

การสร้างแบบฝึก เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนดอนจานวิทยาคม

เฉลิมพล ถิ่นละออ

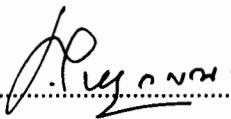
วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
มกราคม 2561
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ เฉลิมพล ถิ่นละออ ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม
หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

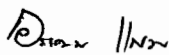
คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์



..... อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(ดร.สมคิด อินเทพ)

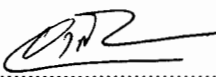
คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


..... ประธาน
(ดร.ช.ชง พวงสุวรรณ)

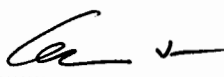

..... กรรมการ
(ดร.สมคิด อินเทพ)


..... กรรมการ
(ดร.อรรถนพ แก้วขาว)


..... กรรมการ
(ดร.วนิดา พงษ์ศักดิ์ชาติ)


..... กรรมการ
(ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต)

คณะวิทยาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษาของมหาวิทยาลัยบูรพา


..... คณบดีคณะวิทยาศาสตร์
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เอกรัฐ ศรีสุข)

วันที่ 4 เดือน มกราคม พ.ศ. 2561

การวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนวิทยานิพนธ์ ระดับบัณฑิตศึกษา
จาก สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความกรุณาจาก ดร.สมคิด อินเทพ อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก ที่กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำแนวทางที่ถูกต้อง ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความละเอียดถี่ถ้วนและเอาใจใส่ด้วยดีเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านดังปรากฏในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ที่ให้ความกรุณาและให้ความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบเครื่องมือ และให้คำแนะนำแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ให้งานวิจัยมีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น นอกจากนี้ยังได้รับความอนุเคราะห์จากท่านผู้อำนวยการ โรงเรียนคอนจันวิทยาคม ตลอดจนเพื่อนครู นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 ที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จด้วยดี

เนื่องจากงานวิจัยครั้งนี้ส่วนหนึ่งได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ตามโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) จึงขอขอบพระคุณ ณ ที่นี้ด้วย

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อธงชัย คุณแม่สุวิมล ถิ่นละออ ภรรยา และลูกชาย พร้อมด้วยเพื่อน ๆ ทุกคนที่ให้กำลังใจ และสนับสนุนผู้วิจัยเสมอมา

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูแด่เวทิตาแด่บุพการี บูรพาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบัน ที่ทำให้ข้าพเจ้าเป็นผู้มีการศึกษาและประสบความสำเร็จมาจนตราบเท่าทุกวันนี้

เฉลิมพล ถิ่นละออ

56920117: สาขาวิชา: คณิตศาสตร์ศึกษา; วท.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา)

คำสำคัญ: แบบฝึก/ ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์

เฉลิมพล ถิ่นละอ: การสร้างแบบฝึก เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนดอนจันทน์วิทยาคม

(A CONSTRUCTION OF EXERCISES ON THE TOPIC OF LINEAR EQUATION SYSTEM AND MATRIX TO DEVELOP LEARNING ACHIEVEMENT FOR MATHAYOM SUKSA 4 STUDENTS OF DONCHAN WITTAYAKHOM SCHOOL) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: สมคิด อินเทพ, Ph.D. 151 หน้า. ปี พ.ศ. 2561.

การวิจัยนี้มีจุดประสงค์เพื่อ 1) สร้างแบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ 2) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ที่เรียน โดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น กับนักเรียนที่เรียน โดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ของ สสวท. 3) ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการเรียนการสอน เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ที่เรียน โดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยในนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนดอนจันทน์วิทยาคม อำเภอดอนจาน จังหวัดกาฬสินธุ์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 2 ห้องเรียน โดยเป็นห้อง ม.4/1 จำนวน 30 คน ได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น ซึ่งได้มาจากการสุ่มอย่างง่ายโดยการจับฉลาก และห้อง ม.4/2 จำนวน 20 คน ได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ของ สสวท. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แบบฝึกคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น 2) แบบฝึกคณิตศาสตร์ของ สสวท. 3) แบบสอบถามความพึงพอใจต่อการเรียนการสอน โดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น 4) แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ 5) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 23 ข้อ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรม minitab ver. 17

ผลการวิจัยปรากฏว่า 1) แบบฝึกคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีประสิทธิภาพ 77/68.12 2) นักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์สูงกว่านักเรียนที่เรียน โดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ของ สสวท. ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 3) นักเรียนที่เรียน โดยใช้แบบฝึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีความพึงพอใจอยู่ในระดับความพึงพอใจมาก เป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้

56920117: MAJOR: MATHEMATICS EDUCATION; M.Sc. (MATHEMATICS EDUCATION)

KEYWORDS: EXERCISES/ LINEAR EQUATION SYSTEM AND MATRIX

CHALERMPOLO TINLAOR: A CONSTRUCTION OF EXERCISES ON THE TOPIC OF LINEAR EQUATION SYSTEM AND MATRIX TO DEVELOP LEARNING ACHIEVEMENT FOR MATHAYOM SUKSA 4 STUDENTS OF DONCHAN WITTAYAKHOM SCHOOL. ADVISORY COMMITTEE: SOMKID INTEP, Ph.D. 151 P. 2018.

The purposes of this research were 1) to construct mathematical exercises on the topic of linear equation system and matrix, 2) to compare mathematical learning achievement of students who studied by using researcher's exercises and that of students who studied by using IPST's exercises, and 3) to study students' satisfaction to learning activities using researcher's exercises. The targets of this research were students in Mathayom Suksa 4/1 and 4/2 of Donchanwittayakhom School enrolling in the first semester, academic year 2016. The experimental group was randomly chosen and studied by using the exercises construct by the researcher, while the control group was students in Mathayom Suksa 4/2 and studied by using IPST's exercises. Research instruments consisted of 1) the researcher's exercises, 2) IPST's exercises, 3) satisfaction questionnaires, 4) lesson plans, and 5) achievement test. Data was analyzed using program minitab ver. 17.

The results indicated that 1) the researcher exercises had efficiency of 77/68.12, 2) the students in experimental group had the mathematical learning achievement of score significant higher than the control group at 0.05 level, 3) student who studied by using the researcher's exercises were satisfied in learning activities at the high level.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	จ
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฌ
สารบัญภาพ.....	ฎ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
จุดประสงค์ของการวิจัย.....	5
สมมุติฐานของการวิจัย.....	5
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	6
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	7
ขอบเขตของการวิจัย.....	7
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	8
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	10
หลักสูตรคณิตศาสตร์.....	11
วิธีการสอนคณิตศาสตร์.....	17
หลักการสอนคณิตศาสตร์.....	18
การเรียนการสอนเมทริกซ์.....	22
แบบฝึก.....	25
ทฤษฎีทางจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึก.....	31
การเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ.....	33
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	39
ความพึงพอใจ.....	43
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	45

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
3	49
วิธีการดำเนินการวิจัย.....	49
กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย.....	49
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	49
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	49
การดำเนินการวิจัย.....	57
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	60
วิเคราะห์ข้อมูล.....	60
4	63
ผลการวิจัย.....	63
5	67
สรุปและอภิปรายผล.....	67
อภิปรายผล.....	67
ข้อเสนอแนะ.....	70
บรรณานุกรม.....	71
ภาคผนวก.....	78
ภาคผนวก ก.....	79
ภาคผนวก ข.....	81
ภาคผนวก ค.....	116
ภาคผนวก ง.....	125
ประวัติย่อของผู้วิจัย.....	151

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	คุณสมบัติของเมทริกซ์.....	24
2	วิเคราะห์เนื้อหา เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์.....	50
3	จุดประสงค์การเรียนรู้ของแบบฝึก.....	50
4	วิเคราะห์ข้อสอบ.....	55
5	เนื้อหาที่สอนในแต่ละคาบ.....	58
6	ประสิทธิภาพของแบบฝึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น.....	63
7	การวิเคราะห์การแจกแจงคะแนนสอบ โดยวิธีของ Shapiro - Wilk.....	64
8	ผลการสำรวจความพึงพอใจของนักเรียนที่ใช้แบบฝึกที่สร้างขึ้น.....	65
ข - 1	วิเคราะห์ข้อสอบเชิงความตรงกับวัตถุประสงค์โดยผู้เชี่ยวชาญ (IOC).....	82
ข - 2	วิเคราะห์ความยากง่ายของแบบทดสอบ.....	88
ข - 3	วิเคราะห์ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ.....	90
ข - 4	พิจารณาคัดเลือกข้อสอบ.....	92
ข - 5	วิเคราะห์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ.....	94
ข - 6	การประเมินคุณภาพแบบฝึกที่ 1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น.....	105
ข - 7	การประเมินคุณภาพแบบฝึกที่ 2 เรื่อง เมทริกซ์.....	106
ข - 8	การประเมินคุณภาพแบบฝึกที่ 3 เรื่อง การเท่ากันและการบวกเมทริกซ์.....	107
ข - 9	การประเมินคุณภาพแบบฝึกที่ 4 เรื่อง การคูณเมทริกซ์ด้วยค่าคงตัว.....	108
ข - 10	การประเมินคุณภาพแบบฝึกที่ 5 เรื่อง การคูณระหว่างเมทริกซ์.....	109
ข - 11	การประเมินคุณภาพแบบฝึกที่ 6 เรื่อง ตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ 2×2	110
ข - 12	การประเมินคุณภาพแบบฝึกที่ 7 เรื่อง การหาดีเทอร์มิแนนต์.....	111
ข - 13	การประเมินคุณภาพแบบฝึกที่ 8 เรื่อง การหาไมเนอร์และโคแฟกเตอร์.....	112
ข - 14	การประเมินคุณภาพแบบฝึกที่ 9 เรื่อง การหาตัวผกผันการคูณ ของเมทริกซ์ 3×3	113
ข - 15	การประเมินคุณภาพแบบฝึกที่ 10 เรื่อง แก้วระบบสมการ โดยใช้ เมทริกซ์ผกผัน.....	114

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่		หน้า
ข - 16	การประเมินคุณภาพแบบฝึกที่ 11 เรื่อง แก่ระบบสมการ โดยใช้กฎของ คราเมอร์.....	115
ค - 1	ผลการสำรวจความพึงพอใจของนักเรียนที่เรียน โดยใช้แบบฝึกที่ผู้วิจัย สร้างขึ้น.....	124

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	กรอบแนวคิดในการวิจัย	6
ค - 1	การตรวจสอบการแจกแจงคะแนนทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้แบบฝึกที่สร้างขึ้น (กลุ่มทดลอง) ด้วยวิธีของ Shapiro – Wilk.....	117
ค - 2	การตรวจสอบการแจกแจงคะแนนทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้แบบฝึก สสวท. (กลุ่มควบคุม) ด้วยวิธีของ Shapiro – Wilk.....	118
ค - 3	การวิเคราะห์ความแปรปรวนคะแนนการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน.....	119
ค - 4	การวิเคราะห์ค่าการทดสอบแบบที (t-test) คะแนนการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน.....	120

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนากระบวนการคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์คิดอย่างมีระเบียบแบบแผนสามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบประกอบด้วยเหตุผลทำให้มนุษย์สามารถวางแผนตัดสินใจและแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม (กรมวิชาการ, 2545, หน้า 1) จึงถือว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญยิ่งต่อการดำรงชีวิตประจำวันของมนุษย์และเป็นเครื่องมือพื้นฐานที่จะนำไปศึกษาและสร้างความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี เศรษฐกิจและสังคมตลอดจนเป็นพื้นฐานของการค้นคว้าวิจัยและเป็นที่ยอมรับกันว่าคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยที่สำคัญที่สุดในการพัฒนาความคิดของมนุษย์ให้คิดได้อย่างมีระบบมีเหตุมีผลแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพและสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้วิชาอื่น ๆ ได้ด้วย คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์แห่งการคิดและเป็นเครื่องมือสำคัญต่อการพัฒนาศักยภาพทางสมอง การจัดการเรียนการสอนต้องเปลี่ยนจากการให้ผู้เรียนจดจำมาเป็นการพัฒนาผู้เรียนให้มีความเข้าใจในหลักการทางคณิตศาสตร์และมีทักษะพื้นฐานเพียงพอในการนำไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ ๆ จากพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม(ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 ในหมวด 4 แนวทางการจัดการศึกษา มาตรา 22 ว่าด้วยการจัดการศึกษาต้องยึดหลักผู้เรียนเป็นสำคัญ ทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาจึงต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มศักยภาพ (ยุพิน พิพิธกุล, 2543, หน้า 24) ดังนั้นการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ในยุคปัจจุบันจึงควรจัดการศึกษาเพื่อพัฒนาคนให้เป็นทรัพยากรที่มีประสิทธิภาพและศักยภาพ การสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันจึงจำเป็นต้องอาศัยครูผู้มีความรอบรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อจะได้ถ่ายทอดความรู้ให้ผู้เรียนได้เป็นผู้รู้คณิตศาสตร์อย่างเข้าใจแบบถ่องแท้ นอกจากนี้การสอนคณิตศาสตร์ในยุคปัจจุบันจำเป็นต้องให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจโดยมีทักษะความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องและมากพอที่จะสามารถนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ (ปานทองกุลนาคศิริ, 2538, หน้า 18) บทบาทของผู้สอนจึงต้องเปลี่ยนไป ผู้สอนจะมีภาระหน้าที่จะต้องเตรียมบทเรียน เตรียมการสอน เตรียมแบบฝึก เตรียมแบบทดสอบ ถ้าเป็นการให้ทำโจทย์จะต้องมีการเรียงลำดับความยากของโจทย์ จากโจทย์ง่ายไปหาโจทย์ที่ยาก และเป็นการฝึกทำซ้ำ ๆ ในเนื้อหาเดียวกันหรือลักษณะโจทย์ที่มีความใกล้เคียงกันให้เข้าใจและจำได้ ผู้เรียนก็จะได้แสดงออกอย่าง

เต็มศักยภาพของตน ไม่จำเป็นที่ทุกคนจะต้องทำได้เหมือนกันทุกคน การให้ทำแบบฝึกทักษะจึงเป็นภาระหนักของผู้สอนว่าจะมุ่งประโยชน์สูงสุดให้เกิดแก่ผู้เรียนได้อย่างไร ผู้สอนจึงต้องมีความรู้ในการเตรียมสื่อการเรียนการสอน เพื่อให้ผู้เรียนสามารถนำวิธีการเรียนรู้ไปใช้ในชีวิตจริงได้ การเรียนคณิตศาสตร์นั้น ไม่ใช่เรียนรู้จากการถ่ายทอดความรู้ของครูอย่างเดียว ผู้เรียนจะต้องรู้จักคิดวิเคราะห์ รู้จักลำดับ ขั้นตอนของการแก้ปัญหา อันจะนำไปสู่การแก้ปัญหาที่ยากขึ้นตามลำดับความสามารถ (ยุพิน พิพิธกุล, 2543, หน้า 25 - 26)

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนจำเป็นต้องจัดหาสื่ออุปกรณ์มาประกอบเพื่อช่วยให้ผู้เรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจ เกิดทักษะ สอดคล้องกับการสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของกองการวิจัยทางการศึกษา กรมวิชาการ ที่ได้กล่าวว่า การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ควรส่งเสริมให้มีการใช้วิธีการเรียนรู้ด้วยตนเองในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้น จะช่วยให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้น และควรส่งเสริมให้ครูผู้สอนสร้างหรือใช้ชุดการสอน แบบฝึก บทเรียน โปรแกรม และคอมพิวเตอร์ ช่วยสอนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เนื่องจากสื่อ ดังกล่าว ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่สูงกว่าสื่อประเภทอื่น (กองการวิจัยทางการศึกษา, 2545, หน้า 99) การใช้แบบฝึกจึงเป็นวิธีหนึ่งที่ช่วยครูในการแก้ปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพราะนักเรียนจะเกิดการเรียนรู้ เกิดทักษะได้ นักเรียนต้องเข้าใจในเรื่องที่เรียนและมีโอกาสได้ทำ ผู้เรียนจะไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนของตนเอง ถ้าไม่มีการฝึกทักษะ แต่ผู้เรียนจะประสบความสำเร็จในการเรียนได้ เมื่อผู้เรียนสามารถเข้าใจในบทเรียนและนำเนื้อหาหรือทักษะที่เกิดจากการเรียนมาใช้ในชีวิตประจำวันได้ แบบฝึกจึงเป็นเหมือนผู้ช่วยให้แก่นักเรียนเกิดการเรียนรู้และฝึกทักษะความเข้าใจในเรื่องที่ผู้เรียน ได้เรียนไปแล้ว ยังเป็นการทบทวนความรู้และเป็นรากฐานในการเรียนรู้ในขั้นสูงต่อไป ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้ของ ธอร์น ไคด์ (Thorndike) กล่าวว่า การฝึกหัดซ้ำ ๆ ทำบ่อย ๆ จะสามารถเชื่อมโยงสิ่งเร้ากับการตอบสนองที่ถูกต้องทำให้เกิดการเรียนรู้ได้นานและคงทน (จุฬารัตน์ พงอเนตต์, 2547, หน้า 3) ซึ่งสอดคล้องกับ คำรง มัชฌมนันท์ (2539, หน้า 269) กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์นั้น แบบฝึกเป็นเครื่องมือที่จำเป็นต่อการฝึกทักษะของนักเรียน เพราะวิชาคณิตศาสตร์นั้นเป็นวิชาที่ต้องฝึกมาก ๆ จึงจะเกิดทักษะที่จะนำไปแก้ปัญหาได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ปานทอง กุลนาถศิริ (2538, หน้า 18) ที่กล่าวว่า ญุณเจที่จะนำไปสู่ความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ก็คือนักเรียนต้องฝึกเกี่ยวกับคณิตศาสตร์เป็นประจำ แบบฝึกหัดเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับผู้เรียนคณิตศาสตร์ที่จะต้องฝึกฝน ให้เกิดทักษะในการเรียน

อีกทั้งสภาพปัญหาการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน พบว่า สาเหตุที่ทำให้ผู้เรียนมีผลการเรียนค่อนข้างต่ำ ส่วนหนึ่งเกิดจากครูผู้สอนยังไม่จัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

นักเรียนต่างคนต่างเรียน ไม่ให้ความช่วยเหลือกันในเวลาเรียน เป็นการเรียนแบบโดดเดี่ยว ไม่มีการพึ่งพาอาศัยกันเป็นส่วนใหญ่ จึงทำให้ผลการเรียนภายในห้องมีความแตกต่างกันมาก ดังนั้นครูควรปรับวิธีการจัดการเรียนการสอนด้วยการลดบทบาทของผู้สอน มาเป็นผู้ประสานงานในการเรียน ให้คำแนะนำเปิดโอกาสให้มีกิจกรรมการเรียนรู้เป็นกลุ่มหรือบุคคล ให้ผู้เรียนมีโอกาสพูดแสดงความคิดเห็นและลงมือปฏิบัติด้วยตนเองและได้มีการปฏิสัมพันธ์กันเป็นกลุ่มเป็นทีมเพื่อจะเกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกันและมีการช่วยเหลือกันระหว่างผู้เรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันด้วย วิธีสอนวิธีหนึ่งที่สามารถนำมาใช้ในการเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วม โดย Slavin (มณีรัตน์ ภัทรจินดา, 2548, หน้า 7 – 8 อ้างถึงใน Slavin, 1995) กล่าวว่า การเรียนด้วยกลุ่มร่วมมือจะช่วยให้ผู้เรียนใช้ความสามารถและศักยภาพของตนเอง ช่วยกันแก้ปัญหาต่าง ๆ ให้บรรลุผลสำเร็จได้โดยที่สมาชิกในกลุ่มตระหนักว่า แต่ละคนเป็นส่วนหนึ่งของกลุ่ม สมาชิกในกลุ่มจะช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ทำให้นักเรียนรู้สึกถึงคุณค่าของตนเองเพิ่มขึ้นเนื่องจากการมีส่วนร่วมทำกิจกรรมในกลุ่ม ซึ่งแต่ละคนจะมีบทบาทสำคัญต่อความสำเร็จของกลุ่มเมื่อประสบผลสำเร็จในการทำงานหรือความเข้าใจเนื้อหาวิชาการแล้วจะเพิ่มความสนใจในการทำกิจกรรมมากขึ้น ส่งผลให้นักเรียนรู้สึกถึงคุณค่าของตนเองในชั้นเรียน

การเรียนแบบร่วมมือ (The Cooperative Learning Model) เป็นวิธีการที่ผู้สอนส่งเสริมให้ผู้เรียนทำงานร่วมกันและช่วยเหลือกันในชั้นเรียน การสอนรูปแบบนี้ช่วยสร้างบรรยากาศที่ดีในชั้นเรียนและส่งเสริมวัตถุประสงค์การเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัยและทักษะพิสัยได้ รูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือที่ได้รับการวิจัยและใช้กันอย่างแพร่หลายมี 3 ประเภท ได้แก่ 1) Jigsaw 2) TGT 3) STAD (ชนาธิป พรกุล, 2544, หน้า 134-136)

แต่เนื่องด้วยหนังสือแบบเรียนที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ไม่ว่าจะเป็นหนังสือเรียนที่จัดทำขึ้นโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) หรือจะเป็นสำนักพิมพ์อื่น ๆ ก็ดี ยังมีแบบฝึกหัดที่ไม่เหมาะสมกับสภาพแวดล้อม ความรู้ภูมิหลังของนักเรียน หรืออาจจะเหมาะสมสำหรับโรงเรียนหรือนักเรียนส่วนใหญ่ของประเทศ แต่ยังไม่เหมาะสมสำหรับนักเรียนโรงเรียนดอนจานวิทยาคม อาจจะเป็นเพราะนักเรียนอาจจะจำบทเรียนที่เรียนผ่านมาในชั้นก่อนหน้าไม่ได้หรือจำได้แต่จำได้ไม่หมด อาจจะมีบางส่วนที่สำคัญและลืมไปแล้ว ดังนั้นผู้วิจัยจึงคิดว่า ถ้าจัดทำแบบฝึกโดยเพิ่มส่วนที่เป็นแบบฝึกที่เป็นการทบทวนความรู้เดิมก่อน แล้วค่อยเพิ่มเติมแบบฝึกที่เรียนก็จะเป็นการดีที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถเข้าใจในบทเรียนที่สอนใหม่เพิ่มมากขึ้น และอีกสาเหตุหนึ่งที่ทำให้นักเรียนเบื่อการเรียนคณิตศาสตร์นั่นก็คือจำนวนแบบฝึกหัดที่ยากเกินไป หรือ

เยอะเกินไป ดังนั้นในการเรียนการสอนแต่ละเรื่องแต่ละครั้งนั้น ควรกำหนดแบบฝึกจำนวนแบบฝึกให้เหมาะสมไม่มาก หรือน้อยจนเกินไป

สำหรับการเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในภาคเรียนที่ 1 นั้น ประกอบด้วย 1. เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ 2. เรื่องฟังก์ชัน และ 3. เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ ซึ่งล้วนแล้วแต่เป็นเรื่องที่เรียกได้ว่าสอนยาก และเข้าใจได้ยาก โดยเฉพาะเรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ซึ่งเป็นเรื่องที่นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ไม่เคยเรียน ไม่เคยรู้จักมาก่อนเลยก็ว่าได้ จึงเป็นผลทำให้คะแนนสอบ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ของนักเรียนที่เรียนในปีก่อน ๆ นั้นนักเรียนทำคะแนนได้ค่อนข้างน้อย ทำให้ผลการเรียนตกต่ำลง ประกอบกับประสบการณ์การสอนในเรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ของผู้วิจัย และสอบถามครูที่เคยสอนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์มาก่อนหน้านี้ก็ให้ความเห็นเป็นแนวทางเดียวกันว่า เรื่องระบบเชิงเส้นและสมการเมทริกซ์นั้นอธิบายให้นักเรียนเข้าใจค่อนข้างยาก อีกทั้งแบบฝึกหัดที่มีในหนังสือเรียนก็อาจจะมีจำนวนมาก และยากเกินไปจึงควรปรับปรุงแบบฝึกหัดที่มีให้มีความเหมาะสมกับนักเรียน โรงเรียนคอนจอนวิทยาคมให้มากขึ้น

จากแนวคิดข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำวิธีการจัดกลุ่มตามวิธีการสอนแบบร่วมมือมาใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพราะตระหนักว่ากระบวนการเรียนรู้ที่มีไม่เกิดจากการถ่ายทอดความรู้จากครูเพียงฝ่ายเดียว แต่การเรียนรู้เป็นการร่วมมือกันทำกิจกรรมระหว่างครูและผู้เรียนด้วยวิธีการที่หลากหลายซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ สังกเวียง ปินะกาลัง (2540) ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนโดยรูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้กับการสอนปกติ พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสาคร ธานีกุล (2549) ศึกษาการพัฒนา กิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ แบบ STAD พบว่า นักเรียนร้อยละ 85.71 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป และทำให้นักเรียนเกิดคุณลักษณะที่พึงประสงค์ ได้แก่ รู้จักทักษะการทำงานกลุ่ม ได้ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เกิดความสามัคคี เกิดความมั่นใจและตระหนักในคุณค่าของตนเอง

ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น จึงพอสรุปได้ว่า แบบฝึกและการเรียนเป็นกลุ่มมีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์และเพื่อพัฒนาให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะสร้างแบบฝึกคณิตศาสตร์เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีความเหมาะสมทั้งเนื้อหาและปริมาณให้

พอเหมาะกับนักเรียนโรงเรียนคอนจอนวิทยาคม โดยแบบฝึกที่สร้างขึ้นมานั้นเพื่อเป็นการทบทวน และฝึกฝนทักษะการคิดคำนวณเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ให้มีความแม่นยำ ถูกต้อง โดยมีการจัดกลุ่มรูปแบบร่วมมือ เพื่อให้ นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเพิ่มขึ้น และเพื่อเป็นการปูพื้นฐานสำหรับการเรียนในระดับอุดมศึกษา ซึ่งคาดว่าจะประโยชน์ต่อตัวนักเรียน และเป็นแนวทางในการใช้แบบฝึกนี้เป็นเอกสารประกอบการเรียนการสอนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ให้กับครูท่านอื่น ๆ ที่สนใจ และนำไปพัฒนาให้แบบฝึกให้มีความเหมาะสม และเกิดประโยชน์กับการเรียนการสอนต่อไป

จุดประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อสร้างแบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนคอนจอนวิทยาคม ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 70/70
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนคอนจอนวิทยาคม ที่เรียนโดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น กับนักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ของ สสวท.
3. เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนคอนจอนวิทยาคม ที่มีต่อการเรียนการสอน เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ที่เรียนโดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น

สมมุติฐานของการวิจัย

1. แบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 70/70
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนคอนจอนวิทยาคม ที่ใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ของ สสวท.
3. จำนวนนักเรียนที่ได้รับการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ โดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นมีความพึงพอใจอยู่ในระดับพึงพอใจมากขึ้นไปมากกว่าร้อยละ 80

กรอบแนวคิดในการวิจัย



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้แบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ที่มีความสอดคล้องและตรงกับจุดประสงค์การเรียนรู้ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนในการนำไปพัฒนาการเรียนการสอน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ โดยใช้แบบฝึก

ขอบเขตของการวิจัย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนดอนจานวิทยาคม อำเภอดอนจาน จังหวัดกาฬสินธุ์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 24 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 2 ห้องเรียน โดยห้อง ม.4/1 จำนวน 30 คน ได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น (กลุ่มทดลอง) ซึ่งได้มาจากการสุ่มอย่างง่ายโดยการจับสลาก และห้อง ม.4/2 จำนวน 20 คน ได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ของ สสวท. (กลุ่มควบคุม)

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แบ่งเป็นหัวข้อย่อยได้ดังนี้

- 1) ความหมายและสัญลักษณ์ของเมทริกซ์
- 2) การเท่ากันและการบวกเมทริกซ์
- 3) การคูณเมทริกซ์
- 4) ตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ 2×2
- 5) การหาตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์
- 6) การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น

ระยะเวลาในการวิจัย

การวิจัยนี้ ได้ทำการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ใช้เวลาในการจัดการเรียนการสอน 18 ชั่วโมง และทดสอบหลังเรียน 2 ชั่วโมง รวมเวลาในการทดลอง 20 ชั่วโมง

นียมศัพท์เฉพาะ

1. แบบฝึกคณิตศาสตร์ หมายถึง แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนดอนจานวิทยาคม โดยผู้วิจัยเป็นผู้สร้างขึ้นตามลำดับของการสร้างแบบฝึก เป็นแบบเขียนตอบ จำนวน 11 แบบฝึก เรียงจากแบบฝึกที่ง่ายไปหายาก แยกแบบฝึกออกเป็นหัวข้อย่อย ๆ เน้นการฝึกที่ซ้ำ ๆ มีการยกตัวอย่างประกอบพอประมาณ มีคำชี้แจงสั้น ๆ เข้าใจง่าย ๆ และกำหนดเวลาให้พอเหมาะ เน้นความแตกต่างระหว่างบุคคล มีเฉลยให้ตรวจสอบความถูกต้อง มีรูปการ์ตูน

2. แบบฝึกคณิตศาสตร์ของ สสวท. หมายถึง แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ที่นำมาจากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 - 6 จัดทำโดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คะแนนเฉลี่ยที่นักเรียนทำได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ เป็นข้อสอบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 23 ข้อ

4. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง เครื่องมือที่ใช้วัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนดอนจานวิทยาคม เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ หลังจากการจัดการเรียนการสอน เป็นข้อสอบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 23 ข้อ

5. ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึก และความคิดเห็นของนักเรียน ที่มีต่อการเรียนการสอนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ โดยใช้แบบฝึกทั้งทางด้านเนื้อหา กิจกรรม ความยากง่าย และความชอบ

6. แบบสอบถามความพึงพอใจ หมายถึง แบบสอบถามเกี่ยวกับการเรียนการสอนเพื่อวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่เรียนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ โดยใช้แบบฝึก โดยความพึงพอใจแบ่งออกเป็น 5 ระดับ คือ 1. มีความพึงพอใจน้อยที่สุด 2. มีความพึงพอใจน้อย 3. มีความพึงพอใจปานกลาง 4. มีความพึงพอใจมาก 5. มีความพึงพอใจมากที่สุด

7. ประสิทธิภาพของแบบฝึก หมายถึง คุณภาพของแบบฝึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้ทดลองกับนักเรียนกลุ่มทดลองให้ผ่านเกณฑ์ 70/70

8. เกณฑ์ 70/70 หมายถึง เกณฑ์ที่ใช้ในการวัดประสิทธิภาพของแบบฝึก โดยที่ 70 ตัวหน้า หมายถึงนักเรียนทำแบบฝึกคณิตศาสตร์ระหว่างเรียนได้คะแนนเฉลี่ยมากกว่าร้อยละ 70 และ 70 ตัวหลัง หมายถึงนักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ได้คะแนนเฉลี่ยมากกว่าร้อยละ 70

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามหัวข้อต่อไปนี้

2551

1. หลักสูตรคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
2. วิธีการสอนคณิตศาสตร์ หลักการสอนคณิตศาสตร์
 - 2.1 วิธีการสอนคณิตศาสตร์
 - 2.2 หลักการสอนคณิตศาสตร์
3. การเรียนการสอนเมทริกซ์
4. แบบฝึก
 - 4.1 ความหมายของแบบฝึก
 - 4.2 ความสำคัญของแบบฝึก
 - 4.3 ประโยชน์ของแบบฝึก
 - 4.4 ส่วนประกอบของแบบฝึก
 - 4.5 หลักการสร้างแบบฝึก
 - 4.6 ลักษณะแบบฝึกที่ดี
 - 4.7 ทฤษฎีทางจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึก
5. การเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ
6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
 - 6.1 ความหมายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 6.2 ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 6.3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
7. ความพึงพอใจ
 - 7.1 ความหมายของความพึงพอใจ
 - 7.2 องค์ประกอบที่ทำให้เกิดความพึงพอใจ
8. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 8.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 8.2 งานวิจัยต่างประเทศ

หลักสูตรสถานศึกษา หลักสูตรคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษา ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

จากการศึกษาหลักสูตรสถานศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน ของโรงเรียนดอนจานวิทยาคม อำเภอคอนจัน จังหวัดกาฬสินธุ์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24 พบว่าโรงเรียนได้กำหนดรายละเอียดหลักสูตร ไว้ดังนี้ (โรงเรียนดอนจานวิทยาคม, 2553, หน้า 1-6)

คุณภาพของผู้เรียนคณิตศาสตร์

เมื่อผู้เรียนจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน 12 ปีแล้ว ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิต ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น

การที่ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีคุณภาพนั้น จะต้องมีความสมดุลระหว่างสาระทางด้านความรู้ ทักษะกระบวนการควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น พร้อมทั้งสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้
2. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ
3. มีความสามารถในการทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีคุณธรรมและจริยธรรม มีวิจรรณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเองและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นอย่างมีเหตุผลพร้อมทั้งตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ใน ชีวิตประจำวัน ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษา

ทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนดังนี้

1. **จำนวนและการดำเนินการ** ความคิดรวบยอดและความรู้ลึกซึ้งจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง
2. **การวัด** ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ
3. **เรขาคณิต** รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนิยามแบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation)
4. **พีชคณิต** แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต
5. **การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น** การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน
6. **ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์** การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้นี้เป็นสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ประกอบด้วยเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนรู้ ผู้สอนควรบูรณาการสาระต่าง ๆ เข้าด้วยกันเท่าที่จะเป็นไปได้

สาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

สาระที่ 2 การวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

สาระที่ 6 ทักษะ /กระบวนการทางคณิตศาสตร์

สำหรับผู้เรียนที่มีความสนใจหรือมีความสามารถสูงทางคณิตศาสตร์ สถานศึกษา อาจจัดให้ผู้เรียนเรียนรู้สาระที่เป็นเนื้อหาวิชาให้กว้างขึ้น เข้มข้นขึ้น หรือฝึกทักษะกระบวนการมากขึ้น โดยพิจารณาจากสาระหลักที่กำหนดไว้นี้ หรือสถานศึกษาอาจจัดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์อื่น ๆ เพิ่มเติมก็ได้ เช่น แคลคูลัสเบื้องต้น หรือทฤษฎีกราฟเบื้องต้น โดยพิจารณาให้เหมาะสมกับความสามารถและความต้องการของผู้เรียน

มาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์

มาตรฐานการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนมีดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค1.4 เข้าใจในระบบจำนวนและสามารถนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค3.2 ใช้การนึกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

คุณภาพผู้เรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ หาค่าประมาณของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังโดยใช้วิธีการคำนวณที่เหมาะสมและสามารถนำเสนอสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ได้
2. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้คาดคะเนระยะทาง ความสูง และแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้
3. มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซต การดำเนินการของเซต และใช้ความรู้เกี่ยวกับแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์แสดงเซต ไปใช้แก้ปัญหา และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล
4. เข้าใจและสามารถใช้ในการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้
5. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สามารถใช้ความสัมพันธ์และฟังก์ชันแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

6. เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต และสามารถหาพจน์ทั่วไปได้ เข้าใจความหมายของผลบวกของ n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต และหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้ได้
7. รู้และเข้าใจการแก้สมการ และอสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสอง รวมทั้งใช้กราฟของสมการ อสมการ หรือฟังก์ชันในการแก้ปัญหา
8. เข้าใจวิธีการสำรวจความคิดเห็นอย่างง่าย เลือกใช้ค่ากลางได้เหมาะสมกับข้อมูล และวัตถุประสงค์ สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลไปช่วยในการตัดสินใจ
9. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ประกอบการตัดสินใจ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
10. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะสำคัญ 5 ประการ ดังนี้

1. **ความสามารถในการสื่อสาร** เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเองเพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหาความขัดแย้งต่าง ๆ การเลือกรับหรือไม่รับข้อมูลข่าวสารด้วยหลักเหตุผลและความถูกต้อง ตลอดจนการเลือกใช้วิธีการสื่อสาร ที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม
2. **ความสามารถในการคิด** เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้หรือสารสนเทศเพื่อการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมได้อย่างเหมาะสม

3. ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาและอุปสรรคต่าง ๆ ที่เผชิญได้อย่างถูกต้องเหมาะสมบนพื้นฐานของหลักเหตุผล คุณธรรมและข้อมูลสารสนเทศ เข้าใจความสัมพันธ์และการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ต่าง ๆ ในสังคม แสวงหาความรู้ประยุกต์ความรู้มาใช้ในการป้องกันและแก้ไขปัญหา และมีการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่เกิดขึ้นต่อตนเอง สังคมและสิ่งแวดล้อม

4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต เป็นความสามารถในการนำกระบวนการต่าง ๆ ไปใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวัน การเรียนรู้ด้วยตนเอง การเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง การทำงานและการอยู่ร่วมกันในสังคมด้วยการสร้างความสัมพันธ์อันดีระหว่างบุคคล การจัดการปัญหาและความขัดแย้งต่าง ๆ อย่างเหมาะสม การปรับตัวให้ทันกับการเปลี่ยนแปลงของสังคมและสภาพแวดล้อม และการรู้จักหลีกเลี่ยงพฤติกรรมไม่พึงประสงค์ที่ส่งผลกระทบต่อตนเองและผู้อื่น

5. ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เป็นความสามารถในการเลือก และใช้เทคโนโลยีด้านต่าง ๆ และมีทักษะกระบวนการทางเทคโนโลยี เพื่อการพัฒนาตนเองและสังคม ในด้านการเรียนรู้ การสื่อสาร การทำงาน การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ถูกต้อง เหมาะสม และมีคุณธรรม

คำอธิบายรายวิชา

หลักสูตรสถานศึกษาได้กำหนดคำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค31201 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ไว้ดังนี้ (โรงเรียนคอนจันวิทยาคม, 2553, หน้า 29)

รหัสวิชา ค31201 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 1 เวลา 80 ชั่วโมง/ภาคเรียน จำนวน 2 หน่วยกิต ภาคเรียนที่ 1 เพื่อศึกษา ฝึกทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับ เมทริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์ สัญลักษณ์ของเมทริกซ์ สมบัติของเมทริกซ์ ดีเทอร์มิแนนต์ การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น ตรรกศาสตร์เบื้องต้น ประพจน์ การหาค่าความเป็นจริงของประพจน์ การสร้างตารางค่าความจริง รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน การอ้างเหตุผล ข้อความที่มีตัวบ่งปริมาณและค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ สมมูล และนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

โดยจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้า โดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุปรายงาน เพื่อพัฒนาทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ และมีคุณลักษณะที่พึงประสงค์ในการ

รักษาดิ ศาสนา พระมหากษัตริย์ ซื่อสัตย์ สุจริต มีวินัย ใฝ่เรียนรู้ อยู่อย่างพอเพียง มุ่งมั่น
ในการทำงาน รักษาความเป็นไทย มีจิตสาธารณะ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ
มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

วิธีการสอนคณิตศาสตร์ หลักการสอนคณิตศาสตร์

วิธีการสอนคณิตศาสตร์

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2533, หน้า 14–16) ได้เสนอวิธีการสอนคณิตศาสตร์ไว้ 3 วิธีคือ

1. วิธีการสอนโดยการค้นพบด้วยตนเอง หมายถึง การที่นักเรียนคิดค้นวิธีการหาคำตอบในสิ่งที่อยากทราบ หรือตรวจสอบสมมติฐานที่คิดไว้ด้วยตนเอง การค้นพบด้วยตนเองเป็นการสอนปลายเปิดคือนักเรียนจะมีอิสระในการตั้งคำถาม จะถามในสิ่งที่ตนเองอยากรู้ ซึ่งเป็นคำถามที่มีความหมายต่อตัวของนักเรียน แล้วก็จะหาคำตอบด้วยวิธีการต่าง ๆ เช่นการลองผิดลองถูก การค้นพบด้วยตัวเอง การสอนให้นักเรียนได้ค้นพบด้วยตนเองนับว่าเป็นวิธีที่เหมาะสมในกรณีที่ต้องการเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้ความคิดอย่างอิสระหรืออย่างสร้างสรรค์ ซึ่งการสอนวิธีนี้นักเรียนจะมีความสุขสานกับการเรียน

2. การสอนด้วยวิธีการค้นพบด้วยตัวเองภายใต้การแนะนำ หมายถึง การที่ครูตั้งปัญหา แล้วให้นักเรียนแสวงหาวิธีการเพื่อหาคำตอบของปัญหาภายใต้การแนะนำของครู วิธีการสอนนี้ครูจะต้องจัดเตรียมสภาพการ หรือข้อมูลต่าง ๆ ไว้ให้พร้อมเพื่อให้นักเรียนเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา ซึ่งมีขั้นตอนในการสอนดังนี้

2.1 ขึ้นเสนอปัญหา การกำหนดขอบเขตของปัญหาว่าเรื่องที่ต้องการศึกษาคืออะไร

2.2 ขึ้นรวบรวมข้อมูล ครูจัดประสบการณ์ให้แก่ นักเรียน จากประสบการณ์รูปธรรมไปสู่กึ่งรูปธรรม และไปสู่นามธรรมในที่สุด

2.3 ขึ้นการหาลักษณะร่วมของข้อมูล ครูมีบทบาทเป็นผู้คอยช่วยเหลือให้คำแนะนำเพื่อให้นักเรียนหาลักษณะร่วมของข้อมูล

การค้นพบด้วยตัวเองภายใต้การแนะนำของครูเป็นวิธีสอนที่นักเรียนมีส่วนร่วมโดยครูพยายามตั้งโจทย์ปัญหาที่กระตุ้นความสนใจของนักเรียน พร้อมทั้งจัดประสบการณ์ที่เอื้อให้นักเรียนค้นพบคำตอบ การให้คำแนะนำช่วยเหลือมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับความสามารถของนักเรียน

3. วิธีการสอนโดยการสาธิต การสอนวิธีนี้เป็นการสอน โดยครูเป็นผู้กำหนดเนื้อหาเอง และเป็นผู้ตอบปัญหาเอง โดยนักเรียนเป็นผู้ปฏิบัติตามวิธีที่ครูบอกหรือแสดงให้ดู ซึ่งประโยชน์ของการสอนแบบนี้คือการประหยัดเวลา ใช้ได้ดีสำหรับการทบทวนเนื้อหาที่เรียนมาแล้ว

และเหมาะสมอย่างยิ่งกับการสอนเรื่องที่ไม่สามารถค้นพบได้ง่าย ๆ หรือไม่สามารค้นพบได้เลย เช่น สัญลักษณ์หรือชื่อเฉพาะต่าง ๆ

จากวิธีสอนคณิตศาสตร์ดังกล่าวจะเห็นว่า วิธีสอนแต่ละวิธีนั้นมีความเหมาะสมกับเนื้อหาและจุดประสงค์ที่แตกต่างกัน ดังนั้นในการที่จะนำวิธีใดไปใช้ในการสอนคณิตศาสตร์นั้น ครูผู้สอนควรจะต้องรู้จักเลือกใช้วิธีการสอนให้เหมาะสมกับเนื้อหาและจุดประสงค์ในการสอนแต่ละครั้ง และในการสอนบางจุดประสงค์ หรือบางเนื้อหาอาจจะต้องใช้วิธีการสอนที่หลากหลาย

หลักการสอนคณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ และบรรลุจุดประสงค์ตามที่หลักสูตรต้องการนั้น ครูจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในสิ่งต่อไปนี้

1. ทฤษฎีการสอน ทฤษฎีที่เหมาะสมที่จะนำมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีดังต่อไปนี้ (กองวิจัยทางการศึกษา, 2539, หน้า 16 – 17)

1.1 ทฤษฎีแห่งการฝึกฝน (Drill Theory) เป็นทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นการฝึกฝน โดยการให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดมาก ๆ จนกว่านักเรียนจะเคยชินกับวิธีนั้น ๆ การสอนจึงเริ่ม โดยครูจะเป็นผู้ให้ตัวอย่างหรือบอกสูตรหรือกฎเกณฑ์ แล้วให้นักเรียนฝึกฝน ทำแบบฝึกหัดมาก ๆ จนกระทั่งนักเรียนชำนาญ

1.2 ทฤษฎีแห่งความหมาย (Meaning Theory) ทฤษฎีนี้เชื่อว่า การคิดคำนวณกับการเป็นอยู่ในสังคมของนักเรียนเป็นหัวใจของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และมีความเชื่อว่านักเรียนจะเรียนรู้และเข้าใจในสิ่งที่เรียนได้ดี เมื่อสิ่งนั้นมีความหมายต่อตัวนักเรียนเอง และเป็นเรื่องที่พบเห็นและปฏิบัติในชีวิตประจำวันของนักเรียนเอง

1.3 ทฤษฎีแห่งการเรียนรู้โดยบังเอิญ (Incidental Theory) ทฤษฎีนี้เชื่อว่านักเรียนจะเรียนรู้ได้ดี เมื่อเกิดความต้องการหรือความอยากรู้ในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง ดังนั้นกิจกรรมการเรียนการสอนควรจัดตามเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในโรงเรียนและชุมชน ซึ่งเด็กได้ประสบกับตนเอง ทฤษฎีนี้มีข้อบกพร่องคือ เหตุการณ์จะเกิดขึ้นไม่บ่อยนัก ดังนั้นการเรียนตามทฤษฎีจึงไม่เกิดผล

1.4 ทฤษฎีเชื่อมโยงจิตสำนึก (Apperception) ของแฮร์บาร์ต (Herbert) เน้นการรับรู้ ได้รับความสนใจ และสร้างความพึงพอใจให้ผู้เรียนเสียก่อนด้วยกิจกรรม สื่อการเรียนหรือสถานการณ์ต่าง ๆ เป็นกระบวนการเชื่อมต่อกับความคิดใหม่เข้าไปในความคิดที่เก็บสะสมไว้

1.5 ทฤษฎีเชื่อมโยงสถานการณ์จากสิ่งเร้าและสิ่งตอบสนอง (Connectionism) ของธอร์นไคค์ (Thorndike) เป็นการเชื่อมโยงสิ่งเร้ากับการตอบสนองของผู้เรียนในแต่ละขั้นอย่างต่อเนื่อง โดยอาศัยกฎการเรียนรู้ 3 กฎ ดังนี้

1.5.1 กฎแห่งความพร้อม (Law of Readiness) เมื่อกระแสนประสาทมีความพร้อมที่จะกระทำ และได้กระทำเช่นนั้นจะก่อให้เกิดความพึงพอใจ แต่ถ้ายังไม่พร้อมและต้องกระทำก่อนก่อให้เกิดความรำคาญ

1.5.2 กฎแห่งการฝึกหัด (Law of Exercise) กล่าวคือ ยิ่งมีการตอบสนองต่อสิ่งเร้ามากและบ่อยครั้งเท่าไร สิ่งนั้นย่อมจะคงทนนานเท่านั้น แต่หากไม่ปฏิบัติ ตัวเชื่อมนั้นกำลังจะอ่อนลง

1.5.3 กฎแห่งผล (Law of Effect) กล่าวคือ การตอบสนองจะมีกำลังขึ้นหากเกิดความพึงพอใจตามมา และจะอ่อนลงหากเกิดความไม่พอใจ

1.6 ทฤษฎีเสริมแรง (Operant Conditioning) ของสกินเนอร์ (Skinner) เน้นการแบ่งจุดประสงค์ออกเป็นส่วนย่อย ๆ แต่ละส่วนจะถูกเสริมแรงเป็นส่วน ๆ ไป และต้องกำหนดจังหวะเวลาของการเสริมแรงให้เหมาะสม

1.7 ทฤษฎีฝึกสมอง (Mental Discipline) ของเพลโต (Plato) เน้นการพัฒนาสมองโดยสอนให้เข้าใจและฝึกฝนมาก ๆ จนเกิดเป็นทักษะ และความคงทนในการเรียนรู้ หลังจากนั้นสามารถถ่ายโยงไปใช้ได้อย่างอัตโนมัติ

จากการศึกษาทฤษฎีการสอนดังกล่าว จะเห็นว่าในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ และพัฒนาการไปในทางที่ดีขึ้น ครูผู้สอนควรจะต้องมีความรู้ และความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการของทฤษฎีการสอนแต่ละทฤษฎี และสามารถนำหลักการของแต่ละทฤษฎีมาประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนการสอนได้อย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ

2. ทฤษฎีการเรียนรู้ ทฤษฎีการเรียนรู้ที่ครุคณิตศาสตร์ควรรู้มีดังนี้ (กองวิจัยทางการศึกษา, 2539, หน้า 17 -21)

2.1 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญา (Intellectual Development) ของเพียเจต์ (Piaget) การที่ครุคณิตศาสตร์จะจัดการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพนั้น การเข้าใจพัฒนาการของผู้เรียนเป็นสิ่งที่สำคัญ โดยเฉพาะทฤษฎีพัฒนาการทางด้านสติปัญญาของ เพียเจต์ ซึ่งได้แสดงให้เห็นถึงการเจริญเติบโต และพัฒนาการของมนุษย์โดยผ่านขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อให้ครูผู้สอนสามารถนำความรู้มาเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้เหมาะสม

2.2 ทฤษฎีการเรียนรู้และแนวคิดของออสซูเบล (Ausubel) ออสซูเบลได้เสนอหลักการที่จะทำให้การเรียนบรรลุวัตถุประสงค์มี 2 ประการคือ การจัดความรู้ให้มีโครงสร้างและความยากง่ายอย่างเหมาะสม ซึ่งลักษณะการเรียนรู้ ตามความคิดของ ออสซูเบล สามารถจัดเป็นกลุ่มได้ 4 กลุ่ม คือ การเรียนรู้แบบท่องจำ (Recitation Learning) การเรียนรู้แบบมีความหมาย (Meaningful Learning) การเรียนรู้จากการบอกเล่า (Reception Learning) การเรียนรู้จากการค้นพบ

(Discovery Learning) จากการจัดกลุ่มการเรียนรู้ทั้ง 4 กลุ่ม ของออสซูเบล กลุ่มของการเรียนรู้ แบบมีความหมาย และการเรียนรู้แบบค้นพบ จะเป็นลักษณะของการเรียนรู้ที่พึงประสงค์ที่ควรจัดให้นักเรียนได้รับการฝึกฝน

2.3 ทฤษฎีการเรียนรู้ของบลูม (Bloom) บลูม เสนอทฤษฎีการเรียนรู้ในโรงเรียน เป็นทฤษฎีที่มีข้อตกลง 2 ประการ คือ พื้นฐานของผู้เรียน และคุณลักษณะของผู้เรียนแต่ละคนตามรูปแบบของทฤษฎีนี้ ความสามารถหรือคุณสมบัติด้านพุทธิพิสัย คุณลักษณะด้านจิตพิสัยและคุณภาพของการสอน จะเป็นตัวกำหนดผลการเรียน ซึ่งผลการเรียน ได้แก่ ระดับและประเภทของผลสัมฤทธิ์ อัตราการเรียนรู้คุณลักษณะด้านจิตพิสัย คุณภาพของการสอนมีองค์ประกอบ 4 ประการ ได้แก่

2.3.1 การชี้แนะ (Cues) หมายถึง การบอกจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอน และงานที่จะต้องทำให้นักเรียนทราบอย่างชัดเจน

2.3.2 การมีส่วนร่วม (Participation) หมายถึง การร่วมมือกันจัดกิจกรรม การเรียนการสอน

2.3.3 การเสริมแรง (Reinforcement) หมายถึง การชมเชย คำหิ การให้ข้อมูลสะท้อนกลับ

2.3.4 การแก้ไขข้อบกพร่อง (Feedback and Corrective) การให้ข้อมูลสะท้อนกลับ หมายถึง การวินิจฉัย และชี้แจงให้นักเรียนทราบว่า นักเรียนแต่ละคนได้บรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อใดบ้าง และยังขาดจุดประสงค์ข้อใด ส่วนการแก้ไขข้อบกพร่องเป็นกระบวนการ และกิจกรรมที่ใช้เพื่อปรับปรุงผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนโดยยึดข้อมูลสะท้อนกลับ

ดังนั้น ในการจัดการเรียนการสอน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ดี ควรจัดแบ่งเนื้อหา ออกเป็นหน่วยย่อย ๆ แล้วสอนโดยการยึดหลัก 4 ประการคือ การชี้แนะแนวทางในการเรียน โดยการบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนได้ทราบก่อนที่จะทำการสอน ในระหว่างสอน ควรให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน ให้การเสริมแรงทุกครั้งที่นักเรียนทำดี หรือ ถูกต้อง และการให้ข้อมูลสะท้อนกลับหรือแก้ไขข้อบกพร่อง

2.4 ทฤษฎีพัฒนาการและแนวคิดของบรูเนอร์ (Bruner) บรูเนอร์ ให้หลักการเรียนรู้ที่สำคัญซึ่งได้แก่ การเน้นโครงสร้าง (Structure) ของเนื้อหาวิชาและกระบวนการ (Process) ของการแก้ปัญหา มากกว่าการเน้นผล (Product) ของพฤติกรรม บรูเนอร์ กล่าวว่า การเข้าใจโครงสร้างของการเรียนรู้ช่วยให้นักเรียนมีความรู้แจ้งสามารถประยุกต์เนื้อหาวิชาได้ ทำให้มีความทรงจำเป็นระยะเวลานาน นอกจากนั้นการเข้าใจโครงสร้างยังเป็นการจัดความรู้ให้มีระบบระเบียบ บรูเนอร์ เสนอแนะให้คำนึงถึงความพร้อม (Readiness) ของผู้เรียนในแง่ของการจัดประสบการณ์

ของการเรียนให้มีลำดับความยากง่าย และสัมพันธ์กันอย่างเหมาะสม นอกจากนี้ครูควรคำนึงถึง
ความสนใจของผู้เรียนด้วย

บรูเนอร์ ได้เสนอแนะวิธีการสอนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ขั้นคือ

ขั้นที่ 1 การใช้ของจริงอธิบายหรือแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 2 การใช้รูปภาพอธิบายหรือแสดงความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 การใช้สัญลักษณ์อธิบายหรือแสดงความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรมนั้น การ
ที่จะสอนให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้นั้นจะต้องเริ่มจากการใช้ของจริง รูปภาพและสัญลักษณ์
ตามลำดับครูผู้สอนจะต้องคำนึงถึงความพร้อมของผู้เรียน จัดประสบการณ์ในการเรียนรู้ให้
เรียงลำดับ จากง่ายไปหายาก และเนื้อหาในการเรียนจะต้องมีความสัมพันธ์กันเพื่อให้ผู้เรียน เรียนรู้
ได้อย่างรวดเร็ว

2.5 ทฤษฎีและแนวคิดของกาเย่ (Gagené) กาเย่ ได้ให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการ
สอนแบบชี้แนะเพื่อการค้นพบเน้นกระบวนการในการจัดการเรียนการสอนต้องกำหนด
จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมว่า จะให้นักเรียนแสดงพฤติกรรมที่พึงประสงค์อะไรบ้าง กิจกรรมการ
เรียนการสอนตามแนวคิดของ กาเย่ จะเริ่มจากการกำหนดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม การวิเคราะห์
พื้นความรู้เดิมของนักเรียน การจัดลำดับขั้นของการเรียน โดยการชี้แนะของครู การจัดกิจกรรมการ
เรียนการสอนตามความถนัด หรือวิธีการเรียนรู้ของผู้เรียนและการประเมินพฤติกรรม ขั้นสุดท้าย
ของผู้เรียนซึ่ง กาเย่ เชื่อว่านักเรียนจะมีความคิดรวบยอดใหม่ เมื่อนักเรียน ได้เรียนความคิดรวบยอด
ย่อยซึ่งเป็นพื้นฐานของความคิดรวบยอดใหม่นั้นเสียก่อน ดังนั้นการจัดประสบการณ์การเรียนอย่าง
มีระบบจึงเป็นเรื่องสำคัญอย่างยิ่ง นอกจากนี้ กาเย่ ยังเชื่อว่าสิ่งที่จะช่วยผู้เรียนเก็บรักษาความรู้ไว้ได้
นานมีอยู่ 3 ประการคือ กิจกรรมที่ส่งเสริมให้เกิดความพึงใจ การเข้าใจอย่างชัดเจน การจำแนก
ความรู้เดิมและความรู้ใหม่

หลักการสอนคณิตศาสตร์ให้ผู้เรียนได้รับความรู้อย่างเต็มที่นั้นมีหลากหลาย
รูปแบบขึ้นอยู่กับบริบทของนักเรียน และความถนัดของครู แต่หลักการสอนที่ครูผู้สอนควรทำ
ความเข้าใจอันได้แก่ ทฤษฎีแห่งการฝึกฝน เนื่องมาจากการเรียนคณิตศาสตร์นั้นต้องฝึกทำ
แบบฝึกหัดให้เกิดความชำนาญในเรื่องนั้น ๆ เพื่อที่จะให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการทำโจทย์ได้
รวมไปถึงการเสริมแรง ต้องเสริมแรงให้ถูกเวลาที่เหมาะสม ครูผู้สอนควรแบ่งเนื้อหาออกเป็น
หน่วยย่อย ๆ เพื่อที่จะให้นักเรียนให้เรียนรู้ตามหัวข้อ และง่ายในการวิเคราะห์ว่านักเรียนบกพร่อง
เนื้อหาในส่วนใด เพื่อที่จะนำไปแก้ไข และพัฒนาต่อไป

การเรียนการสอนเมทริกซ์

การเรียนการสอนเมทริกซ์ในระดับมัธยมศึกษามีจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเรื่องเมทริกซ์ และสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในสังคมปัจจุบันได้ นอกจากนี้เมทริกซ์ยังเป็นส่วนหนึ่งของความรู้พื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์ชั้นสูง เช่น คอมพิวเตอร์ วิศวกรรมศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ โปรแกรมเชิงเส้นตรง ทฤษฎีเกม เป็นต้น ซึ่งต้องนำเมทริกซ์ไปประยุกต์ใช้กับระบบสมการเชิงเส้นเพราะเมทริกซ์เป็นการคำนวณตัวเลขที่เกี่ยวกับระบบสมการที่มีตัวแปรหลายตัว วิธีการของเมทริกซ์จะช่วยให้สามารถวิเคราะห์สมการ เหล่านั้นได้ การที่ครูผู้สอนจะสามารถพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนให้สอดคล้องกับ การนำไปใช้ได้นั้น ครูควรจะต้องมีความรู้เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนเมทริกซ์ บทบาทของครูต่อการจัดการเรียนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางและหลักการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อจะช่วยครูในการจัดการเรียนการสอนเมทริกซ์ให้เหมาะสมกับความสามารถและพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน พร้อมทั้งนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ (จตุพร สุขจิระเดช, 2547 หน้า 5)

จากที่ได้เสนอการศึกษาเอกสารของ Fuller et al. (1982, pp. 283 - 315) Price and Flanders (1982, pp. 217-250) และ Munem and Foulis (1982, pp. 314-368) อ้างถึงใน (จตุพร สุขจิระเดช, 2547, หน้า 5) ว่าการนำมโนคติของเมทริกซ์ และดิเทอร์มิแนนต์ไปประยุกต์ใช้กับระบบสมการเชิงเส้นดังนี้

1. เมทริกซ์ และระบบสมการเชิงเส้นโดยการเปลี่ยนแปลงระบบสมการให้อยู่ในรูปเมทริกซ์มิติ 3×3 ซึ่งใช้สัมประสิทธิ์ของตัวแปร และยังสามารถเขียนในรูปเมทริกซ์มิติ 3×4 ถ้ารวมค่าคงตัวกับสัมประสิทธิ์ของตัวแปร

$$\begin{array}{l} 2x + 3y + z = 9 \\ \text{เช่น } x - 2y - 3z = 1 \\ 5x + 4y + 6z = 5 \end{array} \quad \text{แปลงให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ได้}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & -3 \\ 5 & 4 & 6 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 9 \\ 1 & -2 & -3 & 1 \\ 5 & 4 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

อาศัยหลักการของสมมูลของระบบสมการ โดยเปลี่ยนเมทริกซ์ให้อยู่ในรูป

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & S_1 \\ 0 & 1 & 0 & S_2 \\ 0 & 0 & 1 & S_3 \end{bmatrix} \quad \text{ซึ่งแสดงว่า} \quad \begin{aligned} x &= S_1 \\ y &= S_2 \\ z &= S_3 \end{aligned}$$

2. ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์มิติ 2×2 และเมทริกซ์มิติ 3×3 เมทริกซ์ของ n แถว และ n หลัก จะเรียกว่าเมทริกซ์จัตุรัสขนาด n และความสัมพัทธ์ของจำนวนในเมทริกซ์จัตุรัส เรียกว่า “ดีเทอร์มิแนนต์”

$$\text{ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์จัตุรัส} \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} \text{ คือ } a_1b_2 - a_2b_1$$

$$\text{เขียนแทนด้วย} \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1$$

ในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์ ให้พิจารณา

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y &= c_1 \\ a_2x + b_2y &= c_2 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1)$$

โดยการแก้ระบบสมการด้วยวิธีการทำให้สัมประสิทธิ์ของตัวแปร x หรือ y เท่ากันจะได้

$$x = \frac{c_1b_2 - c_2b_1}{a_1b_2 - a_2b_1}, \quad y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}, \quad a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \quad \dots\dots\dots (3)$$

จากรูปแบบ(1), (2) และ(3) ที่กล่าวมาข้างต้นได้นำไปประยุกต์ใช้กับการหาคำตอบของระบบสมการ(1) ที่เป็นค่าคงตัวซึ่งระบบสมการเหล่านั้น $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$

นอกจากนี้การหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์มิติ 2×2 สามารถนำไปหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์มิติ 3×3 โดยสมการ

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - b_1 \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + c_1 \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$$

Hornsby and Lail (1996, pp. 542-596) และวาทิตย์ ชุมณี โชติ (2538, หน้า 454-508) ยังได้เสนอการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ และในการสอนได้นำการแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยวิธีกำจัดตัวแปร มาเทียบกับเมทริกซ์ด้วย

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยพบว่า การสอนเมทริกซ์ได้มีการนำความรู้พื้นฐาน คือ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และสามตัวแปร เป็นสื่อในการเชื่อมโยงความรู้และเสริมสร้างความเข้าใจให้กับนักเรียนในเรื่องเมทริกซ์ ได้แก่ สัญลักษณ์เมทริกซ์ อินเวอร์ส การคูณเมทริกซ์ ดีเทอร์มิแนนต์ เป็นต้น การลำดับขั้นตอนของการสอนเริ่มจากการแนะนำเมทริกซ์ โดยผ่านระบบสมการเชิงเส้นหลังจากนั้นจึงดำเนินการสอนเมทริกซ์ ดีเทอร์มิแนนต์ และการนำวิธีการเมทริกซ์ไปช่วยในการหาคำตอบระบบสมการเชิงเส้นที่มีตัวแปรสามตัวแปร หรือมากกว่าสามตัวแปรให้มีความง่ายและสะดวกมากยิ่งขึ้น ส่วนแบบฝึกหัดจะมีลักษณะเป็น โจทย์ในเรื่องเดียวกันแต่ได้ลำดับความยากง่ายไว้เป็นสองตอน ตอนแรกจะมีความง่าย และตอนหลังจะมีความยากมากขึ้น

สุวรรณดี นิมมานพิสุทธิ์ (2530, หน้า 162-165) ได้กล่าวถึงปัญหาและข้อเสนอแนะ ในเรื่องการสอนเมทริกซ์ไว้ ดังนี้

1. การแนะนำให้รู้จักเมทริกซ์ ผู้สอนอาจให้ตัวอย่างเหตุการณ์ในชีวิตประจำวัน เช่น รายการแสดงราคาอาหาร

ก๋วยเตี๋ยว ธรรมดา 15 บาท พิเศษ 20 บาท

ข้าวราดแกง ธรรมดา 10 บาท พิเศษ 15 บาท

เมื่อตัดข้อความออกจะเหลือตัวเลข $\begin{bmatrix} 15 & 20 \\ 10 & 15 \end{bmatrix}$ ถ้าล้อมตัวเลขด้วยวงเล็บ [] หรือ ()

จะได้สิ่งที่วิชาคณิตศาสตร์เรียกว่า เมทริกซ์ เช่น $\begin{bmatrix} 15 & 20 \\ 10 & 15 \end{bmatrix}$ หรือ $\begin{pmatrix} 15 & 20 \\ 10 & 15 \end{pmatrix}$

2. หลังจากการสอนสมบัติต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับเมทริกซ์แล้ว อาจให้นักเรียนช่วยกันสรุปสมบัติของเมทริกซ์เกี่ยวกับการบวก การคูณ ด้วยจำนวนจริง และการคูณด้วยเมทริกซ์เปรียบเทียบ ดังนี้

ตารางที่ 1 ตารางคุณสมบัติของเมทริกซ์

คุณสมบัติ	การบวกเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์	การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง	การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์
1. การปิด	$A + B \in S$	$cA \in S$	$AB \in S$
2. การเปลี่ยนกลุ่มได้	$A+(B+C)=(A+B)+C$	$(cd)A=c(dA)$	$A(BC)=(AB)C$
3. การมีเอกลักษณ์	เอกลักษณ์ 0	$1A=A$	เอกลักษณ์คือ 1
4. การมีอินเวอร์ส	$-A$ เป็นตัวผกผันการบวกของ A		มีอินเวอร์สเฉพาะ นอนซิงกูลาร์เมทริกซ์
5. การสลับที่	$A+B=B+A$		โดยทั่วไป $AB \neq BA$
6. การแจกแจง		$c(A+B)=cA+cB$	$A(B+C)=AB+AC$
		$(c+d)A=cA+dA$	$(B+C)A=BA+CA$

เมื่อ S เป็นเซตของ $n \times n$ เมทริกซ์ $A, B, C \in S$ และ c, d เป็นจำนวนจริง

ดังนั้นการสอนเมทริกซ์จึงควรเริ่มจากความรู้พื้นฐานเดิม คือระบบสมการเชิงเส้น แล้วเชื่อมโยงไปสู่การเขียนสัญลักษณ์ในรูปเมทริกซ์ เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญของเนื้อหาเดิมกับเนื้อหาใหม่แล้วจึงค่อยดำเนินการสอนเมทริกซ์ นอกจากนี้ในการสอนเมทริกซ์ควรให้นักเรียนได้เห็นประโยชน์ของเมทริกซ์ที่ใช้ในการเรียนคณิตศาสตร์ชั้นสูง และใช้ในชีวิตประจำวันด้วย

แบบฝึก

ความหมายของแบบฝึก

แบบฝึก คือสื่อการเรียนการสอนชนิดหนึ่ง ที่ใช้ฝึกทักษะให้กับผู้เรียนหลังจากเรียนจบเนื้อหาในช่วงหนึ่ง ๆ โดยครูได้มอบหมายให้นักเรียนทำด้วยตนเองภายหลังจากได้เรียนบทเรียนที่ครูสอน เพื่อฝึกฝนให้เกิดความรู้ความเข้าใจ รวมทั้งเกิดความชำนาญในเรื่องนั้น ๆ อย่างกว้างขวางมากขึ้น และได้มีผู้กล่าวถึงความหมายของแบบฝึกไว้อีกมากมาย ดังนี้

เกคินี มีคุณ (2547, หน้า 27) กล่าวว่า แบบฝึกเป็นสื่อประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ช่วยให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาการเรียนรู้จากการปฏิบัติด้วยตนเอง ได้ฝึกทักษะเพิ่มเติมและทบทวนเนื้อหาหลังจากที่ได้เรียนบทเรียนอาจทำเป็นหน่วยการเรียนรู้หรือรวมเล่มทุกเนื้อหา โดยมีครูเป็นผู้แนะนำ

จุฬารัตน์ วงษ์ศรีนาค (2537, หน้า 13) กล่าวว่าแบบฝึกทักษะ หมายถึงแบบฝึกที่สร้างขึ้น ด้วยลักษณะหรือเป็นแบบที่หลากหลาย โดยมีจุดประสงค์เพื่อมุ่งเสริมทักษะต่าง ๆ ให้เกิดแก่ผู้เรียน ในขณะที่เรียนหรือหลังจากเรียนบทเรียนจบแล้ว

ปฐมพร บุญลี (2545, หน้า 43) กล่าวว่า แบบฝึกทักษะหมายถึงสิ่งที่ผู้สอนมอบหมายให้ ผู้เรียนกระทำเพื่อฝึกฝนเนื้อหาต่าง ๆ ที่เรียนไปแล้วให้เกิดความชำนาญมากขึ้น และผู้เรียนสามารถ นำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

รัชฎาภรณ์ พรหมลา (2541, หน้า 33) กล่าวว่า แบบฝึก แบบฝึกหัด แบบฝึกทักษะหรือชุด การสอนที่เป็นแบบฝึกที่ใช้เป็นตัวอย่างปัญหา หรือคำสั่งที่ตั้งขึ้นเพื่อให้นักเรียนฝึกตอบเพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจและมีทักษะเพิ่มมากขึ้น

วรสุดา บุญยไวยโรจน์ (2536, หน้า 37) กล่าวว่าแบบฝึกหัดเป็นสื่อการสอนที่จัดทำขึ้น เพื่อให้ผู้เรียน ได้ศึกษา ทำความเข้าใจ และฝึกฝนจนเกิดแนวคิดที่ถูกต้องและเกิดทักษะในเรื่องใด เรื่องหนึ่ง นอกจากนั้นแบบฝึกหัดยังเป็นเครื่องช่วยบ่งชี้ให้ครูทราบว่าผู้เรียนหรือผู้ใช้แบบฝึกหัดมีความรู้ความเข้าใจในบทเรียนและสามารถนำความรู้นั้นไปใช้ได้มากน้อยเพียงใด ผู้เรียนมีจุดเด่น ที่ควรส่งเสริมหรือมีจุดด้อยที่ต้องปรับปรุงแก้ไขตรงไหน อย่างไร แบบฝึกหัดจึงเป็นเครื่องมือ สำคัญที่ครูทุกคนใช้ในการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจและพัฒนาทักษะของนักเรียนในวิชาต่าง ๆ

สงบ ลักษณะ (2535, หน้า 61) กล่าวว่า ชุดแบบฝึกเป็นสื่อใช้ฝึกทักษะการคิด การวิเคราะห์ การแก้ปัญหา และการปฏิบัติของนักเรียน นิยมใช้ในกลุ่มวิชาภาษาไทย คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ การงานและพื้นฐานอาชีพ

สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ (2540, หน้า 106) กล่าวว่า แบบฝึกทักษะ คือ การจัดประสบการณ์ การฝึกหัดเพื่อให้นักเรียน ได้ศึกษาและเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องอย่าง หลากหลายและแปลกใหม่

จากความเห็นของนักวิชาการและนักวิจัยดังกล่าว เกี่ยวกับความหมายของแบบฝึก จึงพอสรุปได้ว่า แบบฝึก คือสื่อการเรียนการสอนชนิดหนึ่ง ที่ใช้ฝึกทักษะให้กับผู้เรียนหลังจากเรียนจบ เนื้อหาในช่วงหนึ่ง ๆ โดยครูได้มอบหมายให้นักเรียนทำด้วยตนเองภายหลังจากได้เรียนบทเรียนที่ ครูสอน เพื่อฝึกฝนให้เกิดความรู้ความเข้าใจ รวมทั้งเกิดความชำนาญในเรื่องนั้น ๆ อย่างกว้างขวาง มากขึ้น

ความสำคัญและประโยชน์ของแบบฝึก

แบบฝึกมีประโยชน์ต่อการเรียนในกลุ่มคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก เพราะแบบฝึกเป็นสื่อ ที่ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติเพื่อให้นักเรียนมีทักษะในเรื่องที่ฝึกนั้นเพิ่มมากขึ้น ซึ่งต้องมีการฝึกฝน

เพื่อให้นักเรียนเกิดความชำนาญและนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน จึงมีผู้กล่าวถึง ประโยชน์ของแบบฝึกไว้ ดังนี้

เกศินี มีคุณ (2547, หน้า 29) กล่าวว่า แบบฝึกมีความสำคัญในการช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ มีพัฒนาการ และมีความชำนาญในเนื้อหา นั้น ๆ ช่วยให้ครูประสบความสำเร็จในการสอน

จากข้างต้นทำให้ทราบว่าแบบฝึกจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความชำนาญ เกิดการพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องที่จัดทำแบบฝึกขึ้น และแบบฝึกยังเป็นเครื่องมือที่ส่งผลให้การเรียนการสอนสำเร็จคล่องตามจุดประสงค์

ส่วนประกอบของแบบฝึก

สุนันทา สุนทรประเสริฐ (2535, หน้า 72 - 73) ได้กล่าวถึงส่วนประกอบของแบบฝึกไว้ ดังนี้

1. คู่มือการใช้แบบฝึก เป็นเอกสารสำคัญประกอบการใช้แบบฝึกว่าใช้เพื่ออะไร และมีวิธีการใช้อย่างไร เช่น ใช้เป็นงานฝึกทำขบทเรียน ใช้เป็นการบ้าน หรือใช้สอนซ่อมเสริม คู่มือการใช้แบบฝึก ควรประกอบด้วย

1.1 ส่วนประกอบของแบบฝึก จะระบุว่าในแบบฝึกชุดนี้มีแบบฝึกทั้งหมดกี่ชุด อะไรบ้าง และมีส่วนประกอบอื่น ๆ หรือไม่ เช่น แบบทดสอบ หรือแบบบันทึกผลการประเมิน

1.2 สิ่งที่ครูหรือนักเรียนต้องเตรียม (ถ้ามี) จะเป็นการบอกให้ครูหรือนักเรียนเตรียมตัวให้พร้อมล่วงหน้าก่อนเรียน

1.3 จุดประสงค์ในการใช้แบบฝึก

1.4 ขั้นตอนในการใช้ บอกข้อตามลำดับการใช้ และอาจเขียนในรูปของแนวการสอน หรือแผนการสอนจะชัดเจนยิ่งขึ้น

1.5 เฉลยแบบฝึกในแต่ละชุด

2. แบบฝึกเป็นสื่อที่สร้างขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนฝึกทักษะ เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ที่ถาวรควรมีองค์ประกอบดังนี้

2.1 ชื่อชุดฝึกในแต่ละชุดย่อย

2.2 จุดประสงค์

2.3 คำสั่ง

2.4 ตัวอย่าง

2.5 ชุดฝึก

2.6 ภาพประกอบ

2.7 แบบทดสอบก่อนและหลังเรียน

2.8 แบบประเมินบันทึกผลการใช้

หลักการสร้างแบบฝึก

การทำแบบฝึกเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับผู้เรียนคณิตศาสตร์ที่จะต้องฝึกหัดเพื่อให้เกิดทักษะในการเรียนรู้ ถ้าแบบฝึกไม่น่าทำ ไม่น่าสนใจ ไม่น่าติดตาม แบบฝึกชนิดนั้นจะทำให้ นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย แทนที่แบบฝึกชนิดนั้นจะมีประโยชน์ กลับเป็นโทษต่อผู้เรียน ดังนั้น ในการสร้างแบบฝึกที่ดี จึงต้องมีการศึกษาเกี่ยวกับหลักในการสร้างแบบฝึกที่น่าสนใจ เพื่อให้แบบฝึกที่ทำขึ้นมาเป็นที่ตอบสนองความต้องการของผู้เรียน ฉวีวรรณ กิรติกร (2537, หน้า 11-12) ได้กล่าวถึงหลักในการสร้างแบบฝึกไว้ดังนี้

1. แบบฝึกที่สร้างขึ้นนั้นสอดคล้องกับจิตวิทยาพัฒนาการ และลำดับขั้นตอนการเรียนรู้ของผู้เรียน เด็กที่เริ่มเรียนมีประสบการณ์น้อยจะต้องสร้างแบบฝึกหัดที่น่าสนใจ และจูงใจผู้เรียนด้วยการเริ่มจากข้อที่ง่าย ไปยาก เพื่อให้ผู้เรียนมีกำลังใจทำแบบฝึกหัด

2. ให้แบบฝึกหัดที่ตรงกับจุดประสงค์ที่ต้องการฝึก และต้องมีเวลาเตรียมการไว้ล่วงหน้าเสมอ

3. แบบฝึกหัดควรมุ่งเสริมทักษะของนักเรียนแต่ละกลุ่มตามความสามารถที่แตกต่างกันของผู้เรียน

4. แบบฝึกหัดแต่ละชุดควรมีคำชี้แจงง่าย ๆ สั้น ๆ เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจ หรือ ตัวอย่างแสดงวิธีทำจะช่วยให้เข้าใจได้ดียิ่งขึ้น

5. แบบฝึกหัดจะต้องถูกต้อง ครูควรพิจารณาให้ดี อย่าให้มีข้อผิดพลาด

6. แบบฝึกควรมีหลาย ๆ แบบเพื่อให้ผู้เรียนได้แนวคิดกว้างไกล

โรจนา แสงรุ่งรวี (2531, หน้า 20) กล่าวถึงการสร้างแบบฝึกทักษะให้มีประสิทธิภาพไว้ว่า

1. ครูควรจัดสิ่งแวดล้อมให้สอดคล้องกับจิตวิทยาและพัฒนาการเด็ก

2. มีจุดมุ่งหมายว่าจะแก้ปัญหาด้านใด ตามลำดับความยากง่าย

3. ความแตกต่างระหว่างบุคคล

4. ใช้แบบฝึกง่าย ๆ สั้น ๆ เพื่อให้เด็กเข้าใจง่าย ๆ ไม่เบื่อหน่าย

5. แบบฝึกทักษะต้องมีความถูกต้อง อย่ามีข้อผิดพลาด

6. คำนึงถึงเวลาที่เหมาะสมและความสนใจ

วิชย์ เพ็ชรเรือง (2531, หน้า 77) ได้กล่าวถึงหลักการจัดทำแบบฝึกหัดว่าควรมีลักษณะ ดังนี้

1. แบบฝึกหัดต้องมีเอกภาพ และสมบูรณ์ในตัว
2. เกิดจากความต้องการของผู้เรียนและสังคม
3. ครอบคลุมเนื้อหาหลายวิชา โดยบูรณาการให้เข้ากับการอ่าน
4. ใช้แนวคิดใหม่ในการจัดกิจกรรม
5. สนองความสนใจใคร่รู้ และความสามารถของผู้เรียน และส่งเสริมให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนเต็มที่
6. คำนึงถึงพัฒนาการและวุฒิภาวะของผู้เรียน
7. เน้นการแก้ปัญหา
8. ครูและนักเรียนได้มีโอกาสวางแผนร่วมกัน
9. แบบฝึกหัดควรเป็นสิ่งที่น่าสนใจ มีความแปลกใหม่สามารถปรับและรับเข้าสู่โครงสร้างทางความคิดของเด็กได้

จากหลักการสร้างแบบฝึกหัดที่กล่าวมาข้างต้นอาจสรุปได้ว่า ในการสร้างแบบฝึกหัดนั้น ผู้สร้างต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล แบบฝึกหัดที่สร้างต้องหลากหลายรูปแบบ สร้างจากง่ายไปหายาก ตรงตามจุดประสงค์ที่สร้างแบบฝึกหัด มีความถูกต้องห้ามผิดพลาด ควรจัดทำแบบฝึกหัดไว้ล่วงหน้า เพราะแบบฝึกหัดควรทำหลังจากผู้เรียนได้เรียนบทเรียนในเรื่องนั้น ๆ จบลงทันที และที่สำคัญเมื่อนักเรียนทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้วควรมีเฉลยให้นักเรียนได้ตรวจความถูกต้องในทันทีด้วย

ลักษณะแบบฝึกหัดที่ดี

แบบฝึกหัดเป็นเครื่องมือสำคัญที่จะช่วยเสริมทักษะให้กับผู้เรียน การสร้างแบบฝึกหัดให้มีประสิทธิภาพจึงจำเป็นต้องศึกษาองค์ประกอบ และลักษณะของแบบฝึกหัด เพื่อเลือกใช้ให้เหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน

วรสุดา บุญยไวโรจน์ (2536, หน้า 37) กล่าวแนะนำให้ผู้สร้างแบบฝึกหัดยึด ลักษณะ ของแบบฝึกหัดที่ดีไว้ ดังนี้

1. แบบฝึกหัดที่ดีควรมีความชัดเจน ทั้งคำสั่งและวิธีทำ คำสั่งหรือตัวอย่างแสดงวิธีทำที่ใช้ไม่ควรยาวเกินไป เพราะจะทำให้เข้าใจยาก ควรปรับปรุงให้เหมาะสมกับผู้ใช้ ทั้งนี้ เพื่อให้ นักเรียนสามารถศึกษาด้วยตนเองได้ถ้าต้องการ
2. แบบฝึกหัดที่ดีควรมีความหมายต่อผู้เรียน และตรงตามจุดมุ่งหมายของการฝึกลงทุนน้อย ใช้ได้นาน และทันสมัย

3. ภาษาและภาพที่ใช้ในแบบฝึก ควรเหมาะสมกับวัยและพื้นฐานความรู้ของนักเรียน

4. แบบฝึกที่ดีควรแยกฝึกเป็นเรื่อง ๆ แต่ละเรื่องไม่ควรยาวเกินไป แต่ควรมีกิจกรรมหลากหลายรูปแบบเพื่อเร้าให้นักเรียนเกิดความสนใจ และไม่น่าเบื่อหน่ายในการทำ และเพื่อฝึกทักษะใดทักษะหนึ่งจนเกิดความชำนาญ

5. แบบฝึกที่ดีควรมีทั้งแบบกำหนดคำตอบให้ แบบให้ตอบโดยเสรี การเลือกใช้คำ ข้อความ หรือรูปภาพในแบบฝึกควรเป็นสิ่งที่นักเรียนคุ้นเคย และตรงกับความสนใจของนักเรียน เพื่อว่าแบบฝึกที่สร้างขึ้นจะได้ก่อให้เกิดความเพลิดเพลิน และพอใจแก่ผู้ใช้ ซึ่งตรงกับหลักการเรียนรู้ที่ว่า เด็กมักจะเรียนรู้ได้เร็วในการกระทำที่ก่อให้เกิดความพึงพอใจ

6. แบบฝึกที่ดีควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ศึกษาด้วยตนเอง ให้รู้จักค้นคว้า รวบรวมสิ่งที่ พบเห็นบ่อย ๆ หรือที่ตัวเองเคยใช้ จะทำให้นักเรียนเข้าใจเรื่องนั้น ๆ มากยิ่งขึ้น และรู้จักนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ได้อย่างถูกต้อง มีหลักเกณฑ์และมองเห็นว่าสิ่งที่เขาได้ฝึกฝนนั้นมีความหมายต่อเขาตลอดไป

7. แบบฝึกที่ดีควรตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล ผู้เรียนแต่ละคนมีความแตกต่างกันในหลาย ๆ ด้าน เช่น ความต้องการ ความสนใจ ความพร้อม ระดับสติปัญญา และประสบการณ์ ฉะนั้นการทำแบบฝึกแต่ละเรื่องควรจัดทำให้มากพอ และมีทุกระดับ ตั้งแต่ง่าย ปานกลาง จนถึงระดับค่อนข้างยาก เพื่อว่าทั้งเด็กเก่ง กลาง และอ่อนจะได้เลือกทำตามความสามารถ ทั้งนี้เพื่อให้เด็กทุกคนประสบความสำเร็จในการทำแบบฝึก

8. แบบฝึกที่ดีควรสามารถเร้าความสนใจของนักเรียน ได้ตั้งแต่หน้าปกไปจนถึงหน้าสุดท้าย

9. แบบฝึกที่ดีควรได้รับการปรับปรุงควบคู่ไปกับหนังสือ

10. แบบฝึกที่ดีควรเป็นแบบฝึกที่สามารถประเมิน และจำแนกความเจริญงอกงามของเด็กได้ด้วย

วิลลาร์ด สุนทร โรจน์ (2548, หน้า 114) ได้กล่าวเกี่ยวกับลักษณะของแบบฝึกทักษะ ดังนี้

1. เป็นสิ่งที่นักเรียนเรียนมาแล้ว
2. เหมาะสมกับระดับวัยหรือความสามารถของนักเรียน
3. มีคำชี้แจงสั้น ๆ ที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจวิธีทำได้ง่าย
4. ใช้เวลาที่เหมาะสม คือ ไม่เร็วหรือนานเกินไป
5. เป็นสิ่งที่น่าสนใจและท้าทายให้นักเรียนแสดงความสามารถ

6. เปิดโอกาสให้นักเรียนเลือก ทั้งตอบอย่างจำกัดและตอบอย่างเสรี
7. มีคำสั่งหรือตัวอย่างแบบฝึกที่ไม่ยาวเกินไป และไม่ยากแก่การเข้าใจ
8. ควรมีหลายรูปแบบ มีความหมายแก่นักเรียนที่ทำแบบฝึก
9. ใช้หลักจิตวิทยา
10. ใช้สำนวนภาษาที่เข้าใจง่าย
11. ฝึกให้คิดได้เร็วและสนุกสนาน
12. ปลุกความสนใจหรือความเร้าใจ
13. เหมาะสมกับวัยและความสามารถ
14. สามารถศึกษาด้วยตนเองได้

จากข้างต้น แบบฝึกที่ดีนั้น ควรจะมีคำสั่ง คำอธิบายชัดเจนไม่กำกวม ตรงตามจุดประสงค์ที่ต้องการฝึก แบบฝึกไม่ควรเยอะจนเกิดความเบื่อหน่าย กำหนดเวลาในการทำให้เหมาะสม โดยเริ่มจากแบบฝึกที่ง่าย ๆ แล้วย่อย ๆ ยากขึ้นตามลำดับ

ทฤษฎีทางจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึก

ในการสร้างแบบฝึกที่ดีนั้น ผู้สร้างแบบฝึกควรคำนึงถึงหลักจิตวิทยาที่จะนำมาใช้ในการสร้างแบบฝึกด้วยเพื่อให้แบบฝึกนั้นน่าสนใจ สนุกสนาน มีความรู้สอดแทรก ช่วยและตอบสนองให้ผู้เรียนต้องการทำแบบฝึกนั้น ๆ โดย พรหมณี ช. เจนจิต (2538, หน้า 168-186) ได้เสนอหลักทฤษฎีทางจิตวิทยาที่ควรคำนึงในการสร้างแบบฝึกว่า ควรประกอบด้วย

1. กฎแห่งผล (Law of Effect) แบบฝึกที่สร้างขึ้นผู้เรียนจะต้องสามารถทำได้ และผู้เรียนสามารถตรวจคำตอบได้ทันทีหลังจากทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้ว ยังเป็นการสร้างความพอใจให้กับนักเรียนด้วย
2. การฝึกหัด (Practice) การเรียนรู้เกิดจากการฝึกหัดและความใกล้ชิดทำให้จำได้ คงทน ดังนั้น จึงควรให้มีการกระทำกิจกรรมที่ซ้ำ ๆ จนเกิดทักษะ
3. การเสริมแรงควรให้กำลังใจแก่นักเรียนเพื่อให้เกิดความภาคภูมิใจในตนเอง และ รู้สึกประสบความสำเร็จในงานที่ทำ นักเรียนจะมีแนวโน้มที่ต้องการทำงานนั้น ๆ อีก
4. แรงจูงใจ (Motivation) ครูจะต้องรู้จักกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการตื่นตัว อยากรู้ อยากเห็น แบบฝึกที่น่าสนใจจะเป็นแรงจูงใจที่ทำให้นักเรียนอยากทำ อยากฝึกและเกิดการเรียนรู้

สุนันทา สุนทรประเสริฐ (2535, หน้า 62 - 64) กล่าวว่า การศึกษาในเรื่องจิตวิทยาการเรียนรู้เป็นสิ่งที่ผู้สร้างแบบฝึกไม่ควรละเลย เพราะการเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้ต้องขึ้นอยู่กับปรากฏการณ์ของจิต และพฤติกรรมที่ตอบสนองนานาประการ โดยอาศัยกระบวนการที่เหมาะสม และเป็นวิธีที่ดี

ที่สุด การศึกษาทฤษฎีการเรียนรู้จากข้อมูลที่นักจิตวิทยาได้ทำการค้นพบและทดลองไว้แล้ว สำหรับการสร้างแบบฝึกในส่วนที่มีความสัมพันธ์กัน มีดังนี้

1. ทฤษฎีการลองผิดลองถูกของธอร์นไดค์ ซึ่งได้สรุปเป็นกฎเกณฑ์การเรียนรู้สามประการคือ

- 1.1 กฎความพร้อม หมายถึง การเรียนรู้จะเกิดขึ้นเมื่อบุคคลพร้อมที่จะกระทำ
- 1.2 กฎผลที่ได้รับ หมายถึง การเรียนรู้จะเกิดขึ้นเพราะบุคคลกระทำซ้ำ และยิ่งทำมาก ความชำนาญจะเกิดขึ้นได้ง่าย
- 1.3 กฎแห่งผลที่พอใจ หมายถึง การเรียนรู้เมื่อได้รับผลที่พึงพอใจ ย่อมอยากจะเรียนรู้อีกต่อไป

2. ทฤษฎีพฤติกรรมนิยม ของสกินเนอร์ ซึ่งมีความเชื่อว่าสามารถควบคุมบุคคลให้ทำตามความประสงค์หรือแนวทางที่กำหนดได้โดยไม่ต้องคำนึงถึงความรู้สึกทางด้านจิตใจของบุคคลผู้นั้น ว่าจะรู้สึกนึกคิดอย่างไร เขาจึงได้ทดลองและสรุปได้ว่าบุคคลสามารถเรียนรู้ได้ด้วยการกระทำ โดยมีการเสริมแรงเป็นตัวการ เมื่อบุคคลตอบสนองการเร้าของสิ่งเร้าควบคุมกันในช่วงเวลาที่เหมาะสม สิ่งเร้าจะรักษาระดับหรือเพิ่มการตอบสนองให้เข้มข้น

3. วิธีการสอน ของกานเย ซึ่งมีความเห็นว่าการเรียนรู้มีลำดับขั้น และผู้เรียนจะต้องเรียนรู้เนื้อหาที่ง่ายไปหายาก

พรณี ข.เจนจิต (2538, หน้า 434) ได้กล่าวถึงแนวคิดของ กานเย ไว้ดังนี้

การเรียนรู้มีลำดับขั้น ดังนั้นก่อนที่จะสอนเด็กแก้ปัญหาได้นั้น เด็กจะต้องเรียนรู้ความคิดรวบยอด หรือกฎเกณฑ์มาก่อน ซึ่งในการสอนให้เด็กได้ความคิดรวบยอด หรือกฎเกณฑ์นั้น จะทำให้เด็กเป็นผู้สรุปความคิดรวบยอดด้วยตนเอง แทนที่ครูจะเป็นผู้บอก การสร้างแบบฝึกจึงควรคำนึงถึงการฝึกตามลำดับขั้น จากง่ายไปหายาก

4. แนวคิดของ บลูม ซึ่งกล่าวถึงธรรมชาติของผู้เรียนแต่ละคนว่ามีความแตกต่างกัน ผู้เรียนสามารถเรียนรู้เนื้อหาในหน่วยย่อยต่าง ๆ ได้โดยใช้เวลาเรียนที่แตกต่างกัน

อมรรัตน์ พิศฐาน (2542, หน้า 32) ได้เสนอการนำหลักจิตวิทยาการศึกษา มาใช้ในการสร้างแบบฝึก พอสรุปได้ดังนี้

1. การสาธิตและการอธิบายแนะนำ เริ่มแรกควรบอกให้นักเรียนทราบว่า กระทำอย่างไร ชี้แจงให้เห็นความสำคัญ
2. ให้เด็กได้มีโอกาสฝึกทันทีหลังการสาธิต และสิ่งที่ต้องคำนึงถึงก็คือการทำซ้ำ และการเสริมแรง

3. ในขณะที่ฝึกหัดควรมีการให้คำแนะนำเพื่อให้เด็กฝึกทักษะนั้น ๆ ได้ด้วยตนเอง
 4. ให้คำแนะนำที่อยู่ในบรรยากาศที่สบาย ๆ ครูผู้สอนต้องใจเย็นไม่ดุ บรรยากาศจะได้ไม่ตึงเครียด
 5. สิ่งที่จะทำให้ผู้เรียนพบปัญหายุ่งยากในการฝึกทักษะใหม่ คือการที่ทักษะเก่าของผู้เรียนจะมารบกวนการเรียนรู้ทักษะใหม่ ซึ่งควรแก้ไขด้วยการอธิบายให้ผู้เรียนเข้าใจว่า ทักษะใหม่ที่จะฝึกฝนนั้นจะมีวิธีการของตนเอง
- ดังนั้น การสร้างแบบฝึกจึงต้องมีการศึกษาเกี่ยวกับจิตวิทยาการสร้างแบบฝึก และกำหนดเงื่อนไขที่จะช่วยให้ผู้เรียนทุกคนสามารถผ่านลำดับขั้นตอนของทุกหน่วยการเรียนรู้ได้ ถ้านักเรียนได้เรียนตามความสามารถในการเรียนของตน ก็จะทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จ

การหาประสิทธิภาพของแบบฝึก

ในการหาประสิทธิภาพของชุดฝึกทักษะ มีผู้ให้ความหมายและความสำคัญไว้หลายนัย ดังนี้

ชาอุชัย ยมดิษฐ์ (2548, หน้า 428) กล่าวถึงความสำคัญของการประเมินสื่อการเรียนการสอนว่า เพื่อจะทราบผลสัมฤทธิ์ด้านการใช้สื่อตามวิธีการที่ผ่านมาว่าเป็นไปตามเป้าหมายหรือไม่ ได้ผลมากน้อยเพียงใด มีอะไรที่ควรปรับปรุงแก้ไขบ้าง

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2532, หน้า 494) กล่าวถึงการหาประสิทธิภาพแบบฝึก ซึ่งตรงกับภาษาอังกฤษว่า “developmental” เป็นการตรวจสอบพัฒนาการเพื่อให้งานดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ หมายถึง การนำแบบฝึกไปทดลองใช้ (try out) เพื่อปรับปรุงไปทดลองสอนจริง (trial run) นำผลที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข เสร็จแล้วจึงผลิตออกมาเป็นจำนวนมาก

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า การหาประสิทธิภาพสื่อ เป็นขั้นตอนที่สำคัญของการผลิตสื่อ ทำให้ทราบว่าสื่อนั้นมีคุณภาพตามจุดประสงค์ที่สร้างเพียงใด ทั้งนี้เพื่อจะได้นำข้อมูลที่ได้มาปรับปรุงและพัฒนาให้มีประสิทธิภาพต่อไป

การเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ

แนวคิดเกี่ยวกับการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้

ตามแนวคิดของ Joyce and Wiel (1986) ได้กล่าวว่า เทคนิคการร่วมมือกันเรียนรู้เป็นเทคนิคที่จะช่วยพัฒนาผู้เรียนทั้งทางด้านสติปัญญาและสังคม ทั้งนี้เพราะว่ามนุษย์เป็นสัตว์สังคม

ย่อมมีความสัมพันธ์อันดีระหว่างตนเองกับบุคคลอื่น ซึ่งสามารถพัฒนาได้โดยใช้เทคนิคการร่วมมือกันเรียนรู้

นอกจากนี้เทคนิคร่วมมือกันเรียนรู้ยังช่วยพัฒนาผู้เรียนทางด้านสติปัญญาให้เกิดการเรียนรู้จนบรรลุถึงขีดความสามารถสูงสุดได้ โดยมีเพื่อนในวัยเดียวกัน กลุ่มเดียวกันเป็นผู้คอยแนะนำหรือช่วยเหลือ ทั้งนี้เนื่องจากผู้เรียนที่อยู่ในวัยเดียวกันย่อมมีการใช้ภาษาสื่อสารที่เข้าใจง่ายกว่าครูผู้สอน

การร่วมมือกันเรียนรู้มีหลักที่ผู้สอนต้องคำนึงถึงอยู่ 3 ประการ

1. รางวัลหรือเป้าหมายของกลุ่มในการจัดการเรียนการสอน ผู้สอนจะต้องตั้งรางวัลไว้เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนมีความพยายามในการเรียนรู้มากขึ้น และพยายามปรับพฤติกรรมของตนเพื่อความสำเร็จของกลุ่ม รางวัลที่กำหนดอาจเป็นสิ่งของ ประกาศนียบัตร คำชมเชย การเชิดชูเกียรติ ฯลฯ แต่อย่างไรก็ตามผู้สอนควรชี้ให้ผู้เรียนทราบว่ากลุ่มไม่ควรแข่งขันกันเพื่อต้องการรางวัลเพียงอย่างเดียว

2. ความสามารถของแต่ละบุคคลในกลุ่ม มีผลต่อรางวัลเพื่อเป้าหมายของกลุ่ม ผู้สอนจะต้องพยายามให้ผู้เรียนทราบว่า ถึงแม้จะเรียนเป็นกลุ่ม แต่ในการวัดความก้าวหน้าของกลุ่มจะวัดจากความสามารถของแต่ละบุคคล ทั้งนี้เพราะเมื่อผู้สอนจะทำการวัดความก้าวหน้าของกลุ่ม จะทำการวัดความสามารถของแต่ละบุคคลในกลุ่ม แล้วหาค่าเฉลี่ยของทั้งกลุ่ม เพื่อเป็นคะแนนของกลุ่ม ดังนั้นจึงนับได้ว่าความสำเร็จ หรือความก้าวหน้าของกลุ่มจะขึ้นอยู่กับความสามารถของแต่ละบุคคลเป็นสำคัญ

3. โอกาสในการช่วยให้กลุ่มประสบผลสำเร็จเท่าเทียมกัน ผู้เรียนต้องตระหนักว่าเขาได้สร้างกลุ่มของเขาขึ้นมาด้วยกัน มิใช่เฉพาะผู้ใดผู้หนึ่งเท่านั้น ดังนั้นผู้เรียนจะต้องปรับปรุงพฤติกรรมของเขาที่มีมาแต่เดิมให้ดีขึ้น เพื่อส่งผลให้กลุ่มประสบความสำเร็จให้มากที่สุด ซึ่งจะเป็นผลโดยตรงต่อตัวเอง ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง ต่ำ จะสามารถทำได้ดีเท่า ๆ กัน และช่วยกันสร้างคุณค่าให้กับกลุ่มของตนได้

การสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ มีแนวคิดซึ่งตั้งอยู่บนพื้นฐานของความเชื่อดังต่อไปนี้

1. การสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ จะสร้างแรงจูงใจให้การเรียนมากกว่าการเรียนเป็นรายบุคคลหรือการแข่งขัน ความรู้สึกเป็นอันหนึ่งอันเดียวกันของกลุ่ม จะสร้างพลังในทางบวกให้แก่กลุ่ม

2. สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มจะต้องเรียนรู้จากกันและกันจะพึงพากันเรียนรู้

3. การปฏิสัมพันธ์กันในกลุ่ม นอกจากจะพัฒนาความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาวิชาที่เรียนแล้วยังพัฒนาทักษะทางสังคมไปในตัวด้วย เป็นรูปแบบการสอนที่พัฒนากิจกรรมทางสติปัญญาที่เพิ่มพูนการเรียนรู้มากกว่าการเรียนการสอนรายบุคคล

4. การร่วมมือกันเรียนรู้ จะเพิ่มความรู้สึกทางบวกต่อกันและกันระหว่างสมาชิกในกลุ่มลดความรู้สึกโดดเดี่ยว และห่างเหิน ในทางตรงข้ามจะสร้างความสัมพันธ์และความรู้สึกที่ดีต่อบุคคลอื่น

5. การร่วมมือกันเรียนรู้ จะช่วยพัฒนาความรู้สึกเห็นคุณค่าในตนเอง รู้จักตนเอง จากการเรียนรู้ได้ดีขึ้น รวมทั้งจากสิ่งแวดล้อมที่ทำให้ตระหนักว่าตัวเองได้รับการยอมรับ และเอาใจใส่จากสมาชิกคนอื่นในกลุ่ม

6. ผู้เรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการทำงานร่วมกันอย่างมีประสิทธิภาพ จากงานที่กำหนดให้กลุ่มรับผิดชอบ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่ง คือ การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ร่วมมือกันทำงานมากเท่าใด ผู้เรียนจะสามารถพัฒนาทักษะทางสังคม โดยเฉพาะอย่างยิ่งทักษะการทำงานร่วมกันมากขึ้นเท่านั้น

7. ทักษะทางสังคมที่จำเป็นต่าง ๆ สามารถเรียนรู้และฝึกฝนได้ เพื่อประสิทธิภาพของการทำงานร่วมกัน

ความหมายของการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ

มีผู้ให้ความหมายของการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือไว้หลายท่าน ดังนี้

กรมวิชาการ (2545, หน้า 4) ให้ความหมายของการเรียนรู้ด้วยกลุ่มร่วมมือ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานร่วมกัน โดยในกลุ่มประกอบด้วยสมาชิกที่มีความสามารถแตกต่างกัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นมีการช่วยเหลือพึ่งพาซึ่งกันและกัน และมีความรับผิดชอบร่วมกัน ทั้งในส่วนตนและส่วนรวมเพื่อให้ตนเองและสมาชิกทุกคนในกลุ่มประสบผลสำเร็จตามเป้าหมายที่กำหนด ซึ่งการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวมีความหมายตรงกันข้ามกับการเรียนที่เน้นการแข่งขัน (Competitive Learning) และการเรียนตามลำพัง (Individualized Learning) การที่ครูจัดกลุ่มการเรียนในห้องเรียนให้เป็นกลุ่มเล็ก ๆ ประมาณ 4 คน ที่มีความแตกต่างกันในด้านความสามารถ แล้วกำหนดกระบวนการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนช่วยเหลือซึ่งกันและกัน มีการรับผิดชอบร่วมกัน อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันภายในกลุ่ม มีการตรวจสอบผลงาน มีการทดสอบหาคะแนนเฉลี่ยรายกลุ่ม เพื่อแข่งขันกันระหว่างกลุ่ม นักเรียนกลุ่มใดมีคะแนนสูงสุดจะได้รับรางวัล

จันทรา ตันติพงศานุรักษ์ (2543, หน้า 37) ได้ให้ความหมายว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ (Cooperative Learning) เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ แต่ละกลุ่มประกอบด้วยสมาชิกที่มีความรู้ความสามารถแตกต่างกัน โดยแต่ละคนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้

ทิสนา เขมมณี (2547, หน้า 196) ได้ให้ความหมายว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ (Cooperative Learning) คือการเรียนรู้เป็นกลุ่มย่อยโดยมีสมาชิกกลุ่มที่มีความสามารถแตกต่างกันประมาณ 3-6 คน ช่วยกันเรียนรู้เพื่อเป้าหมายของกลุ่ม

บุญชม ศรีสะอาด (2541, หน้า 122) ได้ให้ความหมายว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ (Cooperative Learning) ว่าเป็นวิธีสอนที่มุ่งให้นักเรียนร่วมมือกันในการเรียน เพื่อให้ตนเองและสมาชิกทุกคนในกลุ่มประสบผลสำเร็จตามเป้าหมายที่กำหนดไว้ระหว่างสมาชิกในกลุ่ม การพัฒนาพฤติกรรม การแก้ปัญหา การคิดวิเคราะห์ และการคิดอย่างมีเหตุผล

รัชนี จรุงศิริวัฒน์ (2547, หน้า 38) กล่าวว่า การเรียนรู้ด้วยกลุ่มร่วมมือ หมายถึงวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการจัดสภาพแวดล้อมทางการเรียนให้แก่ผู้เรียน ได้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ แต่ละกลุ่มประกอบด้วยสมาชิกที่มีความรู้ความสามารถแตกต่างกัน โดยแต่ละคนมีส่วนร่วมอย่างแท้จริงในการเรียนรู้ และในความสำเร็จของกลุ่ม โดยการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น การแบ่งปันทรัพยากรการเรียนรู้ รวมทั้งเป็นกำลังใจแก่กันและกัน คนที่เรียนเก่ง จะช่วยเหลือคนที่เรียนอ่อนกว่า สมาชิกในกลุ่มไม่เพียงแต่รับผิดชอบต่อการเรียนของตนเองเท่านั้น หากแต่ต้องรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของเพื่อนสมาชิกทุกคนในกลุ่ม ความสำเร็จแต่ละบุคคลคือความสำเร็จของกลุ่ม

วิมลรัตน์ สุนทรโรจน์ (2548, หน้า 51) ได้ให้ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการจัดสภาพแวดล้อมทางการเรียนให้แก่ผู้เรียนได้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ แต่ละคนมีส่วนร่วมอย่างแท้จริงในการเรียนรู้และในความสำเร็จของกลุ่ม โดยการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น การแบ่งปันทรัพยากรการเรียนรู้ รวมทั้งการเป็นกำลังใจให้แก่กันและกัน คนที่เก่งช่วยเหลือคนที่อ่อนกว่า ความสำเร็จของบุคคลคือความสำเร็จของกลุ่ม

ศักดิ์ดา ไชยกิจเจริญ และจินตนา กนกปราวณ (2547, หน้า 47) กล่าวว่า การเรียนรู้ด้วยกลุ่มร่วมมือ หมายถึงวิธีการเรียนที่มีการจัดกลุ่มการทำงานเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มจะมีปฏิสัมพันธ์ต่อกันในการเรียนรู้ และสมาชิกทุกคนจะได้รับการกระตุ้นให้เกิดแรงจูงใจ เพื่อช่วยเหลือและเพิ่มพูนการเรียนรู้ซึ่งกันของสมาชิกในกลุ่ม

สนอง อินละคร (2544, หน้า 116) ได้ให้ความหมายว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ (Cooperative Learning) เป็นการจัดการเรียนการสอนโดยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเล็กนักเรียนทุกคนเรียนรู้และทำกิจกรรมร่วมกัน มีการปรึกษาหารือกันภายในกลุ่ม ผลสำเร็จของนักเรียนแต่ละคนคือผลสำเร็จของกลุ่ม

สุคนธ์ สนิชพานนท์ (2550, หน้า 79) กล่าวว่า การเรียนรู้ด้วยกลุ่มร่วมมือ หมายถึง วิธีการสอนที่ออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้โดยส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ร่วมมือกันในกลุ่มย่อย ๆ เน้นการสร้างปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียน ในแต่ละกลุ่มจะมีสมาชิกที่มีความสามารถแตกต่างกัน ผู้เรียนแต่ละคนจะต้องร่วมมือกันในการเรียนรู้ร่วมกัน มีการช่วยเหลือและแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ให้กำลังใจ ซึ่งกันและกัน คนเก่งกว่าจะช่วยเหลือคนที่อ่อนกว่า สมาชิกทุกคนในกลุ่มจะต้องร่วมกันรับผิดชอบต่อการเรียนของเพื่อนสมาชิกทุกคนในกลุ่ม เพราะยึดถือแนวคิดที่ว่า ความสำเร็จของสมาชิกทุกคนจะรวมเป็นความสำเร็จของกลุ่ม

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 134) ได้ให้ความหมายว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ (Cooperative Learning) เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่จัดให้นักเรียนได้ร่วมมือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้โดยแบ่งกลุ่มนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ มีการทำงานร่วมกัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นช่วยเหลือซึ่งกันและกัน มีความรับผิดชอบร่วมกัน

สุรศักดิ์ หลาบมาลา (2531, หน้า 35) พบว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นวิธีสอนแบบหนึ่งที่กำหนดให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันมาทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ตามปกติจะมีกลุ่มละ 4 คน เป็นเด็กเรียนเก่ง 1 คน เรียนปานกลาง 2 คน และเรียนอ่อน 1 คน ผลการเรียนของเด็กจะพิจารณาเป็น 2 ตอน โดยตอนแรกจะพิจารณาค่าเฉลี่ยทั้งกลุ่ม ตอนที่สองจะพิจารณาจากคะแนนสอบเป็นรายบุคคล การสอบทั้ง 2 ครั้ง นักเรียนต่างคนต่างสอบ แต่ในขณะที่เรียนต้องร่วมมือกันครูจะใช้การให้รางวัลเป็นการเสริมแรงโดยพิจารณาจากเกณฑ์ที่ครูกำหนดไว้

ชาญชัย อาจินสมาจาร (2533, หน้า 22) พบว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือ คือ การใช้การสอนเป็นกลุ่ม ๆ เพื่อนักเรียนจะได้ทำงานร่วมกัน เพื่อให้ได้มาซึ่งการเรียนรู้ของตนเองและของกลุ่มสูงสุด และภายในกลุ่มนักเรียนมีความรับผิดชอบอยู่ 2 ประเภท คือ เรียนบทเรียนตามกำหนดและในกลุ่มก็เรียนเช่นเดียวกัน นักเรียนจะค้นหาผลลัพธ์ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อตนเอง และต่อสมาชิกคนอื่น ๆ ในกลุ่ม

จากความหมายดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ หมายถึง การที่บุคคลตั้งเป้าหมายร่วมกันทำงานอย่างใดอย่างหนึ่งซึ่งทำให้เกิดความสัมพันธ์ทางบวก หรือแสดงพฤติกรรมในการร่วมกันทำงานเพื่อให้ทุกคนได้รับผลสำเร็จตาม

เป้าหมายที่ตั้งไว้ร่วมกัน โดยที่สมาชิกในกลุ่มมีความสามารถและเพศที่แตกต่างกัน มาทำงานร่วมกัน มีการช่วยเหลือกันในการทำงาน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน มีความรับผิดชอบร่วมกัน และยอมรับในความสามารถของตนเองและสมาชิกทุกคน

ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

กรมวิชาการ (2545, หน้า 101) ระบุว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยกลุ่มร่วมมือ มีข้อดีหลายประการ ได้แก่

1. ช่วยพัฒนาความเชื่อมั่นของนักเรียน
2. ช่วยพัฒนาความคิดของนักเรียน
3. ช่วยยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน
4. ช่วยส่งเสริมบรรยากาศในการเรียน
5. ส่งเสริมทักษะการทำงานร่วมกัน
6. ทำให้นักเรียนมีวิสัยทัศน์หรือมุมมองกว้างขึ้น
7. ช่วยการปรับตัวในสังคม ได้ดีขึ้น

ทิสนา แคมมณี (2547, หน้า 101) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของการเรียนรู้ด้วยกลุ่มร่วมมือได้ส่งผลต่อผู้เรียนตรงกันในด้านต่าง ๆ ดังนี้

1. มีความพยายามที่จะบรรลุเป้าหมายมากขึ้น (Greater Efforts to Achieve) การเรียนรู้ด้วยกลุ่มร่วมมือช่วยให้ผู้เรียนมีความพยายามที่จะเรียนรู้ให้บรรลุเป้าหมาย เป็นผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น และมีผลงานมากขึ้น การเรียนรู้มีความคงทนมากขึ้น (Long – Term Retention) มีแรงจูงใจภายในและแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ มีการใช้เวลาอย่างมีประสิทธิภาพ และคิดอย่างมีวิจารณญาณมากขึ้น

2. มีความสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนมากขึ้น (More Positive Relationships Among Students) การเรียนรู้ด้วยกลุ่มร่วมมือช่วยให้ผู้เรียนมีน้ำใจนักกีฬามากขึ้น ใส่ใจในผู้อื่นมากขึ้น เห็นคุณค่าของความแตกต่าง ความหลากหลาย การประสานสัมพันธ์และการรวมกลุ่ม

3. มีสุขภาพจิตดีขึ้น (Greater Psychological Health) การเรียนรู้ด้วยกลุ่มร่วมมือช่วยให้ผู้เรียนมีสุขภาพจิตดีขึ้น มีความรู้สึกที่ดีเกี่ยวกับตนเองและมีความเชื่อมั่นในตนเองมากขึ้น นอกจากนี้ยังช่วยพัฒนาทักษะทางสังคมและความสามารถในการเผชิญกับความเครียดและความผันแปรต่าง ๆ

ข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้ด้วยกลุ่มร่วมมือ

สุคนธ์ สิ้นธพานนท์ (2550, หน้า 98) กล่าวไว้ว่า การเรียนรู้ด้วยกลุ่มร่วมมือมีข้อจำกัด คือ จำนวนสมาชิกในกลุ่มไม่ควรมีจำนวนมากเกินไป และสมาชิกในกลุ่มทุกคนจะต้องมีความมุ่งมั่นที่จะทำงานร่วมกัน ตลอดระยะเวลาที่ทำงานกลุ่มเดียวกัน ซึ่งผู้สอนควรจัดให้อยู่ในกลุ่มเดียวกันประมาณ 5 – 6 สัปดาห์ ผู้สอนต้องรู้จักจัดการควบคุมการร่วมกิจกรรมให้อยู่ภายในเวลาที่กำหนด

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

วิลสัน (Wilson, 1971, pp. 643 - 696) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางด้านสติปัญญา (Cognitive domain) ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ซึ่งเป็นผลของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ประเมินพฤติกรรมด้านสติปัญญาในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ออกมาเป็นระดับความสามารถ ซึ่งวิลสันจำแนกไว้เป็น 4 ระดับ ดังนี้

1. ด้านความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ (Computation) เป็นการวัดเกี่ยวกับทักษะในการคำนวณ ได้แก่ การวัดความรู้ ความจำแบบง่าย ๆ เกี่ยวกับสิ่งที่ผู้เรียนได้เรียนผ่านไป แล้วเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับพื้นฐานแรกสุด แบ่งออกเป็น 3 ชั้นคือ

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็นการถามเพื่อที่จะวัดความรู้ความจำถึงข้อเท็จจริงเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาในรูปแบบเดียวกับที่ผู้เรียนได้รับจากการเรียนการสอนมาแล้วตลอดจนความรู้พื้นฐานที่ผู้เรียนได้สะสมมาเป็นระยะเวลาานาน

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นการถามให้ผู้เรียนบอกความหมายของคำศัพท์และนิยามต่าง ๆ ตามที่ได้เคยเรียนมาแล้วคำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อม โดยไม่ต้องอาศัยการคำนวณ หรือความรู้อื่นมาช่วย

1.3 ความรู้ความจำเกี่ยวกับการใช้กระบวนการคำนวณ (Ability to Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถที่ผู้เรียนนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาคำนวณดำเนินการตามกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้ว

2. ด้านความเข้าใจ (Comprehension) เป็นความสามารถในการนำความรู้ที่ได้เรียนมาแล้วมาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ แบ่งเป็น 6 ชั้นคือ

2.1 ความรู้เกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of Concept) เป็นความสามารถในการนำข้อเท็จจริงที่ได้เรียนมาแล้วมาสัมพันธ์กันแล้วสรุปความหมายตามความเข้าใจของตนเอง

2.2 ความรู้เกี่ยวกับหลักการ กฎ และการสรุปอ้างอิงทั่วไป (Knowledge of Principles, Rules, and Generalization) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎมาสัมพันธ์กัน ระหว่างความคิดรวบยอดและปัญหา

2.3 ความรู้เกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) เป็นความสามารถในการมองเห็นส่วนประกอบของคณิตศาสตร์เกี่ยวกับโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการแปลงรูปของปัญหาจากแบบหนึ่งไปยังอีกแบบหนึ่ง (Ability of Transform Problem Elements From One Mode to Another) เป็นความสามารถในการเปลี่ยนข้อความให้เป็นสัญลักษณ์

2.5 ความสามารถในการดำเนินการตามแนวของเหตุผล (Ability of Follow a Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์โดยดำเนินการตามแนวเหตุผลขณะที่ยังอ่าน

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Mathematics Problem) เป็นความสามารถในการอ่านและตีความจากโจทย์ รวมถึงการแปลความหมายจากกราฟหรือข้อมูลทางสถิติ

3. ด้านการนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาคือคล้ายกับปัญหาที่เคยเรียนมาแล้ว โดยอาศัยความรู้ กฎ หลักการ ข้อเท็จจริง ไปแก้ปัญหาใหม่เป็นผลสำเร็จ พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งเป็น 4 ชั้นได้แก่

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาคือคุ้นเคย (Ability to Solve Routine Problems) ผู้เรียนต้องอาศัยความรู้ด้านการคำนวณ ความเข้าใจ และการใช้กระบวนการเพื่อแก้ปัญหานั้นได้คำตอบ

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการนำข้อมูล 2 ชุดมาหาความสัมพันธ์ระหว่างกัน โดยการเปรียบเทียบ สรุป และตัดสินใจ

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการจำแนกแยกแยะ และตัดสินใจได้ว่าข้อมูลส่วนใดจำเป็นหรือไม่จำเป็นในการนำไปใช้แก้โจทย์

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบรูป ลักษณะ โครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns, Isomorphism, and Symmetries) เป็นความสามารถใน

การระลึกถึงข้อมูล การแปลงปัญหา การจัดกระทำข้อมูล และการสำรวจหาความสัมพันธ์ระหว่าง สิ่งที่คุ้นเคยกับข้อมูลที่กำหนดปัญหา

4. ด้านการวิเคราะห์ (Analysis) เป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดทางสติปัญญาในการเรียน การสอนคณิตศาสตร์ด้านพุทธิพิสัย ซึ่งพฤติกรรมในขั้นนี้ต้องมีความสามารถในระดับสูง จะเป็นการแก้ปัญหาที่แปลกไม่ได้คุ้นเคยมาก่อน การแก้ปัญหาคอบคลุมถึงความรู้ ความสามารถในการสามขั้นที่กล่าวมาแล้ว พฤติกรรมในขั้นนี้แบ่งออกเป็น 5 ขั้นดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Nonroutine Problems) เป็นความสามารถในการตอบคำถามที่ซับซ้อน ผู้เรียนต้องนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาแล้วผสมผสานกับความเข้าใจในความคิดรวบยอด นิยาม เพื่อนำไปสู่ เนื้อหาใหม่

4.2 ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ มาสัมพันธ์กันใหม่เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถการสื่อสารเพื่อยืนยันข้อความทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลด้วยตนเอง โดยอาศัยนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีต่าง ๆ เข้ามาช่วยแก้ปัญหา

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) เป็นความสามารถในการใช้เหตุผลควบคุมความสามารถในการสร้างพิสูจน์ ผู้เรียนจะต้อง ตรวจสอบว่าพิสูจน์ถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดบ้างผิดพลาด

4.5 ความสามารถในการสร้างและทดสอบความถูกต้องของข้อสรุปนัยทั่วไป (Ability to Formulate and Validate Generalizations) เป็นความสามารถในการค้นพบสูตรหรือ กระบวนการแก้ปัญหา และพิสูจน์ว่าใช้กรณีทั่วไปได้

สุวิทย์ หิรัญกานนท์ และคณะ (2540, หน้า 5) ได้กล่าวถึงความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ไว้ว่า เป็นความสำเร็จ ความรู้ความสามารถหรือทักษะหรือหมายถึงผล การเรียนการสอนหรือผลงานที่ได้จากการประกอบกิจกรรมส่วนนั้น ๆ ก็ได้

จากข้างต้น ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางด้าน สติปัญญา หรือผลการเรียนการสอนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

นักการศึกษาได้กล่าวถึงปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน พอสรุปได้ดังนี้

แคร์รอล (Carroll, 1963, pp. 723 – 733) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับอิทธิพลขององค์ประกอบต่าง ๆ ที่มีต่อระดับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน โดยการนำเอาครู นักเรียน และหลักสูตรมาเป็นองค์ประกอบที่สำคัญ โดยเชื่อว่าเวลาและคุณภาพของการสอนมีอิทธิพลโดยตรงต่อปริมาณความรู้ที่นักเรียนจะได้รับ

แมคคอกซ์ (Maddox, 1963, p. 9) ได้ทำการศึกษาว่าผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษาของแต่ละบุคคล ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบทางสติปัญญาและความสามารถทางสมอง ร้อยละ 50 - 60 ขึ้นอยู่กับโอกาสและสิ่งแวดล้อม ร้อยละ 10 - 15

จาวรรรณ ยังรักษา (2542, หน้า 50) พบว่า เวลาและคุณภาพของการสอนมีอิทธิพลโดยตรงต่อปริมาณความรู้ที่ผู้เรียนได้รับ และผลสัมฤทธิ์ของแต่ละบุคคลขึ้นอยู่กับองค์ประกอบของสติปัญญาและความสามารถทางสมองร้อยละ 50 – 60 ขึ้นอยู่กับโอกาสและสิ่งแวดล้อมร้อยละ 10 – 15

อารีย์ คงสวัสดิ์ (2544, หน้า 25) กล่าวว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้นมียุทธศาสตร์ประกอบมากมายหลายอย่าง ดังต่อไปนี้คือ

1. ด้านคุณลักษณะการจัดระบบใน โรงเรียน ตัวแปรด้านนี้จะประกอบด้วยขนาดของโรงเรียน อัตราส่วนนักเรียนต่อครู อัตราส่วนนักเรียนต่อห้องซึ่งตัวแปรเหล่านี้มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน
2. ด้านคุณลักษณะของครู ตัวแปรทางด้านคุณลักษณะประกอบด้วยอายุ วุฒิครู ประสบการณ์ของครู การฝึกอบรมของครู จำนวนวันลาของครู จำนวนคาบที่สอนในหนึ่งคาบต่อสัปดาห์ของครู ความเอาใจใส่ในหน้าที่ซึ่งตัวแปรเหล่านี้ล้วนมีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทั้งสิ้น
3. ด้านคุณลักษณะของนักเรียน ประกอบด้วยตัวแปรเกี่ยวกับตัวนักเรียน เช่น เพศ อายุ สติปัญญา การเรียนพิเศษ การรับการช่วยเหลือเกี่ยวกับการเรียน สมาชิกในครอบครัวระดับการศึกษาของบิดามารดา อาชีพของผู้ปกครอง ความพร้อมเรื่องอุปกรณ์การเรียน ระยะเวลาไปเรียน การมีอาหารกลางวันรับประทาน ความเอาใจใส่ในการเรียน ทักษะเกี่ยวกับการเรียนการสอน ฐานะทางครอบครัว การขาดเรียน การเข้าร่วมกิจกรรมที่ทาง โรงเรียนจัดขึ้น ตัวแปรเหล่านี้ก็มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
4. ด้านภูมิหลังเศรษฐกิจ สังคมและสิ่งแวดล้อมของนักเรียน การศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างเศรษฐกิจ สังคมกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ส่วนใหญ่เป็นการศึกษาในต่างประเทศซึ่งประกอบด้วย ขนาดครอบครัว ภาษาที่พูดในบ้าน ถิ่นที่ตั้งบ้าน การมีสื่อทางการศึกษาต่าง ๆ ระดับการศึกษาของบิดามารดา ฯลฯ ผลศึกษาค้นคว้าที่ผ่านมาพบความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

จากปัจจัยที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่า มีปัจจัยหลายประการที่ส่งผลกระทบต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน อันได้แก่ สถิติปัญญาของผู้เรียน ผู้สอน และสภาพแวดล้อม

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดังนี้

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2538, หน้า 171 – 172) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ของนักเรียนที่ได้เรียนไปแล้ว ซึ่งมักจะเป็นข้อคำถามให้นักเรียนตอบด้วยกระดาษและดินสอกับให้นักเรียนปฏิบัติจริง โดยแบ่งแบบทดสอบประเภทนี้ออกเป็น 2 ประเภท คือ แบบทดสอบของครูและแบบทดสอบมาตรฐาน

พวงรัตน์ ทวีรัตน์ (2540, หน้า 96 – 97) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ ทักษะและสมรรถภาพด้านต่าง ๆ ที่นักเรียนได้รับจากประสบการณ์ทั้งจากที่บ้านและสถานการศึกษา แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนี้แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเองและแบบทดสอบที่เป็นมาตรฐาน แบบทดสอบทั้งสองประเภทนี้จะถามเนื้อหาเหมือนกัน คือ ถามสิ่งที่นักเรียนได้รับจากการเรียนการสอน ซึ่งจัดเป็นกลุ่มพฤติกรรมได้ 6 ประเภท คือ ความรู้-ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่าจากการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่กล่าวมาข้างต้น

จากการให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนข้างต้น สรุปได้ว่าการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นการวัดความรู้ ทักษะและสมรรถภาพของนักเรียนที่เรียนไปแล้ว โดยวัดจากแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง และแบบที่เป็นมาตรฐาน

ความพึงพอใจ

ความหมายของความพึงพอใจ

ถนอมทรัพย์ มะละซ็อน (2540, หน้า 33) ได้สรุปความหมายของความพึงพอใจในการทำงานว่า หมายถึง ความรู้สึกนึกคิด หรือทัศนคติของผู้ปฏิบัติงานแต่ละคนที่มีต่องาน และปัจจัยหรือองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับงานนั้น ๆ จะสามารถสนองความต้องการขั้นพื้นฐานทั้งร่างกายและจิตใจ ตลอดจนสามารถลดความเครียดของผู้ปฏิบัติงานได้ด้วย

พิมพ์สุดา สรพลตัน (2541, หน้า 31) ได้สรุปความหมายของความพึงพอใจในการปฏิบัติงานว่า หมายถึง ความรู้สึกหรือทัศนคติของบุคคลที่มีต่อการปฏิบัติงาน ถ้าคนเรามีความรู้สึก

หรือทัศนคติต่อการทำงานในทางบวก จะมีผลให้เกิดความพึงพอใจในการทำงาน มีความเสียสละ อุทิศร่างกายแรงใจ และสติปัญญาให้แก่งานมาก ถ้าคนเรามีความรู้สึกรู้สึกหรือทัศนคติต่อการทำงาน ในทางลบ จะมีผลทำให้เกิดความไม่พึงพอใจในการทำงาน ไม่มีความกระตือรือร้นในการ ปฏิบัติงาน แค่เพียงทำตามหน้าที่ไปวัน ๆ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบที่เป็นสิ่งจูงใจที่มีอยู่ในงาน นั้น ความพึงพอใจในการทำงานจึงเป็นผลมาจากการสร้างแรงจูงใจเพื่อกระตุ้นให้ผู้ปฏิบัติงานเกิด ความเต็มใจที่ใช้พลังปฏิบัติงานให้ประสบความสำเร็จตามเป้าหมายขององค์กรหรือหน่วยงาน

อศยาพร สุวรรณคุณ (2541, หน้า 16) กล่าวว่า ความพึงพอใจในการทำงาน หมายถึง สภาพความรู้สึกพึงพอใจของบุคคลที่มีต่องานและสิ่งแวดล้อมในการทำงานเกิดจากการได้รับการ ตอบสนองความต้องการทั้งร่างกายและจิตใจ ก่อให้เกิดความเต็มใจที่จะปฏิบัติให้บรรลุเป้าหมายที่ วางไว้ได้อย่างมีประสิทธิภาพด้วย

จากความหมายของความพึงพอใจดังกล่าว สรุปได้ว่า ความพอพึงใจ หมายถึงความรู้สึก นึกคิดหรือเจตคติ ความชอบหรือไม่ชอบที่มีต่อสิ่งเร้าในด้านต่าง ๆ ของบุคคลนั้น ๆ ความรู้สึกพึง พอใจเกิดขึ้นเมื่อบุคคลได้รับสิ่งที่ตนต้องการ หรือเป็นไปตามเป้าหมายที่ตนต้องการ

องค์ประกอบที่ทำให้เกิดความพึงพอใจ

สิ่งจูงใจ เป็นสิ่งที่ทำให้เกิดความพึงพอใจ สิ่งจูงใจ หมายถึง องค์ประกอบต่าง ๆ ซึ่งอาจ เป็นวัตถุหรือสถานะใด ๆ ซึ่งจะเป็นเครื่อง โน้มน้าวจิตใจทำให้ปฏิบัติงานในหน่วยงานนั้น ๆ ปฏิบัติงาน อย่างมีประสิทธิภาพเพื่อให้งานนั้นประสบความสำเร็จตามจุดมุ่งหมายที่วางหรือกล่าวอีกอย่างหนึ่ง คือ เครื่องล่อใจนั่นเอง

วัลยา บุตรดี (2531, หน้า 12) ได้กล่าวถึงสิ่งจูงใจที่ใช้เป็นเครื่องกระตุ้นเพื่อให้บุคคล เกิดความพึงพอใจในการปฏิบัติงาน ดังนี้

1. สิ่งจูงใจที่เป็นวัตถุ (Material Inducement) สิ่งเหล่านี้ได้แก่ เงินทอง สิ่งของ หรือสถานะทางกายที่มีให้แก่ผู้ปฏิบัติงาน และสิ่งจูงใจที่ไม่ใช่วัตถุ (Personal Non - material Opportunities) เกียรติภูมิ การใช้สิทธิพิเศษมากกว่าคนอื่น
2. สภาพทางกายที่ปรารถนา (Desirable Physical Condition) หมายถึง การวัด สภาพแวดล้อมในการทำงาน ซึ่งจะเป็นสิ่งที่ทำให้เกิดความสุขในการทำงาน เช่น เครื่องอำนวยความสะดวกในสำนักงาน ความพร้อมของเครื่องมือ
3. ผลประโยชน์ของอุดมคติ (Ideal benefactions) หมายถึง การตอบสนองความต้องการในด้านความภูมิใจที่ได้แสดงฝีมือ การแสดงความภักดีต่อองค์กรของตน

4. ความดึงดูดในทางสังคม (Associational Attractive) หมายถึง การมีความสัมพันธ์ของบุคคลในหน่วยงาน การอยู่ร่วมกัน ความมั่นคงของสังคม จะเป็นหลักประกันในการทำงาน
5. การปรับทัศนคติและสภาพของงานให้เหมาะสมกับบุคคล (Opportunity of Enlarged Participation) คือ เปิดโอกาสให้บุคลากรมีส่วนร่วมในการทำงาน จะทำให้เขามีความสำคัญในหน่วยงาน จะทำให้บุคคลมีกำลังใจในการทำงานมากขึ้น

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

กรองกาญจน์ ประจำเมือง (2547) ได้ศึกษาค้นคว้าการพัฒนาแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาการคูณและการหารเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดย มีความมุ่งหมาย เพื่อพัฒนาแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาการคูณและการหาร เศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75 เพื่อหาดัชนีประสิทธิผลของ แบบฝึกทักษะที่พัฒนาขึ้น กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5/1 และ 5/2 โรงเรียนบ้านสระบัวยางอุบลรัตน์ อำเภอเกษตรสมบูรณ์ จังหวัดชัยภูมิ เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า ได้แก่ แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาการคูณ และการหารเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 7 แผน แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาการคูณ และการหารเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 7 ชุด แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ก่อนและหลังเรียน จำนวน 30 ข้อ พบว่า แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาการคูณและการหารเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่ผู้ศึกษาค้นคว้าพัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ $81.91/78.53$ ค่าดัชนีประสิทธิผลของแบบฝึกทักษะ เท่ากับ 0.6238

คำตา นัคกล้า (2547) ได้ศึกษาค้นคว้าการพัฒนาการจัดการเรียนรู้และแบบฝึกทักษะ เรื่อง เศษส่วน วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีจุดมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้าเพื่อพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้และแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75 เพื่อหาค่าดัชนีประสิทธิผลของ แผนการจัดการเรียนรู้และแบบฝึกทักษะ กลุ่มตัวอย่างได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนนาบัววิทยาคม และ โรงเรียนเชื้อเพลิงวิทยาคม สังกัดกรมสามัญศึกษาจังหวัดสุรินทร์ จำนวน 32 คน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 เครื่องมือที่ใช้ในการค้นคว้า ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 6 แผน แบบฝึกทักษะ จำนวน 6 ชุด และแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจำนวน 20 ข้อ พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้

และแบบฝึกทักษะ เรื่อง เศษส่วน วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้ศึกษาค้นคว้าพัฒนาขึ้น มีประสิทธิภาพ 78.26/79.00 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ และมีค่าดัชนีประสิทธิผลเท่ากับ 0.71

สายชล ลิ้มชื่น (2547) ได้ศึกษาเรื่อง การสร้างแบบฝึกคณิตศาสตร์เรื่องความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 (มัธยมศึกษาปีที่ 4-6) โดยงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อสร้างแบบฝึก เรื่อง ความรู้พื้นฐานกับเรขาคณิตวิเคราะห์ สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ ที่ว่า นักเรียนร้อยละ 80 มีคะแนนเกินร้อยละ 80 โดยใช้กลุ่มตัวอย่างวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี จำนวน 30 คน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 ซึ่งได้มาโดยวิธีการสุ่มอย่างง่าย และดำเนินการทดลองโดยใช้ชุดแบบฝึก เรื่อง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ โดยผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการทดลองเอง โดยใช้เวลาดทดลอง 7 คาบ เรียนคาบละ 50 นาที และทดสอบอีก 2 คาบ แบบแผนการทดลองเป็นแบบ One-Group Posttest Design เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบจำนวน 32 ข้อ มีคุณภาพอำนาจจำแนกระหว่าง 0.20 – 0.73 ค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.23 – 0.77 และค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับมีค่า 0.96 และวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สูตร E_1/E_2 หาประสิทธิภาพของแบบฝึก ผลวิจัยพบว่า แบบฝึก เรื่องความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 86.67/93.33

สถาพร ศรีสุนทร (2547) ได้ศึกษาค้นคว้าการพัฒนาแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยมีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนาแบบฝึกเสริมทักษะการแก้โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 70/70 หาดัชนีประสิทธิผลทางการเรียนรู้การแก้ปัญหาการบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วนวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มเป้าหมายของการศึกษาค้นคว้าเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 โรงเรียนกุดตุ้มสามัคคีวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดชัยภูมิ จำนวน 32 คน เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า ประกอบด้วย แผนการสอน การแก้โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 แบบฝึกเสริมทักษะการแก้โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วน วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก 30 ข้อ พบว่า แบบฝึกเสริมทักษะวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีประสิทธิภาพ 77.31/71.86 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้

วีระพงษ์ มุลทา และปนัดดา แก้วเสทือน (2550) ได้ศึกษา เรื่องการพัฒนาแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อพัฒนาแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 70/70 เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เพื่อหาดัชนีประสิทธิผลแบบฝึก และเพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนต่อแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/4 โรงเรียนมหาวิทยาลัยราชภัฏวชิรวิทยาดอนเมือง จังหวัดมหาสารคาม ปีการศึกษา 2550 จำนวน 27 คน โดยเครื่องมือในการวิจัยมี 3 ชนิดคือ แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ เป็นแบบทดสอบปรนัย จำนวน 30 ข้อ และแบบทดสอบความพึงพอใจของนักเรียนต่อแบบฝึก โดยใช้สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ดัชนีประสิทธิผลของแบบฝึก การทดสอบสมมติฐานใช้ t-test Sample Group และ t-test Dependent Sample Group ผลการวิจัยพบว่า แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ มีประสิทธิภาพ 78.44/76.43 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ก่อนและหลังเรียนการจัดการเรียนการสอน โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ได้คะแนนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ดัชนีประสิทธิผลของแบบฝึก มีค่าประสิทธิผลเท่ากับ 0.66 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีผลการเรียนสูงกว่าร้อยละ 70 อย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และนักเรียนมีความพึงพอใจมากต่อการเรียน โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ฉบับนี้

วิไลลักษณ์ มีทิส (2551) ได้ทำการวิจัย เรื่องการสร้างและหาประสิทธิภาพของแบบฝึกทักษะการคิดคำนวณด้านการคูณของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเอี่ยมสุรีย์ (อนุบาลเมืองสมุทรปราการ) โดยการวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างและหาประสิทธิภาพของแบบฝึกที่ช่วยพัฒนาทักษะการ คิดคำนวณด้านการคูณ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และเพื่อเปรียบเทียบทักษะการคิด คำนวณด้านการคูณ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังการใช้แบบฝึกทักษะการคิด คำนวณด้านการคูณ ผลการวิจัยพบว่า แบบฝึกทักษะการคิดคำนวณด้านการคูณของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 มีประสิทธิภาพ 87.74/ 83.47 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ 80/80 และพบว่าทักษะการคิดคำนวณด้านการคูณของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 หลังการใช้แบบฝึกทักษะการคิดคำนวณด้านการคูณสูงกว่าก่อนการใช้แบบฝึกทักษะการคิดคำนวณด้านการคูณ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .01

อุษณีย์ เสือจันทร์ (2553) ได้ศึกษาค้นคว้าการพัฒนาแบบฝึกทักษะแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่าแบบฝึกทักษะแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีการจัดหมู่ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยผ่านการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน พบว่ามีประสิทธิภาพ 81.89/76.30 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ คือ 75/75 นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน โดยใช้แบบฝึกทักษะแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีการจัดหมู่

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนมีความพึงพอใจต่อการเรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ในด้านเนื้อหาและรูปแบบของแบบฝึกทักษะอยู่ในระดับมาก

งานวิจัยต่างประเทศ

Lowrey (อ้างถึงใน มัทนา สีแสด, 2552) ระบุว่าผลการใช้แบบฝึกทักษะต่อนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำของนักเรียนเกรด 1-3 จำนวน 87 คน ผลการวิจัยพบว่า แบบฝึกหัดเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้ผู้เรียนมีความรู้หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสามารถทำข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ได้ถูกต้องสูงเฉลี่ยร้อยละ 90.8 และแบบฝึกหัดยังเหมาะกับการเรียนรู้ของนักเรียนแต่ละคนด้วย

Siemens (อ้างถึงใน มัทนา สีแสด, 2552) ระบุว่าผลของการทำแบบฝึกหัดวิชาเรขาคณิตที่มีการทำแบบฝึกหัด ในเวลาเรียนและนอกเวลาเรียน โดยศึกษาจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 4 ห้องเรียน ในรัฐอิลลินอย ประเทศสหรัฐอเมริกา ในปี 1985 โดยแบ่งเป็น 2 ห้องเรียน ให้ทำแบบฝึกหัดเรขาคณิตนอกเวลาเรียน และกลุ่มควบคุม 2 ห้องเรียน ทำแบบฝึกหัดเรขาคณิตในเวลาเรียน ทำการทดลอง 9 เดือน ผลการทดลองพบว่า ทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกัน

จากการศึกษาวิจัยที่กล่าวมา สรุปได้ว่า แบบฝึกเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้ผู้เรียนเกิดทักษะ เกิดความจำที่คงทน อันเกิดมาจากการทำแบบฝึกซ้ำ ๆ บ่อย ๆ โดยเริ่มจากเนื้อหาที่ง่ายไปสู่เนื้อหาที่ยาก เพื่อให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจในการทำแบบฝึก และแบบฝึกนั้นควรมีเฉลยที่เตรียมไว้เรียบร้อย เพื่อให้ผู้เรียนได้ประเมินผลการทำแบบฝึกของนักเรียนหลังจากทำแบบฝึกเสร็จ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความพึงพอใจ และแรงกระตุ้นที่จะพัฒนาตัวเองให้ได้คะแนนที่ใกล้เคียง หรือสูงกว่าเพื่อน ซึ่งจะเป็นการส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ในวิชานั้น ๆ ด้วย

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนดังนี้

1. กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การดำเนินการทดลอง
5. เก็บรวบรวมข้อมูล
6. วิเคราะห์ข้อมูล

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนดอนจานวิทยาคม อำเภอดอนจาน จังหวัดกาฬสินธุ์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 24 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 2 ห้องเรียน โดยห้อง ม.4/1 จำนวน 30 คน ได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น (กลุ่มทดลอง) ซึ่งได้มาจากการสุ่มอย่างง่ายโดยการจับสลาก และห้อง ม.4/2 จำนวน 20 คน ได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ของ สสวท. (กลุ่มควบคุม)

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
2. แบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ของ สสวท.
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์
4. แบบสอบถามความพึงพอใจต่อการเรียนการสอน เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ โดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. การสร้างแบบฝึกคณิตศาสตร์เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

1.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หลักสูตรคณิตศาสตร์โรงเรียนดอนจานวิทยาคม คู่มือครู และหนังสือคณิตศาสตร์เรียนรายวิชาเพิ่มเติม เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ และหนังสือเรียนหรือคู่มือเรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์เล่มอื่น ๆ

1.2 ศึกษาเนื้อหาและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเมทริกซ์และการสร้างแบบฝึก

1.3 กำหนดเนื้อหาเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ไว้ดังนี้

1.3.1 ระบบสมการเชิงเส้น

1.3.2 ความหมายและสัญลักษณ์ของเมทริกซ์

1.3.3 การเท่ากันและการบวกเมทริกซ์

1.3.4 การคูณเมทริกซ์

1.3.5 ตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ 2×2

1.3.6 การหาตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์

1.3.7 การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น

1.4 ปรึกษาอาจารย์ที่ปรึกษา

1.5 วิเคราะห์เนื้อหา ผู้วิจัยแบ่งเนื้อหาออกเป็นเนื้อหาย่อยโดยแบ่งเนื้อหาออกเป็นแบบฝึก ตามความเหมาะสมดังนี้

ตารางที่ 2 เนื้อหา เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ และจำนวนคาบ

ชุดที่	เนื้อหา	จำนวนคาบ
1	ระบบสมการเชิงเส้น	1
	แบบฝึกที่ 1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น	
2	เมทริกซ์	1
	แบบฝึกที่ 2 เรื่อง เมทริกซ์	
3	การเท่ากันและการบวกเมทริกซ์	2
	แบบฝึกที่ 3 เรื่อง การเท่ากันและการบวกเมทริกซ์	

ตารางที่ 2 (ต่อ)

ชุดที่	เนื้อหา	จำนวนคาบ
4	การคูณเมทริกซ์	3
	แบบฝึกที่ 4 เรื่อง การคูณเมทริกซ์ด้วยค่าคงตัว	
	แบบฝึกที่ 5 เรื่อง การคูณระหว่างเมทริกซ์	
5	ตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ 2×2	1
	แบบฝึกที่ 6 เรื่อง ตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ 2×2	
6	การหาตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์	5
	แบบฝึกที่ 7 เรื่อง การหาไมเนอร์และโคแฟกเตอร์	
	แบบฝึกที่ 8 เรื่อง การหาดีเทอร์มิแนนต์	
	แบบฝึกที่ 9 เรื่อง ตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ 3×3	
7	การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น	5
	แบบฝึกที่ 10 เรื่อง แก้ระบบสมการโดยใช้เมทริกซ์ผกผัน	
	แบบฝึกที่ 11 เรื่อง แก้ระบบสมการโดยใช้กฎของครามเมอร์	
	รวม	18

1.6 นำเนื้อหาที่กำหนดไว้ มาเขียนเป็นจุดประสงค์การเรียนรู้ให้สัมพันธ์กับเนื้อหาทั้ง 11 แบบฝึก ดังนี้

ตารางที่ 3 จุดประสงค์การเรียนรู้ของแบบฝึก

ชุดที่	จุดประสงค์การเรียนรู้
ชุดที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้น	แบบฝึกที่ 1 นักเรียนสามารถหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นได้
ชุดที่ 2 เมทริกซ์	แบบฝึกที่ 2 นักเรียนสามารถบอกมิติของเมทริกซ์ และบอกสมาชิกที่ต้องการทราบได้

ตารางที่ 3 (ต่อ)

ชุดที่	จุดประสงค์การเรียนรู้
ชุดที่ 3 การเท่ากันและการบวกเมทริกซ์	แบบฝึกที่ 3 1. นักเรียนใช้สมบัติการเท่ากันของเมทริกซ์หาค่าของสมาชิกที่ไม่ทราบได้ 2. นักเรียนสามารถหาผลบวก ผลต่างของเมทริกซ์ได้ 3. นักเรียนนำสมบัติของการบวกเมทริกซ์ไปใช้ได้
ชุดที่ 4 การคูณเมทริกซ์	แบบฝึกที่ 4 นักเรียนสามารถหาผลคูณของค่าคงตัวกับเมทริกซ์ได้ แบบฝึกที่ 5 นักเรียนสามารถหาผลคูณระหว่างเมทริกซ์ได้
ชุดที่ 5 ตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ 2×2	แบบฝึกที่ 6 นักเรียนสามารถหาตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ 2×2
ชุดที่ 6 การหาตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์	แบบฝึกที่ 7 นักเรียนสามารถหาไมเนอร์ โคแฟกเตอร์ของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้ แบบฝึกที่ 8 นักเรียนสามารถหาดีเทอร์มิแนนต์ของ $n \times n$ เมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้ แบบฝึกที่ 9 นักเรียนสามารถหาตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ $n \times n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มไม่เกินสี่ได้
ชุดที่ 7 การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น	แบบฝึกที่ 10 นักเรียนสามารถแก้ระบบสมการโดยใช้เมทริกซ์ผกผันได้ แบบฝึกที่ 11 นักเรียนสามารถแก้ระบบสมการโดยใช้กฎของคราเมอร์ได้

1.7 สร้างแบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ซึ่งเป็นแบบเขียนตอบให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ของเนื้อหาในแต่ละแบบฝึก โดยแบบฝึกที่สร้างขึ้นได้เรียงจากแบบฝึกที่ง่ายไปหายาก และเน้นการฝึกที่ซ้ำ ๆ ลักษณะคล้ายๆกัน เพื่อให้เกิดทักษะการทำแบบฝึก และเกิดความคล่องแคล่วในการทำแบบฝึก และแยกแบบฝึกออกเป็นหัวข้อย่อย ๆ ซึ่งในแต่ละหัวข้อจะมีลักษณะคล้ายคลึงกัน และมีตัวอย่างประกอบพอประมาณ ซึ่งในแต่ละหัวข้อก็จะมีคำชี้แจงสั้น ๆ เข้าใจง่าย ๆ โดยได้กำหนดเวลาให้พอเหมาะ และเน้นความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยคำนึงถึงความเหมาะสมกับนักเรียน โรงเรียนคอนจอนวิทยาคม เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกเสร็จก็จะมีเฉลยให้ตรวจสอบความถูกต้องทันที โดยแต่ละแบบฝึกมีส่วนประกอบดังนี้

- 1.7.1 คำชี้แจงการใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์
- 1.7.2 คำแนะนำในการใช้แบบฝึก
- 1.7.3 ชื่อแบบฝึกคณิตศาสตร์ แบ่งเป็น 11 เรื่อง 11 แบบฝึก
- 1.7.4 จุดประสงค์การสร้างแบบฝึกคณิตศาสตร์
- 1.7.5 จุดประสงค์การเรียนรู้ของแต่ละแบบฝึก
- 1.7.6 เวลาที่ใช้ในการทำแบบฝึก
- 1.7.7 สารการการเรียนรู้
- 1.7.8 กิจกรรมที่ให้นักเรียนทำ
- 1.7.9 แบบฝึกคณิตศาสตร์
- 1.7.10 เฉลยแบบฝึกคณิตศาสตร์

1.8 นำแบบฝึกที่สร้างขึ้น ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาพิจารณาตรวจสอบความเหมาะสมของเนื้อหา ภาษา รูปแบบ

1.9 นำแบบฝึกทั้ง 11 แบบฝึกที่ได้ปรับปรุงเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ โดยใช้การประเมินคุณภาพแบบฝึกแบบ 5 ระดับ (Rating Scale) กำหนดเกณฑ์การประเมิน ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2553, หน้า 82-83)

5	หมายถึง	มีความเหมาะสมในระดับมากที่สุด
4	หมายถึง	มีความเหมาะสมในระดับมาก
3	หมายถึง	มีความเหมาะสมในระดับปานกลาง
2	หมายถึง	มีความเหมาะสมในระดับน้อย
1	หมายถึง	มีความเหมาะสมในระดับน้อยที่สุด

และกำหนดเกณฑ์ในการแปลผลของการประเมินแบบฝึก เรื่อง สมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ โดยผู้เชี่ยวชาญ กำหนดตามเกณฑ์ ดังนี้

ค่าเฉลี่ยระหว่าง 4.51 - 5.00	หมายถึง มีระดับความเหมาะสมมากที่สุด
ค่าเฉลี่ยระหว่าง 3.51 - 4.50	หมายถึง มีระดับความเหมาะสมมาก
ค่าเฉลี่ยระหว่าง 2.51 - 3.50	หมายถึง มีระดับความเหมาะสมปานกลาง
ค่าเฉลี่ยระหว่าง 1.51 - 2.50	หมายถึง มีระดับความเหมาะสมน้อย
ค่าเฉลี่ยระหว่าง 1.00 - 1.50	หมายถึง มีระดับความเหมาะสมน้อยที่สุด

จากนั้นทำการหาค่าเฉลี่ยคุณภาพแบบฝึก โดยเกณฑ์ที่ยอมรับคือ ระดับคะแนนเฉลี่ย ตั้งแต่ 3.51 ขึ้นไป (เอกวิทย์ แก้วประดิษฐ์, 2541) จึงจะพิจารณาว่าแบบฝึกมีความเหมาะสม

1.10 ปรับปรุงแก้ไขคำตกหล่น และภาษาที่ใช้ ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

1.11 จัดพิมพ์

1.12 นำไปใช้กับนักเรียนกลุ่มทดลอง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/1

2. การสร้างแบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ของ สสวท.

จัดทำการอัดสำเนาแบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ของ สสวท. จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 แบบฝึกหัด 1.1 หน้า 5 แบบฝึกหัด 1.2 หน้า 27 แบบฝึกหัด 1.3 หน้า 35 แบบฝึกหัด 1.4 หน้า 53 และแบบฝึกหัด 1.5 หน้า 74 รวมทั้งสิ้น 5 แบบฝึกหัด

3. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ จำนวน 23 ข้อ

การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ มีลำดับขั้นตอนดังนี้

3.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หลักสูตร คณิตศาสตร์ โรงเรียนดอนจานวิทยาคม คู่มือครู และหนังสือคณิตศาสตร์เรียนรายวิชาเพิ่มเติม เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ของสถาบันส่งเสริมการสอน วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ และหนังสือเรียนหรือคู่มือเรื่อง ระบบ สมการเชิงเส้นและเมทริกซ์เล่มอื่น ๆ

3.2 ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัด ผลสัมฤทธิ์

3.3 ศึกษาการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ จากหนังสือ การวัดผลและการสร้าง แบบสอบผลสัมฤทธิ์ ของ เยาวดี ราชชัยกุล วิบูลย์ศรี (2553, หน้า 178)

3.4 วิเคราะห์และพิจารณาจุดประสงค์ ระบุจำนวนข้อสอบในแต่ละจุดประสงค์

ตารางที่ 4 วิเคราะห์ข้อสอบ

จุดประสงค์การเรียนรู้	พฤติกรรมที่ต้องการวัด				จำนวนข้อสอบ (ข้อ)
	ความรู้ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	
1. นักเรียนสามารถหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นโดยการแก้สมการได้	-	3(1)	-	-	3(1)
2. นักเรียนสามารถบอกมิติของเมทริกซ์ และบอกสมาชิกที่ต้องการทราบได้	2(1)	-	-	-	2(1)
3. นักเรียนใช้สมบัติการเท่ากันของเมทริกซ์หาค่าของสมาชิกที่ไม่ทราบได้	-	-	1(1)	-	1(1)
4. นักเรียนสามารถหาผลบวก ผลต่างของเมทริกซ์ได้	-	-	1(1)	-	1(1)
5. นักเรียนสามารถหาผลคูณของค่าคงตัวกับเมทริกซ์ได้	-	1(0)	1(1)	-	2(1)
6. นักเรียนสามารถหาผลคูณระหว่างเมทริกซ์ได้	-	3(2)	2(0)	-	5(2)
7. นักเรียนสามารถหาตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ 2×2	-	5(1)	-	-	5(1)
8. นักเรียนสามารถหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มไม่เกินสี่ได้	-	7(4)	-	-	7(4)
9. นักเรียนสามารถหาไมเนอร์และโคแฟกเตอร์ของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้	-	12(7)	2(1)	-	14(8)
10. นักเรียนสามารถหาตัวผกผันคูณของเมทริกซ์ $n \times n$ ได้ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มไม่เกินสี่ได้	-	2(1)	1(0)	-	3(1)
11. นักเรียนสามารถหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ได้	-	-	4(2)	-	4(2)
รวม	2(1)	34(16)	11(6)		47(23)

3.5 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ตามจำนวนที่ได้วิเคราะห์ไว้ ซึ่งข้อสอบเป็นแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 47 ข้อ

3.6 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ที่สร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและปรับปรุงตัวเลือกตามคำแนะนำ

3.7 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ที่สร้างขึ้นเสนอผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา โดยอาศัยดุลพินิจของผู้เชี่ยวชาญ และตรวจสอบความตรงกับจุดประสงค์การเรียนรู้ (IOC)

3.8 ข้อสอบผ่านเกณฑ์ทุกข้อและมีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 ถึง 1

3.9 ปรับปรุงแก้ไขข้อความตกหล่นของแบบทดสอบ ตามที่ผู้เชี่ยวชาญเสนอแนะ

3.10 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ได้ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนคอนจันวิทยาคม จำนวน 25 คน ซึ่งเคยเรียนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์มาแล้ว

3.11 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์มาวิเคราะห์หาความยากง่าย และค่าอำนาจจากสูตร (สุรวาท ทองบุ, 2550, หน้า 99, 103)

$$P = \frac{R}{N}$$

เมื่อ	P	แทน ความยากง่ายของแบบทดสอบ
	R	แทน จำนวนนักเรียนที่ตอบถูก
	N	แทน จำนวนนักเรียนที่ทำข้อนี้ทั้งหมด

$$B = \frac{U}{N_1} - \frac{L}{N_2}$$

เมื่อ	B	แทน คัดนี้อำนาจจำแนก
	U	แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งที่ตอบถูก
	L	แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มอ่อนที่ตอบถูก
	N_1	แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่ง
	N_2	แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มอ่อน

การแบ่งนักเรียน กลุ่มเก่ง กลุ่มอ่อน ใช้เทคนิค 30% ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งคิดเป็นประมาณ 8 คน แล้วให้คนที่สอบได้คะแนนสูงสุด 8 คนแรกเป็นกลุ่มเก่ง และให้ 8 คนที่ได้คะแนนน้อยที่สุดเป็นกลุ่มอ่อน

3.12 คัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่มีค่าความยากง่าย ตั้งแต่ 0.2 – 0.8 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.3 ขึ้นไป (เยาวดี ราชชัยกุล วิบูลย์ศรี, 2556, หน้า 145) ผลการทดสอบพบว่า ข้อสอบมีค่าความยากง่าย ตั้งแต่ 0.04 ถึง 0.8 เลือกข้อที่มีความยากง่าย ตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.8 ได้

แบบทดสอบที่ผ่านเกณฑ์จำนวน 39 ข้อ และแบบทดสอบมีค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ -0.375 ถึง 1 เลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.3 ขึ้นไป ได้ข้อสอบที่ผ่านเกณฑ์จำนวน 28 ข้อ คัดเลือกแบบทดสอบที่ผ่านเกณฑ์ทั้งของค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกจำนวน 23 ข้อ ซึ่งครอบคลุมทุกจุดประสงค์ตามที่ต้องการวัด เพื่อไปตรวจสอบค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ

3.13 นำข้อสอบที่ผ่านการคัดเลือกจำนวน 23 ข้อ ไปคำนวณหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ โดยวิธีของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน สูตร KR-20 (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2556, หน้า 157)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{\sum pq}{S^2} \right)$$

- เมื่อ r_{tt} คือ สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
 n คือ จำนวนข้อสอบ
 S^2 คือ ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งฉบับ
 p คือ สัดส่วนของคนทำถูกในแต่ละข้อ
 q คือ สัดส่วนของคนทำผิดในแต่ละข้อ ($q = 1 - p$)

ซึ่งเมื่อนำข้อสอบทั้ง 23 ข้อ ไปคำนวณ ปรากฏว่า ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ชุดนี้มีค่าเท่ากับ 0.9001 หมายความว่า แบบทดสอบชุดนี้มีความเชื่อมั่นสูง เนื่องจากค่าความเชื่อมั่นที่คำนวณ ได้มีค่าเข้าใกล้ 1

3.14 จัดพิมพ์เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

4. การสร้างแบบสอบถามความพึงพอใจต่อการเรียนการสอนเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น และเมทริกซ์ โดยการใช้แบบฝึก มีลำดับขั้นตอน ดังนี้

4.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบสอบถาม

4.2 สร้างแบบสอบถามแบบมาตราส่วนประมาณ 5 ระดับ คือ มากที่สุด มา ปานกลาง น้อย และน้อยที่สุด

4.3 นำแบบสอบถามที่สร้างขึ้นเสนอผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 คน เห็นควรให้นำไปใช้ได้

4.4 ปรับปรุงแก้ไข ข้อความตกหล่นตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ และจัดพิมพ์

การดำเนินการวิจัย

การวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง (Experimental Research) ซึ่งได้ทำการวิจัยกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 มีห้อง ม.4/1 เป็นกลุ่มทดลอง ซึ่ง

ได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น และห้อง ม.4/2 เป็นกลุ่มควบคุม ซึ่งได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ของ สสวท. โดยทำการทดลองเป็นเวลา 5 สัปดาห์ ๆ ละ 4 ชั่วโมง รวม 20 ชั่วโมง โดยมีลำดับขั้นตอนดังนี้

1. แจ้งผู้บริหาร โรงเรียนเกี่ยวกับการทำวิจัย
2. พบปะชี้แจงรายละเอียดเกี่ยวกับการทำวิจัยให้ครูที่ปรึกษาของห้องที่ทำการทดลองให้เข้าใจตรงกัน และเป็นไปแนวทางเดียวกัน

3. แจ้งให้นักเรียนห้องที่จะทำการทดลองเข้าใจเกี่ยวกับรายละเอียดการทำวิจัยนี้
4. ผู้วิจัยดำเนินการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ โดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสำหรับกลุ่มทดลอง และดำเนินการสอนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ โดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ของ สสวท. สำหรับกลุ่มควบคุม โดยมีขั้นตอนดังนี้

- 4.1 ชั้นการสอน ครูให้ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาที่จะเรียนในแต่ละคาบซึ่งจัดการเรียนการสอนตามแผนการสอนที่จัดทำขึ้น โดยแบ่งออกเป็น 18 คาบ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ตารางที่ 5 เนื้อหาที่สอนในแต่ละคาบ

คาบที่	เนื้อหา
1	ระบบสมการเชิงเส้น
	แบบฝึกที่ 1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น
2	เมทริกซ์
	แบบฝึกที่ 2 เรื่อง เมทริกซ์
3 - 4	การเท่ากันและการบวกเมทริกซ์
	แบบฝึกที่ 3 เรื่อง การเท่ากันและการบวกเมทริกซ์
5 - 7	การคูณเมทริกซ์
	แบบฝึกที่ 4 เรื่อง การคูณเมทริกซ์ด้วยค่าคงตัว
	แบบฝึกที่ 5 เรื่อง การคูณระหว่างเมทริกซ์
8	ตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ 2×2
	แบบฝึกที่ 6 เรื่อง ตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ 2×2

ตารางที่ 5 (ต่อ)

คาบที่	เนื้อหา
9 - 13	การหาตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์
	แบบฝึกที่ 7 เรื่อง การหาไมเนอร์และโคแฟกเตอร์
	แบบฝึกที่ 8 เรื่อง การหาดีเทอร์มิแนนต์
	แบบฝึกที่ 9 เรื่อง ตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ 3×3
14 - 18	การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น
	แบบฝึกที่ 10 เรื่อง แก้ระบบสมการโดยใช้เมทริกซ์ผกผัน
	แบบฝึกที่ 11 เรื่อง แก้ระบบสมการโดยใช้กฎของคราเมอร์

4.2 ขั้นการทำแบบฝึก หลังจากทีครูได้ให้ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาต่าง ๆ ตามแผนการจัดการเรียนรู้แล้ว หลังจากนั้นให้นักเรียนนั่งเป็นกลุ่มตามที่ครูจัดให้โดยใช้การจัดกลุ่มละความสามารถโดยแบ่งนักเรียนในห้องออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 - 5 คน ซึ่งมีระดับความสามารถในวิชาคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันซึ่งประกอบด้วย เก่ง 1 คน ปานกลาง 2 - 3 คน และอ่อน 1 คน โดยคิดจากคะแนนสอบเข้าวิชาคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกเป็นรายบุคคล แต่สามารถปรึกษาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันภายในกลุ่มได้

4.3 ขั้นตอนการตรวจให้คะแนน ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสลับแบบฝึกซึ่งกันและกัน จากนั้น ครูแจกเฉลยแบบฝึกให้นักเรียนตรวจให้เพื่อน แต่ถ้าหากเวลาในห้องเรียนไม่พอ ก็ให้ครูเก็บแบบฝึกไปตรวจแล้วแจ้งคะแนนให้นักเรียนทราบในคาบต่อไป

5. เมื่อดำเนินการทดลองไปจนครบ 18 ชั่วโมงแล้ว นัดหมายสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน (Post – Test)

6. หลังจากทำการเรียนการสอนเสร็จสิ้น ทำการทดสอบ ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่จัดทำขึ้น

7. ให้นักเรียนกลุ่มทดลองทำแบบสอบถามความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ โดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

8. นำข้อมูลที่ได้ไปวิเคราะห์หาค่าทางสถิติ

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ในการดำเนินการวิจัย ผู้วิจัยได้ทำหน้าที่สอน โดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ จำนวน 18 ชั่วโมง และทดสอบหลังเรียนอีก 2 ชั่วโมง รวมทั้งหมดเป็น 20 ชั่วโมง
2. เมื่อทำการทดลองเสร็จสิ้น ผู้วิจัยได้นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมาทดสอบ โดยการดำเนินการด้วยตัวผู้วิจัยเอง บันทึกคะแนนที่นักเรียนทำได้เป็นรายบุคคลแล้วนำไปวิเคราะห์ค่าความแปรปรวนคะแนนการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แล้วเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ โดยใช้การทดสอบแบบที (t-test)
3. หลังจากทดสอบเสร็จ ให้นักเรียนกลุ่มทดลองทำแบบสอบถามความพึงพอใจ แล้วนำไปหาค่าทางสถิติ สรุปผลความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ โดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์

วิเคราะห์ข้อมูล

1. วิเคราะห์ความสอดคล้องกับเนื้อหา และจุดประสงค์ของแบบฝึกที่จัดทำขึ้น
2. วิเคราะห์คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ด้วย ค่าเฉลี่ย ร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (mean) ได้จากการนำข้อมูลทุกค่ามารวมกันแล้วหารด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2556, หน้า 177)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ	\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของข้อมูล
	N	แทน	จำนวนข้อมูล

2.2 ร้อยละ (percentage) คืออัตราส่วนที่เทียบจากจำนวนเต็ม 100 เขียนเป็นสูตรได้ดังนี้ (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2556, หน้า 191)

$$\text{ร้อยละ} = \frac{\text{ความถี่ที่สนใจ} \times 100}{\text{จำนวนรวมทั้งหมด}}$$

2.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) เป็นค่าที่ใช้ในการวัดการกระจายที่ดีที่สุด และใช้กันมากที่สุด หาได้จากรากที่สองของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของผลรวมของคะแนนทุกค่าที่เบี่ยงเบนไปจากค่าเฉลี่ยเลขคณิตยกกำลังสอง มีสูตรดังนี้

กรณีที่มีข้อมูลมาจากกลุ่มตัวอย่าง (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2556, หน้า 186)

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n-1}}$$

เมื่อ	S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	X	แทน	ข้อมูลหรือคะแนนของนักเรียนแต่ละคน
	\bar{X}	แทน	คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	n	แทน	จำนวนข้อมูล

3. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนคอนจันวิทยาคม ที่เรียนโดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น กับนักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ของ สสวท.

3.1 ตรวจสอบความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้สถิติการทดสอบ F - test (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2553, หน้า 156)

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

เมื่อ	F	แทน	ค่าสถิติทดสอบที่มีการแจกแจงแบบเอฟ
	S_1^2	แทน	ค่าความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่าง
	S_2^2	แทน	ค่าความแปรปรวนของกลุ่มควบคุม

ผลการตรวจสอบพบว่าทั้งสองกลุ่มนี้ไม่มีความแปรปรวนแตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ

0.05

3.2 ทดสอบสมมติฐานโดยใช้การทดสอบแบบที (t-test)

เนื่องจากกลุ่มตัวอย่างและกลุ่มควบคุมไม่มีความแปรปรวนแตกต่างกัน จึงเลือกใช้สูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2553, หน้า 151)

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

$$\text{โดยที่ } S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}, \quad df = n_1 + n_2 - 2$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติทดสอบที่มีการแจกแจงแบบที
	\bar{x}_1	แทน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของกลุ่มทดลอง
	\bar{x}_2	แทน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของกลุ่มควบคุม
	S_1^2	แทน	ค่าความแปรปรวนของกลุ่มทดลอง

S_2^2	แทน	ค่าความแปรปรวนของกลุ่มควบคุม
n_1	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง
n_2	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มควบคุม
df	แทน	องศาเสรี (Degrees of freedom)

4. วิเคราะห์ความพึงพอใจของนักเรียนที่เรียนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์
โดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์

บทที่ 4

ผลการวิจัย

- สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลได้กำหนดสัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้
- N_1 แทน จำนวนนักเรียนของกลุ่มที่เรียนโดยใช้แบบฝึกที่สร้างขึ้น (กลุ่มทดลอง)
 - N_2 แทน จำนวนนักเรียนของกลุ่มที่เรียนโดยใช้แบบฝึก สสวท. (กลุ่มควบคุม)
 - S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
 - E_1 แทน ประสิทธิภาพของแบบฝึกคิดเป็นร้อยละจากการทำแบบฝึก
 - E_2 แทน ประสิทธิภาพแบบทดสอบคิดเป็นร้อยละจากการทำแบบทดสอบ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

จากการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาประสิทธิภาพของแบบฝึก ปรากฏผลความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ย 70/70 ดังตาราง

ตารางที่ 6 ประสิทธิภาพของแบบฝึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

แบบฝึกที่	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ย	S	E_1
แบบฝึกที่ 1	20	17.00	0.79	85
แบบฝึกที่ 2	16	15.77	0.43	98.56
แบบฝึกที่ 3	26	21.03	2.91	80.88
แบบฝึกที่ 4	12	11.00	0.74	91.67
แบบฝึกที่ 5	14	11.03	0.96	78.79
แบบฝึกที่ 6	8	4.57	1.55	57.13
แบบฝึกที่ 7	11	7.63	1.32	69.36
แบบฝึกที่ 8	22	17.10	3.01	77.73
แบบฝึกที่ 9	12	7.82	2.30	65.17
แบบฝึกที่ 10	12	7.85	1.89	65.42
แบบฝึกที่ 11	35	27.07	4.57	77.34
			เฉลี่ย	77

จากตารางที่ 6 พบว่า คะแนนเฉลี่ยที่นักเรียนทำได้ในแบบฝึกแต่ละชุด คิดเป็นร้อยละ ตั้งแต่ 57.13 ถึง 98.56 โดยแบบฝึกที่นักเรียนทำได้สูงสุดคือ แบบฝึกที่ 2 เรื่อง เมทริกซ์ ซึ่งโดยเฉลี่ย นักเรียนทำได้ 15.77 คะแนน จากคะแนนเต็ม 16 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 98.56 โดยมี ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.43 คะแนน ส่วนแบบฝึกที่นักเรียนทำคะแนนได้น้อยที่สุดคือ แบบฝึกที่ 6 เรื่อง ตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ 2×2 ซึ่งโดยเฉลี่ยนักเรียนทำได้เพียง 4.57 คะแนน จากคะแนนเต็ม 8 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 57.13 โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.55 คะแนน เมื่อพิจารณาประสิทธิภาพเป็นรายแบบฝึก จะเห็นว่า มีเพียง 4 แบบฝึก คือแบบฝึกที่ 6 7 9 และ 10 ที่มีประสิทธิภาพต่ำกว่าเกณฑ์ 70 แต่อย่างไรก็ตาม ในภาพรวมของประสิทธิภาพของแบบฝึก (E_1) ทั้ง 11 ชุด มีประสิทธิภาพเฉลี่ยเท่ากับ 77 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ในสมมติฐาน

ตารางที่ 7 การวิเคราะห์การแจกแจงคะแนนสอบ โดยวิธีของ Shapiro - Wilk

กลุ่ม	คะแนนเต็ม	คะแนนเฉลี่ย	ร้อยละ	P-value	S	E_2
กลุ่มทดลอง	23	15.67	68.12	0.084	3.889	68.12
กลุ่มควบคุม	23	13.15	57.17	>0.100	3.911	

จากตารางที่ 7 ทำให้ทราบว่า คะแนนการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ของกลุ่มที่เรียน โดยใช้แบบฝึกที่สร้างขึ้น (กลุ่มทดลอง) มีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.889 ค่า P-value เท่ากับ 0.084 ซึ่งมากกว่า 0.05 นั้นแสดงว่าคะแนนการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน กลุ่มที่เรียน โดยใช้แบบฝึกที่สร้างขึ้น (กลุ่มทดลอง) มีการแจกแจงแบบปกติ และคะแนนการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้แบบฝึกของ สสวท. (กลุ่มควบคุม) มีค่า ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 3.911 ค่า P-value มากกว่า 0.1 ซึ่งมากกว่า 0.05 นั้นแสดงว่าคะแนน การทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนกลุ่มที่เรียน โดยใช้แบบฝึก สสวท. (กลุ่มควบคุม) มีการแจกแจงแบบปกติ

และเมื่อพิจารณาค่าประสิทธิภาพของแบบฝึกคิดเป็นร้อยละจากการทำแบบทดสอบของ นักเรียนกลุ่มทดลอง (E_2) มีค่าเท่ากับ 68.12 ซึ่งไม่เป็นไปตามที่กำหนดไว้ที่ 70 จึงไม่เป็นไปตาม สมมติฐานข้อ 1

จากการวิเคราะห์ค่าความแปรปรวนคะแนนการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน ทำให้ทราบว่า ค่า P-value มีค่าเท่ากับ 0.956 ซึ่งมากกว่า 0.05 นั้นแสดงว่าคะแนนการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่มีความแปรปรวนแตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

จากการวิเคราะห์ค่าการทดสอบแบบที (t-test) คะแนนการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน ทำให้ทราบว่า ค่า p-value มีค่าเท่ากับ 0.015 ซึ่งน้อยกว่า 0.05 นั้นแสดงว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกที่สร้างขึ้น ได้คะแนนสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกของ สสวท. ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมุติฐานข้อที่ 2

ตารางที่ 8 ผลการสำรวจความพึงพอใจของนักเรียนที่เรียน โดยใช้แบบฝึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

	รายการประเมิน	จำนวนนักเรียนที่มีความพึงพอใจมากที่สุด (จำนวนนักเรียนทั้งหมด 30 คน)	ร้อยละ
1.	แบบฝึกมีตัวอย่างให้ศึกษาพอเป็นแนวทาง	22	73.33
2.	แบบฝึกมีเนื้อหาตรงตามที่เรียน	29	96.67
3.	แบบฝึกมีความยากง่ายที่เหมาะสม	30	100
4.	แบบฝึกมีขั้นตอน หรือกระบวนการที่กระตุ้นให้นักเรียนเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ	28	93.33
5.	แบบฝึกช่วยให้นักเรียนมีความรู้ และทักษะในเรื่องที่เรียนมากขึ้น	26	86.67
6.	แบบฝึกช่วยให้นักเรียนมีความรู้ลึกว่า เรื่องที่เรียนเป็นเรื่องที่เข้าใจง่าย	25	83.33
7.	แบบฝึกสร้างความรู้ให้นักเรียนได้มากขึ้น	29	96.67
8.	แบบฝึกใช้วิธีประเมินผลการเรียนตามสภาพจริง	30	100
9.	จำนวนข้อของแบบฝึกมีความเหมาะสมกับเวลา	28	93.33
		เฉลี่ย	91.48

จากตารางที่ 8 พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกที่สร้างขึ้น ที่มีความพึงพอใจในระดับมากที่สุด (4-5 คะแนน) ในแต่ละข้อมีจำนวนนักเรียนตั้งแต่ 22-30 คนจากนักเรียนทั้งหมด 30 คน คิดเป็นร้อยละ 73.33 ถึง 100 โดยข้อที่มีจำนวนนักเรียนพึงพอใจมากที่สุด คือ ข้อ 3 แบบฝึกมีความยากง่ายที่เหมาะสม และข้อที่ 8 แบบฝึกใช้วิธีประเมินผลการเรียนตามสภาพจริง จำนวน 30 คน หมายความว่านักเรียนมีความพึงพอใจมากที่สุดทุกคน ส่วนข้อที่มีจำนวนนักเรียนมีความพึงพอใจในระดับมากที่สุด (4-5 คะแนน) น้อยที่สุดคือ ข้อที่ 1 แบบฝึกมีตัวอย่างให้ศึกษาพอเป็นแนวทาง หมายความว่านักเรียนมีความพึงพอใจมากที่สุด จำนวน 22 คน คิดเป็นร้อยละ 73.33 ของนักเรียนทั้งหมด และเมื่อทำการหาค่าเฉลี่ยความพึงพอใจของทุกแบบฝึกพบว่า นักเรียนที่มีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 91.48 ซึ่งสอดคล้องกับสมมุติฐานข้อที่ 3

บทที่ 5

สรุปและอภิปรายผล

การวิจัยนี้มีจุดประสงค์เพื่อ 1) สร้างแบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ 2) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ที่เรียนโดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น กับนักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ของ สสวท. 3) ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการเรียนการสอน เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ที่เรียนโดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยในนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนคอนจันวิทยาคม อำเภอคอนจัน จังหวัดกาฬสินธุ์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 2 ห้องเรียน โดยเป็นห้อง ม.4/1 ได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น และห้อง ม.4/2 ได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ของ สสวท.

สรุปการวิจัย

1. ผลการวิจัยพบว่าแบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ที่สร้างขึ้นเอง มีประสิทธิภาพ 77/68.12 ซึ่งคะแนนการทำแบบฝึกคณิตศาสตร์ระหว่างเรียนได้คะแนนเฉลี่ย 77 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 70 ไว้ แต่คะแนนการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ได้คะแนนเฉลี่ย 68.12 ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ 70 ซึ่งไม่เป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้
2. นักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกที่สร้างขึ้น มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกของ สสวท. ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 เป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้
3. นักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกที่สร้างขึ้น มีความพึงพอใจอยู่ในระดับความพึงพอใจมากถึงมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 91.48 เป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้

อภิปรายผล

จากการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างแบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนคอนจันวิทยาคม และหาประสิทธิภาพของแบบฝึกที่สร้างขึ้นมาและศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มทดลอง ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งสามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

1. ประสิทธิภาพของแบบฝึกที่สร้างขึ้น เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนดอนจานวิทยาคม มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย เท่ากับ 77/68.12 หมายความว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น ทำแบบฝึกทั้ง 11 แบบฝึก ถูกต้องโดยเฉลี่ยร้อยละ 77 และทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ถูกต้องโดยเฉลี่ยร้อยละ 68.12 สาเหตุที่นักเรียนทำแบบฝึกและได้คะแนนผ่านเกณฑ์อาจเกิดมาจากแบบฝึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนั้น ได้เรียงจากแบบฝึกที่ง่ายไปหายาก และเน้นการฝึกที่ทำซ้ำ ๆ ลักษณะคล้าย ๆ กัน นักเรียนจึงเกิดทักษะการทำแบบฝึก และเกิดความคล่องแคล่วในการทำแบบฝึก โดยมีการแยกแบบฝึกออกเป็นหัวข้อย่อย ๆ ซึ่งในแต่ละหัวข้อย่อยจะมีลักษณะคล้ายคลึงกัน และมีตัวอย่างประกอบพอประมาณ อีกทั้งมีคำชี้แจงสั้น ๆ เข้าใจง่าย ๆ มีรูปภาพประกอบสวยงาม ได้กำหนดเวลาในการทำแบบฝึกให้พอเหมาะ และมีเฉลยเพื่อตรวจสอบความถูกต้องหลังทำแบบฝึกได้ทันที จึงเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนอยากทำแบบฝึกมากขึ้น เพราะมีรูปภาพประกอบที่สวยงาม ตอบสนองการทำซ้ำ ตามทฤษฎีการทำซ้ำเพราะมีแบบฝึกที่คล้าย ๆ กัน และตอบสนองความอยากรู้ว่าทำแบบฝึกถูกต้องหรือไม่ ได้ทันที เพราะมีเฉลยแบบฝึกให้ หลังจากทำแบบฝึกเสร็จแล้ว อีกทั้งเมื่อนักเรียนเรียนนั่งเรียนเป็นกลุ่มนักเรียนมีการอธิบายให้เพื่อน จึงเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนทำแบบฝึกได้คะแนนผ่านเกณฑ์ที่กำหนด ซึ่งสอดคล้องกับลักษณะแบบฝึกที่ดีของ วรสุดา บุญยไวยโรจน์ (2544, หน้า 114) ในส่วนคะแนนทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ดังที่ เกศินี มีคุณ (2547, หน้า 29) ได้กล่าวไว้ว่า แบบฝึกที่ให้นักเรียนได้ทำนั้นจะช่วยให้ นักเรียนเกิดความรู้ มีการพัฒนา และมีความชำนาญในเนื้อหา นั้น ๆ ช่วยให้ครูประสบความสำเร็จในการสอน แต่อย่างไรก็ตาม ผลสัมฤทธิ์ที่ได้ในการทดลองครั้งนี้ยังต่ำกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ 1.88 ซึ่งอาจเกิดมาจาก การเรียนเป็นกลุ่มนั้นอาจจะมีทั้งข้อดีและข้อเสีย ข้อดีคือนักเรียนได้ปรึกษาหารือกัน ถ้าเป็นเรื่องเกี่ยวกับแบบฝึก เกี่ยวกับการเรียนนักเรียนก็จะ ได้ความรู้เพิ่มเติม แต่ถ้านักเรียนคุยกันเรื่องอื่นนอกเหนือจากงานในห้อง ก็จะเป็นการรบกวนเพื่อนที่ทำแบบฝึกหัด และทำให้เพื่อนคนที่กำลังทำแบบฝึกไม่มีสมาธิในการทำแบบฝึก และส่งผลให้นักเรียนที่คุยกันขณะที่ครูให้ทำแบบฝึกก็ จะไม่ได้ทำแบบฝึก เมื่อถึงเวลาครูกำหนดส่งก็จะลอกเพื่อนมาส่ง ทำให้นักเรียนกลุ่มนั้นขาด ประสิทธิภาพการทำแบบฝึกเรื่องนั้น ๆ ส่งผลให้คะแนนสอบวัดผลสัมฤทธิ์ไม่ถึงเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ดังนั้นควรนำแบบฝึกที่สร้างขึ้นมานำไปปรับปรุงและพัฒนาเพื่อช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ที่สูงขึ้น

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนดอนจานวิทยาคม ที่เรียนเป็นกลุ่มและใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น มีผลสัมฤทธิ์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ของ สสวท. ที่ระดับ

นัยสำคัญ 0.05 อาจเกิดมาจาก แบบฝึกที่สร้างขึ้นนั้นสอดคล้องกับจิตวิทยาพัฒนาการ และลำดับขั้นตอนการเรียนรู้ของผู้เรียน เป็นแบบฝึกที่น่าสนใจ และจูงใจผู้เรียนด้วยการเริ่มจากข้อที่ง่ายไปยาก เพื่อให้ผู้เรียนมีกำลังใจทำแบบฝึกหัด แบบฝึกที่สร้างขึ้นตรงกับจุดประสงค์ที่ต้องการฝึก ตรงตามความสามารถที่แตกต่างกันของผู้เรียน แต่ละชุดมีคำชี้แจงง่าย ๆ สั้น ๆ เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจ มีตัวอย่างแสดงวิธีทำประกอบด้วย ซึ่งตรงตามที่ ฉวีวรรณ กิรติกร (2537, หน้า 11-12) ได้อธิบายไว้ว่า นักเรียนที่เรียนด้วยแบบฝึกที่สร้างขึ้น เกิดความรู้สึกรักอยากทำแบบฝึกมากขึ้น และมีความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนมากขึ้น นอกจากนี้แบบฝึกคณิตศาสตร์ของ สสวท. ในบางแบบฝึกได้รวมหลาย ๆ เนื้อหาเข้าด้วยกันอาจทำให้นักเรียนที่ค่อนข้างเข้าใจเนื้อหาได้ยาก เกิดความเบื่อหน่ายในการทำแบบฝึก และไม่ยอมทำแบบฝึกในที่สุด จึงส่งผลให้นักเรียนไม่เข้าใจเนื้อหาที่เรียน แต่การออกแบบและการสร้างแบบฝึกคณิตศาสตร์ที่ดีจะส่งผลให้นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สูงขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ อุษณีย์ เสือจันทร์ (2553) ได้ศึกษาค้นคว้าการพัฒนาแบบฝึกทักษะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่าแบบฝึกทักษะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีการจัดหมู่ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีประสิทธิภาพ 81.89/76.30 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน โดยใช้แบบฝึกทักษะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนมีความพึงพอใจต่อการเรียน โดยใช้แบบฝึกทักษะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ในด้านเนื้อหาและรูปแบบของแบบฝึกทักษะอยู่ในระดับมาก

3. นักเรียนที่เรียน โดยใช้แบบฝึกที่สร้างขึ้น มีความพึงพอใจอยู่ในระดับความพึงพอใจมากถึงมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 91.48 เนื่องมาจากแบบฝึกที่สร้างขึ้นได้มีการจัดทำช่องว่างที่พอเหมาะไว้สำหรับแสดงวิธีทำ และเขียนคำตอบ มีการทำแบบฝึกเป็นกลุ่ม ในขณะที่ทำแบบฝึกก็มีการปรึกษาหารือ พูดคุย อธิบายให้เพื่อนในกลุ่มฟัง ที่สำคัญแบบฝึกมีการเรียงลำดับจากข้อที่ง่ายไปหาข้อยาก มีความเหมาะสมในจำนวนข้อ เวลาสำหรับทำแบบฝึกให้เสร็จ มีรูปภาพสวยงามและมีเฉลยพร้อมวิธีทำอย่างละเอียดให้ดูทันทีทำให้นักเรียนทราบผลการทำแบบฝึกได้ทันที ซึ่งตอบสนองการเรียนรู้ของนักเรียนหลังทำแบบฝึกเสร็จ และยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจวิธีการทำที่ถูกต้องในกรณีที่นักเรียนทำผิด ซึ่งเป็นลักษณะของแบบฝึกที่ดี ที่ วิมลรัตน์ สุนทรโรจน์ (2544, หน้า 114) กล่าวไว้

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้สังเกตขณะทำการทดลองใช้แบบฝึกที่สร้างขึ้น พบว่า

1. ในขณะที่ให้นักเรียนทำแบบฝึก โดยวิธีการแบ่งเป็นกลุ่ม จะมีนักเรียนคนเก่งที่สามารถทำแบบฝึกได้ แล้วจะอธิบายวิธีทำให้นักเรียนคนที่ยังไม่เข้าใจ เนื่องจากแรงจูงใจจากการคิดคะแนนแบบฝึกเป็นกลุ่ม
2. นักเรียนจะให้ความสนใจแบบฝึกหัดจากแบบฝึกเสริมทักษะที่เป็นเรื่องสั้น ๆ ง่าย ๆ และแบบฝึกหัดที่นักเรียนสามารถเขียนลงไปบนแบบฝึกหัดที่มีช่องว่าง หรือเว้นบรรทัดให้ มากกว่าการทำแบบฝึกหัด จากหนังสือเรียนแล้วต้องแสดงวิธีทำในสมุดของนักเรียน
3. ในขณะที่นักเรียนทำการสลับกันตรวจแบบฝึก ระหว่างกลุ่ม นักเรียนจะได้เรียนรู้วิธีทำที่ถูกต้องจากแบบเฉลยที่แจกให้ และนักเรียนจะเกิดข้อสงสัยว่าตัวเองทำถูกหรือไม่ นักเรียนก็จะถามคนที่ตรวจแบบฝึกของตัวเอง ถ้าผิด นักเรียนก็จะทราบว่ามีผิดตรงไหน และสาเหตุที่ผิดเพราะอะไร โดยการสอบถามเพื่อน และครู ในขณะที่ตรวจแบบฝึก
4. ในการกำหนดเวลาทำแบบฝึก สังเกตว่าถ้ามีเวลาให้ทำแบบฝึกเพียงพอ นักเรียนจะอธิบายให้กันฟัง และปรึกษา ได้เถียงกัน ว่าใครถูกใครผิด ซึ่งนำมาสู่การเรียนรู้ของนักเรียน แต่ถ้าให้เวลาทำแบบฝึกน้อย นักเรียนก็จะไม่มีโอกาสปรึกษากัน หรืออธิบายให้เพื่อนที่สงสัยเข้าใจจะนำมาซึ่งการลอกแบบฝึกมาส่ง เพราะกลัวจะส่งแบบฝึกไม่ทัน

ข้อเสนอแนะการนำไปใช้

1. เนื่องจากผลการทดลองใช้แบบฝึกในครั้งนี้ เป็นการทำแบบฝึกเป็นกลุ่ม คุณครูผู้สอนควรสอดส่องดูแลไม่ให้นักเรียนลอกแบบฝึกมาส่ง แต่คุณครูควรกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายให้เพื่อนฟัง มากกว่าให้เพื่อนลอก
2. อาจปรับเปลี่ยนจากการทำแบบฝึกเป็นกลุ่มมาเป็นการทำแบบฝึกรายบุคคลก็ได้
3. การจัดทำแบบฝึกควรมีการปรับปรุงอยู่เสมอ เพื่อจะได้แบบฝึกที่มีประสิทธิภาพทันสมัย และเหมาะสมกับผู้เรียน

ข้อเสนอแนะการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการสร้างแบบฝึกร่วมกับการใช้เทคนิคการสอนในระดับชั้นอื่น ๆ และเนื้อหาที่แตกต่างออกไป เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน
2. ควรนำแบบฝึกที่ได้ในการวิจัยในครั้งนี้ ไปพัฒนาและปรับปรุง ให้เหมาะสมกับนักเรียนที่เรียน เพื่อให้ได้แบบฝึกที่ดีขึ้น

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2545). *หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.)
- กรองกาญจน์ ประจำเมือง. (2547). *การพัฒนาแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาการคูณและการหารเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5*. การศึกษาค้นคว้าอิสระ, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2554). *หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 (พิมพ์ครั้งที่ 3)*. กรุงเทพฯ: สกสค.
- กองวิจัยทางการศึกษา. (2539). *รายงานการวิจัยเรื่อง การสังเคราะห์งานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนกลุ่มทักษะ (คณิตศาสตร์) ระบบประถมศึกษา*. กรุงเทพฯ: กองวิจัยทางการศึกษากกรมวิชาการ.
- กองวิจัยทางการศึกษา. (2545). *การวิจัยเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน*. กรุงเทพฯ : คุรุสภาลาดพร้าว.
- เกศินี มีคุณ. (2547). *การสร้างแบบฝึกการแก้โจทย์ปัญหาทศนิยมสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- คำตา นัดกล้า. (2547). *การพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้และแบบฝึกทักษะ เรื่อง เศษส่วนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. การศึกษาค้นคว้าอิสระ, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- จันทร์ดา ดันดีพงสานุรักษ์. (2543). *การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ*. วารสารวิชาการ, 3(12), 37.
- จารุวรรณ ชัยรักษา. (2542). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบ คอนสตรัคติวิซิมเป็นกลุ่มกับเป็นรายบุคคลและการสอนตามคู่มือครู*. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิทยาการทางการศึกษา และการจัดการเรียนรู้, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- จตุพร สุขจิระเดช. (2547). *การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน เรื่องเมตริกซ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

- จุฬารัตน์ แพงอนันต์. (2547). การพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การนับเพิ่ม และการคูณ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้แบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ. การศึกษาค้นคว้าอิสระ, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- จุฬารัตน์ วงษ์ศรีนาค. (2537). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเขียนสะกดคำยาก โดยใช้แบบฝึกเสริมทักษะ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ศิลปศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการนิเทศ, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- ฉวีวรรณ กิรติกร. (2537). การวิจัยสำหรับผู้ทำงานการศึกษา. กรุงเทพฯ: สำนักงานการประถมศึกษาแห่งชาติ.
- ชนาธิป พรกุล. (2544). การจัดการเรียนการสอนแบบผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง. วารสารวิชาการ, 4(9), 2-7.
- ชัยขงค์ พรหมวงศ์. (2556). การทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอน. วารสารศิลปการศึกษาศาสตร์วิจัย, 5(1), 7 – 19.
- ชัยขงค์ พรหมวงศ์. (2532). การวางแผนการสอนและการเขียนแผนการสอน. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ชาญชัย ยมดิษฐ์. (2548). เทคนิคและวิธีการสอนร่วมสมัย. กรุงเทพฯ: หลักพิมพ์.
- ชาญชัย อาจินสมาจาร. (2533). การเรียนรู้แบบร่วมมือ. ประชาศึกษา, 40(60), 22.
- ชูศรี วงศ์รัตน์. (2553). เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย (พิมพ์ครั้งที่ 12). กรุงเทพฯ: ศูนย์หนังสือจุฬาฯ.
- ดวงเดือน อ่อนน่วม. (2533). การสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ศูนย์หนังสือจุฬาฯ.
- ดำรง มัชฌมนันท์. (2539). แนวคิดใหม่การสอนชั้นประถมศึกษา. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์เจริญผล.
- ถนอมทรัพย์ มะลิซ้อน. (2540). ความพึงพอใจในการปฏิบัติงานของบุคลากรวิทยาลัยอาชีวศึกษา สังกัดกรมอาชีวศึกษา ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ. วิทยานิพนธ์ปริญญาศิลปศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการบริหารและพัฒนาการศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ทรงวิทย์ สุวรรณชาติ. (2555). หนังสือเรียนเสริมคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.4 (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: แม็คเอ็ดดูเคชั่น.
- ทิตนา แคมมณี. (2547). ศาสตร์การสอน องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- นภา เมธชาวิชัย. (2536). *การประเมินผลการเรียน* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สถาบันราชภัฏธนบุรี, บั๊กเซนเตอร์.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2553). *การวิจัยสำหรับครู* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2541). *วิธีการทางสถิติสำหรับการวิจัย เล่ม 1* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ปฐมพร บุญดี. (2545). *การสร้างแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นผิวและปริมาตร ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. วิทยานิพนธ์ การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ปานทอง กุลนาถศิริ. (2538). การสอนคณิตศาสตร์ในทศวรรษที่ 21. *คณิตศาสตร์*, 39, 445 - 446.
- พรรณี ช. เจนจิต. (2538). *จิตวิทยาการเรียนการสอน* (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: สายใจ.
- พวงรัตน์ ทวีรัตน์. (2540). *วิธีการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์*. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- พิชิต ฤทธิ์จัญญ. (2556). *หลักการวัด และประเมินผลการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 8). กรุงเทพฯ : เฮ้าส์ ออฟ เคอร์มิสท์.
- พิมพ์สุดา สิริพลรัตน์. (2541). *ความพึงพอใจในการทำงานของครูประจำกลุ่มการศึกษานอกโรงเรียนสายสามัญศึกษา วิธีเรียนทางไกลศูนย์บริการการศึกษานอกโรงเรียนอำเภอจังหวัดร้อยเอ็ด*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการบริหารและพัฒนา การศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- มณีรัตน์ กัทธจินดา. (2548). การเรียนการสอนแบบร่วมมือ. *วิทยจารย์*, 2(4), 7-10.
- มัทนา สีเสด. (2552). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบฝึกเสริมทักษะ การคิดคำนวณ เรื่อง การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2*. วิทยานิพนธ์ปริญญา การศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2543). พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 กับการสอนคณิตศาสตร์. *วารสาร สสวท*, 28(10), 24-31.
- เยาวดี ราชัยกุล วิบูลย์ศรี. (2556). *การวัดผลและการสร้างแบบสอบผลสัมฤทธิ์* (พิมพ์ครั้งที่ 11). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- รัชฎาภรณ์ พรมตา. (2541). การสร้างแบบฝึกเสริมทักษะเพื่อสอนซ่อมเสริมทักษะการคิดคำนวณ เรื่อง การคูณ การหาร ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- รัชณี จรุงศิริวัฒน์. (2547). นวัตกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ. ขอนแก่น: ขอนแก่นการพิมพ์.
- โรจนา แสงรุ่งรวี. (2531). ผลสัมฤทธิ์ในการเขียนสะกดคำด้วยการใช้แบบฝึกของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร-มหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2538). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- วรสุดา บุญยไวโรจน์. (2536). รายงานผลการวิจัยภาระหน้าที่ของโรงเรียนประถมศึกษาตามทัศนะของครูและผู้บริหาร โรงเรียนใยเขตชุมชนเมืองและเขตชนบท. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วัลยา บุตรดี. (2531). การกระตุ้นเพื่อให้บุคคลเกิดความพึงพอใจในการปฏิบัติงาน. กรุงเทพฯ: ประสานมิตร.
- วาทิตย์ ชุมณีโชติ. (2538). แคลคูลัสและเรขาคณิตวิเคราะห์. ชลบุรี: คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- วิชัย เพ็ชรเรือง. (2531). การเปรียบเทียบความสามารถในการอ่านภาษาไทยของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่พูดภาษาถิ่น ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้แบบฝึกซ่อมเสริมกับกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้แบบฝึกซ่อมเสริมทั่วไปของโรงเรียนสุนทรวัฒนา สำนักงานการประถมศึกษา อำเภอเมือง จังหวัดชัยภูมิ. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วิมลรัตน์ สุนทรโรจน์. (2548). นวัตกรรมเพื่อการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: ช้างทอง.
- วิไลลักษณ์ มีทิส. (2551). การสร้างและหาประสิทธิภาพของแบบฝึกทักษะการคิดคำนวณด้านการคูณของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษาศาสตร-มหาบัณฑิต, สาขาวิชาการประถมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

- วีระพงษ์ มุลทา และปนัดดา เสठीอนแก้ว. (2550). *การพัฒนาทักษะคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- ศักดิ์ ไชยกิจเจริญ และจินตนา กนกปราน. (2547). *คู่มืออาจารย์ การพัฒนาการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ*. ขอนแก่น: คลังนานาวิทยา.
- สงบ ลักษณะ. (2535). *จากหลักสูตร...สู่แผนการสอน* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: กระทรวงศึกษาธิการ.
- สถาพร ศรีสุนทร. (2547). *การพัฒนาแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วน วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6*. การศึกษาค้นคว้าอิสระการศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- สนอง อินละคร. (2544). *เทคนิควิธีการและนวัตกรรมที่ใช้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนศูนย์กลาง*. อุบลราชธานี: อุบลออฟเซตการพิมพ์.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สมนึก กัททิษณิ. (2544). *การวัดผลการศึกษา*. กภาพสินธุ์: ประสานการพิมพ์.
- สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์. (2540). *เอกสารทางวิชาการ การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเอกสารลำดับที่ 33*. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- สังเวียน ปินะกาลัง. (2540). *ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอน โดยรูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้กับการสอนปกติ*. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- สาคร ธานีกุล. (2549). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้*. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

- สายชล ลิ้มชื่น. (2547). *การสร้างแบบฝึกคณิตศาสตร์เรื่องความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 (มัธยมศึกษาปีที่ 4-6)*. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ. (2537). *เทคโนโลยีการศึกษา: ทฤษฎี – ปฏิบัติ สำหรับครูประถมศึกษา ชุดที่ 4*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สุคนธ์ สิ้นธพานนท์. (2550). *สุดยอดวิธีสอนสังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม นำไปสู่...การจัดการเรียนรู้ครูยุคใหม่*. กรุงเทพฯ: อักษรเจริญทัศน์.
- สุนันทา สุนทรประเสริฐ. (2535). *วิจัยในชั้นเรียนอย่างง่าย ๆ แบบวิจัยหน้าเดียว*. วิทยบริการ, 13(1), 74-79.
- สุรวาท ทองบุ. (2550). *การวิจัยทางการศึกษา*. มหาสารคาม: อภิชาติการพิมพ์.
- สุรศักดิ์ หลาบมาลา. (2531). *การเรียนการสอนแบบร่วมมือ*. วิทยจารย์, 24(17), 35.
- สุลัดดา ลอยฟ้า และเกื้อจิตต์ ฉิมทิม. (2545). *การพัฒนารูปแบบการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญและร่วมมือกันเรียนรู้ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4*. รายงานการวิจัย. ขอนแก่น: คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- สุวรรณดี นิมมานพิสุทธิ. (2530). *การเรียนการสอนเรขาคณิตระดับ มัธยมศึกษา*. เอกสารประกอบการเรียนการสอน. เชียงใหม่: คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. (2545). *19 วิธีจัดการเรียนรู้: เพื่อพัฒนาความรู้และทักษะ (พิมพ์ครั้งที่ 2)*. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- สุวิทย์ หิรัญยกานนท์, สิริวรรณ เมธีวิวัฒน์ และชนินทร์ชัย อินทிரารณ์. (2540). *พจนานุกรมศัพท์การศึกษา*. กรุงเทพฯ : บริษัท ไอ คิว.
- อมรรัตน์ พิศฐาน. (2542). *การพัฒนาแบบฝึกทักษะภาษาไทยให้มีประสิทธิภาพ เรื่องการสะกดคำ ไม่ตรงตามมาตราตามตัวสะกดแม่กน สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2*. การค้นคว้าอิสระการศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- อศยาพร สุวรรณภู. (2541). *ความพึงพอใจในงานของข้าราชการและลูกจ้างประจำกรมคุมประพฤติกระทรวงยุติธรรม*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการบริหารและพัฒนาการศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

- อารีย์ คงสวัสดิ์. (2544). การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการบริหารและการจัดการการศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อุษณีย์ เสือจันทร์. (2553). การพัฒนาแบบฝึกทักษะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์การศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิจัยและประเมินผลการศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- เอกวิทย์ แก้วประดิษฐ์. (2541). การวิจัยเทคโนโลยีการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- Carroll, John B. (1963, May). A Model of School Learning. *Teacher College Record*, 64(2), 723-733.
- Fuller, Gordon, Walter, L., Wilson, Jr., Henry, C., & Miller, Jr. (1982). *College Algebra* (5th ed.). Monterey, Calif. : Brooks.
- Hornsby, John E. Jr., & Lial, Margaret L. (1996). *A Graphical Approach to Precalculus*. New York: Harper Collins College.
- Joyce, B., & Weil, M. (1986). *Model of teaching* (3rd ed.). London : Prentice-Hall.
- Maddox, Hary. (1963). *How to Study*. London: Wyman.
- Munem, Mustafa A., & Foulis, D.J. (1982). *College Algebra with Applications*. New York: Worth.
- Price, Justin J., & Flanders, Harley. (1982). *College Algebra*. Philadelphia : Saunders College.
- Slavin, R. (1995). *Cooperative Learning : Theory, Research and Practice* (2nd ed.). Boston: Allyn and Bacon.
- Wilson, James W. (1971). *Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics in Handbook on Formative And Summative Evaluation of Student Learning*. U.S.A. : McGraw - Hill.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. นางสร้อยญา ภารประดับ ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนคอนจันวิทยาคม
เชี่ยวชาญด้านแผนจัดการเรียนรู้และแบบฝึก
2. นายสิทธิชัย ยุบลวัฒน์ ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนอนุคุณนารี
เชี่ยวชาญด้านการตรวจสอบเครื่องมือ
3. นางสาวครุณี มณีทัศน์ อาจารย์มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี
เชี่ยวชาญด้านแบบทดสอบ

ภาคผนวก ข

ผลการวิเคราะห์เครื่องมือ

1. ตารางวิเคราะห์ข้อสอบเชิงความตรงกับวัตถุประสงค์โดยผู้เชี่ยวชาญ (IOC)
2. ตารางวิเคราะห์วิเคราะห์ความยากง่ายของแบบทดสอบ
3. ตารางวิเคราะห์ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ
4. ตารางพิจารณาคัดเลือกข้อสอบ
5. ตารางวิเคราะห์วิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
6. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์
7. แบบสรุปการประเมินคุณภาพแบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น และเมทริกซ์

ตารางภาคผนวก ข – 1 วิเคราะห์ข้อสอบเชิงความตรงกับวัตถุประสงค์โดยผู้เชี่ยวชาญ (IOC)

ข้อที่	จุดประสงค์	คะแนนจาก ผู้เชี่ยวชาญคนที่			รวม	IOC	แปลผล
		1	2	3			
1	นักเรียนสามารถบอกมิติของ เมทริกซ์ และบอกสมาชิกที่ ต้องการทราบได้	+1	0	+1	2	0.67	มีความสอดคล้อง
2	นักเรียนสามารถบอกมิติของ เมทริกซ์ และบอกสมาชิกที่ ต้องการทราบได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
3	นักเรียนสามารถหาผลบวก ผลต่าง ของเมทริกซ์ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
4	นักเรียนใช้สมบัติการเท่ากันของ เมทริกซ์หาค่าของสมาชิกที่ไม่ ทราบได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
5	นักเรียนสามารถหาผลบวก ผลต่าง ของเมทริกซ์ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
6	นักเรียนสามารถหาผลคูณของค่า คงตัวกับเมทริกซ์ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
7	นักเรียนสามารถหาผลคูณระหว่าง เมทริกซ์ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
8	นักเรียนสามารถหาผลคูณระหว่าง เมทริกซ์ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
9	นักเรียนสามารถหาผลคูณระหว่าง เมทริกซ์ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
10	นักเรียนสามารถหาผลคูณระหว่าง เมทริกซ์ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
11	นักเรียนสามารถหาผลคูณระหว่าง เมทริกซ์ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง

ตารางภาคผนวก ข – 1 (ต่อ)

ข้อที่	จุดประสงค์	คะแนนจาก ผู้เชี่ยวชาญคนที่			รวม	IOC	แปลผล
		1	2	3			
12	นักเรียนสามารถหาดีเทอร์มิแนนต์ ของเมทริกซ์ $n \times n$ เมื่อ n เป็น จำนวนเต็มไม่เกินสี่ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
13	นักเรียนสามารถหาดีเทอร์มิแนนต์ ของเมทริกซ์ $n \times n$ เมื่อ n เป็น จำนวนเต็มไม่เกินสี่ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
14	นักเรียนสามารถหาดีเทอร์มิแนนต์ ของเมทริกซ์ $n \times n$ เมื่อ n เป็น จำนวนเต็มไม่เกินสี่ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
15	นักเรียนสามารถหาดีเทอร์มิแนนต์ ของเมทริกซ์ $n \times n$ เมื่อ n เป็น จำนวนเต็มไม่เกินสี่ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
16	นักเรียนสามารถหาดีเทอร์มิแนนต์ ของเมทริกซ์ $n \times n$ เมื่อ n เป็น จำนวนเต็มไม่เกินสี่ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
17	นักเรียนสามารถหาตัวผกผันการ คูณของเมทริกซ์ 2×2	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
18	นักเรียนสามารถหาตัวผกผันการ คูณของเมทริกซ์ 2×2	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
19	นักเรียนสามารถหาไมเนอร์และโค แฟกเตอร์ของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
20	นักเรียนสามารถหาไมเนอร์และโค แฟกเตอร์ของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง

ตารางภาคผนวก ข – 1 (ต่อ)

ข้อที่	จุดประสงค์	คะแนนจาก			รวม	IOC	แปลผล
		ผู้เชี่ยวชาญคนที่ 1	2	3			
21	นักเรียนสามารถหาไมเนอร์และโคแฟกเตอร์ของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
22	นักเรียนสามารถหาไมเนอร์และโคแฟกเตอร์ของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
23	นักเรียนสามารถหาไมเนอร์และโคแฟกเตอร์ของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
24	นักเรียนสามารถหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มไม่เกินสี่ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
25	นักเรียนสามารถหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มไม่เกินสี่ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
26	นักเรียนสามารถหาไมเนอร์และโคแฟกเตอร์ของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
27	นักเรียนสามารถหาไมเนอร์และโคแฟกเตอร์ของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
28	นักเรียนสามารถหาไมเนอร์และโคแฟกเตอร์ของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง

ตารางภาคผนวก ข – 1 (ต่อ)

ข้อที่	จุดประสงค์	คะแนนจาก			รวม	IOC	แปลผล
		ผู้เชี่ยวชาญคนที่ 1	2	3			
29	นักเรียนสามารถหาไมเนอร์และโคแฟกเตอร์ของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
30	นักเรียนสามารถหาไมเนอร์และโคแฟกเตอร์ของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
31	นักเรียนสามารถหาไมเนอร์และโคแฟกเตอร์ของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
32	นักเรียนสามารถหาไมเนอร์และโคแฟกเตอร์ของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
33	นักเรียนสามารถหาไมเนอร์และโคแฟกเตอร์ของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
34	นักเรียนสามารถหาไมเนอร์และโคแฟกเตอร์ของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
35	นักเรียนสามารถหาตัวผกผันคูณของเมทริกซ์ $n \times n$ ได้ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มไม่เกินสี่ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
36	นักเรียนสามารถหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น โดยการแก้สมการได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง

ตารางภาคผนวก ข – 1 (ต่อ)

ข้อที่	จุดประสงค์	คะแนนจาก ผู้เชี่ยวชาญคนที่			รวม	IOC	แปลผล
		1	2	3			
37	นักเรียนสามารถหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น โดยการแก้สมการได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
38	นักเรียนสามารถหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น โดยการแก้สมการได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
39	นักเรียนสามารถหาตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ 2×2	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
40	นักเรียนสามารถหาตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ 2×2	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
41	นักเรียนสามารถหาตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ 2×2	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
42	นักเรียนสามารถหาตัวผกผันคูณของเมทริกซ์ $n \times n$ ได้ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็ม ไม่เกินสี่ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
43	นักเรียนสามารถหาตัวผกผันคูณของเมทริกซ์ $n \times n$ ได้ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็ม ไม่เกินสี่ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
44	นักเรียนสามารถหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้เมทริกซ์ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
45	นักเรียนสามารถหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้เมทริกซ์ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง

ตารางภาคผนวก ข – 1 (ต่อ)

ข้อที่	จุดประสงค์	คะแนนจาก ผู้เชี่ยวชาญคนที่			รวม	IOC	แปลผล
		1	2	3			
46	นักเรียนสามารถหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง
47	นักเรียนสามารถหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ได้	+1	+1	+1	3	1	มีความสอดคล้อง

ตารางภาคผนวก ข – 1 ผลวิเคราะห์ข้อสอบเชิงความตรงกับวัตถุประสงค์โดยผู้เชี่ยวชาญทั้งสามท่าน ปรากฏว่า ผู้เชี่ยวชาญทั้งสามท่านต่างลงความคิดเห็นว่าข้อสอบมีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ทุกข้อ

ตารางภาคผนวก ข – 2 วิเคราะห์ความยากง่ายของแบบทดสอบ

ข้อที่	จำนวนนักเรียนที่ตอบถูก (จำนวนนักเรียนทั้งหมด 25 คน)	ค่าความยากง่าย (P)	หมายเหตุ
1	25	1	ตัดทิ้ง
2	16	0.64	นำไปใช้ได้
3	18	0.72	นำไปใช้ได้
4	20	0.8	นำไปใช้ได้
5	20	0.8	นำไปใช้ได้
6	20	0.8	นำไปใช้ได้
7	13	0.52	นำไปใช้ได้
8	1	0.04	ตัดทิ้ง
9	4	0.16	ตัดทิ้ง
10	4	0.16	ตัดทิ้ง
11	15	0.6	นำไปใช้ได้
12	11	0.44	นำไปใช้ได้
13	15	0.6	นำไปใช้ได้
14	10	0.4	นำไปใช้ได้
15	15	0.6	นำไปใช้ได้
16	18	0.72	นำไปใช้ได้
17	9	0.36	นำไปใช้ได้
18	8	0.32	นำไปใช้ได้
19	20	0.8	นำไปใช้ได้
20	11	0.44	นำไปใช้ได้
21	2	0.08	ตัดทิ้ง
22	17	0.68	นำไปใช้ได้
23	4	0.16	ตัดทิ้ง
24	8	0.32	นำไปใช้ได้
25	14	0.56	นำไปใช้ได้

ตารางภาคผนวก ข – 2 (ต่อ)

ข้อที่	จำนวนนักเรียนที่ตอบถูก (จำนวนนักเรียนทั้งหมด 25 คน)	ค่าความยากง่าย (P)	หมายเหตุ
26	18	0.72	นำไปใช้ได้
27	16	0.64	นำไปใช้ได้
28	6	0.24	นำไปใช้ได้
29	13	0.52	นำไปใช้ได้
30	18	0.72	นำไปใช้ได้
31	1	0.04	ตัดทิ้ง
32	6	0.24	นำไปใช้ได้
33	9	0.36	นำไปใช้ได้
34	10	0.4	นำไปใช้ได้
35	4	0.16	ตัดทิ้ง
36	12	0.48	นำไปใช้ได้
37	15	0.6	นำไปใช้ได้
38	7	0.28	นำไปใช้ได้
39	11	0.44	นำไปใช้ได้
40	9	0.36	นำไปใช้ได้
41	13	0.52	นำไปใช้ได้
42	6	0.24	นำไปใช้ได้
43	9	0.36	นำไปใช้ได้
44	15	0.6	นำไปใช้ได้
45	12	0.48	นำไปใช้ได้
46	10	0.4	นำไปใช้ได้
47	11	0.44	นำไปใช้ได้

จากตารางภาคผนวก ข – 2 ตารางวิเคราะห์ความยากง่ายของแบบทดสอบ พบว่า มีค่าความยากง่าย ตั้งแต่ 0.04 ถึง 0.8 เลือกข้อที่มีความยากง่าย ตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.8 ได้ข้อสอบทั้งหมด จำนวน 39 ข้อ ที่สามารถนำไปใช้ได้

ตารางภาคผนวก ข – 3 วิเคราะห์ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ

ข้อที่	กลุ่มเก่งตอบถูก (จำนวนทั้งหมด 8 คน)	กลุ่มอ่อนตอบถูก (จำนวนทั้งหมด 8 คน)	ค่าอำนาจจำแนก	หมายเหตุ
1	8	8	0	ตัดทิ้ง
2	7	2	0.625	นำไปใช้ได้
3	8	3	0.625	นำไปใช้ได้
4	7	4	0.375	นำไปใช้ได้
5	8	4	0.5	นำไปใช้ได้
6	7	5	0.25	ตัดทิ้ง
7	8	2	0.75	นำไปใช้ได้
8	0	1	-0.125	ตัดทิ้ง
9	1	2	-0.125	ตัดทิ้ง
10	0	3	-0.375	ตัดทิ้ง
11	6	3	0.375	นำไปใช้ได้
12	8	0	1	นำไปใช้ได้
13	6	4	0.25	ตัดทิ้ง
14	3	2	0.125	ตัดทิ้ง
15	7	2	0.625	นำไปใช้ได้
16	8	2	0.75	นำไปใช้ได้
17	3	1	0.25	ตัดทิ้ง
18	3	2	0.125	ตัดทิ้ง
19	7	6	0.125	ตัดทิ้ง
20	6	1	0.625	นำไปใช้ได้
21	0	1	-0.125	ตัดทิ้ง
22	7	4	0.375	นำไปใช้ได้
23	0	1	-0.125	ตัดทิ้ง
24	3	3	0	ตัดทิ้ง
25	6	3	0.375	นำไปใช้ได้

ตารางภาคผนวก ข – 3 (ต่อ)

ข้อที่	กลุ่มเก่งตอบถูก (คน)	กลุ่มอ่อนตอบถูก (คน)	ค่าอำนาจจำแนก	หมายเหตุ
26	7	3	0.5	นำไปใช้ได้
27	8	2	0.75	นำไปใช้ได้
28	1	4	-0.375	ตัดทิ้ง
29	6	3	0.375	นำไปใช้ได้
30	8	3	0.625	นำไปใช้ได้
31	1	0	0.125	ตัดทิ้ง
32	3	1	0.25	ตัดทิ้ง
33	5	1	0.5	นำไปใช้ได้
34	6	1	0.625	นำไปใช้ได้
35	1	1	0	ตัดทิ้ง
36	6	2	0.5	นำไปใช้ได้
37	8	2	0.75	นำไปใช้ได้
38	4	1	0.375	นำไปใช้ได้
39	5	3	0.25	ตัดทิ้ง
40	6	1	0.625	นำไปใช้ได้
41	7	2	0.625	นำไปใช้ได้
42	3	1	0.25	ตัดทิ้ง
43	5	2	0.375	นำไปใช้ได้
44	7	2	0.625	นำไปใช้ได้
45	7	2	0.625	นำไปใช้ได้
46	6	1	0.625	นำไปใช้ได้
47	6	2	0.5	นำไปใช้ได้

จากตารางภาคผนวก ข – 3 ตารางวิเคราะห์วิเคราะห์ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบพบว่า มีค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ -0.375 ถึง 1 เลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.3 ขึ้นไป ได้ข้อสอบทั้งหมดจำนวน 28 ข้อ ที่สามารถนำไปใช้ได้

ตารางภาคผนวก ข – 4 พิจารณาคัดเลือกข้อสอบ

ข้อที่	จุดประสงค์ ข้อที่	ค่าความ ยากง่าย (P)	ค่าอำนาจ จำแนก (B)	การพิจารณา P และ B	เลือกข้อสอบ
1	2	1	0	ไม่ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง
2	2	0.64	0.625	ผ่านเกณฑ์	เลือก
3	4	0.72	0.625	ผ่านเกณฑ์	เลือก
4	3	0.8	0.375	ผ่านเกณฑ์	เลือก
5	5	0.8	0.5	ผ่านเกณฑ์	เลือก
6	5	0.8	0.25	ไม่ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง
7	6	0.52	0.75	ผ่านเกณฑ์	เลือก
8	6	0.04	-0.125	ไม่ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง
9	6	0.16	-0.125	ไม่ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง
10	6	0.16	-0.375	ไม่ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง
11	6	0.6	0.375	ผ่านเกณฑ์	เลือก
12	8	0.44	1	ผ่านเกณฑ์	เลือก
13	8	0.6	0.25	ไม่ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง
14	8	0.4	0.125	ไม่ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง
15	8	0.6	0.625	ผ่านเกณฑ์	เลือก
16	8	0.72	0.75	ผ่านเกณฑ์	เลือก
17	7	0.36	0.25	ไม่ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง
18	7	0.32	0.125	ไม่ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง
19	9	0.8	0.125	ไม่ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง
20	9	0.44	0.625	ผ่านเกณฑ์	เลือก
21	9	0.08	-0.125	ไม่ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง
22	9	0.68	0.375	ผ่านเกณฑ์	เลือก
23	9	0.16	-0.125	ไม่ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง
24	8	0.32	0	ไม่ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง
25	8	0.56	0.375	ผ่านเกณฑ์	เลือก

ตารางภาคผนวก ข – 4 (ต่อ)

ข้อที่	จุดประสงค์ ข้อที่	ค่าความ ยากง่าย (P)	ค่าอำนาจ จำแนก (B)	การพิจารณา P และ B	เลือกข้อสอบ
26	9	0.72	0.5	ผ่านเกณฑ์	เลือก
27	9	0.64	0.75	ผ่านเกณฑ์	เลือก
28	9	0.24	-0.375	ไม่ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง
29	9	0.52	0.375	ผ่านเกณฑ์	เลือก
30	9	0.72	0.625	ผ่านเกณฑ์	เลือก
31	9	0.04	0.125	ไม่ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง
32	9	0.24	0.25	ไม่ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง
33	9	0.36	0.5	ผ่านเกณฑ์	เลือก
34	9	0.4	0.625	ผ่านเกณฑ์	เลือก
35	10	0.16	0	ไม่ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง
36	1	0.48	0.5	ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง
37	1	0.6	0.75	ผ่านเกณฑ์	เลือก
38	1	0.28	0.375	ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง
39	7	0.44	0.25	ไม่ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง
40	7	0.36	0.625	ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง
41	7	0.52	0.625	ผ่านเกณฑ์	เก็บไว้
42	10	0.24	0.25	ไม่ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง
43	10	0.36	0.375	ผ่านเกณฑ์	เก็บไว้
44	11	0.6	0.625	ผ่านเกณฑ์	เก็บไว้
45	11	0.48	0.625	ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง
46	11	0.4	0.625	ผ่านเกณฑ์	เก็บไว้
47	11	0.44	0.5	ผ่านเกณฑ์	ตัดทิ้ง

จากตารางภาคผนวก ข – 4 เมื่อพิจารณา ข้อสอบที่ผ่านเกณฑ์ทั้ง ค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนก ผ่านเกณฑ์ทั้งหมด 28 ข้อ และเลือกมาใช้ทำการทดสอบ 23 ข้อ โดยทั้ง 23 ข้อที่ได้มาครอบคลุมทั้ง 11 จุดประสงค์

ตารางภาคผนวก ข – 5 วิเคราะห์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

คนที่	ข้อที่											
	2	3	4	5	7	11	12	15	16	20	22	25
1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1
2	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
3	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1
4	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0
5	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0
6	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0
7	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0
8	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1
9	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0
10	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1
11	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
12	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1
13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
15	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0
16	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0
17	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
19	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
22	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
23	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0
24	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1

ตารางภาคผนวก ข – 5 (ต่อ)

คนที่	ข้อที่										
	26	27	29	30	33	34	37	41	43	44	46
1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0
2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
3	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
5	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0
6	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1
9	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0
10	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0
11	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1
12	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
13	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0
14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
15	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
16	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0
17	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1
18	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
19	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
22	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
23	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
24	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
25	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1

ตารางภาคผนวก ข – 5 (ต่อ)

	ข้อที่										
	26	27	29	30	33	34	37	41	43	44	46
Σ	18	16	13	18	9	10	15	13	9	15	10
p	0.7	0.6	0.5	0.7	0.4	0.4	0.6	0.5	0.4	0.6	0.4
q	0.3	0.4	0.5	0.3	0.6	0.6	0.4	0.5	0.6	0.4	0.6
pq	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2

นำข้อสอบที่ผ่านการคัดเลือกจำนวน 23 ข้อ ไปคำนวณหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ โดยวิธีของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน สูตร KR-20 (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2556, หน้า 157)

$$\text{จากสูตร} \quad r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{\sum pq}{S^2} \right)$$

$$\begin{aligned} \text{โดยที่} \quad S^2 &= \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N^2} \\ &= \frac{(25)5396 - (334)^2}{(25)^2} \\ &= \frac{134900 - 111556}{625} \\ &= 37.3504 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r_{tt} &= \frac{23}{22} \left(1 - \frac{5.1936}{37.3504} \right) \\ &= \frac{23}{22} (0.861) \\ &= 0.9001 \end{aligned}$$

จากค่าที่ได้คือ 0.9001 หมายความว่า แบบทดสอบชุดนี้มีความเชื่อมั่นสูง เนื่องจากค่าความเชื่อมั่นที่คำนวณได้มีค่าเข้าใกล้ 1 แสดงว่ามีความเชื่อมั่นสูงมาก

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบเป็นแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 23 ข้อ
2. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว แล้วกาเครื่องหมายกากบาท (x) ลงในกระดาษคำตอบ

1) $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -3 & -2 & 5 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ แล้ว ข้อใดต่อไปนี้กล่าวผิด

ก. $a_{31} + a_{33} = 0$

ข. $a_{21} - a_{22} = -1$

ค. $a_{13} + a_{33} = -1$

ง. $a_{12} + a_{23} = -3$

2) $A = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ แล้ว $A+B$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & y \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$ แล้ว $x-y$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 6

ข. -1

ค. -3

ง. 3

4) $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 7 & -1 \end{bmatrix}$ แล้ว $2A - B$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 15 & -3 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 15 & 3 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} -9 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

กำหนดให้ $C = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$, $D = [2 \ -3 \ 4]$

5) CD มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $\begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -2 & 3 & -4 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & -4 \end{bmatrix}$

ง. หาค่าไม่ได้

6) ถ้า $D = [2 \ -3 \ 4]$ และ $E = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ แล้ว DE มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $[9 \ 12 \ 27]$

ข. $[15 \ 14 \ 13]$

ค. $[9 \ -12 \ 27]$

ง. $[-5 \ 12 \ 13]$

7) $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$ แล้ว $\det(A)$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 0

ข. 2

ค. -10

ง. 10

8) $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ แล้ว $\det(A)$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 28

ข. 2

ค. 20

ง. -2

9) ถ้า $A = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 1 \\ -4 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ แล้ว $\det(A)$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 45

ข. 29

ค. -29

ง. 37

10) $A = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ แล้ว $C_{21}(A)$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 1

ข. -2

ค. 2

ง. -1

11) ถ้า $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -4 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ แล้ว $M_{13}(A) - C_{13}(A)$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. -8

ข. 0

ค. 8

ง. 4

กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ แล้ว ให้ตอบคำถามข้อ 12 – 18

12) $\det(A)$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 9

ข. -3

ค. 3

ง. 0

13) $C_{11}(A)$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 3

ข. -3

ค. -1

ง. 1

14) $C_{12}(A)$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 0

ข. 1

ค. -1

ง. -5

15) $C_{21}(A)$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 9

ข. -9

ค. 3

ง. -3

16) $C_{22}(A)$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. -9

ข. 9

ค. -3

ง. 3

17) $C_{32}(A)$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. -4

ข. 3

ค. 0

ง. 2

18) $C_{33}(A)$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. -1

ข. 1

ค. 0

ง. 3

19) จงหาค่าของ $x - y$ จากระบบสมการต่อไปนี้

$$3x + y = 0$$

$$x - 3y = -10$$

ก. -4

ข. 3

ค. 4

ง. -3

20) จงหา A^{-1} เมื่อ $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

ก. $\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} -4 & -3 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$

21) จงหา A^{-1} เมื่อ $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

ก. $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 4 & 5 \end{bmatrix}$

ข. $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 4 \\ 3 & -1 & 5 \end{bmatrix}$

ค. $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 4 \\ 3 & -1 & 5 \end{bmatrix}$

ง. $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \\ 3 & -1 & 5 \end{bmatrix}$

22) จงหาค่า $x+y$ จาก $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -8 \end{bmatrix}$

ก. 2

ข. 4

ค. 6

ง. 8

23) จงหาค่า $x-2y+z$ จาก
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

ก. -2

ข. 6

ค. -8

ง. -10

แบบสรุปการประเมินคุณภาพแบบฝึกคณิตศาสตร์
ระดับความเหมาะสมของแบบฝึกคณิตศาสตร์ มีความหมายดังนี้

5	หมายถึง	มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด
4	หมายถึง	มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก
3	หมายถึง	มีความเหมาะสมอยู่ในระดับปานกลาง
2	หมายถึง	มีความเหมาะสมอยู่ในระดับน้อย
1	หมายถึง	มีความเหมาะสมอยู่ในระดับน้อยที่สุด

ตารางภาคผนวก ข – 6 การประเมินคุณภาพแบบฝึกที่ 1 เรื่องระบบสมการเชิงเส้น

ที่	รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ			คะแนน
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	เฉลี่ย
1	เนื้อหาแบบฝึกมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00
2	เนื้อหาในการทำแบบฝึกครอบคลุมหลักสูตร	5	5	5	5.00
3	แบบฝึกมีการฝึกกระบวนการคิดและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	5	5	5	5.00
4	เนื้อหาในแบบฝึกมีความสอดคล้องกันทุกขั้นตอน	5	5	5	5.00
5	เนื้อหาแบบฝึกเป็นไปตามลำดับขั้นตอน การเรียนรู้จากง่ายไปหายาก	5	5	5	5.00
6	แบบฝึกมีองค์ประกอบสำคัญครบถ้วน	5	5	5	5.00
7	ภาษาที่ใช้ในการทำแบบฝึกมีการใช้สำนวนภาษาได้ถูกต้อง ชัดเจน และเข้าใจง่าย	5	5	5	5.00
8	การพิมพ์แบบฝึกถูกต้องตามหลักเกณฑ์ มีภาพประกอบ สวยงามเหมาะสำหรับการนำไปใช้	5	5	5	5.00
9	จำนวนข้อของแบบฝึกมีความเหมาะสมกับเวลาที่กำหนดให้	5	5	5	5.00
	คะแนนเฉลี่ย	5.00	5.00	5.00	5.00

ตารางภาคผนวก ข – 7 การประเมินคุณภาพแบบฝึกที่ 2 เรื่อง เมทริกซ์

ที่	รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ			คะแนน
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	เฉลี่ย
1	เนื้อหาแบบฝึกมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00
2	เนื้อหาในการทำแบบฝึกครอบคลุมหลักสูตร	5	5	5	5.00
3	แบบฝึกมีการฝึกกระบวนการคิดและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	5	4	5	4.67
4	เนื้อหาในแบบฝึกมีความสอดคล้องกันทุกขั้นตอน	5	5	5	5.00
5	เนื้อหาแบบฝึกเป็นไปตามลำดับขั้นตอน การเรียนรู้จากง่ายไปหายาก	5	5	5	5.00
6	แบบฝึกมีองค์ประกอบสำคัญครบถ้วน	5	5	5	5.00
7	ภาษาที่ใช้ในการทำแบบฝึกมีการใช้สำนวนภาษาได้ถูกต้อง ชัดเจน และเข้าใจง่าย	5	5	5	5.00
8	การพิมพ์แบบฝึกถูกต้องตามหลักเกณฑ์ มีภาพประกอบ สวยงามเหมาะสำหรับการนำไปใช้	5	5	5	5.00
9	จำนวนข้อของแบบฝึกมีความเหมาะสมกับเวลาที่กำหนดให้	5	5	5	5.00
	คะแนนเฉลี่ย	5.00	4.89	5.00	4.96

ตารางภาคผนวก ข – 8 การประเมินคุณภาพแบบฝึกที่ 3 เรื่อง การเท่ากันและการบวกเมทริกซ์

ที่	รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ			คะแนน
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	เฉลี่ย
1	เนื้อหาแบบฝึกมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00
2	เนื้อหาในการทำแบบฝึกครอบคลุมหลักสูตร	5	5	5	5.00
3	แบบฝึกมีการฝึกกระบวนการคิดและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	5	5	5	5.00
4	เนื้อหาในแบบฝึกมีความสอดคล้องกันทุกขั้นตอน	5	5	5	5.00
5	เนื้อหาแบบฝึกเป็นไปตามลำดับขั้นตอน การเรียนรู้จากง่ายไปหายาก	5	5	5	5.00
6	แบบฝึกมีองค์ประกอบสำคัญครบถ้วน	5	5	5	5.00
7	ภาษาที่ใช้ในการทำแบบฝึกมีการใช้สำนวนภาษาได้ถูกต้อง ชัดเจน และเข้าใจง่าย	5	5	5	5.00
8	การพิมพ์แบบฝึกถูกต้องตามหลักเกณฑ์ มีภาพประกอบ สวยงามเหมาะสำหรับการนำไปใช้	4	5	4	4.33
9	จำนวนข้อของแบบฝึกมีความเหมาะสมกับเวลาที่กำหนดให้	5	5	5	5.00
	คะแนนเฉลี่ย	4.89	5.00	4.89	4.93

ตารางภาคผนวก ข – 9 การประเมินคุณภาพแบบฝึกที่ 4 เรื่อง การคูณเมทริกซ์ด้วยค่าคงตัว

ที่	รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ			คะแนน
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	เฉลี่ย
1	เนื้อหาแบบฝึกมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00
2	เนื้อหาในการทำแบบฝึกครอบคลุมหลักสูตร	5	5	5	5.00
3	แบบฝึกมีการฝึกกระบวนการคิดและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	5	5	5	5.00
4	เนื้อหาในแบบฝึกมีความสอดคล้องกันทุกขั้นตอน	5	5	4	4.67
5	เนื้อหาแบบฝึกเป็นไปตามลำดับขั้นตอน การเรียนรู้จากง่ายไปหายาก	5	5	5	5.00
6	แบบฝึกมีองค์ประกอบสำคัญครบถ้วน	5	5	5	5.00
7	ภาษาที่ใช้ในการทำแบบฝึกมีการใช้สำนวนภาษาได้ถูกต้อง ชัดเจน และเข้าใจง่าย	5	5	5	5.00
8	การพิมพ์แบบฝึกถูกต้องตามหลักเกณฑ์ มีภาพประกอบ สวยงามเหมาะสำหรับการนำไปใช้	5	5	5	5.00
9	จำนวนข้อของแบบฝึกมีความเหมาะสมกับเวลาที่กำหนดให้	5	5	5	5.00
	คะแนนเฉลี่ย	5.00	5.00	4.89	4.96

ตารางภาคผนวก ข – 10 การประเมินคุณภาพแบบฝึกที่ 5 เรื่อง การคูณระหว่างเมทริกซ์

ที่	รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ			คะแนน
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	เฉลี่ย
1	เนื้อหาแบบฝึกมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00
2	เนื้อหาในการทำแบบฝึกครอบคลุมหลักสูตร	5	5	5	5.00
3	แบบฝึกมีการฝึกกระบวนการคิดและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	5	4	5	4.67
4	เนื้อหาในแบบฝึกมีความสอดคล้องกันทุกขั้นตอน	5	5	5	5.00
5	เนื้อหาแบบฝึกเป็นไปตามลำดับขั้นตอน การเรียนรู้จากง่ายไปหายาก	5	5	5	5.00
6	แบบฝึกมีองค์ประกอบสำคัญครบถ้วน	5	5	5	5.00
7	ภาษาที่ใช้ในการทำแบบฝึกมีการใช้สำนวนภาษาได้ถูกต้อง ชัดเจน และเข้าใจง่าย	5	5	5	5.00
8	การพิมพ์แบบฝึกถูกต้องตามหลักเกณฑ์ มีภาพประกอบ สวยงามเหมาะสำหรับการนำไปใช้	5	5	5	5.00
9	จำนวนข้อของแบบฝึกมีความเหมาะสมกับเวลาที่กำหนดให้	5	5	5	5.00
	คะแนนเฉลี่ย	5.00	4.89	5.00	4.96

ตารางภาคผนวก ข – 11 การประเมินคุณภาพแบบฝึกที่ 6 เรื่อง ตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ 2x2

ที่	รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ			คะแนน
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	เฉลี่ย
1	เนื้อหาแบบฝึกมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00
2	เนื้อหาในการทำแบบฝึกครอบคลุมหลักสูตร	5	5	5	5.00
3	แบบฝึกมีการฝึกกระบวนการคิดและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	5	5	5	5.00
4	เนื้อหาในแบบฝึกมีความสอดคล้องกันทุกขั้นตอน	5	5	5	5.00
5	เนื้อหาแบบฝึกเป็นไปตามลำดับขั้นตอน การเรียนรู้จากง่ายไปหายาก	5	5	5	5.00
6	แบบฝึกมีองค์ประกอบสำคัญครบถ้วน	5	5	5	5.00
7	ภาษาที่ใช้ในการทำแบบฝึกมีการใช้สำนวนภาษาได้ถูกต้อง ชัดเจน และเข้าใจง่าย	5	5	5	5.00
8	การพิมพ์แบบฝึกถูกต้องตามหลักเกณฑ์ มีภาพประกอบ สวยงามเหมาะสำหรับการนำไปใช้	5	5	5	5.00
9	จำนวนข้อของแบบฝึกมีความเหมาะสมกับเวลาที่กำหนดให้	5	5	5	5.00
	คะแนนเฉลี่ย	5.00	5.00	5.00	5.00

ตารางภาคผนวก ข – 12 การประเมินคุณภาพแบบฝึกที่ 7 เรื่อง การหาดีเทอร์มิแนนต์

ที่	รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ			คะแนน
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	เฉลี่ย
1	เนื้อหาแบบฝึกมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00
2	เนื้อหาในการทำแบบฝึกครอบคลุมหลักสูตร	5	5	5	5.00
3	แบบฝึกมีการฝึกกระบวนการคิดและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	5	5	5	5.00
4	เนื้อหาในแบบฝึกมีความสอดคล้องกันทุกขั้นตอน	5	5	4	4.67
5	เนื้อหาแบบฝึกเป็นไปตามลำดับขั้นตอน การเรียนรู้จากง่ายไปหายาก	5	5	5	5.00
6	แบบฝึกมีองค์ประกอบสำคัญครบถ้วน	5	5	5	5.00
7	ภาษาที่ใช้ในการทำแบบฝึกมีการใช้สำนวนภาษาได้ถูกต้อง ชัดเจน และเข้าใจง่าย	5	5	5	5.00
8	การพิมพ์แบบฝึกถูกต้องตามหลักเกณฑ์ มีภาพประกอบ สวยงามเหมาะสำหรับการนำไปใช้	5	5	5	5.00
9	จำนวนข้อของแบบฝึกมีความเหมาะสมกับเวลาที่กำหนดให้	5	5	5	5.00
	คะแนนเฉลี่ย	5.00	5.00	4.89	4.96

ตารางภาคผนวก ข – 13 การประเมินคุณภาพแบบฝึกที่ 8 เรื่อง การหาไมเนอร์และโคแฟกเตอร์

ที่	รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ			คะแนน
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	เฉลี่ย
1	เนื้อหาแบบฝึกมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00
2	เนื้อหาในการทำแบบฝึกครอบคลุมหลักสูตร	5	5	5	5.00
3	แบบฝึกมีการฝึกกระบวนการคิดและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	5	5	5	5.00
4	เนื้อหาในแบบฝึกมีความสอดคล้องกันทุกขั้นตอน	5	5	5	5.00
5	เนื้อหาแบบฝึกเป็นไปตามลำดับขั้นตอน การเรียนรู้จากง่ายไปหายาก	5	5	5	5.00
6	แบบฝึกมีองค์ประกอบสำคัญครบถ้วน	5	5	5	5.00
7	ภาษาที่ใช้ในการทำแบบฝึกมีการใช้สำนวนภาษาได้ถูกต้อง ชัดเจน และเข้าใจง่าย	5	5	5	5.00
8	การพิมพ์แบบฝึกถูกต้องตามหลักเกณฑ์ มีภาพประกอบ สวยงามเหมาะสำหรับการนำไปใช้	5	5	5	5.00
9	จำนวนข้อของแบบฝึกมีความเหมาะสมกับเวลาที่กำหนดให้	4	4	4	4.00
	คะแนนเฉลี่ย	4.89	4.89	4.89	4.89

ตารางภาคผนวก ข – 14 การประเมินคุณภาพแบบฝึกที่ 9 เรื่อง การหาตัวผกผันการคูณของ
เมทริกซ์ 3x3

ที่	รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ			คะแนน
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	เฉลี่ย
1	เนื้อหาแบบฝึกมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00
2	เนื้อหาในการทำแบบฝึกครอบคลุมหลักสูตร	5	5	5	5.00
3	แบบฝึกมีการฝึกกระบวนการคิดและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	5	5	5	5.00
4	เนื้อหาในแบบฝึกมีความสอดคล้องกันทุกขั้นตอน	5	5	5	5.00
5	เนื้อหาแบบฝึกเป็นไปตามลำดับขั้นตอน การเรียนรู้จากง่ายไปหายาก	5	5	5	5.00
6	แบบฝึกมีองค์ประกอบสำคัญครบถ้วน	5	5	5	5.00
7	ภาษาที่ใช้ในการทำแบบฝึกมีการใช้สำนวนภาษาได้ถูกต้อง ชัดเจน และเข้าใจง่าย	5	5	5	5.00
8	การพิมพ์แบบฝึกถูกต้องตามหลักเกณฑ์ มีภาพประกอบ สวยงามเหมาะสำหรับการนำไปใช้	5	5	5	5.00
9	จำนวนข้อของแบบฝึกมีความเหมาะสมกับเวลาที่กำหนดให้	5	5	5	5.00
	คะแนนเฉลี่ย	5.00	5.00	5.00	5.00

ตารางภาคผนวก ข – 15 การประเมินคุณภาพแบบฝึกที่ 10 เรื่อง แก่ระบบสมการโดยใช้
เมทริกซ์ผกผัน

ที่	รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ			คะแนน
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	เฉลี่ย
1	เนื้อหาแบบฝึกมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00
2	เนื้อหาในการทำแบบฝึกครอบคลุมหลักสูตร	5	5	5	5.00
3	แบบฝึกมีการฝึกกระบวนการคิดและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	5	5	5	5.00
4	เนื้อหาในแบบฝึกมีความสอดคล้องกันทุกขั้นตอน	5	5	5	5.00
5	เนื้อหาแบบฝึกเป็นไปตามลำดับขั้นตอน การเรียนรู้จากง่ายไปหายาก	5	5	5	5.00
6	แบบฝึกมีองค์ประกอบสำคัญครบถ้วน	5	5	5	5.00
7	ภาษาที่ใช้ในการทำแบบฝึกมีการใช้สำนวนภาษาได้ถูกต้อง ชัดเจน และเข้าใจง่าย	5	5	5	5.00
8	การพิมพ์แบบฝึกถูกต้องตามหลักเกณฑ์ มีภาพประกอบ สวยงามเหมาะสำหรับการนำไปใช้	5	5	5	5.00
9	จำนวนข้อของแบบฝึกมีความเหมาะสมกับเวลาที่กำหนดให้	4	5	4	4.33
	คะแนนเฉลี่ย	4.89	5.00	4.89	4.93

ตารางภาคผนวก ข – 16 การประเมินคุณภาพแบบฝึกที่ 11 เรื่อง แก่ระบบสมการโดยใช้
กฎของคราเมอร์

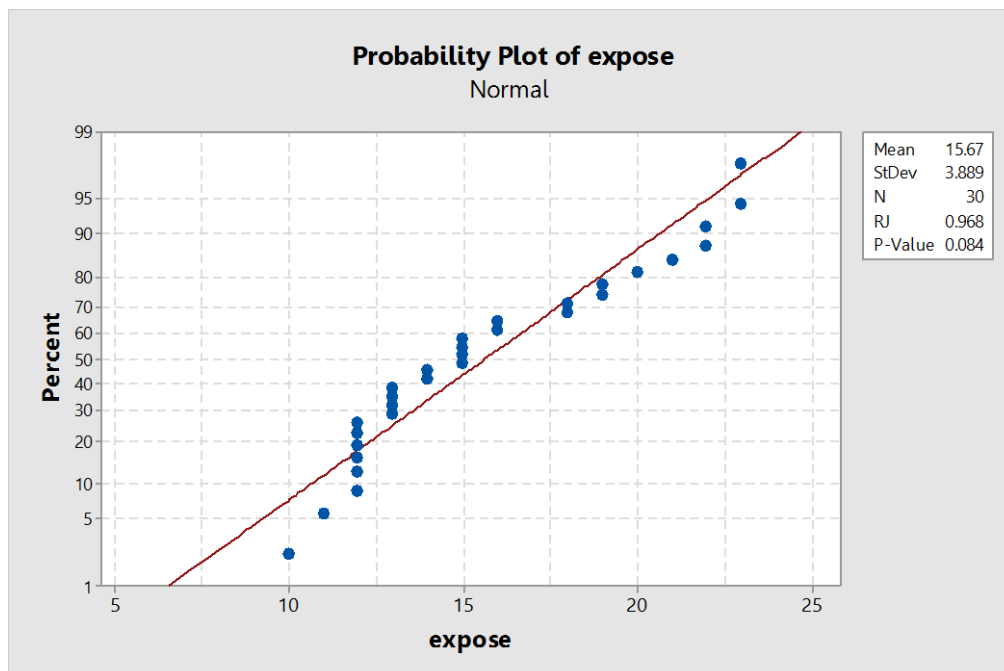
ที่	รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ			คะแนน
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	เฉลี่ย
1	เนื้อหาแบบฝึกมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00
2	เนื้อหาในการทำแบบฝึกครอบคลุมหลักสูตร	5	5	5	5.00
3	แบบฝึกมีการฝึกกระบวนการคิดและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	5	5	5	5.00
4	เนื้อหาในแบบฝึกมีความสอดคล้องกันทุกขั้นตอน	5	5	5	5.00
5	เนื้อหาแบบฝึกเป็นไปตามลำดับขั้นตอน การเรียนรู้จากง่ายไปหายาก	5	5	5	5.00
6	แบบฝึกมีองค์ประกอบสำคัญครบถ้วน	5	5	5	5.00
7	ภาษาที่ใช้ในการทำแบบฝึกมีการใช้สำนวนภาษาได้ถูกต้อง ชัดเจน และเข้าใจง่าย	5	5	5	5.00
8	การพิมพ์แบบฝึกถูกต้องตามหลักเกณฑ์ มีภาพประกอบ สวยงามเหมาะสำหรับการนำไปใช้	5	5	5	5.00
9	จำนวนข้อของแบบฝึกมีความเหมาะสมกับเวลาที่กำหนดให้	5	5	5	5.00
	คะแนนเฉลี่ย	5.00	5.00	5.00	5.00

ภาคผนวก ค

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

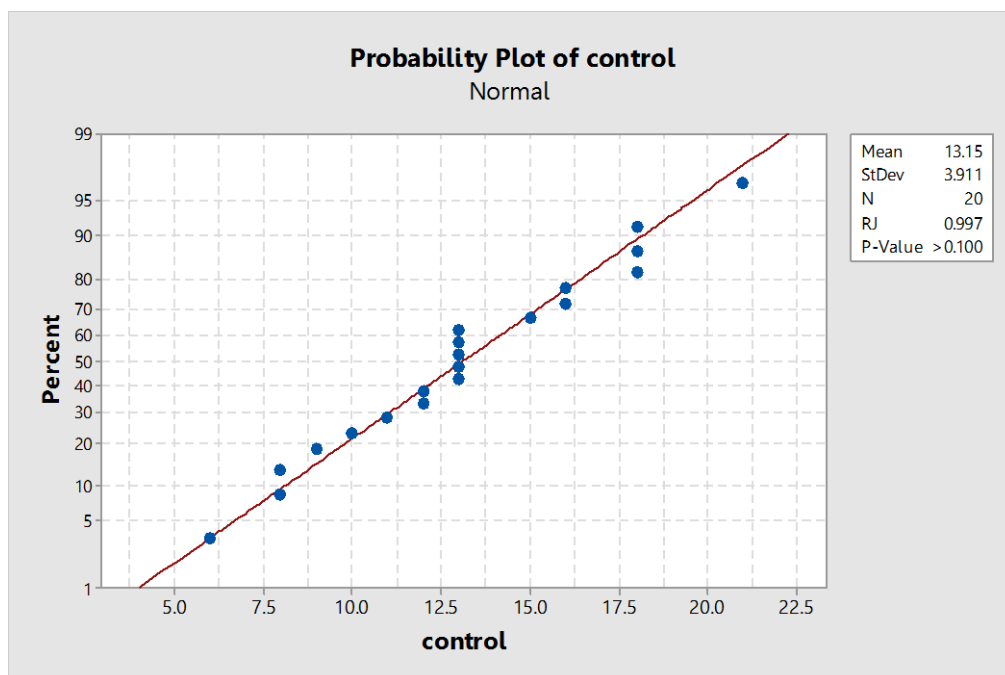
1. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรม minitab ver. 17
2. แบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการเรียนการสอน โดยใช้แบบฝึกเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง
3. ผลการวิเคราะห์ความพึงพอใจ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรม minitab ver. 17



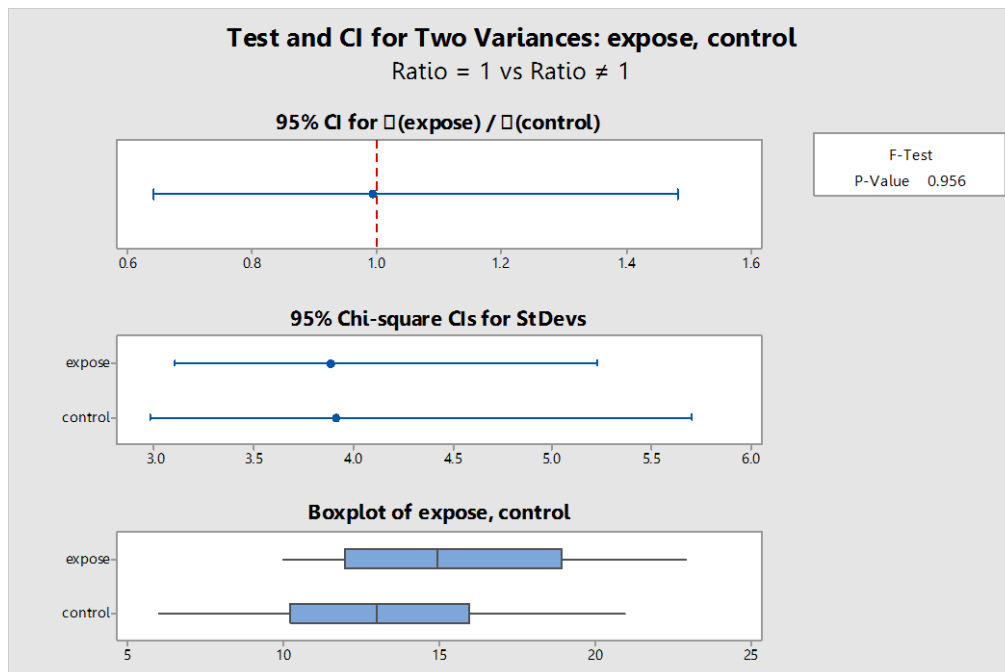
ภาพภาคผนวก ค – 1 การตรวจสอบการแจกแจงคะแนนทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้แบบฝึกที่สร้างขึ้น (กลุ่มทดลอง) ด้วยวิธีของ Shapiro - Wilk

ภาพภาคผนวก ค – 1 ทำให้ทราบว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนกลุ่มที่เรียน โดยใช้แบบฝึกที่สร้างขึ้น (กลุ่มทดลอง) เท่ากับ 15.67 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 3.889 ค่า P-value มีค่าเท่ากับ 0.084 ซึ่งมากกว่า 0.05 นั้นแสดงว่าคะแนนการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนกลุ่มที่เรียน โดยใช้แบบฝึกที่สร้างขึ้น (กลุ่มทดลอง) มีการแจกแจงแบบปกติ



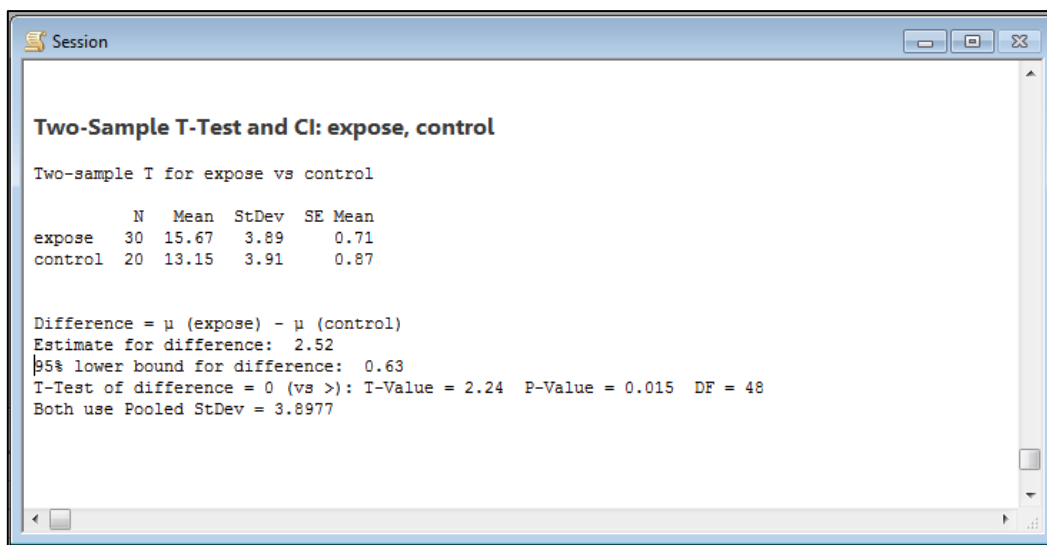
ภาพภาคผนวก ค – 2 การตรวจสอบการแจกแจงคะแนนทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้แบบฝึก สสวท. (กลุ่มควบคุม) ด้วยวิธีของ Shapiro – Wilk

จากภาพภาคผนวก ค – 2 ทำให้ทราบว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้แบบฝึก สสวท. (กลุ่มควบคุม) เท่ากับ 13.15 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 3.911 ค่า P-value มีค่ามากกว่า 0.100 ซึ่งมากกว่า 0.05 นั้นแสดงว่าคะแนนการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้แบบฝึก สสวท. (กลุ่มควบคุม) มีการแจกแจงแบบปกติ



ภาพภาคผนวก ค – 3 การวิเคราะห์ความแปรปรวนคะแนนการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์
ของนักเรียน

จากภาพภาคผนวก ค – 3 ทำให้ทราบว่า ค่า P-value มีค่าเท่ากับ 0.956 ซึ่งมากกว่า 0.05
นั้นแสดงว่าคะแนนการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่มีความแปรปรวน
แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05



ภาพภาคผนวก ค – 4 การวิเคราะห์ค่าการทดสอบแบบที (t-test) คะแนนการทำแบบทดสอบ
 วัดผลสัมฤทธิ์ ของนักเรียน

จากภาพภาคผนวก ค – 4 ทำให้ทราบว่า ค่า p-value มีค่าเท่ากับ 0.015 ซึ่งน้อยกว่า 0.05
 นั้นแสดงว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกที่สร้างขึ้น ได้คะแนนสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบ
 ฝึกของ สสวท. ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ที่	รายการประเมิน	ระดับพึงพอใจของแบบฝึก				
		5 มาก ที่สุด	4 มาก	3 ปาน กลาง	2 น้อย	1 น้อย ที่สุด
1.	แบบฝึกมีตัวอย่างให้ศึกษาพอเป็นแนวทาง					
2.	แบบฝึกมีเนื้อหาตรงตามที่เรียน					
3.	แบบฝึกมีความยากง่ายที่เหมาะสม					
4.	แบบฝึกมีขั้นตอน หรือกระบวนการที่กระตุ้นให้นักเรียนเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ					
5.	แบบฝึกช่วยให้นักเรียนมีความรู้ และทักษะในเรื่องที่เรียนมากขึ้น					
6.	แบบฝึกช่วยให้นักเรียนมีความรู้ดีกว่า เรื่องที่เรียนเป็นเรื่องที่เข้าใจง่าย					
7.	แบบฝึกสร้างความรู้ให้นักเรียนได้มากขึ้น					
8.	แบบฝึกใช้วิธีประเมินผลการเรียนตาม สภาพจริง					
9.	จำนวนข้อของแบบฝึกมีความเหมาะสมกับเวลา					

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

ผลการวิเคราะห์ความพึงพอใจ

ระดับความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการเรียนการสอนโดยใช้แบบฝึก เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนดอนจานวิทยาคม มีความหมายดังนี้

- | | |
|---|--|
| 5 | หมายถึง มีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากที่สุด |
| 4 | หมายถึง มีความพึงพอใจอยู่ในระดับมาก |
| 3 | หมายถึง มีความพึงพอใจอยู่ในระดับปานกลาง |
| 2 | หมายถึง มีความพึงพอใจอยู่ในระดับน้อย |
| 1 | หมายถึง มีความพึงพอใจอยู่ในระดับน้อยที่สุด |

ตารางภาคผนวก ค – 1 ผลการสำรวจความพึงพอใจของนักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกที่ผู้วิจัย
สร้างขึ้น

	รายการประเมิน	ร้อยละของระดับพึงพอใจ (จำนวนคน)					จำนวนนักเรียน ที่เลือก 4,5
		5	4	3	2	1	
1.	แบบฝึกมีตัวอย่างให้ ศึกษาพอเป็นแนวทาง	43.33 (13)	30.00 (9)	26.67 (8)	0	0	73.33 (22)
2.	แบบฝึกมีเนื้อหาตรง ตามที่เรียน	50.00 (15)	46.67 (14)	3.33 (1)	0	0	96.67 (29)
3.	แบบฝึกมีความยากง่ายที่ เหมาะสม	73.33 (22)	26.67 (8)	0.00 (0)	0	0	100 (30)
4.	แบบฝึกมีขั้นตอน หรือ กระบวนการที่กระตุ้นให้ นักเรียนเรียนรู้อย่างมี ประสิทธิภาพ	43.33 (13)	50.00 (15)	6.67 (2)	0	0	93.33 (28)
5.	แบบฝึกช่วยให้นักเรียนมี ความรู้ และทักษะใน เรื่องที่เรียนมากขึ้น	33.33 (10)	53.33 (16)	13.33 (4)	0	0	86.67 (26)
6.	แบบฝึกช่วยให้นักเรียนมี ความรู้ลึกกว่า เรื่องที่เรียน เป็นเรื่องที่เข้าใจง่าย	26.67 (8)	56.67 (17)	16.67 (5)	0	0	83.33 (25)
7.	แบบฝึกสร้างความรู้ให้ นักเรียนได้มากขึ้น	43.33 (13)	53.33 (16)	3.33 (1)	0	0	96.67 (29)
8.	แบบฝึกใช้วิธีประเมินผล การเรียนตามสภาพจริง	56.67 (17)	43.33 (13)	0.00 (0)	0	0	100 (30)
9.	จำนวนข้อของแบบฝึกมี ความเหมาะสมกับเวลา	43.33 (13)	50.00 (15)	6.67 (2)	0	0	93.33 (28)
	เฉลี่ย	45.93	45.56	8.52	0	0	91.48

ภาคผนวก ง

ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ตัวอย่างแบบฝึก สสวท.
2. ตัวอย่างแบบฝึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง
3. ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้

ตัวอย่างแบบฝึกหัดของ สสวท.

แบบฝึกหัด 1.2

1. กำหนดเมทริกซ์
- A, B, C, D, E
- ดังนี้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 5 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

จงหา

- 1) $2C - 3E$
- 2) AB และ BA
- 3) $AB + D^2$
- 4) $BA - 2C^2$
- 5) $A'B' + 2C^2$
- 6) $(AB)D$
- 7) $BA(C + E)$

2. กำหนดเมทริกซ์
- A, B, C
- ดังนี้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

จงหา

- 1) ABC
- 2) $AB + AC^t$
- 3) $A^2 - 2BC$

3. กำหนดเมทริกซ์
- A, B
- ดังนี้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix},$$

จงแสดงว่า $AB \neq BA$

4. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ จงหาเมทริกซ์ที่บวกกับ A แล้วได้เมทริกซ์ต่อไปนี้

1) $2A'$

2) A^2

3) $\begin{bmatrix} x & y \\ z & y \end{bmatrix}$ เมื่อ x, y, z, t เป็นจำนวนจริง

5. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ จงหาเมทริกซ์ X ที่ทำให้ข้อความต่อไปนี้เป็นจริง

1) $A + X = 2A - X$

2) $AA' = 2I_2 + X$

3) $2A'A = X - I_3$

6. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ จงแสดงว่า

1) $(A+B)^2 \neq A^2 + 2AB + B^2$

2) $(A+B)(A-B) \neq A^2 - B^2$

7. กำหนดให้ a, b เป็นจำนวนจริงซึ่งไม่เท่ากับ 0 และ $A = \begin{bmatrix} 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

จงหาจำนวนเต็มบวก n ที่น้อยที่สุดที่ทำให้ $A^n = \underline{0}$

8. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ จงหา

1) เมทริกซ์ B ทั้งหมดที่ทำให้ $AB = \underline{0}$

2) เมทริกซ์ C ทั้งหมดที่ทำให้ $CA = \underline{0}$

9. จงหาเมทริกซ์ A ที่มีมิติ 2×2 ทั้งหมด ที่มีสมบัติว่า $AB = BA$ ทุกเมทริกซ์ B ที่มีมิติ 2×2

10. จงแสดงว่า ไม่มีเมทริกซ์ A, B ที่มีมิติ 2×2 ซึ่ง $AB - BA = I_2$

คำชี้แจงการใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์
เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนดอนจานวิทยาคม

แบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ชุดนี้จัดทำขึ้นเพื่อพัฒนาผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีทั้งหมดจำนวน 11 แบบฝึก เพื่อให้ให้นักเรียนได้ทำการฝึกฝนการทำแบบฝึก เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ได้อย่างถูกต้อง และรวดเร็ว

คำแนะนำในการใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์

1. ให้นักเรียนเข้ากลุ่มที่ครูกำหนดให้ กลุ่มละ 4 - 5 คน
2. ครูสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น
3. ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกของตนเอง แต่สามารถซักถามกันในกลุ่มได้
4. เมื่อทำแบบฝึกเสร็จแล้วให้เก็บรวบรวมแบบฝึกคณิตศาสตร์เป็นกลุ่ม
5. เมื่อทำเสร็จทุกกลุ่มแล้ว ให้สลับแบบฝึกคณิตศาสตร์กับกลุ่มอื่นเพื่อทำการตรวจคำตอบ
6. เมื่อตรวจคำตอบเสร็จแล้วให้นำแบบฝึกคณิตศาสตร์ส่งกลับคืนกลุ่มเดิม

แบบฝึกคณิตศาสตร์	แบบฝึกที่ 3 เรื่อง การเท่ากันและการบวก ลบเมทริกซ์
แบบฝึกนี้สร้างขึ้นเพื่อ	พัฒนาผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์
จุดประสงค์การเรียนรู้	<ol style="list-style-type: none"> 1. นักเรียนใช้สมบัติการเท่ากันของเมทริกซ์หาค่าของสมาชิกที่ไม่ทราบได้ 2. นักเรียนสามารถหาผลบวก ผลต่างของเมทริกซ์ได้ 3. นักเรียนนำสมบัติของการบวกเมทริกซ์ไปใช้ได้
เวลาที่ใช้ทำแบบฝึก	30 นาที
สาระการเรียนรู้	<ol style="list-style-type: none"> 1) การเท่ากันของเมทริกซ์ 2) การบวก การลบเมทริกซ์
กิจกรรมที่ให้นักเรียนทำ	ให้นักเรียนทำแบบฝึกคณิตศาสตร์เป็นกลุ่มที่ครูกำหนดให้

แบบฝึกที่ 3
เรื่อง การเท่ากันและการบวกเมทริกซ์

ชื่อ ชั้น ม. เลขที่

- $A = B$ ก็ต่อเมื่อ 1) มิติของ A และ B เท่ากัน
2) สมาชิกของ A และ B ที่อยู่ในตำแหน่งเดียวกันเท่ากันทุกตัว



1. จงหาค่าของ x, y และ z ที่ทำให้ $\begin{bmatrix} 0 & x-7 & 5 \\ 12 & 7 & z+6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 7 & 5 \\ 12 & 5-y & 4 \end{bmatrix}$

วิธีทำ $x-7=7, \quad 7=5-y, \quad z+6=4$
 $x=....., \quad y=....., \quad z=.....$

2. จงหาค่าของ x, y, z และ w ที่ทำให้ $\begin{bmatrix} 2x-5 & 5 \\ 0 & 11-y \\ 2 & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & z+w-3 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

วิธีทำ

3. จงหาค่าของ x, y, z, m และ n ที่ทำให้ $\begin{bmatrix} 2x+3 & 0 & 5+m+y \\ 3 & 3y-2 & 1 \\ n \div 3 & 1 & 5z-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 12 \\ 3 & 10 & 1 \\ 6 & 1 & 19 \end{bmatrix}$

วิธีทำ

เมทริกซ์สองเมทริกซ์จะบวกกันได้ ก็ต่อเมื่อ

1. เมทริกซ์ มีมิติเท่ากัน

และ 2. ผลบวกจะเป็นเมทริกซ์มิติเดิมซึ่งได้จากการนำสมาชิกตำแหน่งเดียวกันบวก

4. จงหาผลบวกต่อไปนี้

$$1) [1 \ -2] + [3 \ 4]$$

วิธีทำ $[1 \ -2] + [3 \ 4] = [1+3 \ (-2)+4]$
 $= [4 \ \dots\dots]$

$$2) \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$$

วิธีทำ



$$3) \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

วิธีทำ

$$4) \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

วิธีทำ

$$5) \begin{bmatrix} 3 & -1 & 5 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & -1 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

วิธีทำ

5. ให้นักเรียนหาค่าตัวแปรต่อไปนี้

$$1) [2x \ 3y] + [2 \ -3] = [8 \ 15]$$

วิธีทำ

$$2x + 2 = 8$$

,

$$3y + (-3) = 15$$

$$2) \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \\ 4y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x \\ 10 \end{bmatrix}$$

วิธีทำ

$$3) \begin{bmatrix} 1 & 1-2x \\ 3y+5 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & x \\ 4 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 18 & 4 \end{bmatrix}$$

วิธีทำ

$$4) \begin{bmatrix} x & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 2z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & 1 & 3y \\ 2 & -1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z & 2 & 15 \\ 2 & 2 & 11 \end{bmatrix}$$

วิธีทำ

คำชี้แจงการใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์
เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนดอนจานวิทยาคม

แบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ชุดนี้จัดทำขึ้นเพื่อพัฒนาผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีทั้งหมดจำนวน 11 แบบฝึก เพื่อให้ให้นักเรียนได้ทำการฝึกฝนการทำแบบฝึก เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ได้ อย่างถูกต้อง และรวดเร็ว

คำแนะนำในการใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์

1. ให้นักเรียนเข้ากลุ่มที่ครูกำหนดให้ กลุ่มละ 4 - 5 คน
2. ครูสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น
3. ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกของตนเอง แต่สามารถซักถามกันในกลุ่มได้
4. เมื่อทำแบบฝึกเสร็จแล้วให้เก็บรวบรวมแบบฝึกคณิตศาสตร์เป็นกลุ่ม
5. เมื่อทำเสร็จทุกกลุ่มแล้ว ให้สลับแบบฝึกคณิตศาสตร์กับกลุ่มอื่นเพื่อทำการตรวจคำตอบ
6. เมื่อตรวจคำตอบเสร็จแล้วให้นำแบบฝึกคณิตศาสตร์ส่งกลับคืนกลุ่มเดิม

แบบฝึกคณิตศาสตร์	แบบฝึกที่ 4 เรื่อง การคูณเมทริกซ์ด้วยค่าคงตัว
แบบฝึกนี้สร้างขึ้นเพื่อ	พัฒนาผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์
จุดประสงค์การเรียนรู้	นักเรียนสามารถหาผลคูณของค่าคงตัวกับเมทริกซ์ได้
เวลาที่ใช้ทำแบบฝึก	30 นาที
สาระการเรียนรู้	การคูณเมทริกซ์ด้วยค่าคงตัว
กิจกรรมที่ให้นักเรียนทำ	ให้นักเรียนทำแบบฝึกคณิตศาสตร์เป็นกลุ่มที่ครูกำหนดให้

แบบฝึกที่ 4
เรื่อง การคูณเมทริกซ์ด้วยค่าคงตัว

ชื่อ ชั้น ม. เลขที่



$$cA = c \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ca_{11} & \cdots & ca_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ ca_{m1} & \cdots & ca_{mn} \end{bmatrix}$$

เมื่อ c เป็นค่าคงที่

1. จงหาค่าของ $2 \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

วิธีทำ

$$2 \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2)3 & (2)(-2) \\ (2)1 & (2)(-1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots \end{bmatrix}$$

2. จงหาค่าของ $3 \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$

วิธีทำ

$$3 \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\cdots)(\cdots) & (\cdots)(\cdots) \\ (\cdots)(\cdots) & (\cdots)(\cdots) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots \end{bmatrix}$$

3. จงหาค่าของ $-2 \begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$

วิธีทำ

$$-2 \begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}$$



4. จงหาค่าของ $3 \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

วิธีทำ $3 \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$
 $= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

5. จงหาค่าของ x, y และ z ที่ทำให้ $3 \begin{bmatrix} 2x & 0 & 1 \\ 1 & -y & 3 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & z \\ 1 & 5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 11 \\ 5 & 22 & 5 \end{bmatrix}$

วิธีทำ $\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 11 \\ 5 & 22 & 5 \end{bmatrix}$

จะได้ว่า

$$x = \dots$$

$$y = \dots$$

$$z = \dots$$

6. จงหาค่าของ x, y และ z ที่ทำให้ $2 \begin{bmatrix} -2 & x+1 & 3 \\ 0 & 3y & 0 \end{bmatrix} + (-2) \begin{bmatrix} 0 & 3 & z \\ 1 & -4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 14 & 8 \\ -2 & 20 & 0 \end{bmatrix}$

วิธีทำ $\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 14 & 8 \\ -2 & 20 & 0 \end{bmatrix}$

จะได้ว่า

$$x = \dots$$

$$y = \dots$$

$$z = \dots$$

บทนิยาม ให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ ถ้า $B = [b_{ij}]_{n \times m}$ มีสมบัติว่า $b_{ij} = a_{ji}$ ทุก $i = 1, 2, 3, \dots, n$ และ $j = 1, 2, 3, \dots, m$ แล้วเรียก B ว่าเป็น **เมทริกซ์สลับเปลี่ยน** ของ A และแทนด้วย A^t อ่านว่า เอทรานสโพส

7. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ จงหา A^t

วิธีทำ $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $A^t = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 0 \\ 1 & 5 & 2 \end{bmatrix}$

8. กำหนดให้ $B = \begin{bmatrix} 9 & -2 & 7 \\ 5 & 6 & -8 \end{bmatrix}$ จงหา B^t

9. กำหนดให้ $C = \begin{bmatrix} 1 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 7 & -3 & 4 \end{bmatrix}$ จงหา C^t

คำชี้แจงการใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์
เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนดอนจานวิทยาคม

แบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ชุดนี้จัดทำขึ้นเพื่อพัฒนาผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีทั้งหมดจำนวน 11 แบบฝึก เพื่อให้ให้นักเรียนได้ทำการฝึกฝนการทำแบบฝึก เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ได้อย่างถูกต้อง และรวดเร็ว

คำแนะนำในการใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์

1. ให้นักเรียนเข้ากลุ่มที่ครูกำหนดให้ กลุ่มละ 4 - 5 คน
2. ครูสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น
3. ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกของตนเอง แต่สามารถซักถามกันในกลุ่มได้
4. เมื่อทำแบบฝึกเสร็จแล้วให้เก็บรวบรวมแบบฝึกคณิตศาสตร์เป็นกลุ่ม
5. เมื่อทำเสร็จทุกกลุ่มแล้ว ให้สลับแบบฝึกคณิตศาสตร์กับกลุ่มอื่น เพื่อทำการตรวจคำตอบ
6. เมื่อตรวจคำตอบเสร็จแล้วให้นำแบบฝึกคณิตศาสตร์ส่งกลับคืนกลุ่มเดิม

แบบฝึกคณิตศาสตร์	แบบฝึกที่ 5 เรื่อง การคูณระหว่างเมทริกซ์
แบบฝึกนี้สร้างขึ้นเพื่อ	พัฒนาผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์
จุดประสงค์การเรียนรู้	นักเรียนสามารถหาผลคูณระหว่างเมทริกซ์ได้
เวลาที่ใช้ทำแบบฝึก	30 นาที
สาระการเรียนรู้	การคูณระหว่างเมทริกซ์
กิจกรรมที่ให้นักเรียนทำ	ให้นักเรียนทำแบบฝึกคณิตศาสตร์เป็นกลุ่มที่ครูกำหนดให้

แบบฝึกที่ 5
เรื่อง การคูณระหว่างเมทริกซ์

ชื่อ ชั้น ม. เลขที่

นิยาม ให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$, $B = [b_{ij}]_{n \times r}$
 $AB = [c_{ij}]_{m \times r}$ โดยที่ $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}$
 สำหรับทุก $i = 1, 2, \dots, m$ และ $j = 1, 2, \dots, r$

นั่นคือ

1. A จะคูณด้วย B ได้ก็ต่อเมื่อจำนวนหลักของตัวตั้ง (A) = จำนวนแถวของตัวคูณ (B)
2. ผลคูณ AB ที่เกิดขึ้น จะมีจำนวนแถวเท่ากับจำนวนแถวของ A และมีจำนวนหลักเท่ากับจำนวนหลักของ B นั่นคือ

$$\begin{bmatrix} A \\ m \times n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B \\ n \times k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} AB \\ m \times k \end{bmatrix}$$

3. ถ้า $AB = [c_{ij}]_{m \times r}$ แล้ว จะได้ว่า $c_{ij} = (\text{แถวที่ } i \text{ ของ } A) \cdot (\text{หลักที่ } j \text{ ของ } B)$

นั่นคือ

$$AB = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1k} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1k} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mk} \end{bmatrix}$$

ตัวอย่างที่ 1 ถ้า $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$ จงหา AB

วิธีทำ ขั้นที่ 1 $AB = \begin{bmatrix} \boxed{3} & \boxed{4} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boxed{1} & 0 \\ \boxed{2} & 3 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} (3 \times 1) + (4 \times 2) & \\ & \end{bmatrix}$$

ขั้นที่ 2 $= \begin{bmatrix} \boxed{3} & \boxed{4} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \boxed{0} \\ 2 & \boxed{3} \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} (3 \times 1) + (4 \times 2) & (3 \times 0) + (4 \times 3) \\ & \end{bmatrix}$$

ขั้นที่ 3 $= \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ \boxed{1} & \boxed{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boxed{1} & 0 \\ \boxed{2} & 3 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} (3 \times 1) + (4 \times 2) & (3 \times 0) + (4 \times 3) \\ (1 \times 1) + (0 \times 2) & \end{bmatrix}$$

ขั้นที่ 4 $= \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ \boxed{1} & \boxed{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \boxed{0} \\ 2 & \boxed{3} \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} (3 \times 1) + (4 \times 2) & (3 \times 0) + (4 \times 3) \\ (1 \times 1) + (0 \times 2) & (1 \times 0) + (0 \times 3) \end{bmatrix}$$

ขั้นที่ 5 $= \begin{bmatrix} 11 & 12 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$

ดังนั้น $AB = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 11 & 12 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$

1. จงหา AB เมื่อกำหนดให้

$$1) A = [1 \ 2], B = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

วิธีทำ $A = [1 \ 2]$ มีมิติ 1×2 และ $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ มีมิติ 2×1

$$\begin{aligned} AB &= [1 \ 2] \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \\ &= [1(3) + 2(4)] = [\dots]_{1 \times 1} \end{aligned}$$

เท่ากัน คุณกันได้



AB จะมีมิติ เป็น 1×1

$$2) A = [1 \ 3], B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

วิธีทำ $A = [1 \ 3]$ มีมิติ

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{มีมิติ$$

หา AB ได้หรือไม่

ถ้าคูณกันได้ AB มีมิติ

$$\begin{aligned} AB &= [1 \ 3] \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \\ &= [(1)(-1) + (3)(2) \quad (\dots)(\dots) + (\dots)(\dots)] \\ &= [\dots \quad \dots] \end{aligned}$$

$$3) A = [-1 \ 2], B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

วิธีทำ $A = [-1 \ 2]$ มีมิติ

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{มีมิติ$$

AB มีมิติ

$$\begin{aligned} AB &= [-1 \ 2] \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & -2 \end{bmatrix} \\ &= [\dots \quad \dots \quad \dots] \\ &= [\dots \quad \dots \quad \dots] \end{aligned}$$

$$4) A = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}, B = [2 \quad -3 \quad 1]$$

วิธีทำ

$$AB = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}_{2 \times 1} [2 \quad -3 \quad 1]_{1 \times 3}$$

$$= \begin{bmatrix} \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

$$= \begin{bmatrix} \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

$$5) A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

วิธีทำ

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \dots\dots \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & -1 & 2 \end{bmatrix} \dots\dots$$

$$= \begin{bmatrix} \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

$$= \begin{bmatrix} \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

$$6) A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

วิธีทำ

$$AB = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \dots\dots \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \dots\dots$$

$$= \begin{bmatrix} \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots \end{bmatrix}$$



$$7) A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

วิธีทำ

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$8) A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 4 & 3 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

วิธีทำ

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 4 & 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$9) A = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 5 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$$

วิธีทำ

2. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} -4 & 5 & -6 \\ 3 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 6 \end{bmatrix}$

1) จงหา AB

วิธีทำ

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

2) จงหา BC

วิธีทำ

$$BC = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

3) จงหา CA

วิธีทำ

$$CA =$$

4) จงหา BD

วิธีทำ

$$BD =$$

- 5) จงหา *DC*
วิธีทำ

-
- 6) จงหา *DB*
วิธีทำ



-
- 7) จงหา *BA*
วิธีทำ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค 31201 จำนวน 2.0 หน่วยการเรียนรู้
 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 จำนวนชั่วโมง 80 คาบ/ภาคเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนดอนจานวิทยาคม
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ เวลา 18 คาบ
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การคูณเมทริกซ์ เวลา 3 คาบ
 วันที่ เดือน..... พ.ศ. ผู้สอน : นายเฉลิมพล ถิ่นละอ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ผลการเรียนรู้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเมทริกซ์ การบวก ลบเมทริกซ์และการคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์
2. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการหาดีเทอร์มิแนนต์ และอินเวอร์สของเมทริกซ์มิติ 2×2 และเมทริกซ์มิติ $n \times n$ เมื่อ $n > 2$
3. วิเคราะห์และหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้เมทริกซ์ได้

เป้าหมายการเรียนรู้

ผลการเรียนรู้

มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเมทริกซ์และการดำเนินการของเมทริกซ์

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถหาผลคูณของค่าคงตัวกับเมทริกซ์ได้
2. นักเรียนสามารถหาผลคูณระหว่างเมทริกซ์ได้
3. นักเรียนสามารถหาเมทริกซ์สลับเปลี่ยนของ A ได้

สาระสำคัญ

นิยาม ถ้ากำหนดให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ และ c เป็นค่าคง
 ผลคูณของ c กับเมทริกซ์ A คือเมทริกซ์ $[b_{ij}]_{m \times n}$
 เมื่อ $[b_{ij}]_{m \times n} = [ca_{ij}]_{m \times n}$ สำหรับทุก $i = 1, 2, \dots, m$ และ $j = 1, 2, \dots, n$
 และ ผลคูณของ c กับเมทริกซ์ A เขียนแทนด้วย cA

นิยาม ให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ ถ้า $B = [b_{ij}]_{n \times m}$ มีสมบัติว่า
 $b_{ij} = a_{ji}$ ทุก $i = 1, 2, \dots, n$ และ $j = 1, 2, \dots, m$
 เรียกเมทริกซ์ B ว่า เมทริกซ์สลับเปลี่ยนของ A เขียนแทนด้วย A^t

นิยาม ให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$, $B = [b_{ij}]_{n \times r}$
 $AB = [c_{ij}]_{m \times r}$ โดยที่ $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}$
 สำหรับทุก $i = 1, 2, \dots, m$ และ $j = 1, 2, \dots, r$

บทนิยาม ให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ ถ้า $B = [b_{ij}]_{n \times m}$ มีสมบัติว่า $b_{ij} = a_{ji}$ ทุก $i = 1, 2, 3, \dots, n$ และ $j = 1, 2, 3, \dots, m$ แล้วเรียก B ว่าเป็น เมทริกซ์สลับเปลี่ยนของ A และแทนด้วย A^t อ่านว่า เอทรานสโพส

สาระการเรียนรู้

- 1) การคูณเมทริกซ์ด้วยค่าคงตัว
- 2) เมทริกซ์สลับเปลี่ยน
- 3) การคูณระหว่างเมทริกซ์

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

ชั่วโมงที่ 1

- ครูทบทวนสมบัติการคูณจำนวนจริง จากนั้นครูยกตัวอย่างการคูณค่าคงที่กับเมทริกซ์ เช่น ถ้ากำหนด $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$ จงหา $3A$

ครูให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบ

$$3A = \begin{bmatrix} 3(3) & 3(5) \\ 3(7) & 3(9) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 15 \\ 21 & 27 \end{bmatrix}$$

- ครูอธิบายนักเรียนเกี่ยวกับนิยามการคูณเมทริกซ์ด้วยค่าคงตัว ดังนี้

นิยาม ถ้ากำหนดให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ และ c เป็นค่าคงที่ ผลคูณของ c กับเมทริกซ์ A คือเมทริกซ์ $[b_{ij}]_{m \times n}$ เมื่อ $[b_{ij}]_{m \times n} = [ca_{ij}]_{m \times n}$ สำหรับทุก $i = 1, 2, \dots, m$ และ $j = 1, 2, \dots, n$ และ ผลคูณของ c กับเมทริกซ์ A เขียนแทนด้วย cA

- ครูยกตัวอย่างการคูณเมทริกซ์ด้วยค่าคงตัวอีก 2-3 ตัวอย่าง
- ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ช่วยกันทำแบบฝึกที่ 4 เรื่องการคูณเมทริกซ์ด้วยค่าคงตัว โดยใช้เวลา 30 นาที จากนั้นครูให้นักเรียนเปลี่ยนแบบฝึกกับกลุ่มข้างๆ แล้วครูเฉลยพร้อมกันในห้องเรียน
- ครูยกตัวอย่างเมทริกซ์ 1 เมทริกซ์ แล้วให้นักเรียนสลับเปลี่ยนจากหลักเป็นแถว ทุกหลัก หรือสลับเปลี่ยนจากแถวเป็นหลัก ทุกแถว เช่น

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 4 & 7 & 8 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

$$\text{สลับหลักกับแถว} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 7 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$$

- ครูแนะนำนักเรียนว่า การสลับเปลี่ยนหลักเป็นแถวหรือจากแถวเป็นหลัก เรียกว่าสมบัติการทรานสโพสต์เมทริกซ์ โดยอธิบายนิยามพร้อมยกตัวอย่างประกอบเพิ่มเติม

นิยาม $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ ถ้า $B = [b_{ij}]_{n \times m}$ มีสมบัติว่า
 $b_{ij} = a_{ji}$ ทุก $i = 1, 2, \dots, n$ และ $j = 1, 2, \dots, m$
 เรียกเมทริกซ์ B ว่า เมทริกซ์สลับเปลี่ยนของ A เขียนแทนด้วย A^t

ข้อสังเกต : ถ้า A มีขนาด $m \times n$ แล้ว A^t จะมีขนาด $n \times m$

7. ครูยกตัวอย่างเมทริกซ์บนกระดาน 4-5 เมทริกซ์ แล้วแบ่งนักเรียนเป็น 2 ทีม แข่งกันออกมาเขียนเมทริกซ์สลับเปลี่ยน ทีมที่เสร็จก่อนชนะ ครูให้นักเรียนในห้องปรบมือชมเชย

8. ครูและนักเรียนร่วมกันพิจารณาและอภิปรายสมบัติที่เกี่ยวข้องกับการคูณและเมทริกซ์สลับเปลี่ยน

ชั่วโมงที่ 2

9. ครูซักถามนักเรียนว่า ถ้าเป็นการคูณเมทริกซ์กับเมทริกซ์จะทำอย่างไร (ให้นักเรียนช่วยกันตอบ 2-3 นาที) หลังจากนั้นครูอธิบายนิยามของการคูณระหว่างเมทริกซ์พร้อมยกตัวอย่างประกอบ 2-3 ตัวอย่าง

นิยาม ให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$, $B = [b_{ij}]_{n \times r}$
 $AB = [c_{ij}]_{m \times r}$ โดยที่ $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}$
 สำหรับทุก $i = 1, 2, \dots, m$ และ $j = 1, 2, \dots, r$

ข้อสังเกต : เมทริกซ์สองเมทริกซ์ใดๆ จะคูณกันได้ก็ต่อเมื่อจำนวนหลักของเมทริกซ์ตัวตั้งเท่ากับจำนวนแถวของเมทริกซ์ตัวคูณ

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$ จงหา AB และ BA

วิธีทำ $AB = \begin{bmatrix} 2 & -4 \end{bmatrix}_{1 \times 2} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}_{2 \times 1}$
 $AB = [c_{11}]_{1 \times 1}$ (หาได้โดยการนำแถวที่ 1 คูณกับหลักที่ 1)
 $= [(2)(5) + (-4)(3)] = [-2]$

$$BA = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}_{2 \times 1} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -4 \end{bmatrix}_{1 \times 2}$$

$$BA = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

พิจารณา c_{11} = แถวที่ 1 คูณ หลักที่ 1 = $(5)(2) = 10$

$$c_{12} = \text{แถวที่ 1 คูณ หลักที่ 2} = (5)(-4) = -20$$

$$c_{21} = \text{แถวที่ 2 คูณ หลักที่ 1} = (3)(2) = 6$$

$$c_{22} = \text{แถวที่ 2 คูณ หลักที่ 2} = (3)(-4) = -12$$

ดังนั้น
$$BA = \begin{bmatrix} 10 & -20 \\ 6 & -12 \end{bmatrix}$$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 5 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

วิธีทำ พิจารณา $AB = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}_{3 \times 2} \begin{bmatrix} 5 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$

A มีมิติเป็น 3×2 และ B มีมิติเป็น 2×3 จำนวนหลักของ A มีค่าเท่ากับ จำนวนแถว B

แสดงว่า AB ได้ และได้ เมทริกซ์ $C = AB$ ที่มีมิติเป็น 3×3

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$c_{11} = \text{แถวที่ 1 คูณหลักที่ 1} = (2)(5) + 1(0) = 10$$

$$c_{12} = \text{แถวที่ 1 คูณหลักที่ 2} = (2)(-2) + 1(3) = -1$$

$$c_{13} = \text{แถวที่ 1 คูณหลักที่ 3} = (2)(-1) + 1(2) = 0$$

$$c_{21} = \text{แถวที่ 2 คูณหลักที่ 1} = (0)(5) + 4(0) = 0$$

$$c_{22} = \text{แถวที่ 2 คูณหลักที่ 2} = (0)(-2) + 4(3) = 12$$

$$c_{23} = \text{แถวที่ 2 คูณหลักที่ 3} = (0)(-1) + 4(2) = 8$$

$$c_{31} = \text{แถวที่ 3 คูณหลักที่ 1} = (1)(5) + 5(0) = 5$$

$$c_{32} = \text{แถวที่ 3 คูณหลักที่ 2} = (1)(-2) + 5(3) = 13$$

$$c_{33} = \text{แถวที่ 3 คูณหลักที่ 3} = (1)(-1) + 5(2) = 9$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad AB &= \begin{bmatrix} (2)(5) + 1(0) & (2)(-2) + 1(3) & (2)(-1) + 1(2) \\ (0)(5) + 4(0) & (0)(-2) + 4(3) & (0)(-1) + 4(2) \\ (1)(5) + 5(0) & (1)(-2) + 5(3) & (1)(-1) + 5(2) \end{bmatrix}_{3 \times 3} \\ \text{ดังนั้น} \quad AB &= \begin{bmatrix} 10 & -1 & 0 \\ 0 & 12 & 8 \\ 5 & 13 & 9 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \end{aligned}$$

10. ครูให้นักเรียนเข้ากลุ่ม 4-5 คนที่ครูแบ่งให้ แล้วช่วยกันทำแบบฝึกที่ 5 โดยใช้เวลา 30 นาที เมื่อทำเสร็จแล้วให้นักเรียนรวบรวมแบบฝึกเป็นกลุ่ม จากนั้นเปลี่ยนกันตรวจกับกลุ่มใกล้ๆ โดยครูแจกเอกสารเฉลยแบบฝึกให้ตรวจ หากนักเรียนคนใดมีปัญหาสงสัยให้ยกมือขึ้นถามครูผู้สอน

สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งเรียนรู้

แบบฝึกที่ 4 เรื่อง การคูณเมทริกซ์ด้วยค่าคงตัว

แบบฝึกที่ 5 เรื่อง การคูณระหว่างเมทริกซ์

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาผลคูณเมทริกซ์ด้วยค่าคงตัว และสามารถหาผลคูณระหว่างเมทริกซ์ได้ โดยประเมินจากการทำแบบฝึกที่ 4 - 5 ว่านักเรียนแต่ละคนสามารถทำถูกต้องมากกว่าร้อยละ 70

บันทึกผลหลังการสอน / ปัญหาและอุปสรรค / แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ

(นายเฉลิมพล ถิ่นละออ)

ผู้สอน

วันที่ เดือน พ.ศ.

ข้อเสนอแนะของหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

.....
.....
.....
.....
.....

ลงชื่อ

(นางสร้อยญา การประดับ)

หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

วันที่ เดือน พ.ศ.