

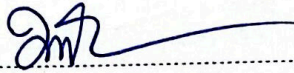
ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้
ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ชญานิชฐ์ นवलนุช

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
กรกฎาคม 2560
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

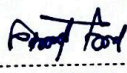
คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ ชญาณิชฐ์ นวลนุช ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม
หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์



.....อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก

(ดร.พรรณทิพา ตันตินัย)



.....อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

(ดร.คงรัฐ นวลแปง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์



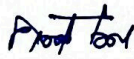
.....ประธาน

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจริญจิต)



.....กรรมการ

(ดร.พรรณทิพา ตันตินัย)



.....กรรมการ

(ดร.คงรัฐ นวลแปง)



.....กรรมการ

(ดร.ณัฐกฤตา งามมีฤทธิ์)

คณะศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา



.....คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิจิต สุรัตน์เรืองชัย)

วันที่...11...เดือน...กรกฎาคม.....พ.ศ. 2560

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความอนุเคราะห์อย่างยิ่ง จาก ดร.พรณทิพา ตันตินัย อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และ ดร.คงรัฐ นवलเปง อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่ให้ความเมตตา กรุณา เสียสละเวลาให้แนวคิดที่ถูกต้องในการปรับปรุง แก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ มีความถูกต้องยิ่งขึ้น ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่งจึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รวมทั้งคณาจารย์ทุกท่านที่ให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ต่อการวิจัย ทำให้งานวิจัยมีความถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ได้เสียสละเวลาให้ความช่วยเหลือและคำแนะนำในการแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยจนถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ขอขอบพระคุณท่านผู้อำนวยการ คณะครูและนักเรียนโรงเรียนชลกันยานุกูล ที่ให้ความอนุเคราะห์ และให้ความร่วมมือในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ และสมาชิกในครอบครัวทุกท่าน ที่สนับสนุนเป็นกำลังใจในการทำงานให้สำเร็จลุล่วงไปได้ และขอขอบคุณ พี่ เพื่อน ทุกคน ที่ให้กำลังใจ และมีส่วนช่วยให้วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูกตเวทิตาแด่ บุพการี บุรพจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบัน ที่ทำให้ข้าพเจ้าเป็นผู้มีการศึกษา และประสบความสำเร็จมาจนตราบเท่าทุกวันนี้

ชญาณิชฐ์ นवलนุช

58910163: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)

คำสำคัญ: รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด/ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์/ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์/ ฟังก์ชัน

ชฎานิชฐ์ นवलนุช: ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (EFFECTS OF ORGANIZING LEARNING ACTIVITIES USING 5Es INSTRUCTIONAL MODEL AND OPEN-ENDED PROBLEM ON MATHEMATICAL REASONING ABILITY AND LEARNING ACHIEVEMENT OF MATHAYOMSUKSA 4 STUDENTS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: พรรณทิพา ตันตินัย, ค.ศ., คงรัฐ นवलเป่ง, กศ.ด. 191 หน้า, ปี พ.ศ. 2560.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด กับเกณฑ์ร้อยละ 70 และ 2) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด กับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 48 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการทำวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 8 แผน 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีความเชื่อมั่นเท่ากับ .84 และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน มีความเชื่อมั่นเท่ากับ .80 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบที แบบกลุ่มตัวอย่างเดียว (*t*-test for one sample)

ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

58910163: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING; M.Ed.

(MATHEMATICS TEACHING)

KEY WORDS: 5Es INSTRUCTIONAL MODEL AND OPEN-ENDED PROBLEM/

MATHEMATICAL REASONING ABILITY/

LEARNING ACHIEVEMENT MATHEMATICAL / FUNCTION

CHAYANIT NUALNUCH: EFFECTS OF ORGANIZING LEARNING ACTIVITIES USING 5Es INSTRUCTIONAL MODEL AND OPEN-ENDED PROBLEM ON MATHEMATICAL REASONING ABILITY AND LEARNING ACHIEVEMENT OF MATHAYOMSUKSA 4 STUDENTS. ADVISORY COMMITTEE: PANTIPA TANTINAI, Ph.D., KONGRAT NUALPANG, Ed.D. 191 P. 2017.

The purposes of this research were; 1) to compare mathematical reasoning ability of students after using 5Es instructional model with open-ended problem with a 70 percent criterion, and 2) to compare mathematical learning achievement of students after using 5Es instructional model with open-ended problem with a 70 percent criterion. The sample group was 48 mathayomsuksa 4 students of the 2016 academic year who were selected by a cluster random sampling technique. The instruments of this research consisted of eight lesson plans, a mathematical reasoning ability test with the reliability of .84, and a mathematical learning achievement test with the reliability of .80. The statistics for analyzing the data were means, standard deviation and t-test for one sample.

The research results were that mathematical reasoning ability of the sample group after using the 5Es instructional model with open-ended problem was higher than the 70 percent criterion at .05 level of significance, and the mathematical learning achievement of the student after using with the 5Es instructional model with open-ended problem was higher than the 70 percent criterion at .05 level of significance.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญภาพ.....	ญ
บทที่	
1 บทนำ	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	6
สมมติฐานของการวิจัย.....	6
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย.....	7
ขอบเขตของการวิจัย.....	7
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	8
กรอบแนวคิดการวิจัย.....	11
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	12
หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนชลกันยานุกูล: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.....	14
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)	19
ปัญหาปลายเปิด.....	45
รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด.....	52
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	53
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	72
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	85
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	89
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	89
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	89

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
การสร้างและการหาคุณภาพของเครื่องมือ.....	90
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	104
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	105
สถิติใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	106
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	111
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	111
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	111
5 สรุปผลและอภิปรายผล.....	118
สรุปผลการวิจัย.....	119
อภิปรายผล.....	119
ข้อเสนอแนะ.....	122
บรรณานุกรม.....	124
ภาคผนวก.....	131
ภาคผนวก ก.....	132
ภาคผนวก ข.....	141
ภาคผนวก ค.....	169
ภาคผนวก ง.....	181
ภาคผนวก จ.....	183
ประวัติย่อของผู้วิจัย.....	189

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2-1 ผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ของหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนชลกันยานุกูล ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2.....	18
2-2 รูปแบบการเรียนการสอนของ Herbart (Herbart's instructional model)	20
2-3 รูปแบบการเรียนการสอนของ Dewey (Dewey's instructional model)	21
2-4 วงจรการเรียนรู้ของ Heiss, Obourn and Hoffman.....	22
2-5 วงจรการเรียนรู้ SCIS.....	23
2-6 เปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของ SCIS และการจัดกิจกรรม การเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es).....	24
2-7 สังเคราะห์ขั้นตอนของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es).....	33
2-8 บทบาทของครูและนักเรียนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ของ Bybee et al.....	36
2-9 บทบาทของครูและพฤติกรรมของนักเรียนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ของชาติรี ฝ่ายคำตา.....	40
2-10 การปรับขยายปัญหาปลายปิดให้เป็นปัญหาปลายเปิดของปรีชา เนาวีเย็นผล.....	50
2-11 การเปรียบเทียบบทบาทของครูและนักเรียนในการเรียนการสอนแบบเดิม กับการเรียนการสอน โดยการใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดของ Takahashi.....	51
2-12 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของกรมวิชาการ.....	69
2-13 เกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของสสวท.....	70
2-14 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของเวชฤทธิ์ อังคะภักทรขจร.....	70
2-15 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของศศิธร แม่นสงวน.....	71

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
2-16 เกณฑ์การให้ประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย.....	71
3-1 วิเคราะห์แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน.....	91
3-2 การวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.....	96
3-3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	97
3-4 การวิเคราะห์ สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบ.....	100
3-5 แบบแผนการดำเนินการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว (One-group posttest-only design).....	104
4-1 ค่าเฉลี่ย และค่าสถิติทดสอบของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน.....	112
4-2 ค่าเฉลี่ย และค่าสถิติทดสอบที ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน.....	116

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1-1 กรอบแนวคิดการวิจัย.....	11
2-1 ความเป็นมาและพัฒนาการของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ของ Bybee et al.....	25
2-2 วัฏจักรการสืบเสาะหาความรู้ (Inquiry cycle) ของกระทรวงศึกษาธิการ.....	30
2-3 ขั้นตอนการคิดของ Krulik and Rudnick.....	54
4-1 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 0 คะแนน ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน.....	113
4-2 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 1 คะแนน ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน.....	113
4-3 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 3 ได้คะแนน 2 คะแนน ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน.....	114
4-4 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 4 ได้คะแนน 3 คะแนน ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน.....	114

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552 ข, หน้า 1) ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ (2542, หน้า 3) ที่กล่าวว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิด เป็นโครงสร้างที่มีเหตุผล การพิสูจน์ในทางคณิตศาสตร์เริ่มต้นด้วย อนิยาม สัจพจน์ นิยาม ทฤษฎีที่พิสูจน์แล้ว ทำให้เกิดความคิดที่เป็นกระบวนการ เป็นรากฐานที่จะพิสูจน์เรื่องต่อไป และสามารถนำวิชาคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาในวิทยาการสาขาอื่น ทั้งด้านวิทยาศาสตร์ วิศวกรรม เทคโนโลยีต่าง ๆ ดังนั้นจากความสำคัญของคณิตศาสตร์จะเห็นได้ว่าคณิตศาสตร์เป็นรากฐานและเป็นแกนสำคัญของความเจริญก้าวหน้าของประเทศ ทั้งยังเป็นวิชาที่มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการพัฒนาศักยภาพของมนุษย์

ถึงแม้ว่าคณิตศาสตร์จะเป็นรากฐานและเป็นแกนสำคัญของความเจริญก้าวหน้าของประเทศ ทั้งยังเป็นวิชาที่มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการพัฒนาศักยภาพของมนุษย์ แต่จากการเรียนการสอนที่ผ่านมาพบว่ามึนักเรียนจำนวนไม่น้อยยังด้อยความสามารถเกี่ยวกับการแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันและในการศึกษาต่ออย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2555 ค, หน้า 1) ซึ่งจากการรายงานผลการทดสอบความถนัดทางคณิตศาสตร์ (Professional and Academic Aptitude Test 1: PAT1) ซึ่งเป็นข้อสอบที่เน้นการวิเคราะห์และการให้เหตุผล โดยในปี พ.ศ. 2557 ได้มีการทดสอบจำนวน 2 ครั้ง พบว่าครั้งที่ 1 และ 2 นักเรียนทั่วประเทศได้คะแนนเฉลี่ย 57.40 และ 53.15 ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 300 ซึ่งวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ได้คะแนนเฉลี่ยน้อยที่สุดจากวิชาทั้งหมด (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2557, VIII) ประกอบกับผลการประเมินนานาชาติ TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) ซึ่งเป็นโครงการที่ประเมินผลนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในรายวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

ซึ่งผลการประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์นั้นครอบคลุมทั้งเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และด้านพฤติกรรมการเรียนรู้รวมทั้งกระบวนการคิดที่นักเรียนใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์นั้น และการให้เหตุผลเป็นทักษะหนึ่งในการประเมิน ซึ่งผลการประเมินพบว่าวิชาคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ยเป็น 427 จัดอยู่ในลำดับที่ 28 ของประเทศทั้งหมด และคะแนนเฉลี่ยอยู่ในระดับ 1 หรือระดับต่ำที่มีคะแนนเฉลี่ยตั้งแต่ 401-475 คะแนน (สสวท., 2557, หน้า 9) และจากผลการประเมินในโครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ หรือ PISA (Programme for International Student Assessment) ซึ่งเป็นการประเมินในรูปแบบการถามให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ ได้เขียนคำตอบได้ให้เหตุผล แสดงวิธีคิด และแสดงวิธีทำในการแก้ปัญหา (ธงชัย ชิวปรีชา, 2555, หน้า 12) โครงการ PISA ในปี ค.ศ. 2012 ได้รายงานผลการประเมินโดยพบว่า ผลการประเมินของนักเรียนไทยส่วนใหญ่อ่อนกว่าประเทศอื่น ๆ และเมื่อเทียบกับนักเรียนในโครงการจำนวน 64 ประเทศ ทำให้เห็นว่านักเรียนไทยมีคะแนนในวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ยเท่ากับ 427 ซึ่งอยู่อันดับ 50 (กลุ่มเดียวกับประเทศสหรัฐอเมริกา ออสเตรเลีย คาซัคสถาน ซิลิ มาเลเซีย) ผลการประเมินนี้ชี้ชัดว่าระบบการศึกษาของไทยยังไม่เข้าระบบที่ประสบความสำเร็จ (โครงการ PISA ประเทศไทย สสวท., 2557, หน้า 38) และจากการรายงานผลการประเมินที่ สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (2558) ได้ประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับประเทศ พบว่า ผลการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา พ.ศ. 2556, 2557 และ 2558 มีคะแนนการสอบวิชาคณิตศาสตร์ระดับประเทศเฉลี่ยร้อยละ 20.48, 21.74 และ 26.59 ซึ่งไม่ผ่านร้อยละ 50 และผลการทดสอบในระดับสถานศึกษาของโรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี พบว่า ผลการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ในปี พ.ศ. 2556, 2557, 2558 ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 26.96, 30.13 และ 34.84 ตามลำดับ ถึงแม้คะแนนเฉลี่ยจะได้อีกมากกว่าคะแนนเฉลี่ยของระดับประเทศแต่คะแนนเฉลี่ยยังไม่ผ่านร้อยละ 50 ประกอบกับการสัมภาษณ์ครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบ ซึ่งเป็นผลมาจากที่นักเรียนยังขาดความเข้าใจในเนื้อหาความรู้ที่เรียน และยังทำให้ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ด้วย โดยเฉพาะในเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพราะเนื้อหาสาระส่วนใหญ่เป็นนิยามและทฤษฎีบท ทำให้นักเรียนเข้าใจได้ยากและเกิดความสับสนได้ง่าย (ณัฐพัชร์ พัวพันศิริ, กาญจนา ต.ไชตสุวรรณ, อมรพันธ์ ลำภา, สัมภาษณ์, 9 สิงหาคม 2559)

นอกจากปัญหาของการเรียนการสอนที่กล่าวมาจะทำให้เห็นได้ว่าสิ่งที่เป็นส่วนหนึ่งที่ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในเกณฑ์ต่ำ หนึ่งในนั้นเป็นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญ เพราะการทำ

ความเข้าใจปัญหาโดยใช้เหตุผล ช่วยให้นักเรียนเป็นนักคิดที่ดี ใช้การให้เหตุผลเพื่อเปรียบเทียบ ทำให้เข้าใจความเหมือนกับความแตกต่างของสิ่งนั้น ๆ (Stiggins, 1997, p. 6) ซึ่งสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 49) ที่ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้นสามารถอธิบาย ระดับพัฒนาการของผู้เรียนในการเรียนมโนทัศน์ ให้นักเรียน ได้วิเคราะห์แนวคิดใหม่ๆ ที่เกิดจากการให้เหตุผลของผู้เรียน เพื่อขยายความและอภิปรายกับผู้อื่น สามารถระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ และสามารถตรวจสอบความคิดและความเข้าใจของผู้เรียนได้ ส่วนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สามารถบอกถึงความสามารถของผู้เรียนเกี่ยวกับความรู้ ความเข้าใจ ทักษะและสมรรถภาพทางสมองค์ต่าง ๆ ทั้งในส่วนเนื้อหาของสาระ ข้อเท็จจริงที่ผู้เรียนได้เรียนรู้ และมโนทัศน์แต่ละเรื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามที่กำหนดไว้ในหลักสูตร (ชานนท์ จันทรา, 2554, หน้า 14)

เมื่อพิจารณาถึงสาเหตุของปัญหาในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ดังกล่าว พบว่าสาเหตุหนึ่งอาจเป็นผลมาจากการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทั่วไป ผู้สอนมักสอนแต่ขั้นตอนหรือกระบวนการ สอนโดยการบอกวิธีทำ ให้ตัวอย่างและมุ่งให้นักเรียนทำตามตัวอย่าง ไม่ให้โอกาสนักเรียนในการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยการฝึกคิดวิเคราะห์เพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลายและสร้างสรรค์ (สสวท., 2555 ก, หน้า 9) ครุยังคงใช้วิธีการสอนแบบอธิบายประกอบการยกตัวอย่างให้นักเรียนฟัง เน้นความจำเรื่องสูตร บทนิยาม และวิธีการหาคำตอบที่ถูกต้อง โดยครูเขียนสิ่งอธิบายทั้งหมดให้นักเรียนดูบนกระดานดำ สิ่งนี้นักเรียนได้รับจึงเป็นความรู้ความจำเท่านั้น แต่ไม่ได้ฝึกกระบวนการคิด มุ่งเน้นไปที่ความรวดเร็วในการได้มาซึ่งคำตอบมากกว่าพิจารณาที่กระบวนการคิดของนักเรียน (กิตติ พัฒนตระกูล, 2546, หน้า 54) ทำให้นักเรียนไทยยังมีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ไม่ดีพอ ทั้งเรื่องของความรู้พื้นฐาน การคิด และความสามารถในการนำความรู้ไปใช้ จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์มากกว่าที่เป็นอยู่ คิดสังเคราะห์ คิดอย่างมีวิจารณญาณ และสามารถนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้แก้ปัญหาได้ (อัมพร ม้าคนอง, 2552, หน้า 2)

การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์นี้เกิดผลได้ต้องมีกระบวนการเรียนการสอนที่มีคุณภาพ โดยการเรียนการสอนนั้นต้องเกิดจากการสืบเสาะ สังเกต และคาดการณ์ ซึ่งเป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ขึ้นมาด้วยตนเอง (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552 ก, หน้า 7) ซึ่งสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ที่เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนสำรวจ สืบค้นข้อมูล เพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่และแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยเชื่อมโยงสิ่งที่เรียนรู้เข้ากับประสบการณ์หรือความรู้เดิม (Bybee et al., 2006, p. 2) ซึ่งมีขั้นตอนของการจัด

กิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ดังนี้ 1) ขั้นการสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นการนำเข้าสู่บทเรียน โดยใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ เพื่อมากระตุ้นให้นักเรียนสนใจ มีความอยากรู้อยากเห็น เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา 2) ขั้นการสำรวจค้นคว้า (Exploration) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม ได้ศึกษาค้นคว้า ลงมือแก้ปัญหาและสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง โดยครูคอยสังเกต ให้คำชี้แนะ และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม 3) ขั้นการอธิบาย (Explanation) เป็นขั้นที่ให้นักเรียน ได้นำเสนอคำตอบและองค์ความรู้ของตนเองพร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ หากองค์ความรู้ยังไม่สมบูรณ์ให้ครูและเพื่อนนักเรียนร่วมกันอภิปรายกันเพื่อหาองค์ความรู้ที่ถูกต้อง และสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น 4) ขั้นการขยายความรู้ (Elaboration) เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ ใช้กับปัญหาใหม่หรือเรื่องราวต่าง ๆ และให้เหตุผลประกอบ โดยผ่านการทำแบบฝึกหัด เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ที่กว้างมากขึ้น 5) ขั้นการประเมินผล (Evaluation) เป็นขั้นที่นักเรียนได้รับการตรวจสอบความรู้ว่ามีความรู้อะไรบ้าง แล้วมาน้อยเพียงใด โดยครูใช้การซักถาม (Bybee et al. 2006, p. 8; สสวท., 2545; ชาตรี ฝ่ายคำตา, 2551, หน้า 39; กระทรวงศึกษาธิการ, 2548, หน้า 32) จากขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ที่กล่าวมาจะเห็นว่าผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ ได้แสวงหาความรู้ ได้ฝึกคิด สังเกต แก้ปัญหา ให้เหตุผล จนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตัวเอง ซึ่งในขั้นการสร้าง ความสนใจนักเรียนจะได้รับการกระตุ้นโดยการ ใช้คำถามหรือปัญหา ต่อไปเป็นขั้นการสำรวจค้นคว้าจะให้นักเรียนได้สรุปองค์ความรู้ที่นักเรียนได้มาจากการค้นคว้าด้วยตนเอง ส่วนในขั้นการอธิบายนักเรียนจะได้นำเสนอองค์ความรู้ของตนเองพร้อมให้เหตุผลเกี่ยวกับองค์ความรู้นี้ สำหรับขั้นการขยายความรู้ นักเรียนจะได้ฝึกการตั้งปัญหาให้สอดคล้องกับปัญหาเดิม พร้อมอธิบายเหตุผลว่าทำไมจึงได้ปัญหาเหล่านี้ และขั้นสุดท้ายขั้นการประเมินผลนักเรียนต้องตรวจสอบความรู้ของตน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Selma (2009) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลของการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียน 5Es ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 6 ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนเกรด 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียน 5Es หลังเรียนสูงกว่า ก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียน 5Es และยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ Tuna and Kacar (2013) ที่ได้ทำการวิจัยเรื่องผลของการเรียนรู้โดยใช้วงจรการเรียน 5Es เรื่องตรีโกณมิติ ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่าการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วงจรการเรียน 5Es มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ซึ่งคะแนนหลังทดสอบระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุมมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งนักเรียนในกลุ่มทดลองได้รับการเรียนรู้โดยใช้วงจรการเรียน 5Es

ประสบความสำเร็จมากกว่ากลุ่มควบคุม และงานวิจัยของ พิชาณิกา เพชรสังข์ (2556) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5Es ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบ 5Es ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5Es ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีพัฒนาการดีขึ้น

รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ ได้แสวงหาความรู้ ได้ฝึกคิด สังเกต แก้ปัญหา ให้เหตุผล โดยมีครูเป็นผู้จัดการให้เกิดประสบการณ์เรียนรู้ ซึ่งครูควรหาปัญหาหรือคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดและแสดงเหตุผล รวมถึงโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-ended problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือเหตุผลที่แตกต่างกันได้ (เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2555, หน้า 118) ซึ่ง ปริชา เนาว่าเย็นผล (2543, หน้า 29) ได้กล่าวว่าปัญหาปลายเปิด (Open-ended problem) เป็นปัญหาที่มีคำตอบเปิดกว้าง มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ มีวิธีหาคำตอบ หรือมีแนวทางเข้าสู่คำตอบของปัญหาได้หลายวิธี และ Becker and Shimada (1997, p. 1) ได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับปัญหาปลายเปิดไว้ว่า ปัญหาปลายเปิดหรือปัญหาที่ไม่สมบูรณ์เป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบที่ถูกต้องได้หลายคำตอบ ซึ่งจะพบอยู่ในการเรียนการสอนในชั้นเรียนอยู่เป็นประจำเมื่อครูใช้คำถามโดยมุ่งหวังเพื่อให้ได้พัฒนาวิธีการหรือแนวทางในการหาคำตอบที่มีความหลากหลาย ซึ่งปัญหาปลายเปิดจะช่วยทำให้นักเรียนกล้าที่จะแสดงความคิดเห็นมากขึ้น มีโอกาสทำความเข้าใจในการใช้ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สามารถโต้ตอบเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาโดยวิธีของพวกเขาเองได้ เป็นปัญหาที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการให้เหตุผล (Akihiko, 2000) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Jia and Xin (2004) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลของการใช้ปัญหาปลายเปิดในวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่อง เรขาคณิต พีชคณิต ในประเทศจีน ซึ่งเขาได้ใช้ปัญหาปลายเปิดในการเรียนการสอนตามแนวการปฏิรูปการเรียนการสอนของจีน ซึ่งใช้เวลาในการเก็บข้อมูลประมาณ 7 ปี และได้เปรียบเทียบผลที่ได้อยู่ระหว่างนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูง ปานกลาง และต่ำ พบว่าหลังจากนักเรียนได้รับการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดแล้วนักเรียนที่มีความสามารถสูงจะสามารถทำคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ได้เพิ่มขึ้น ในขณะที่นักเรียนอีกสองกลุ่มมีคะแนนเพิ่มขึ้นเล็กน้อยในปีแรก แต่เมื่อ

นักเรียนได้รับการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดอย่างต่อเนื่อง พบว่าระดับคะแนนและความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มปานกลางและต่ำมีคะแนนเพิ่มขึ้นเป็นที่น่าพอใจ จากการสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนจำนวน 194 คน พบว่ามีนักเรียน 85% มีความพอใจในการเรียนรู้รูประนาบของเรขาคณิตโดยใช้วิธีการปลายเปิด และงานวิจัยของ จิตติมา ชอบเอียด (2551) ได้ทำการวิจัยเรื่องการใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากเหตุผลที่กล่าวมาผู้วิจัยจึงมีแนวความคิดในการนำรูปแบบการจัดการจัดการเรียนรู้อย่างสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) มาใช้ร่วมกับปัญหาปลายเปิด ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ ได้แสวงหาความรู้ ได้ฝึกคิด สังเกต แก้ปัญหา ให้เหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผล รวมทั้งมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดการจัดการเรียนรู้อย่างสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด กับเกณฑ์ร้อยละ 70
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดการจัดการเรียนรู้อย่างสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด กับเกณฑ์ร้อยละ 70

สมมติฐานของการวิจัย

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดการจัดการเรียนรู้อย่างสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

1. ได้แนวทางในการใช้รูปแบบจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
3. เป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนที่ต้องใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่น ๆ ของวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตของการวิจัยไว้ดังนี้

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 7 ห้อง จำนวนนักเรียน 292 คน
2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/7 จำนวน 48 คน โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนแบบลดความสามารถของนักเรียน
3. ขอบเขตเนื้อหา เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค31202 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนชลกันยานุกูล เรื่อง ฟังก์ชัน จำนวน 14 ชั่วโมง ซึ่งมีเนื้อหาประกอบด้วย

1) ความหมายของฟังก์ชัน	1 ชั่วโมง
2) ฟังก์ชันจาก A ไป B	1 ชั่วโมง
3) ฟังก์ชันทั่วถึง	2 ชั่วโมง
4) ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง	2 ชั่วโมง
5) ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด	2 ชั่วโมง
6) การดำเนินการของฟังก์ชัน	2 ชั่วโมง
7) ฟังก์ชันประกอบ	2 ชั่วโมง
8) ฟังก์ชันผกผัน	2 ชั่วโมง

4. ตัวแปรที่ทำการศึกษา ได้แก่

4.1 ตัวแปรอิสระ ได้แก่

4.1.1 รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด

4.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

4.2.1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4.2.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

5. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ใช้เวลาในการทดลอง จำนวน 16 ชั่วโมง ดังนี้

1) ดำเนินการเรียนการสอน	14 ชั่วโมง
2) ทดสอบหลังเรียน	2 ชั่วโมง
รวม	16 ชั่วโมง

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ได้แสวงหาความรู้ ได้ฝึกคิด สังเกต แก้ปัญหา ให้เหตุผล จนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตัวเอง โดยมีครูเป็นผู้จัดการให้เกิด ประสบการณ์เรียนรู้ โดยมีขั้นตอนของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ดังนี้

1) **ขั้นการสร้างความสนใจ (Engagement)** เป็นการนำเข้าสู่บทเรียน โดยใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ เพื่อมากระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจ มีความอยากรู้อยากเห็น เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา

2) **ขั้นการสำรวจค้นคว้า (Exploration)** เป็นขั้นที่ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม ได้ศึกษาค้นคว้าลงมือแก้ปัญหาและสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง โดยครูคอยสังเกต ให้คำชี้แนะ และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม

3) **ขั้นการอธิบาย (Explanation)** เป็นขั้นที่ให้นักเรียนได้นำเสนอคำตอบและองค์ความรู้ของตนเอง หากองค์ความรู้ยังไม่สมบูรณ์ให้ครูและเพื่อนนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อหาองค์ความรู้ที่ถูกต้องและสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

4) **ขั้นการขยายความรู้ (Elaboration)** เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้กับปัญหาใหม่หรือเรื่องราวต่าง ๆ โดยผ่านการทำแบบฝึกหัด เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ที่กว้างมากขึ้น

5) **ขั้นการประเมินผล (Evaluation)** เป็นขั้นที่นักเรียนได้รับการตรวจสอบความรู้ว่ามีความรู้อะไรบ้าง แล้วมาน้อยเพียงใด โดยครูใช้การซักถาม

2. ปัญหาปลายเปิด หมายถึง ปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบที่ถูกต้องได้หลายคำตอบ หรือหลายวิธีการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ ได้แสวงหาความรู้ ได้ฝึกคิด สังเกต แก้ปัญหา พร้อมทั้งให้เหตุผลโดยใช้ปัญหาปลายเปิดมาเป็นตัวกระตุ้นให้เกิดกระบวนการคิด จนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตัวเอง มีขั้นตอนของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ดังนี้

1) **ขั้นการสร้างความสนใจ (Engagement)** เป็นการนำเข้าสู่บทเรียน โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เพื่อมากระตุ้นให้นักเรียนสนใจ มีความอยากรู้อยากเห็น เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา

2) **ขั้นการสำรวจค้นคว้า (Exploration)** เป็นขั้นที่ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม ได้ศึกษาค้นคว้าลงมือแก้ปัญหาและสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองพร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ โดยครูคอยสังเกต ให้คำชี้แนะ และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม

3) **ขั้นการอธิบาย (Explanation)** เป็นขั้นที่ให้นักเรียนได้นำเสนอคำตอบและองค์ความรู้ของตนเองพร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ หากองค์ความรู้ยังไม่สมบูรณ์ให้ครูและเพื่อนนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อหาองค์ความรู้ที่ถูกต้องและสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

4) **ขั้นการขยายความรู้ (Elaboration)** เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้กับปัญหาใหม่หรือเรื่องราวต่าง ๆ และให้เหตุผลประกอบ โดยผ่านการทำแบบฝึกหัด เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ที่กว้างมากขึ้น

5) **ขั้นการประเมินผล (Evaluation)** เป็นขั้นที่นักเรียนได้รับการตรวจสอบความรู้ว่ามีรู้อย่างไรบ้าง แล้วมาน้อยเพียงใดพร้อมทั้งอธิบายเหตุผล โดยครูใช้การซักถาม

4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการอธิบายแสดงแนวคิดโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง และสมเหตุสมผล ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 9 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ซึ่งจำแนกเป็น 1) ความรู้ ความจำ 2) ความเข้าใจ 3) การนำไปใช้ 4) การวิเคราะห์ ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

6. เกณฑ์ หมายถึง ร้อยละคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องฟังก์ชัน หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด ไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มซึ่งอยู่ในระดับดี ของกระทรวงศึกษาธิการ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552 ค, หน้า 14)

กรอบแนวคิดการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้สามารถนำเสนอกรอบความคิดในการวิจัย ดังนี้



ภาพที่ 1-1 กรอบแนวคิดการวิจัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่องผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าตำรา เอกสาร และงานวิจัย ที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยเรื่องนี้ และได้เสนอผลของการศึกษาค้นคว้า ตามลำดับ ดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนชลกันยานุกูล: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.1 ความสำคัญของหลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.2 คุณภาพผู้เรียน
 - 1.3 สาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ และตัวชี้วัด
 - 1.4 คำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
2. รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)
 - 2.1 ความเป็นมาของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)
 - 2.2 ความหมายของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)
 - 2.3 จุดมุ่งหมายของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)
 - 2.4 ขั้นตอนของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)
 - 2.5 บทบาทของครูและนักเรียนในรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)
 - 2.6 ข้อดี-ข้อจำกัดในการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)
3. ปัญหาปลายเปิด
 - 3.1 ความหมายของปัญหาปลายเปิด
 - 3.2 ประโยชน์ของปัญหาปลายเปิด
 - 3.3 ประเภทของปัญหาปลายเปิด

- 3.4 การสร้างปัญหาปลายเปิด
- 3.5 บทบาทของครูและนักเรียนในการใช้ปัญหาปลายเปิดทางคณิตศาสตร์
- 4. รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด
- 5. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 5.1 ความหมายของการให้เหตุผล
 - 5.2 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 5.3 ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 5.4 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 5.5 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 5.6 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 5.7 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
 - 6.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
 - 6.2 ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
 - 6.3 ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
 - 6.4 ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
- 7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 7.1 งานวิจัยต่างประเทศ
 - 7.2 งานวิจัยในประเทศ

หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนชลกันยานุกูล: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความสำคัญของหลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

โรงเรียนชลกันยานุกูล (2557, หน้า 9) ได้เสนอความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ไว้ว่า คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในวิถีประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

คุณภาพผู้เรียน

โรงเรียนชลกันยานุกูล (2557, หน้า 15) ได้เสนอคุณภาพผู้เรียนตามที่หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนชลกันยานุกูล กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้กำหนดไว้สำหรับนักเรียนที่เมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 นักเรียนจะต้อง

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริงจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ หาค่าประมาณของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลัง โดยใช้วิธีการคำนวณที่เหมาะสมและสามารถนำสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ได้
2. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้คาดคะเนระยะทาง ความสูง และแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้
3. มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซต การดำเนินการของเซต และใช้ความรู้เกี่ยวกับแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์แสดงเซตไปใช้แก้ปัญหา และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล
4. เข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้
5. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สามารถใช้ความสัมพันธ์และฟังก์ชันแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
6. เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต และสามารถหาพจน์ทั่วไปได้ เข้าใจความหมายของผลบวกของ n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต และหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้ได้
7. รู้และเข้าใจการแก้สมการ และอสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสอง รวมทั้งใช้กราฟของสมการ อสมการ หรือฟังก์ชันในการแก้ปัญหา

8. เข้าใจวิธีการสำรวจความคิดเห็นอย่างง่าย เลือกใช้ค่ากลางได้เหมาะสมกับข้อมูลและวัตถุประสงค์ สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลไปช่วยในการตัดสินใจ

9. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ ประกอบการตัดสินใจ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

10. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากการศึกษาคุณภาพผู้เรียนที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ดังนี้ ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความสามารถ เข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น ซึ่งคุณภาพของผู้เรียนที่ผู้วิจัยยึดเป็นหลักในการทำวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนมีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน สามารถใช้ฟังก์ชันแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ และสามารถให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

สาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ และตัวชี้วัด

หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนชลกันยานุกูล กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้จัดแบ่งหมวดหมู่ตามสาระการเรียนรู้ และตัวชี้วัด (โรงเรียนชลกันยานุกูล, 2557, หน้า 12) ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

- | | |
|---------------|---|
| มาตรฐาน ค 1.1 | เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง |
| มาตรฐาน ค 1.2 | เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา |
| มาตรฐาน ค 1.3 | ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา |
| มาตรฐาน ค 1.4 | เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ |

สาระที่ 2 การวัด

- มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด
- มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

- มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
- มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึ่งภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

- มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน
- มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

- มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล
- มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล
- มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจ และแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

- มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากเอกสารที่เกี่ยวกับสาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สาระการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับการทำวิจัยครั้งนี้คือ มาตรฐาน ค 4.1 ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน และมาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทาง

คณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งได้เลือกใช้
ในส่วนของการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

คำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

โรงเรียนชลกันยานุกูล (2557, หน้า 83) ได้เสนอคำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
ของหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนชลกันยานุกูลในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 มีดังนี้

ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ระบบสมการเชิงเส้น เมทริกซ์ ตัวผกผันการคูณของ
เมทริกซ์ การหาตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์และการใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น

ฟังก์ชัน ความสัมพันธ์ ผลคูณคาร์ทีเซียน ความสัมพันธ์ โดเมนและเรนจ์ของ
ความสัมพันธ์ ตัวผกผันของความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ความหมายของฟังก์ชัน การดำเนินการของ
ฟังก์ชัน ฟังก์ชันผกผันและเทคนิคการเขียนกราฟ

เรขาคณิตวิเคราะห์ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ระยะทางระหว่างจุดสอง
จุด จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด ความชันของเส้นตรง เส้นขนาน เส้นตั้งฉาก ความสัมพันธ์ซึ่งมี
กราฟเป็นเส้นตรง ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด ภาคตัดกรวย วงกลม วงรี พาราโบลา
ไฮเพอร์โบลาและการเลื่อนขนาน

โดยใช้ความรู้ ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาใน
สถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม โดยใช้วิธีการที่หลากหลายในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา
การให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างถูกต้องเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์
ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน เชื่อม โยง
ความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับ
ศาสตร์อื่น ๆ

เพื่อให้เกิดคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบ
ระเบียบความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ รักษาดี ศาสน์ กษัตริย์ ซื่อสัตย์สุจริต
มีวินัย ใฝ่เรียนรู้ อยู่อย่างพอเพียง มุ่งมั่นในการทำงาน รักความเป็นไทย มีจิตสาธารณะและมี
ความเชื่อมั่นในตนเองเพื่อให้สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นในสังคมได้อย่างมีความสุข ในฐานะเป็น
พลเมืองไทยและพลโลก

ผลการเรียนรู้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเมทริกซ์และการดำเนินการของเมทริกซ์
2. หาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มไม่เกินสี่ได้
3. วิเคราะห์และหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น

4. หาระยะทางระหว่างจุดสองจุด จุดกึ่งกลาง ระยะระหว่างเส้นตรงกับจุด
5. หาความชันของเส้นตรง สมการเส้นตรง เส้นขนาน เส้นตั้งฉากและนำไปใช้ในการแก้ปัญหาก็ได้
6. เขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นภาคตัดกรวย เมื่อกำหนดส่วนต่าง ๆ ของภาคตัดกรวยให้และเขียนกราฟของความสัมพันธ์นั้นได้
7. นำความรู้เรื่องการเลื่อนแกนทางขนานไปใช้ในการเขียนกราฟได้
8. นำความรู้เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ไปใช้ในการแก้ปัญหาก็ได้
9. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้
10. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาก็ได้

จากคำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม นักเรียนจะได้เรียนในหน่วยการเรียนรู้เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ฟังก์ชัน ความสัมพันธ์ และเรขาคณิตวิเคราะห์ ซึ่งผู้วิจัยได้นำเนื้อหาเรื่อง ฟังก์ชัน รวมทั้งทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มาใช้ในรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ของหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนชลกันยานุกูลในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 มีดังตารางที่ 2-1

ตารางที่ 2-1 ผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ของหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนชลกันยานุกูลในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2

ชื่อหน่วยการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)
ฟังก์ชัน	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้	- ความหมายของฟังก์ชัน - ฟังก์ชันจาก A ไป B - ฟังก์ชันทั่วถึง - ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง	14
	2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาก็ได้	- การดำเนินการของฟังก์ชัน - ฟังก์ชันประกอบ - ฟังก์ชันผกผัน	

รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)

ความเป็นมาของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)

รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) นั้นมีความเป็นมาตามทีมนักศึกษากลุ่ม BSCS (Biological sciences curriculum study) กล่าวว่า รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) มีพื้นฐานแนวคิดมาจาก Herbart, Dewey, Atkin และ Karplus ที่นำมาใช้ในการคิดค้นรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) (Bybee et al., 2006, pp. 4-10) ซึ่งมีแนวคิดพื้นฐานดังนี้

แนวคิดพื้นฐานของ Herbart

Herbart เป็นนักปรัชญาชาวเยอรมัน ซึ่งมีอิทธิพลทางความคิดเกี่ยวกับการศึกษาของชาวอเมริกันในศตวรรษที่ 20 Herbart มีวัตถุประสงค์หลักของการศึกษาคือการพัฒนาลักษณะนิสัยของนักเรียน และกระบวนการพัฒนาลักษณะนิสัยของนักเรียนเริ่มต้นด้วยการสร้างความสนใจให้นักเรียน เขาได้พิจารณาแนวความคิดที่เป็นพื้นฐานของการสร้างขอบเขตของจิตใจ และการทำงานของแนวคิดที่เป็นเหตุผลสำหรับแนวคิดในหลักสูตรการศึกษา ในความคิดของเขานั้นมีความสนใจในการสร้างและพัฒนาโครงสร้างความคิดที่จะนำไปสู่การพัฒนาการลักษณะนิสัยของแต่ละบุคคล

Herbart ได้เสนอสองความคิดที่เป็นรากฐานสำหรับการเรียนการสอน ความสนใจและความเข้าใจแนวคิด หลักการแรกของการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพประกอบด้วยความสนใจของนักเรียนกับเรื่องนั้น และเขาได้แสดงให้เห็นทั้งสองประเภทที่น่าสนใจอย่างใดอย่างหนึ่งขึ้นอยู่กับประสบการณ์กับสิ่งแวดล้อม และหลักการที่สองขึ้นอยู่กับปฏิสัมพันธ์ทางสังคม การเรียนการสอนวิทยาศาสตร์สามารถใช้ประโยชน์กับธรรมชาติได้ โดยใช้ความอยากรู้อยากเห็นของนักเรียน นอกจากนี้ครูสามารถนำวัตถุจากธรรมชาติมาใช้ในการเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนได้เห็นจากของจริง ได้สัมผัสกับประสบการณ์จริง เขาได้แสดงให้เห็นการสังเกตและการเก็บรวบรวมของสิ่งมีชีวิตและการแนะนำของเครื่องมือและเครื่องจักร

รูปแบบของ Herbart ยังรวมเอาผลประโยชน์ทางสังคมของนักเรียนและการปฏิสัมพันธ์กับบุคคลอื่นด้วย ควรคำนึงถึงระดับของการศึกษา การมีส่วนร่วมของการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมเพื่อการเรียนรู้ ดังนั้นรูปแบบการเรียนการสอนควรรวมโอกาสในการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมในหมู่นักเรียนและระหว่างนักเรียนกับครูด้วย

หลักการที่สองของรูปแบบของ Herbart คือการสร้างแนวคิด ความรู้สึกรับรู้ของวัตถุสิ่งมีชีวิตและเหตุการณ์ที่มีความจำเป็น แต่แค่เพียงตัวของนักเรียนเองจะไม่เพียงพอสำหรับการพัฒนาความคิด สิ่งที่สำคัญมาของรูปแบบ Herbart คือการเชื่อมโยงกันของความคิด นั่นคือ

แต่ละความคิดใหม่จะต้องเกี่ยวข้องกับความคิดที่ยังเหลืออยู่ กล่าวว่าเป็นแง่ที่ความรู้เดิมเป็นจุดเริ่มต้นของการเรียนการสอน

ในการสรุปความคิดของ Herbart เข้าสู่รูปแบบการเรียนการสอน เริ่มต้นด้วยความรู้ในปัจจุบันและประสบการณ์ของนักเรียน และความคิดใหม่ ๆ ที่เกี่ยวข้องกับแนวความคิดที่นักเรียนมีอยู่แล้ว แนะนำความคิดใหม่ ๆ ที่เชื่อมโยงกับความคิดที่หลงเหลืออยู่ในรูปแบบของแนวความคิด การเรียนการสอนที่ดีที่สุดจะช่วยให้นักเรียนค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างประสบการณ์ ครูควรนำเสนอคำถามและแนะนำวิธีการทางอ้อมให้นักเรียน ขั้นตอนต่อไปเกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนโดยตรง ครูอธิบายอย่างเป็นระบบกับความคิดที่คาดว่านักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ด้วยตนเอง ในขั้นสุดท้ายครูถามนักเรียนเพื่อให้เห็นความเข้าใจของพวกเขา โดยการใช้แนวความคิดกับสถานการณ์ใหม่ รูปแบบของ Herbart เป็นรูปแบบแรก ๆ ในวิธีการที่เป็นระบบที่ใช้ในการเรียนการสอน ซึ่งรูปแบบการเรียนการสอนของ Herbart มีรายละเอียดดังตารางที่ 2-2

ตารางที่ 2-2 รูปแบบการเรียนการสอนของ Herbart (Herbart's instructional model)

ขั้น	สาระสำคัญ
การจัดเตรียม (Preparation)	ครูนำเสนอประสบการณ์ ก่อนการเรียนรู้
การนำเสนอ (Presentation)	ครูให้ประสบการณ์ใหม่และเชื่อมโยงกับประสบการณ์เดิม
การกล่าวโดยรวม (Generalization)	ครูอธิบายความคิดและพัฒนาแนวความคิดของนักเรียน
การประยุกต์ (Application)	ครูให้ประสบการณ์แก่นักเรียน โดยให้แสดงความคิดเห็นตามความเข้าใจ โดยนำแนวคิดใหม่มาประยุกต์ใช้

แนวคิดพื้นฐานของ Dewey

Dewey แรกเริ่มมีอาชีพเป็นครูสอนวิทยาศาสตร์ และได้คิดค้นรูปแบบการเรียนการสอนซึ่งมีลักษณะสำคัญคือการคิดสะท้อนกลับ โดยมีลักษณะที่สำคัญดังนี้ 1) การกำหนดปัญหา 2) สังเกตเงื่อนไขที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่เกิดขึ้น 3) การกำหนดสมมติฐานสำหรับการแก้ปัญหา 4) การขยายความของการแก้ปัญหาต่าง ๆ และ 5) การทดสอบความคิดเห็นที่ให้ทางออกที่ดีที่สุดสำหรับปัญหาที่เกิดขึ้น มีรายละเอียดดังตารางที่ 2-3

ตารางที่ 2-3 รูปแบบการเรียนการสอนของ Dewey (Dewey's instructional model)

ขั้น	สาระสำคัญ
การสำรวจสถานการณ์ที่น่าสนใจ (Sensing perplexing situations)	ครูนำเสนอประสบการณ์ที่ทำให้นักเรียนสงสัยและรู้สึกรังเกียจเป็นปัญหา
การชี้แจงปัญหา (Clarifying the problem)	ครูจะช่วยให้นักเรียนระบุและกำหนดปัญหา
การกำหนดสมมติฐานเบื้องต้น (Formulating a tentative hypothesis)	ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตั้งสมมติฐานและพยายามสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์น่าสงสัยกับประสบการณ์เดิม
การทดสอบสมมติฐาน (Testing the hypothesis)	ครูให้นักเรียนได้ทดลองเพื่อทดสอบสมมติฐาน
การตรวจสอบสมมติฐาน (Revising rigorous tests)	การทดสอบโดยครูชี้ให้เห็นว่าผลนั้นยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐาน
การแก้ปัญหา (Acting on the solution)	ครูถามนักเรียนให้อธิบายถึงข้อสรุปและให้แสดงการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้

ในปี ค.ศ. 1950 Heiss, Obourn and Hoffman ได้เปลี่ยนแปลงรูปแบบการเรียนการสอนของดิวอี้ มาเป็น “วงจรการเรียนรู้ (Learning cycle)” ดังตารางที่ 2-4

ตารางที่ 2-4 วงจรการเรียนรู้ของ Heiss, Obourn and Hoffman

ขั้น	สาระสำคัญ
การสำรวจ (Exploring the unit)	นักเรียนสังเกตการสาธิตและกำหนดสมมติฐานและวางแผน การทดสอบ
ประสบการณ์ (Experience getting)	นักเรียนทดสอบสมมติฐานโดยการเก็บรวบรวมและแปล ความหมายของข้อมูล และลงข้อสรุป
องค์การแห่งการเรียนรู้ (Organization of learning)	นักเรียนเตรียมความพร้อม ทำเค้าโครง และสรุปผล
การประยุกต์ใช้การเรียนรู้ (Application of learning)	นักเรียนใช้ข้อมูล แนวคิด และทักษะจากสถานการณ์ใหม่

วงจรการเรียนรู้ของ Atkin-Karplus (The Atkin-Karplus learning cycle)

ในช่วงปลายทศวรรษ 1950 และต้นปี ค.ศ. 1960 ซึ่งเป็นยุคของการปฏิรูปหลักสูตร รูปแบบการเรียนการสอนที่ได้รับความนิยมโดยผู้นำการปฏิรูป Hawkins อธิบายรูปแบบการสอนที่ใช้สัญลักษณ์ของวงกลม สามเหลี่ยม และสี่เหลี่ยม โดยทั่วไปสัญลักษณ์แทนขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอนที่มีการตรวจสอบข้อเท็จจริงโดยไม่มีรูปแบบ

รูปแบบการอธิบายโดย Hawkins ให้กลยุทธ์พื้นฐานสำหรับการพัฒนาการศึกษา วิทยาศาสตร์ระดับประถมศึกษา (Elementary Science Study: ESS) ไม่ได้เป็นวิธีการที่เป็นระบบเพื่อการเรียนการสอน แต่ได้รับการยอมรับอย่างกว้างขวางจากการศึกษาการพัฒนาหลักสูตรต่าง ๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการศึกษาการพัฒนาหลักสูตรวิทยาศาสตร์ (Science Curriculum Improvement Study: SCIS)

Karplus นักฟิสิกส์ ที่มหาวิทยาลัยแคลิฟอร์เนียเบิร์กลีย์กลายเป็นที่สนใจในการศึกษา วิทยาศาสตร์ในช่วงปลายปี ความสนใจของเขานำไปสู่ความคิดของเด็กและคำอธิบายของพวกเขาเกี่ยวกับปรากฏการณ์ธรรมชาติ ในปี ค.ศ. 1961 Karplus ติดตามจิตวิทยาพัฒนาการของเพียเจต์ในการออกแบบอุปกรณ์การเรียนการสอนและการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์

ในปี ค.ศ. 1961 ที่มหาวิทยาลัยอิลลินอยส์ Atkin-Karplus ได้แบ่งปันแนวคิดเกี่ยวกับการสอนวิทยาศาสตร์แก่เด็กเล็ก จนได้รูปแบบสื่อการสอน Karplus ได้แก้ไขปรับปรุงแนวคิดและรูปแบบสื่อที่สร้างขึ้น ตัวอย่างเช่น เขาได้ทำการทดลองโดยใช้วัสดุที่แตกต่างกันและทำการสังเกตการตอบสนองของเด็ก

โดยปี ค.ศ.1967 Karplus และเพื่อนร่วมงานของเขา ใช้เงื่อนไขเดิมแต่ทำให้ชัดเจนมากขึ้น และบริบทของหลักสูตรที่พวกเขาใช้อธิบายรูปแบบการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์ว่ามี 3 ขั้นตอน “การสำรวจ การค้นหา และการค้นพบ”

โดย 3 ขั้นตอนและลำดับของวงจรการเรียนรู้ SCIS คือ การสำรวจ การค้นหา และการค้นพบ ซึ่งการสำรวจ หมายถึงประสบการณ์ที่ค่อนข้างไม่มีโครงสร้างโดยให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลใหม่ การค้นหา หมายถึงการหาหลักการ ความหมาย และข้อกำหนด เงื่อนไขสำหรับแนวคิดใหม่ การสำรวจเป็นขั้นตอนการคิดค้นที่ช่วยให้การตีความหมายของข้อมูลที่ได้มาใหม่ผ่านการปรับโครงสร้างของแนวความคิด ส่วนขั้นตอนการค้นพบเป็นการนำแนวคิดและเงื่อนไขมาใช้ในการสถานการณ์ใหม่ ดังตารางที่ 2-5

ตารางที่ 2-5 วงจรการเรียนรู้ SCIS

ขั้น	สาระสำคัญ
การสำรวจ (Exploration)	นักเรียนมีประสบการณ์เดิมกับปรากฏการณ์ใหม่
การค้นหา (Invention)	นักเรียนได้รับการแนะนำให้รู้จักกับคำศัพท์ใหม่ที่เกี่ยวข้องกับแนวความคิดที่เป็นจุดมุ่งหมายของการศึกษา
การค้นพบ (Discovery)	นักเรียนนำแนวคิดและเงื่อนไขมาใช้ในการสถานการณ์ใหม่

ต่อมา Bybee et al. (1997 cited in Bybee et al., 2006, pp. 8-13) นักพัฒนาหลักสูตรได้จัดทำหลักสูตรชีววิทยา BSCS (Biological Science Curriculum Study) ของประเทศสหรัฐอเมริกา ได้พัฒนาวงจรการเรียนรู้ (Learning cycle) ให้เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ซึ่งเป็นที่รู้จักกันดีในชื่อ “BSCS 5E Instructional Model” ซึ่งพัฒนาและเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของ SCIS และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) (Bybee et al., 2006, pp. 8-13) ดังตารางที่ 2-6 และภาพที่ 2-1

ตารางที่ 2-6 เปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของ SCIS และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)

SCIS Model	BSCS 5E Instructional Model
	การสร้างความสนใจ (Engagement)
การสำรวจ (Exploration)	การสำรวจค้นหา (Exploration)
การประดิษฐ์ (Invention)	การอธิบาย (Explanation)
การค้นพบ (Discovery)	การขยายความรู้ (Elaboration)
	การประเมินผล (Evaluation)

จากตารางที่ 2-6 พบว่า รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ SCIS มี 3 ขั้นตอน ประกอบด้วย ขั้นการสำรวจ (Exploration) ขั้นการประดิษฐ์ (Invention) และขั้นการค้นพบ (Discovery) ส่วนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ประกอบด้วย ขั้นการสร้างความสนใจ (Engagement) ขั้นการสำรวจค้นหา (Exploration) ขั้นการอธิบาย (Explanation) ขั้นการขยายความรู้ (Elaboration) และการประเมินผล (Evaluation) เมื่อนำรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ SCIS และ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) มาเปรียบเทียบกับ พบว่า ขั้นการสำรวจ (Exploration) สอดคล้องกับ ขั้นการสำรวจค้นหา (Exploration) ขั้นการประดิษฐ์ (Invention) สอดคล้องกับ ขั้นการอธิบาย (Explanation) และขั้นการค้นพบ (Discovery) สอดคล้องกับ ขั้นการขยายความรู้ (Elaboration)

Historical models

Herbart (Early 1900s)

- การสำรวจ (Preparation)
- การนำเสนอ (Presentation)
- การกล่าวโดยรวม (Generalization)
- การประยุกต์ (Application)

Dewey (Circa 1930s)

- การสำรวจสถานการณ์ที่น่าสนใจ (Sensing perplexing situations)
- การชี้แจงปัญหา (Clarifying the problem)
- การกำหนดสมมติฐานเบื้องต้น (Formulating a tentative hypothesis)
- การทดสอบสมมติฐาน (Testing the hypothesis)
- การตรวจสอบสมมติฐาน (Revising rigorous tests)
- การแก้ปัญหา (Acting on the solution)

Heiss, Obourn, and Hoffman (Circa 1950s)

- การสำรวจ (Exploring the unit)
- ประสบการณ์ (Experience getting)
- องค์การแห่งการเรียนรู้ (Organization of learning)
- การประยุกต์ใช้การเรียนรู้ (Application of learning)

Contemporary models

Atkin and Karplus

(1960s)

- การสำรวจ (Exploration)
- การค้นพบ (Invention)
- การค้นพบ (Discovery)

BSCS 5E

(1980s)

- การสร้างแรงบันดาลใจ (Engagement)
- การสำรวจค้นหา (Exploration)
- การอธิบาย (Explanation)
- การขยายความรู้ (Elaboration)
- การประเมินผล (Evaluation)

ภาพที่ 2-1 ความเป็นมาและพัฒนารูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ของ Bybee et al.

จากภาพที่ 2-1 ได้แสดงความเป็นมาและพัฒนาการของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) โดยแนวคิดแรกเป็นแนวคิดพื้นฐานของ Herbart ต่อมาเป็นแนวคิดพื้นฐานของ Dewey แนวคิดของ Heiss, Obourm, and Hoffman และวงจรการเรียนรู้ของ Atkin-Karplus จนกระทั่งมาเป็น รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ที่ Bybee et al. ได้พัฒนาขึ้นมา

ความหมายของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)

ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานได้เสนอไว้ ดังนี้

Bybee et al. (2006, p. 2) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนสำรวจ สืบค้นข้อมูล เพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่ และแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง โดยเชื่อมโยงสิ่งที่เรียนรู้เข้ากับประสบการณ์หรือความรู้เดิม

สสวท. (2550, หน้า 56) ได้ระบุไว้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน เป็นกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ตลอดเวลาให้โอกาสแก่ผู้เรียนได้ฝึกคิด ฝึกสังเกต ฝึกถาม-ตอบ ฝึกการสื่อสาร ฝึกเชื่อมโยงบูรณาการ ฝึกบันทึก ฝึกวิเคราะห์หาคำตอบ ฝึกสร้างองค์ความรู้ โดยมีครูเป็นผู้กำกับควบคุมและดำเนินการให้คำปรึกษา ชี้แนะ ช่วยเหลือให้กำลังใจ เป็นผู้กระตุ้น ส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดและเรียนรู้ด้วยตนเอง รวมทั้งร่วมแลกเปลี่ยนการเรียนรู้

จึงกล่าวสรุปได้ว่ารูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ ได้แสวงหาความรู้ ได้ฝึกคิด สังเกต แก้ปัญหา ให้เหตุผล จนสามารถสร้างข้อสรุปได้ด้วยตัวเอง โดยมีครูเป็นผู้จัดการให้เกิดประสบการณ์เรียนรู้

จุดมุ่งหมายของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)

จุดมุ่งหมายของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ได้มีนักการศึกษากล่าวไว้หลายท่านดังนี้

Schwab (1970 อ้างถึงใน ศศิธร เวียงวะลัย, 2556, หน้า 147) ได้กล่าวถึงจุดมุ่งหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ไว้ดังนี้

1. เพื่อให้ผู้เรียนเห็นว่าความรู้ทางวิทยาศาสตร์เกิดจากการแปลความจากข้อมูลที่ใช้

2. เพื่อแสดงให้เห็นให้ผู้เรียนเห็นว่า การแปลความหมายจากข้อมูลนั้นจะต้องให้มีความสอดคล้องและจำกัดอยู่ในเรื่องข้อตกลงเบื้องต้น และขอบเขตเรื่องที่ศึกษาเท่านั้น เรามีความรู้เพิ่มขึ้น การแปลความหมายก็ยิ่งสมบูรณ์มากขึ้นด้วย ข้อตกลงเบื้องต้นและขอบเขตก็อาจเปลี่ยนแปลงได้

3. เพื่อแสดงให้เห็นให้ผู้เรียนเห็นว่าเนื่องจากหลักเกณฑ์ต่าง ๆ และข้อตกลงเบื้องต้นนั้นเปลี่ยนแปลงได้ ฉะนั้นความรู้ย่อมเปลี่ยนแปลงได้เช่นกัน

4. เพื่อแสดงให้เห็นให้ผู้เรียนเห็นว่า เมื่อความรู้เปลี่ยนแปลงได้ จึงถือว่าเป็นการเปลี่ยนแปลงไปในทางที่ดี มีความถูกต้อง ทั้งนี้เนื่องจากมีความรู้ดีขึ้นกว่าเดิม

กาญจนา บุญส่ง (2542, หน้า 68) ได้กล่าวถึงจุดมุ่งหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ไว้ดังนี้

1. เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักการสอบสวนค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง
2. เพื่อฝึกให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผล
3. เพื่อฝึกให้นักเรียนใช้ความคิดหาวิธีการแก้ปัญหาได้เอง

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 136) ได้กล่าวถึงจุดมุ่งหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ไว้ดังนี้

1. เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้วิธีการสืบเสาะ ค้นคว้าความรู้อย่างมีกระบวนการและมีเหตุผล สามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง
2. เพื่อฝึกให้ผู้เรียนกล้าคิด กล้าแสดงออก กล้าตัดสินใจ มีความรับผิดชอบและมีความมุ่งมั่นในการทำงานให้สำเร็จ
3. เพื่อปลูกฝังนิสัยการค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง โดยเริ่มต้นจากการแสวงหาไปสู่การค้นพบกฎเกณฑ์และการนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

สาโรช โศภีรักษ์ (2546, หน้า 20) ได้ให้จุดมุ่งหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ไว้ดังนี้

1. เพื่อให้ผู้เรียนคิดอย่างมีเหตุผลตามกระบวนการทางวิทยาศาสตร์
2. เพื่อให้ผู้เรียนคิดเป็น ทำเป็น และแก้ปัญหาเป็นด้วยตนเอง
3. เพื่อให้ผู้เรียนได้ทำงานเป็นขั้นตอน
4. ผู้เรียนได้เรียนรู้และทำกิจกรรมต่าง ๆ ได้ทั่วถึง

จึงกล่าวสรุปได้ว่าจุดมุ่งหมายของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) มีดังนี้ เพื่อให้ให้นักเรียนได้เรียนรู้วิธีการสืบเสาะ ค้นคว้าความรู้

ได้ฝึกการคิดอย่างเป็นกระบวนการเป็นขั้นเป็นตอน ได้ฝึกการคิดมีเหตุมีผล ทำให้ผู้เรียนกล้าคิด กล้าแสดงออก กล้าตัดสินใจ มีความรับผิดชอบและมีความมุ่งมั่นในการทำงานให้สำเร็จ

ขั้นตอนของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)

ขั้นตอนของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)

ได้มีนักการศึกษากล่าวไว้หลายท่านดังนี้

Bybee et al. (2006, p. 8) ได้กำหนดขั้นตอนของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ไว้ดังนี้

1. ขั้นการสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นขั้นที่ทำให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น โดยเชื่อมประสบการณ์เดิมกับปัจจุบัน เพื่อเตรียมความพร้อมที่จะเข้าสู่บทเรียนหรือโจทย์ปัญหาใหม่ เช่น สานิต เล่าเรื่อง เหตุการณ์ สนทนา สร้างสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสงสัยแปลกใจ

2. ขั้นการสำรวจค้นคว้า (Exploration) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ร่วมกันในการตรวจสอบสถานการณ์หรือปัญหา โดยการวางแผน สำรวจ รวบรวมข้อมูล สังเกต วัด วิเคราะห์ และลงข้อสรุป

3. ขั้นการอธิบาย (Explanation) เป็นขั้นที่ให้โอกาสนักเรียนได้แสดงความเข้าใจของตนเองเกี่ยวกับความคิดรอบยอดและวิธีการแก้โจทย์ปัญหาโดยมีการอ้างอิงความรู้ ประกอบการให้เหตุผล มีการลงข้อสรุปที่ถูกต้องเชื่อถือได้ โดยมีครูให้คำแนะนำเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น

4. ขั้นการขยายความรู้ (Elaboration) เป็นขั้นในการประยุกต์ ขยายหรือเพิ่มเติมการใช้สัญลักษณ์ นิยาม คำอธิบาย และทักษะไปสู่สถานการณ์ใหม่หรือโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนมากยิ่งขึ้น เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ลึกซึ้งขึ้นหรือขยายกรอบความคิดกว้างขึ้นหรือเชื่อมโยงความรู้เดิมสู่ความรู้ใหม่หรือนำไปสู่การศึกษาค้นคว้าทดลองเพิ่มขึ้น

5. ขั้นการประเมินผล (Evaluation) เป็นขั้นในการประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน โดยครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการประเมินทั้งด้านกระบวนการและผลผลิตและความถูกต้องของความรู้ที่ได้

สสวท. (2545) ได้เสนอขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ซึ่งมีขอบข่ายรายละเอียด ดังนี้

1. การสร้างความสนใจ (Engage) เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนหรือเรื่องที่สนใจ ซึ่งอาจเกิดขึ้นเองจากความสงสัยหรือความสนใจของตัวนักเรียนเอง หรือเกิดจากการอภิปรายภายในกลุ่ม เรื่องที่น่าสนใจอาจมาจากเหตุการณ์ที่กำลังเกิดขึ้นอยู่ในช่วงเวลานั้น หรือเป็นเรื่องที่เชื่อมโยงกับความรู้เดิมที่เพิ่งเรียนรู้มาแล้วเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนสร้างคำถาม กำหนดประเด็นที่จะศึกษา

ในกรณีที่ยังไม่มีประเด็นที่น่าสนใจ ครูอาจจะจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์เพื่อกระตุ้น ชั่วๆ หรือ ทำท่ายให้นักเรียนตื่นเต้น สงสัย ใครรู้ อายากรู้อยากเห็น หรือขัดแย้ง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา การศึกษาค้นคว้า หรือการทดลอง แต่ไม่ควรบังคับให้นักเรียนยอมรับประเด็นหรือปัญหาที่ครูกำลัง สนใจเป็นเรื่องที่จะศึกษา ทำได้หลายแบบ เช่น สาธิต ทดลอง นำเสนอข้อมูล เล่าเรื่อง/ เหตุการณ์ ให้ค้นคว้า/ อ่านเรื่อง อภิปราย/ พูดยุข สนทนา ใช้เกม ใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ สร้างสถานการณ์/ ปัญหา ที่น่าสนใจ ที่น่าสงสัยแปลกใจ

2. การสำรวจและค้นคว้า (Explore) นักเรียนดำเนินการสำรวจ ทดลอง ค้นหา และ รวบรวมข้อมูล วางแผนกำหนดการสำรวจตรวจสอบ หรือออกแบบการทดลอง ลงมือปฏิบัติ เช่น สังเกต วัด ทดลอง รวบรวมข้อมูล ข้อเสนอแนะ หรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ

3. การอธิบาย (Explain) นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากการสำรวจและค้นหามาวิเคราะห์ แปลผล สรุปและอภิปราย พร้อมทั้งนำเสนอผลงานในรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งอาจเป็นรูปวาด ตาราง แผนผัง ผลงานมีความหลากหลาย สนับสนุนสมมติฐานที่ตั้งไว้หรือโต้แย้งกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ หรือไม่เกี่ยวข้องกับประเด็นที่กำหนดไว้ โดยมีการอ้างอิงความรู้ประกอบการให้เหตุผล สมเหตุสมผล การลงข้อสรุปถูกต้องเชื่อถือได้ มีเอกสารอ้างอิงและหลักฐานชัดเจน

4. การขยายความรู้ (Elaborate)

4.1 ครูจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ลึกซึ้งยิ่งขึ้น หรือขยาย กรอบความคิดกว้างขึ้นหรือเชื่อมโยงความรู้เดิมสู่ความรู้ใหม่ หรือนำไปสู่การศึกษาค้นคว้า ทดลอง เพิ่มขึ้น เช่น ตั้งประเด็นเพื่อให้นักเรียน ชี้แจงหรือร่วมอภิปรายแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติมให้ชัดเจนยิ่งขึ้น ชักถามให้นักเรียนชัดเจนหรือกระจ่างในความรู้ที่ได้หรือเชื่อมโยงความรู้ที่ได้กับความรู้เดิม

4.2 นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม เช่น อธิบายและขยายความรู้เพิ่มเติม มีความละเอียดมากขึ้น ยกสถานการณ์ ตัวอย่าง อธิบายเชื่อมโยงความรู้ที่ได้เป็นระบบและลึกซึ้ง หรือสมบูรณ์ละเอียดขึ้น นำไปสู่ความรู้ใหม่หรือความรู้ที่ลึกซึ้งยิ่งขึ้น ประยุกต์ความรู้ที่ได้ไปใช้ใน เรื่องอื่นหรือสถานการณ์อื่น ๆ หรือสร้างคำถามใหม่และออกแบบการสำรวจ ค้นหา และรวบรวม เพื่อนำไปสู่การสร้างความรู้ใหม่

5. การประเมิน (Evaluate)

5.1 นักเรียนระบุสิ่งที่นักเรียน ได้เรียนรู้ทั้งด้านกระบวนการและผลผลิต

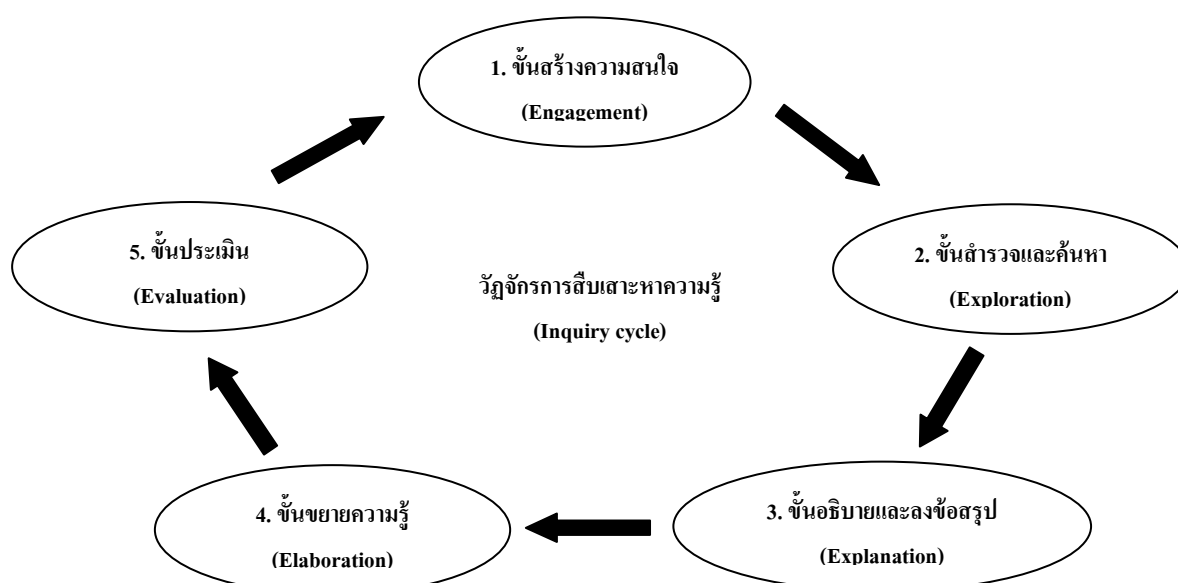
5.2 นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของความรู้ที่ได้ เช่น วิเคราะห์ วิวิจารณ์ แลกเปลี่ยน ความรู้ซึ่งกันและกัน คิดพิจารณาให้รอบคอบทั้งกระบวนการและผลงาน อภิปราย ประเมิน ปรับปรุง เพิ่มเติมและสรุป ถ้ายังมีปัญหา ให้ศึกษาทบทวนใหม่อีกครั้ง อ้างอิงทฤษฎีหรือหลักการ และเกณฑ์ เปรียบเทียบผลกับสมมติฐาน เปรียบเทียบความรู้ใหม่กับความรู้เดิม

5.3 นักเรียนทราบจุดเด่น จุดด้อยในการศึกษาค้นคว้า หรือทดลอง

กระทรวงศึกษาธิการ (2548, หน้า 32) ได้เสนอขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ไว้ดังนี้

1. **ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement)** เป็นการนำเข้าสู่บทเรียน โดยนำเรื่องที่สนใจ อาจมาจากเหตุการณ์ที่กำลังเกิดขึ้นอยู่ในช่วงเวลานั้น หรือเชื่อมโยงกับความรู้เดิมที่เรียนมาแล้วเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนสร้างคำถาม เป็นแนวทางที่ใช้ในการสำรวจ ตรวจสอบอย่างหลากหลาย
2. **ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration)** เมื่อทำความเข้าใจในประเด็นหรือคำถามที่สนใจ มีการกำหนดแนวทางการสำรวจตรวจสอบ ตั้งสมมติฐาน กำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้ ลงมือปฏิบัติเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล ข้อสารสนเทศ หรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ วิธีการตรวจสอบอาจทำได้หลายวิธี เช่น ทำการทดลอง ทำกิจกรรมภาคสนาม การศึกษาข้อมูลจากเอกสารต่าง ๆ
3. **ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation)** เมื่อได้ข้อมูลเพียงพอ จึงนำข้อมูลที่ได้อธิบาย วิเคราะห์ แปลผล สรุปผล นำเสนอที่ได้ในรูปแบบต่าง ๆ เช่น บรรยายสรุป สร้างแบบจำลอง หรือวาดรูป
4. **ขั้นขยายความรู้ (Elaboration)** เป็นการนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิม แนวคิดที่ได้จะช่วยเชื่อมโยงกับเรื่องต่าง ๆ ทำให้เกิดความรู้กว้างขึ้น
5. **ขั้นประเมิน (Evaluation)** เป็นการประเมินการเรียนรู้ด้วยกระบวนการต่าง ๆ ว่านักเรียนมีความรู้อะไรบ้าง อย่างไร และมากน้อยเพียงใด จากนั้นจะนำไปสู่การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในเรื่องอื่น ๆ

ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ของกระทรวงศึกษาธิการสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 2-2



ภาพที่ 2-2 วัฏจักรการสืบเสาะหาความรู้ (Inquiry cycle) ของกระทรวงศึกษาธิการ

ชาติรี ฝ่ายคำตา (2551, หน้า 39) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ สืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ไว้ดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นขั้นกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจใน กิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนอาจสนใจวัตถุสิ่งของ ปัญหา เหตุการณ์ หรือสถานการณ์ต่าง ๆ กิจกรรมของขั้นนี้ควรเชื่อมโยงระหว่างกิจกรรมที่ได้เรียนแล้วกับกิจกรรมที่จะเรียนต่อไป การกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจในกิจกรรมการเรียนรู้อาจทำได้โดยการถามคำถาม การกำหนดปัญหา การแสดงเหตุการณ์ที่ขัดแย้ง และแสดงสถานการณ์ที่ทำให้เห็นปัญหา ครูมีบทบาทในการแสดงสถานการณ์และออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอน นอกจากนี้ครูยังเป็น ผู้ที่เตรียมลำดับขั้นตอนต่าง ๆ ของกิจกรรม กิจกรรมในขั้นนี้ไม่ควรเวลานานและยากเกินไป ควรจะเป็นกิจกรรมที่ง่ายและใช้เวลาสั้น ๆ

2. ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) เมื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจแล้ว นักเรียนจะใช้เวลาในการสำรวจและค้นหาแนวคิดของตน กิจกรรมการสำรวจและค้นหานี้มี จุดประสงค์เพื่อสร้างประสบการณ์ในนักเรียนได้เรียนรู้แนวคิด และทักษะกระบวนการ นักเรียนจะ สำรวจและค้นหาคำตอบของ เหตุการณ์ หรือสถานการณ์ โดยการสังเกต การลงมือปฏิบัติ ตั้งและ ทดสอบสมมติฐาน แก้ปัญหา การหาตัวแปร และการตั้งคำถาม

3. ขั้นอธิบาย (Explanation) การอธิบายหมายถึงการกระทำหรือกระบวนการที่ทำให้เกิด ความเข้าใจและความกระจ่างเกี่ยวกับแนวคิด กระบวนการ หรือทักษะ กระบวนการอธิบายจะทำให้ นักเรียนและครูได้ใช้คำศัพท์ที่มีความสัมพันธ์กับประสบการณ์หรือกิจกรรมการเรียนรู้ ในขั้นนี้ครู อาจให้นักเรียนอธิบายสิ่งนักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง จากนั้นครูอาจจะนำเสนอการอธิบายที่เป็น การอธิบายเชิงวิทยาศาสตร์ กิจกรรมการอธิบายนี้ควรเน้นการอธิบายที่เกิดจากนักเรียนเองและ ควรเชื่อมโยงกับขั้นสร้างความสนใจและขั้นสำรวจและค้นหาด้วย จุดประสงค์หลักของขั้นอธิบายนี้ ก็คือการนำเสนอแนวคิด กระบวนการหรือทักษะ ที่ทำให้เข้าใจง่าย ชัดเจนและตรงไปตรงมา และ เพื่อเชื่อมโยงกับกิจกรรมการเรียนขั้นต่อไป

4. ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) เมื่อนักเรียนได้อธิบายสิ่งที่ตนเองเรียนรู้แล้ว นักเรียน ควรได้มีโอกาสในการประยุกต์หรือขยายแนวคิด กระบวนการ หรือทักษะของตน นักเรียนบางคน อาจจะยังไม่มีแนวคิดที่คาดเคลื่อนหรือเข้าใจแนวคิดที่ตนเองเรียนรู้เพียงอย่างเดียว ขั้นขยายความรู้จึง เป็นขั้นอภิปรายเป็นกลุ่มด้วย เพราะจะทำให้ให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นและแลกเปลี่ยนแนวคิดที่ ตนเข้าใจกับผู้อื่น และได้รับข้อมูลป้อนกลับจากเพื่อนร่วมชั้น นอกจากนี้ขั้นการขยายความรู้ยังช่วย ให้นักเรียนได้เผชิญกับสถานการณ์หรือปัญหาใหม่

5. **ขั้นประเมิน (Evaluation)** การประเมินอย่างไม่เป็นทางการจะเกิดขึ้นตลอดเวลาในทุกขั้นตอนของกิจกรรมการเรียนรู้ สำหรับการประเมินอย่างเป็นทางการ ครูสามารถทำได้หลังจากขั้นขยายความรู้ ครูควรที่จะวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง โดยอาจจะให้แบบทดสอบความรู้ความเข้าใจของนักเรียน และที่สำคัญคือทำให้นักเรียนได้มีโอกาประเมินความเข้าใจของตนเองด้วย

จากที่กล่าวถึงขั้นตอนของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ผู้วิจัยสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ไว้ดังตารางที่ 2-7

ตารางที่ 2-7 สังกะระห้ชั้นตอนของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)

Bybee et al. (2006, pp. 8-10)	สสวท. (2545)	กระทรวงศึกษาธิการ (2548, หน้า 32)	ชาติรี ฝ่ายคำตา (2551, หน้า 39)	ผู้วิจัย
1. ขั้นการสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นขั้นที่ทำให้ให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น โดยเชื่อมประสบการณ์เดิมกับปัจจุบัน เพื่อเตรียมความพร้อมที่จะเข้าสู่บทเรียนหรือโจทย์ ปัญหา ใหม่	1. การสร้างความสนใจ (Engage) เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนหรือเรื่อง ที่สนใจ โดยครูจัดกิจกรรมหรือ สถานการณ์เพื่อกระตุ้น ชั่วๆ หรือ ทำทนายให้นักเรียนตื่นเต้น สงสัย ใครรู้ อยากรู้อยากเห็น หรือขัดแย้ง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา การศึกษาค้นคว้า หรือการทดลอง	1. ขั้นสร้าง ความสนใจ (Engagement) เป็นการนำเข้าสู่ บทเรียน โดยนำเรื่องที่สนใจ อาจมา จากเหตุการณ์ที่กำลังเกิดขึ้นอยู่ใน ช่วงเวลานั้น หรือเชื่อมโยงกับ ความรู้เดิมที่เรียนมาแล้วเป็น ตัวกระตุ้นให้นักเรียนสร้างคำถาม เป็นแนวทางที่ใช้ในการสำรวจ ตรวจสอบอย่างหลากหลาย	1. ขั้นสร้าง ความสนใจ (Engagement) เป็นขั้นกระตุ้นให้นักเรียนสนใจใน กิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนอาจสนใจ วัตถุสิ่งของ เหตุการณ์ การถามคำถาม การกำหนดปัญหา การแสดงเหตุการณ์ ที่ขัดแย้ง และแสดงสถานการณ์ที่ทำให้ เห็นปัญหา ครูมีบทบาทในการแสดง สถานการณ์และออกแบบกิจกรรม การเรียนการสอน	1. ขั้นการสร้าง ความสนใจ (Engagement) เป็น การนำเข้าสู่บทเรียน โดยครู นำปัญหาหรือสถานการณ์ เพื่อมากระตุ้นให้นักเรียน เกิดความสนใจ มีความอยากรู้อยากเห็น เพื่อนำไปสู่ การแก้ปัญหา
2. ขั้นการสำรวจค้นคว้า (Exploration) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ ร่วมกันในการตรวจสอบ สถานการณ์หรือปัญหา โดยการวางแผน สำรวจ รวบรวมข้อมูล สังเกต วัด วิเคราะห์ และลงข้อสรุป	2. การสำรวจและค้นคว้า (Explore) นักเรียนดำเนินการสำรวจ ทดลอง ค้นหา และ รวบรวมข้อมูล วางแผน กำหนดการสำรวจตรวจสอบ หรือ ออกแบบการทดลอง ลงมือปฏิบัติ เช่น สังเกต วัด ทดลอง รวบรวม ข้อมูล ข้อสนเทศ	2. ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) เมื่อทำความเข้าใจใน ประเด็นหรือคำถามที่สนใจ กำหนด แนวทางการสำรวจตรวจสอบ ตั้งสมมติฐาน กำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้ ลงมือปฏิบัติเพื่อเก็บ รวบรวมข้อมูล ข้อสารสนเทศ หรือ ปรากฏการณ์ต่าง ๆ	2. ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) เมื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจ แล้ว นักเรียนจะใช้เวลาในการสำรวจ และค้นหาแนวคิดของตน เพื่อสร้าง ประสบการณ์ให้นักเรียนได้เรียนรู้ แนวคิด และทักษะกระบวนการ นักเรียนจะสำรวจและค้นหาวัสดุ สิ่งของ เหตุการณ์ หรือสถานการณ์	2. ขั้นการสำรวจค้นคว้า (Exploration) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม ได้ศึกษา ค้นคว้า ลงมือแก้ปัญหาและ สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง โดยครูคอยสังเกต ให้คำชี้แนะ และเปิดโอกาส ให้นักเรียนซักถาม

ตารางที่ 2-7 (ต่อ)

Bybee et al. (2006, pp. 8-10)	สสวท. (2545)	กระทรวงศึกษาธิการ (2548, หน้า 32)	ชาติรี ฝ่ายคำตา (2551, หน้า 39)	ผู้วิจัย
3. ขั้นการอธิบายและลง ข้อสรุป (Explanation) เป็น ขั้นที่ให้โอกาสนักเรียนได้ แสดง ความเข้าใจของตนเอง เกี่ยวกับความคิดรอบขอบ และวิธีการแก้โจทย์ปัญหา โดยมีการอ้างอิงความรู้ ประกอบการให้เหตุผล ลงข้อสรุปที่ถูกต้องเชื่อถือได้	3. การอธิบาย (Explain) นักเรียนนำข้อมูลที่ได้ จากการสำรวจและค้นหามาวิเคราะห์ แปลผล สรุปและอภิปราย พร้อมทั้งนำเสนอผลงานใน รูปแบบต่าง ๆ	3. ขั้นอธิบายและลง ข้อสรุป (Explanation) เมื่อได้ข้อมูลเพียงพอ จึงนำข้อมูลที่ได้อมา วิเคราะห์ แปลผล สรุปผล นำเสนอที่ได้ใน รูปแบบต่าง ๆ เช่น บรรยาย สรุป สร้างแบบจำลอง หรือวาดรูป	3. ขั้นอธิบาย (Explanation) คือ การนำเสนอแนวคิด กระบวนการ หรือทักษะ ที่ทำให้เข้าใจง่าย ชัดเจน และตรงไปตรงมา และเพื่อเชื่อมโยง กับกิจกรรมการเรียนขั้นต่อไป	3. ขั้นการอธิบาย (Explanation) เป็นขั้นที่ให้ นักเรียนได้นำเสนอคำตอบ และองค์ความรู้ของตนเอง หากองค์ความรู้ยังไม่ สมบูรณ์ให้ครูและเพื่อน นักเรียนร่วมกันอภิปราย เพื่อหาองค์ความรู้ที่ถูกต้อง และสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น
4. ขั้นการขยายความรู้ (Elaboration) เป็นขั้นใน การประยุกต์ ขยายหรือ เพิ่มเติม การใช้สัญลักษณ์ นิยาม คำอธิบาย และทักษะ ไปสู่สถานการณ์ใหม่หรือ โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนมาก ยิ่งขึ้น	4. การขยายความรู้ (Elaborate) 4.1 ครูจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ เพื่อให้ นักเรียนมีความรู้สึกซึ่งกัน หรือขยายกรอบ ความคิดกว้างขึ้น 4.2 นักเรียน อธิบายและขยายความรู้ เพิ่มเติม ยกสถานการณ์ตัวอย่าง อธิบาย เชื่อมโยงความรู้ที่ได้เป็นระบบและลึกซึ่ง นำไปสู่ความรู้ใหม่ ประยุกต์ใช้ในเรื่องอื่น	4. ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) เป็นการนำ ความรู้ที่สร้างขึ้น ไป เชื่อมโยงกับความรู้เดิม แนวคิดที่ได้จะช่วย เชื่อมโยงกับเรื่องต่าง ๆ ทำให้เกิดความรู้กว้างขึ้น	4. ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) เปิด โอกาสให้นักเรียน ได้ประยุกต์หรือ ขยายแนวคิด เป็นขั้นอภิปรายเป็น กลุ่ม ซึ่งทำให้นักเรียนได้แสดง ความคิดเห็นและแลกเปลี่ยนแนวคิด ที่ตนเข้าใจกับผู้อื่น และได้รับข้อมูล ป้อนกลับจากเพื่อนร่วมชั้น และได้ เผชิญกับสถานการณ์หรือปัญหาใหม่	4. ขั้นการขยายความรู้ (Elaboration) เป็นขั้นที่ นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไป ประยุกต์ ใช้กับปัญหาใหม่ หรือเรื่องราวต่าง โดยผ่าน การทำแบบฝึกหัด เพื่อให้ นักเรียนมีความรู้ที่กว้าง มากขึ้น

ตารางที่ 2-7 (ต่อ)

Bybee et al. (2006, pp. 8-10)	สสวท. (2545)	กระทรวงศึกษาธิการ (2548, หน้า 32)	ชาติรี ฝ่ายคำตา (2551, หน้า 39)	ผู้วิจัย
5. ขั้นตอนการประเมินผล (Evaluation) เป็นขั้นในการประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน โดยครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการประเมินทั้งด้านกระบวนการและผลผลิต และความถูกต้องของความรู้ที่ได้	5. การประเมิน (Evaluate) 5.1 นักเรียนระบุสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ทั้งด้านกระบวนการและผลผลิต 5.2 นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของความรู้ที่ได้ เช่น วิเคราะห์ แลกเปลี่ยนความรู้ ซึ่งกันและกัน อภิปราย ประเมินปรับปรุง เพิ่มเติม และสรุป อ้างอิงทฤษฎีหรือหลักการ และเกณฑ์ 5.3 นักเรียนทราบจุดเด่น จุดด้อย ในการศึกษาค้นคว้า หรือทดลอง	5. ขั้นตอนประเมิน (Evaluation) เป็นการประเมินการเรียนรู้ด้วยกระบวนการต่าง ๆ ว่านักเรียนมีความรู้อะไรบ้าง อย่างไร และมากน้อยเพียงใด จากนั้นจะนำไปสู่การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในเรื่องอื่น ๆ	5. ขั้นตอนประเมิน (Evaluation) เป็นการประเมินอย่างไม่เป็นทางการจะเกิดขึ้นตลอดเวลาในทุกขั้นตอนของกิจกรรมการเรียนรู้ สำหรับการประเมินอย่างเป็นทางการ ครูสามารถทำได้หลังจากขั้นขยายความรู้ ครูควรที่จะวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง โดยอาจจะให้แบบทดสอบความรู้ความเข้าใจของนักเรียน และที่สำคัญคือทำให้นักเรียนได้มีโอกาสประเมินความเข้าใจของตนเองด้วย	5. ขั้นตอนการประเมินผล (Evaluation) เป็นขั้นที่นักเรียนได้รับการตรวจสอบความรู้ว่ามีความรู้อะไรบ้าง แล้วมากน้อยเพียงใด โดยครูใช้การซักถาม

บทบาทของครูและนักเรียนในรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)

บทบาทของครูและนักเรียนในรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ได้มีนักการศึกษากล่าวไว้หลายท่านดังนี้

Bybee et al. (2006, p. 34) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการสอน โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ดังตารางที่ 2-8

ตารางที่ 2-8 บทบาทของครูในการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ของ Bybee et al.

ขั้นตอน	รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ของ Bybee et al.: บทบาทครู	
	สอดคล้องกับ 5Es	ไม่สอดคล้องกับ 5Es
1. การสร้างความสนใจ (Engagement)	<ul style="list-style-type: none"> - สร้างความสนใจ - สร้างความอยากรู้อยากเห็น - ตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด - ดึงเอาคำตอบที่ยังไม่ครอบคลุมสิ่งที่นักเรียนรู้หรือแนวคิดหรือเนื้อหาสาระ 	<ul style="list-style-type: none"> - อธิบายแนวคิด - ให้คำจำกัดความและคำตอบ - สรุปประเด็นให้ - จัดคำตอบให้เป็นหมวดหมู่ - บรรยาย
2. การสำรวจค้นหา (Exploration)	<ul style="list-style-type: none"> - ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานร่วมกันในการสำรวจตรวจสอบ - สังเกตและฟังการโต้ตอบกันระหว่างนักเรียนกับนักเรียน - ชักถามเพื่อนำไปสู่การสำรวจตรวจสอบของนักเรียน - ให้อาจารย์ช่วยนักเรียนในการคิดข้อสงสัยตลอดจนปัญหาต่าง ๆ - ทำหน้าที่ให้คำปรึกษาแก่นักเรียน 	<ul style="list-style-type: none"> - เตรียมคำตอบไว้ให้ - บอกหรืออธิบายวิธีการแก้ปัญหา - จัดคำตอบให้เป็นหมวดหมู่ - บอกนักเรียนเมื่อนักเรียนทำไม่ถูกต้อง - ให้ข้อมูลหรือข้อเท็จจริงที่ใช้ในการแก้ปัญหา - นำนักเรียนแก้ปัญหาทีละขั้นตอน

ตารางที่ 2-8 (ต่อ)

ขั้นตอน	รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ของ Bybee et al.: บทบาทครู	
	สอดคล้องกับ 5Es	ไม่สอดคล้องกับ 5Es
3. การอธิบาย และลง ข้อสรุป (Explanation)	<ul style="list-style-type: none"> - ส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายแนวคิดหรือให้คำจำกัดความด้วยคำพูดของตนเอง - ให้นักเรียนแสดงหลักฐานให้เหตุผลและอธิบายให้กระจ่าง - ให้นักเรียนอธิบายให้คำจำกัดความและชี้บอกส่วนต่าง ๆ ในแผนภาพ - ให้นักเรียนใช้ประสบการณ์เดิมของตนเป็นพื้นฐานในการอธิบายแนวคิด หรือความคิดรวบยอด 	<ul style="list-style-type: none"> - ยอมรับคำอธิบายโดยมีหลักฐานหรือมีเหตุผลประกอบ - ไม่สนใจคำอธิบายของนักเรียน - แนะนำนักเรียนโดยปราศจากการเชื่อมโยงแนวคิดหรือความคิดรวบยอดหรือทักษะ
4. การขยาย ความรู้ (Elaboration)	<ul style="list-style-type: none"> - คาดหวังให้นักเรียนได้ใช้ประโยชน์จากการชี้บอกส่วนประกอบต่าง ๆ ในแผนภาพคำจำกัดความและอธิบายสิ่งที่เรียนรู้มาแล้ว - ส่งเสริมให้นักเรียนนำสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้หรือขยายความรู้และทักษะในสถานการณ์ใหม่ - ให้นักเรียนอธิบายอย่างมีความหมาย - ให้นักเรียนอ้างอิงข้อมูลที่มีอยู่พร้อมทั้งแสดงหลักฐานและถามคำถามนักเรียนว่าได้เรียนรู้อะไรบ้างหรือได้แนวคิดอะไร 	<ul style="list-style-type: none"> - ให้คำตอบที่ชัดเจน - บอกนักเรียนเมื่อนักเรียนทำไม่ถูก - ใช้เวลามากในการบรรยาย - นำนักเรียนแก้ปัญหาที่ละขั้นตอน - อธิบายวิธีแก้ปัญหา

ตารางที่ 2-8 (ต่อ)

ขั้นตอน	รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ของ Bybee et al.: บทบาทครู	
	สอดคล้องกับ 5Es	ไม่สอดคล้องกับ 5Es
5. การ ประเมินผล (Evaluation)	<ul style="list-style-type: none"> - สังเกตนักเรียนในการนำแนวคิดและทักษะใหม่ไปประยุกต์ใช้ - ประเมินความรู้และทักษะนักเรียน - หาหลักฐานที่แสดงว่านักเรียนเปลี่ยนความคิดหรือพฤติกรรม - ให้นักเรียนประเมินการเรียนรู้และทักษะกระบวนการกลุ่ม - ถามคำถามปลายเปิดเช่นทำไมนักเรียนจึงคิดเช่นนั้น 	<ul style="list-style-type: none"> - ทดสอบคำนิยามศัพท์และข้อเท็จจริง - ให้นำแนวคิดใหม่ - ทำให้คลุมเครือ - ส่งเสริมการอภิปรายที่ไม่เชื่อมโยงแนวคิดหรือทักษะ

ซาโรซ โสภีรักษ์ (2546, หน้า 77) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูและนักเรียนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ไว้ดังนี้

บทบาทของครู

1. ครูเป็นผู้นำหน้าที่กระตุ้นผู้เรียนให้เกิดความอยากรู้อยากเห็น ดังนั้นครูต้องมีทักษะในการตั้งคำถาม

2. ครูต้องทำหน้าที่แนะแนวทางช่วยเหลือให้ผู้เรียนดำเนินการอยู่ในสถานการณ์ของการสืบเสาะหาความรู้

3. ร่วมมือกับผู้เรียนช่วยกันแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบในส่วนที่ผู้เรียนอยากรู้
บทบาทผู้เรียน

1. ผู้เรียนช่วยกันกำหนดประเด็นปัญหาที่ต้องการคำตอบ

2. ผู้เรียนช่วยกันกำหนดแนวทางการได้มาซึ่งคำตอบนั้น

3. ผู้เรียนดำเนินการสืบสวนสอบสวนตามแนวทางที่กำหนดไว้

4. ผู้เรียนช่วยกันสรุปคำตอบที่ได้

5. ช่วยกันวิเคราะห์และอภิปรายที่ได้จากการสืบสวนสอบสวนนั้น

สสวท. (2550, หน้า 26) ได้เสนอถึงบทบาทของครูในการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ไว้ดังนี้

1. การสร้างความสนใจ (Engagement) สิ่งที่ครูควรทำ คือ
 - 1.1 สร้างความสนใจ สร้างความอยากรู้อยากเห็น
 - 1.2 ตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด
 - 1.3 กระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น
 - 1.4 กระตุ้นให้นักเรียนถามคำถามด้วยตัวเอง
2. การสำรวจและค้นหา (Exploration) สิ่งที่ครูควรทำ คือ
 - 2.1 ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานร่วมกันในการสำรวจคำตอบ
 - 2.2 สังเกตและฟังการโต้ตอบกันระหว่างนักเรียนกับนักเรียน
 - 2.3 ชักถามเพื่อนำไปสู่การสำรวจคำตอบของนักเรียน
 - 2.4 ให้ความเวลานักเรียนในการคิดข้อสงสัยตลอดจนปัญหาต่าง ๆ
 - 2.5 ทำหน้าที่ให้คำปรึกษาแก่นักเรียน
3. การอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) สิ่งที่ครูควรทำ คือ
 - 3.1 ส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายความคิดรวบยอดหรือแนวคิดหรือให้คำจำกัดความด้วยพูดของนักเรียนเอง
 - 3.2 ให้นักเรียนแสดงหลักฐาน ให้เหตุผลประกอบการอธิบายให้ชัดเจน
 - 3.3 ให้นักเรียนอธิบายคำจำกัดความ และชี้บอกส่วนประกอบต่าง ๆ ในแผนภาพ
 - 3.4 กระตุ้นให้นักเรียนใช้ประสบการณ์และข้อมูลจากการสำรวจตรวจสอบในการอธิบายแนวความคิดหลัก
 - 3.5 ให้คำศัพท์และคำอธิบาย (ทางเลือก) หลังจากนักเรียนแสดงความคิดเห็นของตนเองแล้ว
4. การขยายความรู้ (Elaboration) สิ่งที่ครูควรทำ คือ
 - 4.1 ดึงความสนใจของนักเรียนให้เชื่อมโยงประสบการณ์ใหม่และประสบการณ์เดิม
 - 4.2 ส่งเสริมให้นักเรียนนำสิ่งที่เรีเรียนรู้้อธิบายเหตุการณ์หรือความคิดใหม่
 - 4.3 ส่งเสริมให้นักเรียนใช้คำศัพท์ทางวิทยาศาสตร์และนำคำอธิบายทางวิทยาศาสตร์ที่ครูได้เสนอแนะมาใช้
 - 4.4 ถามคำถามเพื่อช่วยให้นักเรียนสรุปจากหลักฐาน (ประจักษ์พยาน) และข้อมูลอย่างมีเหตุผล

5. การประเมินผล (Evaluation) สิ่งที่คุณควรทำ คือ

- 5.1 สังเกตนักเรียนในการนำความคิดรวบยอดและทักษะใหม่ไปประยุกต์ใช้
- 5.2 ประเมินความรู้และทักษะของนักเรียน
- 5.3 หาหลักฐานที่แสดงว่านักเรียนได้เปลี่ยนความคิดหรือพฤติกรรม
- 5.4 ให้อาจารย์นักเรียนในการเปรียบเทียบความคิดของตนเองและของคนอื่น
- 5.5 ให้นักเรียนประเมินความก้าวหน้าของตนเองเกี่ยวกับการเรียนรู้และทักษะ

กระบวนการกลุ่ม

5.6 ถามคำถามปลายเปิดเพื่อประเมินความเข้าใจของนักเรียน

ชาตรี ฝ่ายคำตา (2551, หน้า 39) ได้กล่าวบทบาทของครูและพฤติกรรมของนักเรียนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (SEs) ไว้ดังตารางที่ 2-9

ตารางที่ 2-9 บทบาทของครูและพฤติกรรมของนักเรียนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (SEs) ของชาตรี ฝ่ายคำตา

ขั้น	บทบาทของครู	พฤติกรรมของนักเรียน
1. ขั้นสร้างความสนใจ(Engagement)	<ul style="list-style-type: none"> - สร้างความสนใจ - สร้างความอยากรู้อยากเห็น - ตั้งคำถามหรือปัญหา - ตรวจสอบหรือหาความรู้เดิมของนักเรียนเกี่ยวกับแนวคิดหรือหัวข้อที่กำลังเรียน 	<ul style="list-style-type: none"> - ถามคำถาม เช่น ทำไมถึงเกิดเช่นนี้ อะไรที่ฉันรู้แล้วบ้างเกี่ยวกับเรื่องนี้ ข้อมูลอะไรที่ฉันสามารถหาเพื่อศึกษาเรื่องนี้ จะมีวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างไร - แสดงความสนใจหัวข้อที่จะศึกษา
2. ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration)	<ul style="list-style-type: none"> - สนับสนุนให้นักเรียนได้ทำงานเป็นกลุ่ม - สังเกตและฟังขณะนักเรียนทำงานและมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนร่วมชั้น - ถามคำถามเพื่อชี้ประเด็นให้นักเรียนรู้ทิศทางว่าเขากำลังทำการตรวจสอบอะไร - ให้อาจารย์นักเรียนในการสำรวจตรวจสอบ - เป็นที่ปรึกษา 	<ul style="list-style-type: none"> - คิดอย่างสร้างสรรค์ภายใต้กิจกรรมที่กำหนด - ทดสอบการทำนายและสมมติฐาน - ตั้งการทำนายและสมมติฐานใหม่ - หาวิธีการแก้ปัญหาและอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการนั้นกับเพื่อนร่วมชั้น - บันทึกสิ่งที่สังเกตได้ - ตรวจสอบแนวคิดของตน

ตารางที่ 2-9 (ต่อ)

ชั้น	บทบาทของครู	พฤติกรรมของนักเรียน
3. ชั้นอธิบาย (Explanation)	<ul style="list-style-type: none"> - สนับสนุนให้นักเรียนอธิบายแนวคิดและนิยามตามความเข้าใจของนักเรียนเอง - ถามนักเรียนเพื่อให้นักเรียนแสดงหลักฐานและสร้างความกระจ่างกับสิ่งที่สำรวจหรือค้นหา - เตรียมคำนิยาม คำอธิบายและคำศัพท์ใหม่ - ใช้ประสบการณ์เดิมของนักเรียนในการอธิบายแนวคิด 	<ul style="list-style-type: none"> - อธิบายคำตอบที่เป็นไปได้แก่เพื่อนร่วมชั้น - ฟังการอธิบายของผู้อื่นอย่างพินิจพิเคราะห์ - ถามคำถามเกี่ยวกับการอธิบายของผู้อื่น - ฟังและพยายามทำความเข้าใจการอธิบายจากครู - ใช้ข้อมูลที่บันทึกจากการสังเกตในการอธิบาย
4. ชั้นขยาย ความรู้ (Elaboration)	<ul style="list-style-type: none"> - กระตุ้นนักเรียนให้แสดงความคิดเห็นและแลกเปลี่ยนแนวคิดของตน - ให้ข้อมูลป้อนกลับ - จัดเตรียมประสบการณ์หรือสถานการณ์หรือปัญหาใหม่ 	<ul style="list-style-type: none"> - การประยุกต์หรือขยายแนวคิดกระบวนการ หรือทักษะของตน - นำความรู้เดิมหรือแนวคิดที่ได้ค้นพบเพิ่มเติมไปใช้อธิบายสถานการณ์หรือเหตุการณ์อื่น ๆ - เรียนรู้แบบร่วมมือ - ร่วมอภิปรายเป็นกลุ่ม - แสดงความคิดเห็นและแลกเปลี่ยนแนวคิดที่ตนเข้าใจกับผู้อื่น - รับข้อมูลป้อนกลับจากเพื่อนร่วมชั้น - เฝ้าดูกับสถานการณ์หรือปัญหาใหม่
5. ชั้นประเมิน (Evaluation)	<ul style="list-style-type: none"> - ให้นักเรียนได้ประเมินความเข้าใจของตน - วัดและประเมินพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียน - ใช้เครื่องมือหรือแบบทดสอบการเรียนรู้ของนักเรียน 	<ul style="list-style-type: none"> - ประเมินการพัฒนาความเข้าใจของตนว่าได้เรียนรู้อะไรบ้าง และเรียนรู้ได้อย่างไร - เปรียบเทียบความรู้เดิมและแนวคิดที่ได้ค้นพบเพิ่มเติม - ทำแบบวัดและประเมินพัฒนาการเรียนรู้ของตน

จากที่กล่าวมาจึงสรุปได้ว่าบทบาทของครูและนักเรียนในรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) คือ บทบาทของครู ครูเป็นผู้สนับสนุนให้นักเรียนอธิบายแนวคิดและนิยามตามความเข้าใจของนักเรียนเอง คอยกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น และเตรียมประสบการณ์หรือสถานการณ์ให้นักเรียน ส่วนบทบาทผู้เรียน ผู้เรียนกำหนดประเด็นปัญหา กำหนดแนวทางหาคำตอบ ทำตามแนวทางที่กำหนดไว้ แล้วสรุปคำตอบที่ได้ และช่วยกันวิเคราะห์และอภิปรายถึงองค์ความรู้ที่ได้

ข้อดี-ข้อจำกัดในการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)

ข้อดี-ข้อจำกัดในการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ ดังนี้

พิมพันธ์ เดชะคุปต์ (2544, หน้า 60) กล่าวถึงข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ไว้ ดังนี้

ข้อดี

1. เป็นการพัฒนาศักยภาพด้านสติปัญญา คือฉลาดขึ้น เป็นนักริเริ่มสร้างสรรค์และนักจัดระเบียบ
2. การค้นพบด้วยตัวเอง ทำให้เกิดแรงจูงใจภายในมากกว่าการเรียนรู้แบบท่องจำ
3. ฝึกให้นักเรียนรู้วิธีค้นหาความรู้ แก้ไขปัญหาด้วยตนเอง
4. ช่วยให้อึดจำความรู้ได้นานและสามารถถ่ายโอนความรู้ได้
5. นักเรียนเป็นศูนย์กลางการเรียนการสอน จะทำให้การเรียนรู้มีความหมายเป็นการเรียนที่มีชีวิตชีวา
6. ช่วยพัฒนาอึดมโนทัศน์แก่ผู้เรียน
7. ช่วยให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นว่าจะทำการสิ่งใด ๆ จะสำเร็จด้วยตัวเอง สามารถคิดและแก้ไขปัญหาด้วยตนเอง ไม่ย่อท้อต่ออุปสรรค
8. สามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

ข้อจำกัด

1. ใช้เวลามากในการสอนแต่ละครั้ง บางครั้งอาจได้เนื้อหาไม่ครบตามที่กำหนดไว้
2. ถ้าสถานการณ์ที่ครูสร้างไม่ชวนสงสัย ไม่ชวนติดตามจะทำให้นักเรียนเบื่อหน่ายไม่อยากเรียน

3. นักเรียนที่มีระดับสติปัญญาต่ำ หรือนักเรียนที่ไม่ได้รับการกระตุ้นมากพอ จะไม่สามารถเรียนด้วยวิธีสอนแบบนี้ได้
4. เป็นการลงทุนสูงซึ่งอาจได้ผลไม่คุ้มค่ากับการลงทุน
5. ถ้านักเรียนไม่รู้จักหลักการทำงานกลุ่มที่ถูกต้องอาจทำให้นักเรียนหลีกเลี่ยงงานซึ่งไม่เกิดการเรียนรู้
6. ครูต้องใช้เวลาวางแผนมาก ถ้าครูมีภาระมากอาจเกิดปัญหาด้านอารมณ์ซึ่งมีผลต่อบรรยากาศในห้องเรียน
7. ข้อจำกัดเรื่องเนื้อหาและสติปัญญาอาจทำให้นักเรียนไม่สามารถศึกษาด้วยวิธีการสอนแบบนี้

ซาโรจ โศภีรักษ์ (2546, หน้า 79) กล่าวถึงข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ไว้ ดังนี้

ข้อดี

1. เป็นกิจกรรมที่ผู้เรียนต้องปฏิบัติด้วยตนเอง
2. กิจกรรมการสืบเสาะเป็นกิจกรรมที่ผู้เรียนกำหนดเอง ดังนั้นจึงเป็นการฝึกให้ผู้เรียนคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น
3. ส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดสร้างสรรค์
4. ทำให้ผู้เรียนทำงานด้วยกันเป็นทีมได้อย่างมีประสิทธิภาพ
5. ผู้เรียนสามารถทำงานตามความสามารถของผู้เรียนเอง

ข้อจำกัด

1. ถ้ามีแหล่งความรู้จำกัดก็จะทำให้วิธีการแก้ปัญหาเหนื่อยเกินไปทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้ไม่กว้างขวาง
2. ถ้าขาดการรายงานที่ดีจะทำให้เสียเวลามาก
3. ถ้าผู้เรียนขาดความกระตือรือร้นและขาดวินัยก็จะทำให้ผลที่ได้ไม่ตรงกับวัตถุประสงค์
4. ถ้าผู้สอนไม่เอาใจใส่ ติดตาม หรือขาดการดูแลที่ดี กระบวนการสืบเสาะก็จะไม่บรรลุ

พรพิมล พรพิรชนม์ (2551, หน้า 128) กล่าวถึงข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ไว้ ดังนี้

ข้อดี

1. ส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความคิดและสติปัญญาของตนเองอย่างมีอิสระ

2. ช่วยพัฒนาผู้เรียนให้เป็นคนช่างสังเกต มีเหตุผล ไม่เชื่ออะไรง่าย ๆ โดยขาด

การตรวจสอบ

3. ช่วยเสริมสร้างความเชื่อมั่น และกล้าแสดงความคิดเห็น

ข้อจำกัด

1. ผู้เรียนจะต้องมีทักษะในการค้นหาหาความรู้

2. อาจต้องใช้เวลามากพอสมควรในการพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะในการเรียนรู้ด้วยวิธี

การสอนแบบสืบเสาะ

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2553, หน้า 142) กล่าวถึงข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ไว้ ดังนี้

ข้อดี

1. ผู้เรียนได้เรียนรู้วิธีค้นหาความรู้และแก้ปัญหาด้วยตนเอง

2. ความรู้ที่ได้มีคุณค่า มีความหมายสำหรับผู้เรียน เป็นประโยชน์และจดจำได้นาน

สามารถเชื่อมโยงความรู้และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

3. เป็นวิธีการที่ทำให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจในการเรียนรู้ มีความอิสระ มีชีวิตชีวาและทำให้

สนุกสนานกับการเรียนรู้

ข้อจำกัด

1. ใช้เวลามากในการเรียนรู้แต่ละครั้ง บางครั้งอาจได้สาระการเรียนรู้ไม่ครบถ้วนตามที่

กำหนดไว้

2. ถ้าแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ง่ายหรือยากเกินไป ไม่เร้าใจหรือไม่น่าสนใจ

จะทำให้ผู้เรียนเบื่อหน่ายไม่อยากเรียน

3. เป็นวิธีการที่มีการลงทุนสูง ซึ่งบางครั้งอาจได้ผลไม่คุ้มค่ากับการลงทุน

4. ผู้สอนต้องใช้เวลาในการวางแผนมาก

จากที่กล่าวมาจึงสรุปได้ว่าข้อดี-ข้อจำกัดในการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) คือ ข้อดี เป็นกิจกรรมที่ทำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้วิธีค้นหาความรู้แก้ปัญหาด้วยตนเอง สร้างความรู้ด้วยตนเอง และทำให้กล้าแสดงความคิดเห็น ส่วนข้อจำกัด เป็นกิจกรรมที่ใช้เวลามากในการสอนแต่ละครั้ง บางครั้งอาจได้เนื้อหาไม่ครบตามที่กำหนดไว้ และถ้าแก้ปัญหาที่ง่ายหรือยากเกินไปหรือไม่น่าสนใจ จะทำให้ผู้เรียนเบื่อหน่ายไม่อยากเรียนได้

ปัญหาปลายเปิด

ความหมายของปัญหาปลายเปิด

ความหมายของปัญหาปลายเปิดได้มีนักการศึกษากล่าวไว้หลายท่านดังนี้

Becker and Shimada (1997, p. 1) ได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับปัญหาปลายเปิดไว้ว่า ปัญหาปลายเปิดหรือปัญหาที่ไม่สมบูรณ์เป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบที่ถูกต้องได้หลายคำตอบซึ่งจะพบอยู่ในการเรียนการสอนในชั้นเรียนอยู่เป็นประจำเมื่อครูใช้คำถามโดยมุ่งหวังเพื่อให้ได้พัฒนาวิธีการหรือแนวทางในการหาคำตอบที่มีความหลากหลาย

Nohda (2000, p. 39) กล่าวถึงความหมายของปัญหาปลายเปิดว่าเป็นปัญหาที่มีหลากหลายคำตอบ นอกจากนั้นยังหมายถึงปัญหาที่มีหลายปัญหารวมอยู่ในปัญหานั้นด้วย คือ เมื่อแก้ปัญหาเริ่มต้นได้แล้ว สามารถขยายไปสู่การแก้ปัญหาอื่น ๆ ต่อจากปัญหาเดิม ซึ่งเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคนสร้างปัญหาที่เป็นปัญหาของตนเองและสร้างแนวทางแก้ปัญหาของตนเอง จากแนวคิดนี้ทำให้สามารถแก้ปัญหาเรื่องความยากในการสร้างปัญหาแบบปลายเปิดได้

ปรีชา เนาว่าเย็นผล (2543, หน้า 30) ได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาปลายเปิดไว้ว่า หมายถึงปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เปิดกว้างในการหาคำตอบ มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ หรือมีวิธีการในการหาคำตอบ มีแนวทางเข้าสู่คำตอบของปัญหาได้หลายวิธี

สุรชัช อินทสังข์ (2545, หน้า 35) ได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาปลายเปิดไว้ว่า ปัญหาแบบปลายเปิด (Open-ended problem) เป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคยอาจมีหลายคำตอบที่ถูกต้อง และอาจมีหลายวิธีที่นำไปสู่คำตอบได้

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2546, หน้า 13) ได้ให้ความหมายปัญหาปลายเปิดว่าเป็นสถานการณ์ปัญหาที่มีหลากหลายคำตอบ และหลากหลายกระบวนการในการแก้ปัญหา และสามารถพัฒนาไปเป็นปัญหาอื่น ๆ ได้ ทำให้นักเรียนที่มีความสามารถที่แตกต่างกันในชั้นเรียนนั้นสามารถแก้ปัญหาได้ตามความสามารถและความสนใจของตนเอง ซึ่งทำให้นักเรียนมีความเชื่อมั่นในตนเองว่าทุกคนนั้นสามารถเรียนคณิตศาสตร์ได้

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่าปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบที่ถูกต้องได้หลายคำตอบ หรือหลายวิธีการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ประโยชน์ของปัญหาปลายเปิด

ประโยชน์ของปัญหาปลายเปิด มีนักการศึกษาและหน่วยงานได้เสนอไว้ ดังนี้

Becker and Shimada (1997, p. 27) ได้เสนอว่าปัญหาปลายเปิดจะทำให้นักเรียนมี

ประสบการณ์ในการเรียนรู้ที่แปลกใหม่และแตกต่างไปจากเดิมจากการมีคำตอบที่เปิดกว้าง แม้มีผู้ให้คำตอบของปัญหาได้แล้ว นักเรียนคนอื่นก็ยังมีโอกาสหาคำตอบอื่น ๆ ได้อีก รวมทั้งการทำทนายให้มีการแสวงหาวิธีการใหม่ในการหาคำตอบ ซึ่งต้องบูรณาการความรู้ที่มีมาก่อนทักษะและวิธีการเข้าด้วยกัน และยังเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างปัญหาขึ้นเองที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเดิมและขยายปัญหาจากปัญหาเดิม

Nohda (2000, p. 43) ได้กล่าวว่าประโยชน์ของปัญหาปลายเปิดมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

1. ตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน ทั้งด้านความสามารถและความสนใจ ในการพัฒนาวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน นักเรียนที่มีความสามารถมากจะมีส่วนร่วมในการเรียนเป็นอย่างดี ในขณะที่นักเรียนที่มีความสามารถน้อยก็มีความสนุกสนานในกิจกรรมการแก้ปัญหาลายเปิดนี้

2. ช่วยในกระบวนการสืบค้น การกำหนดและแก้ปัญหของนักเรียน

กระทรวงศึกษาธิการ (2552 ข, หน้า 205) ได้เสนอว่าปัญหาปลายเปิดในการพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ได้แก่ การเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระภายใต้การให้คำปรึกษาแนะนำของผู้สอน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้สามารถนำเสนอปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะสมกับวัยของผู้เรียนและปัญหาที่ผู้เรียนสามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้แก้ปัญหาก็ได้ การแก้ปัญหาคควรจัดเป็นกิจกรรมในลักษณะร่วมกันแก้ปัญหาก็ให้ผู้เรียน ได้อภิปรายร่วมกัน การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เสนอแนวคิดหลาย ๆ แนวคิด เป็นการช่วยเสริมเติมเต็ม ทำให้ได้แนวคิดในการแก้ปัญหที่สมบูรณ์และหลากหลาย

จากประโยชน์ของปัญหาปลายเปิดข้างต้น จะเห็นได้ว่าปัญหาปลายเปิดเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงการคิดแก้ปัญหได้อย่างสนุกสนาน และยังเปิดโอกาสให้นักเรียนทุกระดับความสามารถได้คิดและนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระ และเป็นการช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในปัญหาเดิมอย่างแท้จริง

ประเภทของปัญหาปลายเปิด

ประเภทของปัญหาปลายเปิดมีนักการศึกษาได้เสนอไว้หลายท่าน ดังนี้

Becker and Shimada (1997, p. 27) ได้เสนอประเภทของปัญหาปลายเปิดไว้ 3 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่ให้หาความสัมพันธ์ (Finding relation) เป็นปัญหาที่มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนหากฎเกณฑ์หรือความสัมพันธ์

2. ปัญหาที่แยกประเภท (Classifying) เป็นปัญหาที่มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนแยกประเภทหมวดหมู่ตามคุณลักษณะที่แตกต่างกัน ซึ่งอาจนำไปสู่ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

3. ปัญหาที่ให้วัดหรือประเมิน (Measuring) เป็นปัญหาที่ให้นักเรียนประเมินสถานการณ์ที่เป็นปัญหาเกี่ยวกับการคิด การตัดสินใจโดยใช้คณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถนำมาประยุกต์กับทักษะพื้นฐานที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้

Nohda (2000, p. 43) ได้อาศัยความหมายของการเปิดมาจำแนกปัญหาปลายเปิดออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. กระบวนการเปิด (Process is open) ปัญหาประเภทนี้มีวิธีการแก้ปัญหาหลายวิธี ซึ่งปัญหาคณิตศาสตร์ทุกปัญหาต่างก็เป็นปัญหาปลายเปิด แต่ในชั้นเรียนทั่วไปมักจะเน้นให้หาวิธีการแก้ปัญหาเพียงวิธีการเดียว และไม่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาด้วย ดังนั้นในปัญหาปลายเปิดชนิดนี้จึงมีการระบุให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาให้ได้หลากหลายวิธี

2. ผลลัพธ์เปิด (End product is open) เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ

3. แนวทางการพัฒนาแบบเปิด (Way to develop are open) หลังจากที่นักเรียนแก้ปัญหาแล้ว นักเรียนสามารถพัฒนาเป็นปัญหาใหม่โดยการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขหรือองค์ประกอบเดิม จะเรียกว่า “จากปัญหาสู่ปัญหา” ซึ่งเป็นแนวทางในการพัฒนาปัญหาปลายเปิด โดยนักเรียนสามารถสนุกกับการตั้งปัญหาด้วยตนเอง และยังสามารถเปรียบเทียบกับเพื่อน ๆ นักเรียนสามารถอภิปรายเกี่ยวกับโครงสร้างของปัญหาทางคณิตศาสตร์และกรณีทั่วไปของแนวทางการหาคำตอบของนักเรียนได้

Foong (2000, p. 135) ได้แบ่งประเภทของปัญหาปลายเปิดไว้ดังนี้

1. ปัญหาที่จะแก้ปัญหาคด้วยการสมมติฐานข้อมูล/ ขาดหายไป (Data/ Hidden)
2. ปัญหาที่อธิบายแนวคิด คำตอบ หรือข้อผิดพลาด (Concept/ Procedure/ Error)
3. การตั้งปัญหาใหม่เมื่อสามารถแก้ปัญหาดั้งต้นได้แล้ว (Problem posing)
4. ปัญหาที่พบในชีวิตจริงหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ (Real-life/ Practical problem)

5. ปัญหาที่ให้สืบเสาะหาความจริง เช่น เปรียบเทียบหาความแตกต่าง ทดสอบสมมติฐาน หรือหารูปทั่วไปของคำตอบ (Investigative problems)

Takahashi (2000) ได้แบ่งปัญหาปลายเปิดไว้ 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่มีเพียงคำตอบเดียวแต่มีหลายวิธีคิด
2. ปัญหาที่มีหลายคำตอบและหลายวิธีคิด

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547, หน้า 6-8) ได้แบ่งประเภทของปัญหาปลายเปิดออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. กระบวนการเปิด (Process is open) ปัญหาชนิดนี้มีแนวทางในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นปัญหาคำถามที่กำหนดได้อย่างหลากหลาย ซึ่งแน่นอนว่าปัญหาคณิตศาสตร์ทุกปัญหาต่างเป็นปัญหาปลายเปิดโดยนัยนี้ แต่ในโรงเรียนทั่วไปมักจะเน้นพิจารณาคำตอบเพียงคำตอบเดียวรวมทั้งไม่ได้เน้นแง่มุมเชิงกระบวนการ ดังนั้นในปัญหาปลายเปิดชนิดนี้จึงมีการระบุคำถามเพื่อให้นักเรียนได้พยายามหาแนวทางในการแก้ปัญหาให้ได้หลากหลาย

2. ผลลัพธ์ (End product are open) ปัญหาปลายเปิดชนิดนี้มีคำตอบที่ถูกต้องหลากหลาย จากประเภทของปัญหาปลายเปิดจากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่านักการศึกษาได้แบ่งประเภทของปัญหาปลายเปิดได้อย่างหลากหลายตามเกณฑ์ของนักการศึกษาแต่ละท่าน ซึ่งผู้วิจัยสรุปได้ว่าประเภทของปัญหาปลายเปิดไว้ 3 ประเภท คือ 1) ปัญหาที่ให้หาความสัมพันธ์ (Finding relation) เป็นปัญหาที่มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนหากฎเกณฑ์หรือความสัมพันธ์ 2) ปัญหาที่แยกประเภท (Classifying) เป็นปัญหาที่มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนแยกประเภท หมวดหมู่ตามคุณลักษณะที่แตกต่างกัน ซึ่งอาจนำไปสู่ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ 3) ปัญหาที่วัดหรือประเมิน (Measuring) เป็นปัญหาที่ให้นักเรียนประเมินสถานการณ์ที่เป็นปัญหาเกี่ยวกับการตัดสินใจโดยใช้คณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถนำมาประยุกต์กับทักษะพื้นฐานที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้

การสร้างปัญหาปลายเปิด

การสร้างปัญหาปลายเปิดได้มีนักศึกษากล่าวไว้หลายท่าน ดังนี้

Becker and Shimada (1997, p. 28) ได้กล่าวไว้ว่า โดยทั่วไปแล้วเป็นเรื่องยากที่จะพัฒนาปัญหาให้เป็นปัญหาปลายเปิดที่เหมาะสมสำหรับนักเรียนที่มีระดับความสามารถที่ต่างกัน ในการวิจัยที่ทำซ้ำหลาย ๆ ครั้งทำให้ได้ข้อแนะนำสำหรับการสร้างปัญหาปลายเปิด ต่อไปนี้

1. เตรียมสถานการณ์ทางกายภาพที่เกี่ยวข้องกับการวัดหรือประเมินตัวแปรซึ่งสามารถสังเกตได้

2. แทนที่จะถามนักเรียนให้พิสูจน์ทฤษฎีบทเรขาคณิต เช่น “ถ้า P แล้ว Q ” ให้เปลี่ยนจากปัญหานี้เป็น “ถ้า P แล้วนักเรียนค้นพบความสัมพันธ์ใดบ้าง” (หมายเหตุ: ต้องระบุหรือกำหนดสิ่งต่าง ๆ ให้เฉพาะเจาะจง)

3. ในการเรียนการสอนเรื่องเรขาคณิต ควรเริ่มจากการแสดงรูปเรขาคณิตที่เกี่ยวข้อง ทฤษฎีทางเรขาคณิต จากนั้นให้นักเรียนได้วาดรูปอื่น ๆ จากการคาดเดา ซึ่งจะนำไปสู่ทฤษฎีบท

4. แสดงให้นักเรียนเห็นลำดับหรือตารางของข้อมูล และให้นักเรียนค้นหาคำความสัมพันธ์หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์

5. แสดงตัวอย่างให้นักเรียนเห็นข้อเท็จจริงตามแนวคิดของนักเรียน โดยครูยกตัวอย่างข้อเท็จจริงในด้านหนึ่งและให้นักเรียนแสดงแนวคิดเกี่ยวกับรายละเอียดย่อย ๆ อื่น ซึ่งมีลักษณะเช่นเดียวกับตัวอย่าง

6. แสดงให้นักเรียนเห็นตัวอย่างของแบบฝึกหัดหรือปัญหาที่มีความคล้ายคลึง คล้าย ๆ ตัวอย่าง โดยให้นักเรียนหาคำตอบและหาสมบัติที่เกี่ยวข้องกันเท่าที่เป็นไปได้ของปัญหานั้น

7. แสดงให้นักเรียนเห็นสถานการณ์กึ่งคณิตศาสตร์ (Quasi-Mathematics) หลายสถานการณ์ที่แตกต่างกัน และให้นักเรียนอธิบายที่สามารถสังเกตได้

8. แสดงให้นักเรียนเห็นตัวอย่างที่เป็นรูปธรรมชัดเจนของโครงสร้างทางพีชคณิต และข้อมูลจะจัดเก็บเป็นข้อมูลเชิงตัวเลข ซึ่งง่ายต่อการพิจารณา แล้วให้นักเรียนค้นหากฎทางคณิตศาสตร์ที่เป็นจริง

Cooney (n.d.) ได้เสนอการสร้างปัญหาปลายเปิดไว้ได้ง่าย ๆ ดังนี้

1. การปรับเปลี่ยนหรือดัดแปลงแบบฝึกหัดในบทเรียนให้เป็นปัญหาปลายเปิด
2. กำหนดเงื่อนไขโดยให้นักเรียนได้สร้างโจทย์หรือยกตัวอย่างตามเงื่อนไขที่กำหนด

ขึ้นมา

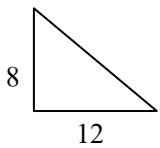
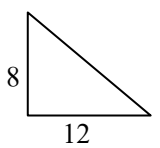
3. นำเสนอเหตุการณ์หรือจำลองสถานการณ์ขึ้นมาอย่างน้อย 2 เหตุการณ์ที่มีแนวทางหรือแนวคิดที่แตกต่างกันและคำตอบแตกต่างกัน หลังจากนั้นให้นักเรียนอธิบายถึงสถานการณ์ที่กำหนดให้ว่าเป็นอย่างไร พร้อมทั้งให้เหตุผลว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้น

4. กำหนดให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่แตกต่างกันอย่างน้อย 2 วิธี

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2543, หน้า 30) ได้เสนอการสร้างปัญหาปลายเปิดไว้ว่า โจทย์ปัญหาที่เป็นแบบฝึกหัดที่นักเรียนทำอยู่เป็นประจำนั้นเป็นปัญหาปลายปิด ซึ่งมีคำตอบและวิธีการหาคำตอบอย่างเฉพาะเจาะจง สามารถพัฒนาปรับปรุงให้เป็นงานที่มีกระบวนการ และท้าทายยิ่งขึ้นกว่าเดิม โดยปรับเปลี่ยนขยายให้เป็นปัญหาปลายเปิด โดยวิธีการ เช่น ตัดเงื่อนไขบางประการออกไป

การย้ายคำถาม การเพิ่มข้อมูลที่ไม่จำเป็นเข้าไปในปัญหา การปรับขยายปัญหาปลายปิดให้เป็นปัญหาปลายเปิดแสดงได้ดังตารางที่ 2-10

ตารางที่ 2-10 การปรับขยายปัญหาปลายปิดให้เป็นปัญหาปลายเปิดของปรีชา เนาว์เย็นผล

ปัญหาปลายปิด	ปรับขยายเป็นปัญหาปลายเปิด
1. $(2 + 6) - 3 = []$	1. สร้างจำนวนใดก็ได้บ้างจาก 2, 3 และ 6
2. $3 \times 5 = []$	2. จงสร้างคำถามให้มีคำตอบเป็น 15
3. จงหาจำนวนต่อไปของลำดับ 1, 2, 4, ...	3. จงอธิบาย จำนวนต่อไปของลำดับ 1,2,4,... ควรจะเป็นจำนวนใด
4. จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม	4. จงสร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ ของรูปนี้
	
5. มีมะม่วง 12 ผล จัดใส่ถุง ถุงละ 4 ผล ได้กี่ ถุง	5. มีมะม่วง 12 ผล จัดใส่ถุง ถุงละเท่า ๆ กัน จัดได้อย่างไรบ้าง
6. จงเรียงลำดับ 8.061, 8.106 และ 8.016 จาก น้อยไปหามาก	6. จงยกตัวอย่างจำนวนที่อยู่ระหว่าง 8.060 และ 8.107 มา 3 จำนวน โดยเรียงลำดับจากน้อยไป หามาก
7. เราเรียกรูปที่มีห้าด้านว่ารูปอะไร	7. เราสามารถสร้างรูปเรขาคณิตศาสตร์อะไรได้ บ้างจากส่วนของเส้นตรง 5 เส้น

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปการสร้างปัญหาปลายเปิดได้ว่า ก่อนสร้างปัญหาปลายเปิดจะต้องเตรียมสถานการณ์หรือเนื้อหาเกี่ยวกับเรื่องที่จะสร้าง ซึ่งการสร้างสามารถพัฒนาปรับปรุงให้ปัญหาธรรมดาปรับเปลี่ยนขยายให้เป็นปัญหาปลายเปิด โดยวิธีการ ตัดเงื่อนไขบางประการออกไป การย้ายคำถาม และการเพิ่มข้อมูลที่ไม่จำเป็นเข้าไปในปัญหา

บทบาทของครูและนักเรียนในการใช้ปัญหาปลายเปิดทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงบทบาทของครูและนักเรียนในการใช้ปัญหาปลายเปิดทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Takahashi (2000) ได้กล่าวถึงการเปรียบเทียบบทบาทของครูและนักเรียนในการเรียนการสอนแบบเดิมกับการเรียนการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด ดังตารางที่ 2-11

ตารางที่ 2-11 การเปรียบเทียบบทบาทของครูและนักเรียนในการเรียนการสอนแบบเดิมกับการเรียนการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดของ Takahashi

การเรียนการสอนแบบเดิม	การเรียนการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด
บทบาทของครู	บทบาทของครู
<ul style="list-style-type: none"> - ให้ปัญหา - ให้วิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด 	<ul style="list-style-type: none"> - ให้ปัญหาปลายเปิด - ให้คำแนะนำและคอยสนับสนุนนักเรียน
บทบาทของนักเรียน	บทบาทของนักเรียน
<ul style="list-style-type: none"> - แก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน - แบบฝึกหัดเป็นแบบรายบุคคล 	<ol style="list-style-type: none"> 1. นักเรียนแก้ปัญหาด้วยตนเอง 2. ร่วมกันอภิปรายทั้งชั้นเรียน เปรียบเทียบและหารือ แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการแก้ปัญหของนักเรียน
สิ่งที่ได้	สิ่งที่ได้
การแก้ปัญหาแบบเดิม ๆ	แนวคิด หรือวิธีการใหม่ ๆ ในการแก้ปัญหาปลายเปิด

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่าบทบาทของครูและนักเรียนในการให้ปัญหาปลายเปิดทางคณิตศาสตร์ คือบทบาทของครูนั้นครูเป็นคนให้ปัญหาปลายเปิด คำแนะนำและคอยสนับสนุนนักเรียน ส่วนบทบาทของนักเรียน นักเรียนต้องแก้ปัญหด้วยตนเอง แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับปัญหานั้น

รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด

รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)

รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ ได้แสวงหาความรู้ ได้ฝึกคิด สังเกต แก้ปัญหา ให้เหตุผล จนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตัวเอง โดยมีครูเป็นผู้จัดการให้เกิด ประสบการณ์เรียนรู้ มีขั้นตอนของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) (Bybee et al. 2006, pp. 8-10; ศสวท., 2545; กระทรวงศึกษาธิการ, 2548, หน้า 32; ชาตรี ฝ่ายคำตา, 2551, หน้า 39) ดังนี้

1) ขั้นการสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นการนำเข้าสู่บทเรียน โดยใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ เพื่อมากระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจ มีความอยากรู้อยากเห็น เพื่อนำไปสู่ การแก้ปัญหา

2) ขั้นการสำรวจค้นคว้า (Exploration) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม ได้ศึกษาค้นคว้า ลงมือแก้ปัญหาและสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง โดยครูคอยสังเกต ให้คำชี้แนะ และเปิดโอกาสให้ นักเรียนซักถาม

3) ขั้นการอธิบาย (Explanation) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนได้นำเสนอคำตอบและองค์ความรู้ ของตนเอง หากองค์ความรู้ยังไม่สมบูรณ์ให้ครูและเพื่อนนักเรียนร่วมกันอภิปรายกันเพื่อหา องค์ความรู้ที่ถูกต้องและสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

4) ขั้นการขยายความรู้ (Elaboration) เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ ใช้กับ ปัญหาใหม่หรือเรื่องราวต่าง ๆ โดยผ่านการทำแบบฝึกหัด เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ที่กว้างมากขึ้น

5) ขั้นการประเมินผล (Evaluation) เป็นขั้นที่นักเรียนได้รับการตรวจสอบความรู้ว่ามี ความรู้อะไรบ้าง แล้วมาน้อยเพียงใด โดยครูใช้การซักถาม

ปัญหาปลายเปิด

ปัญหาปลายเปิด หมายถึงปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบที่ถูกต้องได้หลายคำตอบ หรือ หลายวิธีการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Becker and Shimada, 1997, p. 27)

รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ ปัญหาปลายเปิด

รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ ปัญหาปลายเปิด หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ ได้แสวงหา

ความรู้ ได้ฝึกคิด สังเกต แก้ปัญหา พร้อมทั้งให้เหตุผลโดยใช้ปัญหาปลายเปิดมาเป็นตัวกระตุ้นให้เกิดกระบวนการคิด จนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตัวเอง มีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ดังนี้

- 1) ขั้นตอนการสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นการนำเข้าสู่บทเรียน โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เพื่อมากระตุ้นให้นักเรียนสนใจ มีความอยากรู้อยากเห็น เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา
- 2) ขั้นตอนการสำรวจค้นคว้า (Exploration) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม ได้ศึกษาค้นคว้าลงมือแก้ปัญหาและสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ โดยครูคอยสังเกตให้คำชี้แนะ และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม
- 3) ขั้นตอนการอธิบาย (Explanation) เป็นขั้นที่ให้นักเรียน ได้นำเสนอคำตอบและองค์ความรู้ของตนเอง พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ หากองค์ความรู้ยังไม่สมบูรณ์ให้ครูและเพื่อนนักเรียน ร่วมกันอภิปรายกันเพื่อหาองค์ความรู้ที่ถูกต้องและสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น
- 4) ขั้นตอนการขยายความรู้ (Elaboration) เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้กับปัญหาใหม่หรือเรื่องราวต่าง ๆ และให้เหตุผลประกอบ โดยผ่านการทำแบบฝึกหัด เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ที่กว้างมากขึ้น
- 5) ขั้นตอนการประเมินผล (Evaluation) เป็นขั้นที่นักเรียนได้รับการตรวจสอบความรู้ว่ามีความรู้อะไรบ้าง แล้วมาน้อยเพียงใด พร้อมทั้งอธิบายเหตุผล โดยครูใช้การซักถาม

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการให้เหตุผล

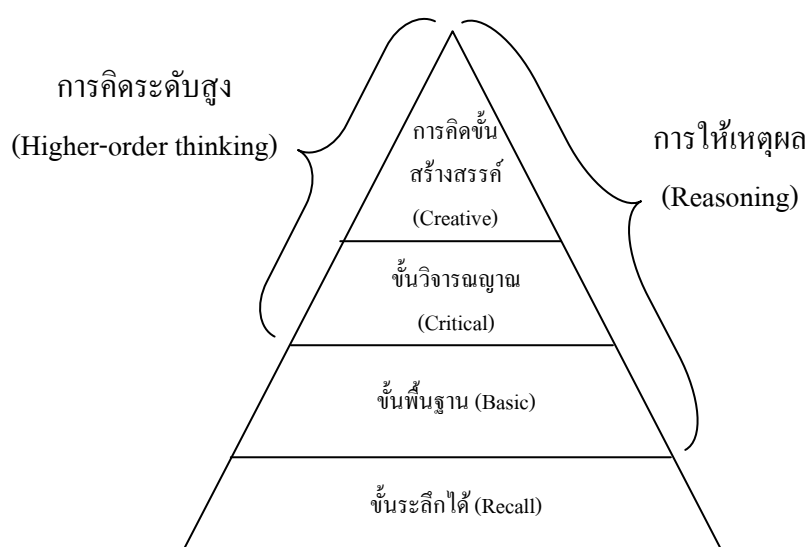
ความหมายของการให้เหตุผลมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ดังนี้

Krulik and Rudnick (1993, pp. 3-5) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลว่าเป็นส่วนหนึ่งของการคิด โดยการคิดเป็นความสามารถของนักเรียนในการคิดวิเคราะห์และได้ข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด โดยนักเรียนต้องสร้างข้อคาดการณ์ด้วยตนเอง และหาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของปัญหา แล้วจึงแสดงเหตุผล อธิบายข้อสรุป และยืนยันข้อสรุปนั้น ซึ่งเขาได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ขั้น ดังนี้

1. ขั้นระลึกได้ (Recall) เป็นขั้นที่ต้องใช้ทักษะการคิดที่เป็นธรรมชาติ ที่ทำโดยอัตโนมัติ เป็นความสามารถในการระลึกถึงข้อเท็จจริง
2. ขั้นพื้นฐาน (Basic) เป็นขั้นที่ทำความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด ซึ่งเป็นประโยชน์ที่ต้องนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

3. **ขั้นวิจารณ์ญาณ (Critical)** เป็นขั้นที่ใช้ความคิดในการตรวจ เชื่อมโยง และประเมินปัญหาเพื่อทำการแก้ปัญหา ประกอบไปด้วย การจำ การเรียนรู้ การวิเคราะห์ข้อมูล เชื่อมโยงข้อมูล เพื่อหาคำตอบที่มีความเหตุผลสมผล

4. **ขั้นสร้างสรรค์ (Creative)** เป็นขั้นที่ใช้ความคิดที่ซับซ้อน ซึ่งความคิดระดับนี้เป็นความคิดที่ประดิษฐ์หรือจินตนาการขึ้น



ภาพที่ 2-3 ขั้นตอนการคิดของ Krulik and Rudnick

และยังได้กล่าวอีกว่า การคิดเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนแต่ละขั้นตอนที่แสดงในภาพที่ 2-3 ไม่ได้แยกออกจากกัน ซึ่งแต่ละขั้นจะมีส่วนที่ทับซ้อนกันอยู่ และจะเห็นได้ว่าการให้เหตุผลจะอยู่ในขั้นของการคิดพื้นฐาน ขั้นวิจารณ์ญาณ และขั้นการคิดขั้นสร้างสรรค์ ส่วนขั้นวิจารณ์ญาณและการคิดขั้นสร้างสรรค์ เขาเรียกว่า การคิดระดับสูง

สมเดช บุญประจักษ์ (2540, หน้า 37) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลว่าเป็น การแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการหาความสัมพันธ์ของแนวคิดและการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลนั้นประกอบด้วยความสามารถในการวิเคราะห์และระบุความสัมพันธ์ของข้อมูล ความสามารถในการหาข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล

ทิสนา เขมมณี และคณะ (2544, หน้า 123) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นทักษะการคิด ทักษะหนึ่งที่เป็นแกนหรือทักษะการคิดทั่วไป (Core or General thinking skill) หมายถึง ทักษะการคิดที่จำเป็นต้องใช้อยู่เสมอในการดำรงชีวิตประจำวันและเป็นพื้นฐานของการคิดขั้นสูงที่มี

ความซับซ้อน ซึ่งคนเราจำเป็นต้องใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาวิชาการต่าง ๆ ตลอดจนใช้ในการดำรงชีวิตอย่างมีคุณภาพ

วรรณิ ธรรมโชติ (2550, หน้า 3) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลว่าเป็นเครื่องมือที่มนุษย์ใช้สำหรับการแสวงหาความรู้ใหม่ ๆ โดยการนำเอาความจริงอย่างใดอย่างหนึ่ง หรือหลายอย่างในระบบซึ่งเรียกว่า เหตุหรือข้อตั้ง (Premise) มาวิเคราะห์แจกแจงความสัมพันธ์ เพื่อให้เกิดความจริงอันใหม่ขึ้น ซึ่งเรียกว่า ผลหรือข้อสรุปหรือข้อยุติ (Conclusion)

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปความหมายของการให้เหตุผลได้ว่าเป็นการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด เป็นส่วนหนึ่งของการคิด โดยการคิดเป็นความสามารถของนักเรียนในการคิดวิเคราะห์และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ

ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีนักการศึกษาและหน่วยงานได้กล่าวไว้ดังนี้

O' Daffer (1990, p. 378) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเกี่ยวกับการสร้างข้ออ้างอิงทั่วไป การวิเคราะห์ และการหาข้อสรุปที่ถูกต้อง สมเหตุสมผลเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่สิ่งต่าง ๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 48) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical reasoning) ไว้ว่า เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างข้ออ้างอิงทั่วไป และการหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่สิ่งต่าง ๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555, หน้า 114) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าหมายถึง ความสามารถในการอธิบาย การหาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล และความสามารถพิจารณาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

สสวท. (2555 ค, หน้า 46) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็นกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/ หรือความคิดสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ ข้อความ/ แนวคิด/ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

จากที่กล่าวถึงความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถสรุปได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หมายถึงการคิดอย่างมีเหตุผลโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบาย การวิเคราะห์ และการหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความหมายของความสามารถของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ดังนี้

กระทรวงศึกษาธิการ (2552 ข, หน้า 24) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามระดับช่วงชั้น ดังนี้

ระดับ ป.1-ป.3 ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง การให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ระดับ ป.4-ป.6 ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง การให้เหตุผลและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม สามารถแสดงเหตุผลได้

ระดับ ม.1-ม.3 ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง การให้เหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ข้อมูลหรือข้อเท็จจริง หรือสร้างแผนภาพ

ระดับ ม.4-ม.6 ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง การนำวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยมาช่วยในการค้นหาความรู้หรือข้อสรุป และช่วงในการตัดสินใจบางอย่างได้

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 49) ได้กล่าวถึงว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้นมีหลากหลาย ที่สำคัญมีดังนี้

1. หาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์
2. ใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และในการอธิบายความคิดของตนเอง
3. เข้าใจและสามารถใช้กระบวนการให้เหตุผลในสถานการณ์เฉพาะใด ๆ
4. สร้าง ทดสอบ และประเมินข้อความคาดการณ์และข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
5. ให้เหตุผลโดยใช้การอุปนัยและนิรนัยทางคณิตศาสตร์
6. ตรวจสอบและประเมินความคิดของตนเอง
7. เห็นคุณค่าและความสำคัญของการใช้เหตุผลซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของคณิตศาสตร์ และสามารถนำไปใช้ได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยสามารถสรุปความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ว่าเป็นกระบวนการในการอธิบายแสดงแนวคิดโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง และสมเหตุสมผล ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีนักการศึกษาได้กล่าวไว้หลายท่านดังนี้ Stiggins (1997, p. 6) ได้อธิบายถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นสิ่งสำคัญ เพราะการทำความเข้าใจปัญหาโดยการให้เหตุผล สามารถช่วยให้นักเรียนเป็นนักคิดที่ดี ในบางครั้งเราต้องใช้การให้เหตุผลในการวิเคราะห์สิ่งย่อย ๆ สามารถอธิบายถึงสิ่งโดยรวมหรือไม่ หรือในบางครั้งเราต้องใช้การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบเพื่อให้เข้าใจความเหมือนกับความแตกต่าง

Baroody (1993, p. 58) ได้กล่าวไว้ว่าการให้เหตุผลนั้นเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์และการดำเนินในชีวิตประจำวันของมนุษย์ ซึ่งในอดีตกาลช่วงสมัยก่อนยุคกรีกนักคณิตศาสตร์ได้ใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยในการพิสูจน์ทฤษฎีทางเรขาคณิต ส่วนในปัจจุบันนี้เราต้องการให้เหตุผลกับผู้อื่นและต้องการเหตุผลจากผู้อื่นทั้งเรื่องเล็กและเรื่องใหญ่ ซึ่งมนุษย์ต้องการคำอธิบายที่เป็นเหตุผลที่รับได้ของคนส่วนใหญ่ ดังนั้นการให้เหตุผลจึงมีความสำคัญต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนสามารถคิด ไตร่ตรอง และแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันของพวกเขาได้อย่างสมเหตุสมผล

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 49) ได้ให้ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. อธิบายระดับพัฒนาการของผู้เรียนในการเรียนคณิตศาสตร์เฉพาะใด ๆ
2. ระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนพร้อมทั้งเหตุผล
3. วิเคราะห์แนวคิดใหม่ ๆ (Emerging ideas) ที่เกิดจากการให้เหตุผลของผู้เรียน เพื่อที่จะขยายความและอภิปรายกับผู้เรียนคนอื่น ๆ
4. ระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematical structures) หรือประเภทของปัญหาที่จำเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของผู้เรียน
5. จัดหาสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของผู้เรียน
6. ตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีความคิดและความเข้าใจของผู้เรียน

จากที่กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถสรุปได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้นสามารถบอกได้ถึงความเข้าใจของนักเรียนในเรื่องนั้น ๆ ส่งผลให้นักเรียนเป็นนักคิดและนักแก้ปัญหาที่ดีขึ้นด้วย และยังสามารถทำให้เข้าใจถึงความเหมือนกับความแตกต่างของสิ่งนั้น ๆ ได้

ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ดังนี้

O' Deffer (1990, p. 378) ได้จัดประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 รูปแบบ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับสิ่งหนึ่งสิ่งใดในกลุ่ม ๆ นั้นเพื่อนำไปสู่กรณีทั่วไป หรือนำไปสู่ทุกสิ่งในกลุ่ม ๆ นั้น

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการใช้ข้อความหรือแบบรูปที่เป็นจริงอยู่แล้ว เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

Baroody (1993, p. 58) ได้แบ่งการให้เหตุผลเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลอย่างง่าย (Intuitive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่มีข้อมูลไม่เพียงพอที่ใช้ในการตัดสินใจ จึงตัดสินใจบนข้อมูลที่ได้เท่านั้นและตามความรู้สึก การให้เหตุผลแบบนี้จึงเป็นการให้เหตุผลที่ขึ้นอยู่กับสิ่งที่ปรากฏหรือคาดเดา ซึ่งทั้งสิ่งที่ปรากฏและข้อคาดเดานี้อาจถูกหรือผิดก็ได้

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการใช้การสังเกตเป็นพื้นฐานเพื่อค้นหาแบบรูปหรือสร้างข้อคาดการณ์แล้วสรุปเป็นกรณีทั่วไป

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นกระบวนการสรุปอย่างสมเหตุสมผลบนพื้นฐานของข้อตกลงหรือกฎ ซึ่งยอมรับว่าเป็นจริงแล้วหรือเรียกว่าเหตุ

ฉวีวรรณ เสวตมาลย์ (2545, หน้า 69) เสนอประเภทของการให้เหตุผลไว้ 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลโดยกำหนดให้หรือยอมรับเหตุเป็นจริง นั่นคือ เหตุที่ตั้งขึ้นบังคับให้เกิดผลลัพธ์อย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ ซึ่งจะสมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผลจะต้องตรวจสอบความสมเหตุสมผลนั้น

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการใช้ประสบการณ์ย่อย ๆ หลาย ๆ ตัวอย่างหรือการคาดคะเนในการสรุปผล นั่นคือเหตุที่จะตั้งขึ้นเป็นการเก็บข้อมูลในแต่ละครั้งที่เกิดขึ้นแล้วสรุปซึ่งผลลัพธ์ที่ได้อาจไม่สอดคล้องกับเหตุการณ์ เนื่องจากผลลัพธ์ที่ได้อาจเป็นจริงหรือไม่เป็นจริงก็ได้

สสวท. (2547, หน้า 4) ได้เสนอประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการใช้การสังเกตขึ้นพื้นฐานเพื่อค้นหาแบบรูป หรือสร้างข้อคาดเดา แล้วสรุปเป็นกรณีทั่วไป ในวิชาคณิตศาสตร์การให้เหตุผลเชิง

อุปนัยที่พบบ่อย ได้แก่ การหาแบบรูป สำหรับการให้การให้เหตุผลเชิงอุปนัยในการสร้างข้อคาดเดา หรือสรุปเป็นกรณีทั่วไปได้มีผู้ให้ความหมายโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์ว่า เป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ข้อมูลเกี่ยวกับสมาชิกบางตัวของเซต นำมาสรุปรวมเป็นกรณีทั่วไปสำหรับสมาชิกทุกตัวในเซต การให้เหตุผลเชิงอุปนัย อาจนำไปสู่การค้นพบแนวคิดใหม่ ๆ จากการสร้างเป็นข้อคาดเดา หรือการทำนาย แต่จุดอ่อนคือ ข้อสรุปที่ได้จากการรวบรวมข้อมูลเป็นหลักฐานถ้ารวบรวมข้อมูล ไม่ได้ทำทุกกรณีที่เป็นไปได้ กรณีที่ละเว้นไม่ได้ นำข้อมูลมาพิจารณาอาจเป็นข้อมูลที่ชี้ให้เห็นว่าข้อสรุปนี้ผิด

2. การให้เหตุผลเชิงนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นกระบวนการสรุปอย่างสมเหตุสมผลบนพื้นฐานของข้อตกลงหรือกฎ ซึ่งยอมรับว่าเป็นจริงแล้ว หรือที่เรียกว่าเหตุ อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 50) แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ การให้เหตุผลเชิงตรรก (Logical reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้การคิดเชิงตรรกประกอบด้วย การให้เหตุผล 2 ประเภท ต่อไปนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบอุปนัย ซึ่งเป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมสำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป การให้เหตุผลแบบนี้จึงใช้ข้อมูลที่เป็นจริงจากข้อมูลย่อย ๆ ไปสู่ข้อสรุปหรือความจริงทั่วไป หรือเป็นการมองเห็นตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วให้เหตุผลสรุปความสัมพันธ์ในรูปแบบทั่วไปของตัวอย่างเหล่านั้น หรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า เป็นการหาความสัมพันธ์จากสมาชิกบางส่วนในกลุ่ม เพื่ออ้างอิงไปใช้กับสมาชิกส่วนอื่นกลุ่มเดียวกัน (O' Daffer, 1990 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2553)

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบนิรนัย ซึ่งเป็นการคิดจากกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย การให้เหตุผลแบบนี้จึงเป็นการใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎหรือหลักเกณฑ์ทั่วไปที่ยอมรับกันว่าเป็นจริง โดยมีการพิสูจน์มาแล้ว เป็นหลักในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎหรือเกณฑ์นั้น

สสวท. (2555 ค, หน้า 38) ได้เสนอประเภทของความสามารถในการให้เหตุผลไว้ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลาย ๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่า น่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริง มีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนี้ว่า ข้อความคาดการณ์ ถ้าต้องการยืนยันว่าข้อความคาดการณ์ที่ได้จากการให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นจริง ก็ต้องสืบเสาะค้นหาข้อเท็จจริงมาสนับสนุนให้มากพอหรือแสดงผลที่ทำให้ยอมรับได้ว่า

ข้อความคาดการณ์นั้นเป็นจริง ในทางคณิตศาสตร์เรายืนยันว่าข้อความคาดการณ์เป็นจริงโดยการแสดงหรือพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งถ้าแสดงหรือพิสูจน์ได้ว่า ข้อความคาดการณ์เป็นจริงในกรณีทั่วไป ข้อความคาดการณ์นั้นจะเป็นทฤษฎี ในทางตรงกันข้ามถ้าสามารถยกตัวอย่างค้านได้แม้เพียงกรณีเดียว ข้อคาดการณ์นั้นจะเป็นเท็จทันที

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์แล้วให้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ ออกจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้น เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่ การให้เหตุผลแบบนิรนัย ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วนคือ

1) เหตุหรือสมมติฐาน หมายถึง สิ่งที่เป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ได้แก่ คำนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทที่พิสูจน์แล้ว กฎหรือสมบัติต่าง ๆ

2) ผลหรือผลสรุป หมายถึง ข้อสรุปที่ได้จากเหตุหรือสมมติฐาน

วิชัย เสวกงาม (2557, หน้า 208) ได้กล่าวถึงประเภทของความสามารถในการให้เหตุผลไว้ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) การให้เหตุผลแบบนิรนัยเริ่มต้นด้วยการอ้างถึงกฎโดยทั่วไปที่ยืนยันผลสรุปที่เฉพาะเจาะจง การนิรนัยเป็นการยืนยันข้อสรุปที่เฉพาะเจาะจงจากกฎหรือข้อสรุปที่เป็นนัยโดยทั่วไป ถ้ากฎหรือข้อสรุปที่เป็นนัยโดยทั่วไปที่นำมาอ้างนั้นเป็นจริงแล้ว ข้อสรุปที่เกิดขึ้นต้องเป็นจริงด้วยและข้อสรุปนั้นต้องเป็นไปตามข้ออ้างอย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) การให้เหตุผลแบบอุปนัยเริ่มต้นด้วยการสังเกตที่มีความเฉพาะเจาะจงและจำกัดอยู่ในขอบเขตและวิธีการที่จะได้ข้อสรุปทั่วไปที่อาจเป็นไปได้ แต่เชื่อว่าจะไม่เกิดข้อผิดพลาด ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับหลักฐานเชิงประจักษ์ที่รวบรวมได้ อาจกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลแบบอุปนัยโดยทั่วไป

3. การให้เหตุผลเชิงอธิบาย (Adductive reasoning) การให้เหตุผลเชิงอธิบายมักจะเริ่มด้วยชุดที่ไม่สมบูรณ์ของการสังเกตและวิธีการที่จะอธิบายความเป็นไปได้ทั้งหมดสำหรับชุดที่ไม่สมบูรณ์นั้น การให้เหตุผลเชิงอธิบายทำให้การตัดสินใจที่ดีที่สุดในชีวิตประจำวันขึ้นกับข้อมูลที่อยู่ในมือซึ่งมักจะไม่มีสมบูรณ์

4. การให้เหตุผลเชิงอุปมา (Analogical reasoning) การให้เหตุผลเชิงอุปมาเป็นวิธีการประมวลผลข้อมูลที่เปรียบเทียบความคล้ายคลึงกันระหว่างแนวคิดใหม่กับแนวคิดที่เข้าใจแล้ว และใช้ความคล้ายคลึงกันนั้นเพื่อให้เข้าใจแนวคิดใหม่ การให้เหตุผลเชิงอุปมาเป็นรูปแบบของการให้

เหตุผลแบบอุปนัยเพราะมุ่งที่จะทำความเข้าใจในสิ่งที่มีความเป็นไปได้ที่จะเป็นจริงมากกว่า การนิรนัย เพื่อพิสูจน์สิ่งที่เป็นจริงการให้เหตุผลเชิงอุปมานี้สามารถนำมาใช้เป็นวิธีการเรียนรู้ข้อมูลใหม่ เป็นส่วนหนึ่งของการอ้างเหตุผลที่ใช้อย่างแพร่หลาย

5. การให้เหตุผลเชิงจริยธรรม (Moral reasoning) เป็นกิจกรรมทางจิตสำนึกที่ ประกอบด้วย การเปลี่ยนแปลงในการกำหนดข้อมูลเกี่ยวกับผู้คนที่ให้สามารถเข้าถึงการตัดสินใจทางจริยธรรม เหตุผลเชิงจริยธรรมช่วยในการตัดสินใจว่าควรทำหรือไม่ควรทำอะไร เพื่อดำรงไว้ซึ่งจริยธรรม

จากที่กล่าวถึงประเภทของการให้เหตุผลนั้นมีนักการศึกษาได้กล่าวไว้ว่าอย่างหลากหลาย ประเภท ซึ่งขึ้นอยู่กับเกณฑ์การแบ่งของแต่ละนักการศึกษา โดยทั่วไปแล้วจะแบ่งการให้เหตุผลออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้ 1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้การสังเกตเป็นพื้นฐาน เพื่อค้นหาแบบรูปหรือสร้างข้อคาดการณ์แล้วสรุปเป็นกรณีทั่วไป 2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นกระบวนการสรุปอย่างสมเหตุสมผลบนพื้นฐานของข้อตกลงหรือกฎ ซึ่งยอมรับว่าเป็นจริงแล้วหรือเรียกว่าเหตุ ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ใช้การให้เหตุผลแบบอธิบาย คือ การให้อธิบายเหตุผลโดยการคิดอย่างมีเหตุผลซึ่งใช้ความรู้ในการตอบคำถาม อธิบายแสดงแนวคิดโดยใช้นิยาม ทฤษฎีบท กฎหรือสูตรทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง และให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลชัดเจน

แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ดังนี้

กระทรวงศึกษาธิการ (2552 ข, หน้า 198) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การฝึกให้นักเรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้นสามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาวิชาของคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ ด้วย และยังได้เสนอแนวทางที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักการให้เหตุผลไว้ดังนี้

1. ควรให้ผู้เรียนได้พบกับ โจทย์ปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผล
2. ให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตัวเอง
3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่าเหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

สสวท. (2547, หน้า 45) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลไว้ดังนี้

1. ควรจัดประสบการณ์ให้สม่ำเสมอทุกระดับชั้น
2. การให้เหตุผลสามารถพัฒนาได้ โดยสอดคล้องกับทุกหน่วยการเรียนรู้ตาม

ความเหมาะสม

3. ระดับการให้เหตุผล ควรให้สอดคล้องกับวัยและระดับชั้นของผู้เรียน
4. การให้เหตุผล ควรจัดให้ได้มีประสบการณ์อย่างสม่ำเสมอ ตั้งแต่วัยก่อนอนุบาลจนถึงระดับมหาวิทยาลัย ซึ่งควรจะปลูกฝังให้เกิดเป็นนิสัย

5. ควรให้นักเรียนได้ตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผล

6. ควรจัดบรรยากาศในห้องเรียนให้ส่งเสริมการฝึกการให้เหตุผล

นอกจากนี้ สสวท. ยังได้กล่าวอีกว่าแนวการดำเนินการเพื่อจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล นอกจากจะต้องคำนึงถึงแนวทางต่าง ๆ แล้ว สิ่งที่สำคัญควรดำเนินการมีดังนี้

1. ตั้งเป้าหมายให้ชัดเจน

ครูควรพิจารณาในรายละเอียดว่าระดับชั้นนั้นต้องการให้นักเรียนมีความสามารถอะไรบ้าง เช่น การให้เหตุผล การมีทักษะ การนำไปใช้ การตัดสินใจ และสรุปผลได้มากขึ้นเพียงใด ครูควรตระหนักว่าเป้าหมายนั้นมีความสำคัญ มีคุณค่าในชีวิตของนักเรียน และต้องกำหนดการประเมินให้บรรลุเป้าหมาย

2. ปรับแนวคิดในการสอน

การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล สามารถทำควบคู่ไปกับการสอนได้ทุกเรื่อง โดยจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้คิดเองมากขึ้น เช่น จัดให้มีการอภิปราย ถามให้นักเรียนเล่าความคิดชี้แจงเหตุผลประกอบ ซึ่งเป็นการแสดงเหตุผลอย่างง่าย ๆ เพื่อให้นักเรียนได้เคยชินกับการคิดอย่างมีเหตุผล และชี้แจงนี้จะเป็นโอกาสให้นักเรียนได้ย้อนกลับมาพิจารณาแนวคิดของตนเอง ทำความเข้าใจให้แจ่มชัดขึ้น และปรับแต่งแนวคิดได้อย่างมีเหตุผล ตลอดจนประเมินเหตุผลของผู้อื่นว่าควรเชื่อถือหรือไม่ เมื่อนักเรียนแสดงเหตุผลครูควรอาศัยการสรุปเหตุผลของนักเรียนปรับแต่งเหตุผลนั้นให้รัดกุม เพื่อให้นักเรียนได้ซึมซับวิธีการให้เหตุผลที่ดี

3. จัดกิจกรรมเพิ่มเติม

ครูควรเพิ่มเติมกิจกรรมนอกเหนือจากการสอนปกติ เช่น จัดให้มีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ ไม่ใช่เฉพาะโจทย์ปัญหาในหนังสือเรียนเท่านั้น ให้มีการสร้างแบบรูปเอง หรือการพิจารณาแบบรูปที่กำหนดให้ ให้นักเรียนได้นำคณิตศาสตร์ไปใช้เชื่อมโยงกับวิชาอื่น ๆ เป็นต้น

พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคนอง (2547, หน้า 97) กล่าวว่าไว้ว่าการฝึกให้ผู้เรียนใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรทำในบริบททางคณิตศาสตร์ (Mathematical context) เช่น ในขณะที่เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ ในขณะที่ทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์มากกว่า เพื่อเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญหรือให้เรียนรู้การให้เหตุผลเดี่ยว ๆ แยกจากสิ่งอื่น โดยอาจทำในการสอนเนื้อหา มโนทัศน์หรือการแก้ปัญหา หากเป็นการแก้ปัญหา ผู้สอนไม่ควรคำนึงถึงคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้องเท่านั้น แต่ควรให้ความสำคัญกับเหตุผลว่าทำไมผู้เรียนจึงได้คำตอบเหล่านั้น และคำตอบเหล่านั้นน่าจะถูกต้องหรือผิดเพราะเหตุใด การให้ผู้เรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้ผู้เรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญคือผู้เรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินใจความต้องการของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่ผู้สอนบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 50) เสนอแนะว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะพัฒนาขึ้น ได้ครุควรให้นักเรียนได้ปฏิบัติด้วยตนเองทั้งในบริบททางคณิตศาสตร์และบริบทอื่น ๆ รวมทั้งความพยายามใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงผลได้อย่างต่อเนื่อง เช่น “ทำไม” “เพราะอะไร” “ถ้าเงื่อนไขบางอย่างเปลี่ยนแปลงไป จะเกิดอะไรขึ้น รู้ได้อย่างไร” โดยครุควรให้ความสำคัญกับทุกเหตุผลไม่เฉพาะเหตุผลที่ถูกต้องหรือสมเหตุสมผลเท่านั้น ซึ่งการให้นักเรียนได้อธิบาย ชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตนและที่สำคัญคือนักเรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินใจความต้องการของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่ครูบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555, หน้า 119-120) ได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ผู้สอนควรสร้างบรรยากาศให้ผู้เรียนเกิดความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจได้ และต้องเรียนด้วยความเข้าใจ เนื่องจากผู้เรียนมักจะมีความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก วิธีการเรียนต้องใช้การจดจำ จำขั้นตอนวิธีการ จำสูตรเพื่อหาคำตอบ ความคิดเช่นนี้ทำให้ผู้เรียนเบื่อวิชาคณิตศาสตร์ และสกัดกั้นการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความสุข
2. ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงผล ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง บรรยากาศในชั้นเรียนควรสนับสนุน ส่งเสริม ให้ผู้เรียนได้พูดอธิบาย และแสดงผลของแนวคิดอย่างอิสระ โดยการแสดงผลอาจทำด้วยวาจา ด้วยการเขียน โดยใช้ภาษาง่าย ๆ หรือใช้อุปกรณ์แสดงให้เห็นจริง

3. ผู้สอนควรถามบ่อย ๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้ผู้เรียนคิดและแสดงเหตุผล เช่น ใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า...แล้วผู้เรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า “ไม่ถูกต้อง” แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่า คำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีบางส่วนที่ถูกต้อง ผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อน ได้อีกบ้าง เพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากขึ้น รวมทั้งโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-ended problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็น หรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

4. ผู้สอนควรจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้นาคาดการณ์ ค้นหาวิธีพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด โดยอธิบายรูปแบบด้วยภาพหรือแบบจำลอง และตอบคำถามต่าง ๆ “ทำไม” “อะไรจะเกิดขึ้นถ้า...” “จงให้ตัวอย่างของ...” “สามารถใช้วิธีการอื่น ๆ ได้หรือไม่ ถ้าดำเนินการเดิมไม่บรรลุผล” ซึ่งส่วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดการคิด การสร้างคาดเดา ทดสอบ และปรับแต่งโดยอาศัยเหตุผล การกำหนดแบบจำลอง (Modeling) และการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการใช้เหตุผลที่เกี่ยวกับสถานการณ์

5. ผู้สอนควรให้ความสำคัญในการฟังความคิดเห็นของผู้เรียน และให้ผู้เรียนได้ฝึกการรับฟังและทำความเข้าใจเหตุผลของผู้อื่น เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสอภิปรายและเปรียบเทียบคำตอบที่ต่างกันของปัญหาและได้อธิบายเกี่ยวกับปัญหาเหล่านั้น และผู้สอนต้องสามารถปรับแนวการอภิปรายให้เข้ากับวิธีคิดของผู้เรียน ช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร รวมทั้งผู้สอนต้องมีความอดทนให้เวลาให้โอกาสแก่ผู้เรียน

6. ผู้สอนควรส่งเสริมผู้เรียนให้ได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลนี้เป็นสิ่งที่ฝึกได้ และเป็นสิ่งที่จำเป็นที่โรงเรียนต้องจัดทำ โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาปกติในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสม

7. ผู้สอนจะต้องทำให้ผู้เรียนรู้ว่า ผู้สอนให้ความสำคัญต่อความเข้าใจและการให้เหตุผล โดยผู้สอนจะต้องประเมินสิ่งเหล่านี้อย่างสม่ำเสมอ ที่สำคัญเมื่อผู้เรียนสามารถให้เหตุผลที่ดีผู้สอนควรให้การเสริมแรงทันที อีกทั้งในข้อสอบควรมีส่วนที่ให้ผู้เรียนได้แสดงเหตุผล

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ว่าให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์ปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เปิดโอกาสให้แสดงความคิดเห็น

สรุปความเข้าใจของตนเอง ใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผลและควรจัดบรรยากาศในห้องเรียนให้ส่งเสริมการฝึกการให้เหตุผล

การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Krulik and Rudnick (1996, pp. 8-9) ได้กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การสังเกต สังเกตโดยครูเดินรอบ ๆ ห้องเรียน เพื่อสังเกตความสามารถในการให้เหตุผลขณะที่นักเรียนกำลังทำกิจกรรมการแก้ปัญหาที่ครูได้จัดให้กับกลุ่มเพื่อน ๆ ในชั้นเรียน
2. การทดสอบ การทดสอบนั้นไม่ควรใช้ข้อสอบแบบเลือกตอบ แต่ควรใช้ข้อสอบที่เป็นแบบอัตนัยเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผล การตัดสินใจของนักเรียนซึ่งควรเป็นคำถามปลายเปิด

อัครยา สังขจันทร์ (2543, หน้า 102) ได้เสนอหลักการสำคัญของกระบวนการเรียนการสอนเป็นสิ่งที่ผู้สอนจำเป็นต้องตระหนักอยู่เสมอ เพื่อช่วยให้กระบวนการเรียนการสอนบรรลุวัตถุประสงค์ของความพยายามที่จะพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและการประเมินผลเป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ซึ่งได้กล่าวถึงวิธีการประเมินความสามารถในการให้เหตุผล ดังนี้

1. การสอบไม่สำคัญเท่ากับการกระตุ้นให้นักเรียนไปรู้และคิดเป็น
2. มีวิธีการประเมินผลความสามารถในการคิดให้เหตุผลที่เหมาะสมกับรูปแบบการเรียนการสอน

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 176) กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลมักประเมินตามประเภทของการให้เหตุผลและลักษณะของเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยทั่วไปผู้สอนมักประเมินการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงตรรก เป็นการใช้หลักตรรกศาสตร์ในการอธิบายสิ่งต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น
 - 1.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลที่เกิดจากการสังเกตเห็นตัวอย่างหลายตัวอย่างที่เหมือนกันหรือมีความสัมพันธ์แบบเดียวกัน จึงทำให้ได้ข้อสรุปที่มีเหตุผล
 - 1.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่เกิดจากการให้หลักหรือกฎทั่วไปอ้างอิงสู่สิ่งที่กำลังพิจารณา ในทางคณิตศาสตร์มักเป็นการให้เหตุผลที่อ้างอิงทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ฯลฯ

2. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วนของปริมาณที่หายไปหรือที่เปลี่ยนแปลงด้วยการเพิ่มขึ้นหรือลดลง

3. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับสิ่งที่ปรากฏเป็นมิติต่าง ๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือ ทรง 3 มิติ

นอกจากนี้ อัมพร ม้าคนอง ยังกล่าวอีกว่าการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลส่วนมากใช้ปัญหาหรือกิจกรรมเป็นเครื่องมือ และประเมินการให้เหตุผลตามบริบทของปัญหาหรือกิจกรรมนั้น ซึ่งประเมินการให้เหตุผลหลายอย่างในปัญหาเดียวกัน

จากที่กล่าวมาผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่าการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถประเมินได้หลายวิธี เช่น การสังเกต การทดสอบ เป็นต้น โดยงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งลักษณะของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเป็นแบบอัตนัย จึงต้องมีเกณฑ์การให้คะแนนที่มีความเที่ยงตรง ซึ่งผู้วิจัยได้ใช้การให้คะแนนแบบรูบริก

การให้คะแนนแบบรูบริก

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกไว้ดังต่อไปนี้

Goodrich (pp. 14-17 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังคะภักทรจจร, 2555, หน้า 184) ได้กล่าวถึงสาเหตุของการให้คะแนนแบบรูบริกเป็นสิ่งที่น่าสนใจสำหรับผู้สอนและนักเรียนดังนี้

1. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสูงสำหรับการสอนสามารถสะท้อนและช่วยให้นักเรียนปรับปรุงการทำงานได้ตลอดเวลาเหมือนกับการตรวจสอบของผู้สอนเกณฑ์ที่สร้างขึ้นจะช่วยให้นักเรียนได้เห็นถึงแนวทางในการทำงานที่จะทำให้งานบรรลุจุดมุ่งหมายของเนื้อหานั้น ๆ ได้ดีขึ้น ดังนั้นสิ่งที่สำคัญที่สุดของการให้คะแนนแบบรูบริกคือการนิยามเกณฑ์หรือระดับคุณภาพ

2. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก จะทำให้นักเรียนมีความละเอียดรอบคอบในการตัดสินคุณภาพของตนเองทำให้ตระหนักถึงความแตกต่างระหว่างงานที่เสร็จกับงานที่มีคุณภาพ

3. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก จะช่วยลดเวลาของผู้สอนในการประเมินชิ้นงานและเมื่อมีเกณฑ์ที่ชัดเจน นักเรียนก็สามารถวิเคราะห์และประเมินชิ้นงานของตนเองและผู้อื่นได้อย่างเที่ยงตรง มีความยุติธรรม เป็นที่ยอมรับของคนอื่นในชั้นเรียน

4. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก เป็นสิ่งที่ย่างต่อการใช้และการอธิบายผู้อื่นให้เข้าใจการประเมินหรือการให้คะแนนของตนเอง

อัมพร ม้าคนอง (2554, หน้า 194-195) ได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีค (Rubric scoring) ไว้ว่าเป็นเกณฑ์เพื่อกำหนด เพื่อใช้เป็นแนวทางในการให้คะแนนผลงานหรือคุณภาพการปฏิบัติงานของผู้เรียน โดยทั่วไปมี 2 แบบ ดังนี้

1. แบบเกณฑ์รวม (Holistic scoring) เป็นเกณฑ์การให้คะแนนงานหรือการแก้ปัญหาโดยพิจารณาภาพรวมของคุณภาพของผลงานที่ได้ ซึ่งอาจมองได้หลายมิติหรือหลายด้านรวมกัน มีการจำแนกระดับคะแนนให้เห็นความแตกต่างของคุณภาพงาน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ระดับคะแนน	คุณภาพ
4	แสดงวิธีทำชัดเจน และตอบถูกต้อง
3	แสดงวิธีทำชัดเจน แต่ตอบไม่ถูกต้อง
2	แสดงวิธีทำบางส่วน ตอบถูกต้อง
1	แสดงวิธีทำบางส่วน แต่ตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ
0	ไม่แสดงวิธีทำ และตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ

2. แบบเกณฑ์ย่อยหรือเกณฑ์เฉพาะ (Analytic scoring) เป็นเกณฑ์การให้คะแนนเฉพาะขั้น เฉพาะงานย่อย หรือเฉพาะด้าน โดยกำหนดคะแนนตามความแตกต่างของคุณภาพงานในขั้นงานย่อย หรือด้านที่พิจารณา ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ด้านวิธีการ

ระดับคะแนน	คุณภาพ
3	ใช้วิธีการเหมาะสม และดำเนินการถูกต้อง
2	ใช้วิธีการเหมาะสม แต่ยังไม่ดำเนินการไม่ถูกต้อง
1	ใช้วิธีการไม่เหมาะสม ทำให้ดำเนินการไม่ถูกต้อง
0	ไม่มีการใช้วิธีการ และไม่มีการดำเนินการ

ด้านการอธิบาย

ระดับคะแนน	คุณภาพ
3	เขียนอธิบายงานทั้งหมดได้ชัดเจน และสมเหตุสมผล
2	เขียนอธิบายงานทั้งหมดได้ชัดเจนเป็นส่วนใหญ่
1	เขียนอธิบายงานทั้งหมดได้บางส่วน แต่ยังไม่ชัดเจน
0	เขียนอธิบายงานไม่ได้ หรือไม่เขียน

สสวท. (2555ข, หน้า 168) กล่าวว่า การให้คะแนนแบบรูบริคเป็นเครื่องมือช่วยให้ครูพิจารณาและตัดสินใจระดับความสามารถของนักเรียนด้านความรู้ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำผลที่ได้มาใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ตลอดจนการให้คะแนนแบบรูบริคยังเป็นเครื่องมือช่วยให้นักเรียนประเมินผลระดับความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตนเองแล้วนำผลที่ได้มาปรับปรุงและพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตนเองให้ดียิ่งขึ้นด้วย

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2555, หน้า 184-185) กล่าวถึงประเภทของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค ว่าโดยทั่วไปการให้คะแนนแบบรูบริคมี 2 รูปแบบคือ

1. การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินความรู้และผลงานของนักเรียน โดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนเป็นภาพรวม โดยไม่มีการแยกเป็นด้าน ๆ การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล อาจแยกพิจารณาเป็นด้านการเก็บรวบรวมข้อมูล ด้านการนำเสนอข้อมูล และด้านการอ่าน เปรียบเทียบและวิเคราะห์แนวโน้มของข้อมูล การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการประเมินผลการเรียนรู้ที่มีจุดประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน

จากเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคที่ได้กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า การให้คะแนนแบบรูบริคมี 2 รูปแบบ คือ 1) การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) เป็นเกณฑ์การให้คะแนนงานหรือการแก้ปัญหาโดยพิจารณาภาพรวมของคุณภาพของผลงานที่ได้ 2) การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน ผู้วิจัยเลือกใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบรูบริคประเภทการให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) เนื่องจากในการวิจัยนี้ไม่ได้วิเคราะห์คะแนนตามขั้นตอนของการให้เหตุผล แต่พิจารณาเน้นการอธิบายอธิบายแสดงแนวคิดโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผลอย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล ดังนั้นจึงใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวม

เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผล

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบรูปรีคประเภทการให้คะแนนแบบภาพรวมไว้ดังนี้

กระทรวงศึกษาธิการ (2552 ค, หน้า 123) ได้ให้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังตารางที่ 2-12

ตารางที่ 2-12 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของ
กระทรวงศึกษาธิการ

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4/ ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3/ ดี	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2/ พอใช้	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจ
1/ ต้องปรับปรุง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0/ ไม่พยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

สสวท. (2547, หน้า 50) ได้เสนอการประเมินความสามารถในการให้เหตุผล ใช้วิธีการให้คะแนนแบบกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน (Rubric) เพื่อมุ่งหวังที่จะขจัดปัญหาที่จะเกิดจากการให้คะแนน ป้องกันความลำเอียงและเสริมสร้างความเป็นธรรม ตลอดจนสร้างระบบการประเมินที่จะนำไปสู่การพัฒนา ทั้งนี้อาจเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน ซึ่งรายละเอียดของเกณฑ์จะขึ้นกับบริบทของเรื่องและระดับชั้นเรียนนั้น ๆ โดยทั่วไปอาจกำหนด ดังตารางที่ 2-13

ตารางที่ 2-13 เกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ
สสวท.

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
0/ ไม่พยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ/ แนวคิดไม่ถูกต้องเลย
1/ ต้องปรับปรุง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ หรือมีข้อบกพร่องมากกว่า 2 แห่ง
2/ พอใช้	เสนอแนวคิดได้สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ แต่มีข้อบกพร่อง 2 แห่ง
3/ ดี	มีการอ้างอิงที่ถูกต้อง และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ มีข้อบกพร่องเพียง 1 แห่ง
4/ ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2554, หน้า 116) ได้แสดงตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนน
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบภาพรวม ดังนี้

ตารางที่ 2-14 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ
เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด และแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้สมบูรณ์ มีการอธิบายอย่างสมเหตุสมผล และชัดเจน
3 ดี	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด และแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้เกือบ สมบูรณ์
2 พอใช้	ตอบคำถามถูกต้องบางส่วน และพยายามแสดงเหตุผลประกอบคำตอบ แต่ไม่ถูกต้อง
1 ต้องปรับปรุง	ตอบคำถามถูกต้องบางส่วน มีการให้เหตุผลตามความคิดของบุคคล
0	ไม่มีการตอบคำถาม และไม่มีการแสดงเหตุผลใด ๆ

 ไม่ผ่านเกณฑ์

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 270) ได้ให้ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 2-15

ตารางที่ 2-15 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ ศศิธร แม้นสงวน

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4/ ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3/ ดี	มีการอ้างอิงที่ถูกต้อง และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2/ พอใช้	เสนอแนวคิดได้สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ
1/ ต้องปรับปรุง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0/ ไม่พยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

จากข้างต้น ผู้วิจัยได้นำเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบบูรณาการประเภทการให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) มาสังเคราะห์ให้เป็นเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ ซึ่งมีรายละเอียดดังตารางที่ 2-16

ตารางที่ 2-16 เกณฑ์การให้ประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	- เขียนอธิบายแสดงแนวคิดโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ในการให้เหตุผลอย่างถูกต้องสมบูรณ์สมเหตุสมผล
2 ดี	- เขียนอธิบายแสดงแนวคิดโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ในการให้เหตุผลถูกต้องเกือบสมบูรณ์
1 พอใช้	- เขียนอธิบายแสดงแนวคิดโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ในการให้เหตุผลถูกต้องบางส่วน
0 ต้องปรับปรุง	- เขียนอธิบายแสดงแนวคิดไม่สมเหตุสมผล หรือ - ไม่มีร่องรอยในการทำ

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Wilson (1971, pp. 648-649) ได้กล่าวไว้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หมายถึงความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งการวัดผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ในแต่ละเนื้อหาทำได้โดยวัดจากระดับพฤติกรรม 4 ระดับ ได้แก่

1. การคิดคำนวณ (Computation) เป็นระดับที่วัดความสามารถในการบอกเกี่ยวกับข้อเท็จจริง นิยามศัพท์ หรือแก้ปัญหาคำถามของผู้เรียน สามารถจำแนกออกเป็น 3 ประเภท ได้แก่

1.1 ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริง ต้องการให้ผู้เรียนได้ทำตามรูปแบบของความรู้พื้นฐาน เหมือนกับความรู้เดิม

1.2 ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะ โดยต้องการให้ผู้เรียนระลึกถึงชื่อหรือความหมายของคำศัพท์ที่เคยเรียนมา

1.3 ความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการตามขั้นตอนที่เรียนมา เป็นความสามารถในการเลียนแบบ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นระดับที่ต้องการให้นักเรียนอธิบายเกี่ยวกับมโนทัศน์ ความสัมพันธ์ รูปทั่วไป ของปัญหาจากวิธีการเดียวไปสู่วิธีการอื่น ๆ ตามความเข้าใจของตนเองเพื่อช่วยในการหาคำตอบ สามารถจำแนกได้ 6 ประเภท ได้แก่

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์หรือความคิดรวบยอด โดยต้องการให้ผู้เรียนใช้มโนทัศน์ในการหาคำตอบ หรือ ยกตัวอย่างของมโนทัศน์นั้น ๆ

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎ และรูปทั่วไป โดยต้องการให้ผู้เรียนใช้หลักการ กฎ และรูปทั่วไปในการหาคำตอบ หรือ ยกตัวอย่างของหลักการ กฎ และรูปทั่วไป

2.3 ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ โดยต้องการให้ผู้เรียนใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ

2.4 ความสามารถในการแปลงปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยต้องการให้ผู้เรียนแปลงจากคำพูดเป็นภาพแทนความหมายหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือแปลงจากภาพแทนความหมายและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นการพูดอธิบาย

2.5 ความสามารถในการดำเนินการ โดยใช้เหตุผล เป็นความสามารถในการอ่านหรือการฟังข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์แล้วดำเนินการพร้อมอธิบายอย่างสมเหตุสมผล

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยต้องการให้ผู้เรียนอ่านและทำความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นระดับที่ต้องการให้นักเรียนประยุกต์ใช้มโนทัศน์และความรู้ที่เกี่ยวข้อง หรือเลือกใช้ในการดำเนินการที่เหมาะสมตามที่เคยฝึกฝนมาแล้วแบ่งได้ 4 ประเภทได้แก่

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คุ้นเคย โดยต้องการให้ผู้เรียนเลือกใช้ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับปัญหา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ โดยต้องการให้ผู้เรียนระลึกถึงมโนทัศน์ กฎโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ หรือคำศัพท์ที่ต้องการให้ผู้เรียนค้นพบความสัมพันธ์และทำการเปรียบเทียบเพื่อตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูล 2 ชุด

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล โดยต้องการให้ผู้เรียนอ่าน ตีความ แยกแยะส่วนประกอบของปัญหา ข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็น สร้างความสัมพันธ์ระหว่างปัญหาย่อย ๆ ที่เคยแก้มาแล้ว

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบรูป โครงสร้างที่เหมือนกัน และความสมมาตรกัน โดยต้องการให้ผู้เรียนได้ระลึกถึงข้อมูลที่เกี่ยวข้อง เพื่อทำการแปลงและปรับปัญหาย่อย ๆ ให้เป็นลำดับขั้นตอน แบบรูป โครงสร้างที่เหมือนกัน หรือปรับข้อมูลให้สมมาตรกัน

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นระดับพฤติกรรมที่มีความซับซ้อน ต้องการให้ผู้เรียนตรวจสอบความสัมพันธ์ ค้นหาแบบรูป และแก้ปัญหาในสิ่งที่ไม่เคยฝึกฝนหรือไม่คุ้นเคยมาก่อน โดยใช้มโนทัศน์และการดำเนินการที่เคยเรียนมาใช้ประกอบการแก้ปัญหาซึ่งสามารถแบ่งเป็น 5 ประเภท ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย โดยต้องการให้ผู้เรียนปรับเปลี่ยนขั้นตอน วิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนหน้าในการแก้ปัญหาใหม่ที่ไม่ได้คุ้นเคย

4.2 ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ โดยต้องการให้ผู้เรียนค้นหาความสัมพันธ์ หรือปรับเปลี่ยนโครงสร้างของปัญหาให้อยู่ในรูปแบบใหม่

4.3 ความสามารถในการแสดงวิธีการพิสูจน์ โดยต้องการให้ผู้เรียนได้พิสูจน์ข้อความโดยใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือขั้นตอนการพิสูจน์

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ เป็นความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์การพิสูจน์มาใช้ในการวิเคราะห์ วิจารณ์ความสมเหตุสมผลของการพิสูจน์

4.5 ความสามารถในการสร้างและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของกรณีทั่วไป เป็นความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์และแสดงวิธีการพิสูจน์สิ่งที่ค้นพบในรูปทั่วไป

ชานนท์ จันทรา (2554, หน้า 14) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นระดับความสามารถของผู้เรียนเกี่ยวกับความรู้ ความเข้าใจ ทักษะและสมรรถภาพทางสมองด้านต่าง ๆ ทั้งในส่วนของเนื้อหาสาระ ข้อเท็จจริงที่ผู้เรียนได้เรียนรู้ และ มโนทัศน์แต่ละเรื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555, หน้า 150) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความสามารถทางสติปัญญาในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งจำแนกตามพฤติกรรมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญาในการเรียนคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 ระดับ ดังนี้

1. ความรู้ ความจำ และการคำนวณ (Computation) เป็นระดับที่วัดความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่ผู้เรียนได้เรียนผ่านไปแล้ว เกี่ยวกับข้อเท็จจริง ศัพท์ นิยาม ตลอดจนกระบวนการคิดคำนวณอย่างง่าย ๆ พฤติกรรมระดับนี้แบ่งออกได้เป็น 3 ชั้น ได้แก่

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง หมายถึง ความรู้ความจำเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาในลักษณะเดียวกับที่ผู้เรียนได้รับจากการเรียนการสอนมาแล้ว

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม เป็นการถามเพื่อให้ผู้เรียนบอกความหมายของศัพท์และนิยามที่เคยเรียนมาแล้วโดยไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณแต่อย่างใด

1.3 ความรู้ความจำเกี่ยวกับการใช้กระบวนการคิดคำนวณ หมายถึง ความสามารถในการดำเนินการตามกระบวนการคิดคำนวณตามที่เคยเรียนมาแล้ว

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นระดับที่วัดความสามารถในการนำความรู้ที่รู้หรือเรียนมาแล้วมาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ ตลอดจนสามารถอธิบาย ยกตัวอย่าง จำแนก แปลความ ตีความ สรุปความ หรือขยายความได้ พฤติกรรมระดับนี้แบ่งออกเป็น 6 ชั้น ได้แก่

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้เรียนมาตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาที่ได้เรียนรู้ไปแล้วมาสรุปความหมายของสิ่งนั้นอีกครั้งหนึ่งด้วยตนเอง

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎ และการทำให้เป็นกรณีทั่วไป หมายถึง ความสามารถในการสรุปหรือบอกความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์หับตัวปัญหา ซึ่งผู้เรียนควรจะรู้หลังจากเรียนจบเรื่องนั้นแล้ว

2.3 ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการสรุป ศัพท์และนิยามทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ หรือการหาค่าสัญลักษณ์ โดยอาศัยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

2.4 ความเข้าใจในการแปลงส่วนประกอบของปัญหาจากแบบหนึ่งไปอีกแบบหนึ่ง หมายถึง ความสามารถในการแปลงข้อความให้เป็นสัญลักษณ์หรือสมการ โดยมีได้รวมถึง การคำนวณหาคำตอบของสมการนั้น

2.5 ความเข้าใจในการดำเนินตามเหตุผล หมายถึง ความสามารถในการบ่งชี้ ความสมเหตุสมผลของข้อความ บทความ หรือผลงานทางคณิตศาสตร์

2.6 ความเข้าใจในการอ่านและตีความ โจทย์ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการอ่าน และตีความจากโจทย์ว่า โจทย์กำหนดอะไรบ้างและต้องการถามเรื่องอะไร รวมทั้งการแปล ความหมายจากกราฟหรือข้อมูลทางสถิติ ตลอดจนการแปลผลสมการหรือตัวเลขให้เป็นรูปภาพ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นระดับที่วัดความสามารถในการนำความรู้ กฎ หลักการ ข้อเท็จจริง หรือทฤษฎีต่าง ๆ ที่ได้เรียนรู้มาแล้วไปแก้ปัญหาใหม่ให้เป็นผลสำเร็จ ทั้งนี้ โจทย์ปัญหา ที่ใช้วัดในระดับนี้ต้องไม่ใช่โจทย์ข้อเดิมที่ผู้เรียนเคยฝึกทำมาแล้ว พฤติกรรมระดับนี้ แบ่งออกเป็น 4 ชั้น ได้แก่

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหารูธรรมดา หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ คล้ายกับปัญหาที่เคยเรียนมาแล้วในห้องเรียน

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการนึกถึง รายละเอียดที่เกี่ยวข้องกัน เช่น มโนทัศน์ กฎ เพื่อค้นพบความสัมพันธ์ เปรียบเทียบและนำมาสรุป เพื่อตัดสินใจ

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล หมายถึง ความสามารถในการแยกแยะ จำแนกส่วนประกอบย่อยของปัญหาหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดว่าจำเป็นหรือไม่ ในการแก้ปัญหานั้น ๆ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นรูปแบบ ลักษณะ โครงสร้างที่เหมือนกันและ สมมาตร หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการหาสิ่งที่คุ้นเคยกับข้อมูลที่กำหนดให้ หรือจาก ปัญหาที่กำหนดให้

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นระดับที่วัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่แปลกกว่าธรรมดา มีลักษณะซับซ้อน หรือ โจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยกับที่รู้มาก่อน แต่ต้องอยู่ในขอบข่ายเนื้อหาวิชาที่เคยเรียนมาแล้ว พฤติกรรมระดับนี้แบ่งออกเป็น 5 ชั้น ได้แก่

4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่แปลกกว่าธรรมดา หมายถึง ความสามารถในการถ่ายทอดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมาแล้วไปสู่การแก้ปัญหา ซึ่งการแก้ปัญหาลักษณะนี้ส่วนมากเป็นปัญหาที่ไม่สามารถคิดคำนวณโดยตรงได้

4.2 ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ใหม่หรือนำสัญลักษณ์จากสิ่งที่กำหนดให้มาสร้างสูตรใหม่ด้วยตนเอง หรือเพื่อนำมาใช้ประโยชน์ในการหาคำตอบ

4.3 ความสามารถในการแสดงพิสูจน์ หมายถึง ความสามารถในการพิสูจน์ด้วยตนเอง โดยอาศัยทฤษฎีหรือบทนิยามต่าง ๆ เข้ามาช่วยในการพิสูจน์

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ หมายถึง ความสามารถในการใช้เหตุผลเพื่อวิพากษ์วิจารณ์การพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีขั้นตอนใดผิดพลาดบ้าง

4.5 ความสามารถในการสร้างและแสดงความสมเหตุสมผลของการทำให้เป็นกรณีทั่วไป หมายถึง ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์และการเขียนพิสูจน์ความสัมพันธ์ที่ค้นพบ จนสามารถสรุปเป็นกรณีทั่วไปได้

จากที่กล่าวถึงความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์จึงสรุปได้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์นั้นหมายถึงความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งการวัดผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ในแต่ละเนื้อหาทำได้โดยวัดจากระดับพฤติกรรม 4 ระดับ ได้แก่ 1) ความรู้ ความจำ 2) ความเข้าใจ 3) การนำไปใช้ 4) การวิเคราะห์

ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ไว้ดังนี้

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543, หน้า 20) ได้กล่าวถึงความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (Achievement test) ว่าเป็นแบบทดสอบที่มุ่งวัดเนื้อหาวิชาที่เรียนผ่านมาแล้วว่านักเรียนมีความรู้ความสามารถเพียงใด ดังเช่น การสอบวัดผลการเรียนการสอนในชั้นเรียนปัจจุบัน

บรรพต สุวรรณประเสริฐ (2544, หน้า 124) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ว่าเป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความก้าวหน้าของผู้เรียนในส่วนที่เป็นมโนคติทั้งหลายในเนื้อหา แบบทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์จะเป็นแบบทดสอบที่แสดงให้เห็นความสามารถ

ของผู้เรียน แบบทดสอบชนิดนี้จะรวมข้อทดสอบที่เป็นแบบวินิจฉัยบางข้อ และมีข้อทดสอบที่มีระดับเหนือกว่าขั้นวิเคราะห์ นอกจากนี้ข้อสอบในแบบทดสอบชนิดนี้จะรวมถึงการแก้หาค่าของปัญหาที่ต้องใช้ความคิดขั้นวิพากษ์ วิจักษ์ ความรู้ขั้นการนำไปใช้ในเรื่องการให้เหตุผลแบบอุปมาน และแบบอนุมาน

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 193) ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ว่า หมายถึงชุดคำถามที่มุ่งวัดพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนว่านักเรียนมีความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพทางสมองด้านต่าง ๆ ในเรื่องที่เรียนรู้ไปแล้วมากน้อยเพียง

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2548, หน้า 96) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ว่า เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ ทักษะและความสามารถทางวิชาการที่ผู้เรียนได้เรียนรู้มาแล้วว่าบรรลุผลสำเร็จตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้เพียงใด

ราชบัณฑิตยสถาน (2555, หน้า 9-10) ได้นิยามความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (Achievement test) ว่าเป็นกระบวนการที่เป็นระบบในการวัดผลการเรียนรู้ของผู้เรียน เช่น แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ภาษาไทย แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางภาษาอังกฤษ แบบทดสอบปลายภาค ทั้งที่เป็นข้อเขียนและภาคปฏิบัติ

จากคำกล่าวข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึงชุดคำถามที่มุ่งวัดเนื้อหาวิชาที่เรียนผ่านมาแล้วว่านักเรียนมีความรู้ความสามารถเพียงใด และบรรลุผลสำเร็จตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้เพียงใด

ประเภทของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงประเภทของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ดังนี้ อารีย์ วชิรวราการ (2542, หน้า 143) ได้กล่าวว่า การสอบวัดในโรงเรียน โดยทั่วไปจะเน้นการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตร การสอบวัดทำกัน 2 ด้าน คือการวัดภาคทฤษฎีและการปฏิบัติ การวัดภาคทฤษฎีส่วนมากใช้แบบทดสอบแบบเขียนตอบ ยกเว้นนักเรียนที่อ่านหนังสือไม่ออก ก็จะสอบแบบวิธีสัมภาษณ์ สำหรับแบบเขียนตอบแบ่งเป็น 2 ชนิด คือ

1. แบบทดสอบอัตนัย (Essay tests) เป็นแบบทดสอบที่เปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระอย่างเต็มที่ นักเรียนจะเป็นผู้วิเคราะห์ โจทย์ เลือกแนวทางตอบปัญหา รวบรวมความรู้และประสบการณ์ทั้งหลายที่เกี่ยวข้องมาตอบปัญหานั้น โดยเขียนบรรยายคำตอบตามความเข้าใจของตนเอง ซึ่งแบบทดสอบอัตนัย แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1.1 ประเภทไม่จำกัดคำตอบ (Extended response type) แบบทดสอบประเภทนี้จะเปิดโอกาสให้ผู้สอบตอบได้อย่างอิสระ สามารถแสดงความคิดเห็นได้อย่างเต็มที่ ซึ่งคำถามส่วนใหญ่จะถามเกี่ยวกับความคิดเห็น การใช้ความรู้ความเข้าใจที่มีไปแก้ปัญหาในประเด็นต่าง ๆ คำตอบจึงอาจสั้นหรือยาวเท่าใดก็ได้

1.2 ประเภทจำกัดคำตอบ (Restricted response type) แบบทดสอบประเภทนี้จะถามเฉพาะเจาะจงและต้องการคำตอบเฉพาะเรื่อง ให้ผู้สอบตอบอย่างรวบรัดอยู่ในขอบเขตที่กำหนดให้ ซึ่งส่วนมากจะกำหนดขอบเขตคำตอบเอาไว้ในคำถามเพื่อให้ผู้ตอบตอบในแนวเดียวกัน

2. แบบทดสอบปรนัย (Objective tests) เป็นข้อสอบที่ผู้สร้างกำหนดคำตอบไว้แล้วหรือถ้าให้นักเรียนตอบเองก็ตอบเพียงคำหรือวลีสั้น ๆ มีคำตอบค่อนข้างแน่นอนอนลักษณะที่เป็นปรนัย หมายถึงมีความชัดเจนในคำถาม มีวิธีการตรวจให้คะแนนที่เหมือนกัน และมีความแจ่มชัดในการแปลความหมายของคะแนนนั้น การตอบข้อสอบแบบปรนัยนักเรียนต้องใช้เวลาในการอ่านและคิดเป็นส่วนมาก ส่วนการตรวจให้คะแนนใช้เวลาน้อยเมื่อเทียบกับแบบทดสอบอัตนัย แบ่งได้ 4 ชนิด ได้แก่

2.1 แบบถูกผิด (True-False) เป็นข้อสอบที่มีตัวเลือก 2 ตัว คือ ถูก-ผิด, ใช่-ไม่ใช่ หรือแบบให้แก่ว่าสิ่งที่ผิดเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ข้อสอบประเภทนี้เหมาะกับการวัดเนื้อหาการเรียนรู้ระดับความจำ

2.2 แบบเติมคำหรือแบบให้ตอบสั้น ๆ (Completion or Short answer) เป็นข้อสอบที่ให้เติมความสมบูรณ์ ลักษณะคำถามจะกำหนดให้ตอบสั้น ๆ เป็นข้อสอบที่ทำให้หาคำตอบเอง การเขียนข้อสอบนี้อาจเขียนเป็นคำถามหรือประโยคบอกเล่าที่ไม่สมบูรณ์แล้วให้นักเรียนเขียนคำเหมาะสมต่อท้าย ข้อสอบแบบเติมคำหรือแบบตอบสั้น ๆ แบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้

2.2.1 แบบเติมคำในช่องว่างที่เป็นประโยคไม่สมบูรณ์

2.2.2 แบบเติมคำในช่องว่างที่อยู่ในรูปคำถาม

2.3 แบบจับคู่ (Matching) เป็นข้อสอบที่มีข้อความที่เป็นคำถามหรือ โจทย์ (Stem) ซึ่งนำหน้าด้วยตัวเลขและจัดเรียงตามแนวตั้งทางซ้ายมือ ส่วนข้อความที่เป็นคำตอบ (Response) มักจะใช้ตัวอักษรและจัดเรียงตามแนวทางตั้งขนานกับคำถามทางขวามือ ผู้ตอบเลือกตัวอักษรที่เป็นคำตอบถูกมาเขียนลงช่องว่างหน้าคำถาม โดยปกติคำตอบควรมีจำนวนข้อมากกว่าคำถามเพื่อป้องกันการเดา

2.4 แบบเลือกตอบ (Multiple choice) เป็นแบบทดสอบที่ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ คำคำถามหรือ โจทย์ (Stem) อาจเป็นรูปคำถามหรือให้เติมความก็ได้ แล้วจะมีคำตอบให้เลือกซึ่ง

เรียกว่าตัวเลือก (Alternative) จะมีทั้งตัวถูก และตัวถูก โดยทั่วไปนิยมมี 3-5 ตัวเลือก ชนิดของข้อสอบแบบเอกตอบมี 4 ชนิด คือ

2.4.1 มีคำตอบถูกเพียงคำตอบเดียว (One correct answer) ข้อสอบแบบนี้มีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ตัวเลือกอื่น ๆ ต้องผิดหมด

2.4.2 มีคำตอบที่ถูกต้องที่สุดหรือดีที่สุดเพียงคำตอบเดียว (Best answer) ลักษณะของข้อสอบแบบนี้อาจจะถูกทุกตัวเลือก แต่จะมีตัวเลือกหรือที่ถูกมากที่สุดหรือดีที่สุด

2.4.3 ประเภทการเปรียบเทียบ (Analogy type) ข้อสอบชนิดนี้ต้องการให้นักเรียนเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างคู่แรก และนำความสัมพันธ์นั้นไปเปรียบเทียบเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างคู่หลัง โดยปกติมักจะกำหนดส่วนที่สามได้ และหาส่วนที่เหลือจากตัวเลือกต่าง ๆ ที่กำหนดให้

2.4.4 ประเภทกลับตรงกันข้าม (Reverse type) ข้อสอบแบบนี้ต้องการให้นักเรียนเลือกตัวเลือกที่ไม่เหมือนข้ออื่น ๆ มาตอบ โดยตัวเลือกที่เป็นคำตอบนั้นเป็นตัวเลือกที่ผิดหรือไม่เหมาะสมอยู่เพียงข้อเดียว และให้ตอบข้อที่แตกต่างนั้น

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2548, หน้า 96) ได้กล่าวว่าสามารถแบ่งแบบวัดผลสัมฤทธิ์เป็น 2 ประเภท คือ

1. แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนเฉพาะกลุ่มที่ครูสอน เป็นแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นใช้กัน โดยทั่วไปในสถานศึกษา มีลักษณะเป็นแบบทดสอบข้อเขียน (Paper and Pencil test) ซึ่งแบ่งออกได้ 2 ชนิด คือ

1.1 แบบทดสอบอัตนัย (Subjective or Essay test) เป็นแบบทดสอบที่กำหนดคำถามหรือปัญหาให้แล้วให้ผู้ตอบเขียน โดยแสดงความรู้ ความคิด เจตคติ ได้อย่างเต็มที่ แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1.1.1 แบบตอบขยาย (Extended response) หรือแบบไม่จำกัดคำตอบ (Unrestricted response) เป็นแบบทดสอบที่เปิดโอกาสให้ผู้ตอบแสดงความคิดเห็น อธิบาย บรรยาย อภิปรายได้อย่างเต็มที่ มักใช้กับนักเรียนหรือนักศึกษาในระดับสูง ลักษณะของคำถามมักจะมีคำว่า จงอธิบาย อภิปราย เปรียบเทียบ วิเคราะห์ แสดงความคิดเห็น ข้อเสนอแนะ สรุป วางแผน ออกแบบการทดลอง ตั้งสมมุติฐาน ตั้งเกณฑ์ตัดสิน ประเมินผลหรือการแก้ปัญหา

1.1.2 แบบจำกัดคำตอบหรือแบบตอบสั้น (Restricted response or Short essay item) เป็นแบบทดสอบที่ถามแบบจำเพาะเจาะจง ให้ตอบสั้นภายในขอบเขตที่กำหนดไว้ โดยทั่วไป

จะกำหนดขอบข่ายและความยาวในการตอบไว้ด้วย ลักษณะของคำถามมักจะอยู่ในรูป จงอธิบายสั้น ๆ จงบอกประโยชน์ จงอธิบายสาเหตุ หรือจงบอกขั้นตอน

1.2 แบบทดสอบปรนัย หรือแบบให้ตอบสั้น ๆ (Objective test or Short answer) เป็นแบบทดสอบที่กำหนดให้ผู้สอบเขียนตอบสั้น ๆ หรือมีคำตอบให้เลือกแบบจำกัดคำตอบ (Restricted response type) ผู้ตอบไม่มีโอกาสแสดงความรู้ ความคิดได้อย่างกว้างขวางเหมือนแบบทดสอบอัตนัย แบบทดสอบถูก-ผิด แบบทดสอบเติมคำ แบบทดสอบจับคู่ และแบบทดสอบเลือกตอบ

2. แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนทั่วไป ซึ่งสร้างโดยผู้เชี่ยวชาญ มีการวิเคราะห์และปรับปรุงอย่างดีจนมีคุณภาพ มีมาตรฐานกล่าวคือมีมาตรฐานในการดำเนินการสอบ วิธีการให้คะแนนและการแปลความหมายของคะแนน

สสวท. (2555 ข, หน้า 28) กล่าวว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ครูสร้างขึ้น จำแนกเป็น 8 ประเภท ดังนี้

1. แบบทดสอบแบบเลือกตอบ ใช้วัดผลได้ทั้งด้านความรู้ ความคิด ทฤษฎี หลักการ การตัดสินใจ ตลอดจนความสามารถด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2. แบบทดสอบแบบถูกผิด โดยมีการนำเสนอข้อความเกี่ยวกับความรู้ ความเข้าใจ หลักการทฤษฎี การแปลความหมายหรือการกำหนดตัวแปร

3. แบบทดสอบแบบจับคู่ เป็นแบบทดสอบที่มีลักษณะการนำเสนอข้อความ 2 ส่วน ให้เลือกเพื่อจับคู่กัน ซึ่งโดยทั่วไปจำนวนข้อของคำตอบจะมีมากกว่าคำถาม

4. แบบทดสอบแบบเปรียบเทียบ เป็นแบบทดสอบที่ประกอบด้วยข้อความที่ต้องการให้ผู้เรียนพิจารณาในรูปของมากกว่า เท่ากับ น้อยกว่า หรือสรุปไม่ได้

5. แบบทดสอบแบบเติมคำ โดยผู้ตอบต้องแสดงความรู้ความสามารถด้วยการเขียนตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา ซึ่งแบบทดสอบแบบเติมคำยังใช้ในการคิดเลขในใจได้

6. แบบทดสอบแบบเขียนตอบ โดยให้ผู้สอบแสดงความรู้ ความสามารถด้วยการเขียนตอบ แสดงวิธีทำ หรือสรุปผลจากวิธีทำโดยแสดงเหตุผลประกอบ

7. แบบทดสอบแบบต่อเนื่อง เป็นการผสมผสานแบบทดสอบหลายรูปแบบได้ด้วยกัน เช่น แบบทดสอบแบบเลือกตอบกับแบบถูกผิด แบบทดสอบแบบเลือกตอบกับแบบเขียนตอบ

8. แบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำ เป็นแบบทดสอบที่ให้ผู้เรียนแสดงวิธีแก้ปัญหาใช้ประเมินได้ครอบคลุมทั้งมโนทัศน์และวิธีการคิด การวางแผน รวมทั้งความสามารถของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านต่าง ๆ

จากที่ได้กล่าวถึงประเภทของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ได้มีนักการศึกษาแบ่งไว้หลากหลายประเภทตามเกณฑ์ของนักการศึกษาแต่ละท่าน ซึ่งส่วนใหญ่ได้แบ่งประเภทของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ 2 ประเภท คือ 1) แบบทดสอบแบบปรนัย เป็นแบบทดสอบที่ให้ตอบแบบสั้น ๆ และคำตอบมีเพียงคำตอบเดียว 2) แบบทดสอบแบบอัตนัย เป็นแบบทดสอบที่ให้เขียนอธิบาย หรือแสดงวิธีคิดต่าง ๆ และคำตอบเปิดกว้างอาจมีหลายคำตอบ ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์แบบปรนัย

ขั้นตอนการสร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงขั้นตอนการสร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ดังนี้

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2548, หน้า 97) นำเสนอขั้นตอนการสร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ที่สามารถดำเนินการได้ดังนี้

1. วิเคราะห์หลักสูตรและสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร การสร้างแบบทดสอบควรเริ่มต้นด้วยการวิเคราะห์หลักสูตรและสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร เพื่อวิเคราะห์เนื้อหาสาระและพฤติกรรมที่ต้องการจะวัด ตารางวิเคราะห์หลักสูตรจะใช้เป็นกรอบในการออกข้อสอบ โดยระบุจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องและพฤติกรรมที่ต้องการจะวัดไว้
2. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้จุดประสงค์การเรียนรู้เป็นพฤติกรรมที่เป็นผลการเรียนรู้ที่ผู้สอนมุ่งหวังจะให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนซึ่งผู้สอนจะต้องกำหนดไว้ล่วงหน้าสำหรับเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนและการสร้างข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์
3. กำหนดชนิดของข้อสอบและศึกษาวิธีสร้าง โดยการศึกษาตารางวิเคราะห์หลักสูตรและจุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้ออกข้อสอบต้องพิจารณาและตัดสินใจเลือกใช้ชนิดของข้อสอบที่จะใช้วัดว่าเป็นแบบใด โดยต้องเลือกให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน แล้วศึกษาวิธีเขียนข้อสอบชนิดนั้นให้มีความรู้ความเข้าใจในหลักและวิธีการเขียนข้อสอบ
4. เขียนข้อสอบ ผู้ออกข้อสอบลงมือเขียนข้อสอบตามรายละเอียดที่กำหนดไว้ในตารางวิเคราะห์หลักสูตรและให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยอาศัยหลักและวิธีการเขียนข้อสอบที่ได้ศึกษามาแล้วในข้อที่ 3
5. ตรวจสอบข้อสอบ เพื่อให้ข้อสอบที่เขียนไว้แล้วในข้อที่ 4 มีความถูกต้องตามหลักวิชา มีความสมบูรณ์ครบถ้วนตามรายละเอียดที่กำหนดไว้ในตารางวิเคราะห์หลักสูตร ผู้ออกข้อสอบต้องพิจารณาทบทวนตรวจสอบข้อสอบอีกครั้งก่อนที่จะจัดพิมพ์และนำไปใช้ต่อไป

6. จัดพิมพ์แบบทดสอบฉบับทดลอง เมื่อตรวจทานข้อสอบเสร็จแล้วให้พิมพ์ข้อสอบทั้งหมด จัดทำเป็นแบบทดสอบฉบับทดลองโดยมีคำชี้แจงหรือคำอธิบายวิธีตอบแบบทดสอบ (Direction) และจัดวางรูปแบบการพิมพ์ให้เหมาะสม

7. ทดลองสอบและวิเคราะห์ข้อสอบ การทดลองสอบและวิเคราะห์ข้อสอบเป็นวิธีการตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบก่อนนำไปใช้จริง โดยนำแบบทดสอบไปทดลองสอบกับกลุ่มที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันกับกลุ่มที่ต้องการสอบจริง แล้วนำผลการสอบมาวิเคราะห์และปรับปรุงข้อสอบให้มีคุณภาพ

8. จัดทำแบบทดสอบฉบับจริง จากผลการวิเคราะห์ข้อสอบ หากพบว่าข้อสอบใดไม่มีคุณภาพหรือมีคุณภาพไม่ดีพอ อาจจะต้องตัดทิ้งหรือปรับปรุงแก้ไขข้อสอบให้มีคุณภาพดีขึ้น แล้วจึงจัดทำเป็นแบบทดสอบฉบับจริงที่จะนำไปทดสอบกับกลุ่มเป้าหมายต่อไป

โชติกา ภาณีผล (2558, หน้า 39-52) ได้นำเสนอขั้นตอนการสร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดังนี้

1. กำหนดจุดประสงค์ของแบบทดสอบ ในการสร้างแบบทดสอบต้องกำหนดจุดมุ่งหมายของการสอบให้ชัดเจนว่า ต้องการนำผลการวัดไปใช้ประเมินแบบอิงกลุ่มหรืออิงเกณฑ์ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบอิงกลุ่มมีจุดมุ่งหมายเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ในรายวิชาตามหลักสูตรที่กำหนด และจะใช้เมื่อสิ้นสุดการเรียนการสอนในแต่ละหน่วยการสอนหรือแต่ละบทหรือแต่ละเรื่องหรือในรายวิชานั้น ๆ หรือประเมินผลสรุปตอนปลายภาคเรียนหรือปลายปี เพื่อการสรุปและตัดสินใจการเรียนของผู้เรียนแต่ละคนว่าอยู่ในระดับใดหรืออยู่ในลำดับใด ซึ่งผลที่ได้จากการวัดและแปลความหมายโดยเปรียบเทียบกับกลุ่มผู้สอบด้วยกัน สำหรับแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบอิงเกณฑ์ มีจุดมุ่งหมายเพื่อตรวจสอบความรู้ความสามารถของผู้เรียนว่าเป็นผู้รอบรู้หรือไม่รอบรู้ ในเนื้อหาแต่ละเรื่องนั้น ๆ โดยนำผลการวัดที่ได้มาเปรียบเทียบกับเกณฑ์หรือมาตรฐานที่กำหนดไว้ เพื่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียนและการจัดการสอนซ่อมเสริมตลอดจนนำไปใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอนเป็นสำคัญ

2. วิเคราะห์ข้อสอบ เป็นการแยกแยะให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างวัตถุประสงค์การเรียนการสอน เนื้อเรื่อง กิจกรรม/ ประสบการณ์ และพฤติกรรมที่เป็นจุดมุ่งหมายปลายทางของหลักสูตร โดยการวิเคราะห์หลักสูตร โดยการวิเคราะห์วัตถุประสงค์การเรียนการสอน การวิเคราะห์หลักสูตร จะช่วยให้ครูมีความเข้าใจว่าจะสร้างข้อสอบที่วัดผู้เรียนเกี่ยวกับสมรรถภาพใด ในเนื้อหาที่ใช้สร้างข้อสอบ ว่าต้องการให้ผู้เรียนสามารถแสดงพฤติกรรมอะไรบ้างในสถานการณ์ใด และมีเกณฑ์ใน

การตัดสินใจอะไรที่ยอมรับว่าผู้เรียนบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้นั้น ๆ ซึ่งการกำหนดวัตถุประสงค์ การเรียนการสอนต้องแปลงคุณลักษณะที่ต้องการวัดให้เป็นพฤติกรรมที่วัดได้หรือที่เรียกว่า จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งพฤติกรรมที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียนด้านพุทธิพิสัย ก็ต้องกำหนดให้ ชัดเจนลงไปว่าต้องการวัดพฤติกรรมการเรียนรู้ชั้นใดใน 6 ชั้น ได้แก่ ชั้นความรู้ ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การประเมินค่า และการสร้างสรรค์ ครูต้องพิจารณาและ ตัดสินว่าในวิชานั้น ๆ จะวัดพฤติกรรมใดบ้าง มีกี่พฤติกรรมสามารถวัดหรือสังเกตได้โดยวิธีใด อย่างไร ส่วนเนื้อหาในการสร้างข้อสอบต้องสอดคล้องกับเนื้อหาที่จะสอนทั้งเนื้อหาที่เป็นประเด็น ใหญ่และประเด็นย่อย การแยกแยะเนื้อหาในรายวิชานั้น ๆ ออกเป็นบท ๆ หรือหน่วยการสอนย่อย หรือเนื้อหาย่อย ๆ เป็นหมวดหมู่ แล้วเรียงลำดับการสอนว่าจะสอนเนื้อหาใดก่อนหลังตาม ความสัมพันธ์ของเนื้อหานั้น ๆ เนื้อหาประเภทเดียวกันหรือไม่สำคัญมากนักอาจนำมารวมเป็นข้อ เดียวกันได้ ดังนั้นการวิเคราะห์ขอบเขตของเนื้อหาและพฤติกรรมที่จะนำไปใช้เป็นกรอบใน การสร้างข้อสอบต้องมีความชัดเจน เพื่อประโยชน์สำหรับการทำตารางวิเคราะห์ข้อสอบต่อไป

3. ออกแบบการสร้างแบบทดสอบ เป็นการกำหนดรูปแบบ ขอบเขตและแนวทางการสร้างประกอบด้วยกิจกรรม ดังนี้

1) วางแผนการทดสอบ ครูจะต้องวางแผนการวัดผลก่อนว่าจะมีการทดสอบกี่ครั้งในภาค การศึกษา มีความถี่ห่างของการสอบแต่ละครั้งเท่าไร และแต่ละครั้งจะต้องครอบคลุมเนื้อหา จุดมุ่งหมายและใช้เวลาเท่าใด

2) กำหนดรูปแบบของแบบทดสอบ ครูจะต้องเลือกรูปแบบของแบบทดสอบว่ารูปแบบ ใดจะเหมาะสมสมรรถภาพและเนื้อหาที่ต้องการมุ่งวัด โดยพิจารณาได้จากรูปแบบต่าง ๆ คือ แบบทดสอบอิงกลุ่ม-อิงเกณฑ์ แบบทดสอบเสนอคำตอบ-เลือกตอบ แบบทดสอบความเร็ว-วัด ความสามารถสูงสุด เป็นต้น

3) สร้างแผนผังการสอบ ทำให้เห็นจุดมุ่งหมายที่ต้องการวัดการให้น้ำหนักความสำคัญ ความถี่ของการสอบและรูปแบบของแบบทดสอบ

4) สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบ (Table of specifications) มีลักษณะเป็นตาราง 2 ทางที่ แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ของจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมกับเนื้อหาวิชาที่ต้องการจะวัดหรือต้องการ สอบ โดยมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

- ระบุเนื้อหาลงในตารางวิเคราะห์ข้อสอบในแนวนอนทางด้านซ้ายมือ

ส่วนจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องการวัด นำมาบรรจุลงในตารางตามแนวตั้ง

- วิเคราะห์ว่าในแต่ละเนื้อหาที่มีจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมที่วัดพฤติกรรมการเรียนรู้ระดับใดบ้าง

- กำหนดในแต่ละช่อง โดยพิจารณาว่าเนื้อหาในแต่ละเรื่องมีน้ำหนักความสำคัญอยู่ที่พฤติกรรมการเรียนรู้ระดับใด จำนวนเท่าไร สำหรับการกำหนดน้ำหนักอาจทำเป็นตารางร้อย หรือ ตารางพัน โดยกำหนดผลรวมของน้ำหนัก มีค่าเท่ากับ 100 หรือ 1000 ตามลำดับ เพื่อให้มีความสะดวกต่อการนำไปใช้กำหนดสัดส่วนของข้อคำถามหรือ ไปคิดจำนวนข้อสอบในเนื้อหาข้อย่อยนั้น ๆ

- จัดอันดับความสำคัญของเนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดตามน้ำหนักรวมที่ได้

4. เขียนข้อสอบ เขียนข้อสอบหลังจากกำหนดแบบแผนแล้ว ซึ่งมีขั้นตอนสำคัญดังนี้

1) กำหนดแบบแผนข้อสอบ ทำให้สามารถวัดได้ตรงตามจุดประสงค์และพฤติกรรมการเรียนรู้

2) ร่างข้อสอบ เป็นการร่างข้อสอบตามแบบแผนที่วางไว้ โดยทั่วไปแล้วควรเขียนข้อสอบให้มีระดับความยาก ง่าย และปานกลาง

3) ทบทวนร่างข้อสอบ เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง เหมาะสม สอดคล้องกับจุดประสงค์ และพฤติกรรมที่ต้องการวัดหรือไม่

4) บรรณาธิการข้อสอบ เป็นการแบ่งหมวดหมู่ของข้อสอบเช่น เรียงข้อจากข้อง่ายไปหาข้อยาก

5) ทดลองใช้ข้อสอบและวิเคราะห์ข้อสอบ เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ ในเชิงปริมาณนั้นควรวิเคราะห์จากค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกจากผลการตอบของผู้สอบทั้งหมด

6) นำแบบทดสอบไปใช้

7) วิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ

จากที่ได้กล่าวมาจากการศึกษาหลายท่านผู้วิจัยสรุปได้ว่าขั้นตอนการสร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีดังนี้ 1) กำหนดจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนเชิงพฤติกรรมให้มีความชัดเจนและบ่งชี้แนวทางในการเขียนข้อคำถาม 2) วิเคราะห์หลักสูตร 3) เขียนข้อคำถามและกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน 4) ทดลองใช้และวิเคราะห์แบบทดสอบพร้อมปรับปรุงแก้ไข 5) จัดทำแบบทดสอบฉบับจริง และ 6) นำไปใช้จริง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยต่างประเทศ

งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)

Selma (2009) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน โดยใช้การสืบเสาะหาความรู้แบบ 5E ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 6 พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน เกรด 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้การสืบเสาะหาความรู้แบบ 5E ใน 3 เวลา คือ ก่อนการทดลอง หลังการทดลองและการติดตามผล มีการเปลี่ยนแปลงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ แต่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองและการติดตามผลมีความแตกต่างอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ และคะแนนเฉลี่ยของเจตคติของวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนลดลงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

Tuna and Kacar (2013) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลของการเรียนรู้โดยใช้วงจรการเรียนรู้ 5Es เรื่อง ตรีโกณมิติ ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่าการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วงจรการเรียนรู้ 5Es ไม่ได้เพียงแต่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนเท่านั้น แต่ยังมีผลต่อความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนด้วย คะแนนหลังทดสอบระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุมมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งนักเรียนในกลุ่มทดลองได้รับการเรียนรู้โดยใช้วงจรการเรียนรู้ 5Es ประสบความสำเร็จมากกว่ากลุ่มควบคุม และคะแนนความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการใช้ปัญหาปลายเปิด

Lubienski (2001) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลจากการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนและการแก้ปัญหาปลายเปิด โดยเปรียบเทียบระหว่างนักเรียนที่มีสถานะทางสังคมและเศรษฐกิจสูงและต่ำ ผลการวิจัยพบว่าหลังจากที่นักเรียนทั้งสองกลุ่มได้เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดแล้ว นักเรียนทั้งหมดมีคะแนนสอบปลายภาคเรียนผ่านเกณฑ์ทั้งสองกลุ่ม แต่นักเรียนที่มีสถานะทางสังคมและเศรษฐกิจสูงจะสามารถแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันได้ดีกว่า

Jia & Xin (2004) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลของการใช้ปัญหาปลายเปิดในวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่อง เรขาคณิต พีชคณิต ในประเทศจีน ซึ่งเขาได้ใช้ปัญหาปลายเปิดในการเรียน การสอนตามแนว การปฏิรูปการเรียนการศึกษาของจีน ซึ่งใช้เวลาในการเก็บข้อมูลประมาณ 7 ปี และได้เปรียบเทียบ ผลที่ได้ระหว่างนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูง ปานกลาง และต่ำ พบว่าหลังจากนักเรียนได้รับการ เรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดแล้วนักเรียนที่มีความสามารถสูงจะสามารถทำคะแนนวิชา คณิตศาสตร์ได้เพิ่มขึ้น ในขณะที่นักเรียนอีกสองกลุ่มมีคะแนนเพิ่มขึ้นเล็กน้อยในปีแรก แต่เมื่อ นักเรียนได้รับการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดอย่างต่อเนื่อง พบว่าระดับคะแนนและความสามารถ ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มปานกลางและต่ำมีคะแนนเพิ่มขึ้นเป็นที่น่าพอใจ จากการสอบถาม ความพึงพอใจของนักเรียนจำนวน 194 คน พบว่ามีนักเรียน 85% มีความพอใจในการเรียนรู้รูปแบบ ของเรขาคณิตโดยใช้ปัญหาปลายเปิด

งานวิจัยในประเทศ

งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหา ความรู้ 5 ขั้นตอน (SEs)

วัชร น้อยมี (2551) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการศึกษาพบว่า ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้ เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

พีชานิกา เพชรสังข์ (2556) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5Es ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีผลต่อความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ รูปแบบการเรียนการสอนแบบ 5Es ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนที่ได้รับการ จัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบ 5Es ร่วมกับคำถามปลายเปิดมี ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) ความสามารถในการให้เหตุผลทาง

คณิตศาสตร์ของนักเรียน ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5Es ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีพัฒนาการดีขึ้น

ธนปัทม์ ปัทโกมล (2556) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้วิธีสอนแบบ 5E ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนมารีย์วิทยา จังหวัดนครราชสีมา ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนจากวิธีสอนแบบ 5E สูงกว่าของนักเรียนที่เรียนจากวิธีการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศิษพล เนตรนิมิต (2558) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับการใช้ปัญหาปลายเปิด

จิตติมา ขอบเอียด (2551) ได้ทำการวิจัยเรื่องการใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อนุวัตร จิรวัดนพานิซ (2553) ได้ทำการวิจัยเรื่องความสามารถในการคิดอเนกนัยและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 75.18 จากคะแนนเต็ม 85 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 88.45 และมีนักเรียนผ่านเกณฑ์คะแนนร้อยละ 60 จำนวน 18 คน

จิณดา อุดมเลิศปรีชา (2557) ได้ทำการวิจัยเรื่องการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส”

โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียน โดยเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัยข้างต้น สามารถสรุปได้ว่าการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) และการใช้ปัญหาปลายเปิด สามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้สูงกว่ารูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติและมีพัฒนาการทางวิชาคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจทำการศึกษาวิจัยเรื่อง ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การทำวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ในการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างและการหาคุณภาพของเครื่องมือ
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 7 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 292 คน

กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/7 โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 1 ห้องเรียน ที่ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยโรงเรียนได้จัดห้องเรียนแบบคละระดับความสามารถของนักเรียน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ เครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นประกอบด้วย

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้สอนกลุ่มตัวอย่างที่เรียนด้วยรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 8 แผน จำนวน 14 ชั่วโมง
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แบบอัตนัย จำนวน 9 ข้อ

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แบบปรนัย จำนวน 20 ข้อ

การสร้างและการหาคุณภาพของเครื่องมือ

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสร้างเครื่องมือและหาคุณภาพของเครื่องมือต่าง ๆ ดังนี้

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่เรียนด้วยรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 8 แผน จำนวน 14 ชั่วโมง มีขั้นตอนการดำเนินการ ดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนชลกันยานุกูล และคู่มือครูคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

1.2 ศึกษาการเขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดจากเอกสาร ตำรา งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.3 วิเคราะห์ความสอดคล้องของผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และกำหนดชั่วโมงสอนให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ และเนื้อหาของรายวิชา ดังรายละเอียดในตารางที่ 3-1

ตารางที่ 3-1 วิเคราะห์แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

แผนที่	ผลการเรียนรู้/ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้ แกนกลาง	เวลา (ชั่วโมง)
1. ความหมายของฟังก์ชัน	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	- สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันได้ - สามารถอธิบายได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ - สามารถให้เหตุผลได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่	- ความหมายของฟังก์ชัน	1
2. ฟังก์ชันจาก A ไป B	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	- สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันจาก A ไป B ได้ - สามารถอธิบายได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่ - สามารถให้เหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่	- ฟังก์ชันจาก A ไป B	1
3. ฟังก์ชันทั่วถึง	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	- สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันทั่วถึงได้ - สามารถอธิบายได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันทั่วถึงหรือไม่ - สามารถให้เหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันทั่วถึงหรือไม่	- ฟังก์ชันทั่วถึง	2

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผนที่	ผลการเรียนรู้/ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้แกนกลาง	เวลา (ชั่วโมง)
4. ฟังก์ชัน หนึ่งต่อ หนึ่ง	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของ ฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่าง เหมาะสม	- สามารถอธิบายได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่ - สามารถให้เหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่ กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่	- ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง	2
5. ฟังก์ชัน เพิ่มและ ฟังก์ชัน ลด	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของ ฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่าง เหมาะสม	- สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชัน เพิ่มและฟังก์ชันลดได้ - สามารถอธิบายได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด - สามารถให้เหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่ กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด	- ฟังก์ชันเพิ่ม - ฟังก์ชันลด	2
6. การ ดำเนินการ ของ ฟังก์ชัน	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของ ฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่าง เหมาะสม	- สามารถหาคำตอบของการดำเนินการ ของฟังก์ชันได้ - สามารถให้เหตุผลประกอบการหา คำตอบของการดำเนินการของฟังก์ชันได้	การดำเนินการของฟังก์ชัน - ผลบวกของฟังก์ชัน - ผลต่างของฟังก์ชัน - ผลคูณของฟังก์ชัน - ผลหารของฟังก์ชัน	2

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผนที่	ผลการเรียนรู้/ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้แกนกลาง	เวลา (ชั่วโมง)
7. ฟังก์ชันประกอบ	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. ให้อุณหภูมิประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	- สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันประกอบได้ - สามารถหาคำตอบของฟังก์ชันประกอบได้ - สามารถให้อุณหภูมิประกอบการหาคำตอบของฟังก์ชันประกอบได้	ฟังก์ชันประกอบ	2
8. ฟังก์ชันผกผัน	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. ให้อุณหภูมิประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	- สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันผกผันได้ - สามารถหาฟังก์ชันผกผันได้ - สามารถหาได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันผกผัน - สามารถให้อุณหภูมิได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันผกผันหรือไม่	ฟังก์ชันผกผัน	2
รวม				14

1.4 สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องฟังก์ชัน จำนวน 8 แผน ใช้เวลาทั้งหมด 14 ชั่วโมง โดยออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งแต่ละแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ประกอบด้วย 1) ผลการเรียนรู้ 2) จุดประสงค์การเรียนรู้ 3) สารสำคัญ 4) สารการเรียนรู้ 5) กิจกรรมการเรียนรู้ 6) สื่อ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้ 7) การวัดและประเมินผล 8) บันทึกหลังการสอน

1.5 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น ไปเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์พิจารณาให้ข้อเสนอแนะ ผู้วิจัยนำมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

1.6 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้วไปเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ จำนวน 5 คน เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของเนื้อหา ความถูกต้องของภาษาที่ใช้ และความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้แบบประเมินมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) 5 ระดับ ตามวิธีการของ Likert (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, หน้า 73)

แล้วนำมาหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และนำค่ามาแปลความหมายโดยเปรียบเทียบกับเกณฑ์ในการแปลความหมาย ดังนี้

ค่าเฉลี่ยระหว่าง 4.51-5.00 หมายถึง มีความเหมาะสมมากที่สุด

ค่าเฉลี่ยระหว่าง 3.51-4.50 หมายถึง มีความเหมาะสมมาก

ค่าเฉลี่ยระหว่าง 2.51-3.50 หมายถึง มีความเหมาะสมปานกลาง

ค่าเฉลี่ยระหว่าง 1.51-2.50 หมายถึง มีความเหมาะสมน้อย

ค่าเฉลี่ยระหว่าง 0.00-1.50 หมายถึง มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

ซึ่งได้ค่าความเหมาะสมเฉลี่ยเท่ากับ 4.79 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเฉลี่ยเท่ากับ 0.34 (ภาคผนวก ก, หน้า 174)

1.8 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ โดยมีการปรับปรุงดังนี้

1.8.1 ปรับปรุงการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ดังเช่น ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องความหมายของฟังก์ชัน ควรใช้สัญลักษณ์ให้มีความแตกต่างกัน เช่น

จาก “ $r = \{(x,y) | y=|3x+1|\}$ ” ปรับแก้ไขเป็น “ $r = \{(x,y) | y=|3x+1|\}$ ”

1.8.2 เพิ่มรายละเอียดของปัญหาปลายเปิดในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้มีความชัดเจนมากขึ้น เช่น ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3

จาก “ในขณะที่นักเรียนทำข้อสอบคณิตศาสตร์แบบถูกผิด จำนวน 5 ข้อ นักเรียนสามารถเลือกคำตอบได้ทั้งหมดก็แบบ อะไรบ้าง”

ปรับแก้ไขเป็น “ในขณะที่นักเรียนทำข้อสอบคณิตศาสตร์แบบถูกผิด จำนวน 5 ข้อ นักเรียนสามารถเลือกคำตอบได้ทั้งหมดก็แบบ อะไรบ้าง ให้นักเรียนเขียนคำตอบเป็นคู่อันดับ”

1.9 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชัน มาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ แล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจพิจารณาต่อไป

1.10 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุง แก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ แล้วไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/5 ของโรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 45 คน เพื่อหาข้อบกพร่องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยมีการปรับปรุงดังนี้

1.10.1 ปรับปรุงความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังเช่น ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องความหมายของฟังก์ชัน ควรลดจำนวน โจทย์ในใบกิจกรรมที่ 1 ตอนที่ 2 ให้เหมาะสมกับเวลาที่ใช้ในการทำกิจกรรม จาก โจทย์มีจำนวน 15 ข้อย่อย ปรับแก้ไขเป็น โจทย์มีจำนวน 9 ข้อย่อย

1.11 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขเรียบร้อยแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชันที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แบบอัตนัย มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

2.1 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนชลกันยานุกูล กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2.2 ศึกษาแบบเรียน คู่มือครู เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.3 วิเคราะห์ผลการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างและกำหนดจำนวนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน จำนวน 18 ข้อ โดยสร้างเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ดังตารางที่ 3-2

ตารางที่ 3-2 การวิเคราะห์ ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง
ให้เหตุผล	ความหมายของฟังก์ชัน	1. สามารถให้เหตุผลได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่	2	1
ประกอบการตัดสินใจ	ฟังก์ชันจาก A ไป B	2. สามารถให้เหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่	2	1
และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	ฟังก์ชันทั่วถึง	3. สามารถให้เหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันทั่วถึงหรือไม่	2	1
	ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง	4. สามารถให้เหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่	2	1
	ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด	5. สามารถให้เหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด	2	1
	การดำเนินการของฟังก์ชัน	6. สามารถให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบของการดำเนินการของฟังก์ชันได้	4	2
	ฟังก์ชันประกอบ	7. สามารถให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบของฟังก์ชันประกอบได้	2	1
	ฟังก์ชันผกผัน	8. สามารถให้เหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นผกผันหรือไม่	2	1
รวม			18	9

2.4 ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน โดยสร้างแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 18 ข้อ

2.5 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชันและเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางการเรียนคณิตศาสตร์เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของเนื้อหา ตลอดจนภาษาที่ใช้ และนำข้อเสนอนี้ที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีดังตารางที่ 3-3

ตารางที่ 3-3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	- เขียนอธิบายแสดงแนวคิดโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผลอย่างถูกต้องสมบูรณ์สมเหตุสมผล
2 ดี	- เขียนอธิบายแสดงแนวคิดโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผลถูกต้องเกือบสมบูรณ์
1 พอใช้	- เขียนอธิบายแสดงแนวคิดโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผลถูกต้องบางส่วน
0 ต้องปรับปรุง	- เขียนอธิบายแสดงแนวคิดไม่สมเหตุสมผล หรือ - ไม่มีร่องรอยในการทำ

2.6 ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน เพื่อพิจารณาตรวจสอบความสอดคล้องของข้อสอบรายข้อกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยใช้ค่า ความสอดคล้อง IOC (Index of objective congruence) ซึ่งใช้เกณฑ์การให้คะแนน (พร้อมพรรณ อุคมสิน, 2538, หน้า 109-113) ดังนี้

คะแนน	+1	สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
คะแนน	0	สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
คะแนน	-1	สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

โดยผลการประเมินแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน จากผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า แบบทดสอบทั้ง 18 ข้อ มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.8-1 (ภาคผนวก ค)

2.7 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญมาปรับปรุงแก้ไขและปรับปรุงข้อสอบที่ไม่เหมาะสมจนได้ข้อสอบที่มีความสมบูรณ์จำนวน 18 ข้อ ซึ่งมีคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญและแก้ไขแบบทดสอบดังนี้

2.7.1 ความถูกต้องของภาษาในแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังเช่น

จาก “ให้ $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 1$ หากคำตอบของ $f \cdot g(x)$ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด”
ปรับปรุงแก้ไขเป็น “ให้ $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 1$ หากคำตอบของ $fg(x)$ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด”

2.8 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอของผู้เชี่ยวชาญแล้วไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/5 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ของโรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี จำนวน 45 คน โดยใช้เวลาในการทดลอง 1 ชั่วโมง

2.9 ทำการตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยใช้เกณฑ์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำคะแนนที่ได้จากการทดสอบมาวิเคราะห์ค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายข้อ จากนั้นทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่าย (P) ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป และครอบคลุมกับจุดประสงค์การเรียนรู้จำนวน 9 ข้อ ซึ่งพบว่าข้อสอบที่ได้มีค่าความยากง่าย (P) ตั้งแต่ 0.44-0.70 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.22-0.67 จากนั้นนำมาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบด้วยวิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ($\alpha - Coefficient$) ตามวิธีของครอนบาค (เวชดุทซ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 161) โดยค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบควรมีค่าตั้งแต่ 0.7 ขึ้นไป ซึ่งจากการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่น พบว่า แบบทดสอบทั้งฉบับมีความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.84

2.10 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผ่านการตรวจสอบและแก้ไข เรียบร้อยแล้วไปทดสอบกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นแบบปรนัย มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

3.1 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนชลกันยานุกูล กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

3.2 วิเคราะห์ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องฟังก์ชัน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างและกำหนดจำนวนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน จำนวน 40 ข้อ ดังตารางที่ 3-4

ตารางที่ 3-4 การวิเคราะห์ สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	พฤติกรรมที่ต้องการวัด				
			ความรู้/ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์	รวม
มีความคิดรวบ ยอดเกี่ยวกับ ฟังก์ชัน	ความหมายของ ฟังก์ชัน	- สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันได้	2				2
			(1)			(1)	
ฟังก์ชัน เขียน กราฟของฟังก์ชัน	ฟังก์ชัน	- สามารถหาความสัมพันธ์ของการเป็นฟังก์ชันได้		2			2
				(1)		(1)	
และสร้างฟังก์ชัน จากโจทย์ปัญหาที่ กำหนดให้ได้	ฟังก์ชันจาก A ไป B	- สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันจาก A ไป B ได้	2				2
			(1)			(1)	
	ฟังก์ชันทั่วถึง	- สามารถอธิบายได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่		2			2
				(1)			(1)
	ฟังก์ชันทั่วถึง	- สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันทั่วถึงได้	2				2
			(1)			(1)	
		- สามารถอธิบายได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันทั่วถึงหรือไม่		2		2	
				(1)		(1)	

ตารางที่ 3-4 (ต่อ)

100

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	พฤติกรรมที่ต้องการวัด				รวม
			ความรู้/ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์	
มีความคิดรวบยอด เกี่ยวกับฟังก์ชัน	ฟังก์ชันหนึ่งต่อ หนึ่ง	- สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งได้	2 (1)				2 (1)
		- สามารถอธิบายได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชัน หนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่		2 (1)			2 (1)
เขียนกราฟของ ฟังก์ชันและสร้าง ฟังก์ชันจากโจทย์ ปัญหาที่กำหนดให้ ได้	ฟังก์ชันเพิ่ม และฟังก์ชันลด	- สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชัน ลดได้	2 (1)				2 (1)
		- สามารถอธิบายได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชัน เพิ่มหรือฟังก์ชันลด		2 (1)			2 (1)
การดำเนินการ ของฟังก์ชัน		- สามารถหาคำตอบของการดำเนินการของฟังก์ชันได้	2 (1)	2 (1)	2 (1)		6 (3)

ตารางที่ 3-4 (ต่อ)

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	พฤติกรรมที่ต้องการวัด				รวม
			ความรู้/ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์	
มีความคิดรวบยอด เกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียน กราฟของฟังก์ชันและ สร้างฟังก์ชันจาก โจทย์ปัญหาที่ กำหนดให้ได้	ฟังก์ชันประกอบ	- สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันประกอบได้	2 (1)				2 (1)
		- สามารถหาคำตอบของฟังก์ชันประกอบได้		2 (1)	2 (1)	2 (1)	6 (3)
	ฟังก์ชันผกผัน	- สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันผกผันได้	2 (1)				2 (1)
		- สามารถหาฟังก์ชันผกผันได้		2 (1)			2 (1)
		- สามารถหาได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชัน ผกผัน				2 (1)	2 (1)
		รวม	16 (8)	16 (8)	4 (2)	4 (2)	40 (20)

3.3 ผู้วิจัยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

ให้	1 คะแนน	กรณีตอบถูก
ให้	0 คะแนน	กรณีตอบผิด หรือตอบเกิน 1 คำตอบ หรือไม่ตอบ

3.4 ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน โดยสร้างแบบทดสอบแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ แล้วนำแบบทดสอบและเกณฑ์การให้คะแนนเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

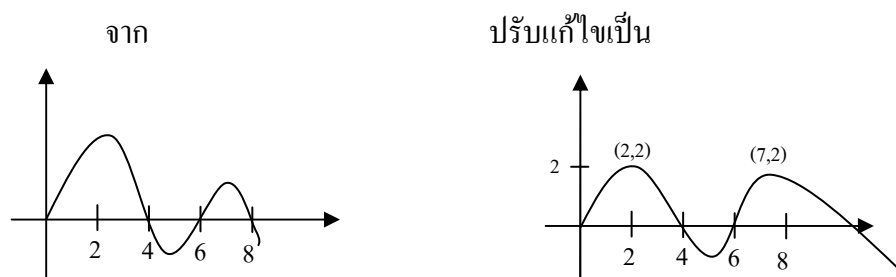
3.5 ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน เพื่อพิจารณาตรวจสอบความสอดคล้องของข้อสอบรายข้อกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยใช้ค่า ความสอดคล้อง IOC (Index of objective congruence) โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน (พร้อมพรรณ อุคมสิน, 2538, หน้า 109-113) ดังนี้

คะแนน	+1	สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
คะแนน	0	สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
คะแนน	-1	สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

โดยผลการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน จากผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า แบบทดสอบทั้ง 40 ข้อ มีค่า IOC 1.00

3.6 นำแบบทดสอบนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญมาปรับปรุงแก้ไขข้อสอบที่ไม่เหมาะสมจนได้ข้อสอบที่มีความสมบูรณ์จำนวน 40 ข้อ ซึ่งมีคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญและแก้ไขแบบทดสอบ ดังนี้

3.6.1 ปรับกราฟในโจทย์ให้มีรายละเอียดและมีความชัดเจนมากขึ้น เช่น จากกราฟที่ไม่ได้ระบุพิกัดในแต่ละจุด ปรับแก้ไขเป็นกราฟที่ระบุพิกัดแต่ละจุดให้ชัดเจน ดังนี้



3.7 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอของผู้เชี่ยวชาญแล้วไปทดสอบใช้ (Try out) กับ

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/5 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 45 คน และทำการตรวจแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ แล้วนำคะแนนที่ได้จากการทดสอบมาวิเคราะห์ค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายชื่อ จากนั้นทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่าย (P) ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป และครอบคลุมกับจุดประสงค์ การเรียนรู้จำนวน 20 ข้อ ซึ่งพบว่าข้อสอบที่ได้มีค่าความยากง่าย (P) ตั้งแต่ 0.31-0.79 และได้ค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.21-0.63 จากนั้นนำมาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบปรนัยโดยใช้ สูตร KR-20 ของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson method) (เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2555, หน้า 160-161) โดยค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบควรมีค่าตั้งแต่ 0.7 ขึ้นไป ซึ่งจากการวิเคราะห์ ค่าความเชื่อมั่น พบว่า แบบทดสอบทั้งฉบับมีความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.80

3.8 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผ่านการตรวจสอบและแก้ไข เรียบร้อยแล้วไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่าง

การเก็บรวบรวมข้อมูล

แบบแผนการวิจัย

แบบแผนการวิจัยที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ แบบกลุ่มเดียว โดยการทดสอบหลัง การทดลอง (One-shot case study) ซึ่งเป็นแบบแผนการวิจัยเลือกใช้กลุ่มตัวอย่างเพียงกลุ่มเดียว ให้ ตัวแปรอิสระกับกลุ่มตัวอย่าง และทำการทดลองหลังการทดลอง แล้วพิจารณาผลการทดลอง (ล้วน สายยศ และอังคนา สายยศ, 2538, หน้า 215-216)

ตารางที่ 3-5 แบบแผนการดำเนินการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว

(One-group posttest-only design)

กลุ่ม	ทดลอง	ทดสอบหลังเรียน
E	X	O
เมื่อ	E แทน	กลุ่มทดลอง (Experimental group)
	X แทน	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด
	O แทน	การทดสอบหลังจากที่จัดกระทำการทดลอง (Posttest)

การดำเนินการทำวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการทดลองตามแนวทางในแผนการวิจัยแบบมีกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม วัดผลหลังการทดลอง

ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1. ประชุมชี้แจงนักเรียนกลุ่มตัวอย่างถึงวัตถุประสงค์ บทบาท และหน้าที่ของนักเรียนในการทดลอง
2. ดำเนินการสอน ผู้วิจัยทำการสอนกลุ่มตัวอย่างด้วยตนเอง โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด
3. เมื่อสิ้นสุดการสอนตามกำหนดการทดลอง ทำการทดสอบหลังเรียน (Posttest) กับกลุ่มตัวอย่าง ด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
4. ตรวจสอบผลการทดสอบแล้วนำผลคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้การวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยได้นำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน มาวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้การทดสอบที (*t*-test for one sample)
2. เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้การทดสอบที (*t*-test for one sample)

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน มาจำแนกนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม ตามเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำเสนอในรูปแบบความเรียง

สถิติใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538, หน้า 78)

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

เมื่อ \bar{X} แทน คะแนนเฉลี่ย
 $\sum x$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
 n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของแบบทดสอบ (Standard deviation) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538, หน้า 73)

$$S = \sqrt{\frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
 $\sum x^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง
 $(\sum x)^2$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
 n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
 $n-1$ แทน จำนวนตัวแปรอิสระ (Degrees of freedom)

2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่

2.1 หากค่าความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร (สมโภชน์ อเนกสุข, 2553, หน้า 111)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	IOC	แทน	ความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์
	$\sum R$	แทน	ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
	N	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หากค่าความยากง่าย (P) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยแบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มสูงกลุ่มต่ำ โดยใช้เทคนิค 50 เปอร์เซนต์ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดโดยคำนวณจากสูตรของ Whitney and Sabers (1970 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 163)

$$P = \frac{S_h + S_l - (n_t)(X_{\min})}{n_t(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	P	แทน	ค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ
	S_h	แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มสูง
	S_l	แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มต่ำ
	n_t	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน
	X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุด

2.3 ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มสูงกลุ่มต่ำ โดยใช้เทคนิค 50 เปอร์เซนต์ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยคำนวณจากสูตรของ Whitney and Sabers (1970 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังกนะภักทรขจร, 2555, หน้า 166)

$$r = \frac{S_h - S_l}{n(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	r	แทน	ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ
	S_h	แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มสูง
	S_l	แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มต่ำ
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ
	X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุด

2.4 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ตามวิธีของครอนบาคของ Whitney and Sabers (1970 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังกนะภักทรขจร, 2555, หน้า 161)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	k	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	S_i^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ
	S_t^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

2.5 หาค่าความยากง่าย (P) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยแบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มสูงกลุ่มต่ำ โดยใช้เทคนิค 50 เปอร์เซ็นต์ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยคำนวณจากสูตรของ Whitney and Sabers (1970 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2555, หน้า 162)

$$P = \frac{R_h + R_l}{n_h + n_l}$$

เมื่อ	P	แทน	ค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ
	R_h	แทน	จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง
	R_l	แทน	จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
	n_h	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูง
	n_l	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มต่ำ

2.6 ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยแบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มสูงกลุ่มต่ำ โดยใช้เทคนิค 50 เปอร์เซ็นต์ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยคำนวณจากสูตรของ Whitney & Sabers (1970 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2555, หน้า 165)

$$r = \frac{R_h - R_l}{n}$$

เมื่อ	r	แทน	ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ
	R_h	แทน	จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง
	R_l	แทน	จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

2.7 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์แบบปรนัย โดยคำนวณจากสูตร $KR-20$ ของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson method) ของ Whitney and Sabers (1970 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังคะภัทรขจร, 2555, หน้า 160)

$$r_u = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ	r_u	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	k	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	p	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบถูก
	q	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบผิด
	S_t^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งหมด

การใช้สูตร $KR-20$ ของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson method) มีข้อตกลงพื้นฐานว่าข้อสอบต้องมีวิธีการให้คะแนนแบบศูนย์หนึ่ง คือ ถ้าตอบถูกในแต่ละข้อได้ 1 คะแนน ถ้าตอบผิดในแต่ละข้อได้ 0 คะแนน

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

3.1 งานวิจัยนี้ใช้วิธีทางสถิติแบบ t -test for one sample เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กับเกณฑ์ที่กำหนด (ร้อยละ 70) โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตนะ, 2550, หน้า 134)

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าที่พิจารณาใน t-distribution
	\bar{x}	แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	μ_0	แทน	ค่าคงที่ค่าหนึ่ง ($\mu_0 \geq 70\%$)
	S	แทน	ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n	แทน	ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การทำวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ในการวิจัย เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด ผู้วิจัยได้มีกรนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การนำเสนอผลการวิจัย เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อการเสนอผลการวิจัย ดังนี้

t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t-Distribution
\bar{x}	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
μ	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
P	แทน	ระดับนัยสำคัญทางสถิติ
df	แทน	องศาอิสระ
*	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยแบ่งการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ออกเป็น 2 ตอน คือ ตอนที่ 1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และตอนที่ 2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ตอนที่ 1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังการจัดการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถ

ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ภายหลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด มาทำการเปรียบเทียบด้วยการทดสอบแบบ t -test for one sample ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตารางที่ 4-1

ตารางที่ 4-1 ค่าเฉลี่ย และค่าสถิติทดสอบของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

กลุ่มตัวอย่าง	n	df	คะแนนเต็ม	\bar{x}	μ	s	t
คะแนนความสามารถ ในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์	48	47	27	20.59	18.90	5.17	2.26*

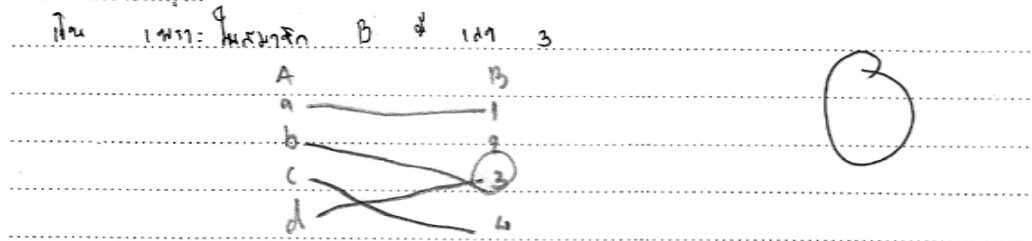
*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 4-1 พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 20.59 คะแนน ซึ่งเมื่อทำการทดสอบสมมติฐานพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1

นอกจากนี้เมื่อทำการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากการทำแบบทดสอบของนักเรียน ผู้วิจัยสามารถจำแนก นักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม ตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ดังนี้

นักเรียนกลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 0 คะแนน คือนักเรียนที่เขียนอธิบายแสดงแนวคิดไม่สมเหตุสมผล หรือไม่ร่องรอยในการทำ โดยลักษณะตัวอย่างคำตอบจากโจทย์
“ให้ $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $f = \{(a, 1), (b, 3), (c, 4), (d, 3)\}$ เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่ เพราะเหตุใด” ซึ่งคำตอบของข้อนี้คือ “ f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B เพราะฟังก์ชัน f มีโดเมนของฟังก์ชันคือ $\{a, b, c, d\} = A$ และมีเรนจ์ของฟังก์ชันคือ $\{1, 3, 4\} \subset B$ ” แต่นักเรียนในกลุ่มนี้อธิบายว่า “เป็น เพราะในสมาชิก B มีเลข 3” จึงเป็นการแสดงแนวคิดไม่สมเหตุสมผล
ดังภาพที่ 4-1

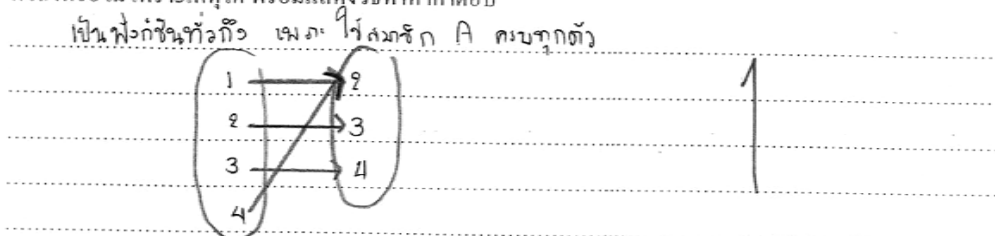
4. ให้ $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $g = \{(a, 1), (b, 3), (c, 4), (d, 3)\}$ เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่ เพราะเหตุใด



ภาพที่ 4-1 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 0 คะแนน ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักเรียนกลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 1 คะแนน คือนักเรียนที่เขียนอธิบายแสดงแนวคิดโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผลถูกต้องบางส่วนโดยลักษณะตัวอย่างคำตอบจากโจทย์ “กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $B = \{2, 3, 4\}$ จงหาว่า $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 2)\}$ เป็นฟังก์ชันทั่วถึงหรือไม่ เพราะเหตุใด” คำตอบของข้อนี้คือ “ f เป็นฟังก์ชันทั่วถึง เพราะ f เป็นฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมนและ B เป็นเรนจ์” แต่นักเรียนในกลุ่มนี้อธิบายว่า “เป็นฟังก์ชันทั่วถึง เพราะใช้สมาชิก A ครบทุกตัว” จึงเป็นการแสดงแนวคิดได้ถูกต้องบางส่วน ดังภาพที่ 4-2

5. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $B = \{2, 3, 4\}$ จงหาว่า $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 2)\}$ เป็นฟังก์ชันทั่วถึงหรือไม่ เพราะเหตุใด พร้อมแสดงวิธีทำหาคำตอบ



ภาพที่ 4-2 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 1 คะแนน ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักเรียนกลุ่มที่ 3 ได้คะแนน 2 คะแนน คือนักเรียนที่เขียนอธิบายแสดงแนวคิดโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผลถูกต้องเกือบสมบูรณ์ โดยลักษณะตัวอย่างคำตอบจากโจทย์ “ $f(x) = 2x - 3; \mathbb{R}$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด เพราะเหตุใด” ซึ่งคำตอบของข้อนี้คือ “ f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม เนื่องจาก $x_1 \in \mathbb{R}$ และ $x_2 \in \mathbb{R}$ ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) < f(x_2)$ ” นักเรียนในกลุ่มนี้อธิบายไว้ดังภาพที่ 4-3 ซึ่งคำตอบของนักเรียนยังไม่ชัดเจน หากให้ชัดเจนกว่านี้ต้องระบุว่า

“ให้ $x_1 \in \mathbb{R}$ และ $x_2 \in \mathbb{R}$ และสมมติว่า $x_1 < x_2$ ตอนท้ายต้องสรุปด้วยว่าเนื่องจาก $x_1 \in \mathbb{R}$ และ $x_2 \in \mathbb{R}$ ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) < f(x_2)$ ”

9. $f(x) = 2x - 3$; \mathbb{R} เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด เพราะเหตุใด

เป็นฟังก์ชันเพิ่ม เพราะ $x_1 < x_2$

$$2x_1 < 2x_2$$

$$2x_1 - 3 < 2x_2 - 3$$

$$f(x_1) < f(x_2)$$

2

ภาพที่ 4-3 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 3 ได้คะแนน 2 คะแนน ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักเรียนกลุ่มที่ 4 ได้คะแนน 3 คะแนน คือนักเรียนที่เขียนอธิบายแสดงแนวคิด โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผลอย่างถูกต้องสมบูรณ์สมเหตุสมผล โดยลักษณะตัวอย่างคำตอบจากโจทย์ “ $f(x) = 2x$ และ $g(x) = \frac{x}{2}$ เป็นฟังก์ชันผกผันของกันและกันหรือไม่ เพราะเหตุใด พร้อมแสดงวิธีทำหาคำตอบ” นักเรียนกลุ่มนี้แสดงการอธิบายให้เหตุผลอย่างถูกต้องสมบูรณ์สมเหตุสมผล และเขียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องชัดเจน ดังภาพที่ 4-4

18. $f(x) = 2x$ และ $g(x) = \frac{x}{2}$ เป็นฟังก์ชันผกผันของกันและกันหรือไม่ เพราะเหตุใด พร้อมแสดงวิธีทำหาคำตอบ

คำตอบ

ให้ $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ f^{-1} ได้ $y = 2x$

สมมติ $f(x_1) = f(x_2)$ $x = 2y$

$2(x_1) = 2x_2$ $y = \frac{x}{2}$

$x_1 = x_2$

เห็นฟังก์ชัน 1-1

ให้ $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ g^{-1} ได้ $y = \frac{x}{2}$

สมมติ $f(x_1) = f(x_2)$ $x = \frac{y}{2}$

$\frac{x_1}{2} = \frac{x_2}{2}$ $y = 2x$

$x_1 = x_2$

$\therefore f(x) = 2x$ และ $g(x) = \frac{x}{2}$ เป็นฟังก์ชันผกผันของกันและกัน

3

ภาพที่ 4-4 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 4 ได้คะแนน 3 คะแนน ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งผู้วิจัยได้จัดการเรียนการสอนด้วยตนเอง และได้แบ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ออกเป็น 3 ช่วง ช่วงแรกได้แก่ การจัดกิจกรรมตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1-2 ช่วงที่สอง ได้แก่ การจัดกิจกรรมตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3-5 และช่วงสุดท้ายได้แก่ การจัดกิจกรรมตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6-8 ผลการวิเคราะห์มีดังนี้

ในช่วงแรก (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1-2) ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยพบว่า เมื่อครูยกสถานการณ์ปัญหาให้กับนักเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถแสดงการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบได้ เช่น ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องความหมายของฟังก์ชัน ครูให้นักเรียนตอบคำถามว่า “ความสัมพันธ์ $r_1 = \{(1,2),(3,4),(5,6),(7,8)\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ พร้อมบอกเหตุผล” พบว่านักเรียนสามารถบอกได้เพียงคำว่า “ความสัมพันธ์นี้เป็นฟังก์ชัน” แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้ว่าเหตุใดความสัมพันธ์ดังกล่าวจึงเป็นฟังก์ชัน ดังนั้นในช่วงแรกครูจึงต้องให้การชี้แนะกับนักเรียน โดยใช้คำถามเพื่อเป็นการกระตุ้นความคิดของนักเรียน เช่น “จากการสังเกตอันดับของความสัมพันธ์แต่ละคู่แล้วมีอะไรที่เหมือนกันหรือแตกต่างกันอย่างไร” “สมาชิกตัวหน้าของความสัมพันธ์เป็นอย่างไร” “มีคู่อันดับที่ซ้ำกันหรือไม่” เป็นต้น ซึ่งพบว่านักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลของปัญหาหรือคำถามดังกล่าวได้มากขึ้น นอกจากนี้ยังให้นักเรียนได้ฝึกการอธิบายเหตุผลร่วมกันภายในกลุ่ม และเมื่อได้ข้อสรุปของกลุ่มแล้วครูจึงให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้นำเสนอพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบ

ในช่วงที่สอง (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3-5) ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการให้เหตุผลประกอบคำตอบและยังมีการอธิบายเหตุผลมากขึ้น เช่น ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องฟังก์ชันทั่วถึง เมื่อครูให้นักเรียนตอบคำถามว่า “ฟังก์ชัน $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่ เพราะเหตุใด” โดยนักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบได้ว่า “ $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง” หรือ “ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง” และนักเรียนยังพยายามนำนิยามของฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งไปใช้ในอธิบายถึงเหตุผลของการได้มาซึ่งคำตอบ เช่น นักเรียนอธิบายเหตุผลของคำถามดังกล่าวว่า “เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งเพราะตัวหน้าไปหาตัวหลังเพียงตัวเดียว” ซึ่งคำตอบของนักเรียนเป็นคำตอบที่ถูกต้องเกือบสมบูรณ์แล้ว ครูจึงใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนสามารถตอบคำถามได้สมบูรณ์มากยิ่งขึ้น เช่น

สมาชิกตัวหน้าที่นักเรียนกล่าวถึงอยู่ในโดเมนหรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นต้น นักเรียนจึงปรับให้เกิดความสมบูรณ์ในการอธิบายเหตุผลของการได้มาซึ่งคำตอบว่า “ฟังก์ชันนี้เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง เพราะ โดเมนทุกตัวมีความสัมพันธ์กับเรนจ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น” ประกอบกับการที่ครูได้ตรวจความถูกต้องในการทำแบบฝึกหัดของนักเรียนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนอธิบายแสดงแนวคิดโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผลถูกต้องเกือบสมบูรณ์

ในช่วงสุดท้าย (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6-8) ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้สมเหตุสมผลมากขึ้น เช่น เมื่อครูให้ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันผกผันว่า “จากฟังก์ชัน $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$ มีฟังก์ชันผกผันหรือไม่ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ” นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบได้ว่า “ฟังก์ชันนี้มีฟังก์ชันผกผัน เพราะ $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$ เป็นฟังก์ชัน 1-1 และมีฟังก์ชันผกผันคือ $f^{-1} = \{(2, 1), (3, 2), (4, 3)\}$ ” ซึ่งจะเห็นว่านักเรียนสามารถตอบคำถามพร้อมใช้หลักการของการสร้างฟังก์ชันผกผันมาแสดงเป็นเหตุผลประกอบคำตอบได้อย่างชัดเจนและมีความสมเหตุสมผล แสดงให้เห็นถึงพัฒนาการในการให้เหตุผลได้ดีขึ้น

ตอนที่ 2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ภายหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มาทำการเปรียบเทียบด้วยการทดสอบ t -test for one sample ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตารางที่ 4-2

ตารางที่ 4-2 ค่าเฉลี่ย และค่าสถิติทดสอบที ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน

กลุ่มตัวอย่าง	n	df	คะแนนเต็ม	\bar{x}	μ	s	t
คะแนนผลสัมฤทธิ์							
ทางการเรียน	48	47	20	15.67	14	2.96	3.89*
วิชาคณิตศาสตร์							

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 4-2 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 15.67 คะแนน ซึ่งเมื่อทำการทดสอบสมมติฐาน พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 2

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้ 1) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากรับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด กับเกณฑ์ร้อยละ 70 และ 2) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากรับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 7 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 292 คนกลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/7 โรงเรียนชลกันยานุกูล จำนวน 48 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จำนวน 8 แผน โดยมีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.79 และ 0.34 ตามลำดับ 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน เป็นแบบอัตนัย จำนวน 9 ข้อ มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.44-0.70 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.22-0.67 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.84 และ 3) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน เป็นแบบปรนัย จำนวน 20 ข้อ มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.31-0.79 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.21-0.63 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.80 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบที แบบกลุ่มตัวอย่างเดียว (t -test for one sample)

สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากรับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากรับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

การอภิปรายผล

จากการศึกษาผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องฟังก์ชัน สามารถอภิปรายผลการวิจัย ได้ดังนี้

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากรับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1 ที่กำหนดไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ ได้แสวงหาความรู้ ได้ฝึกคิด สังเกต แก้ปัญหา ให้เหตุผล จนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตัวเอง โดยมีครูเป็นผู้จัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้แก่ผู้เรียน ซึ่งสอดคล้องกับ กาญจนา บุญส่ง (2542, หน้า 68) ได้กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักการสอบสวนค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง ได้ฝึกให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผล และฝึกให้นักเรียนใช้ความคิดหาวิธีการแก้ปัญหาเอง

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) มีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นการสร้างความสนใจ (Engagement) 2) ขั้นการสำรวจค้นคว้า (Exploration) 3) ขั้นการอธิบาย (Explanation) 4) ขั้นการขยายความรู้ (Elaboration) 5) ขั้นการประเมินผล

(Evaluation) พบว่า ขั้นตอนที่ช่วยส่งเสริมและพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์คือ ขั้นการสำรวจค้นคว้า เป็นขั้นที่ฝึกให้นักเรียนจะได้ศึกษาค้นคว้า คิดวิเคราะห์ ลงมือแก้ปัญหา ร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกันจนเกิดเป็นองค์ความรู้พร้อมทั้งสามารถอธิบาย เหตุผลของการได้มาซึ่งองค์ความรู้นั้น ส่วนในขั้นการอธิบาย เป็นขั้นที่ให้นักเรียนได้นำองค์ความรู้ ของตนเองที่ได้มาจากการค้นคว้ามานำเสนอและแสดงเหตุผลของการได้มาซึ่งองค์ความรู้นี้ และขั้น การขยายความรู้ เป็นขั้นที่นักเรียนได้ฝึกการนำองค์ความรู้ที่ได้จากการค้นคว้ามานำประยุกต์ใช้กับ ปัญหาใหม่ ๆ พร้อมแสดงเหตุผล และขั้นสุดท้ายขั้นการประเมินผลในขั้นนี้นักเรียนจะได้มีโอกาส ได้ตรวจสอบความรู้ของตนเองว่ามีความรู้ ความสามารถจากการที่ได้ทำกิจกรรมมานั้นว่ามีความรู้ มากน้อยเพียงใดพร้อมทั้งอธิบายถึงเหตุผล จากขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัด กิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ทำให้เห็นว่าเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้น ให้นักเรียนได้ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองจนสรุปเป็นองค์ความรู้ ได้พัฒนาความสามารถในการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้ดีขึ้นด้วย ซึ่งสอดคล้องกับ สุพิน บุญชูวงศ์ (2544, หน้า 61) ที่ได้กล่าวว่ การเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ได้ฝึกให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการคิดและคิดอย่างมีเหตุผล ประกอบกับคำกล่าวของ พรพิมล พรพิรชนม์ (2551, หน้า 128) ที่ได้กล่าวว่าการจัดกิจกรรม การเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ช่วยพัฒนาผู้เรียนให้เป็นคนช่างสังเกต มีเหตุผล และช่วย เสริมสร้างความเชื่อมั่น กล่าวแสดงความคิดเห็น ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ พิชาณิกา เพชรสังข์ (2556) ที่พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบ 5Es ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ ได้รับการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบ การเรียนการสอน 5Es ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีพัฒนาการดีขึ้น และประกอบกับผลการวิจัยของ ดิษพล เนตรนิมิต (2558) พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบ เสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ ระดับ .05

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้นำปัญหาปลายเปิดมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกับการจัด กิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) โดยมีการสอดแทรกปัญหาปลายเปิดไว้ ในขั้นการสร้างความสนใจ (Engagement) ซึ่งขั้นนี้เป็นขั้นที่นำเข้าสู่บทเรียนโดยได้ใช้ปัญหา ปลายเปิด มาเป็นตัวกระตุ้นทำให้นักเรียนเกิดความสนใจในการเรียน มีความอยากรู้อยากเห็น และ

เป็นการนำไปสู่การแก้ปัญหา ดังเช่น “ชายคนหนึ่งไปที่ยวทะเลเป็นเวลา 2 วัน โดยเขาได้เตรียมเสื้อผ้าไปดั่งนี้ มีเสื้อจำนวน 2 ตัว และกางเกง 2 ตัว ชายคนนี้จะสามารถเลือกใส่ชุดได้ทั้งหมดกี่แบบ อะไรบ้าง” โดยปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่มีหลากหลายวิธีการ หลากหลายคำตอบ จะช่วยกระตุ้นให้นักเรียนมีความสนใจในการเรียน กล้าคิด กล้าอธิบายถึงเหตุผลของตนเอง และยังทำให้นักเรียนเห็นว่าเนื้อหาทางคณิตศาสตร์นั้นเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียนซึ่งจะทำให้การเรียนของนักเรียนนั้นมีความหมายมากยิ่งขึ้น ซึ่ง เวชฤทธิ์ อังกะนภัทธจร (2555, หน้า 119-120) ได้กล่าวว่า ครูควรหาปัญหาหรือคำถามที่ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนคิดและแสดงเหตุผล รวมถึงโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-ended problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรืออธิบายเหตุผลที่แตกต่างกันได้ ซึ่งเป็นการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยปัญหาปลายเปิดที่ผู้วิจัยใช้ เป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบที่ถูกต้องได้หลายคำตอบ หรือมีหลายวิธีการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเมื่อนักเรียนได้รับการกระตุ้น โดยการใช้ปัญหาปลายเปิดแล้ว จะส่งผลให้นักเรียนได้มีการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ดี ซึ่งสอดคล้องกับ จิตติมา ชอบเอียด (2551) ที่พบว่า ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 ทั้งนี้ อาจเนื่องมาจากรูปแบบการจัดการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) เป็นการจัดการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการศึกษาค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา วิเคราะห์ข้อมูล ได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้กันจนกระทั่งนักเรียนสามารถสร้างเป็นองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยได้เชื่อมโยงสิ่งที่เรียนรู้เข้ากับประสบการณ์หรือความรู้เดิมของนักเรียน โดยครูคอยสังเกต ให้คำชี้แนะ และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม ซึ่ง พิมพันธ์ เฉชะคุปต์ (2544, หน้า 60-61) ที่ได้กล่าวว่าการจัดการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ เป็นกิจกรรมที่พัฒนาศักยภาพด้านสติปัญญา คือฉลาดขึ้น เป็นนักริเริ่มสร้างสรรค์ และนักจัดระเบียบ ทำให้เกิดแรงจูงใจภายในมากกว่าการเรียนแบบท่องจำ ฝึกให้นักเรียนรู้วิธีค้นหาความรู้ แก้ไขปัญหาด้วยตนเอง และช่วยให้จดจำความรู้ได้นานและสามารถถ่ายโอนความรู้ได้ ทั้งนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ ธนปัทย์ ปัทโกมล (2556) ที่ได้ทำการวิจัยเรื่องผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้วิธีสอนแบบ 5E ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถ

ในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนมารีย์วิทยา จังหวัดนครราชสีมา ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนจากวิธีสอนแบบ 5E สูงกว่าของนักเรียนที่เรียนจากวิธีการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้นำปัญหาปลายเปิดมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) โดยนำปัญหาปลายเปิดที่เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ หรือมีวิธีการในการหาคำตอบหลายวิธี มาสอดแทรกในขั้นการสร้างแรงบันดาลใจ เพื่อเป็นการกระตุ้นความสนใจของนักเรียน ทำให้เกิดการท้าทายความคิด เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงการคิดแก้ปัญหา และนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระ ทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับ Nohda (2000, p. 43) ได้กล่าวว่าปัญหาปลายเปิด เป็นปัญหาที่ตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน ทั้งด้านความสามารถและความสนใจ ในการพัฒนาวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน นักเรียนที่มีความสามารถมากจะมีส่วนร่วมในการเรียนเป็นอย่างดี ในขณะที่นักเรียนที่มีความสามารถน้อยก็มีความสุขสนุกสนานในกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดนี้ และยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ Jia and Xin (2004) ที่พบว่าระดับคะแนนและความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มปานกลางและต่ำมีคะแนนเพิ่มขึ้นเป็นที่น่าพอใจ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ จิญาดา อุดมเลิศปรีชา (2557) ที่ได้ทำการวิจัยเรื่องการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” ของนักเรียนโดยเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด ครูควรให้เวลากับนักเรียนในการสร้างองค์ความรู้หรือข้อสรุปมากยิ่งขึ้น โดยเฉพาะในขั้นการสำรวจค้นคว้า (Exploration) เนื่องจากนักเรียนต้องมีเวลาในการศึกษาค้นคว้าลงมือแก้ปัญหา และสร้างองค์ความรู้หรือข้อสรุปในเรื่องนั้น ๆ

2. จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด ควรยกสถานการณ์ปัญหาที่อยู่ใกล้ตัวของนักเรียนและที่มีความทันสมัย จะส่งผลทำให้นักเรียนเห็นความสำคัญของปัญหา ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งในการกระตุ้นให้นักเรียนอยากแสดงความคิดแสดงเหตุผลของตนเอง

ข้อเสนอแนะในการทำการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรนำรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด ไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ เป็นต้น

2. ควรมีการศึกษาค้นคว้าใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียนในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น สถิติ ความน่าจะเป็น หรือ เวกเตอร์ เป็นต้น

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2548). *การจัดการเรียนรู้ของครูนักปฏิบัติ*. กรุงเทพฯ: สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552 ก). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551* (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552 ข). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551* (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552 ค). *เอกสารประกอบหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กิตติ พัฒนตระกูล. (2546). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทย ล้มเหลวจริงหรือ. *วารสารคณิตศาสตร์*, 46(530-532), 54-58.
- กาญจนา บุญส่ง. (2542). *หลักการสอน*. เพชรบุรี: สถาบันราชภัฏเพชรบุรี.
- กาญจนา ต. ไชตสุวรรณ. (2559, 9 สิงหาคม). *ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี*. สัมภาษณ์.
- โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2557). *ผลการประเมิน PISA 2012 คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์ นักเรียนรู้อะไร และทำอะไรได้บ้าง*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.).
- จิตติมา อุดมเลิศปรีชา. (2557). *การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์*.
- จิตติมา ขอบเอียด. (2551). *การใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปริญญาโทศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ*.
- ฉวีวรรณ เสวตมาลย์. (2545). *ชุดปฏิบัติการเรียนรู้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 ม.4-ม.6*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ. (2542). *การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ภาคหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชาติรี ฝ่ายคำตา. (2551). การจัดการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการสืบเสาะความรู้. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร*, 11(1), 33-45.
- ชานนท์ จันทรา. (2554). การประเมินความสามารถทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน. ใน *ประมวลสาระชุดวิชาการจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8-15*. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- ชูศรี วงศ์รัตนะ. (2550). *เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย* (พิมพ์ครั้งที่ 10). กรุงเทพฯ: เทพเนรมิตการพิมพ์.
- โชติกา ภาษีผล. (2558). *การวัดและประเมินผลการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ณัฐพัชร พัวพันศรี. (2559, 9 สิงหาคม). ครูชำนาญการ โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี. สัมภาษณ์.
- ดิษพล เนตรนิมิต. (2558). ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต, สาขาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ทิสนา เขมมณี และคณะ. (2544). *วิทยาการด้านการคิด*. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์.
- ทิสนา เขมมณี. (2556). *ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ* (พิมพ์ครั้งที่ 17). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ธงชัย ชิวปรีชา. (2555). การใช้การสอบจับเคลื่อนการสอน. *นิตยสาร สสวท.*, 40(175), 12-13.
- ชนปัดย์ ปัทโกมล. (2556). ผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้วิธีสอนแบบ 5E ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนมารีย์วิทยา จังหวัดนครราชสีมา. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต, สาขาวิชาศึกษาศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2545). *การวิจัยเบื้องต้น* (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

- บรรพต สุวรรณประเสริฐ. (2544). *การพัฒนาหลักสูตร โดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ*. เชียงใหม่: เชียงใหม่โรงพิมพ์แสงศิลป์.
- ปรีชา เนาว่าเย็นผล. (2543). *กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด, วารสารคณิตศาสตร์, (ฉบับพิเศษ), 28-36.*
- พรพิมล พรพิรชนม์. (2551). *การจัดกระบวนการเรียนรู้*. สงขลา: เทมการพิมพ์.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2538). *การวัดและการประเมิน การเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคอง. (2547). *ประมวลบทความหลักการและแนวทางจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พิชิต ฤทธิจรรณ. (2548). *หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 3)*. กรุงเทพฯ: เฮ้าส์ ออฟ เคอร์มีสท์.
- พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์. (2544). *การเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ: แนวคิด วิธีและเทคนิค การสอน 1*. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์.
- พิชาณิกา เพชรสังข์. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการเรียน การสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2546). *การปฏิรูปกระบวนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียน โดยเน้น กระบวนการทางคณิตศาสตร์*. ขอนแก่น: ขอนแก่นการพิมพ์.
- ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2547). *การสอน โดยใช้วิธีแบบปิดในชั้นเรียนญี่ปุ่น*. *KKU Journal of Mathematics Education*, 1(1), 50-61.
- ราชบัณฑิตยสถาน. (2555). *ศัพท์ศึกษาศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ราชบัณฑิตยสถาน.
- โรงเรียนชลกันยานุกูล. (2557). *หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนชลกันยานุกูล: กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์*. ชลบุรี: โรงเรียนชลกันยานุกูล.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 5)*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

- ล้วน สายยศ, และอังคณา สายยศ. (2543). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- วรรณิ ธรรมโชติ. (2550). *หลักการคณิตศาสตร์*. สงขลา: คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสงขลา.
- วัชร น้อยมี. (2551). *ผลการศึกษารูปแบบพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลของผู้เรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วิชัย เสวกงาม. (2557). ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนใน ศตวรรษที่ 21. *วารสารครุศาสตร์*, 42(2), 207-223.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. ในเอกสารคำสอนวิชา 410541. ชลบุรี: ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์ : หลักสูตร การสอน และการวิจัย*. กรุงเทพฯ: จริยสุนิตวงศ์การพิมพ์.
- ศศิธร แม้นสงวน. (2556). *พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2* (พิมพ์ครั้งที่ 2) กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ศศิธร เวียงวะลัย. (2556). *การจัดการเรียนรู้ (Learning management)*. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2557). *รายงานประจำปี 2557*. เข้าถึงได้จาก <http://www.niets.or.th/th/catalog/view/431>
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2558). *สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้พื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2558*. เข้าถึงได้จาก <http://www.onetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/Login.aspx>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2540). การเรียนการสอนวิทยาศาสตร์ตาม แนวคิด (Constructivism). *วารสาร สสวท.*, 25 (96). 11-15.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2545). *รูปแบบการเรียนการสอนแบบ Inquiry Cycles (5Es)*. เข้าถึงได้จาก <http://biology.ipst.ac.th/?p=688>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). *การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544* (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: บริษัททราฟวิญจำกัด.

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2550). การจัดกระบวนการเรียนรู้แบบวัฏจักรการสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน เพื่อพัฒนากระบวนการคิดระดับสูง. *นิตยสาร สสวท.*, 35(147), 56-58.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ก). *ครุคณิตศาสตร์มีอาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ*. กรุงเทพฯ: บริษัท 3-คิว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ข). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ค). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3)*. กรุงเทพฯ: บริษัท 3-คิว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2557). *สรุปผลการวิจัย โครงการ TIMSS 2011 วิชาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: แอดวานซ์ พรินติ้ง เซอร์วิส จำกัด.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ*. ปรียญานิพนธ์การศึกษาคุษฎีบัณฑิต, สาขาคณิตศาสตร์, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สมบัติ การจนารักพงส์. (2549). *เทคนิคการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ SE ที่เน้นพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง : กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ชารอักษร.
- สาโรช โสภีรักษ์. (2546). *นวัตกรรมการสอนที่ยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ*. กรุงเทพฯ: บู้ค พอยท์.
- สมโภชน์ อเนกสุข. (2553). *วิธีการทางสถิติสำหรับการวิจัย*. ชลบุรี: ภาควิชาวิจัยและวัดผลการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- สุรินทร์ อินทสังข์. (2545). *ปลายเปิด: ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคย*. *วารสารการศึกษาวิทยาศาสตร์คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี*, 31(121), 35-37.
- สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. (2545). *20 วิธีการเรียนรู้: เพื่อพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยมและการเรียนรู้โดยการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ภาพพิมพ์.
- สุวิทย์ มูลคำและอรทัย มูลคำ. (2553). *21 วิธีจัดการเรียนรู้: เพื่อพัฒนากระบวนการคิด (พิมพ์ครั้งที่ 9)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ภาพพิมพ์.
- สุพิน บุญชูวงศ์. (2544). *หลักการสอน (พิมพ์ครั้งที่ 9)*. กรุงเทพฯ: สถาบันราชภัฏสวนดุสิต.
- สาโรจ โสภีรักษ์. (2546). *นวัตกรรมการสอนที่ยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ*. กรุงเทพฯ: บู้คพอยท์.

- อนุวัตร จิรวัดนพาณิช. (2553). *ความสามารถในการคิดอเนกนัยและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด*. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- อมรพันธ์ สำเภา. (2559, 9 สิงหาคม). ครูชำนาญการ โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี. สัมภาษณ์.
- อัครยา สังขจันทร์. (2543). *การสอนเพื่อพัฒนาการให้เหตุผล. คู่มือการเรียนการสอนการคิดวิเคราะห์วิจารณ์ คณะอนุกรรมการส่งเสริมการเรียนการสอนเน้นพัฒนา ความคิดวิเคราะห์วิจารณ์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2552). *รายงานการวิจัยเรื่องการพัฒนาโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง (พิมพ์ครั้งที่ 1)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ (พิมพ์ครั้งที่ 2)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อารีย์ วชิรวราการ. (2542). *การวัดและการประเมินผลการเรียน*. กรุงเทพฯ: สถาบันราชภัฏธนบุรี.
- Akihiko, T. (2000). *Open-ended problem solving enriched by the Internet*. Retrieved from http://mste.illinois.edu/users/aki/open_ended/
- Baroody, A. J. (1993). *Problem solving, reasoning and communicating, K-8: Helping children think mathematically*. New York: Macmillan Publishing.
- Becker, J. P. and Shimada, S. (1997). *The open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics*. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Bybee, R. W. et al. (2006). *The BSCS 5E instructional model: Origins and Effectiveness*. Colorado Springs, CO: BSCS.
- Cooney, T. J. (n.d.). *Why use open-ended question in mathematics*. Retrieved from www.heinemann.com
- Foong, P. Y. (2000). Open-ended problems for higher-order thinking in mathematics. *Teaching and Learning*, 20(2), 49-57.

- Jia, L. Q. & Xin, C. C. (2004). *The open-ended approach in reforming traditional teaching: taking learning plane geometry as an example*. Retrieved from www.icme-organisers.dk/tsg14/TSG14-14.pdf.
- Krulik, S. & Rudnich, J. A. (1993). *Reasoning and Problem solving: A handbook for elementary school teachers*. Boston: Allyn and Bacon.
- Krulik, S. & Rudnich, J. A. (1996). *The new sourcebook for teaching reasoning and problem solving in junior and high school*. Boston, MA: Allyn and Bacon.
- Lubienski, S. T. (2001). *Class, Ethnicity, Culture and Mathematical problem solving (One U.S. Perspective)*. Paper Presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association. from <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED460861.pdf>
- Nohda, N. (2000). *Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom*. Japan: ERIC.
- O' Daffer, P. D. (1990). Activities: Inductive and Deductive reasoning. *Mathematics Teacher*, 84(5), 378-384.
- Selma, P. (2009). *Impact of 5E learning cycle on sixth grade students' mathematics achievement on and attitudes toward mathematics*. Retrieved from <http://etd.lib.metu.edu.tr/upload/12611235/index.pdf>
- Stiggins, R. (1997). *Student-centered classroom assessment* (2nd ed.). New Jersey: Prentice-Hall.
- Takahashi, A. (2000, 24 April). *Open-ended problem solving enriched by the internet*. Retrieved from http://mste.illinois.edu/users/aki/open_ended/
- The National Council of Teacher of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation standards for school mathematics*. Reston, Virginia: The National Council of Teacher of Mathematics.
- Tuna, A. & Kacar, A. (2013). The effect of 5E leaning cycle model in teaching trigonometry on students' academic achievement and the permanence of their knowledge. *International Journal on New Trend in Education and Their Implications*, 4(1), 73-87
- Wilson, J. W. (1971). Evaluation of learning in secondary school mathematics. In B.S. Bloom, J. T. Hastings & G. F. Madaus (Eds.), *Handbook on formative and summative evaluation of student learning* (643-694). New York: McGraw-Hill.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ
 - สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือที่ใช้
- ในการวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

- | | |
|---------------------------------|--|
| 1. อาจารย์ ดร.ผลาคร สุวรรณโพธิ์ | <p>อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์
ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา</p> |
| 2. อาจารย์ ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์ | <p>อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์
ภาควิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา</p> |
| 3. อาจารย์ ดร.รัชนิกร ชลไชยะ | <p>ตำแหน่ง อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์
คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา</p> |
| 4. นายสุจินต์ ชลิตตาภรณ์ | <p>ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี</p> |
| 5. นางณัฏฐพัชร พัวพันศรี | <p>ตำแหน่ง ครูชำนาญการ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี</p> |

๑-14



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๙, ๒๐๖๙
 ที่ ศธ ๖๒๑๘.๔/๑๕๔๑ วันที่ ๒๐ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๕๙
 เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการทำวิจัย
 เรียน ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์

ด้วยนางสาวชญาณิชฐ์ นวลนุช นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ๕ ขั้นตอน (๕ES) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.พรรณทิพา ตันตินัย ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัยในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
 รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
 คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

๑-15



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๙, ๒๐๖๙
 ที่ ศธ ๖๒๑๘.๔/๑๕๕๑ วันที่ ๒๐ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๕๙
 เรื่อง ขออนุมัติโครงการในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการทำวิจัย
 เรียน ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์

ด้วยนางสาวชญาณิช นวลนุช นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ๕ ขั้นตอน (๕ES) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.พรรณทิพา ตันตินัย ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัยในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขออนุมัติจากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้



(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
 รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
 คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

๑-16



ที่ ศธ ๖๒๑๘.๔/ก.๑๔๖๑

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๖ ธันวาคม ๒๕๕๙

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.รัชนิกร ชลไชยะ

สิ่งที่ส่งมาด้วย คำโครงการวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวชฎานิษฐ์ นวลนุช นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ๕ ขั้นตอน (๕ES) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.พรรณทิพา ตันตินัย ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัยในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๖-๕๔๗๙๖๐๕

๑-๑๗



ที่ ศธ ๖๒๑๘.๔/๖.๖๖๒๖

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๖ ธันวาคม ๒๕๕๙

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นายสุจินต์ ชลิตดาภรณ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวชญานิษฐ์ นวลนุช นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ๕ ขั้นตอน (๕ES) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.พรหมทิพา ตันตินัย ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัยในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าท่านจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๖-๕๔๗๙๖๐๕

ด-18



ที่ ศธ ๖๒๑๘.๔/ว ๑๐๒๑

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.สิงหนครบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๐ ธันวาคม ๒๕๕๙

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางณัฏฐพัชร พัวพันศรี

สิ่งที่ส่งมาด้วย คำาโครงการวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวชญานิษฐ์ นวลนุช นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ๕ ขั้นตอน (๕ES) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.พรรณทิพา ตันตินัย ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัยในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศรีสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๖-๕๔๗๙๖๐๕



ที่ ศธ ๖๒๑๘/ ๒๐๒

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๖ มกราคม ๒๕๖๐

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนชลกันยานุกูล

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวชญานิษฐ์ นवलนุช นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง
“ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ๕ ขั้นตอน (๕ES) ร่วมกับการใช้
ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” ในความควบคุมดูแลของ ดร.พรรติพา ตันตัญญ์
ประธานกรรมการมีความประสงค์ ขออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔/๕ โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่าง
วันที่ ๒๗ มกราคม พ.ศ. ๒๕๖๐ - ๓ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๖๐ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอน
การพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่า
คงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไชยบูรณ์ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน

ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๓๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัยโทร ๐๘๖-๕๕๗๙๖๐๕

ที่ ศธ ๖๒๑๘/๒๖๕



คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.สิงหนครบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑๑ มกราคม ๒๕๖๐

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนชลกันยานุกูล

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวชญาณิชฐ์ นวลนุช นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ๕ ขั้นตอน (๕ES) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ ๔” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.พรรณทิพา ตันตินัย ประธานกรรมการ มีความประสงค์ขออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔/๗ โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๖ กุมภาพันธ์ พ.ศ.๒๕๖๐ ถึงวันที่ ๒๔ กุมภาพันธ์ พ.ศ.๒๕๖๐ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านตอนการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙, ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

โทรผู้วิจัย ๐๘๖-๕๔๗๙๖๐๕

ภาคผนวก ข

- ตัวอย่างแบบประเมินแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับผู้เชี่ยวชาญ
- ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด
 - แนวทางคำตอบใบกิจกรรมของตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด
 - แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน
 - แนวทางคำตอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน

แบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คำชี้แจง

แบบประเมินนี้เป็นแบบประเมินแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมและความถูกต้องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยให้ผู้เชี่ยวชาญทำเครื่องหมาย ✓ ลงในแบบประเมินในช่องที่ตรงกับระดับความคิดเห็นของท่าน ซึ่งแบ่งออกเป็น 5 ระดับ ดังนี้

5	หมายถึง	มีความเหมาะสมมากที่สุด
4	หมายถึง	มีความเหมาะสมมาก
3	หมายถึง	มีความเหมาะสมปานกลาง
2	หมายถึง	มีความเหมาะสมน้อย
1	หมายถึง	มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง ฟังก์ชันประกอบ

รายการประเมิน	ระดับความเหมาะสม					ข้อเสนอแนะ
	5	4	3	2	1	
1. ผลการเรียนรู้						
3. จุดประสงค์การเรียนรู้						
4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอดหลัก						
5. สาระการเรียนรู้						
6. กิจกรรมการเรียนรู้						
6.1 ขั้นสร้างความสนใจ						
6.2 ขั้นสำรวจค้นคว้า						
6.3 ขั้นการอธิบาย						
6.4 ขั้นการขยายความรู้						
6.5 ขั้นการประเมินผล						
7. สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งเรียนรู้						
8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้						

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 7

หน่วยการเรียนรู้	ฟังก์ชัน	เรื่อง ฟังก์ชันประกอบ
รายวิชา ค31202	คณิตศาสตร์เพิ่มเติม	กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4		เวลา 2 คาบ

ผลการเรียนรู้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้
2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ หลังจากเรียนจบคาบนี้แล้วนักเรียน
 - 1.1 สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันประกอบได้
 - 1.2 สามารถหาคำตอบของฟังก์ชันประกอบได้
2. ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หลังจากเรียนจบคาบนี้แล้วนักเรียน
 - 2.1 สามารถให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบของฟังก์ชันประกอบได้
3. ด้านคุณลักษณะ หลังจากเรียนจบคาบนี้แล้วนักเรียน
 - 3.1 มีความกระตือรือร้น

สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอดหลัก

บทนิยาม ให้ f และ g เป็นฟังก์ชัน และ $R_f \cap D_g \neq \emptyset$

ฟังก์ชันประกอบ (composite function) ของ f และ g เขียนแทนด้วย $g \circ f$ คือฟังก์ชันที่โดเมนคือ

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

และกำหนด $g \circ f$ โดย

$$g \circ f(x) = g(f(x)) \quad \text{สำหรับทุก } x \text{ ใน } D_{g \circ f}$$

สาระการเรียนรู้

บทนิยาม ให้ f และ g เป็นฟังก์ชัน และ $R_f \cap D_g \neq \emptyset$

ฟังก์ชันประกอบ (composite function) ของ f และ g เขียนแทนด้วย $g \circ f$ คือฟังก์ชันที่โดเมนคือ

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

และกำหนด $g \circ f$ โดย

$$g \circ f(x) = g(f(x)) \quad \text{สำหรับทุก } x \text{ ใน } D_{g \circ f}$$

ตัวอย่างที่ 1 ให้ $f = \{(1,2), (3,4), (5,6)\}$ และ $g = \{(2,3), (4,5), (6,7)\}$

$$g \circ f = \{(1,3), (3,5), (5,7)\} \text{ เป็นฟังก์ชัน}$$

$$D_{g \circ f} = \{1, 3, 5\}$$

$$f \circ g = \{(3,4), (5,6)\} \text{ เป็นฟังก์ชัน}$$

$$D_{f \circ g} = \{3, 5\}$$

ตัวอย่างที่ 2 ให้ $f = \{(1,2), (3,4), (5,6)\}$ และ $g = \{(7,8), (9,8), (1,-7)\}$

ไม่สามารถหา $g \circ f$ ได้

และ ไม่สามารถหา $f \circ g$ ได้

ตัวอย่างที่ 3 ให้ $f(x) = x^2 - 3$ และ $g(x) = x + 2$

$$g \circ f(x) = x^2 - 1 \text{ เป็นฟังก์ชัน และ } D_{g \circ f} = \mathbb{R}$$

$$f \circ g(x) = x^2 + 4x + 1 \text{ เป็นฟังก์ชัน และ } D_{f \circ g} = \mathbb{R}$$

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นสร้างความสนใจ

1. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับการหาผลคูณกับผลหารของฟังก์ชัน โดยครูใช้คำถามดังนี้

- การดำเนินการของฟังก์ชันมีวิธีการอย่างไร

- ยกตัวอย่างฟังก์ชันมา 2 ฟังก์ชัน แล้วหาผลคูณและผลหารของฟังก์ชันทั้ง 2 นี้

จากนั้นให้นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับการดำเนินการของฟังก์ชัน

2. ครูยกสถานการณ์ปัญหา ดังนี้

สามีภรรยาคนหนึ่งต้องการเดินทางไปท่องเที่ยวที่เชียงใหม่และเชียงรายโดยเขาจะไปเชียงรายหรือเชียงใหม่ก่อนก็ได้ ซึ่งเขาจะเดินทางจากชลบุรีไปต่อรถที่กรุงเทพฯ ได้ 3 ที่ คือ หมอชิต เอกมัย และดอนเมือง จากกรุงเทพฯ ไปที่เชียงใหม่ 1 สาย และจากกรุงเทพฯ ไปเชียงรายได้อีก 1 สาย เขาจะมีวิธีในการเลือกเดินทางได้กี่วิธี โดยเขาต้องเดินทางผ่านกรุงเทพฯ ก่อน

ขั้นสำรวจค้นคว้า

3. ครูให้นักเรียนจับกลุ่มกลุ่มละ 4-5 คน แบบคละความสามารถ (เก่ง-กลาง-อ่อน) แล้วให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ปัญหาดังกล่าวว่าสามักรรยาคุณีเขาจะมีวิธีการเดินทางท่องเที่ยวไปเชียงใหม่และเชียงรายโดยวิธีใดได้บ้าง พร้อมเขียนลงไปใบบกิจกรรมที่ 7 ตอนที่ 1 ข้อที่ 1

4. ครูนำวิธีการเดินทางของสามักรรยาที่นักเรียนได้มาแยกเป็น 2 ประเภท คือ แบบที่ 1 เป็นฟังก์ชันประกอบและแบบที่ 2 ไม่เป็นฟังก์ชันประกอบ โดยครูเขียนใส่ในตารางใบบกิจกรรมที่ 7 ตอนที่ 1 ข้อที่ 2 ของนักเรียนแต่ละกลุ่มและให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันหาข้อสรุป โดยกำหนดให้ A เป็นเซตของสถานที่ที่ขึ้นรถที่ชลบุรี B เป็นเซตของสถานที่ที่ขึ้นรถที่กรุงเทพ และ C เป็นเซตของสถานที่ปลายทางเชียงใหม่และเชียงราย และตอบคำถาม ดังนี้

- ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันประกอบมีลักษณะร่วมกันอย่างไร เพราะเหตุใด
- ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันประกอบกับที่ไม่เป็นฟังก์ชันประกอบแตกต่างกัน

อย่างไร เพราะเหตุใด

- สรุปความหมายของฟังก์ชันประกอบได้ว่าอย่างไร และมีสัญลักษณ์อย่างไร

โดยครูคอยสังเกต ให้คำชี้แนะ และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถามข้อสงสัย

ขั้นการอธิบาย

5. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอข้อสรุปที่แต่ละกลุ่มได้ เกี่ยวกับปัญหาที่ให้แก้ และสรุปเกี่ยวกับฟังก์ชันประกอบ เมื่อนำเสนอครบทุกกลุ่มแล้ว จากนั้นให้เพื่อนนักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันพิจารณาว่าข้อสรุปที่ได้เหมือนกันหรือแตกต่างกันหรือไม่ เพราะเหตุใด หากข้อสรุปที่ยังไม่สมบูรณ์ครูและเพื่อนนักเรียนร่วมกันแก้ไข เพิ่มเติม เพื่อได้ข้อสรุปที่ถูกต้องและสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขั้นการขยายความรู้

6. ครูให้นักเรียนทำใบบกิจกรรมที่ 7 ตอนที่ 2 พร้อมกับให้เหตุผลประกอบ และให้เพื่อนนักเรียนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง และร่วมกันอภิปรายถึงวิธีการและคำตอบที่ได้

ขั้นการประเมินผล

7. ครูตรวจสอบความรู้จากที่เรียนผ่านมา โดยใช้คำถามดังนี้

- ฟังก์ชันประกอบมีลักษณะเป็นอย่างไร
- ให้ยกฟังก์ชันมา 2 ฟังก์ชัน และให้หาฟังก์ชันประกอบ พร้อมทั้งให้เหตุผล

ประกอบ

8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 7 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน

สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 7 เรื่อง ฟังก์ชันประกอบ
2. แบบฝึกหัดที่ 7 เรื่อง ฟังก์ชันประกอบ

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์
1. สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันประกอบได้	การตรวจใบกิจกรรมที่ 7	ใบกิจกรรมที่ 7	นักเรียนทำใบกิจกรรมได้ถูกต้อง ร้อยละ 70 ขึ้นไป
2. สามารถหาคำตอบของฟังก์ชันประกอบได้	การตรวจใบกิจกรรมที่ 7	ใบกิจกรรมที่ 7	นักเรียนทำใบกิจกรรมได้ถูกต้อง ร้อยละ 70 ขึ้นไป
3. สามารถให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบของฟังก์ชันประกอบได้	การตรวจใบกิจกรรมที่ 7 และแบบฝึกหัดที่ 7	ใบกิจกรรมที่ 7 และแบบฝึกหัดที่ 7	นักเรียนทำใบกิจกรรมได้ถูกต้อง ร้อยละ 70 ขึ้นไป
4. มีความกระตือรือร้น	การสังเกตพฤติกรรมการมีความกระตือรือร้น	แบบสังเกตพฤติกรรมด้านความกระตือรือร้น	มีผลการสังเกตอยู่ในระดับพอใช้ขึ้นไป

เกณฑ์การประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	- เขียนอธิบายแสดงแนวคิดโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผลอย่างถูกต้องสมบูรณ์สมเหตุสมผล
2 ดี	- เขียนอธิบายแสดงแนวคิดโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผลถูกต้องเกือบสมบูรณ์
1 พอใช้	- เขียนอธิบายแสดงแนวคิดโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผลถูกต้องบางส่วน
0 ต้องปรับปรุง	- เขียนอธิบายแสดงแนวคิดไม่สมเหตุสมผล หรือ - ไม่มีร่องรอยในการทำ

แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่....ห้อง

คำชี้แจง ให้ทำเครื่องหมาย ✓ ที่ตรงกับระดับพฤติกรรมที่ต้องการสังเกตมากที่สุด

เลขที่	ชื่อ - สกุล	การมีความกระตือรือร้น			รวม
		2	1	0	

ลงชื่อ.....ผู้สังเกต

(.....)

เกณฑ์การสังเกตพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน

พฤติกรรม การเรียน	คะแนน	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
การมีความ กระตือรือร้น	2 (ดี)	สนใจในการเรียนและมีส่วนร่วมในการตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียนทุกครั้ง
	1 (พอใช้)	สนใจในการเรียน และมีส่วนร่วมในการตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียนบางครั้ง
	0 (ปรับปรุง)	ไม่สนใจในการเรียนและไม่มีส่วนร่วมในการตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียน

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันประกอบและสามารถหาคำตอบของฟังก์ชันประกอบได้ อธิบายได้ว่าความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันประกอบกับที่ไม่เป็นฟังก์ชันประกอบแตกต่างกันอย่างไร เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกหัด นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้ฟังก์ชันประกอบกับโจทย์ที่มีความซับซ้อนมากขึ้นได้ และสามารถนำความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันประกอบไปใช้ในการให้เหตุผลได้อย่างถูกต้อง

เมื่อครูใช้ปัญหาปลายเปิดกับนักเรียน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่กระตือรือร้นในค้นคว้าหาวิธีการแก้โจทย์ กล่าวที่จะตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นของตนเองมากขึ้น เมื่อถึงขั้นให้นักเรียนขยายความรู้ของตนเอง นักเรียนสามารถตอบคำถามได้เป็นอย่างดี

นักเรียนทุกคนให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี และมีความรับผิดชอบในการทำงาน โดยนักเรียนส่วนใหญ่สนใจในการเรียน มีส่วนร่วมในการตอบคำถามและแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียนทุกครั้ง

ลงชื่อ.....ผู้สอน

(นางสาวชญาณีษฐ์ นวลนุช)

2. ให้นักเรียนสังเกตวิธีการเดินทางของสามภรรยาและความเป็นสัมพันธ์ต่อไปนี้ โดยกำหนดให้ A เป็นเขตของสถานที่ที่ขึ้นรถที่ชลบุรี B เป็นเขตของสถานที่ขึ้นรถที่กรุงเทพ และ C เป็นเขตของสถานที่ปลายทางเชียงใหม่และเชียงราย และตอบคำถาม

ฟังก์ชันประกอบ

ไม่เป็นฟังก์ชันประกอบ

จงตอบคำถาม

1) ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันประกอบมีลักษณะร่วมกันอย่างไร เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

2) ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันประกอบกับที่ไม่เป็นฟังก์ชันประกอบแตกต่างกันอย่างไร เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

3) สรุปความหมายของฟังก์ชันประกอบได้ว่าอย่างไร และมีสัญลักษณ์อย่างไร

.....

.....

.....

ตอนที่ 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ให้ $f = \{(-3,1), (0,4), (2,0)\}$, $g = \{(-3,2), (1,2), (2,6)\}$ และ $h = \{(2,4), (1,0)\}$

1) $f \circ g$

2) $g \circ f$

.....
.....
.....
.....

3) $f \circ h$

4) $h \circ g$

.....
.....
.....

2. ให้ $f(x) = 3x - 5$ และ $g(x) = 1 - x^2$ จงหาค่าของ

1) $f(g(0))$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) $f(f(4))$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) $(g \circ f)(-2)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบฝึกหัดที่ 7
เรื่องฟังก์ชันประกอบ

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมบอกเหตุผลประกอบ

1. ให้ $f = \{(-2,2), (-1,1), (0,3)\}$, $g = \{(2,2), (1,-1), (3,6)\}$ และ $h = \{(-2,4), (3,0)\}$ จงหาฟังก์ชันประกอบต่อไปนี้ว่าสามารถหาได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

1) $f \circ g$

.....
.....
.....
.....

2) $g \circ f$

.....
.....
.....
.....

3) $f \circ h$

.....
.....
.....
.....

4) $h \circ g$

.....
.....
.....
.....

2. ให้ $f(x) = 2x^2 + 2$, $g(x) = 5 - x$ และ $h(x) = |x - 1|$ จงหาว่าสามารถหา $(h \circ g \circ f)(4)$ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

เฉลย

ใบกิจกรรมที่ 7

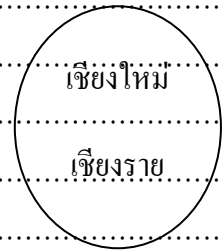
เรื่องฟังก์ชันประกอบ

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาปัญหาดังต่อไปนี้พร้อมทั้งตอบคำถาม

ตอนที่ 1

1. สามีมักรรยาคู่หนึ่งต้องการเดินทางไปที่ท่องเที่ยวที่เชียงใหม่และเชียงรายโดยเขาจะไปเชียงรายหรือเชียงใหม่ก่อนก็ได้ ซึ่งเขาจะเดินทางจากชลบุรีไปต่อรถที่กรุงเทพฯ ได้ 3 ที่ คือ หมอชิต เอกมัย และดอนเมือง จากกรุงเทพฯ ไปที่เชียงใหม่ 1 สาย และจากกรุงเทพฯ ไปเชียงรายได้อีก 1 สาย เขาจะมีวิธีการเลือกเดินทางได้กี่วิธี โดยเขาต้องเดินทางผ่านกรุงเทพฯ ก่อน

วิธีการเดินทาง คือ



- | | |
|---|--|
| {(พัทยา, หมอชิต), (หมอชิต, เชียงใหม่)} | {(พัทยา, หมอชิต), (หมอชิต, เชียงราย)} |
| {(พัทยา, เอกมัย), (เอกมัย, เชียงใหม่)} | {(พัทยา, เอกมัย), (เอกมัย, เชียงราย)} |
| {(พัทยา, ดอนเมือง), (ดอนเมือง, เชียงใหม่)} | {(พัทยา, ดอนเมือง), (ดอนเมือง, เชียงราย)} |
| {(บางแสน, หมอชิต), (หมอชิต, เชียงใหม่)} | {(บางแสน, หมอชิต), (หมอชิต, เชียงราย)} |
| {(บางแสน, เอกมัย), (เอกมัย, เชียงใหม่)} | {(บางแสน, เอกมัย), (เอกมัย, เชียงราย)} |
| {(บางแสน, ดอนเมือง), (ดอนเมือง, เชียงใหม่)} | {(บางแสน, ดอนเมือง), (ดอนเมือง, เชียงราย)} |
| {(สัตหีบ, หมอชิต), (หมอชิต, เชียงใหม่)} | {(สัตหีบ, หมอชิต), (หมอชิต, เชียงราย)} |
| {(สัตหีบ, เอกมัย), (เอกมัย, เชียงใหม่)} | {(สัตหีบ, เอกมัย), (เอกมัย, เชียงราย)} |
| {(สัตหีบ, ดอนเมือง), (ดอนเมือง, เชียงใหม่)} | {(สัตหีบ, ดอนเมือง), (ดอนเมือง, เชียงราย)} |

2. ให้นักเรียนสังเกตวิธีการเดินทางของสามภรรยาและความเป็นสัมพันธ์ต่อไปนี้ โดยกำหนดให้ A เป็นเซตของสถานที่ที่ขึ้นรถที่ชลบุรี B เป็นเซตของสถานที่ที่ขึ้นรถที่กรุงเทพฯ และ C เป็นเซตของสถานที่ปลายทางเชียงใหม่และเชียงราย และตอบคำถาม

ฟังก์ชันประกอบ		
<p>{(พัทยา, หมอชิต), (หมอชิต, เชียงใหม่)}</p> <p>{(บางแสน, คอนเมือง), (คอนเมือง, เชียงใหม่)}</p> <p>{(สัตหีบ, เอกมัย), (เอกมัย, เชียงราย)}</p>		
<p>{(พัทยา, เอกมัย), (เอกมัย, เชียงใหม่)}</p> <p>{(บางแสน, หมอชิต), (หมอชิต, เชียงใหม่)}</p> <p>{(สัตหีบ, เอกมัย), (เอกมัย, เชียงใหม่)}</p>		
<p>{(พัทยา, เอกมัย), (เอกมัย, เชียงราย)}</p> <p>{(บางแสน, หมอชิต), (หมอชิต, เชียงราย)}</p> <p>{(สัตหีบ, คอนเมือง), (คอนเมือง, เชียงใหม่)}</p>		
ไม่เป็นฟังก์ชันประกอบ		
<p>{(พัทยา, หมอชิต), (หมอชิต, เชียงใหม่)}</p> <p>{(พัทยา, เอกมัย), (เอกมัย, เชียงใหม่)}</p> <p>{(สัตหีบ, เอกมัย), (เอกมัย, เชียงราย)}</p>		
<p>{(พัทยา, คอนเมือง), (คอนเมือง, เชียงใหม่)}</p> <p>{(บางแสน, คอนเมือง), (คอนเมือง, เชียงราย)}</p> <p>{(สัตหีบ, คอนเมือง), (คอนเมือง, เชียงใหม่)}</p>		
<p>{(พัทยา, หมอชิต), (หมอชิต, เชียงใหม่)}</p> <p>{(บางแสน, หมอชิต), (หมอชิต, เชียงใหม่)}</p> <p>{(สัตหีบ, หมอชิต), (หมอชิต, เชียงราย)}</p>		

2. ให้ $f(x) = 3x - 5$ และ $g(x) = 1 - x^2$ จงหาค่าของ

1) $f(g(0))$

จาก $f(x) = 3x - 5$ เป็นฟังก์ชัน

และ $g(x) = 1 - x^2$ เป็นฟังก์ชัน

จะได้ $f(g(x)) = f(1 - x^2)$

$$= 3(1 - x^2) - 5$$

$$= 3 - 3x^2 - 5$$

$f(g(x)) = -3x^2 - 2$ เป็นฟังก์ชัน

$$f(g(0)) = -3(0)^2 - 2 = -2$$

ดังนั้น $f(g(0)) = -2$

2) $f(f(4))$

จาก $f(x) = 3x - 5$ เป็นฟังก์ชัน

จะได้ $f(f(x)) = f(3x - 5)$

$$= 3(3x - 5) - 5$$

$$= 9x - 15 - 5$$

$f(f(x)) = 9x - 20$ เป็นฟังก์ชัน

$$f(f(4)) = 9(4) - 20 = 16$$

ดังนั้น $f(f(4)) = 16$

3) $(g \circ f)(-2)$

จาก $f(x) = 3x - 5$ เป็นฟังก์ชัน

และ $g(x) = 1 - x^2$ เป็นฟังก์ชัน

จะได้ $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(3x - 5)$

$$= 1 - (3x - 5)^2$$

$$= 1 - (9x^2 - 30x + 25) = 1 - 9x^2 + 30x - 25$$

$(g \circ f)(x) = -9x^2 + 30x - 24$ เป็นฟังก์ชัน

$$(g \circ f)(-2) = -9(-2)^2 + 30(-2) - 24 = -120$$

ดังนั้น $(g \circ f)(-2) = -120$

เฉลย

แบบฝึกหัดที่ 7

เรื่องฟังก์ชันประกอบ

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมบอกเหตุผลประกอบ

1. ให้ $f = \{(-2,2), (-1,1), (0,3)\}$, $g = \{(2,2), (1,-1), (3,6)\}$ และ $h = \{(-2,4), (3,0)\}$ จงหาฟังก์ชันประกอบต่อไปนี้ว่าสามารถหาได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

1) $f \circ g$

2) $g \circ f$

.....
จาก $f = \{(-2,2), (-1,1), (0,3)\}$
.....
และ $g = \{(2,2), (1,-1), (3,6)\}$
.....
จะได้ $f \circ g = \{(1,1)\}$
.....

.....
จาก $f = \{(-2,2), (-1,1), (0,3)\}$
.....
และ $g = \{(2,2), (1,-1), (3,6)\}$
.....
จะได้ $g \circ f = \{(-2,2), (-1,-1), (0,6)\}$
.....

3) $f \circ h$

4) $h \circ g$

.....
จาก $f = \{(-2,2), (-1,1), (0,3)\}$
.....
และ $h = \{(-2,4), (3,0)\}$
.....
จะได้ $f \circ h = \{(3,3)\}$
.....

.....
จาก $g = \{(2,2), (1,-1), (3,6)\}$
.....
และ $h = \{(-2,4), (3,0)\}$
.....
จะได้ $h \circ g = \emptyset$
.....

2. ให้ $f(x) = 2x^2 + 2$, $g(x) = 5 - x$ และ $h(x) = |x - 1|$ จงหาว่าสามารถหา $h \circ g \circ f(4)$ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....
สามารถหา $(h \circ g \circ f)(4)$ ได้
.....
เพราะ จาก $f(x) = 2x^2 + 2$ เป็นฟังก์ชัน
.....
 $g(x) = 5 - x$ เป็นฟังก์ชัน
.....
และ $h(x) = |x - 1|$ เป็นฟังก์ชัน
.....
จะได้ $(h \circ g \circ f)(x) = h(g(f(x)))$
.....
จาก $g(f(x)) = g(2x^2 + 2) = 5 - (2x^2 + 2) = -2x^2 + 3$
.....
 $h(g(f(x))) = h(-2x^2 + 3) = |-2x^2 + 3 - 1| = |-2x^2 + 2|$
.....
 $h(g(f(x))) = |-2x^2 + 2|$ เป็นฟังก์ชัน
.....
 $(h \circ g \circ f)(4) = |-2(4)^2 + 2| = 30$
.....

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
เรื่องฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

1. ความสัมพันธ์ $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 + 2x + 1\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

2. ให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 4, 9\}$ และ $f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 9)\}$ เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

3. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $B = \{2, 3, 4\}$ จงหาว่า $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 2)\}$ เป็นฟังก์ชันทั่วถึงหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

4. $f(x) = \sqrt{x+1}$ เป็นฟังก์ชัน 1-1 หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

5. $f(x) = -\frac{x^2}{12}$; $[0, \infty)$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

6. ให้ $f(x) = 9x + 2$, $g(x) = 5x^2 - 3$ หาคำตอบของ $(g - f)(x)$ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

7. ให้ $f(x) = |x + 4|$, $g(x) = 3$ หาคำตอบของ $\frac{f}{g}(x)$ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

8. ให้ $f(x) = 3x - 5$, $g(x) = |x^2|$ หาคำตอบของ $(g \circ f)(x)$ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

9. $f(x) = 2x$ และ $g(x) = \frac{x}{2}$ เป็นฟังก์ชันผกผันของกันและกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางคำตอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
เรื่องฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

1. ความสัมพันธ์ $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 + 2x + 1\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

วิธีทำ

ให้ x, y และ z เป็นจำนวนจริง

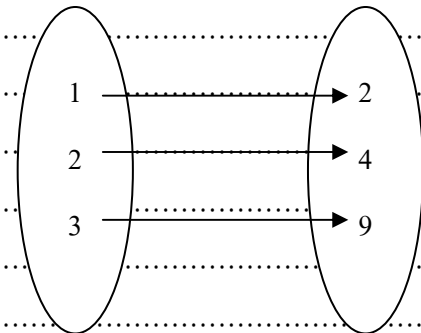
จาก $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$

จะได้ $y = x^2 + 2x + 1$ และ $z = x^2 + 2x + 1$

สรุปได้ว่า $y = z$

ดังนั้น r เป็นฟังก์ชัน เพราะ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ แล้ว $y = z$

2. ให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 4, 9\}$ และ $f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 9)\}$ เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่ เพราะเหตุใด

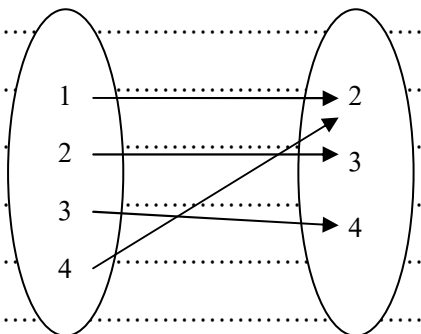


ฟังก์ชัน f มีโดเมนของฟังก์ชันคือ $\{1, 2, 3\} \subset A \neq A$

และมีเรนจ์ของฟังก์ชันคือ $\{2, 4, 9\} \not\subset B$

ดังนั้น f ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B

3. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $B = \{2, 3, 4\}$ จงหาว่า $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 2)\}$ เป็นฟังก์ชันทั่วถึงหรือไม่ เพราะเหตุใด



ฟังก์ชัน f มีโดเมนของฟังก์ชันคือ $\{1, 2, 3, 4\} = A$

และมีเรนจ์ของฟังก์ชันคือ $\{2, 3, 4\} = B$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันทั่วถึง เพราะ f เป็นฟังก์ชันที่มี

A เป็นโดเมนและ B เป็นเรนจ์

4. $f(x) = \sqrt{x+1}$ เป็นฟังก์ชัน 1-1 หรือไม่ เพราะเหตุใด

วิธีทำ

ให้ x_1 และ x_2 เป็นจำนวนจริง

สมมติให้ $f(x_1) = f(x_2)$

จะได้ว่า $\sqrt{x_1+1} = \sqrt{x_2+1}$

$$x_1 + 1 = x_2 + 1$$

$$x_1 = x_2$$

เนื่องจาก ถ้า $f(x_1) = f(x_2)$ แล้ว $x_1 = x_2$

ดังนั้น $f(x) = \sqrt{x+1}$ เป็นฟังก์ชัน 1-1

5. $f(x) = -\frac{x^2}{12}$; $[0, \infty)$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด เพราะเหตุใด

วิธีทำ ให้ x_1 และ x_2 เป็นจำนวนจริง โดยที่ $x_1 < x_2$

จาก $x_1 < x_2$

$$x_1^2 < x_2^2$$

$$\frac{x_1^2}{12} < \frac{x_2^2}{12}$$

$$-\frac{x_1^2}{12} > -\frac{x_2^2}{12}$$

จะได้ $f(x_1) > f(x_2)$

เนื่องจาก $x_1 \in [0, \infty)$ และ $x_2 \in [0, \infty)$ ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) > f(x_2)$ จะเป็น

ฟังก์ชันลด

ดังนั้น $f(x) = -\frac{x^2}{12}$; $[0, \infty)$ เป็นฟังก์ชันลด

6. ให้ $f(x) = 9x + 2$, $g(x) = 5x^2 - 3$ หาคำตอบของ $(g-f)(x)$ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

วิธีทำ จาก $f(x) = 9x + 2$ เป็นฟังก์ชัน

และ $g(x) = 5x^2 - 3$ เป็นฟังก์ชัน

จะได้ $(g-f)(x) = g(x) - f(x)$

$$= (5x^2 - 3) - (9x + 2)$$

$(g-f)(x) = 5x^2 - 9x - 5$ เป็นฟังก์ชัน

ดังนั้น $(g-f)(x) = 5x^2 - 9x - 5$

7. ให้ $f(x) = |x + 4|$, $g(x) = 3$ หาคำตอบของ $\frac{f}{g}(x)$ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

วิธีทำ จาก $f(x) = |x + 4|$ เป็นฟังก์ชัน

และ $g(x) = 3$ เป็นฟังก์ชัน

$$\text{จะได้ } \frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$= \frac{|x + 4|}{3}$$

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{|x + 4|}{3} \text{ เป็นฟังก์ชัน}$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{f}{g}(x) = \frac{|x + 4|}{3}$$

8. ให้ $f(x) = 3x - 5$, $g(x) = |x^2|$ หาคำตอบของ $(g \circ f)(x)$ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

วิธีทำ จาก $f(x) = 3x - 5$ เป็นฟังก์ชัน

และ $g(x) = |x^2|$ เป็นฟังก์ชัน

$$\text{จะได้ } (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$= |(3x - 5)^2| = |9x^2 - 30x + 25| \text{ เป็นฟังก์ชัน}$$

$$\text{ดังนั้น } (g \circ f)(x) = |9x^2 - 30x + 25|$$

9. $f(x) = 2x$ และ $g(x) = \frac{x}{2}$ เป็นฟังก์ชันผกผันของกันและกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

วิธีทำ เขียน f ให้รูปในรูปเซต จะได้ $f = \{(x, y) | y = 2x\}$

$$\text{จะได้ } f^{-1} = \{(x, y) | x = 2y\} = \{(x, y) | y = \frac{x}{2}\}$$

ให้ x, y และ z เป็นจำนวนจริงใดๆ ซึ่ง $(x, y) \in f^{-1}$ และ $(x, z) \in f^{-1}$

$$\text{จะได้ว่า } y = \frac{x}{2} \text{ และ } z = \frac{x}{2}$$

$$\text{ดังนั้น } y = z \text{ เสมอ}$$

ฉะนั้น f^{-1} เป็นฟังก์ชัน

จึงสรุปได้ว่า $f(x) = 2x$ และ $g(x) = \frac{x}{2}$ เป็นฟังก์ชันผกผันของกันและกัน

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์
เรื่องฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว

1. ข้อใดต่อไปนี้ไม่เป็นฟังก์ชัน

ก. $r = \{(2,3), (2,4), (2,5), (2,3)\}$

ข. $r = \{(1,2), (2, 3), (3,4)\}$

ค. $r = \{(-8,2), (-4,3), (-3,2), (-4,3)\}$

ง. $r = \left\{ \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4} \right), \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{5} \right), \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{7} \right) \right\}$

2. ความสัมพันธ์ในข้อใดต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชัน

ก. $r = \{(x,y) \mid |x - y| = 1\}$

ข. $r = \{(x,y) \in A \times R \mid y \geq x\}; A = \{1,2\}$

ค. $r = \{(x,y) \mid y = \sqrt{x}\}$

ง. $r = \{(x,y) \mid y = x^2 + 2x + 1\}$

3. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ข้อใดต่อไปนี้ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B

ก. $f = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$

ข. $f = \{(1,2), (2,2), (3,2), (4,2)\}$

ค. $f = \{(1,3), (2,3), (3,4), (4,4)\}$

ง. $f = \{(1,1), (2,2), (3,3), (1,1)\}$

4. กำหนดให้ $A = \left\{ x \in I \mid \frac{x-1}{2} \geq -2 \right\}$ และ $B = \{x \in I^+ \mid -8 \leq x - 4 \leq 1\}$ ข้อใดต่อไปนี้ เป็น

ฟังก์ชันจาก A ไป B

ก. $f = \{(-3,1), (-2,2), (-1,1)\}$

ข. $f = \{(-2,1), (-3,2), (-4,1), (5,1)\}$

ค. $f = \{(3,0), (4,1), (5,2)\}$

ง. $f = \{(2,1), (4,2), (5,1)\}$

5. กำหนดให้ $A = \{1,2,3,4\}$ และ $B = \{1,3,4\}$ ฟังก์ชันในข้อใดเป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B

ก. $f = \{(1,3), (2,3), (4,4), (5,4), (6,1)\}$

ข. $f = \{(1,3), (2,3), (3,4), (4,4)\}$

ค. $f = \{(1,1), (2,3), (3,4), (4,4)\}$

ง. $f = \{(2,3), (3,3), (4,4), (5,4), (6,1)\}$

6. ฟังก์ชันต่อไปนี้ข้อใดเป็นฟังก์ชันจาก R ไปทั่วถึง R

ก. $f(x) = x^3$

ข. $f(x) = x^2 + 4$

ค. $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & ; x \geq 0 \\ 2x-3 & ; x < 0 \end{cases}$

ง. $f(x) = |x|$

7. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. ถ้า $f(x_1) = f(x_2)$ แล้ว $x_1 = x_2$ จะได้ว่า f เป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไป B
 ข. ถ้า $f(x_1) = f(x_2)$ แล้ว $x_1 \neq x_2$ จะได้ว่า f เป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไป B
 ค. $A = \{1, 2, 3\}$ และ $B = \{2, 3\}$ แล้ว $f = \{(1, 2), (2, 2)\}$ เป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไป B
 ง. $A = \{1, 3\}$ และ $B = \{2, 3\}$ แล้ว $f = \{(1, 3), (2, 3)\}$ เป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไป B

8. ฟังก์ชันในข้อใดเป็นฟังก์ชัน 1-1

- ก. $f(x) = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = |x|\}$ ข. $f(x) = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 + 1\}$
 ค. $f(x) = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{x^2 - 4}\}$ ง. $f(x) = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 4 - x^3\}$

9. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม ใน A ก็ต่อเมื่อ สำหรับ $x_1 \in A$ และ $x_2 \in A$ ถ้า $x_1 > x_2$ แล้ว $f(x_1) > f(x_2)$
 ข. f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม ใน A ก็ต่อเมื่อ สำหรับ $x_1 \in A$ และ $x_2 \in A$ ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) < f(x_2)$
 ค. f เป็นฟังก์ชันลด ใน A ก็ต่อเมื่อ สำหรับ $x_1 \in A$ และ $x_2 \in A$ ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) < f(x_2)$
 ง. f เป็นฟังก์ชันลด ใน A ก็ต่อเมื่อ สำหรับ $x_1 \in A$ และ $x_2 \in A$ ถ้า $x_1 = x_2$ แล้ว $f(x_1) < f(x_2)$

10. ข้อใดต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

- ก. $f(x) = 2x + 1; \mathbb{R}^+$ ข. $f(x) = x^2 + 5; (-\infty, 0]$
 ค. $f(x) = |x|; [-2, 2]$ ง. $f(x) = -x^2 + 1; \mathbb{R}$

11. ข้อใดต่อไปนี้ ผิด

- ก. ผลบวก (sum) ของ f และ g เป็นฟังก์ชันที่กำหนดโดย $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$
 ข. ผลต่าง (difference) ของ f และ g เป็นฟังก์ชันที่กำหนดโดย $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$
 ค. ผลคูณ (product) ของ f และ g เป็นฟังก์ชันที่กำหนดโดย $(fg)(x) = f(x)g(x)$
 ง. ผลหาร (quotient) ของ f และ g เป็นฟังก์ชันที่กำหนดโดย $(\frac{f}{g})(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

12. กำหนดให้ $f(x) = 4x - 2$, $g(x) = 4 - 2x$ แล้ว $(fg)(1)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- ก. -2 ข. 2 ค. 3 ง. 4

13. กำหนดให้ $f(x) = x^2 + 3x - 4$ และ $g(x) = x - 1$ แล้ว $\frac{f(x) - g(x)}{g(x) - f(x)}$ เท่ากับเท่าใด
- ก. $x + 4$ ข. $\frac{1}{x + 4}$ ค. 0 ง. $x^2 + 8x + 15$
14. ให้ $f(x) = \{(4,2), (0,1)\}$, $g(x) = \{(-2,4), (-1,1), (2,4)\}$ แล้ว $(f \circ g)(-2)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี
- ก. 1 ข. 2 ค. 3 ง. 4
15. ให้ $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = -2x - 5$, $h(x) = 3x + 4$ แล้ว $(g \circ f) \circ h(-2)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี
- ก. -3 ข. -7 ค. 3 ง. 7
16. ให้ $f(x) = \sqrt{x^2 + 2}$, $g(x) = x - 1$ และ $h(x) = 2x^2$ แล้ว $\frac{(h \circ f \circ g)(x)}{g(x) + 2}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี
- ก. $x - 1$ ข. $x^2 - 2x + 3$ ค. $2x - 6$ ง. $2x + 2$
17. ให้ $f(x) = \frac{1}{2x - 1}$, $x \neq \frac{1}{2}$ และ $g = (f \circ f)(x)$ แล้ว $g \circ f(x + 5)$ มีค่าตรงกับข้อใด
- ก. $\frac{2x + 9}{6x + 25}$ ข. $\frac{2x - 1}{6x - 5}$ ค. $\frac{1}{3 - 2x}$ ง. $\frac{2x - 1}{3 - 2x}$
18. ถ้า $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และถ้า r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป A ข้อใดต่อไปนีที่มีความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชัน แต่ไม่เป็นฟังก์ชันผกผัน
- ก. $r_1 = \{(1,4), (2,5), (4,1)\}$
 ข. $r_2 = \{(2,4), (3,1), (1,4)\}$
 ค. $r_3 = \{(1,2), (2,3), (3,4), (4,1)\}$
 ง. $r_4 = \{(1,1), (2,4), (4,1)\}$
19. กำหนดให้ $f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$ จงหา $f^{-1}(x)$
- ก. $\frac{x}{1 - x}$ ข. $\frac{x}{1 - |x|}$ ค. $\frac{x}{1 + |x|}$ ง. $\frac{x}{1 + x}$
20. ข้อใดต่อไปนีเป็นฟังก์ชัน $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = \sqrt{x - 1}$ จงหา $((f \circ g)^{-1}(x) + g^{-1}(x))^{-1}$
- ก. $-\frac{1}{2} \pm \sqrt{x + \frac{5}{4}}$ ข. $-\frac{1}{2} \pm \sqrt{x + \frac{1}{2}}$ ค. $\frac{1}{2} \pm \sqrt{x - \frac{5}{4}}$ ง. $\frac{1}{2} \pm \sqrt{x + \frac{1}{2}}$

ภาคผนวก ค

- ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
- ค่าความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ค่าความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน
- ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน
- คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
- คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ตารางที่ ค-1 ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แผนการจัดการเรียนรู้	คะแนนความคิดเห็นของผู้ทรงคุณวุฒิ					ค่าเฉลี่ย (\bar{x})	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	4.55	5.00	4.18	5.00	5.00	4.75	0.37
2	4.73	5.00	4.18	5.00	5.00	4.78	0.36
3	4.64	5.00	4.18	5.00	5.00	4.76	0.36
4	4.64	5.00	4.36	5.00	5.00	4.80	0.29
5	4.64	5.00	4.18	5.00	5.00	4.76	0.36
6	5.00	5.00	4.27	5.00	5.00	4.85	0.33
7	4.73	5.00	4.36	5.00	5.00	4.82	0.28
8	5.00	5.00	4.09	5.00	5.00	4.82	0.41

ตารางที่ ค-2 ค่าความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทาง
คณิตศาสตร์

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้ทรงคุณวุฒิ					$\sum R$	IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
4	0	+1	+1	+1	+1	4	0.8
5	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
6	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
7	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
8	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
9	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
10	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
11	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
12	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
13	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
14	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
15	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
16	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
17	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
18	+1	+1	+1	+1	+1	5	1

ตารางที่ ค-3 ค่าความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง
ฟังก์ชัน

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้ทรงคุณวุฒิ					$\sum R$	IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
4	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
5	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
6	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
7	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
8	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
9	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
10	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
11	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
12	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
13	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
14	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
15	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
16	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
17	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
18	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
19	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
20	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
21	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
22	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
23	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
24	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
25	+1	+1	+1	+1	+1	5	1

ตารางที่ ค-3 (ต่อ)

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้ทรงคุณวุฒิ					$\sum R$	IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
26	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
27	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
28	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
29	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
30	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
31	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
32	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
33	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
34	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
35	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
36	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
37	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
38	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
39	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
40	+1	+1	+1	+1	+1	5	1

ตารางที่ ค-4 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จุดประสงค์	ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
1. สามารถให้เหตุผลได้ว่าความสัมพันธ์ที่ กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่	1	0.64	0.47
	2*	0.63	0.47
2. สามารถให้เหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่ กำหนดให้เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่	3*	0.49	0.32
	4	0.67	0.32
3. สามารถให้เหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่ กำหนดให้เป็นฟังก์ชันทั่วถึงหรือไม่	5*	0.44	0.67
	6	0.26	0.29
4. สามารถให้เหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่ กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่	7	0.62	0.21
	8*	0.59	0.46
5. สามารถให้เหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่ กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด	9	0.68	0.61
	10*	0.60	0.46
	11	0.71	0.33
6. สามารถให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบ ของการดำเนินการของฟังก์ชันได้	12*	0.70	0.40
	13	0.66	0.40
	14*	0.65	0.46
7. สามารถให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบ ของฟังก์ชันประกอบได้	15	0.70	0.32
	16*	0.64	0.22
8. สามารถให้เหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่ กำหนดให้เป็นผกผันหรือไม่	17	0.50	0.44
	18*	0.48	0.57

หมายเหตุ * หมายถึง ข้อที่คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทาง
คณิตศาสตร์ จำนวน 9 ข้อ
ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทาง
คณิตศาสตร์ จำนวน 9 ข้อ มีค่าเท่ากับ 0.84

ตารางที่ ค-5 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

จุดประสงค์	ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันได้	1	0.79	0.42
	2*	0.69	0.54
สามารถหาความสัมพันธ์ของการเป็นฟังก์ชันได้	3*	0.69	0.63
	4	0.27	0.29
สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันจาก A ไป B ได้	5*	0.73	0.46
	6	0.83	0.25
สามารถอธิบายได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่	7*	0.73	0.54
	8	0.77	0.04
สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันทั่วถึงได้	9	0.92	0.17
	10*	0.79	0.33
สามารถอธิบายได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันทั่วถึงหรือไม่	11*	0.31	0.38
	12	0.83	0.17
สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งได้	13*	0.67	0.42
	14	0.90	-0.04
สามารถอธิบายได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่	15	0.13	0.00
	16*	0.35	0.21
สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดได้	17*	0.77	0.21
	18	0.85	0.29
สามารถอธิบายได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด	19*	0.77	0.46
	20	0.90	0.13
สามารถหาคำตอบของการดำเนินการของฟังก์ชันได้ (ความรู้/ความจำ)	21*	0.69	0.29
	22	0.65	-0.04
สามารถหาคำตอบของการดำเนินการของฟังก์ชันได้ (ความเข้าใจ)	23	0.23	0.29
	24*	0.77	0.29

ตารางที่ ค-5 (ต่อ)

จุดประสงค์	ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
สามารถหาคำตอบของการดำเนินการของ	25*	0.77	0.46
ฟังก์ชันได้ (การนำไปใช้)	26	0.77	0.13
สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันประกอบ	27	0.63	-0.08
ได้	28*	0.50	0.25
สามารถหาคำตอบของฟังก์ชันประกอบได้	29	0.40	0.04
(ความเข้าใจ)	30*	0.58	0.33
สามารถหาคำตอบของฟังก์ชันประกอบได้	31	0.60	0.21
(การนำไปใช้)	32*	0.54	0.50
สามารถหาคำตอบของฟังก์ชันประกอบได้	33	0.60	0.21
(การวิเคราะห์)	34*	0.56	0.21
สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันผกผันได้	35*	0.65	0.29
	36	0.81	0.38
	37*	0.75	0.33
สามารถหาฟังก์ชันผกผันได้	38	0.83	0.25
สามารถหาได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็น	39*	0.35	0.29
ฟังก์ชันผกผัน	40	0.31	0.29

หมายเหตุ * หมายถึง ข้อที่คัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน จำนวน 20 ข้อ
ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง
ฟังก์ชัน จำนวน 20 ข้อ มีค่าเท่ากับ 0.80

ตารางที่ ค-6 คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
กลุ่มตัวอย่าง

คนที่	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 27 คะแนน)
1	19
2	27
3	18
4	24
5	25
6	27
7	9
8	15
9	26
10	24
11	26
12	26
13	22
14	24
15	13
16	25
17	22
18	21
19	18
20	15
21	27
22	19
23	24
24	26

ตารางที่ ค-6 (ต่อ)

คนที่	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 27 คะแนน)
25	14
26	21
27	17
28	25
29	14
30	22
31	27
32	24
33	22
34	23
35	18
36	21
37	19
38	22
39	8
40	22
41	21
42	17
43	16
44	25
45	23
46	24
47	14
48	7
คะแนนเฉลี่ย	20.58
ร้อยละ	76.22

ตารางที่ ค-7 คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของ
นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

คนที่	คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)
1	17
2	20
3	16
4	20
5	17
6	18
7	16
8	18
9	14
10	16
11	17
12	14
13	20
14	17
15	17
16	19
17	17
18	14
19	18
20	20
21	16
22	17
23	16
24	17

ตารางที่ ค-7 (ต่อ)

คนที่	คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)
25	14
26	11
27	15
28	12
29	12
30	12
31	10
32	20
33	12
34	20
35	10
36	12
37	14
38	13
39	12
40	14
41	12
42	17
43	20
44	12
45	18
46	16
47	19
48	14
คะแนนเฉลี่ย	15.67
ร้อยละ	78.35

ภาคผนวก ง

- ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัย

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัย

1) ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าที่พิจารณาใน t-distribution
	\bar{x}	แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	μ_0	แทน	ค่าคงที่ค่าหนึ่ง ($\mu_0 \geq 70\%$)
	S	แทน	ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n	แทน	ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

ค่าสถิติทดสอบที่ (ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์)

$$t = \frac{20.58 - 18.9}{\frac{5.17}{\sqrt{48}}} = 2.26$$

จากข้างต้น ค่าสถิติทดสอบที่ (One-tail) จากตารางที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 $df = 47$ มีค่าเท่ากับ 1.6779 จะได้ว่า คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

2) ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าที่พิจารณาใน t-distribution
	\bar{x}	แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	μ_0	แทน	ค่าคงที่ค่าหนึ่ง ($\mu_0 \geq 70\%$)
	S	แทน	ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n	แทน	ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

ค่าสถิติทดสอบที (ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์)

$$t = \frac{15.67 - 14}{\frac{2.96}{\sqrt{48}}} = 3.8969$$

จากข้างต้น ค่าสถิติทดสอบที (One-tail) จากตารางที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 $df = 47$ มีค่าเท่ากับ 1.6779 จะได้ว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ภาคผนวก จ

- ตัวอย่างใบกิจกรรมของนักเรียน
- ตัวอย่างแบบฝึกหัดของนักเรียน

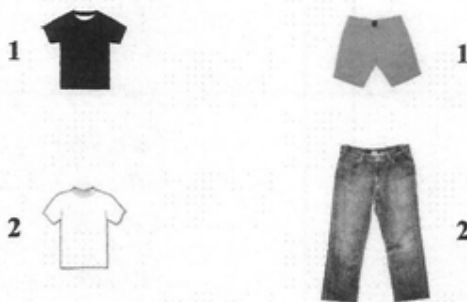
ใบกิจกรรมที่ 1

เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ให้ถูกต้อง พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบ

ตอนที่ 1

1. ชายคนหนึ่งไปเที่ยวทะเลเป็นเวลา 2 วัน โดยเขาได้เตรียมเสื้อผ้าไปดังนี้ มีเสื้อจำนวน 2 ตัวและกางเกงอีก 2 ตัว ชายคนนี้จะสามารถเลือกใส่ชุดได้ทั้งหมดกี่แบบ $2^4 = 16$



แบบชุด ได้แก่			
เสื้อ	กางเกง	วันที่ 1	วันที่ 2
เสื้อ 1	กางเกง 1	(สี 1, ก 1)	(สี 2, ก 2) ✓
เสื้อ 2	กางเกง 1	(สี 1, ก 1)	(สี 2, ก 2) ✗
เสื้อ 1	กางเกง 2	(สี 1, ก 2)	(สี 2, ก 1) ✓
เสื้อ 2	กางเกง 2	(สี 1, ก 2)	(สี 2, ก 1) ✗
		(สี 1, ก 1)	(สี 2, ก 2) ✓
		(สี 1, ก 2)	(สี 2, ก 1) ✗
		(สี 1, ก 2)	(สี 1, ก 2) ✓
		(สี 1, ก 2)	(สี 2, ก 2) ✓
		(สี 2, ก 1)	(สี 2, ก 2) ✓
		(สี 2, ก 2)	(สี 2, ก 1) ✓
ได้ 16 แบบ		(สี 2, ก 1)	(สี 2, ก 2) ✗
		(สี 2, ก 1)	(สี 1, ก 1) ✓
		(สี 2, ก 1)	(สี 1, ก 2) ✓
		(สี 2, ก 2)	(สี 1, ก 1) ✓
		(สี 2, ก 2)	(สี 1, ก 2) ✓
		(สี 2, ก 2)	(สี 1, ก 1) ✗
		(สี 2, ก 2)	(สี 2, ก 2) ✓

2. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

เป็นฟังก์ชัน
$(s_1, p_1), (s_1, p_1)$
$(s_1, p_1), (s_2, p_1)$
$(s_1, p_1), (s_2, p_2)$
$(s_1, p_2), (s_1, p_2)$
$(s_1, p_2), (s_2, p_1)$
$(s_1, p_2), (s_2, p_2)$
$(s_2, p_1), (s_2, p_1)$
$(s_2, p_1), (s_1, p_1)$
$(s_2, p_1), (s_1, p_2)$
$(s_2, p_2), (s_1, p_1)$
$(s_2, p_2), (s_1, p_2)$
$(s_2, p_2), (s_2, p_2)$

ไม่เป็นฟังก์ชัน
$(s_1, p_1), (s_1, p_2)$
$(s_1, p_2), (s_1, p_1)$
$(s_2, p_1), (s_2, p_2)$
$(s_2, p_2), (s_2, p_1)$

จงตอบคำถาม

1) ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันมีลักษณะร่วมกันอย่างไร เพราะเหตุใด

..... สี่ใดละหนึ่งเหมือนกัน แต่ละหนึ่งสี่เหมือนกัน

2) ลักษณะของฟังก์ชันกับที่ไม่เป็นฟังก์ชันแตกต่างกันอย่างไร เพราะเหตุใด

ฟังก์ชัน : สี่ละหนึ่งสี่เหมือนกัน แต่ละหนึ่งสี่ไม่เหมือนกัน
 ไม่ใช่ฟังก์ชัน : สี่ละหนึ่งสี่เหมือนกัน และสี่ละหนึ่งสี่เหมือนกัน

3) สรุปความหมายของฟังก์ชันได้อย่างไร เพราะเหตุใด

..... คู่หนึ่งต้นละหนึ่งต้น ถ้าต้นต้นละหนึ่งต้นเหมือนกัน แต่ถ้าต้นต้นละหนึ่งต้นเหมือนกัน

ตอนที่ 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ พร้อมบอกเหตุผล

1) $r_1 = \{(1,2), (3,4), (5,6), (7,8)\}$

..... เป็นฟังก์ชัน

..... เพราะ โดเมนแต่ละเรนจ์มีค่าต่างกัน

2) $r_2 = \{(1,2), (5,6), (1,3)\}$

..... ไม่เป็นฟังก์ชัน

..... เพราะ โดเมนมีค่าเหมือนกันแต่เรนจ์มีค่าต่างกัน

3) $r_3 = \{(-3,4), (2,5), (1,6), (2,5)\}$

..... เป็นฟังก์ชัน

..... เพราะ โดเมนมีค่าต่างกัน และเรนจ์มีค่าต่างกัน

4) $r_4 = \{(-2,-3), (-3,3), (-8,3), (6,3)\}$

..... เป็นฟังก์ชัน

..... เพราะ โดเมนมีค่าต่างกัน และเรนจ์มีค่าต่างกัน

5) $r_5 = \{(\sqrt{2},2), (\sqrt{2},6), (\sqrt{7},3)\}$

..... ไม่เป็นฟังก์ชัน

..... เพราะ โดเมนมีค่าเหมือนกันแต่เรนจ์มีค่าต่างกัน

2. ความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ พร้อมบอกเหตุผล

1) $r_3 = \{(x, y) \mid y = x^2 + 1\}$

..... เป็นฟังก์ชัน

..... เพราะ ๑. ถ้า $(x, y) \in r_3$ และ $(x, z) \in r_3$

..... จะได้ $y = x^2 + 1$ $z = x^2 + 1$; $y = z$

2) $r_4 = \{(x, y) \mid y^2 = x\}$

..... ไม่เป็นฟังก์ชัน

..... เพราะ ๑. ถ้า $(x, y) \in r_4$ และ $(x, z) \in r_4$

..... จะได้ $y^2 = x$ $z^2 = x$; $y \neq z$

$$3) r_1 = \{(x, y) \mid y = |3x+1|\}$$

↓
พิจารณาทั้งสองทิศทาง

เพราะ q ที่ $(x, y) \in r_1$ หรือ $(x, z) \in r_1$

จะได้ $y = |3x+1|$ หรือ $z = |3x+1|$; $y = z$

$$4) r_2 = \{(x, y) \mid x + |y| = 4\}$$

↓
พิจารณาทั้งสองทิศทาง

เพราะ q ที่ $(x, y) \in r_2$ หรือ $(x, z) \in r_2$

จะได้ $|y| = 4 - |x|$ หรือ $|z| = 4 - |x|$; $y = z$

แบบฝึกหัดที่ 1

เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบ

1. ความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ พร้อมบอกเหตุผล

1) $r_1 = \{(-1,-2), (-1,4), (-1,6), (-1,8)\}$

..... ไม่ใช่ฟังก์ชัน เพราะ ตัวหน้าเหมือนกัน และตัวหลังแตกต่างกัน

2) $r_2 = \{(1,2), (2,3), (2,3), (3,2)\}$

..... เป็นฟังก์ชัน เพราะ ตัวหน้าแตกต่างกัน

3) $r_3 = \{(\frac{-3}{2}, \frac{4}{3}), (\frac{4}{3}, \frac{5}{4}), (-\frac{6}{4}, 6), (2,5)\}$

..... ไม่ใช่ฟังก์ชัน เพราะ ตัวหน้าเหมือนกัน และตัวหลังแตกต่างกัน

4) $r_4 = \{(-\sqrt{2}, -\sqrt{3}), (-\sqrt{3}, 3), (-\sqrt{4}, -\sqrt{3}), (-6, 3)\}$

..... เป็นฟังก์ชัน เพราะ ตัวหน้าแตกต่างกัน

5) $r_5 = \{(0.2, 2), (0.4, 6), (0.5, 3)\}$

..... เป็นฟังก์ชัน เพราะ ตัวหน้าแตกต่างกัน

2. ความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ พร้อมบอกเหตุผล

1) $r_1 = \{(x, y) \mid y = x^3 - 7\}$

..... เป็นฟังก์ชัน

เพราะ $r_1 = \{(x, y) \mid y = x^3 - 7\}$

ให้ $(x, y) \in r_1$ และ $(x, z) \in r_1$

จะได้ $y = x^3 - 7$ และ $z = x^3 - 7$; $y = z$

ดังนั้น $r_1 = \{(x, y) \mid y = x^3 - 7\}$ เป็นฟังก์ชัน

2) $r_2 = \{(x, y) \mid \sqrt{y} = x\}$

..... เป็นฟังก์ชัน

เพราะ $r_2 = \{(x, y) \mid \sqrt{y} = x\}$

ให้ $(x, y) \in r_2$ และ $(x, z) \in r_2$

จะได้ $\sqrt{y} = x$ และ $\sqrt{z} = x$; $y = z$

ดังนั้น $r_2 = \{(x, y) \mid \sqrt{y} = x\}$ เป็นฟังก์ชัน

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ-สกุล	นางสาวชญานิษฐ์ นवलนุช
วัน เดือน ปี	24 เมษายน พ.ศ. 2535
สถานที่เกิด	จังหวัดลพบุรี
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	บ้านเลขที่ 19/2 ถนนโกษาปาน ตำบลทะเลชุบศร อำเภอเมือง จังหวัดลพบุรี 15000
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2552	ระดับชั้นมัธยมศึกษา จากโรงเรียนพระนารายณ์ จังหวัดลพบุรี
พ.ศ. 2556	วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยบูรพา
พ.ศ. 2560	การศึกษามหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยบูรพา