจกรรมการเรียนรู้ประกอบด้วยขั้นตอน ดังนี้

1.4.5.1 ขั้นเตรียมการ

1.4.5.2 ขั้นนำเสนอ

1.4.5.3 ขั้นเปรียบเทียบ

1.4.5.4 ขั้นสรุป

1.4.5.5 ขั้นนำไปใช้

1.4.5.6 ขั้นประเมินผล

1.4.6 สื่อการเรียนรู้/ แหล่งการเรียนรู้

1.4.7 การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

1.4.8 บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย ผลการสอน ปัญหา

อุปสรรค ข้อเสนอแนะ และแนวทางแก้ไข

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อตรวจพิจารณาความเหมาะสม ความสอดคล้องด้านภาษา จุดประสงค์การเรียนรู้ กิจกรรม การเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ โดยได้รับข้อเสนอแนะให้ปรับขึ้นกิจกรรมการเรียนรู้ ให้สามารถบ่งชี้ให้เกิดการอุปนัยและนิรนัยในการเรียนรู้ของนักเรียน ในใบงาน ใบกิจกรรมจะต้อง มีกิจกรรมที่นักเรียนสามารถศึกษาตัวอย่างที่หลากหลายและเพียงพอ เพื่อสร้างข้อสรุป ของตนเองได้ ผู้วิจัยได้ปรับโดยในกิจกรรมการเรียนรู้มีเอกสารแนะแนวทางเพื่อให้นักเรียนได้ศึกษา ด้วยตนเอง และสรุปความรู้ด้วยตนเองจากการศึกษาตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง ทำให้เกิด การเรียนรู้

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เสนอผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสม ด้านเนื้อหา เวลา ความชัดเจนของจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ โดยใช้ แบบประเมินความเหมาะสมองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ซึ่งเป็น แบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) ตามแนวลิเคอร์ท (Likert) 5 ระดับ (พงษรัตน์ ทวีรัตน์, 2543, หน้า 107) โดยกำหนดคะแนนการประเมิน ดังนี้

5 หมายถึง มีความเหมาะสมมากที่สุด

4 หมายถึง มีความเหมาะสมมาก

3 หมายถึง มีความเหมาะสมปานกลาง

2 หมายถึง มีความเหมาะสมน้อย

1 หมายถึง มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

นำผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่าน มาวิเคราะห์แล้วเทียบเกณฑ์ ระดับคุณภาพ ตามคะแนนเฉลี่ย ดังนี้

4.51-5.00 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด

3.51-4.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมาก

2.51-3.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมปานกลาง

1.51-2.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อย

1.00-1.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

โดยกำหนดให้คะแนนเฉลี่ย 3.51 ขึ้นไป เป็นเกณฑ์ความเหมาะสมที่ยอมรับว่า แผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยมีคุณภาพที่สามารถนำไปใช้ได้ ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ แผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยที่ผ่านการประเมินความเหมาะสมองค์ประกอบ ของแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญ พบว่า มีความเหมาะสมรวมเฉลี่ยระดับมาก

ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.46 ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ .59 และได้รับข้อเสนอแนะจากผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้

ขั้นกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้สอนต้องวางแผนหรือเตรียมข้อคำถาม สถานการณ์เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้แบบอุปนัย หลังจากนั้นสรุปหรือนำ Concept หรือ สูตรมาสัมพันธ์กับความรู้เพื่อให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยง และตรวจสอบความถูกต้องของการยกตัวอย่าง (คำตอบ กับ คำถาม) และควรเฉลยคำตอบของข้อคำถามให้ครบทุกข้อในแผนการจัดการเรียนรู้

ขั้นการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ เสนอแนะให้ใช้คำเป็นเอกภาพ ระบุเกณฑ์การวัดและประเมินผลให้ครบในบางแผนการจัดการเรียนรู้

1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ โดยในขั้นกิจกรรมการเรียนรู้ได้กำหนดสถานการณ์ ข้อคำถาม คำตอบ ที่นำนักเรียนไปสู่การเรียนรู้แบบอุปนัยอย่างชัดเจน การวัดผลและประเมินผลได้ดำเนินการระบุเกณฑ์ครบถ้วน และมีการเฉลยข้อคำถามในแผนการจัดการเรียนรู้ครบทุกแผน แล้วนำไปทดลองใช้กับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/2 จำนวน 28 คน โรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ องค์การบริหารส่วนจังหวัดชลบุรี ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ ด้านเวลา ภาษา เนื้อหา และกิจกรรมการเรียนรู้ตามที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ พบว่า ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 นักเรียนยังไม่สามารถเรียนรู้และสรุปได้ด้วยตนเอง ซึ่งตรวจสอบจากการศึกษาเอกสารแนะแนวทางที่ 1.1 นักเรียนไม่เขียนข้อความที่แสดงให้เห็นถึงการเรียนรู้ ผู้วิจัยแก้ปัญหาโดยการชี้แจงให้นักเรียนทราบถึงกระบวนการจัดการเรียนรู้ มีข้อสรุปที่นักเรียนสรุปไม่ได้ ต้องคอยแนะนำจึงทำให้เกิดการเรียนรู้ บางแผนการจัดการเรียนรู้ต้องเพิ่มเวลาในการทำกิจกรรม เช่น แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ซึ่งนักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับ ซึ่งมีลักษณะของโจทย์ที่หลากหลาย นักเรียนต้องสังเกตความสัมพันธ์และสร้างข้อสรุป ผู้วิจัยได้ดำเนินการทบทวนความรู้พื้นฐานให้นักเรียนซึ่งไม่นับเป็นชั่วโมงวิจัยในครั้งนี้ เพื่อให้สามารถนำความรู้มาใช้ในการเรียนรู้ได้ ซึ่งพบว่า นักเรียนสามารถเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้

1.8 นำแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยที่ผ่านการทดลองใช้มาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องเพื่อให้มีความถูกต้องเหมาะสมอย่างสมบูรณ์ ก่อนนำไปใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ โดยใช้เวลา 1 ชั่วโมง ซึ่งผู้วิจัยมีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

2.1 ศึกษาเนื้อหา มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษา
ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2.2 ศึกษาแบบเรียน คู่มือครู หลักการ วิธีการสร้างแบบทดสอบและแนวทาง
การวัดและการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และสร้างตารางวิเคราะห์
ข้อสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กำหนดจุดประสงค์ จำนวนข้อสอบ
ที่สร้าง ที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นข้อสอบแบบอัตนัย
ซึ่งมีเกณฑ์การเลือกข้อสอบโดยใช้การหาคุณภาพข้อสอบ การคัดเลือกจากข้อคำถามที่มี
ความเหมาะสมเนื้อหาและนักเรียน ดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบ
ในแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวน ข้อสอบ ที่สร้าง	ข้อสอบ ที่ใช้จริง
ค.4.1 ม.4-6/5 เข้าใจความหมาย ของลำดับเลข คณิต และลำดับ เรขาคณิต หาพจน์ ต่าง ๆ ของลำดับ	1. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผล ในการบอกความหมาย ของลำดับได้	ความหมายลำดับ	2	1
เลขคณิต และ ลำดับเรขาคณิต และนำไปใช้	2. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผล ในการหาพจน์ทั่วไปของ ลำดับจำกัดได้	การหาพจน์ทั่วไป ของลำดับจำกัด	2	1
ค 6.1 ม.4-6/3 ให้เหตุผล ประกอบการ ตัดสินใจ และ สรุปผลได้ อย่างเหมาะสม	3. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผล ในการบอกความหมาย ลำดับเลขคณิตได้	ความหมายลำดับ เลขคณิต	2	1
	4. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผล ในการหาพจน์ทั่วไปของ ลำดับเลขคณิตได้	การหาพจน์ทั่วไป ของลำดับเลขคณิต	2	1
	5. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผล ประกอบในการนำลำดับ เลขคณิตไปใช้ได้	การนำลำดับเลข คณิตไปใช้	4	2

ตารางที่ 6 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวน ข้อสอบ ที่สร้าง	ข้อสอบ ที่ใช้จริง
	6. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผล ในการบอกความหมาย ลำดับเรขาคณิตได้	ความหมายลำดับ เรขาคณิต	2	1
	7. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผล ในการหาพจน์ทั่วไปของ ลำดับเรขาคณิตได้	การหาพจน์ทั่วไป ของลำดับ เรขาคณิต	2	1
	8. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผล ประกอบในการนำลำดับ เรขาคณิตไปใช้ได้	การนำลำดับ เรขาคณิตไปใช้	4	2
	รวม		20	10

2.3 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
จำนวน 20 ข้อ พร้อมทั้งเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล
ทางคณิตศาสตร์ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีค (Rubric assessment)
ของแบบทดสอบสำหรับการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.4 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์พร้อมเกณฑ์
การให้คะแนน เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบ และให้ข้อเสนอแนะ ปรับแก้
ครั้งที่ 1 โดยได้รับคำแนะนำจากอาจารย์ที่ปรึกษาเกี่ยวกับ ต้องปรับเปลี่ยนข้อคำถาม เพื่อให้
นักเรียนได้แสดงเหตุผล การอธิบาย ผู้วิจัยได้ปรับแก้ แล้วนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 ท่าน
เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาให้มีความสอดคล้องตามจุดประสงค์การเรียนรู้ และข้อคำถาม
โดยพิจารณาตามเกณฑ์ ดังนี้

- 1 หมายถึง แน่ใจว่า ข้อสอบวัดตรงตามจุดประสงค์
- 0 หมายถึง ไม่แนใจว่าข้อสอบวัดตรงตามจุดประสงค์
- 1 หมายถึง แน่ใจว่า ข้อสอบวัดไม่ตรงตามจุดประสงค์

นำผลการพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญ มาคำนวณค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index
of item objective congruence) ซึ่งค่าดัชนีความสอดคล้องที่ใช้ได้ ควรมีค่าตั้งแต่ .50 ขึ้นไป

(เวชฤทธิ อังกนะภททททท, 2555, หน้า 159-160) ซึ่งแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีค่าดัชนีความสอดคล้องเท่ากับ .80-1.00 โดยในข้อที่ 7 ผู้เชี่ยวชาญให้รับคำถามให้ชัดเจนขึ้น ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการแก้ไขเรียบร้อยแล้ว

2.5 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ ทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/2 จำนวน 28 คน ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาคุณภาพรายข้อ ดังนี้

2.5.1 หาค่าความยากง่ายของข้อสอบโดยใช้สูตรของ วิทนีย์ และซาเบอร์ส (Whitney and sabers) (เวชฤทธิ อังกนะภทททท, 2555, หน้า 163-166) ซึ่งข้อสอบควรมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ .20-.80

2.5.2 หาค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบโดยใช้สูตรของ วิทนีย์ และซาเบอร์ส (Whitney and sabers) (เวชฤทธิ อังกนะภทททท, 2555, หน้า 163-166) ซึ่งข้อสอบควรมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 ขึ้นไป

2.5.3 คัดเลือกข้อสอบตามตามเกณฑ์ข้อ 2.5.1 และ 2.5.2 ให้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ จำนวน 10 ข้อ โดยแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับที่ได้ มีค่าความยากง่ายเท่ากับ .40-.69 และค่าอำนาจจำแนกเท่ากับ .33-.62

2.6 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ของค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก จำนวน 10 ข้อ หาค่าความเชื่อมั่น โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟาของ ครอนนาค (Alpha coefficient) (เวชฤทธิ อังกนะภทททท, 2555, หน้า 161) ซึ่งค่าความเชื่อมั่นควรมีค่าตั้งแต่ .70 ขึ้นไป โดยแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลในทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ ที่ได้มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .90

2.7 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 20 ข้อ เป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

3.1 ศึกษาแบบเรียน คู่มือครู และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวัดผลและประเมินผลวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

3.2 ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ

3.3 สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบโดยพิจารณาจุดประสงค์การเรียนรู้ที่สอดคล้องกับ
ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สร้างข้อสอบให้มีจำนวน
เป็นสองเท่าของจำนวนข้อสอบที่ต้องการใช้จริง โดยมีเกณฑ์การคัดเลือกข้อสอบ โดยนำไป
หาคุณภาพข้อสอบให้มีคุณภาพตามเกณฑ์ การคัดเลือกจากข้อคำถามที่มีความเหมาะสม
กับเนื้อหาและนักเรียน ให้มีจำนวนตามต้องการและนำไปหาค่าความเชื่อมั่นต่อไป ดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อจำแนกข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
ตามระดับพฤติกรรม

ตัวชี้วัด	จุดประสงค์ การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบจำแนกตาม ระดับพฤติกรรม				จำนวน ข้อสอบ ที่สร้าง	จำนวน ข้อสอบ ที่ใช้จริง
		ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์		
ค 4.1 ม.4-6/4 เข้าใจความหมาย ของลำดับ และ หาพจน์ทั่วไป	1 นักเรียนสามารถ บอกความหมาย ของลำดับได้	2(1)	-	-	-	2	1
ของลำดับจำกัด หาพจน์ทั่วไปของ ลำดับจำกัดได้	2. นักเรียนสามารถ หาพจน์ทั่วไปของ ลำดับจำกัดได้	-	2(1)	4(2)	-	6	3
ค 4.1 ม.4-6/5 เข้าใจความหมาย ของลำดับเลข คณิต และลำดับ	3. นักเรียนบอก ความหมาย ของลำดับ เลขคณิตได้	2(1)	-	-	-	2	1
เรขาคณิต หาพจน์ต่าง ๆ ของลำดับเลข คณิตและลำดับ เรขาคณิต และ นำไปใช้	4. นักเรียนสามารถ ระบุลำดับ เลขคณิตได้	2(1)	-	-	-	2	1

ตารางที่ 7 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	จุดประสงค์ การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบจำแนกตาม ระดับพฤติกรรม				จำนวน ข้อสอบ ที่สร้าง	จำนวน ข้อสอบ ที่ใช้จริง
		ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์		
5.	นักเรียนสามารถ หาพจน์ทั่วไป ของลำดับ เลขคณิตได้	-	4(2)	2(1)	-	6	3
6.	นักเรียนสามารถ นำลำดับเลขคณิต ไปใช้ได้	-	2(1)	2(1)	2(1)	6	3
7.	นักเรียนบอก ความหมายของ ลำดับเรขาคณิตได้	2(1)	-	-	-	2	1
8.	นักเรียนสามารถ ระบุลำดับ เรขาคณิตได้	-	2(1)	-	-	2	1
9.	นักเรียนสามารถ หาพจน์ทั่วไปของ ลำดับเรขาคณิตได้	-	2(1)	4(2)	-	6	3
10.	นักเรียนสามารถนำ ลำดับเรขาคณิตไปใช้ได้	-	2(1)	2(1)	2(1)	6	3
	รวม	8(4)	14(7)	14(7)	4(2)	40	20

3.4 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ แบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ โดยสร้างให้มีความสอดคล้องกับตารางวิเคราะห์ จุดประสงค์การเรียนรู้เพื่อให้ได้ข้อสอบที่มีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา

3.5 นำไปตรวจสอบหาคุณภาพของข้อสอบ โดยนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา วิทยานิพนธ์ตรวจสอบ พิจารณาความถูกต้องเหมาะสม ความสอดคล้องของเนื้อหา และจุดประสงค์ของการเรียนรู้ นำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุง

3.6 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับที่ปรับปรุงแล้วเสนอผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 ท่าน เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาให้มีความสอดคล้องตามจุดประสงค์การเรียนรู้โดยหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of item objective congruence) โดย

- 1 หมายถึง แนใจว่าข้อสอบวัดตรงตามจุดประสงค์
- 0 หมายถึง ไม่แนใจว่าข้อสอบวัดตรงตามจุดประสงค์
- 1 หมายถึง แนใจว่าข้อสอบวัดไม่ตรงตามจุดประสงค์

ซึ่งข้อสอบที่ดีควรมีค่า IOC ของแต่ละข้อไม่น้อยกว่า .50 (เวชฤทธิ์ อังกะนัทรชวร, 2555, 159-160) โดยผลการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สร้างขึ้น มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of item objective congruence) เท่ากับ .80-1.00

3.7 ปรับปรุงแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับตามคำแนะนำที่ผู้เชี่ยวชาญให้คำแนะนำ โดยผู้เชี่ยวชาญเสนอแนะให้ปรับข้อคำถามให้ชัดเจนและมีความเหมาะสมกับระดับที่จำแนกพฤติกรรม ผู้วิจัยได้ปรับข้อคำถามในข้อที่ได้รับการเสนอแนะเรียบร้อยแล้ว

3.8 นำแบบทดสอบไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/2 จำนวน 28 คนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง (กลุ่มเดียวกันกับการทดลองใช้แผนการจัดการเรียนรู้) ตรวจให้คะแนนเพื่อหาคุณภาพรายข้อ ดังนี้

3.8.1 หาค่าความยากของข้อสอบ โดยใช้สูตรการหาความยากของข้อสอบแบบอิงเกณฑ์ (สมนึก ภัททิยธนี, 2551, หน้า 212) ซึ่งข้อสอบควรมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ .20-.80

3.8.2 หาค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบโดยใช้สูตรของ แบรินแนน (Brennan) (สมนึก ภัททิยธนี, 2551, หน้า 214) ซึ่งข้อสอบควรมีค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ .20 ขึ้นไป

3.8.3 คัดเลือกข้อสอบตามเกณฑ์ข้อ 3.8.1 และ 3.8.2 ให้ครอบคลุมตามจุดประสงค์การเรียนรู้ นอกจากนั้น ผู้วิจัยยังพิจารณาจากข้อคำถามที่มีความชัดเจนและความซ้ำซ้อนของข้อสอบ จำนวน 20 ข้อ โดยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ลำดับ ที่ได้มีค่าความยากง่ายเท่ากับ .46-.71 และค่าอำนาจจำแนกเท่ากับ .33-.75

3.9 นำแบบทดสอบ จำนวน 20 ข้อ หาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) โดยใช้วิธีโลเวทท์ (Lovett method) (สมนึก ภัททิยธนี, 2551, หน้า 229) ซึ่งค่าความเชื่อมั่นควรมีค่า

ตั้งแต่ .70 ขึ้นไป โดยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับที่ได้มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .88

3.10 นำแบบทดสอบมีคุณภาพตามเกณฑ์ ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

การดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยทางการศึกษาแบบก่อนทดลอง (Pre experimental designs) แบบ The One-shot case study มีแบบแผนการวิจัย ดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 แบบแผนการวิจัย

กลุ่ม	ทดลอง	สอบ
ทดลอง	X	T

X การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

T การทดสอบหลังการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอน ดังนี้

1. ขออนุญาตถึงผู้บริหารสถานศึกษา โรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ ตำบลพลวงทอง อำเภอป่าทอง จังหวัดชลบุรี และขอความร่วมมือจากคณะครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยเป็นผู้สอนในรายวิชาคณิตศาสตร์ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

2. ชี้แจงให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างรับทราบถึงจุดมุ่งหมาย การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เพื่อให้ให้นักเรียนได้รับทราบแนวปฏิบัติที่ถูกต้อง

3. ดำเนินการจัดการเรียนรู้ ด้วยแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 6 แผน 14 ชั่วโมง

5. เมื่อดำเนินการสอนครบทุกแผน นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จำนวน 20 ข้อ แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 10 ข้อ ให้เวลาในการทำแบบทดสอบ 2 ชั่วโมง

6. ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยให้ 1 คะแนน สำหรับข้อสอบที่นักเรียนตอบถูก และให้ 0 คะแนน สำหรับข้อสอบที่ตอบผิด

ตอบมากกว่า 1 ตัวเลือก หรือไม่ตอบ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 10 ข้อ โดยมีเกณฑ์การให้แบบรูบริก (Rubric) ตรวจให้คะแนนแบบเกณฑ์รวม (Holistic scoring) โดยพิจารณาสภาพบริบทผู้เรียนของโรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ สังกัดองค์การบริหารส่วนจังหวัดชลบุรี ขอบข่ายเนื้อหาทฤษฎีบทคณิตศาสตร์ 3 เรื่อง ลำดับ และได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic rubric) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic rubric) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 (ดีมาก)	มีการอธิบาย เพื่อสื่อความหมายแนวคิด มีการอ้างอิงเพื่อแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบอย่างสมเหตุสมผล ครบทุกส่วนและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง
3 (ดี)	มีการอธิบาย เพื่อสื่อความหมายแนวคิด มีการอ้างอิงเพื่อแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบอย่างสมเหตุสมผล ครบทุกส่วนแต่สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง
2 (พอใช้)	มีการอธิบาย เพื่อสื่อความหมายแนวคิดแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบอย่างสมเหตุสมผล บางส่วนและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง
1 (ปรับปรุง)	มีการอธิบาย เพื่อสื่อความหมายแนวคิดแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบอย่างสมเหตุสมผล บางส่วนและสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง
0 (ไม่พยายาม)	ไม่มีการอธิบาย เพื่อสื่อความหมายแนวคิดแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบอย่างสมเหตุสมผล สรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ *t*-test for one sample

2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย กับเกณฑ์ร้อยละ 70
โดยใช้สถิติ t -test for one sample

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ย (Mean) จากสูตร (สมนึก ภัททิยธนี, 2551, หน้า 237)

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

เมื่อ \bar{x} แทน ค่าเฉลี่ย

$\sum x$ แทน ผลรวมคะแนนทั้งหมด

n แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation) จากสูตร (สมนึก ภัททิยธนี,
2551, หน้า 250)

$$SD = \sqrt{\frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ SD แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\sum x$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

$\sum x^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง

n แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่าง

2. ค่าสถิติเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือ

2.1 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
จากสูตร (สมนึก ภัททิยธนี, 2551, หน้า 220)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC คือ ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้

$\sum R$ คือ ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

2.2 ค่าความยากง่ายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง ลำดับจากสูตร (สมนึก ภัททิยธนี, 2551, หน้า 212)

$$p = \frac{R}{N}$$

เมื่อ p คือ ค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ

R คือ จำนวนผู้เรียนที่ตอบถูก

N คือ จำนวนผู้เรียนทั้งหมด

2.3 ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง ลำดับ โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบปรนัย จากสูตร (สมนึก ภัททิยธนี, 2551, หน้า 214)

$$B = \frac{U}{N_1} - \frac{L}{N_2}$$

เมื่อ B คือ ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ

N_1 คือ จำนวนผู้รอบรู้ (สอบผ่านเกณฑ์)

N_2 คือ จำนวนผู้ไม่รอบรู้ (สอบไม่ผ่านเกณฑ์)

U คือ จำนวนผู้รอบรู้ (สอบผ่านเกณฑ์) ตอบถูก

L คือ จำนวนผู้ไม่รอบรู้ (สอบไม่ผ่านเกณฑ์) ตอบถูก

2.4 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง ลำดับ ใช้วิธีโลเวทท์ (Lovett method) จากสูตร (สมนึก ภัททิยธนี, 2551, หน้า 229)

$$r_{\infty} = 1 - \frac{K \sum X_i - \sum X_i^2}{(K-1) \sum (X_i - C)^2}$$

เมื่อ r_{∞} คือ ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

K คือ จำนวนข้อของแบบทดสอบทั้งฉบับ

X_i คือ คะแนนของนักเรียนแต่ละคน

C คือ คะแนนจุดตัด (คะแนน 14 คะแนน)

2.5 หาค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถ
ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นรายข้อ โดยตัดคะแนนกลุ่มคะแนนกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน
50 เปอร์เซนต์ แล้วแทนค่าในสูตร (เวชฤทธิ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 163-166) ดังนี้

$$p = \frac{S_h + S_l - (n_t)(X_{min})}{n_t(X_{max} - X_{min})}$$

- เมื่อ p คือ ค่าความยากง่าย
- S_h คือ ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียน
ที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มสูง (คะแนนในช่วง 21-40
คะแนน)
- S_l คือ ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียน
ที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มต่ำ (คะแนนในช่วง 0-20
คะแนน)
- n_t คือ จำนวนผู้เรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน
- X_{max} คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
- X_{min} คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

$$r = \frac{S_h - S_l}{n(X_{max} - X_{min})}$$

- เมื่อ r คือ ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ
- S_h คือ ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนนักเรียน
ที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มสูง (คะแนนในช่วง 21-40
คะแนน)
- S_l คือ ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียน
ที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มต่ำ (คะแนนในช่วง 0-20
คะแนน)
- n คือ จำนวนผู้เรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ
- X_{max} คือ คะแนนสูงสุด
- X_{min} คือ คะแนนต่ำสุด

2.6 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล
ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ โดยการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -coefficient) ใช้สูตรของ
ครอนบาค (Cronbach) (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 161) ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\}$$

เมื่อ α คือ ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

k คือ จำนวนข้อของแบบทดสอบ

s_i^2 คือ ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ

s_t^2 คือ ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

3.1 ใช้วิธีการทางสถิติแบบ t -test for one sample เพื่อเปรียบเทียบ

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70 จากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2552, หน้า 134)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}; df = n-1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t -distribution

\bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยที่มีต่อความสามารถ ในการให้ เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ที่มีต่อความสามารถ ในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ โดยผู้วิจัยนำเสนอ ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

2. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

2.1 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยกับเกณฑ์ ร้อยละ 70

2.2 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยกับเกณฑ์ ร้อยละ 70

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิจัยเพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยกำหนดสัญลักษณ์ที่ใช้ ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อการเสนอผลการวิจัย ดังนี้

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

\bar{x} แทน ค่าเฉลี่ย

SD แทน ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

μ แทน ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

$*$ แทน มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

2.1 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ แบบอุปนัยและนิรนัย กับเกณฑ์ร้อยละ 70

จากการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เรื่อง ลำดับของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยได้ทำการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ จำนวน 10 ข้อ
กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/1 แล้วบันทึกผลการทดสอบเป็นคะแนนหลังเรียน ผู้วิจัยทำ
การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยใช้เกณฑ์
ที่สร้างขึ้น แล้วนำมาวิเคราะห์โดยใช้สถิติ t -test for one sample ปรากฏผลดังตารางที่ 10
ตารางที่ 10 การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
กับเกณฑ์ร้อยละ 70

การทดสอบ	n	\bar{x} (ร้อยละ 70)	\bar{x} (คะแนนเต็ม 40)	t
คะแนนความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ	25	28	30.32	3.05*

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ($t_{(\alpha = .05, df = 24)} = 1.7109$)

จากตารางที่ 10 พบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ลำดับ มีค่าเท่ากับ 30.32 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 75.80 และเมื่อทดสอบสมมติฐาน พบว่า
คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญ
ทางสถิติที่ระดับ .05

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล
ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ สามารถจำแนกนักเรียนออกเป็น 5 กลุ่ม ตามเกณฑ์การให้คะแนน
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้ผลการวิเคราะห์ดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 ร้อยละของนักเรียนจำแนกตามระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ระดับ คะแนน	ร้อยละของนักเรียน (นักเรียนจำนวน 25 คน)					รวม
	4 (ดีมาก)	3 (ดี)	2 (พอใช้)	1 (ควรปรับปรุง)	0 (ไม่พยายาม)	
ข้อ 1	64.00	0.00	36.00	0.00	0.00	100
ข้อ 2	76.00	0.00	20.00	4.00	0.00	100
ข้อ 3	56.00	4.00	52.00	4.00	0.00	100
ข้อ 4	32.00	4.00	52.00	12.00	0.00	100
ข้อ 5	52.00	4.00	32.00	12.00	0.00	100
ข้อ 6	28.00	4.00	68.00	0.00	0.00	100
ข้อ 7	64.00	8.00	24.00	4.00	0.00	100
ข้อ 8	44.00	8.00	48.00	0.00	0.00	100
ข้อ 9	52.00	4.00	44.00	0.00	0.00	100
ข้อ 10	36.00	8.00	56.00	0.00	0.00	100
ร้อยละเฉลี่ย	50.40	4.80	42.40	2.40	0.00	100

จากตารางที่ 11 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีคะแนนการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดีมาก (4 คะแนน) คิดเป็นร้อยละ 50.40 รองลงมาอยู่ในระดับพอใช้ และระดับดี โดยคิดเป็นร้อยละ 42.40 และ 4.80 ตามลำดับ โดยมีนักเรียนส่วนน้อยที่มีคะแนนอยู่ในระดับควรปรับปรุง ซึ่งมีร้อยละ 2.40 และไม่มีนักเรียนอยู่ในระดับไม่พยายาม ซึ่งมีร้อยละเฉลี่ยและตัวอย่าง ผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/1 ในแต่ละระดับคะแนน ดังนี้

1. มีนักเรียนที่ได้คะแนน 4 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 50.40 โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถอธิบาย เพื่อสื่อความหมายแนวคิด มีการอ้างอิงเพื่อแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบอย่างสมเหตุสมผล ครบทุกส่วนและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง ดังภาพที่ 3

7. เมื่อกำหนดลำดับ 1, -3, 9, -27, ... เป็นลำดับเรขาคณิตหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ. ลำดับ 1, -3, 9, -27, ... ~~ไม่ใช่ลำดับเรขาคณิต~~

เพราะ มีอัตราส่วนร่วมคงตัว ถ้า a_{n+1}

$$\text{โดย } \frac{-3}{1} = \frac{9}{-3} = \frac{-27}{9} = -3 \quad a_n$$

$$\text{ถ้า } a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

$$a_n = 1 \cdot (-3)^{n-1}$$

ภาพที่ 3 ตัวอย่างแบบทดสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล 4 คะแนน

จากภาพที่ 3 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลในการแสดงความรู้ที่ได้ศึกษาและสรุป เพื่ออ้างอิงเหตุผลสนับสนุนคำตอบของตนเอง เพื่อให้คำตอบที่ตนเองตอบ และแสดงออกมานั้นเพียงพอ ซึ่งในตัวอย่างนักเรียนจะต้องรู้ความหมายของลำดับเรขาคณิตว่าเป็นลำดับที่มีอัตราส่วนร่วมคงตัว ซึ่งหาจากพจน์หลังหารพจน์หน้าเสมอ ซึ่งถ้าเป็นลำดับเรขาคณิตแล้วหาพจน์ทั่วไปได้

2. มีนักเรียนที่ได้คะแนน 3 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 4.80 โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถอธิบายเพื่อสื่อความหมาย แนวคิด มีการอ้างอิงเพื่อแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบอย่างสมเหตุสมผล ครบทุกส่วนแต่สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง ดังภาพที่ 4

7. เมื่อกำหนดลำดับ 1, -3, 9, -27, ... เป็นลำดับเรขาคณิตหรือไม่ เพราะเหตุใด

~~ไม่ใช่ลำดับเรขาคณิต เพราะมีลำดับ 1, -3, 9, -27, ...~~

~~มีอัตราส่วนร่วมไม่คงตัว คือ $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ ไม่เท่ากัน~~

$$r_1 = \frac{-3}{1} = -3$$

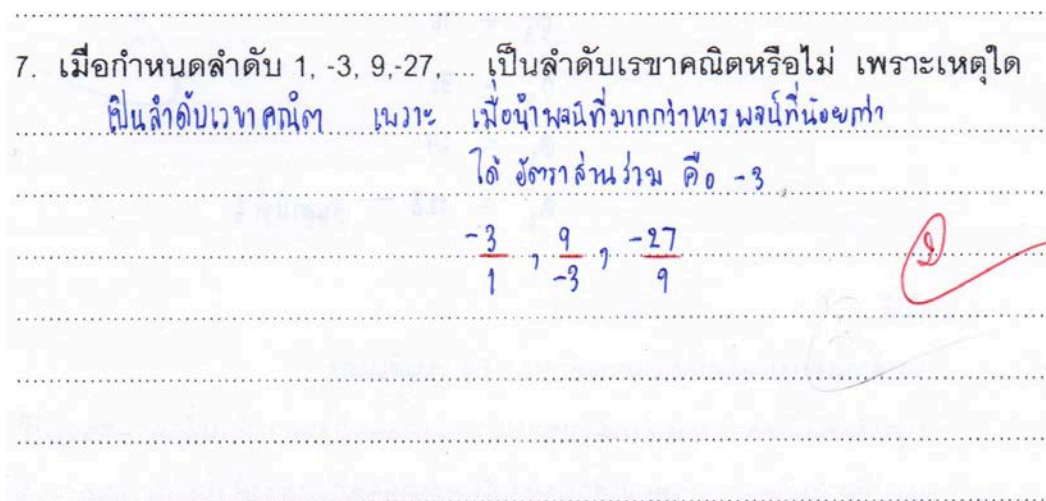
$$r_2 = \frac{9}{-3} = -3$$

ซึ่ง $-3 \neq 3$ จึงไม่ใช่ลำดับเรขาคณิต

ภาพที่ 4 ตัวอย่างแบบทดสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล 3 คะแนน

จากภาพที่ 4 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนอธิบายคำตอบ และมีการอ้างอิงความรู้ เพื่อสนับสนุนคำตอบอย่างสมเหตุสมผลครบ แต่ตอบไม่ถูกต้อง ซึ่งจากภาพนักเรียนเข้าใจ เรื่องการหาอัตราส่วนร่วม ถ้าลำดับที่มีอัตราส่วนร่วมคงตัวเป็นลำดับเรขาคณิต นักเรียนสามารถ แสดงเหตุผลของลำดับเรขาคณิตได้ครบ แต่สรุปคำตอบไม่ถูกต้องเนื่องจากขาดความรู้พื้นฐาน ทางด้านการหาร และขาดความรอบคอบจึงทำให้ อัตราส่วนร่วมไม่คงตัว

3. มีนักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 42.40 โดยนักเรียนกลุ่มนี้ สามารถอธิบาย เพื่อสื่อความหมายแนวคิดแสดงผลสนับสนุนคำตอบอย่างสมเหตุสมผล บางส่วนและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง ดังภาพที่ 5



ภาพที่ 5 ตัวอย่างแบบทดสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล 2 คะแนน

จากภาพที่ 5 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถแสดงคำตอบ มีการอธิบายเพื่อสื่อ ความหมาย แนวคิด มีการอ้างอิงเพื่อแสดงผลสนับสนุนคำตอบอย่างสมเหตุสมผลบางส่วน ซึ่งในคำอธิบาย มีการอ้างอิงคำว่าอัตราส่วนร่วมแต่ไม่สามารถแสดงหลักการได้อย่างถูกต้อง ($r = \frac{a_{n+1}}{a_n}$) แต่สามารถยกตัวอย่างที่มาของอัตราส่วนร่วมได้ และสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้อง

4. มีนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 2.40 โดยนักเรียนกลุ่มนี้ สามารถอธิบาย เพื่อสื่อความหมายแนวคิด มีการอ้างอิงเพื่อแสดงผลสนับสนุนคำตอบ อย่างสมเหตุสมผลบางส่วน และสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง ดังภาพที่ 6

7. เมื่อกำหนดลำดับ 1, -3, 9, -27, ... เป็นลำดับเรขาคณิตหรือไม่ เพราะเหตุใด
~~ไม่เห็นกิจลักษณะจากคณิต~~ เพราะมีอัตราส่วนร่วมไม่คงที่

จาก คณิตศาสตร์ใหม่: แทนด้วย $a_{n+1} - a_n$

$$a_1 = -3 - 1 = -4$$

$$a_2 = 9 - (-3) = 12$$

$$a_3 = -27 - 9 = -36$$

$-4 \neq 12 \neq -36$ จึงไม่มีเป็นลำดับเรขาคณิต

ภาพที่ 6 ตัวอย่างแบบทดสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล 1 คะแนน

จากภาพที่ 6 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิด เพื่อแสดง เหตุผลสนับสนุนคำตอบอย่างสมเหตุสมผลบางส่วน ซึ่งนักเรียนรู้บอกความหมายของ ลำดับเรขาคณิตได้ถูกต้อง ซึ่งลำดับที่เป็นลำดับเรขาคณิตต้องมีอัตราส่วนร่วมคงที่ แต่ไม่สามารถ แสดงการหาอัตราส่วนที่ถูกต้องได้ ทั้งนี้อาจมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนระหว่างอัตราส่วนร่วม ของลำดับเรขาคณิต กับผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิต ทำให้สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

5. ไม่มีนักเรียนที่ได้ 0 คะแนน

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เรื่อง ลำดับ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ผู้วิจัยได้จัดการเรียนรู้ด้วยตนเอง ซึ่งประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 6 แผน พบว่า

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความหมายของลำดับ

นักเรียนมีความพยายามอธิบายเหตุผลและอ้างอิงข้อมูลในการบอกความหมายของ ลำดับ สังเกตจากขั้นนำเสนอ นักเรียนสามารถเรียนรู้และแสดงผลโดยการนำความรู้เรื่อง ฟังก์ชันที่ตนเองเข้าใจมาใช้อธิบายคำตอบในการศึกษาเอกสารแนะแนวทางในเบื้องต้น ยังไม่สามารถศึกษาด้วยตนเอง เขียนอธิบายแนวคิดของตนเองไม่ได้ ผู้วิจัยต้องคอยเสนอแนะ โดยการใช้คำถาม การตั้งประเด็นให้นักเรียนได้ฝึกคิด การศึกษาตัวอย่างในระยะเริ่มต้น เป็นสิ่งที่ทำได้ยาก เนื่องจากนักเรียนคุ้นเคยกับการให้ครูเป็นผู้อธิบายทุกขั้นตอน ทำให้ใช้เวลา ในการศึกษาเอกสารแนะแนวทางมาก ผู้วิจัยใช้การเสนอแนะเพื่อสร้างแรงกระตุ้นให้กับนักเรียน ทำให้นักเรียนสรุปและอธิบายได้ว่า ลำดับเกิดจากฟังก์ชัน ที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

n ในรูป $\{1,2,3,\dots,n\}$ แต่มีนักเรียนบางส่วนที่ไม่สามารถแสดงเหตุผลในการบอกความหมายของลำดับได้ เนื่องจากมีความรู้พื้นฐานในเรื่องฟังก์ชันไม่เพียงพอ ผู้วิจัยได้เสนอแนะเพิ่มเติมทำให้เกิดความเข้าใจมากยิ่งขึ้น ผลจากการทำใบงานที่ 1.1 ความหมายและชนิดของลำดับ นักเรียนสามารถเขียนคำตอบพร้อมแสดงเหตุได้ โดยมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 3.10 จากคะแนนเต็ม 4 คะแนน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

นักเรียนสามารถเรียนรู้เกี่ยวกับการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ แต่ยังไม่สามารถอธิบายหรือแสดงเหตุผลในการตอบคำถามได้อย่างสมเหตุสมผล สังเกตได้จากขั้นการนำเสนอ โดยให้นักเรียนศึกษาเอกสารแนะแนวทางที่ 2.3 การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ ซึ่งต้องอาศัยการสังเกตลำดับ และการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการจัดหมวดหมู่ของลำดับ ซึ่งมี 3 ลักษณะ นักเรียนไม่คุ้นเคยกับการศึกษาด้วยตนเอง จึงเกิดความสับสน ผู้วิจัยต้องเสนอแนะเพิ่มเติม โดยการตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้ฝึกการคิด สังเกตความสัมพันธ์ของลำดับที่มีความเหมือน ความแตกต่าง เพื่อนำไปสู่การหาพจน์ทั่วไป จึงทำให้ในชั้นเรียนนักเรียนมีความกระตือรือร้นมากขึ้นในการอธิบายความสัมพันธ์ ผลจากการทำใบงานที่ 2.2 การพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด นักเรียนสามารถนำความรู้อธิบายลักษณะของลำดับและหาพจน์ทั่วไปได้มากขึ้น นักเรียนที่ยังไม่เข้าใจ ผู้วิจัยได้เสนอแนะเพิ่มเติมโดยการตั้งคำถามนำ โดยมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 3.17 จากคะแนนเต็ม 4 คะแนน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ลำดับเลขคณิต

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายเหตุผล และอ้างอิงข้อมูลเพื่อสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผลเกี่ยวกับลำดับเลขคณิตได้ สังเกตได้จากในขั้นเตรียมการที่นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่มเพื่อทบทวน เรื่อง ลำดับ นักเรียนมีการเรียนรู้อย่างเป็นลำดับขั้นโดยเมื่อกลุ่มที่ 1 ยกตัวอย่างลำดับ นักเรียนสามารถร่วมกันอภิปรายได้ว่า มีความสัมพันธ์ในลักษณะใด และสามารถหาพจน์ทั่วไปได้ การศึกษาเอกสารแนะแนวทางเพื่อหาข้อสรุปความหมายของลำดับเลขคณิต ซึ่งนักเรียนสามารถอธิบายพร้อมแสดงเหตุผลได้ว่า ลำดับเลขคณิตเป็นลำดับที่มีผลต่างร่วมคงตัว ผลการทำใบงานที่ 3.1 เรื่อง ความหมายของลำดับเลขคณิต นักเรียนสามารถแสดงวิธีทำพร้อมแนวคิดในการหาคำตอบได้ถูกต้อง โดยมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 3.34 จากคะแนนเต็ม 4 คะแนน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตและการนำไปใช้

นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผล มีการอ้างอิงข้อมูลเพื่อสนับสนุนคำตอบในการแสดง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต และการนำลำดับเลขคณิตไปใช้ได้ สังเกตจากในขั้นเตรียมการ เมื่อครูกำหนดตัวเลขให้ 1 ตัว นักเรียนสามารถสร้างลำดับเลขคณิตได้หลาย ความสัมพันธ์ที่เป็นลำดับเลขคณิต พร้อมแสดงเหตุผลในการสร้างลำดับเลขคณิตนั้นได้ถูกต้อง ทำให้ในการนำไปใช้ ในการศึกษาเอกสารแนะแนวทางที่ 4.2 พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต และการนำไปใช้ ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่สามารถเรียนรู้ได้ เนื่องจากเริ่มคุ้นเคยการจัดการเรียนรู้ ทำให้การตรวจสอบข้อสรุปการหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตและการนำไปใช้ นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้มากขึ้น ผลการทำใบงานที่ 4.2 พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตและการนำไปใช้ นักเรียนสามารถแสดงแนวคิดในการตอบคำถามได้ถูกต้อง โดยมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 3.02 จากคะแนนเต็ม 4 คะแนน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง ลำดับเรขาคณิต

นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผล มีการอ้างอิงข้อมูลเพื่อสนับสนุนคำตอบในบอก ความหมายและหาอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตได้ สังเกตจากขั้นนำเสนอที่นักเรียนใช้ ลำดับเลขคณิตเพื่อฝึกการสังเกต ความเหมือน ความแตกต่างของลำดับที่กำหนดให้ และจากการศึกษาเอกสารแนะแนวทางที่ให้นักเรียนได้ฝึกการเขียนอัตราส่วนร่วม ระหว่างพจน์ที่ $n+1$ กับพจน์ที่ n ผู้วิจัยคอยกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการคิดและแสดงเหตุผลของการลำดับที่เป็นตัวอย่าง ซึ่งในขั้นเปรียบเทียบผู้วิจัยตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนได้เปรียบเทียบตัวอย่าง ทำให้เกิดข้อสรุปความหมายของลำดับเรขาคณิตด้วยตนเอง โดยนักเรียนสามารถอธิบาย แสดงเหตุผลได้ว่า ลำดับเรขาคณิต ต้องมีอัตราส่วนร่วมคงตัว ผลการทำใบงานที่ 5.1 ความหมายของลำดับเรขาคณิต นักเรียนสามารถแสดงวิธีทำพร้อมแนวคิดในการหาคำตอบได้ถูกต้อง โดยมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 3.01 จากคะแนนเต็ม 4 คะแนน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตและการนำไปใช้

นักเรียนสามารถอธิบาย พร้อมแสดงเหตุผล แนวคิดในการหาคำตอบ การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต สังเกตจากขั้นเปรียบเทียบ โดยนำตัวอย่างในการศึกษาเอกสารแนะแนวทางที่ 6.1 การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต เพื่อให้นักเรียนสังเกต ความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ ฝึกการแสดงการให้เหตุผล แต่มีนักเรียนบางส่วนที่ยังไม่สามารถอธิบายได้ เนื่องจากขาดความรู้ในเรื่อง สมบัติของเลขยกกำลัง ผู้วิจัยได้ดำเนินการให้ความรู้เพิ่มเติมทำให้เกิดการเรียนรู้มากขึ้น โดยสามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตได้ ทำให้การศึกษาเอกสารแนะแนวทางที่ 6.2

พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตและการนำไปใช้ นักเรียนสามารถแสดงวิธีทำ จากหลักการที่ค้นพบ จากการศึกษาตัวอย่าง อย่างเพียงพอ ผลการทำใบงานที่ 6.2 พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต และการนำไปใช้ ซึ่งเป็นการแสดงการหาคำตอบ พร้อมแนวคิดในการหาคำตอบนักเรียน สามารถทำได้ โดยมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 3.16 จากคะแนนเต็ม 4 คะแนน

2.2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย กับเกณฑ์ ร้อยละ 70

จากการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เรื่อง ลำดับของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยได้ทำการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ลำดับ จำนวน 20 ข้อ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/1 แล้วบันทึกผลการทดสอบเป็นคะแนนหลังเรียน ผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แล้วนำมาวิเคราะห์โดยใช้สถิติ t -test for one sample ปรากฏผลดังตารางที่ 12

ตารางที่ 12 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70

การทดสอบ	n	\bar{x} (ร้อยละ 70)	\bar{x} (คะแนนเต็ม 20)	t
คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์	25	14	15.16	2.23*

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ($t_{(\alpha = .05, df = 24)} = 1.7109$)

จากตารางที่ 12 พบว่า คะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เท่ากับ 15.16 คิดเป็นร้อยละ 75.80 และเมื่อทดสอบสมมติฐาน พบว่า คะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อ ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับกับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/1 โรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ ปีการศึกษา 2560 จำนวน 25 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 6 แผน ซึ่งมีความเหมาะสมในระดับมาก ($\bar{x} = 4.46, SD = .59$) แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .90 และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ เป็นแบบทดสอบแบบปรนัย จำนวน 20 ข้อ มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .88 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบที (*t*-test for one sample)

สรุปผล

การวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สรุปผลได้ดังนี้

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เรื่อง ลำดับ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เรื่อง ลำดับสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผล

จากสรุปผลการวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สามารถอภิปรายผล ได้ดังนี้

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เรื่อง ลำดับสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่กำหนดไว้ใน ข้อที่ 1 ทั้งนี้เนื่องจากการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยเป็นการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ข้อสรุปกฎเกณฑ์ จากการวิเคราะห์ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เป็นการเรียนรู้แบบค้นหาข้อสรุปด้วยตนเอง มีการตรวจสอบความถูกต้องของข้อสรุป กฎเกณฑ์ และนำไปใช้กับสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างแท้จริง ทำให้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง เมื่อพิจารณาในแต่ละขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย พบว่า นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1.1 ขั้นเตรียมการ เป็นขั้นที่ผู้วิจัยทบทวนความรู้เดิม โดยนำเสนอเนื้อหาที่เกี่ยวข้องเป็นพื้นฐานในเนื้อหาที่จะเรียน ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้อยากเรียนรู้ ผู้เรียนตอบคำถามโดยแสดงผลจากความรู้อันเป็นพื้นฐาน ครูให้ความมั่นใจของเหตุผลที่นักเรียนแสดงออกมาโดยการเพิ่มเติมให้มีความครบถ้วนสมบูรณ์ ทำให้นักเรียนเกิดความมั่นใจในการอภิปรายแสดงผลในการตอบคำถาม หรือทำกิจกรรมในขั้นนี้ทำให้เกิดความรู้อย่างแท้จริงก่อนที่จะเรียนเนื้อหาต่อไป ซึ่งสอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้เกิดการสอดแทรกการให้เหตุผลของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, หน้า 13-15) ที่ระบุว่า ประโยชน์ของการสอดแทรกการให้เหตุผลในกิจกรรมการเรียนการสอน เป็นโอกาสให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจเนื้อหา และแนวคิดอย่างถ่องแท้ อีกทั้งเป็นการทบทวนความรู้เดิม ช่วยเสริมสร้างความเข้าใจที่ถูกต้องอยู่แล้วให้สมบูรณ์และแก้ไขความเข้าใจที่ผิด ๆ

1.2 ขั้นนำเสนอ เป็นขั้นที่ผู้วิจัยนำเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้ผู้เรียนพิจารณาเป็นตัวอย่างที่เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ มีการตั้งคำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ การใช้เอกสารแนะแนวทางเพื่อศึกษาวิเคราะห์ตัวอย่างที่หลากหลายข้อสรุปของตนเอง การจัดหมวดหมู่และลักษณะของความสัมพันธ์จากการศึกษาตัวอย่าง มีการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้สังเกต คิดวิเคราะห์รูปแบบต่าง ๆ เพื่อให้เกิดข้อสรุป หากนักเรียนเกิดข้อสงสัยหาข้อสรุปไม่ได้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการถามแนะแนวทางเพื่อให้ผู้เรียนได้คิดวิเคราะห์ ทำให้นักเรียน

สามารถเขียนความรู้ในเอกสารแนะแนวทางได้โดยมีการแสดงผลแนวคิดของตนเองในเอกสาร มีการจัดหมวดหมู่ของตัวอย่างตามหลักการและเหตุผลของเนื้อหา เรื่อง ลำดับ ซึ่งสอดคล้องกับ แนวทางการพัฒนาในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของ เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 114-120) ที่กล่าวว่า ผู้สอนควรถามบ่อย ๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้ผู้เรียนคิดและแสดงผล เช่น ใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” เพราะเหตุใด พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า...แล้วผู้เรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า ไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้ คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่า คำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีบางส่วนที่ถูกต้องผู้เรียนคนใด จะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง ซึ่งคำถามและกิจกรรมเหล่านี้ เป็นแนวทางพิจารณาข้อสรุปโดยใช้หลักการและเหตุผลของนักเรียน

1.3 ชั้นเปรียบเทียบ เป็นชั้นที่ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ เปรียบเทียบ เพื่อหาลักษณะร่วม และบันทึกผลที่ได้ลงในเอกสารแนะแนวทาง จัดหมวดหมู่ที่เหมือนหรือต่างกัน เพื่อนำไปสู่การสรุปองค์ความรู้ ผู้วิจัยได้จัดกิจกรรมในลักษณะมีทั้งการอภิปรายกลุ่มย่อย กลุ่มใหญ่ การให้เวลาในการคิดวิเคราะห์ การตั้งคำถามเสนอแนะแนวทางแต่ไม่ใช่การบอก คำตอบ เป็นการจุดประกายความคิดให้กับนักเรียน การให้เวลาในการเปรียบเทียบจากความสนใจ ในเนื้อหา เรื่อง ลำดับ ทำให้นักเรียนสามารถนำความรู้จากการศึกษาตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วนำมาเปรียบเทียบ จัดหมวดหมู่ จากลักษณะร่วมเพื่อให้เกิดข้อสรุปของตนเองโดยแสดงผล เพราะเหตุใด เช่น ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต นักเรียนต้องมีความรู้ ความหมายของลำดับเลขคณิต นักเรียนต้องบอกความสัมพันธ์ของพจน์ที่ 1 และพจน์ที่ 2 พจน์ที่ 2 และพจน์ที่ 3 ซึ่งเรียกว่า ผลต่างร่วม จึงจะสามารถเปรียบเทียบเพื่อหาพจน์ ทั่วไปได้ จากการสังเกตลักษณะร่วม ทำให้นักเรียนเกิดการวิเคราะห์เพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ รูปแบบ พร้อมแสดงผลประกอบ จากสิ่งที่ได้ศึกษาเปรียบเทียบเป็นการพัฒนาทักษะในการให้ เหตุผลของนักเรียนดังกล่าว ซึ่งสอดคล้องกับ เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 114-120) ที่กล่าวว่า แนวทางการพัฒนาในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการคิด โดยมีปัจจัยที่สำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒนาทักษะการให้เหตุผล คือ ผู้สอนควรจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหาวีธี พิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด โดยอธิบายรูปแบบด้วยภาพ หรือแบบจำลอง และตอบคำถามต่าง ๆ ซึ่งเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดการคิด การสร้างข้อความคาดเดา ทดสอบ และปรับแต่งโดยอาศัยเหตุผล การกำหนดแบบจำลอง (Modeling) และการอธิบาย

ซึ่งเป็นลักษณะของการใช้เหตุผลที่เกี่ยวกับสถานการณ์ และเป็นการให้ความสำคัญในการฟังความคิดเห็นของผู้เรียน ได้ฝึกการรับฟัง ทำความเข้าใจเหตุผลของผู้อื่น เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสอภิปรายและเปรียบเทียบคำตอบที่ต่างกันของปัญหาและได้อธิบายเกี่ยวกับปัญหาเหล่านั้น ผู้สอนปรับแนวการอภิปรายให้เข้ากับวิธีคิดของผู้เรียน ช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่าเหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร ผู้สอนต้องอดทนให้เวลา ให้โอกาสแก่ผู้เรียน

1.4 ขั้นสรุป เป็นขั้นที่ผู้วิจัยให้นักเรียนได้ศึกษาเอกสารแนะแนวทาง โดยการศึกษาด้วยตนเอง การพูดคุย การอภิปรายกลุ่มเพื่อน การเปรียบเทียบ แล้วนำข้อมูลมาสรุป หลักการ นิยาม สูตร และมีการตรวจสอบข้อสรุป หลักการ นิยาม สูตร เพื่อให้เกิดความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น โดยสร้างแรงกระตุ้นให้นักเรียนแสดงเหตุผล โดยใช้การตั้งคำถามเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการสอนเพื่อให้เกิด การวิเคราะห์ แล้วแสดงเหตุผล ทำให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิด และแสดงเหตุผลในความรู้ที่ได้ศึกษาข้อสรุปของตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาการให้เหตุผลของ เวชฎฤทธิ อังคนะภัทรขจร (2555, หน้า 114) ที่กล่าวว่า การสอนเพื่อให้เกิดเป็นการสอนเนื้อหาวิชาเพื่อเพิ่มความสามารถในการคิดของนักเรียนโดยใช้แนวการจัดกิจกรรมให้นักเรียนมีส่วนร่วมสืบค้น คาดการณ์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด นำไปสู่ข้อสรุปขององค์ความรู้ที่ถูกต้อง

1.5 ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นที่ผู้วิจัยให้นักเรียนนำข้อสรุป หลักการ นิยาม สูตร ที่ค้นพบไปใช้ในสถานการณ์พร้อมแสดงแนวคิดสนับสนุนคำตอบทางคณิตศาสตร์ โดยในขั้นนี้ นักเรียนได้นำความรู้ที่ตนเองสรุปได้จากการศึกษาเอกสารแนะแนวทาง จากการอภิปราย พูดคุย ทดลอง สืบค้น มาเพื่อใช้ในการทำใบงาน ซึ่งในแต่ละใบงานให้นักเรียนแสดงเหตุผลในการตอบ เช่น ลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นลำดับเรขาคณิตหรือไม่ เพราะเหตุใด นักเรียนต้องมีความรู้ ข้อสรุปในเรื่องของ ความหมายของลำดับเรขาคณิตก่อนถึงจะสามารถตอบและแสดงเหตุผลได้ การฝึกความสามารถในการให้เหตุผลขั้นตอนนี้ จึงต้องมีความรู้พื้นฐานมาจากข้อสรุปมาแสดงเหตุผล เพื่อสนับสนุนคำตอบ อีกทั้งใบงานสำหรับขั้นนำไปใช้มีลำดับความยากง่าย โดยเป็นเนื้อหาที่ไม่สลับซับซ้อน นำไปสู่ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น ซึ่งจะทำให้การแสดงผลของนักเรียนมีการพัฒนาเป็นลำดับขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2554) ที่กล่าวว่า ในการพัฒนาทักษะต้องมีการวางแผนและส่งเสริมให้เหมาะสม ในการฝึกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ควรฝึกตามระดับความซับซ้อนจากน้อยไปมาก จากง่ายไปยากอย่างต่อเนื่อง จนเมื่อนักเรียน

คุ้นเคย จึงอาจขยายไปสู่การคิดหรืองานที่ซับซ้อนมากขึ้น ซึ่งเป็นการสร้างแรงจูงใจในการฝึกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน

1.6 **ขั้นประเมินผล** เป็นขั้นที่ผู้วิจัยให้นักเรียนได้ตรวจสอบความรู้ ความเข้าใจ โดยให้ยกตัวอย่าง ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สามารถนำข้อสรุป หลักการ นิยาม สูตรที่ค้นพบ ในการแสดงเหตุผลประกอบแนวความคิดการหาคำตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ๆ โดยเกิดขึ้น หลังจากที่นักเรียนได้รับการเรียนรู้ที่ผ่านการเรียนรู้จากขั้นเตรียมการ ขั้นนำเสนอ ขั้นเปรียบเทียบ ขั้นสรุป ขั้นนำไปใช้ ซึ่งนักเรียนได้ฝึกการแสดงแนวคิด การแลกเปลี่ยนเรียนรู้โดยการอภิปราย รายบุคคล กลุ่มย่อย การวิเคราะห์เปรียบเทียบเพื่อให้เกิดข้อสรุป หลักการ นิยาม สูตร ของตนเอง ซึ่งเป็นการสร้างความมั่นใจให้กับนักเรียนในการเรียนรู้เพื่อพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, หน้า 13-15) ที่ได้ให้ แนวทางการพัฒนาทักษะและกระบวนการให้เหตุผลว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน คณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยความเข้าใจมิใช่เพียงการสอนที่ครูอธิบายถึงที่มาของสูตร กฎ และแนวคิด การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนให้เหตุผลต้องส่งเสริมและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบายเหตุผลสนับสนุนแนวคิดของตน ไม่ใช่การบอกกฎ สูตร หรือวิธีการที่จดจำมา ผู้สอนต้องให้ความสำคัญกับที่มาของคำตอบมากกว่าการได้คำตอบมากกว่าการได้คำตอบ ที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียวทำให้เกิดประโยชน์ให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจเนื้อหาและแนวคิด อย่างถ่องแท้ อีกทั้งเป็นการทบทวนความรู้เดิม ช่วยเสริมสร้างความเข้าใจที่ถูกต้องอยู่แล้ว ให้สมบูรณ์และแก้ไขความเข้าใจที่ผิด ๆ สอดคล้องกับ เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 114-120) ที่กล่าวว่า ปัจจัยสำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาทักษะการให้เหตุผล คือ ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงเหตุผล ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญมากกว่า การได้คำตอบที่ถูกต้อง บรรยากาศในชั้นเรียนควรสนับสนุน ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พูดอธิบาย และแสดงเหตุผลของแนวคิดอย่างอิสระ โดยการแสดงเหตุผลอาจทำด้วยวาจา ด้วยการเขียน โดยใช้ภาษาง่าย ๆ หรือใช้อุปกรณ์แสดงให้เห็นจริง

ด้วยเหตุผลดังกล่าวข้างต้น จึงส่งผลให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ธีรวัฒน์ สังห์รณ์ (2556) ที่ได้ศึกษา ผลของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นิรนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้

แบบอุปนัย-นिरนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 สอดคล้องกับงานวิจัยของ ไพศาล แผลงทับทอง (2558) ที่ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนिरนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนिरนัยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนिरนัย เรื่อง ลำดับ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2 ทั้งนี้เนื่องจากเหตุผล ดังนี้

2.1 การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนिरนัย เรื่อง ลำดับ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยใช้กระบวนการคิด ค้นพบหลักการข้อความรู้ มีปฏิสัมพันธ์ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่คงทนและจดจำได้ดี โดยผู้วิจัยได้จัดเตรียมตัวอย่าง สถานการณ์ ปัญหาที่หลากหลายมาให้นักเรียนได้ศึกษาวิเคราะห์ จัดหมวดหมู่หาลักษณะร่วม และนำไปสู่การสร้างข้อสรุป ทำให้สามารถนำกฎ ทฤษฎี ข้อสรุป ประเด็นความรู้ที่ผู้เรียนสรุปด้วยตนเอง และผ่านการตรวจสอบแล้ว ไปสู่การใช้จริงเพื่อให้เกิดความเข้าใจมากยิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับสิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 148) ที่กล่าวถึง ข้อดีของการจัดการเรียนรู้ช่วยทำให้นักเรียนได้พัฒนาความคิด มีความเข้าใจอย่างต่อเนื่องมีความสนใจในการติดตาม และสามารถนำวิธีการในการเรียนรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวัน สอดคล้องกับ สุวิทย์ มูลคำ (2547, หน้า 41) ที่กล่าวถึงข้อดีของการจัดการเรียนรู้ว่าเป็นวิธีการที่ทำให้นักเรียนสามารถค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ทำให้เกิดความเข้าใจและจดจำได้นาน

2.2 การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนिरนัย เรื่อง ลำดับ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนได้พัฒนาทักษะการสังเกต คิดวิเคราะห์ เปรียบเทียบตามหลักตรรกศาสตร์ และหลักวิทยาศาสตร์ อันเป็นเครื่องมือสำคัญของการเรียนรู้ ซึ่งการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นการจัดการเรียนรู้ที่มีองค์ประกอบที่สำคัญ ทำให้การจัดการเรียนรู้ประสบผลสำเร็จ กล่าวคือมีตัวอย่างที่เพียงพอ ทั้งในเอกสารแนะแนวทาง ใบงานที่เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการคิดวิเคราะห์ สรุปหลักการ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีข้อมูลสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการวิเคราะห์ สรุปหลักการจากความรู้ที่ผ่านการวิเคราะห์ การอภิปรายทั้งกลุ่มย่อยทำให้เกิดการเรียนรู้ สอดคล้องกับ สุวิทย์ มูลคำ (2547, หน้า 41)

ที่กล่าวว่า การเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นการฝึกให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการสังเกต คิดวิเคราะห์ เปรียบเทียบ โดยมีองค์ประกอบที่สำคัญ ตัวอย่าง ข้อมูล สถานการณ์ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีการฝึกใช้ทฤษฎี หลักการเพื่อแก้ปัญหา สอดคล้องกับ ทิศนา แคมมณี (2554, หน้า 37) ที่กล่าวว่าองค์ประกอบที่สำคัญที่ขาดไม่ได้ของการจัดการเรียนรู้ คือ มีตัวอย่าง/ ข้อมูล/ สถานการณ์ เหตุการณ์ ปรากฏการณ์ ความคิดที่เป็นลักษณะย่อยของสิ่งที่ต้องการให้ผู้เรียน เกิดการเรียนรู้ มีการวิเคราะห์ตัวอย่างต่าง ๆ เพื่อหาหลักการที่ร่วมกัน และมีการสรุปหลักการ ซึ่งสามารถนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ต่อไปได้

2.3 การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เรื่องลำดับ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เกิดจากการร่วมกันระหว่งการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ซึ่งเป็นการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาความคิด มีความเข้าใจอย่างต่อเนื่อง มีความสนใจติดตาม ค้นหาเหตุผลและค้นพบข้อสรุปได้ด้วยตนเอง ทำให้มีความเข้าใจอย่างชัดเจนและจดจำได้นาน และสามารถนำวิธีการในการเรียนรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวัน เป็นวิธีการจัดการเรียนรู้ที่ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ อันเป็นเครื่องมือสำคัญต่อการเรียนรู้ มีกระบวนการนำข้อสรุป หลักการ นิยาม สูตรที่ตนเองค้นพบมาใช้ทำให้นักเรียนจำข้อสรุป หลักการ นิยาม สูตร ได้แม่นยำ ช่วยฝึกให้นักเรียนเป็นคนมีเหตุผล ไม่เชื่ออะไรง่าย ๆ โดยไม่มีการตรวจสอบหรือพิสูจน์ให้เห็นจริง ช่วยทำให้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น อีกทั้งการให้นักเรียนได้มีโอกาสได้ฝึกฝนการนำข้อสรุป หลักการ นิยาม สูตร ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เอื้ออำนวยให้ผู้เรียนที่มีความสามารถหรือเรียนรู้ได้เร็วสามารถพัฒนา โดยไม่ต้องรอนักเรียนที่ช้ากว่า ทำให้ใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ไม่มาก นอกจากนี้ การตรวจสอบความรู้ในชั้นการประเมินผลเป็นการประเมินและสร้างความมั่นใจให้กับนักเรียนในการตรวจสอบความเข้าใจของตนเองให้เกิดคุณค่าต่อการจัดการเรียนรู้มากขึ้น

จากที่กล่าวมาข้างต้น พบว่า การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/1 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ญยศ สงวนสิน (2547) ได้ศึกษา ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัยและนิรนัย เรื่อง พหุนาม ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนด้วยชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยเทคนิคการสอน

แบบอุปนัย-นिरนัย สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับงานวิจัยของ ธีธรรณ์ สัจจพันธ์ (2556) ได้ศึกษา ผลของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นिरนัย ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นिरนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นिरนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัย เรื่อง การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนिरนัย ที่มีผลต่อความสามารถ ในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 5 ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะ ดังนี้

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนिरนัยเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนเกิด กระบวนการคิด วิเคราะห์ ซึ่งใช้ระยะเวลาขึ้นอยู่กับศักยภาพนักเรียน ความรู้พื้นฐานนักเรียน จึงควรให้เวลานักเรียนในการทำกิจกรรม การแสดงแนวคิดทั้งรายบุคคลและเป็นกลุ่ม
2. ควรให้ความช่วยเหลือและให้คำแนะนำนักเรียนเมื่อเห็นว่านักเรียนไม่สามารถ แสดงแนวคิดในการสนับสนุนคำตอบ เนื่องจากการจัดการเรียนรู้ที่ผ่านมาไม่เน้น และนักเรียน ไม่ได้ฝึกความสามารถในการให้เหตุผล อาจเป็นการยกตัวอย่างการให้เหตุผล หรือใช้คำถาม กระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้การคิด
3. ควรกล่าวชื่นชมนักเรียนที่ได้แสดงแนวคิด หรือความสามารถในการให้เหตุผล ในการตอบในใบงาน หรือเอกสารแนะแนวทาง เพื่อเป็นการเสริมแรงและสร้างความมั่นใจ ในการเรียน

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรนำการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนिरนัยไปจัดการเรียนรู้กับเนื้อหา คณิตศาสตร์อื่นที่สามารถจัดได้ เช่น ตรรกศาสตร์ ความน่าจะเป็น เป็นต้น
2. ควรนำการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนिरนัยมาประยุกต์ในการจัดการเรียนรู้ เพื่อส่งผลให้นักเรียนมีพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น ทักษะ การแก้ปัญหา ทักษะการเชื่อมโยง หรือทักษะการสื่อสาร เป็นต้น

3. ควรนำการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เนื่องจากในการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ต้องใช้คำถามในการกระตุ้นให้นักเรียนใช้กระบวนการคิด การหาข้อสรุปอย่างต่อเนื่อง

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2544). การสังเคราะห์งานวิจัยเกี่ยวกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2546). การจัดสาระการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- ฉันท ชาติทอง. (2551). การออกแบบการสอนและบูรณาการ. กรุงเทพฯ: เพชรเกษมการพิมพ์.
- ชนาธิป พรกุล. (2554). การสอนกระบวนการคิด: ทฤษฎีและการนำไปใช้. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชวาลัย ชมดี. (2551). ผลการพัฒนาการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยวิธีสอนแบบอุปนัยหรือแบบนิรนัย. ปรินญาณิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ชานนท์ จันทรา. (2554). การจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ชานนท์ จันทรา. (2555). การประเมินชั้นเรียนคณิตศาสตร์: จากแนวคิดสู่การปฏิบัติ. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ชูศรี วงศ์รัตนะ. (2552). เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย (พิมพ์ครั้งที่ 11). นนทบุรี: ไทเนรมิตกิจอินเตอร์ โปรดักส์.
- ณยศ สงวนสิน. (2547). การสร้างชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย-นิรนัยเรื่องพหุนามของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. สารนิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ทีศนา เขมมณี. (2554). 14 วิธีสอน สำหรับครูมืออาชีพ. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ทิตินา แชมมณี. (2554). *ศาสตร์การสอน องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้
ที่มีประสิทธิภาพ*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ธีธรรณต์ สังหรณ์. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย-นิรนัยที่มีต่อผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการ
ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*.
ปริญญาานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, กรุงเทพฯ:
บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ปรีชากร ภาชนะ. (2552). *ลำดับโมเดล การพัฒนาทักษะการคิดในชั้นเรียนคณิตศาสตร์
ที่สอนโดยใช้ SDM. วารสารวิชาการ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
กระทรวงศึกษาธิการ, 12(1)*.
- ปวีณกานท์ พันธุ์สุข. (2552). *ผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่เน้นกระบวนการ
ให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย เรื่อง เส้นขนาน ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล
และแก้ปัญหา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนอินทร์บุรี จังหวัดสิงห์บุรี*.
วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน,
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- พรรณทิพา พรหมรักษ์. (2552). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการ
วางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสาร
ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต,
สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). *การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
(พิมพ์ครั้งที่ 3)*. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พวงรัตน์ ทวีรัตน์. (2543). *วิธีการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศึกษาศาสตร์
(พิมพ์ครั้งที่ 7)*. กรุงเทพฯ: สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- พิชิต ฤทธิ์จัญญ. (2556). *หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 8)*. กรุงเทพฯ:
แฮส ออฟ เคอร์มิสท์.
- พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์. (2557). *การจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21*. กรุงเทพฯ:
โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ไพศาล แมลงทับทอง. (2558). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย
ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียน
ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.
วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์,
มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2530). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วิชัย เสวกงาม. (2556). โมดูล 1.2 ความสามารถในการให้เหตุผล (Reasoning Ability).
เอกสารประกอบการพัฒนาครู โครงการพัฒนาครูใช้กระบวนการสร้างระบบ
การชี้แนะและการเป็นพี่เลี้ยง Coaching และ Mentoring คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. เข้าถึงได้จาก <http://www.edu-prof.net>.
- วีณา ประชากุล และคณะ. (2554). รูปแบบการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์
มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- เวชฎทิ อังกนะภัทขจร. (2554). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical
skills and processes). เอกสารคำสอน. ชลบุรี: ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- เวชฎทิ อังกนะภัทขจร. (2555). ครบเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์:
หลักสูตร การสอน และการวิจัย. ชลบุรี: ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ศรีสุรางค์ ทีนะกุล. (2542). การคิดและการตัดสินใจ. กรุงเทพฯ: เวิร์ดเวฟ เอ็ดดูเคชั่น.
- ศศิธร แม้นสงวน. (2556). พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์
มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์
ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544.
กรุงเทพฯ: เอส.พี.เอ็น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2550). แนวทางการพัฒนาทักษะ
กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา. เอกสารประกอบการอบรมครู
โครงการประชุมฯ อบรมครูตำรวจตระเวนชายแดน ปีงบประมาณ 2550.
เข้าถึงได้จาก <https://piromnsw2.files.wordpress.com>.

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ก). *คู่มือคณิตศาสตร์ มื่ออาชีวะ
เส้นทางสู่ความสำเร็จ*. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ข). *ทักษะและกระบวนการ
ทางคณิตศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.
- สมนึก ภัททิยธนี. (2551). *การวัดผลการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 6). กภาพสินธุ์. ประสานการพิมพ์.
สวนป่าเขาชะอางค์. (2553). *หลักสูตรโรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ พ.ศ. 2553 (ตามหลักสูตร
แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551)*. ชลบุรี: สวนป่าเขาชะอางค์.
สวนป่าเขาชะอางค์. (2558). *รายงานสรุปผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ประจำปี 2558*.
เอกสารวิชาการหมายเลข 2/2558. ชลบุรี: สวนป่าเขาชะอางค์.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2551). *แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผล
การเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*.
กรุงเทพฯ: สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2547). *พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ
พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545*. กรุงเทพฯ:
พริกหวานกราฟฟิค.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ
(พว.).
- สุชาติ ผุดผ่อง. (2542). *การวัดผลและประเมินผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์*. จันทบุรี:
สถาบันราชภัฏรำไพพรรณี
- สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. (2545). *วิธีจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความรู้และทักษะ*.
กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. (2547). *21 วิธีจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนากระบวนการคิด*.
กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- สุวิทย์ มูลคำ. (2547). *กลยุทธ์...การสอนคิดสังเคราะห์*. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- อัมพร ม้าคนอง. (2546). *คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ:
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*.
กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- อัมพร ม้าคนอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2556). *ประมวลสาระชุดวิชา สาระตถะและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์* (หน่วยที่ 6-10) หน่วยที่ 10 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์. นนทบุรี: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- อัมพร ม้าคนอง. (2557). *คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Edgen, P. C., Donald, P. K., & Robert, J. H. (1979). *Strategies for teachers information Processing Models in the Classroom*. New Jersey: Englewood Cliffs Prentice-Hall.
- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers*. Massachusetts: Allyn and Bacon.
- Mourad, N. M. (2005). *Inductive reasoning in the algebra classroom*. Dissertation Abstracts International: San Jose State University.
- Sidhu, K. S. (1981). *The teaching of mathematics* (Third Revised). India: Serling Printers.
- Takimoto, M. (2008, October). The effects of deductive Instruction on the development of language learners' pragmatic competence. *Modern Language Journal*, 92(3), 369-386.
- Wilson, J. W. (1971). Evaluation of learning in secondary school mathematics. In B. S. Bloom (Ed), *Handbook on formative and summative evaluation of student learning*. New York: McGraw-Hill.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ที่ผู้เชี่ยวชาญตรวจเครื่องมือวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์เก็บข้อมูลเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือ
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บข้อมูลเพื่อการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. ดร.คมสัน ตรีไพบูลย์ ตำแหน่ง อาจารย์ประจำภาควิชา
การจัดการเรียนรู้ มหาวิทยาลัยบูรพา
เชี่ยวชาญ ด้านการสอนคณิตศาสตร์
2. ดร. ปริญญา เรืองทิพย์ ตำแหน่ง อาจารย์ประจำวิทยาลัย
วิทยาการวิจัยและวิทยาการปัญญา
มหาวิทยาลัยบูรพา
เชี่ยวชาญ ด้านการวิจัย และด้านการวัดและประเมินผล
3. นางศันสนีย์ อินทรบริสุทธิ์ ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครู เชี่ยวชาญ
โรงเรียนชุมชนวัดหนองค้อ
สังกัดองค์การบริหารส่วนจังหวัดชลบุรี
เชี่ยวชาญ ด้านการสอนคณิตศาสตร์
4. นางพิรพร ธนะสมบัติ ตำแหน่ง ศึกษานิเทศก์
วิทยฐานะ ศึกษานิเทศก์ชำนาญการพิเศษ
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาชลบุรี เขต 2
เชี่ยวชาญ ด้านหลักสูตรและการสอน
5. นางกมลรัตน์ เจริญงามทรัพย์ ตำแหน่งครู วิทยฐานะ ครู ชำนาญการพิเศษ
โรงเรียนท่าข้ามพิทยาคม
สังกัดองค์การบริหารส่วนจังหวัดชลบุรี
เชี่ยวชาญ ด้านการสอนคณิตศาสตร์



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๙, ๒๐๖๙
 ที่ ศธ ๖๒๑๘/ว.ศ/๑๙๙ วันที่ ๒๙ มีนาคม พ.ศ. ๒๕๖๐
 เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการทำวิจัย
 เรียน ดร.คมสัน ตรีไพบูลย์

ด้วยนางเยาว์ประภา สิงห์มหาไชย นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษา
 มหาลัยบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์
 เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์
 ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕” โดยอยู่ในความควบคุมดูแล
 ของ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย
 ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี
 จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่ง
 ว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศรีสวัสดิ์)
 รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
 คณบดีคณะศึกษาศาสตร์



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๙, ๒๐๖๙
 ที่ ศธ ๖๒๑๘/ว. ๓๙๙๕ วันที่ ๒๘ มีนาคม พ.ศ. ๒๕๖๐
 เรื่อง ขออนุมัติโครงการในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการทำวิจัย
 เรียน ดร.ปริญญา เรืองทิพย์

ด้วยนางเยาว์ประภา สิงห์มหาไชย นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษา
 มหำบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์
 เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์
 ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕” โดยอยู่ในความควบคุมดูแล
 ของ ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการศึกษาวิจัย
 ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี
 จึงขออนุมัติโครงการจากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการศึกษาวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่ง
 ว่าคงจะได้รับคำแนะนำจากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)
 รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
 คณบดีคณะศึกษาศาสตร์



ที่ ศธ ๒๒๑๘/ว.๖๕๐

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.สิงหนครบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๕ มีนาคม ๒๕๖๐

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางศันสนีย์ อินทรบริสุทธิ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย ค่าโครงการวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางเยาว์ประภา สิงห์มหาไชย นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์
เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕” โดยอยู่ในความควบคุมดูแล
ของ ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย
ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี
จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่ง
ว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๗-๐๗๔๔๐๖๑



ที่ ศธ ๖๒๑๘/ว. ๖๘๐

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๘ มีนาคม ๒๕๖๐

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางพิชพร ธนะสมบัติ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางเยาว์ประภา สิงห์มหาไชย นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์
เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕” โดยอยู่ในความควบคุมดูแล
ของ ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย
ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี
จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่ง
ว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๗-๐๗๔๔๐๖๑



ที่ ศธ ๖๒๑๘/ว.๖๘๐

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๘ มีนาคม ๒๕๖๐

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางกมลรัตน์ เจริญงามทรัพย์

สิ่งที่ส่งมาด้วย ค่าโครงยอวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางเยาว์ประภา สิงห์มหาไชย นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์
เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕” โดยอยู่ในความควบคุมดูแล
ของ ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย
ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี
จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่ง
ว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๗-๐๗๔๔๐๖๑



โรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์
เลขรับที่..... 414
วันที่..... 5 พ.ค. 60
เวลา.....

ที่ ศธ ๖๒๑๘/ ๘๓๑

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.สิงหนครบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๕ พฤษภาคม ๒๕๖๐

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการสถานศึกษาโรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางเยาว์ประภา สิงห์มหาไชย นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์
เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕” ในความควบคุมดูแลของ
ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมการมีความประสงค์ ขออำนาจความสะดวกในการเก็บ
รวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕/๒ โรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ ตำบลพลวงทอง
อำเภอบ่อทอง จังหวัดชลบุรี จำนวน ๒๘ คน โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง
ระหว่างวันที่ ๘ พฤษภาคม พ.ศ. ๒๕๖๐ – ๑๖ พฤษภาคม พ.ศ. ๒๕๖๐ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่าน
ขั้นตอนการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่า
คงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

พนอ ผอ. สก. ส. สวนป่าเขาชะอางค์
ผ. มุรมา รอดกมลคุณเดชะ
ในนามคณะกรรมการผู้ดูแล
คุณสมพร รอดกมลคุณเดชะ ๕/๒
วิจัยแผนกคณิตศาสตร์

๓๙๗

๕ พ.ค. ๖๐

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๓๑-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัยโทร ๐๘๗-๐๗๔๔๐๖๑

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศรีสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

เคอีน.ร.ด.อินัน

จาก

ที่ ศธ ๖๒๑๘/ ส๓๒



โรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์
เลขรับที่..... 415
วันที่..... 5 พ.ค. 60
เวลา..... น.

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๕ พฤษภาคม ๒๕๖๐

เรื่อง ขออนุญาตขอความช่วยเหลือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย
เรียน ผู้อำนวยการสถานศึกษาโรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์
สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางเยาว์ประภา สิงห์มหาไชย นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมการ มีความประสงค์ ขออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕/๑ โรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ องค์การบริหารส่วนจังหวัดชลบุรี จำนวน ๒๕ คน โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๒๒ พฤษภาคม พ.ศ.๒๕๖๐ ถึงวันที่ ๒๒ มิถุนายน พ.ศ.๒๕๖๐ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านตอนการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัย ของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ผศ. น. สมน้ำทิพย์ ๐๑๑๑

มุงหา รศ.ดร.นงนุชเดชะ

เมธม ชุ่ม

ช รศ.ดร. น. น. ๕/๑

วิมลมาศ กาง

วิมลมาศ

๕ พ.ค. ๖๐

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙, ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

โทรผู้วิจัย ๐๘๗-๐๗๔๔๐๖๑

แก้ว ดวงมณี

ภาคผนวก ข

- ผลการประเมินความเหมาะสมองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- ค่าอำนาจจำแนก ค่าความยาก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- ค่าอำนาจจำแนก ค่าความยาก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ตารางที่ 13 ผลการประเมินความเหมาะสมองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ข้อที่	รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					X	SD	ระดับ
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1	แผนการจัดการเรียนรู้มีองค์ประกอบสำคัญครบถ้วน	4	4	4	5	5	4.40	0.55	มาก
2	การเขียนสาระสำคัญในแผนการจัดการเรียนรู้	5	4	5	4	5	4.40	0.55	มาก
3	จุดประสงค์การเรียนรู้ ระบุพฤติกรรมวัดได้	3	4	4	4	5	4.00	0.71	มาก
4	สาระการเรียนรู้ครบถ้วน สัมพันธ์กับจุดประสงค์การเรียนรู้	4	5	5	5	4	4.60	0.55	มากที่สุด
5	ระบุวิธีการวัดผลประเมินผลอย่างชัดเจน	3	4	4	5	5	4.20	0.84	มาก
6	กิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสม ครบถ้วนทุกขั้นตอน ตามรูปแบบ หรือกระบวนการหรือเทคนิคการสอน ที่ระบุไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้	5	4	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
7	การเขียนกิจกรรมการเรียนรู้มีความสัมพันธ์กับขั้นตอน ตามรูปแบบการสอน	4	5	4	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
8	ระบุการใช้สื่อ/ แหล่งเรียนรู้สัมพันธ์สอดคล้องกับ กิจกรรมการเรียนรู้	5	5	5	4	4	4.60	0.55	มากที่สุด
9	ระบุเครื่องมือสำหรับการวัดผลประเมินผลอย่างชัดเจน	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
10	มีหลักฐาน อาทิ สื่อ ไปกิจกรรม ใบความรู้ เครื่องมือวัดผล ประเมินผล ที่ปรากฏในแผนการจัดการเรียนรู้ครบถ้วน	4	5	4	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
รวมเฉลี่ย							4.46	0.59	มาก

จากตารางพบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย โดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน พบว่า มีค่าเฉลี่ยรวมอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ($\bar{x} = 4.46, SD = .59$)

ตารางที่ 14 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5	
1	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
2	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
3	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
4	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
5	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
6	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
7	0	+1	+1	+1	+1	.80
8	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
9	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
10	+1	+1	+1	+1	+1	1.00

ตารางที่ 15 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
1	.61	.50
2	.50	.33
3	.43	.43
4	.57	.38
5	.60	.62
6	.53	.34
7	.69	.41
8	.46	.45
9	.54	.54
10	.40	.45

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

$$\text{จากสูตร} \quad \alpha = \left[\frac{k}{k-1} \right] \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right]$$

$$\alpha = \left[\frac{10}{9} \right] \left[1 - \frac{1348}{7173} \right]$$

$$\alpha = .90$$

ตารางที่ 16 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					รวม	IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
4	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
5	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
6	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
7	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
8	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
9	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
10	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
11	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
12	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
13	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
14	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
15	0	+1	+1	+1	+1	4	.80
16	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
17	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
18	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
19	0	+1	+1	+1	+1	4	.80
20	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
21	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
22	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
23	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
24	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
25	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00

ตารางที่ 16 (ต่อ)

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					รวม	IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
26	0	+1	+1	+1	+1	4	.80
27	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
28	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
29	0	+1	+1	+1	+1	4	.80
30	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
31	0	+1	+1	+1	+1	4	.80
32	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
33	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
34	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
35	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
36	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
37	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
38	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
39	0	+1	+1	+1	+1	4	.80
40	+1	0	+1	+1	+1	5	.80

ตารางที่ 17 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

จุดประสงค์ การเรียนรู้	ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก	ผลการพิจารณา	ผลการคัดเลือก
ข้อ 1	1	.71	.38	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
	2	.68	.46	ปานกลาง, ใช้ได้	คัดเลือก
ข้อ 2	3	.39	.25	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
	4	.50	.44	ใช้ได้	คัดเลือก
	5	.54	.50	ใช้ได้	คัดเลือก
ข้อ 3	6	.82	.42	ข้อสอบง่าย, ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
	7	.64	.40	ใช้ได้	คัดเลือก
	8	.43	.46	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
	9	.64	.40	ใช้ได้	คัดเลือก
ข้อ 4	10	.57	.42	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
	11	.64	.69	ใช้ได้	คัดเลือก
ข้อ 5	12	.43	.44	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
	13	.57	.42	ใช้ได้	คัดเลือก
ข้อ 6	14	.50	.44	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
	15	.61	.33	ใช้ได้	คัดเลือก
	16	.61	.33	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
	17	.61	.63	ใช้ได้	คัดเลือก
	18	.46	.67	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
ข้อ 7	19	.68	.60	ใช้ได้	คัดเลือก
	20	.43	.46	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
	21	.46	.38	ใช้ได้	คัดเลือก
	22	.54	.50	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
	23	.64	.54	ใช้ได้	คัดเลือก
	24	.21	.38	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
ข้อ 7	25	.71	.52	ใช้ได้	คัดเลือก
	26	.14	.26	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก

ตารางที่ 17 (ต่อ)

จุดประสงค์ การเรียนรู้	ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก	ผลการพิจารณา	ผลการคัดเลือก
ข้อ 8	27	.68	.75	ใช้ได้	คัดเลือก
	28	.50	.44	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
ข้อ 9	29	.54	.35	ใช้ได้	คัดเลือก
	30	.50	.19	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
	31	.50	.44	ใช้ได้	คัดเลือก
	32	.64	.40	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
	33	.71	.17	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
	34	.64	.69	ใช้ได้	คัดเลือก
ข้อ 10	35	.54	.65	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
	36	.71	.38	ใช้ได้	คัดเลือก
	37	.39	.40	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
	38	.68	.46	ใช้ได้	คัดเลือก
	39	.57	.56	ใช้ได้	คัดเลือก
	40	.21	.35	ข้อสอบยาก, ใช้ได้	ไม่คัดเลือก

จากตารางที่ 17 ผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ ข้อสอบที่สามารถคัดเลือกได้ตามเกณฑ์ มีจำนวน 37 ข้อ โดยคัดเลือกข้อสอบ จำนวน 20 ข้อ โดยพิจารณาจากข้อสอบที่มีค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ .46-.71 และ .33-.75 ตามลำดับ นอกจากนั้นผู้วิจัยยังพิจารณาจากข้อคำถามที่มีความชัดเจน และความซ้ำซ้อน ของข้อสอบ เพื่อให้เหมาะสมกับนักเรียนของผู้วิจัย ซึ่งข้อสอบที่ได้รับการคัดเลือก ได้แก่ 2, 4, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 34, 36, 38, 39

ตารางที่ 18 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
1	.68	.46
2	.50	.44
3	.54	.50
4	.64	.40
5	.64	.40
6	.64	.69
7	.57	.42
8	.61	.33
9	.61	.63
10	.68	.60
11	.46	.38
12	.64	.54
13	.71	.52
14	.68	.75
15	.54	.35
16	.50	.44
17	.64	.69
18	.71	.38
19	.68	.46
20	.57	.56

ตารางที่ 19 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คนที่	X_i	X_i^2	$(X_i - C)$	$(X_i - C)^2$
1	19	361	5	25
2	18	324	4	16
3	18	324	4	16
4	18	324	4	16
5	18	324	4	16
6	17	289	3	9
7	17	289	3	9
8	17	289	3	9
9	17	289	3	9
10	16	256	2	4
11	16	256	2	4
12	16	256	2	4
13	16	256	2	4
14	15	225	1	1
15	15	225	1	1
16	14	196	0	0
17	11	121	-3	9
18	10	100	-4	16
19	9	81	-5	25
20	8	64	-6	36
21	8	64	-6	36
22	8	64	-6	36
23	7	49	-7	49
24	6	36	-8	64
25	5	25	-9	81

ตารางที่ 19 (ต่อ)

คนที่	X_i	X_i^2	$(X_i - C)$	$(X_i - C)^2$
26	4	16	-10	100
27	3	9	-11	121
28	3	9	-11	121
รวม	349	5,121		837

จากสูตร
$$r_{cc} = 1 - \frac{K \sum X_i - \sum X_i^2}{(K-1) \sum (X_i - C)^2}$$

จะได้
$$r_{cc} = 1 - \frac{20(349) - 5,121}{(20-1)(837)}$$

$$r_{cc} = 1 - \frac{1859}{15,903}$$

ดังนั้น
$$r_{cc} = .88$$

ภาคผนวก ค

- คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- แสดงจำนวนนักเรียนตามเกณฑ์คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ตารางที่ 20 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คนที่	คะแนนความสามารถ ในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 40 คะแนน)		คนที่	คะแนนความสามารถ ในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 40 คะแนน)	
		X^2			X^2
1	30	900	14	28	784
2	29	841	15	27	729
3	30	900	16	29	841
4	29	841	17	34	1,156
5	35	1,225	18	32	1,024
6	36	1,296	19	25	625
7	32	1,024	20	29	841
8	29	841	21	31	961
9	28	784	22	28	784
10	23	529	23	26	676
11	38	1,444	24	29	841
12	39	1,521	25	32	1,024
13	39	1,521			
	รวม			758	23,332
	คะแนนเฉลี่ย			30.32	-

ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กับเกณฑ์ ร้อยละ 70

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$s = \sqrt{\frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

$$s = \sqrt{\frac{25(23,332) - (758)^2}{600}}$$

$$s = \sqrt{\frac{8,736}{600}}$$

$$s = 3.82$$

ดังนั้น

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$t = \frac{30.32 - 28}{\frac{3.82}{5}}$$

$$t = \frac{2.68}{0.76}$$

$$t = 3.05$$

เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t ที่ระดับนัยสำคัญที่ .05 เมื่อ $df = 25 - 1 = 24$ เท่ากับ 1.7109

ดังนั้น จะเห็นว่าค่า t ที่คำนวณได้มากกว่าค่าวิกฤตของค่า t ($3.05 > 1.7109$)

สรุปได้ว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70
อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ตารางที่ 21 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คนที่	คะแนนทดสอบ (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)	X^2	คนที่	คะแนนทดสอบ (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)	X^2
1	14	196	14	15	225
2	16	256	15	16	256
3	9	81	16	14	196
4	12	144	17	17	289
5	19	361	18	17	289
6	16	256	19	14	196
7	18	324	20	12	144
8	14	196	21	18	324
9	17	289	22	10	100
10	14	196	23	14	196
11	17	289	24	14	196
12	18	289	25	15	225
13	19	196			
รวม				379	5,909
คะแนนเฉลี่ย				15.16	-

ผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยกับเกณฑ์
ร้อยละ

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}; df = n - 1$$

$$s = \sqrt{\frac{n\sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

$$s = \sqrt{\frac{25(5,909) - (379)^2}{600}}$$

$$s = \sqrt{\frac{147,725 - 143,641}{600}}$$

$$s = 2.60$$

$$\text{ดังนั้น} \quad t = \frac{\frac{\bar{x} - \mu_0}{s}}{\sqrt{n}}$$

$$t = \frac{\frac{15.16 - 14}{2.60}}{5}$$

$$t = \frac{16}{0.52}$$

$$t = 2.23$$

เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t ที่ระดับนัยสำคัญที่ .05 เมื่อ $df = 25 - 1 = 24$ เท่ากับ 1.7109

ดังนั้น จะเห็นว่าค่า t ที่คำนวณได้มากกว่าค่าวิกฤตของค่า t ($2.23 > 1.7109$) สรุปได้ว่า คะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ภาคผนวก ง

- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- เฉลยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ลำดับของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5
- เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ลำดับของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1
(การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย)

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง ลำดับ	จำนวน 14 ชั่วโมง
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความหมายของลำดับ	จำนวน 2 ชั่วโมง

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป(pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

ตัวชี้วัดที่ ม.4-6/4 เข้าใจความหมายของลำดับและหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยง ความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัดที่ ม.4-6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

สาระสำคัญ

- ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวกหรือสับเซตของจำนวนเต็มบวกในรูป $\{1,2,3,\dots,n\}$
- ลำดับจำกัด (finite sequence) คือ ฟังก์ชันที่เป็นลำดับที่มีโดเมนเป็น $\{1,2,3,\dots,n\}$
- ลำดับอนันต์(infinite sequence) คือ ฟังก์ชันที่เป็นลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

จุดประสงค์การเรียนรู้: เมื่อเรียนจบชั่วโมงแล้วนักเรียนสามารถ

ด้านความรู้

บอกความหมายและชนิดของลำดับได้

ด้านทักษะและกระบวนการ

นักเรียนแสดงเหตุผลในการบอกความหมายและชนิดของลำดับได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีความใฝ่เรียนรู้
3. มีความซื่อสัตย์

สาระการเรียนรู้

- ความหมายของลำดับ
- ชนิดของลำดับ

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นเตรียมการ

1. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับแบบรูปและความสัมพันธ์ โดยยกตัวอย่างสถานการณ์ให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย โดยการตั้งคำถาม เกี่ยวกับจำนวนต่อไปนี้

47, 49, 51, 53, 55,.....

- ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณา จำนวนดังกล่าว มีความสัมพันธ์กันลักษณะใด (เพิ่มขึ้นครั้งละ 2)

- จากความสัมพันธ์ที่นักเรียนพบ จำนวนถัดไปอีกสามจำนวน คือจำนวนใด เพราะเหตุใด (57, 59, 61 เพราะเป็นการเพิ่มขึ้นครั้งละ 2)

2. ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณา เมื่อกำหนด $f(x) = 3x - 2$ เป็นฟังก์ชัน เมื่อ $x = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ จะได้

x	1	2	3	4	5
$f(x) = 3x - 2$	1	4	7	10	13

- จาก $f(x) = 3x - 2$ เป็นฟังก์ชัน เมื่อ $x = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ สามารถเขียนเป็นคู่อันดับได้อย่างไร ((1,1) (2, 4) (3, 7) (4, 10) (5,13))

- จากคู่อันดับที่นักเรียนพบ สมาชิกตัวหลังมีอะไรบ้าง มีความสัมพันธ์กันลักษณะใด (1, 4, 7, 10, 13 เพิ่มขึ้นครั้งละ 3 เท่ากัน)

ขั้นนำเสนอ

3. ครูแจกเอกสารแนวทางการที่ 1.1 เรื่อง ความหมายของลำดับ โดยกำหนดเป้าหมายการศึกษาว่า เราต้องการเรียนรู้ ประเด็นใดบ้าง เพื่อให้นักเรียนจัดหมวดหมู่ของตัวอย่างดังนี้

3.1 ครูให้นักเรียนพิจารณา ข้อที่ 1.1 ความสัมพันธ์ของรูปและจำนวนพริกหวานว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด (เป็นฟังก์ชัน เพราะมีสมาชิกตัวหน้าต่างกัน ตัวหลังต้องไม่ต่างกัน)

3.2 ครูให้นักเรียนพิจารณาข้อที่ 1.2 แบบรูปของจำนวนที่มากกว่า 5 ไปเรื่อย ๆ จนถึง n ที่เกิดจากความสัมพันธ์ดังกล่าว พบว่า โดเมน เรนจ์ เปลี่ยนแปลงหรือไม่ อย่างไร (โดเมน และเรนจ์มีการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้น)

3.3 ครูให้นักเรียนพิจารณาฟังก์ชัน จากตัวอย่างที่กำหนดให้ 4 ตัวอย่าง ครูให้นักเรียนลองตั้งข้อสรุปของตนเองเกี่ยวกับการเกิดลำดับ

3.4 ครูให้นักเรียนเติมคำตอบเกี่ยวกับ โดเมนของฟังก์ชัน มีความสัมพันธ์กับการเกิดลำดับ พร้อมให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ดังกล่าว ข้อที่ 1.3

ชั้นเปรียบเทียบ

4. จากการให้นักเรียนศึกษาเอกสารแนะแนวทางที่ 1.1 เรื่อง ความหมายของลำดับ โดยให้ศึกษาและจัดกลุ่มตัวอย่าง ครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นกระบวนการคิดเพื่อหาข้อเปรียบเทียบ ดังนี้

4.1 จากการศึกษาเอกสารเกี่ยวกับความหมายของลำดับนักเรียนคิดว่าลำดับเกิดจากความสัมพันธ์ของฟังก์ชันในส่วนตัว เพราะเหตุใด (โดเมนซึ่งเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก) และจากการศึกษาเอกสารแนะแนวทางที่ 1.2 เรื่อง ชนิดของลำดับ โดยให้ศึกษาและจัดกลุ่มโดเมนของฟังก์ชัน สังเกตลักษณะและจัดหมวดหมู่ จำนวนสมาชิกของฟังก์ชัน มีข้อแตกต่างกันหรือไม่ อย่างไร (แตกต่างกัน คือ สามารถบอกจำนวนสมาชิกได้ และไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกได้)

4.2 จากการศึกษาเอกสารเกี่ยวกับการเขียนและชนิดของลำดับ ซึ่งสรุปแล้ว ลำดับมีกี่ชนิด เหมือนกันหรือแตกต่างกัน แต่ละชนิดมีลักษณะอย่างไร (มี 2 ชนิด แตกต่างกัน สามารถบอกจำนวนสมาชิกได้ และไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกได้)

ชั้นสรุป

5. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปความหมายของลำดับ จากการเปรียบเทียบและศึกษาเอกสารแนะแนวทางที่ 1.1-1.2 การหาความหมายของลำดับ ชนิดของลำดับ นำข้อสรุปของตนเองร่วมกันอภิปราย โดยครูเป็นผู้ตรวจจสอบร่วม จากนั้นบันทึกความรู้ลงในสมุด ดังนี้

ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวกหรือสับเซตของจำนวนเต็มบวก ในรูป $\{1,2,3,\dots,n\}$

ลำดับจำกัด (Finite sequence) คือ กรณีที่ฟังก์ชันเป็นลำดับที่โดเมนเป็น $\{1,2,3,\dots,n\}$

ลำดับอนันต์ (Infinite sequence) คือ กรณีที่ฟังก์ชันเป็นลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นนำไปใช้

6. ครูสุ่มนักเรียน จำนวน 1-2 คน เพื่อให้อธิบายความหมายของลำดับ เพื่อเป็นการทบทวนสิ่งที่เรียนไปในชั่วโมงที่ 1 โดยยกตัวอย่างฟังก์ชันที่เป็นลำดับกับฟังก์ชันที่ไม่เป็นลำดับ เพื่อให้ร่วมกันอภิปรายในห้องเรียน ดังนี้ $f_1 = \{(0,5), (2,1), (3,7), (4,5)\}$ กับ $f_2 = \{(1,7), (2,8), (3,9), (4,10)\}$ ครูตั้งคำถาม ดังนี้

6.1 f_1 และ f_2 เป็นฟังก์ชันเพราะเหตุใด (มีสมาชิกตัวหน้าต่างกัน สมาชิกตัวหลังไม่ต่างกัน)

6.2 ให้ออกโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน (f_1 มีโดเมน คือ $\{0, 2, 3, 4\}$ เรนจ์ คือ $\{5, 1, 7, 5\}$, f_2 มีโดเมน คือ $\{1, 2, 3, 4\}$ เรนจ์ คือ $\{7,8,9,10\}$)

6.3 ฟังก์ชันใดเป็นลำดับ เพราะเหตุใด และสามารถเขียนได้อย่างไร (ฟังก์ชัน f_2 เป็นลำดับ เพราะมีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก ในรูป $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ สามารถเขียนลำดับได้เป็น 7,8,9,10)

7. ให้นักเรียนทำใบงานที่ 1 ครูช่วยให้คำแนะนำเพิ่มเติมสำหรับนักเรียนที่ยังไม่เข้าใจ จากนั้นให้ตัวแทนนักเรียนหญิง หรือชายออกไปเฉลยใบงานที่ 1 ให้เพื่อนๆ ช่วยกันพิจารณาทีละข้อ เพื่อสร้างความมั่นใจในการทำใบงานต่อไป ครูอาจช่วยแนะนำเพิ่มเติมข้อสงสัยของนักเรียน

ขั้นประเมินผล

8. นักเรียนและครูช่วยกันตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายของลำดับชนิดของลำดับ การเขียนลำดับ โดยให้นักเรียนยกตัวอย่างลำดับ พร้อมทั้งบอกชนิดของลำดับ สุ่มถามจากนักเรียน ประมาณ 5-6 คน ใช้หลักการมีส่วนร่วม เช่น ถามคนที่ 1 ให้ยกตัวอย่างลำดับ 1 ตัวอย่าง ถามคนที่ 2 ว่าลำดับที่นักเรียนคนที่ 1 ยกมาถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด ใครจะบอกได้ว่าลำดับที่เป็นตัวอย่าง เป็นลำดับชนิดใด

ชิ้นงาน/ ภาระงาน

1. เอกสารแนะแนวทางที่ 1.1 เรื่อง ความหมายของลำดับ
2. เอกสารแนะแนวทางที่ 1.2 เรื่อง ชนิดของลำดับ
3. ใบงานที่ 1 เรื่อง ความหมายและชนิดของลำดับ

สื่อการเรียนรู้/ แหล่งการเรียนรู้

1. เอกสารแนะแนวทางที่ 1.1 เรื่อง ความหมายของลำดับ
2. เอกสารแนะแนวทางที่ 1.2 เรื่อง ชนิดของลำดับ
3. ใบงานที่ 1 เรื่อง ความหมายและชนิดของลำดับ
4. เอกสาร/ หนังสือเรียน/ เว็บไซต์ที่เกี่ยวข้องต่าง ๆ

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การวัดและประเมินผล
ด้านความรู้ 1. นักเรียนสามารถบอกความหมายของลำดับได้ 2. นักเรียนสามารถเขียนลำดับได้	1. ตรวจเอกสารแนะแนวทางที่ 1.1-1.2 และ การใช้คำถามระหว่างจัดการเรียนรู้ 2. ตรวจใบงานที่ 1 และการยกตัวอย่าง	1. เอกสารแนะแนวทางที่ 1.1-1.2 และคำถามที่ครูถามนักเรียน 2. ใบงานที่ 1	1. คะแนนจากการทำแบบเอกสารแนะแนวทางและการตอบคำถาม โดยมี ความถูกต้อง ร้อยละ 70
ด้านทักษะและกระบวนการ นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลในการบอกความหมายและเขียนลำดับได้	1. ตรวจใบงานที่ 1 และการยกตัวอย่าง	2. ใบงานที่ 1	1. คะแนนจากการตรวจใบงาน ความถูกต้อง ร้อยละ 70

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การวัด และ ประเมินผล
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ 1. นักเรียนมีความรับผิดชอบ 2. นักเรียนมีความใฝ่เรียนรู้ 3. นักเรียนมีความซื่อสัตย์	สังเกตพฤติกรรม ขณะที่ปฏิบัติกิจกรรม	แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	คะแนนจาก การประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์ ร้อยละ 75 (7 คะแนน ขึ้นไป ถือว่าผ่าน)

บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

ผลการสอน

ขั้นเตรียมการ

นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์โดยแสดงเหตุผลในการบอกความสัมพันธ์ของลำดับ ส่วนใหญ่มีความพยายามแสดงเหตุผลประกอบทุกคำตอบ

ขั้นนำเสนอ

นักเรียนสามารถเรียนรู้และแสดงเหตุผลโดยการนำความรู้พื้นฐานเดิมเพื่อสนับสนุนคำตอบที่ตนเองเข้าใจ โดยในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เป็นการนำความรู้ เรื่อง ฟังก์ชันมาใช้ในการนำไปสู่ลักษณะของลำดับ

ขั้นเปรียบเทียบ

นักเรียนมีความพยายามในการศึกษาเอกสารแนวทางการเปรียบเทียบ ตัวอย่าง การจัดกลุ่มโดยใช้การสังเกตเพื่อหาลักษณะร่วมเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป และมีการอธิบายเหตุผลความหมายของลำดับ ชนิดของลำดับ

ขั้นสรุป

นักเรียนสามารถให้เหตุผลของความหมายของลำดับ ชนิดของลำดับ ในการอธิบายข้อสรุปของตนเอง และบันทึกลงในสมุดได้

ชั้นนำไปใช้

นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่า ฟังก์ชันใดเป็นลำดับ โดยแสดงเหตุผลของการเป็นลำดับ
ได้ว่า ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n พจน์แรก จะเป็นลำดับ
โดยเขียนลำดับได้จากการนำเรนจ์เขียนเรียงกัน การทำงานที่ 1 นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลได้

ขั้นประเมินผล

นักเรียนสามารถยกตัวอย่างลำดับ พร้อมแสดงเหตุผลที่แสดงการเป็นลำดับได้
เป็นส่วนใหญ่

ปัญหา อุปสรรค

การจัดการเรียนรู้ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 การแสดงเหตุผล การตอบคำถาม
ของนักเรียน ไม่ราบรื่นนัก เนื่องจากเป็นการจัดการเรียนรู้แผนแรก นักเรียนคุ้นเคยกับการฟัง
อธิบาย และทำตาม

ข้อเสนอแนะ/ แนวทางแก้ไข






ครูสร้างความตระหนักถึงเป้าหมายของการเรียนรู้ของนักเรียน จากการจัดการเรียนรู้
โดยใช้รูปแบบต่าง ๆ ซึ่งเน้นให้เห็นความสำคัญของการสร้างความรู้ด้วยตนเองจะทำให้เกิด
ความภาคภูมิใจในตนเอง

ลงชื่อ _____ เยาว์ประภา สิงห์มหาไชย ผู้สอน
(นางเยาว์ประภา สิงห์มหาไชย)



เอกสาธนะแนวทาวที่ 1.1 เรื่อง ความหมาฮาของลำดับ

ให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของแบบรูปต่อไปนี้

				
1	2	3	4	5

จากแบบรูปข้างต้น พบว่า ความสัมพันธ์ของรูปและจำนวนพริกหวานมีความสัมพันธ์กันดังนี้

1.1 ความสัมพันธ์ของรูปที่และจำนวนพริกหวาน

รูปที่	1	2	3	4	5
จำนวนพริกหวาน					

จากข้อ 1.1 พบว่า ความสัมพันธ์ของรูปที่และจำนวนของพริกหวานในแต่ละรูปเป็นฟังก์ชันที่มี เป็นโดเมน และมี..... เป็นเรนจ์
พิจารณาแบบรูปของจำนวน 1, 3, 5, 7, 9, ..., $2n - 1$ เมื่อ n เป็นจำนวนนับ จากแบบรูปนี้สามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างรูปที่กับจำนวนพริกหวานในแต่ละแบบรูปได้ดังนี้

1.2 ความสัมพันธ์ของลำดับของรูปและจำนวนพริกหวาน

รูปที่	1	2	3	4	5	...	n	...
จำนวนพริกหวาน	1	3	5	7	9	...	$2n - 1$...

จากข้อ 1.2 พบว่า ความสัมพันธ์ข้างต้น เป็นฟังก์ชันที่มี $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots, n, \dots\}$
เป็น และมี $\{1, 3, 5, 7, 9, \dots, 2n - 1, \dots\}$ เป็น.....ของฟังก์ชัน

พิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

$$1. f_1 = \{(3,1), (5,2), (3,3)\}$$

f_1 เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมน คือ $\{3,5,3\}$ และ เรนจ์คือ $\{1,2,3\}$

f_1 **ไม่เป็นลำดับ** เพราะมีโดเมนคือ $\{3,5,3\}$ ไม่ใช่เซตของจำนวนเต็มบวก
ในรูป $\{1,2,3,\dots,n\}$

$$2. f_2 = \{(1,1), (2,4), (3,9)\}$$

f_2 เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมน คือ.....และ เรนจ์คือ

f_2 **เป็นลำดับ** เพราะมีโดเมนคือ.....เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก
ในรูป $\{1,2,3,\dots,n\}$

$$3. f_3 = \{(x,y) \mid y = 2x + 1, x \in \mathbb{I}^+\}$$

f_3 เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมน คือ $\{1,2,3,\dots\}$ และ เรนจ์คือ

f_3 **เป็นลำดับ** เพราะมี.....เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก
ในรูป $\{1,2,3,\dots,n\}$

$$4. f_4 = \{(a,b) \mid b = 3a - 1, a \in \mathbb{I}\}$$

f_4 เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมน คือ.....และ เรนจ์คือ

f_4 **ไม่เป็นลำดับ** เพราะมี.....ไม่ใช่เซตของจำนวนเต็มบวก
ในรูป $\{1,2,3,\dots,n\}$

1.3 ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่าง โดยพิจารณาฟังก์ชันที่เป็นลำดับ

ข้อที่	ฟังก์ชัน	โดเมนของฟังก์ชัน	ลำดับ	
			ไม่เป็น	เป็น
1	$f_1 = \{(1,2), (2,3), (3,4), (4,5)\}$	$\{1,2,3,4\}$	-	/
2	$f_2 = \{(2,4), (4,6), (6,8), \dots\}$	$\{2,4,6, \dots\}$	/	-
3	$f_3 = \{(1,5), (2,7), (3,12), (4,17), (5,22)\}$			
4	$f_4 = \{(1,5), (2,7), (3,9)\}$			
5	$f_5 = \{(1,2), (2,4), (3,8), (4,16)\}$			

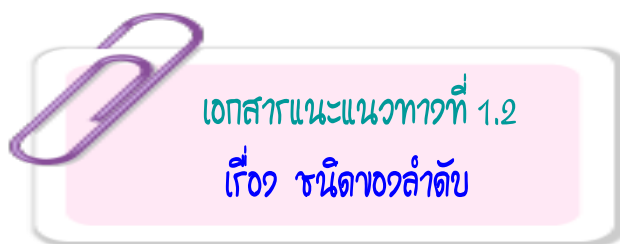


1.3 (ต่อ)

ข้อที่	ฟังก์ชัน	โดเมนของฟังก์ชัน	ลำดับ	
			ไม่เป็น	เป็น
6	$f_6 = \{(2,1), (4,2), (8,3), (16,4)\}$			
7	$f_7 = \{(1,1), (2,-1), (3,1), (4,-1)\}$			
8	$f_8 = \{(\frac{1}{2}, 1), (\frac{2}{3}, 3), (\frac{3}{4}, 3)\}$			
9	$f_9 = \{(x,y) \mid y = 3x + 1, x \in \mathbb{I}^+\}$			
10	$f_{10} = \{(a,b) \mid b = a + 1, a \in \mathbb{I}^+\}$			

จากการพิจารณา ฟังก์ชันจากตัวอย่าง พบว่า สามารถจัดกลุ่มฟังก์ชันเป็น 2 ลักษณะ คือ
 ฟังก์ชันที่มีโดเมน ซึ่งเป็นลำดับ
 และฟังก์ชันที่มีโดเมน.....ซึ่งไม่เป็นลำดับ
 จึงจะสรุปได้ว่า ลำดับ คือ.....





ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างลำดับต่อไปนี้

1.4 ให้อาโดเมนของฟังก์ชันที่กำหนด

ข้อที่	ฟังก์ชัน	โดเมนของฟังก์ชัน	จำนวนสมาชิก
1	$f_1 = \{(1,-1),(2,5),(3,11),(4,17)\}$	$\{1, 2, 3, 4\}$	4
2	$f_2 = \{(1,0),(2,1),(3,2),\dots\}$	$\{1, 2, 3, \dots\}$	บอกจำนวนไม่ได้
3	$f_3 = \{(1,1),(2,4),(3,9),(4,16),(5,25)\}$		
4	$f_4 = \{(1,1),(2, \frac{1}{2}),(3, \frac{1}{3}),(4, \frac{1}{4})\}$		
5	$f_5 = \{(1,4),(2,6),(3,8),\dots,(7,16)\}$		
6	$f_6 = \{(1,3),(2,12),(3,27), (4,48),\dots\}$		
7	$f_7 = \{(x,y) \mid y = x^2 + 2 \text{ เมื่อ } x = 1,2,3,4\}$		
8	$f_8 = \{(x,y) \mid y = 4x \text{ เมื่อ } x = 1,2,3,\dots,10\}$		
9	$f_9 = \{(x,y) \mid y = x + 2 \text{ เมื่อ } x \in \mathbb{I}^+\}$		
10	$f_{10} = \{(x,y) \mid y = x^2 - 1 \text{ เมื่อ } x \in \mathbb{I}^+\}$		

จากข้อ 1.4 ชนิดของลำดับ พบว่า เมื่อสังเกตลักษณะร่วมของฟังก์ชันแต่ละฟังก์ชัน โดยมีฟังก์ชัน.....มีโดเมนเป็นสมาชิกของจำนวนเต็มบวก ซึ่งอยู่ในรูป $\{1,2,3,\dots,n\}$ ซึ่งสามารถบอกจำนวนสมาชิกได้ และมีฟังก์ชัน.....มีโดเมนเป็นสมาชิกของจำนวนเต็มบวก ซึ่งอยู่ในรูป $\{1,2,3,\dots\}$ ซึ่งสามารถบอกจำนวนสมาชิกไม่ได้

โดยเรียกฟังก์ชันที่มีโดเมน เป็นจำนวนเต็มบวก ในรูป $\{1,2,3,\dots,n\}$ และบอกจำนวนสมาชิกได้ ว่าเป็นลำดับจำกัด และเรียกฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นจำนวนเต็มบวก ในรูป $\{1,2,3,\dots\}$ และไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกได้ว่าเป็นลำดับอนันต์ จึงสรุปได้ว่า

ลำดับจำกัด (finite sequence) คือ.....

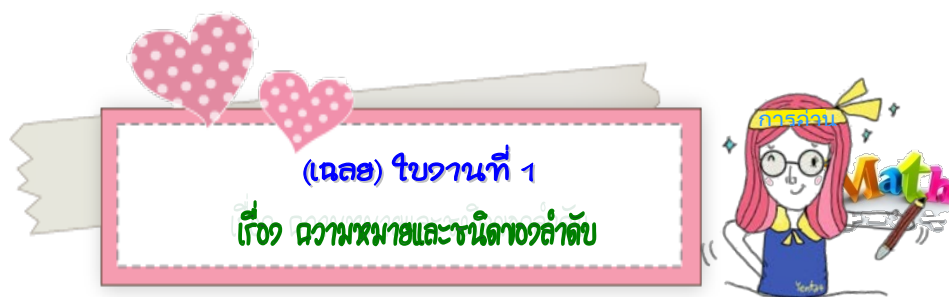
ลำดับอนันต์ (infinite sequence) คือ



คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาฟังก์ชันแต่ละข้อต่อไปนี้ว่าเป็นหรือไม่เป็นลำดับ ถ้าเป็นลำดับเป็นลำดับชนิดใด เพราะเหตุใด แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

ข้อที่	ฟังก์ชัน	คำตอบพร้อมแสดงเหตุผล
1	$f_1 = \{(1,4), (2,8), (3,12)\}$	
2	$f_2 = \{(1,2), (2,3), (3,4), (4,5), (5,6)\}$	
3	$f_3 = \{(1,6), (3,2), (4,3)\}$	
4	$f_4 = \{(1,3), (2,4), (3,5), (4,6), \dots, (7,9)\}$	
5	$f_5 = \{(3,4), (4,5), (5,6), (6,7), (7,8)\}$	
6	$f_6 = \{(1,5), (2,8), (3,11), (4,14)\}$	
7	$f_9 = \{(x,y) \mid y = 2x - 3, x = 1, 2, 3\}$	
8	$f_{10} = \{(x,y) \mid y = 3x^2 + 1, x \in \mathbb{I}^+\}$	
9	$f_9 = \{(a,b) \mid b = 4a^2 - 5, a = 1, 2, 3, 4\}$	
10	$f_{10} = \{(x,y) \mid y = x^3 \text{ เมื่อ } x = 1, 2, 3, \dots\}$	

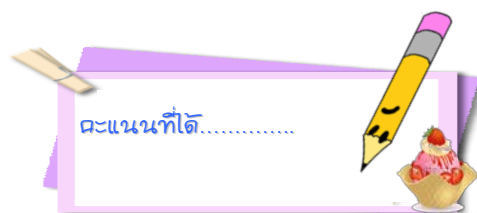




คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาฟังก์ชันแต่ละข้อต่อไปนี้ว่าเป็นหรือไม่เป็นลำดับ ถ้าเป็นลำดับเป็นลำดับชนิดใด เพราะเหตุใด แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

ข้อที่	ฟังก์ชัน	คำตอบพร้อมแสดงเหตุผล
1	$f_1 = \{(1,4), (2,8), (3,12)\}$	เป็นลำดับ เพราะมีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก ในรูป $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ และเป็นลำดับจำกัด
2	$f_2 = \{(1,2), (2,3), (3,4), (4,5), (5,6)\}$	เป็นลำดับ เพราะมีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก ในรูป $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ และเป็นลำดับจำกัด
3	$f_3 = \{(1,6), (3,2), (4,3)\}$	ไม่เป็นลำดับ เพราะมีโดเมนไม่เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก ในรูป $\{1, 2, 3, \dots, n\}$
4	$f_4 = \{(1,3), (2,4), (3,5), (4,6), \dots, (7,9)\}$	เป็นลำดับ เพราะมีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก ในรูป $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ และเป็นลำดับจำกัด
5	$f_5 = \{(3,4), (4,5), (5,6), (6,7), (7,8)\}$	ไม่เป็นลำดับ เพราะมีโดเมนไม่เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก ในรูป $\{1, 2, 3, \dots, n\}$
6	$f_6 = \{(1,5), (2,8), (3,11), (4,14)\}$	เป็นลำดับ เพราะมีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก ในรูป $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ และเป็นลำดับจำกัด
7	$f_9 = \{(x,y) \mid y = 2x - 3, x = 1, 2, 3\}$	เป็นลำดับ เพราะมีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก ในรูป $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ และเป็นลำดับจำกัด






ข้อที่	ฟังก์ชัน	คำตอบพร้อมแสดงเหตุผล
8	$f_{10} = \{(x,y) \mid y = 3x^2 + 1, x \in \mathbb{I}^+\}$	เป็นลำดับ เพราะมีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก ในรูป $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ และเป็นลำดับอนันต์
9	$f_9 = \{(a,b) \mid b = 4a^2 - 5, a = 1, 2, 3, 4\}$	เป็นลำดับ เพราะมีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก ในรูป $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ และเป็นลำดับจำกัด
10	$f_{10} = \{(x,y) \mid y = x^3 \text{ เมื่อ } x = 1, 2, 3, \dots\}$	เป็นลำดับ เพราะมีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก ในรูป $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ และเป็นลำดับอนันต์





แนวคำตอบ เอกสารแนะแนวทางที่ 1.1
เรื่อง ความหมายของลำดับ

ให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของแบบรูปต่อไปนี้

				
1	2	3	4	5

จากแบบรูปข้างต้น พบว่า ความสัมพันธ์ของรูปที่และจำนวนพริกหวาน มีความสัมพันธ์กัน ดังนี้

1.1 ความสัมพันธ์ของรูปที่และจำนวนพริกหวาน

รูปที่	1	2	3	4	5
จำนวนพริกหวาน	1	3	5	7	9

จากข้อ 1.1 พบว่า ความสัมพันธ์ของรูปที่และจำนวนของพริกหวานในแต่ละรูป เป็นฟังก์ชันที่มี ...1, 2, 3, 4, 5.....เป็นโดเมน และ มี ...1, 3, 5, 7, 9...เป็นเรนจ์

พิจารณาแบบรูปของจำนวน 1, 3, 5, 7, 9, ... $2n - 1$ เมื่อ n เป็นจำนวนนับ จากแบบรูปนี้ สามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างรูปที่กับจำนวนพริกหวานในแต่ละแบบรูปได้ดังนี้

1.2 ความสัมพันธ์ของลำดับของรูปและจำนวนพริกหวาน

รูปที่	1	2	3	4	5	...	n	...
จำนวนพริกหวาน	1	3	5	7	9	...	$2n-1$...

จากข้อ 1.2 พบว่า ความสัมพันธ์ข้างต้น เป็นฟังก์ชันที่มี $\{1,2,3,4,5,\dots,n,\dots\}$
เป็นโดเมนของฟังก์ชัน และมี $\{1, 3,5, 7, 9,\dots,2n - 1,\dots\}$ เป็น เรนจ์ ของฟังก์ชัน
พิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

$$1. f_1 = \{(3,1),(5,2),(3,3)\}$$

f_1 เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมน คือ $\{3,5,3\}$ และ เรนจ์ คือ $\{1,2,3\}$

f_1 **ไม่เป็นลำดับ** เพราะมีโดเมนคือ $\{3,5,3\}$ ไม่ใช่เซตของจำนวนเต็มบวก
ในรูป $\{1,2,3,\dots,n\}$

$$2. f_2 = \{(1,1),(2,4),(3,9)\}$$

f_2 เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมน คือ $\{1,2,3\}$ และ เรนจ์ คือ $\{1,4,9\}$

f_2 **เป็นลำดับ** เพราะมีโดเมนคือ $\{1,2,3\}$ เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก
ในรูป $\{1,2,3,\dots,n\}$

$$3. f_3 = \{(x,y) \mid y = 2x + 1, x \in \mathbb{I}^+\}$$

f_3 เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมน คือ $\{1,2,3,\dots\}$ และเรนจ์ คือ $\{3,5,7,\dots\}$

f_3 **เป็นลำดับ** เพราะมี โดเมนคือ $\{1,2,3,\dots\}$ เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก
ในรูป $\{1,2,3,\dots,n\}$

$$4. f_4 = \{(a,b) \mid b = 3a - 1, a \in \mathbb{I}\}$$

f_4 เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมน คือ $\{-1, 0, 1\}$ และเรนจ์ คือ $\{-4, -1, 2\}$

f_4 **ไม่เป็นลำดับ** เพราะมี โดเมน คือ $\{-1, 0, 1\}$ ไม่ใช่เซตของจำนวนเต็มบวก
ในรูป $\{1,2,3,\dots,n\}$

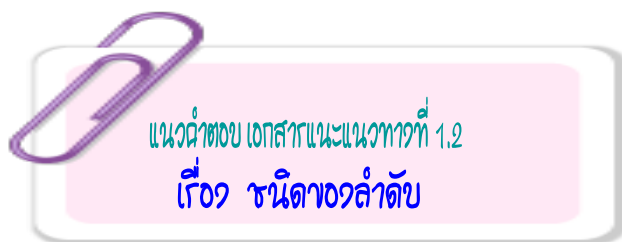


1.3 ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่าง โดยพิจารณาฟังก์ชันที่เป็นลำดับ

ข้อที่	ฟังก์ชัน	โดเมนของฟังก์ชัน	ลำดับ	
			ไม่เป็น	เป็น
1	$f_1 = \{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5)\}$	$\{1,2,3,4\}$	-	/
2	$f_2 = \{(2,4),(4,6),(6,8),\dots\}$	$\{2,4,6,\dots\}$	/	-
3	$f_3 = \{(1,5),(2,7),(3,12),(4,17),(5,22)\}$	$\{1,2,3,4,5\}$	-	/
4	$f_4 = \{(1,5),(2,7),(3,9)\}$	$\{1,2,3\}$	-	/
5	$f_5 = \{(1,2),(2,4),(3,8),(4,16)\}$	$\{1,2,3,4\}$	-	/
6	$f_6 = \{(2,1),(4,2),(8,3),(16,4)\}$	$\{2, 4, 8, 16\}$	/	-
7	$f_7 = \{(1,1),(2,-1),(3,1),(4,-1)\}$	$\{1,2,3,4\}$	-	/
8	$f_8 = \{(\frac{1}{2},1),(\frac{2}{3},3),(\frac{3}{4},3)\}$	$\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}\}$	/	-
9	$f_9 = \{(x,y) \mid y = 3x + 1, x \in I^+\}$	$\{1,2,3,\dots\}$	-	/
10	$f_{10} = \{(a,b) \mid b = a + 1, a \in I^+\}$	$\{1,2,3,\dots\}$	-	/

จากการพิจารณา ฟังก์ชันจากตัวอย่าง พบว่า สามารถจัดกลุ่มฟังก์ชันเป็น 2 ลักษณะ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมน เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก ในรูป $\{1,2,3,\dots,n\}$ ซึ่งเป็นลำดับ และฟังก์ชันที่มีโดเมน ไม่เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก ในรูป $\{1,2,3,\dots,n\}$ ซึ่งไม่เป็นลำดับ จึงจะสรุปได้ว่า ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก ซึ่งอยู่ในรูป $\{1,2,3,\dots,n\}$ เรนจ์เป็นเซตของจำนวนจริง





ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างลำดับต่อไปนี้

1.4 ให้หาโดเมนของฟังก์ชันที่กำหนด

ข้อที่	ฟังก์ชัน	โดเมนของฟังก์ชัน	จำนวนสมาชิก
1	$f_1 = \{(1,-1), (2,5), (3,11), (4,17)\}$	$\{1, 2, 3, 4\}$	4
2	$f_2 = \{(1,0), (2,1), (3,2), \dots\}$	$\{1, 2, 3, \dots\}$	บอกจำนวนไม่ได้
3	$f_3 = \{(1,1), (2,4), (3,9), (4,16), (5,25)\}$	$\{1, 2, 3, 4, 5\}$	5
4	$f_4 = \{(1,1), (2, \frac{1}{2}), (3, \frac{1}{3}), (4, \frac{1}{4})\}$	$\{1, 2, 3, 4\}$	4
5	$f_5 = \{(1,4), (2,6), (3,8), \dots, (7,16)\}$	$\{1, 2, 3, \dots, 7\}$	7
6	$f_6 = \{(1,3), (2,12), (3,27), (4,48), \dots\}$	$\{1, 2, 3, 4, \dots\}$	บอกจำนวนไม่ได้
7	$f_7 = \{(x,y) \mid y = x^2 + 2 \text{ เมื่อ } x = 1, 2, 3, 4\}$	$\{1, 2, 3, 4\}$	4
8	$f_8 = \{(x,y) \mid y = 4x \text{ เมื่อ } x = 1, 2, 3, \dots, 10\}$	$\{1, 2, 3, \dots, 10\}$	10
9	$f_9 = \{(x,y) \mid y = x + 2 \text{ เมื่อ } x \in \mathbb{I}^+\}$	$\{1, 2, 3, 4, \dots\}$	บอกจำนวนไม่ได้
10	$f_{10} = \{(x,y) \mid y = x^2 - 1 \text{ เมื่อ } x \in \mathbb{I}^+\}$	$\{1, 2, 3, 4, \dots\}$	บอกจำนวนไม่ได้

จากข้อ 1.4 ชนิดของลำดับ พบว่า เมื่อสังเกตลักษณะร่วมของฟังก์ชันแต่ละฟังก์ชัน โดยมีฟังก์ชัน $f_1, f_3, f_4, f_5, f_7, f_8$ มีโดเมนเป็นสมาชิกของจำนวนเต็มบวก ซึ่งอยู่ในรูป $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ ซึ่งสามารถบอกจำนวนสมาชิกได้ และมีฟังก์ชัน f_2, f_6, f_9, f_{10} มีโดเมนเป็นสมาชิกของจำนวนเต็มบวก ซึ่งอยู่ในรูป $\{1, 2, 3, \dots\}$ ซึ่งไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกได้

โดยเรียกฟังก์ชันที่มีโดเมน เป็นจำนวนเต็มบวก ในรูป $\{1,2,3,\dots,n\}$ และบอกจำนวนสมาชิกได้ว่า เป็นลำดับจำกัด และเรียกฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นจำนวนเต็มบวก ในรูป $\{1,2,3,\dots\}$ และไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกได้ว่า เป็นลำดับอนันต์ จึงสรุปได้ว่า

ลำดับจำกัด (Finite sequence) คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก ในรูป $\{1,2,3,\dots,n\}$ และบอกจำนวนสมาชิกได้ ว่าเป็นลำดับจำกัด

ลำดับอนันต์ (Infinite sequence) คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นจำนวนเต็มบวก ในรูป $\{1,2,3,\dots\}$ และไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกได้ว่า เป็นลำดับอนันต์

แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์
การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เรื่อง ลำดับ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คำชี้แจง ให้ทำเครื่องหมาย/ ลงในช่อง 3, 2, 1, 0 ตามลักษณะพฤติกรรมของนักเรียนระหว่างการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้

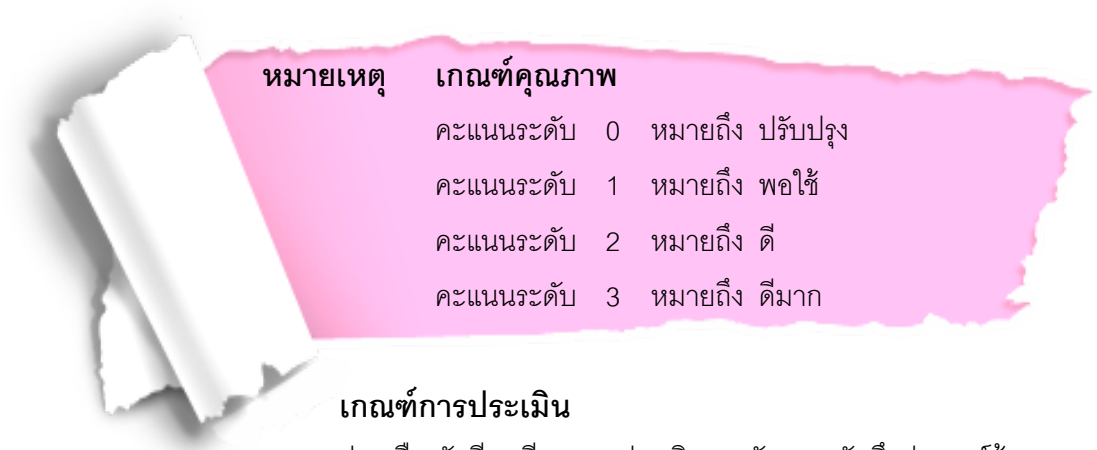
ที่	ชื่อ - สกุล	คุณลักษณะอันพึงประสงค์												รวม	ร้อยละ	ผลการประเมิน			
		ความรับผิดชอบ				ความใฝ่เรียนรู้				ความซื่อสัตย์						ผล	มผล		
		3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0						

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน
 (.....)



เกณฑ์การประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

รายการ	เกณฑ์การประเมิน			
	3	2	1	0
1. ความรับผิดชอบ	ปฏิบัติงานเสร็จตามระยะเวลาที่กำหนดทุกครั้ง	ปฏิบัติงานเสร็จตามระยะเวลาที่กำหนดเกือบทุกครั้ง	ปฏิบัติงานเสร็จตามระยะเวลาที่กำหนดเป็นบางครั้ง	ไม่มีการปฏิบัติงาน
2. ความใฝ่เรียนรู้	เข้าเรียนตรงเวลา ตั้งใจเรียน เอาใจใส่ และมีความพยายามในการเรียนรู้ มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ต่าง ๆ ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียนเป็นประจำ	เข้าเรียนตรงเวลา ตั้งใจเรียน เอาใจใส่ และมีความพยายามในการเรียนรู้ มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ต่าง ๆ บ่อยครั้ง	เข้าเรียนตรงเวลา ตั้งใจเรียน เอาใจใส่ และมีความพยายามในการเรียนรู้ มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ต่าง ๆ เป็นบางครั้ง	ไม่ตั้งใจเรียน
3. ความซื่อสัตย์	ปฏิบัติตามข้อตกลง ที่ถูกต้อง และเป็นจริง ปฏิบัติในสิ่งที่ถูกต้อง ที่ได้ตกลงระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยครู และเพื่อนในชั้นเรียน ละอาย และเกรงกลัวที่จะทำความผิด เป็นแบบอย่างที่ดี ด้านความซื่อสัตย์	ปฏิบัติตามข้อตกลง ที่ถูกต้อง และเป็นจริง ปฏิบัติในสิ่งที่ถูกต้อง ที่ได้ตกลงระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยครูและเพื่อนในชั้นเรียน ละอาย และเกรงกลัวที่จะทำความผิด	ปฏิบัติตามข้อตกลง ที่ถูกต้อง และเป็นจริง ปฏิบัติในสิ่งที่ถูกต้อง ที่ได้ตกลงระหว่างจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยครูและเพื่อนในชั้นเรียน	ไม่ปฏิบัติตามข้อตกลง ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยครู และเพื่อนในชั้นเรียน



หมายเหตุ	เกณฑ์คุณภาพ
คะแนนระดับ 0	หมายถึง ปรับปรุง
คะแนนระดับ 1	หมายถึง พอใช้
คะแนนระดับ 2	หมายถึง ดี
คะแนนระดับ 3	หมายถึง ดีมาก

เกณฑ์การประเมิน

ผ่าน คือ นักเรียนมีคะแนนประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ร้อยละ 75
(7 คะแนนขึ้นไป ถือว่า ผ่าน)

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ลำดับ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำพร้อมแสดงเหตุผล

1. เมื่อกำหนด $f_2 = \{(1,6), (2,9), (3,12), (4,15), (5,18), \dots\}$ เป็นลำดับหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

2. จากข้อความ “เมื่อกำหนดลำดับ 3, 9, 27, 81, 243 มีพจน์ทั่วไป(a_n) เป็น $a_n = 3^n$ “
เป็นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

3.

หลังจากชั่วโมงเรียน วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนสวน
ป่าเขาชะอางค์ นายรุติวัฒน์ได้นำปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่ออภิปรายทำความเข้าใจ
เพิ่มเติมกับเพื่อนๆ ในห้องเรียน ว่า

รุติวัฒน์ : ถ้ากำหนดให้ $a_1 = -3$, $a_{n+1} = a_n + 5$ จะเป็นลำดับเลขคณิต

กานพิชา : แต่เราว่า เป็นลำดับเรขาคณิตนะ

รุติวัฒน์ : เป็นลำดับเลขคณิต เพราะมีค่าคงตัว เป็น 5 นะ

จากข้อความ คำตอบของนักเรียนคนใด ถูกต้อง เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

4. เมื่อกำหนดให้ $a_6 = 25$ และ $a_{20} = 81$ ซึ่งเป็นพจน์ของลำดับเลขคณิต จากข้อมูลดังกล่าวเพียงพอและสามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

5. จากข้อความ “ลำดับที่เกิดจากจำนวนเต็มบวกคู่ที่มี 2 หลัก มีจำนวนมากกว่าลำดับที่เกิดจากจำนวนเต็มบวกคู่ที่มี 2 หลัก” ข้อความดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

6. จากข้อมูล

บริษัท ھرรหห จํกัถ กําหนดใ้เงินเดือนพนักงานในปีแรกบรจรุ เป็น 7,400 บาท
หลังจากนั้นเพิ่มเงินเดือนใ้พนักงานปีละ 450 บาท

บริษัท พอใจ จํกัถ กําหนดใ้เงินเดือนพนักงานในปีแรก 5,600 บาท และปีที่ 6
ใ้รับเงินเดือนในอัตรา 8,100 บาท

- ถ้านายชาญณรงค์ สมเพ็ชร ต้องการเลือกบริษัทที่จะทำงานในอีก 12 ปีข้างหน้า เขาควรเลือกบริษัทใด เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

7. เมื่อกำหนดลำดับ 1, -3, 9, -27, ... เป็นลำดับเรขาคณิตหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

8. เมื่อกำหนด $ab^3, a^2b^2, a^3b, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต
จะได้ว่า

1. อัตราส่วนร่วม มีค่าเท่ากับ $\frac{a}{b}$
2. พจน์ที่ 10 มีค่าเท่ากับ $\frac{a^{10}}{b^6}$
3. พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต เท่ากับ $a_n = a \cdot b^3 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{n-1}$

ข้อความในข้อ 1 - 3 ถูกต้องทุกข้อหรือไม่ เพราะเหตุใด

9. “จดหมายจำนวน 128 ฉบับ จะถูกส่งจนหมดในสัปดาห์ที่ 6 เมื่อกำหนดให้
ส่งจดหมาย 4 ฉบับให้เพื่อน 4 คน ในสัปดาห์แรก หลังจากนั้นเมื่อเพื่อน 4 คนได้รับ
จดหมาย ต้องส่งต่อให้เพื่อนต่อไปอีกคนละ 2 ฉบับในสัปดาห์ถัดไป โดยมีการส่ง
จดหมายไปเรื่อย ๆ” จากข้อความดังกล่าวเป็นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

10. กำหนดให้

“รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปหนึ่งมีด้านยาวด้านละ 64 เซนติเมตร
รูปสามเหลี่ยมรูปที่สองเกิดจากการลากส่วนของเส้นตรงต่อจุดกึ่งกลาง
ด้านทั้งสามของรูปที่หนึ่งรูปสามเหลี่ยมรูปที่สามเกิดจากการลากส่วน
ของเส้นตรงต่อจุดกึ่งกลางด้านทั้งสามของรูปที่สองทำเช่นนี้ต่อไปเรื่อย ๆ
จะได้ความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมรูปที่หก มีค่าเท่ากับ 8 เซนติเมตร”
ข้อความดังกล่าว ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด

เฉลย

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เรื่อง ลำดับ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำพร้อมแสดงเหตุผล

1. เมื่อกำหนด $f_2 = \{(1,6),(2,9), (3,12),(4,15),(5,18),\dots\}$ เป็นลำดับหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ เป็นลำดับ เพราะ f_2 มีโดเมนของฟังก์ชัน เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่มีค่าตั้งแต่ 1 เขียนลำดับได้เป็น 6, 9, 12, 15, 18,...

2. จากข้อความ “เมื่อกำหนดลำดับ 3, 9, 27, 81, 243 จะมีพจน์ทั่วไป(a_n) เป็น $a_n = 3^n$ ”

เป็นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ เป็นจริง เพราะ จากการสังเกตลำดับ 3, 9, 27, 81, 243 พบว่า เป็นลำดับจำกัด

มีความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ เป็นแบบรูป เลขยกกำลัง เพิ่มขึ้น ดังนี้

พจน์ที่ 1 มีค่าเท่ากับ 3 เกิดจาก $3^1 = 3$

พจน์ที่ 2 มีค่าเท่ากับ 9 เกิดจาก $3^2 = 3 \times 3$

พจน์ที่ 3 มีค่าเท่ากับ 27 เกิดจาก $3^3 = 3 \times 3 \times 3$

พจน์ที่ 4 มีค่าเท่ากับ 81 เกิดจาก $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$

พจน์ที่ 5 มีค่าเท่ากับ 243 เกิดจาก $3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ 3, 9, 27, 81, 243 จะได้ 3^n หรือ $a_n = 3^n$

3.

หลังจากชั่วโมงเรียน วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนสวนป่าเขาชะอางค์ นายรุติวัฒน์ได้นำปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่ออภิปรายทำความเข้าใจเพิ่มเติมกับเพื่อนๆ ในห้องเรียน ว่า

รุติวัฒน์: ถ้ากำหนดให้ $a_1 = -3$, $a_{n+1} = a_n + 5$ จะเป็นลำดับเลขคณิต

กานพิชา: แต่เราว่า เป็นลำดับเรขาคณิตนะ

รุติวัฒน์: เป็นลำดับเลขคณิต เพราะมีค่าคงตัว เป็น 5 นะ

จากข้อความ คำตอบของนักเรียนคนใด ถูกต้อง เพราะเหตุใด

ตอบ คำตอบของรุติวัฒน์ ถูกต้อง เพราะจากโจทย์ พบว่า

$a_1 = -3$ และ $a_{n+1} = a_n + 5$ ซึ่งหมายถึง พจน์ถัดไป มีค่าเท่ากับ พจน์ที่ 1 บวกเพิ่ม 5 จะได้ $a_2 = -3 + 5$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 2
 $a_3 = 2 + 5$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 7
 $a_4 = 7 + 5$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 12
 $a_5 = 12 + 5$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 17
เขียนลำดับได้เป็น -3, 2, 7, 12, 17,.... ซึ่งมีผลต่างระหว่างพจน์เป็นค่าคงตัว มีค่าเท่ากับ 5 ดังนั้น เป็นลำดับเลขคณิต

4. เมื่อกำหนดให้ $a_6 = 25$ และ $a_{20} = 81$ ซึ่งเป็นพจน์ของลำดับเลขคณิต จากข้อมูลดังกล่าวเพียงพอและสามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ เพียงพอ และสามารถหาได้จากโจทย์กำหนดให้ $a_6 = 25$ และ $a_{20} = 81$

ต้องการให้หาพจน์ทั่วไป

จาก $a_6 = 25$ เกิดจาก $a_1 + 5d = 25$ ----- (1) (จากสูตรพจน์ทั่วไป)

และ $a_{20} = 81$ เกิดจาก $a_1 + 19d = 81$ ----- (2) (จากสูตรพจน์ทั่วไป)

นำ (2) - (1) เพื่อหาค่า a_1 และ d

จะได้ $14d = 56$

$$d = 4 \quad (d = 56 \div 14)$$

นำ $d = 4$ ไปแทนค่าใน $a_1 + 5d = 25$ (หาค่า a_1)

$$\text{จะได้ } a_1 = 5$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไป จากพจน์ที่กำหนดให้ $a_6 = 25$ และ $a_{20} = 81$

$$\text{จะได้ } a_n = 5 + 4n - 4 \quad (\text{แทนค่า } a_n = 5 + (n - 1)(4))$$

$$a_n = 4n + 1$$

นั่นคือ ถ้ากำหนดพจน์สองพจน์ของลำดับเลขคณิตให้ สามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตได้

5. จากข้อความ “ลำดับที่เกิดจากจำนวนเต็มบวกคี่ที่มี 2 หลัก มีจำนวนมากกว่าลำดับที่เกิดจากจำนวนเต็มบวกคู่ที่มี 2 หลัก” ข้อความดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ ไม่ถูกต้อง เพราะ จำนวนเต็มบวกคี่ที่มี 2 หลัก มีดังนี้

11, 13, 15, 17, 19, ..., 99 (โจทย์ต้องการจำนวน เต็มบวกคี่ มี 2หลัก)

พบว่า เป็นลำดับที่เป็นลำดับเลขคณิต (มีผลต่างร่วมเท่ากับ 2)

จาก $a_n = a_1 + (n-1)(d)$ (จากสูตรพจน์ทั่วไป)

แทนค่า $99 = 11 + (n-1)(2)$ (พจน์สุดท้าย $a_n = 99$, พจน์แรก $a_1 = 11$)

จะได้ $99 = 11 + 2n - 2$

$$99 = 9 + 2n$$

$$n = 45$$

ดังนั้น จำนวนเต็มบวกคี่ที่มี 2 หลัก มีทั้งหมด 45 จำนวน ซึ่งมีจำนวนเท่ากับจำนวนเต็มบวกคู่ที่มี 2 หลัก ซึ่งได้แก่ 10,12,14,16,...,98 มีทั้งหมด 45 จำนวน

6. จากข้อมูล

บริษัท ھرรษา จำกัด กำหนดให้เงินเดือนพนักงานในปีแรกบรรจุ เป็น 7,400 บาท
หลังจากนั้นเพิ่มเงินเดือนให้พนักงานปีละ 450 บาท

บริษัท พอใจ จำกัด กำหนดให้เงินเดือนพนักงานในปีแรก 5,600 บาท และปีที่ 6
ได้รับเงินเดือนในอัตรา 8,100 บาท

ถ้านายชาญณรงค์ สมเพ็ชร ต้องการเลือกบริษัทที่จะทำงานในอีก 12 ปีข้างหน้า เขาควรเลือกบริษัทใด เพราะเหตุใด

ตอบ ควรเลือกบริษัท ھرรษา จำกัด เพราะ ทั้งสองบริษัท มีเงินเดือนที่ต่างกัน

โดย บริษัท ھرรษา จำกัด มี $a_1 = 7,400$ $a_2 = 7,950$ $d = 450$

$$a_{12} = 7,400 + 11(450) \quad (\text{จาก } a_n = a_1 + (n-1)d)$$

$$a_{12} = 12,350$$

บริษัท ھرรษา จำกัด มีเงินเดือนในปีที่ 12 เท่ากับ 12,350 บาท

บริษัท พอใจ จำกัด มี $a_1 = 5,600$ $a_6 = 8,100$

$$\text{หา } d \text{ จาก } a_6 = a_1 + 5d \quad (\text{จาก } a_n = a_1 + (n-1)d)$$

$$8,100 = 5,600 + 5d$$

$$d = 500$$

$$a_{12} = 5600 + 11(500) \quad (\text{จาก } a_n = a_1 + (n-1)d)$$

$$a_{12} = 11,100$$

บริษัท พอใจ จำกัด มีเงินเดือนในปีที่ 12 เท่ากับ 11,100 บาท

7. เมื่อกำหนดลำดับ 1, -3, 9, -27, ... เป็นลำดับเรขาคณิตหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ เป็นลำดับเรขาคณิต เพราะ มีอัตราส่วนร่วม ซึ่งเกิดจาก $\frac{-3}{1} = \frac{9}{-3} = \frac{-27}{9}$

มีค่าคงตัว และมีค่าเท่ากับ -3

8. เมื่อกำหนด $ab^3, a^2b^2, a^3b, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต จะได้ว่า

1. อัตราส่วนร่วม มีค่าเท่ากับ $\frac{a}{b}$

2. พจน์ที่ 10 มีค่าเท่ากับ $\frac{a^{10}}{b^6}$

3. พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต เท่ากับ $a_n = a.b^3 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{n-1}$

ข้อความในข้อ 1-3 ถูกต้องทุกข้อหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ ข้อความ 1-3 ถูกต้องทุกข้อ เพราะ

จากโจทย์กำหนดให้ $a_1 = a.b^3$ ต้องการ r

$$1. \text{ จาก } r = \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a^2.b^2}{a.b^3}$$

$$\text{จะได้ } r = \frac{a}{b}$$

$$\begin{aligned} 2. a_{10} &= a_1 \cdot r^9 \\ &= ab^3 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^9 \\ &= \frac{a^{10}}{b^6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. a_n &= a_1 \cdot r^{n-1} \\ &= a.b^3 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{n-1} \end{aligned}$$

9. “จดหมายจำนวน 128 ฉบับ จะถูกส่งจนหมดในสัปดาห์ที่ 6 เมื่อกำหนดให้ส่งจดหมาย 4 ฉบับให้เพื่อน 4 คน ในสัปดาห์แรก หลังจากนั้นเมื่อเพื่อน 4 คนได้รับจดหมาย ต้องส่งต่อให้เพื่อนต่อไปอีกคนละ 2 ฉบับ ในสัปดาห์ถัดไป โดยมีการส่งจดหมายไปเรื่อย ๆ” จากข้อความดังกล่าวเป็นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ เป็นจริง เพราะ

สัปดาห์ที่ 1 ส่งจดหมาย จำนวน 4 ฉบับ

สัปดาห์ที่ 2 ส่งจดหมาย จำนวน 8 ฉบับ

สัปดาห์ที่ 3 ส่งจดหมาย จำนวน 16 ฉบับ

โจทย์ให้ตรวจสอบในสัปดาห์ที่ 6 ส่งจดหมายได้ 128 ฉบับหรือไม่

จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ $a_1 = 4$, $a_2 = 8$, $a_3 = 16$

จากพจน์ที่ 1 – 3 พบว่า มีอัตราส่วนร่วม เท่ากับ 2 แสดงว่าเป็นลำดับเรขาคณิต

จาก $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ เมื่อโจทย์กำหนดให้ $a_1 = 4$, $r = 2$

จะได้ $a_6 = a_1 \cdot r^5$

$$a_6 = 4 \cdot (2)^5$$

$$a_6 = 128$$

นั่นคือ ในสัปดาห์ที่ 6 จะส่งจดหมายจำนวน 128 ฉบับหมด

10. กำหนดให้

“รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปหนึ่งมีด้านยาวด้านละ 64 เซนติเมตร รูปสามเหลี่ยมรูปที่สองเกิดจากการลากส่วนของเส้นตรงต่อจุดกึ่งกลางด้านทั้งสามของรูปที่หนึ่ง รูปสามเหลี่ยมรูปที่สามเกิดจากการลากส่วนของเส้นตรงต่อจุดกึ่งกลางด้านทั้งสามของรูปที่สอง ทำเช่นนี้ต่อไปเรื่อย ๆ จะได้ความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมรูปที่หก มีค่าเท่ากับ 8 เซนติเมตร”

ข้อความดังกล่าว ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ ไม่ถูกต้อง เพราะ

สามเหลี่ยมรูปที่ 1 มีความยาวด้านเท่ากับ 64 เซนติเมตร

สามเหลี่ยมรูปที่ 2 มีความยาวด้านเป็นครึ่งหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมรูปแรก

เท่ากับ 32 เซนติเมตร

สามเหลี่ยมรูปที่ 3 มีความยาวด้านเป็นครึ่งหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมรูปที่สอง

เท่ากับ 16 เซนติเมตร

สามเหลี่ยมรูปที่ 6 จะมีด้านยาวกี่เซนติเมตร

จะเขียนลำดับได้ เป็น 64, 32, 16, ... ซึ่งมีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ $\frac{1}{2}$ แสดงว่าเป็นลำดับ

เรขาคณิต

$$\text{จะได้ } a_1 = 64 \quad r = \frac{1}{2} \quad \text{ต้องการหา } a_6$$

$$\text{จะได้ } a_6 = a_1 \cdot r^5 \quad (\text{จาก } a_n = a_1 \cdot r^{n-1})$$

$$a_6 = 64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$a_6 = 2$$

รูปสามเหลี่ยมรูปที่ 6 มีความยาวด้าน ๆ ละ 2 เซนติเมตร

ดังนั้น ความยาวรอบรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ 6 เซนติเมตร

เกณฑ์การให้คะแนนแบบ (Rubric) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เรื่อง ลำดับ รายวิชา คณิตศาสตร์ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คะแนน	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4	มีการอธิบาย เพื่อสื่อความหมายแนวคิด มีการอ้างอิงเพื่อแสดงเหตุผล สนับสนุนคำตอบอย่างสมเหตุสมผล ครบทุกส่วนและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง
3	มีการอธิบาย เพื่อสื่อความหมายแนวคิด มีการอ้างอิงเพื่อแสดงเหตุผล สนับสนุนคำตอบอย่างสมเหตุสมผล ครบทุกส่วนแต่สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง
2	มีการอธิบาย เพื่อสื่อความหมายแนวคิดแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบอย่างสมเหตุสมผล บางส่วนและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง
1	มีการอธิบาย เพื่อสื่อความหมายแนวคิดแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบอย่างสมเหตุสมผล บางส่วนและสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง
0	ไม่มีการอธิบาย เพื่อสื่อความหมายแนวคิดแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบอย่างสมเหตุสมผล สรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

จุดประสงค์ที่ 1 นักเรียนสามารถบอกความหมายของลำดับได้

1. ข้อใด **ไม่ใช่** ลำดับ (ความรู้ ความจำ)

ก. $f = \{(1,1), (2,4), (3,4), (4,16), (5,2)\}$

ข. $f^1 = \{(1,1), (4,2), (9,3), (16,4), (25,5)\}$

ค. $g = \{(1, a_1), (2, a_2), (3, a_3), \dots, (n, a_n)\}$

ง. $h = \{(1,1), (2, 2), (3, 3), (4,4), (5,5)\}$

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 2 นักเรียนสามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดได้

2. ลำดับ 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 มีพจน์ทั่วไปตรงกับข้อใด (ความเข้าใจ)

ก. 2^{n-1}

ข. 2^n

ค. 2^{n+1}

ง. 2^{n^2-1}

3. พจน์ที่ 7 ของลำดับ $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{512}$ ตรงกับข้อใด (ความเข้าใจ)

ก. $\frac{1}{64}$

ข. $\frac{1}{128}$

ค. $\frac{1}{256}$

ง. $\frac{1}{512}$

4. ลำดับ 2, 4, 8, 16, ..., 2, 048 มีจำนวนพจน์ทั้งหมดกี่พจน์ (การนำไปใช้)

ก. 11 พจน์

ข. 22 พจน์

ค. 33 พจน์

ง. 44 พจน์

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 3 นักเรียนสามารถบอกความหมายของลำดับเลขคณิตได้

5. ข้อใด ไม่ใช่ ลำดับเลขคณิต (ความรู้ ความจำ)

ก. 1, -1, 1, -1, 1, -1

ข. 4, 4, 4, 4, 4, ...

ค. 20, 18, 16, 14, 12

ง. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}$

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 4 นักเรียนสามารถระบุลำดับเลขคณิตได้

6. ค่าของ x ที่ทำให้ $x + 2, 3x + 1, 4x - 5$ เป็นสามพจน์ที่เรียงกันในลำดับเลขคณิตตรงกับข้อใด (ความเข้าใจ)

ก. - 3

ข. - 5

ค. - 7

ง. - 9

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 5 นักเรียนสามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตได้

7. ถ้าพจน์ที่ 1 และ พจน์ที่ 3 ของลำดับเลขคณิต เป็น 5 และ 15 มีพจน์ทั่วไปตรงกับข้อใด (ความเข้าใจ)

ก. $5n - 5$

ข. $5n + 5$

ค. $5n - 1$

ง. $5n$

8. ลำดับเลขคณิตลำดับหนึ่ง มีพจน์ที่ 3 และพจน์ที่ 9 เท่ากับ 6 และ 18 ตามลำดับ แล้วพจน์ที่ n ของลำดับตรงกับข้อใด (การนำไปใช้)

ก. $2n$

ข. $2n + 2$

ค. $2n - 1$

ง. $2n - 4$

9. กำหนดพจน์ที่ 5 และพจน์ที่ 21 ของลำดับเลขคณิตลำดับหนึ่ง คือ $7x - 8y$ และ $23x - 40y$ ตามลำดับ พจน์ที่ n ลำดับตรงกับข้อใด (การวิเคราะห์)
- ก. $a_n = (x + 2y)n - 2x + 2y$
- ข. $a_n = (x + 2y)n - 2x + 2y$
- ค. $a_n = (x - 2y)n - 2x - 2y$
- ง. $a_n = (x - 2y)n + 2x + 2y$

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 6 นักเรียนสามารถนำไปใช้ของลำดับเลขคณิตได้

10. มีจำนวนที่อยู่ระหว่าง 500 และ 800 ที่ 9หารลงตัว ทั้งหมด ตรงกับข้อใด (ความเข้าใจ)
- ก. 31 จำนวน
- ข. 32 จำนวน
- ค. 33 จำนวน
- ง. 34 จำนวน
11. ถ้า p, q, r, s, t เป็นลำดับเลขคณิต ข้อใดต่อไปนี้อาจถูกต้อง (การวิเคราะห์)
- ก. $p - t = s - q = 2r$
- ข. $p + t = q + s = 2r$
- ค. $r - p = t - s = 2q$
- ง. $r + p = t + s = 2q$
12. นายเฉลิมชัย กินดี เป็นพนักงานขายของห้างสรรพสินค้า ได้เช่าซื้อบ้านหลังหนึ่ง โดยวางเงินดาวน์ 50,000 บาท ที่เหลือผ่อนเป็นรายเดือน โดยเดือนแรกผ่อน 5,000 บาท เดือนถัดไปจ่ายเพิ่มขึ้นเดือนละ 100 บาท ครบ 8 ปี เดือนสุดท้ายต้องจ่ายเงินเช่าซื้อบ้าน ตรงกับข้อใด (การนำไปใช้)
- ก. 14,500 บาท
- ข. 15,400 บาท
- ค. 14,900 บาท
- ง. 15,500 บาท

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 7 นักเรียนสามารถบอกความหมายของลำดับเรขาคณิตได้

13. ข้อใดกล่าวถูกต้อง (ความเข้าใจ)

- ก. 4, 2, 0, -2 เป็นลำดับเรขาคณิตที่มีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ $\frac{1}{2}$
 ข. 2, -4, 8, -16, ... เป็นลำดับเรขาคณิตที่มีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ -2
 ค. 1, 3, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, ... เป็นลำดับเรขาคณิตที่มีอัตราส่วนร่วม เท่ากับ $\frac{1}{3}$
 ง. กล่าวถูกต้องทุกข้อ

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 8 นักเรียนสามารถระบุลำดับเรขาคณิตได้

14. ข้อใดกล่าว เท็จ (ความเข้าใจ)

- ก. ลำดับ 0,0,0,...,0,.. เป็นลำดับเรขาคณิต
 ข. ลำดับ 4, 20, 100,.. มีพจน์ที่ 7 เป็น $a_1 r^6$
 ค. ถ้า $a_1 = \frac{3}{4}$ และ $r = 4$ แล้ว พจน์ที่ 4 ของลำดับเรขาคณิตเท่ากับ 3
 ง. 5, $\frac{5a}{2}$, $\frac{5a^2}{4}$, $\frac{5a^3}{8}$, ... เป็นลำดับเรขาคณิต มีอัตราส่วนเป็น $\frac{a}{2}$

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 9 นักเรียนสามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตได้

15. พจน์ที่ n ของลำดับ $-\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $-\frac{1}{1,000}$, ... ตรงกับข้อใด (ความเข้าใจ)

- ก. $a_n = \left(-\frac{1}{100}\right)^n$
 ข. $a_n = \left(-\frac{1}{100}\right)^n$
 ค. $a_n = \left(\frac{1}{10}\right)^n$
 ง. $a_n = \left(\frac{1}{100}\right)^n$
16. จำนวน 162 เป็นพจน์ที่เท่าใดของลำดับเรขาคณิต 2, -6, 18,... (การนำไปใช้)
- ก. 21
 ข. 81
 ค. 4
 ง. 5

17. ลำดับเรขาคณิตลำดับหนึ่ง มีพจน์ที่ 3 เท่ากับ 32 และพจน์ที่ 5 เท่ากับ 8 แล้ว พจน์ที่ 11 มีค่าตรงกับข้อใด (การนำไปใช้)

- ก. $\frac{1}{4}$
- ข. $\frac{1}{8}$
- ค. $\frac{2}{7}$
- ง. $\frac{4}{15}$

จุดประสงค์ที่ 10 นักเรียนสามารถนำลำดับเรขาคณิตไปใช้ได้

18. ถ้าเด็กนักเรียน 3 คนมีเงินคนละ 10, 18 และ 30 บาท จะต้องให้เงินเด็กทั้ง 3 คน นี้ อีกคนละเท่าไรจึงจะทำให้เงินของเด็กนักเรียนเรียงกันเป็นลำดับเรขาคณิต (การนำไปใช้)

- ก. 4 บาท
- ข. 5 บาท
- ค. 6 บาท
- ง. 7 บาท

19. กำหนด 2, a, b, 9 (เมื่อ a, b เป็นจำนวนเต็ม) โดยมี 3 พจน์แรก จะเป็นลำดับเลขคณิต และใน 3 พจน์หลังเป็นลำดับเรขาคณิต จะได้ $a + b$ มีค่าตรงกับข้อใด (การนำไปใช้)

- ก. 6
- ข. 8
- ค. 10
- ง. 12

20. ผลบวกของจำนวน 3 จำนวน ในลำดับเรขาคณิตลำดับหนึ่งเท่ากับ 14 ถ้าคูณจำนวนแรก ด้วย 4 จำนวนกลางด้วย 3 และจำนวนหลังด้วย 2 แล้ว ผลคูณที่เรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต ผลคูณของ 3 จำนวนนี้เท่ากับข้อใด (การวิเคราะห์)

- ก. 24
- ข. 48
- ค. 64
- ง. 105

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง ลำดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ข้อ	เฉลย	ข้อ	เฉลย
1	ค	11	ข
2	ก	12	ก
3	ข	13	ข
4	ก	14	ก
5	ก	15	ก
6	ข	16	ข
7	ง	17	ก
8	ก	18	ค
9	ง	19	ค
10	ค	20	ค