

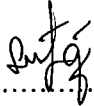
ผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น  
ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์โลกจริง

ปิยะวรรณ หาญวัฒนกุล

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา  
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา  
ธันวาคม 2559  
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณาวิทยานิพนธ์  
ของ ปิยะวรรณ หาญวัฒนกุล ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

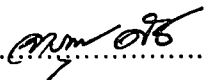
คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์



..... อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก

(ดร.สมคิด อินเทพ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์




..... ประธาน

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จารุวรรณ ลิงห่มม่วง)



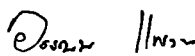
..... กรรมการ

(ดร.สมคิด อินเทพ)



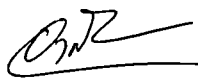
..... กรรมการ

(ดร.วนิดา พงษ์ศักดิ์ชาติ)



..... กรรมการ

(ดร.อรรณพ แก้วขาว)



..... กรรมการ

(ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต)

คณะวิทยาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม  
หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยบูรพา



..... คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เอกรัง ศรีสุข)

วันที่ 30 เดือน ธันวาคม พ.ศ. 2559

การวิจัยครั้งนี้ได้รับทุนอุดหนุนจาก โครงการส่งเสริมการผลิตครู  
ที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สกว.)  
ประจำปีการศึกษา 2556

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จได้ด้วยความกรุณาอย่างยิ่งจาก ดร. สมคิด อินเทพ อาจารย์ที่ปรึกษาที่ได้กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำแนวทางที่ถูกต้อง และช่วยแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ในการทำวิทยานิพนธ์ด้วยความเอาใจใส่เสมอมา ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ขอขอบพระคุณ ดร. พิมพลักษณ์ ว่องอภิวัดนกุล ดร. อรรถวุฒิ วงศ์ประดิษฐ์ และอาจารย์พรณี จันทร์โถ ที่ได้ให้ความกรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือและให้ข้อเสนอแนะอันเป็นประโยชน์ต่อการทำวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้ ขอขอบพระคุณ นายโกศล และนางศิริลักษณ์ หาญวัฒนกุล ผู้เป็นบิดาและมารดาซึ่งเป็นกำลังใจสำคัญยิ่ง ให้คำแนะนำ คอยช่วยเหลือและห่วงใยมาโดยตลอด ขอขอบคุณนางธัญญารัตน์ สังข์วิสุทธิ และนางสาวรุจิอร รักใหม่ ผู้เป็นมิตรแท้ให้ความช่วยเหลือผู้วิจัยเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในน้ำใจ ขอขอบพระคุณผู้บริหาร คณะครูและนักเรียนโรงเรียนกัณฑ์พิทยากร ที่ได้ให้ความช่วยเหลือ สนับสนุน เป็นกำลังใจ และอำนวยความสะดวกในการทดลอง ใช้เครื่องมือ เก็บรวบรวมข้อมูล ทำให้การวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณ บิดามารดา บูรพาจารย์และผู้มีพระคุณทุกท่าน

ปิยะวรรณ หาญวัฒนกุล

53990155: สาขาวิชา: คณิตศาสตร์ศึกษา: วท.ม.(คณิตศาสตร์ศึกษา)

คำสำคัญ: ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์/ การจัดการเรียนการสอนแบบซิปปา

ปิยะวรรณ หาญวัฒนกุล: ผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้นที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์โลกจริง (EFFECTS OF USING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES THROUGH CIPPA MODEL ON TOPIC GRAPH THEORY FOCUSING ON MATHEMATICAL CONNECTIONS SKILL TO REAL-WORLD SITUATIONS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: สมคิด อินเทพ, Ph.D. 252 หน้า. ปี พ.ศ. 2559.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อเปรียบเทียบพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงกับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 50 ของคะแนนที่ถูกหักออกจากการทดสอบก่อนเรียน 2) เพื่อเปรียบเทียบพัฒนาการของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงสำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงกับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 50 ของคะแนนที่ถูกหักออกจากการทดสอบก่อนเรียน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนกันตังพิทยากร จังหวัดตรัง ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster sampling) จากนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โดยกลุ่มทดลองมีจำนวน 41 คน ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง และกลุ่มควบคุมมีจำนวน 39 คน ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัย พบว่า 1) พัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) พัฒนาการของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์นักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยที่การเปรียบเทียบทั้งสองใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 50 ของคะแนนที่ถูกหักออกจากการทดสอบก่อนเรียน

53990155: MAJOR: MATHEMATICS EDUCATION: M.Sc. (MATHEMATICS EDUCATION)

KEYWORD: MATHEMATICAL CONNECTION SKILL/ CIPPA MODEL

PIYAWAN HANWATANAKUL: EFFECTS OF USING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES THROUGH CIPPA MODEL ON TOPIC GRAPH THEORY FOCUSING ON MATHEMATICAL CONNECTIONS SKILL TO REAL-WORLD SITUATIONS. ADVISORY COMMITTEE: SOMKID INTEP, Ph.D. 252 P. 2016.

The purposes of this research were 1) to compare the development of student achievement between the group who studied by using CIPPA Model on topic Graph theory focusing on mathematical connection skill to real-world situations and students who studied by traditional teaching method, 2) to compare the development of mathematical connection skill between the group who studied by using CIPPA Model on topic Graph theory focusing on mathematical connection skill to real-world situations and students who studied by traditional teaching method. The samples were two classrooms of Matthayomsuksa 5 enrolling in the second semester of 2014 academic year at Kantangpittayakorn School, Trang. The samples were selected randomly through cluster sampling technique. The experimental group was 41 students who were taught by using CIPPA Model on topic Graph theory focusing on mathematical connection skill to real-world situations. The control group was 39 student who were taught by using traditional teaching method. The research instruments were mathematics lesson plan using CIPPA Model on topic Graph theory focusing on mathematical connection skill to real-world situations, mathematics lesson plan using traditional teaching method, the achievement test and the mathematical connection skill test. The results indicated that 1) the development of student achievement for students who studied by using CIPPA Model on topic Graph theory focusing on mathematical connection skill to real-world situations was significantly higher than that for students who studied by traditional teaching method with statistical significant .05, 2) the development of mathematical connection skill for students who studied by using CIPPA Model on topic Graph theory focusing on mathematical connection skill to real-world was significantly higher than that for students who studied by traditional teaching method with statistical significant .05. The development criterions was 50 percent of deducted scores from pre-test exam.

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	จ
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฌ
สารบัญภาพ.....	ฑ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ที่มาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	6
สมมติฐานของการวิจัย.....	6
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย.....	6
ขอบเขตของการวิจัย.....	7
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	8
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	14
หลักสูตรการเรียนการสอนทฤษฎีกราฟเบื้องต้น.....	15
ความสามารถการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์.....	17
การจัดการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบซิปปา.....	51
แนวทางการส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์จริง.....	61
เกณฑ์ผ่าน.....	75
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	76
การศึกษาค้นคว้าและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	76
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	77
การออกแบบการวิจัย.....	78
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	78

## สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	91
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	92
สถิติที่ใช้ในการวิจัย.....	93
4 ผลการวิจัย.....	99
ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎี กราฟเบื้องต้นที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง กับ นักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 50 ของคะแนน.....	94
ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบพัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงสำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการ เรียนการสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงกับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียน การสอน.....	96
5 สรุปและอภิปรายผล.....	119
สรุปผลการวิจัย.....	114
อภิปรายผลการวิจัย.....	115
ข้อเสนอแนะ.....	119
บรรณานุกรม.....	127
ภาคผนวก.....	134
ภาคผนวก ก .....	135
ภาคผนวก ข .....	137
ภาคผนวก ค .....	186
ประวัติย่อของผู้วิจัย.....	252



## สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
2-1	โครงสร้างรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 รหัสวิชา ค32202 โรงเรียนกัณฑ์พิทยากร.....	16
2-2	เกณฑ์การประเมินแบบวิเคราะห์.....	34
2-3	เกณฑ์การประเมินผลความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์.....	36
2-4	แสดงรอบของการประเมินโครงการประเมินผลนานาชาติ PISA.....	41
2-5	สรุปลักษณะของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ 6 ระดับ.....	43
3-1	แสดงแบบแผนการทดลองแบบวิจัยกึ่งทดลอง.....	78
3-2	กิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงสู่สถานการณ์ในโลกจริง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น.....	80
3-3	วิเคราะห์ความสอดคล้องของผลการเรียนรู้ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้นกับระดับพฤติกรรม.....	84
3-4	แสดงความสอดคล้องของผลการเรียนรู้ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์.....	86
3-5	ผลการวิเคราะห์ความสอดคล้องของผลการเรียนรู้ของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น.....	87
3-6	แสดงเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์....	88
4-1	พัฒนาการเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	100
4-2	การเปรียบเทียบพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยสถิติ Independent t-test.....	101
4-3	พัฒนาการเฉลี่ยของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม.....	102
4-4	การเปรียบเทียบพัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยสถิติ Independent t-test.....	103

## สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
4-5 แสดงจำนวนร้อยละของนักเรียนที่มีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ตามขั้นตอนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของคำถามข้อที่ 1 .....	104
4-6 แสดงจำนวนร้อยละของนักเรียนที่มีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ตามขั้นตอนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของคำถามข้อที่ 2.....	107
4-7 แสดงจำนวนร้อยละของนักเรียนที่มีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ตามขั้นตอนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของคำถามข้อที่ 3 .....	109
4-8 แสดงจำนวนร้อยละของนักเรียนที่มีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ตามขั้นตอนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของคำถามข้อที่ 4 .....	112
4-9 แสดงจำนวนร้อยละของนักเรียนที่มีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ตามขั้นตอนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของคำถามข้อที่ 5 .....	115
ข-1 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น .....	139
ข-2 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น.....	140
ข-3 ผลแสดงการหาค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น .....,.....	143
ข-4 การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน.....	145

## สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
ข-5	คะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน เพื่อการหาค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน..... 146
ข-6	การหาค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หลังเรียน เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบ วัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น..... 147
ข-7	การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน..... 149
ข-8	คะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน เพื่อการหา ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน..... 150
ข-9	ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยง ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ..... 152
ข-10	ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ..... 153
ข-11	ผลแสดงการหาค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น..... 155
ข-12	ผลการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์ก่อนเรียน..... 156
ข-13	ผลแสดงการหาค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น..... 157
ข-14	ผลการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยง ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน..... 158

## สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
<p>ข-15 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและคะแนนพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ ในโลกจริง (กลุ่มทดลอง).....</p>	159
<p>ข-16 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและคะแนนพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ (กลุ่มควบคุม).....</p>	161
<p>ข-17 คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และคะแนนพัฒนาการของ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรม การเรียนการสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง.....</p>	168
<p>ข-18 ผลการประเมินคะแนนพัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ ในโลกจริง (กลุ่มทดลอง) .....</p>	170
<p>ข-19 คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และคะแนนพัฒนาการของ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรม การเรียนการสอนแบบปกติ (กลุ่มควบคุม) .....</p>	172
<p>ข-20 ผลการประเมินคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และคะแนน พัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ (กลุ่มควบคุม) .....</p>	174

## สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า	
ข-21	แสดงเกณฑ์ผ่านของคะแนนสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง (กลุ่มทดลอง).....	182
ข-22	เกณฑ์ผ่านของคะแนนสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ (กลุ่มควบคุม).....	183
ข-23	เกณฑ์ผ่านของคะแนนสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สำหรับ นักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง (กลุ่มทดลอง).....	184
ข-24	แสดงเกณฑ์ผ่านของคะแนนสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน แบบปกติ (กลุ่มควบคุม) .....	185

## สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1-1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	13
2-1 แผนภูมิสรุปสมรรถนะทางคณิตศาสตร์.....	43
2-2 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาจากสถานการณ์จริงตามแนวคิดของบลูม.....	63
2-3 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาจากสถานการณ์จริงตามแนวคิดของคอมเบอร์.....	64
2-4 กระบวนการคิดเป็นคณิตศาสตร์.....	65
4-1 แสดงตัวอย่างแนวคิดของนักเรียนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 1 ของนักเรียนที่ทำถูกต้อง .....	106
4-2 แสดงตัวอย่างแนวคิดของนักเรียนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 2 ของนักเรียนที่ทำถูกต้อง .....	108
4-3 แสดงตัวอย่างแนวคิดของนักเรียนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 3 ของนักเรียนที่ทำถูกต้อง.....	111
4-4 แสดงตัวอย่างแนวคิดของนักเรียนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 4 ของนักเรียนที่ทำถูกต้อง.....	114
4-5 แสดงตัวอย่างแนวคิดของนักเรียนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 5 ของนักเรียนที่ทำถูกต้อง.....	117

# บทที่ 1

## บทนำ

### ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

สังคมปัจจุบันนี้มีความเจริญก้าวหน้าของเทคโนโลยีและการสื่อสารอย่างรวดเร็ว เกิดการเรียนรู้ หรือแลกเปลี่ยนความรู้กันอย่างอิสระ เป็นผลให้บุคลากรแต่ละประเทศมีความรู้ความสามารถมากขึ้น จึงเกิดการแข่งขันทางการศึกษาระดับประเทศสูงขึ้น เพื่อให้นักเรียนมีความพร้อมและมีภูมิคุ้มกันต่อการเปลี่ยนแปลง นักเรียนจึงจำเป็นต้องก้าวทันโลกและเหตุการณ์ในชีวิตประจำวัน รู้จักคิด วิเคราะห์ ให้เหตุผลและ แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม และมีประสิทธิภาพ ตามแผนการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2545 – 2559 มีนโยบายเพื่อการดำเนินการพัฒนากำลังคนด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีเพื่อการพึ่งพาตนเอง และเพิ่มสมรรถนะการแข่งขันในระดับนานาชาติ (คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2545, หน้า 56) ดังนั้นระบบการศึกษาสำหรับสังคมในอนาคต จึงต้องเตรียมคนให้เป็นผู้ที่มีความรู้ ความสามารถ มีสมรรถนะ รู้จักติดตามข้อมูลข่าวสาร วิทยาการใหม่ ๆ รู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงสามารถแข่งขันได้ในระดับสากล รวมทั้งเตรียมความพร้อมกำลังแรงงานรองรับการเข้าสู่สังคมและประชาคมอาเซียน (ปลัดกระทรวงศึกษาธิการ, 2555, หน้า 18-19)

ประเทศไทยเริ่มมีการใช้พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 และ (ฉบับที่ 3) พ.ศ. 2553 เป็นบทบัญญัติที่ให้ทิศทางการเรียนรู้ที่ชัดเจน ในส่วนของการเรียนการสอน กล่าวไว้ในหมวด 4 แนวทางจัดการศึกษา มาตรา 22 และ 24 เป็นการศึกษาที่ถือว่า ผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด การจัดกระบวนการเรียนรู้โดยการฝึกทักษะ กระบวนการคิด การจัดการกิจกรรมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง ฝึกการปฏิบัติ การจัดการ การเผชิญสถานการณ์และการประยุกต์ความรู้มาใช้ อีกทั้งหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มุ่งเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญบนพื้นฐานความเชื่อว่า ทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้เต็มตามศักยภาพ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 4) และการพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐานการศึกษาที่กำหนดนั้น จะช่วยผู้เรียนเกิดสมรรถนะสำคัญ 5 ประการ ดังนี้ (1) ความสามารถในการสื่อสาร (2) ความสามารถในการคิด (3) ความสามารถในการแก้ปัญหา (4) ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต และ (5) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 6 - 7)

แต่เมื่อพิจารณาสภาพการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา แม้ว่านักเรียนจะมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระเป็นอย่างดี แต่นักเรียนจำนวนไม่น้อยยังต้องความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล การสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่าง ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันและในการศึกษาต่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2551, หน้า 1) ซึ่งสอดคล้องกับสำนักงานคณะกรรมการพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ (2550, หน้า 48) ที่ระบุว่า คนไทยได้รับ โอกาสการเรียนรู้ตลอดชีวิตมากขึ้นแต่ยังไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้สู่การใช้ประโยชน์ได้เท่าที่ควร และสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคะนอง (2554, หน้า 31) ที่กล่าวว่า การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังไม่ได้เน้นเรื่องของการคิดมากพอ นักเรียนจึงไม่คุ้นเคยกับการคิดและไม่ชอบคิด ซึ่งนักการศึกษาคณิตศาสตร์ต่างประเทศและในประเทศไทยยอมรับว่า นักเรียนเกือบ 100 % ที่เรียนการดำเนินการเรื่องบวกและการลบจำนวนเต็มแล้ว สามารถหาคำตอบโจทย์ “จงหาผลลัพธ์ของ  $575 - (174 + 90)$ ” ได้ถูกต้อง เนื่องจากคุ้นเคยกับการทำงานลักษณะนี้ในห้องเรียน แต่สำหรับโจทย์ “เด็กกลุ่มหนึ่งอ่านหนังสือรวม 174 เล่ม เด็กอีกกลุ่มหนึ่งอ่านรวม 90 เล่ม พวกเขาจะต้องอ่านหนังสืออีกกี่เล่ม จึงจะทำให้ยอดรวมกันเป็น 575 เล่ม ตามที่โรงเรียนต้องการ” มีผู้เรียนในกลุ่มเดียวกันจำนวนมากที่ไม่เข้าใจปัญหาและไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ เนื่องจากไม่คุ้นเคยหรือขาดทักษะการเชื่อมโยงความรู้เรื่องการดำเนินการที่เรียนในห้องเรียนกับปัญหาในชีวิตจริง

รวมทั้งโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ หรือ PISA (Programme for International Student Assessment) เป็นโครงการที่ริเริ่มโดยองค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจของประเทศสมาชิก (Organisation for Economic Co-operation and Development: OECD) มีจุดมุ่งหมายหลักคือการมองไปถึงอนาคต ยึดหลักพื้นฐานว่าคุณภาพของการศึกษาเป็นตัวชี้วัดศักยภาพของการพัฒนาทางเศรษฐกิจ OECD (สสวท., 2554, หน้า 103) เน้นการประเมินสมรรถนะของนักเรียนที่ใช้ความรู้และทักษะเพื่อเผชิญกับโลกในชีวิตจริงมากกว่าการประเมินความรู้ที่ได้เรียนตามหลักสูตรในโรงเรียน การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ตามความหมายของประเทศสมาชิก OECD คือ คณิตศาสตร์ในชีวิตจริง ซึ่งมีได้หมายความว่าเพียงการนำความรู้คณิตศาสตร์มาใช้เล็กน้อย ๆ เช่น นำมาคิดขาดทุน กำไร แต่ยังหมายรวมไปถึงการใช้คณิตศาสตร์สองทาง คือ รู้คณิตศาสตร์และนำไปใช้ได้ยังไม่พอ แต่ต้องรู้จักโลกของความจริง สามารถนำปัญหาจริง ๆ ที่พบในโลกมาคิดในเชิงของคณิตศาสตร์ สามารถแก้ปัญหาในเชิงของคณิตศาสตร์ โดยใช้ความรู้คณิตศาสตร์และแปลงการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไปตอบปัญหาในโลกของความจริงอีกต่อหนึ่ง ดังนั้นคณิตศาสตร์ที่เป็น



จุดเน้น คือ คณิตศาสตร์ในโลกของความเป็นจริง (สุนีย์ คล้ายนิลและคณะ, 2550, หน้า 101) และ ลักษณะของข้อสอบคณิตศาสตร์ของ PISA ให้ความสำคัญกับการเชื่อมโยงกับสถานการณ์ของชีวิตจริง ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนไทยมีคะแนนอยู่ที่ระดับ 1 คิดเป็น 52.5% นั่นคือยังเป็นนักเรียนที่รู้เรื่องคณิตศาสตร์ไม่ถึงระดับพื้นฐาน มีไม่ถึง 50 % ที่อยู่ในระดับ 2 มีเพียงหนึ่งในห้าที่อยู่ระดับ 3 และมี 6.2 % 1.3 % และ 0.3% ที่อยู่ในระดับ 4 5 และ 6 ตามลำดับ (สสวท., 2554, หน้า 115 - 116) จะเห็นว่า ผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษาด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของนักเรียนไทย มีคะแนนเฉลี่ย (419 คะแนน) ต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยของประเทศสมาชิก OECD (496 คะแนน) (สสวท., 2554, หน้า 107) จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่าความรู้ ความสามารถของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยไม่ได้อยู่ในระดับที่สูงนัก

เป้าหมายของการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนานักเรียนให้เป็นผู้ที่มีความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ สามารถนำความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตจริงได้ ทั้งในการแก้ปัญหาที่พบในชีวิตจริง ซึ่งจะเป็นปัญหาที่มีความซับซ้อนที่ต้องใช้ความรู้ที่มากกว่าทักษะการคิดคำนวณ การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จะส่งเสริมให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งและยาวนานขึ้น ตลอดจนช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์มีคุณค่า น่าสนใจ และสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้ (สสวท., 2551, หน้า 98) อีกทั้งยังเป็นสิ่งที่สะท้อนให้เห็นถึงการใช้งานของคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงที่สามารถพบเห็นได้ทั่วไป การเชื่อมโยงมีความสำคัญและจำเป็นสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย (Meaningful learning) เนื่องจากการเชื่อมโยงจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ที่เรียนในห้องเรียนได้ดีขึ้นตลอดจนมองเห็นความสำคัญและคุณค่าของคณิตศาสตร์ในแง่ของการเป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์ สามารถนำไปใช้กับศาสตร์สาขาอื่นได้ ทำให้คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่น่าสนใจ ไม่ใช่เป็นเพียงวิชาที่เรียนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม เพื่อใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์เฉพาะในห้องเรียนอีกต่อไป (อัมพร ม้าคะนอง, 2554, หน้า 60) ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ OECD/PISA ที่ว่าคณิตศาสตร์ในโลกของความเป็นจริงนั้น เป็นการใช่มathematics ตอบสนองสถานการณ์ต่าง ๆ ในโลก อย่างคิดวิเคราะห์ มองหาความสัมพันธ์และแปรผันได้หลากหลาย ไม่จำกัดอยู่เพียงนิยาม ข้อเท็จจริง และวิธีการแก้โจทย์คณิตศาสตร์ รวมทั้งไม่ใช่การฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์เพียงเรื่องใดเรื่องหนึ่ง หากแต่เกี่ยวข้องกับการรวมเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ที่มีอยู่มาสร้างเป็นแนวคิด ตอบสนองสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในโลกจริง ดังนั้นนักเรียนจะต้องเชื่อมโยงความรู้จากที่ได้ศึกษาเล่าเรียนในโรงเรียน นำมาประยุกต์กับสถานการณ์จริงในบริบทต่าง ๆ ที่หลากหลาย สามารถตัดสินใจได้ว่าจะใช้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่จะต้องพบเจอในชีวิตจริงอย่างไร นอกจากนี้สภาคณิตศาสตร์

แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics: NCTM, 2000, p. 64) ซึ่งเป็นองค์กรที่มีบทบาทอย่างมากต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนทั้งในสำหรับอเมริกาและทั่วโลก ได้ระบุหลักการและมาตรฐานสำหรับคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน (Principles and Standards for School Mathematics) ว่า การเชื่อมโยงเป็นจุดเน้นที่สำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นทักษะที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน เพราะทักษะการเชื่อมโยงจะส่งเสริมให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในแนวคิด เกิดความเข้าใจลึกซึ้งและยาวนานขึ้นกับสิ่งที่เรียน และยังคงช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์นั้นน่าสนใจ มีคุณค่า และสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้

ด้วยเหตุนี้ครูผู้สอนจะต้องหารูปแบบการสอน วิธีการสอน และเทคนิคการสอน ซึ่งมีอยู่หลากหลายเข้ามาช่วยให้การเรียนการสอนเกิดประสิทธิภาพสูงสุด และเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์สู่ชีวิตจริงได้ ในที่นี้รูปแบบการสอนที่สอดคล้องและเหมาะสมผู้วิจัยเสนอการจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) เป็นรูปแบบที่พัฒนาโดย ทิศนา แจมณี (2553, หน้า 282 - 284) เป็นการจัดการเรียนการสอนที่ประสานแนวคิดหลัก 5 แนวคิด คือ 1) แนวคิดการสร้างความรู้ด้วยตนเอง (Construction of knowledge) 2) แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการกลุ่ม (Interaction) 3) แนวคิดเกี่ยวกับความพร้อมในการเรียนรู้ (Physical participation) 4) แนวคิดเกี่ยวกับการเรียนรู้กระบวนการ (Process skills) 5) แนวคิดเกี่ยวกับการถ่ายโอนการเรียนรู้ (Application) เป็นรูปแบบที่มุ่งพัฒนานักเรียนได้ใช้กระบวนการทางสติ ทำความเข้าใจข้อมูล เชื่อมโยงข้อมูลที่เป็นความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ เกิดการสร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยอาศัยความร่วมมือจากกลุ่ม ทำให้เกิดความเข้าใจและการคงความรู้ได้นาน การจัดการเรียนการสอนแบบชิปปาสามารถใช้วิธีการและกระบวนการที่หลากหลาย อาจจัดเป็นแบบแผนได้หลายรูปแบบ ทิศนา แจมณี เสนอรูปแบบหนึ่งที่ได้มีการนำไปทดลองใช้แล้วได้ผลดี ประกอบด้วยขั้นตอนการดำเนินการ 7 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม

ขั้นที่ 2 การแสวงหาความรู้ใหม่

ขั้นที่ 3 การศึกษาทำความเข้าใจข้อมูล/ความรู้ใหม่ และการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม

ขั้นที่ 4 การแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การสรุปและจัดระเบียบความรู้

ขั้นที่ 6 การปฏิบัติ และ/หรือการแสดงผลงาน และ

## ขั้นที่ 7 การประยุกต์ใช้ความรู้

การจัดการเรียนการสอนแบบซิปปา นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้มากที่สุด ได้เรียนรู้เชื่อมโยงจากประสบการณ์จริง ได้คิดเอง ได้ลงมือปฏิบัติ มีปฏิสัมพันธ์กับบุคคลหรือแหล่งเรียนรู้ที่หลากหลาย จนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง และสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการดำรงชีวิตได้ (ดวงกมล สิ้นเพ็ง, 2553, หน้า 144)

จากการวิจัยการส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของนายชเรนทร์ จิตติพิทุทธางกูร (2552, หน้า 62-66) พบว่า นักเรียนสามารถนำหลักการ วิธีการ ความรู้ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส เชื่อมโยงในสาระคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดี และสามารถเชื่อมโยงกับงานที่เกี่ยวข้องในชีวิตประจำวันเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาในระดับดี สอดคล้องกับงานวิจัยของมยุรา ร่องหาญแก้ว (2553, หน้า 74) ได้ศึกษาการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่องการวัด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน มีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากข้อมูลที่กล่าวข้างต้น ผู้วิจัยเห็นว่าทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์นั้นมีความสำคัญอย่างมากต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพราะจะช่วยให้ นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้และนำทักษะทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ อันจะส่งผลให้นักเรียนตระหนักและเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์มากขึ้น ทั้งนี้ผู้วิจัยได้พิจารณาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่ผู้วิจัยเป็นผู้รับผิดชอบในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน พบว่า ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น เป็นวิชาที่ศึกษาเกี่ยวกับสมบัติต่าง ๆ ของกราฟ และปัจจุบันทฤษฎีกราฟมีการประยุกต์ใช้อย่างกว้างขวางในศาสตร์แขนงต่าง ๆ เช่น วิทยาศาสตร์ สังคมศึกษา เศรษฐศาสตร์ ตลอดจนมีความสำคัญในระบบโลจิสติกส์ แผนภาพที่แสดงเส้นทางของรถไฟ BTS แผนภาพที่แสดงถนนที่เชื่อมเมืองต่าง ๆ แผนภาพแสดงโครงสร้างทางเคมีของสารประกอบไฮโดรคาร์บอน และวงจรไฟฟ้า เป็นต้น

ดังนั้น ผู้วิจัยจึงเกิดแนวคิดนำวิธีการจัดการเรียนการสอนแบบซิปปา มาใช้ในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์โลกจริง เพื่อพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงของนักเรียน

## วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงกับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 50 ของคะแนนที่ถูกหักออกจากการทดสอบก่อนเรียน
2. เพื่อเปรียบเทียบพัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงสำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงกับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 50 ของคะแนนที่ถูกหักออกจากการทดสอบก่อนเรียน

## สมมติฐานของการวิจัย

1. พัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงสูงกว่านักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ
2. พัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงสำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงสูงกว่านักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ

## ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1. นักเรียนมีพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงสำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงและนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนกันตังพิทยากร อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง
2. เป็นแนวทางสำหรับครูในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง

## ขอบเขตของการวิจัย

### ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนการเรียน วิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนกันตังพิทยากร อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง จำนวน 3 ห้องเรียน รวมจำนวนนักเรียน 128 คน

### กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนกันตังพิทยากร อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง จำนวน 2 ห้องเรียน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster sampling) จากกลุ่มประชากร โดยวิธีจับสลาก จำนวน 2 ห้อง จากนั้นจับสลากอีกครั้งเพื่อให้ได้มาซึ่งกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/2 จำนวนนักเรียน 44 คน และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/3 จำนวนนักเรียน 42 คน เรียงลำดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557 ของแต่ละกลุ่ม ซึ่งในแต่ละกลุ่มจะคัดนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงและนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำอย่างละร้อยละ 5 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดในแต่ละกลุ่มออกจากกลุ่มตัวอย่าง เพื่อที่จะให้ได้กลุ่มตัวอย่างที่มีความสามารถทัดเทียมกันมากที่สุด หลังจากการคัดร้อยละ 5 แล้ว จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/2 มี 41 คน และจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/3 มี 39 คน

### เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตรสถานศึกษา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

### ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการวิจัยครั้งนี้ ได้ดำเนินการในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 ใช้เวลาในการทดลอง 22 คาบ คาบละ 50 นาที โดยทดลองสอน 16 คาบ และทดสอบ 6 คาบ ดังนี้

1. ทดสอบก่อนเรียน
  - 1.1 ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน 1 คาบ
  - 1.2 ทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ 2 คาบ
2. สาระการเรียนรู้ที่ 1 กราฟ 2 คาบ

3. สารการเรียนรู้ที่ 2 ดิกรีของจุดยอด	2	คาบ
4. สารการเรียนรู้ที่ 3 แนวเดิน	3	คาบ
5. สารการเรียนรู้ที่ 4 กราฟออยเลอร์	4	คาบ
6. สารการเรียนรู้ที่ 5 การประยุกต์ของกราฟ	5	คาบ
7. ทดสอบหลังเรียน		
7.1 ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	1	คาบ
7.2 ทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์	2	คาบ

### ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ

### 2. ตัวแปรตาม

- 2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น
- 2.2 ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

### นิยามศัพท์เฉพาะ

1. กิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในลักษณะที่ให้ผู้เรียนเป็นผู้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (Construction of knowledge) ฟังการปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน บุคคลอื่น และสิ่งแวดล้อมรอบตัว (Interaction) มีความพร้อมที่จะเรียนรู้ (Physical participation) ฝึกฝนพัฒนาทักษะกระบวนการต่าง ๆ (Process skills) และนำไปประยุกต์ใช้ (Application) เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง จำนวน 16 แผนการเรียนรู้ แต่ละแผนประกอบด้วย

#### 1.1 ผลการเรียนรู้

- (1) ด้านความรู้
- (2) ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์
- (3) ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

#### 1.2 สารการเรียนรู้

#### 1.3 กิจกรรมการเรียนรู้ตามแบบชิปปา

(1) **ขั้นทบทวนความรู้เดิม** ขั้นนี้เป็นการทบทวนความรู้เดิมของผู้เรียนในเรื่องที่เรียนของแผนการจัดการเรียนรู้ก่อนหน้า เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีความพร้อมในการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมของตน

(2) **ขั้นการแสวงหาความรู้ใหม่** ขั้นนี้เป็นการให้ความรู้ใหม่ของผู้เรียน ครูอาจจัดเตรียมใบความรู้ หรือสื่อการสอนเรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้นมาให้ผู้เรียนหรือให้คำแนะนำการค้นคว้าจากแหล่งเรียนรู้ในอินเทอร์เน็ต เพื่อให้ผู้เรียนไปแสวงหาก็คได้

(3) **ขั้นการศึกษาทำความเข้าใจข้อมูล/ความรู้ใหม่ และการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม** ขั้นนี้เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะต้องสร้างความหมายของข้อมูล/ประสบการณ์ใหม่ ๆ โดยใช้กระบวนการคิด และกระบวนการกลุ่มในการอภิปรายและสรุปความเข้าใจ จำเป็นต้องอาศัยการเชื่อมโยงกับความรู้เดิม ผู้เรียนแสดงถึงความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์จริงเป็น 4 ขั้น ดังนี้

- **ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาสถานการณ์โลกจริง** เมื่อกำหนดสถานการณ์จริงที่สามารถพบได้ในชีวิตประจำวัน ผู้เรียนสามารถกำหนดสิ่งที่ต้องการศึกษา สิ่งที่ถูกกำหนดขึ้นในสถานการณ์

- **ขั้นที่ 2 เชื่อมโยงปัญหาจากสถานการณ์จริงสู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์** ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงสถานการณ์ โดยการนำเสนอสถานการณ์จริงด้วยการเชื่อมโยงข้อมูลให้อยู่ในรูปตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งอยู่ในรูปของกราฟ

- **ขั้นที่ 3 การเชื่อมโยงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์** ผู้เรียนสามารถใช้ทฤษฎีบทในเรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น เชื่อมโยงกับโจทย์ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบทางคณิตศาสตร์

- **ขั้นที่ 4 สรุปแนวคิดและเชื่อมโยงกลับเป็นปัญหาสถานการณ์โลกจริง** จากคำตอบทางคณิตศาสตร์ที่ได้ ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์และนำคำตอบมาอธิบายสถานการณ์จริงที่กำหนดให้ ว่าคำตอบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้สัมพันธ์กับปัญหาสถานการณ์จริงอย่างไร

(4) **ขั้นการแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม** ขั้นนี้เป็นขั้นที่ผู้เรียนอาศัยกลุ่มเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตน รวมทั้งขยายความรู้ความเข้าใจของตนให้กว้างขึ้นซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้แบ่งปันความรู้ความเข้าใจของตนเองแก่ผู้อื่น และได้รับประโยชน์จากความรู้ ความเข้าใจของผู้อื่นไปพร้อม ๆ กัน

(5) *ขั้นการสรุปและจัดระเบียบความรู้* ขั้นนี้เป็นขั้นของการสรุปความรู้ที่ได้รับทั้งหมด ทั้งความรู้เดิมและความรู้ใหม่ให้เป็นระบบระเบียบขั้นตอนเพื่อช่วยให้ผู้เรียนจดจำสิ่งที่เรียนรู้ได้ง่าย

(6) *ขั้นการปฏิบัติ และ/หรือการแสดงผลงาน* ขั้นนี้จะเป็นขั้นที่ช่วยให้ผู้เรียน ได้มีโอกาสแสดงผลงานการสร้างความรู้ของตนเองให้ผู้อื่นรับรู้ เป็นการช่วยให้ผู้เรียนได้ต่อกย้ำหรือตรวจสอบความเข้าใจของตนและช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้ความคิดสร้างสรรค์

(7) *ขั้นการประยุกต์ใช้ความรู้* ขั้นนี้เป็นขั้นของการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ฝึกฝนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์จริง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้นไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ ที่หลากหลายเพื่อเพิ่มความชำนาญ

1.4 สื่อการเรียนการรู้/แหล่งการเรียนรู้

1.5 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1.6 บันทึกหลังการสอน

2. กิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือครูสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ จำนวน 16 แผนการเรียนรู้ ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วย

2.1 ผลการเรียนรู้

(1) ด้านความรู้

(2) ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

(3) ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

2.2 สาระการเรียนรู้

2.3 กิจกรรมการเรียนรู้

(1) ขั้นนำ

(2) ขั้นสอน

(3) ขั้นสรุป

2.4 สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

2.5 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

2.6 บันทึกหลังสอน

3. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การบูรณาการความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกันให้เป็นองค์รวมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องทฤษฎีกราฟ



เบื้องต้น ในการนำความรู้ เนื้อหา สาร และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ และแก้ปัญหาสถานการณ์ในโลกจริง เป็นการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันประเมินจากแบบทดสอบแบบอัตนัย 5 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยแบ่งความสามารถในการคิดเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริงเป็น 4 ชั้น ดังนี้

ชั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาจากสถานการณ์จริง

ชั้นที่ 2 เชื่อมโยงปัญหาจากสถานการณ์จริงสู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ชั้นที่ 3 การเชื่อมโยงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์

ชั้นที่ 4 สรุปแนวคิดและเชื่อมโยงกลับเป็นปัญหาสถานการณ์โลกจริง

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ในการนำความรู้ เนื้อหา สาร และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ และแก้ปัญหาต่าง ๆ ประเมินจากแบบทดสอบแบบปรนัย 20 ข้อที่สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่ต้องการวัดไว้ 4 ระดับ คือ ความรู้ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้และการวิเคราะห์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่จะยอมรับว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและมีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง โดยที่ผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนรวม

คะแนนร้อยละ 80 – 100 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการเชื่อมโยง อยู่ในระดับดีมาก

คะแนนร้อยละ 70 – 79 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการเชื่อมโยง อยู่ในระดับดี

คะแนนร้อยละ 60 – 69 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการเชื่อมโยง อยู่ในระดับพอใช้

คะแนนร้อยละ 50 – 59 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการเชื่อมโยง อยู่ในระดับผ่านเกณฑ์

คะแนนต่ำกว่าร้อยละ 50 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการเชื่อมโยง อยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ (สสวท., 2557, หน้า 17)

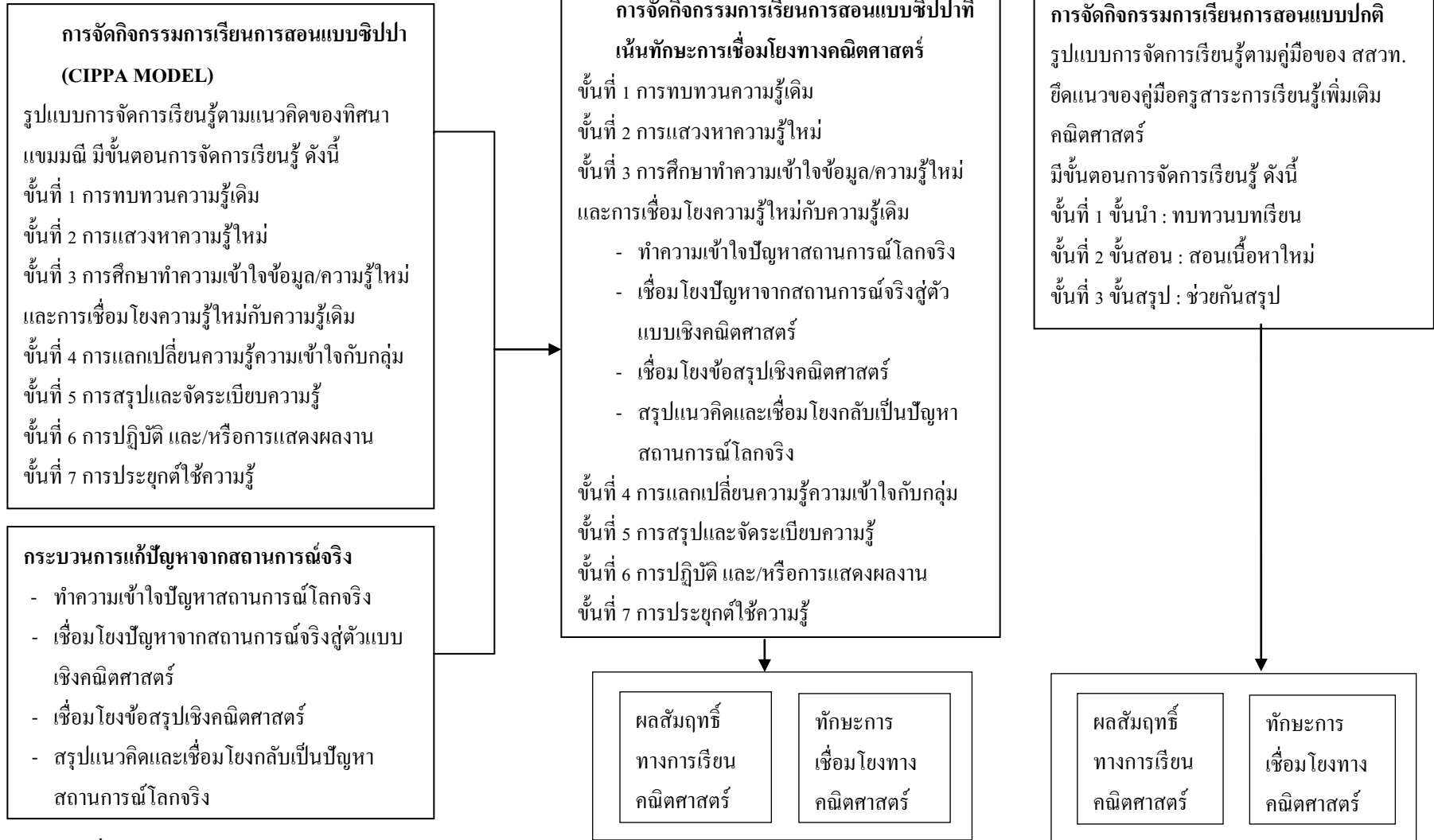
6. เกณฑ์ผ่านร้อยละ 50 ของคะแนนที่หักออกจากการทดสอบก่อนเรียน หมายถึง คะแนนอย่างน้อยที่นักเรียนทุกคนอยู่ในระดับผ่านเกณฑ์ ซึ่งได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่

สถานการณ์ในโลกจริงหลังการได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยที่นักเรียนแต่ละคน ต้องได้คะแนนสอบเพิ่มขึ้นร้อยละ 50 ของคะแนนที่ถูกหักออกจากการทดสอบก่อนเรียน

7. พัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง คะแนนที่บอกถึงความสามารถในการนำความรู้ เนื้อหา สาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้ เนื้อหาใหม่ และแก้ปัญหาต่าง ๆ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น จากการสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนที่มีเพิ่มขึ้นจากเกณฑ์ผ่าน โดยจะประเมินว่านักเรียนผ่านเกณฑ์ ถ้ามีพัฒนาการตั้งแต่ 0 ขึ้นไป และนักเรียนไม่ผ่านเกณฑ์ ถ้ามีพัฒนาการน้อยกว่า 0

8. พัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง คะแนนที่บอกถึงความสามารถในการบูรณาการความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกันให้เป็นองค์รวม สามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น จากการสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่มีเพิ่มขึ้นจากเกณฑ์ผ่าน โดยจะประเมินว่านักเรียนผ่านเกณฑ์ ถ้ามีพัฒนาการตั้งแต่ 0 ขึ้นไป และนักเรียนไม่ผ่านเกณฑ์ ถ้ามีพัฒนาการน้อยกว่า 0

## กรอบแนวคิดในการวิจัย



ภาพที่ 1-1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบซิปปา เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์โลกจริง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังรายละเอียดตามหัวข้อต่อไปนี้

1. หลักสูตรสถานศึกษาที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนทฤษฎีกราฟเบื้องต้น
2. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
  - 2.1 ความหมายของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
  - 2.2 ความสำคัญของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
  - 2.3 รูปแบบของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
  - 2.4 มาตรฐานของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
  - 2.5 แนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
  - 2.6 โครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (PISA) กับความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
  - 2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
3. การจัดการเรียนการสอนโดยใช้แบบซิปปา
  - 3.1 ที่มาและหลักการจัดการเรียนการสอนแบบซิปปา
  - 3.2 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับแบบซิปปา
  - 3.3 บทบาทของครูและนักเรียนในการจัดการเรียนการสอนโดยใช้แบบซิปปา
  - 3.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้แบบซิปปา
4. แนวทางการส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์จริง
  - 4.1 ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง
  - 4.2 แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง
  - 4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง
5. เกณฑ์ผ่าน

## 1. หลักสูตรสถานศึกษาที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

หลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนกันตังพิทยากร อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ได้กำหนดหลักสูตรการเรียนการสอนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 รหัสวิชา ค32202 เป็นสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 เวลา 80 ชั่วโมง/ภาคเรียน จำนวน 2.0 หน่วยกิต มีคำอธิบายรายวิชาและโครงสร้างรายวิชา ดังนี้

ศึกษาความรู้ ฝึกทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการให้เหตุผล ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และความคิดสร้างสรรค์ ในสาระต่อไปนี้

**จำนวนเชิงซ้อน** การหารากที่  $n$  ของจำนวนเชิงซ้อน กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

**ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น** กราฟ แนวเดิน ดิกรีของจุด กราฟออยเลอร์ การประยุกต์ของกราฟ

**ความน่าจะเป็น** กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ วิธีเรียงสับเปลี่ยน วิธีจัดหมู่ ทฤษฎีบททวินาม ความน่าจะเป็นและกฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

โดยใช้ทักษะกระบวนการในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ เพื่อให้เห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

### ผลการเรียนรู้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน
2. นำสมบัติต่าง ๆ เกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน การดำเนินการไปใช้แก้ปัญหาได้
3. หารากที่  $n$  ของจำนวนเชิงซ้อน เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวกได้
4. เขียนกราฟเมื่อกำหนดจุด (Vertex) และ (edge) ได้
5. ระบุได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟออยเลอร์ได้
6. นำความรู้เรื่องกราฟไปใช้ในการแก้ปัญหบางประการได้
7. แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ วิธีเรียงสับเปลี่ยน และวิธีจัดหมู่
8. นำความรู้เรื่องทฤษฎีบททวินามไปใช้ได้
9. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้

ตารางที่ 2-1 โครงสร้างรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 รหัสวิชา ค32202 โรงเรียนกันตังพิทยากร

หน่วยที่	ผลการเรียนรู้	หน่วยการเรียนรู้/สาระการเรียนรู้	ชั่วโมง
1	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน 2. นำสมบัติต่าง ๆ เกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน การดำเนินการไปใช้แก้ปัญหาได้ 3. หารากที่ $n$ ของจำนวนเชิงซ้อน เมื่อ $n$ เป็นจำนวนเต็มบวกได้	<b>1. จำนวนเชิงซ้อน</b> 1.1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน 1.2 สมบัติเชิงพีชคณิตของจำนวนเชิงซ้อน 1.3 รากที่สองของจำนวนเชิงซ้อน 1.4 กราฟและค่าสมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน 1.5 จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว 1.6 รากที่ $n$ ของจำนวนเชิงซ้อน 1.7 สมการพหุนาม	<b>30</b> 4 4 2 4 8 4 4
2	4. เขียนกราฟเมื่อกำหนดจุด (Vertex) และ (edge) ได้ 5. ระบุได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟออยเลอร์ได้ 6. นำความรู้เรื่องกราฟไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการได้	<b>2. ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น</b> 2.1 กราฟ 2.2 ดีกรีของจุดยอด 2.3 แนวเดิน 2.4 กราฟออยเลอร์ 2.5 การประยุกต์ของกราฟ	<b>16</b> 2 2 3 4 5
3	7. แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ วิธีเรียงสับเปลี่ยน และวิธีจัดหมู่ 8. นำความรู้เรื่องทฤษฎีบททวินามไปใช้ได้ 9. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้	<b>3. ความน่าจะเป็น</b> 3.1 กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ 3.2 วิธีเรียงสับเปลี่ยน 3.3 วิธีจัดหมู่ 3.4 ทฤษฎีบททวินาม 3.5 ความน่าจะเป็นและกฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น	<b>34</b> 4 6 8 4 12

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาตรฐาน 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งมาตรฐาน 6.1 นี้ประกอบด้วยตัวชี้วัด ดังนี้

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.4-6/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.4-6/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.4-6/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 57)

จุดหมายของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ข้อหนึ่งที่กำหนดในหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 คือ มีความรู้เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น และนำความรู้เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้นไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ โดยใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 62)

## 2. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระการเรียนรู้ แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ 6 สาระ กล่าวคือ สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด สาระที่ 3 เรขาคณิต สาระที่ 4 พีชคณิต สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 1) การแก้ปัญหา 2) การให้เหตุผล 3) การสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ 4) การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และ 5) ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จึงเป็นทักษะกระบวนการหนึ่งที่กำหนดไว้ในสาระที่ 6 ของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งในระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษาตอนต้น และมัธยมศึกษาตอนปลาย (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 13)

ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือปัญหาสถานการณ์สอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ (ปิยนุช ทนตรี, 2551, หน้า 53) เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นจนเกิดความชำนาญและความคล่องแคล่ว อาจเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งในงานวิจัยนี้จะใช้คำว่าความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ คือ การที่นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ได้ และสามารถนำความรู้ที่ได้เรียนมาแล้วไปสร้างความรู้ใหม่ได้ รวมทั้งสามารถประยุกต์ใช้เข้ากับชีวิตประจำวันด้วย

## 2.1 ความหมายของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The Nation Council of Teacher of Mathematics, 1991, online) ได้ให้ความหมายเชื่อมโยง คือ การผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

1. การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกันไปสัมพันธ์กัน ให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ความรู้ และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยนักเรียนให้ทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชารวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิตและตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำการเรียนของผู้เรียนมีความหมาย
2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชาเป็นการรวมศาสตร์ต่าง ๆ ตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไปภายใต้หัวข้อเรื่องที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิชาวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคม กีฬา หรือศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ความเข้าใจและทักษะในวิชาต่าง ๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไปจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้ง และตรงกับสภาพชีวิตจริง

คณะกรรมการการศึกษานิวเจอร์ซี (New Jersey State Board of Education, 1996, online) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาที่ต่างกันและเขียนความสัมพันธ์เหล่านั้นในการศึกษาต่อไปได้ ในการประยุกต์ภายในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์นี้ นักเรียนจะต้องทำความเข้าใจระหว่างเศษส่วนและทศนิยม หรือระหว่างพีชคณิตและเรขาคณิต การประยุกต์เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์กับเนื้อหาวิชาอื่น นักเรียนจะต้องเข้าใจการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในวิทยาศาสตร์ สังคมศึกษาและศิลปะ และในการประยุกต์เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์กับโลกจริง นักเรียนจะต้องสามารถเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนไปยังชีวิตประจำวันได้

ปาจารย์ ไทงาม (2549, หน้า 18 - 19) กล่าวว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยง



ความรู้คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น เพื่อให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน ประกอบด้วยพฤติกรรมด้านต่าง ๆ ดังนี้

1. ความสามารถในการอ้างอิง ประยุกต์ใช้ความรู้ เนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้วไปสู่เนื้อหาใหม่ โดยนำความรู้ที่เรียนมาไปใช้แก้โจทย์ปัญหาที่กำหนด

2. ความสามารถในการนำความรู้หลักการ กระบวนการคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในวิชาอื่น ๆ เป็นความสามารถในการตีความโจทย์ปัญหา ให้ทราบว่าจะต้องการอะไร เพื่อเลือกใช้ความรู้ หลักการ วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องในการแก้โจทย์ปัญหา

3. ความสามารถในการนำความรู้ ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ เป็นความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ ไปประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาที่มีสถานการณ์สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน

ลิลลา ดลภาค (2549, หน้า 12) กล่าวว่า การเชื่อมโยง หมายถึง การนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์กับความรู้หรือแนวคิดที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่หรือช่วยในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น แบ่งออกเป็น การเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น และการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

สุรางคณา ยาหิย (2549, หน้า 42) กล่าวว่า การบูรณาการความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกันให้เป็นองค์รวมซึ่งอาจเป็นการเชื่อมโยงภายในวิชาหรือการเชื่อมโยงกับวิชาอื่น ๆ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมาย

จารุวรรณ ทวันเวช (2551, หน้า 14) และสุลักขณา คุ่มทรัพย์ (2555, หน้า 20) กล่าวในทำนองเดียวกันว่า การเชื่อมโยงทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยง และประยุกต์ในการเรียนสาขาวิชาอื่นๆ ตลอดจนนำไปเชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนเห็นคุณค่าและความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์

รุ่งอรุณ เรืองเดช (2551, หน้า 9) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นำความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่เดิมและประสบการณ์ที่มีมา

ผสมผสานหรือมาสัมพันธ์กันทำให้เกิดเป็นองค์ความรู้ใหม่ โดยแบ่งเป็นการเชื่อมโยงระหว่าง ความรู้คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

กัลยา พันปี (2551, หน้า 37) การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การนำความรู้ เนื้อหา สาระ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์กับความรู้หรือแนวคิดที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่หรือช่วยในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น แบ่งเป็น การเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น และการเชื่อมโยงความรู้วิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งจะช่วยให้การเรียนรู้เกิดความหมาย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 98-99) ระบุว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความคิดริเริ่ม สร้างสรรค์ ในการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และหลักการทางคณิตศาสตร์ มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้และทักษะ/กระบวนการที่มีในเนื้อหาคณิตศาสตร์ กับงานที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา และการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น

รัฐศาสตร์ พรคุณวุฒิ (2553, หน้า 8) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การนำความรู้ หลักการ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาผสมผสานให้มีความสัมพันธ์กัน อย่างเป็นเหตุเป็นผล แล้วนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหา

ชเรนทร์ จิตติพิทุฑธางกูร (2553, หน้า 8) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การนำความรู้เนื้อหาสาระ และหลักการทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่เดิมและประสบการณ์ที่มีมา ผสมผสานหรือมาสัมพันธ์กันทำให้เกิดเป็นองค์ความรู้ใหม่ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือศาสตร์อื่นๆ รวมทั้งสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน

พวงเพ็ญ เกื้อนใหญ่ (2553, หน้า 22) กล่าวว่า การเชื่อมโยง หมายถึง การบูรณาการ ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกันให้เป็นองค์รวมเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา และเรียนรู้แนวคิด ใหม่

อัมพร ม้าคะนอง (2554, หน้า 60) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็น ความสามารถของผู้เรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เรียนมา กับความรู้ ปัญหา หรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ การเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม ทำให้ผู้เรียนได้ เรียนรู้และพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

กฤษดา นรินทร์ (2555, หน้า 38) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการ ที่ผู้เรียนนำความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้ และการแก้ปัญหา ต่างๆ ทั้งในเนื้อหาวิชาและปัญหาในชีวิตจริงได้อย่างมีความหมาย

จากข้อมูลที่กล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การบูรณาการความรู้ เนื้อหา ความคิด กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกัน และ ประสบการณ์ที่มีอยู่เดิมมาสังเคราะห์ให้เป็นองค์รวมมาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือศาสตร์อื่น ๆ รวมทั้งสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน เป็นการเชื่อมโยงภายในวิชาหรือเชื่อมโยงกับวิชาอื่น ๆ หรือการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน

## 2.2 ความสำคัญของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The Nation Council of Teacher of Mathematics, 1989, p. 84) ระบุว่า การจัดการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดความสัมพันธ์เชื่อมโยงระหว่างศาสตร์ต่าง ๆ นั้น จะทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ไม่จำเป็นต้องแยกความคิดรวบยอดออกจากความคิดรวบยอดในวิชาอื่น ๆ ไม่ว่าจะเป็นวิชาคณิตศาสตร์ หรือสังคมศึกษา การเรียนการสอนที่สัมพันธ์เชื่อมโยงความคิดรวบยอดจากหลาย ๆ สาขาวิชาเข้าด้วยกัน จะส่งเสริมให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ที่สำคัญที่สุดคือช่วยทำให้เกิดการถ่ายโอนการเรียนรู้ (Transfer of learning) ระหว่างสิ่งที่เรียนรู้เข้ากับชีวิตจริงได้ ซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งและยาวนานขึ้น เห็นว่าสิ่งที่ตนเรียนมีประโยชน์ มีคุณค่า และสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้

สุรางคนา ยาหิ (2549, หน้า 45) กล่าวว่า คณิตศาสตร์มีการเชื่อมโยงกับศาสตร์ต่าง ๆ ในโลกยุคปัจจุบันมากมาย ครูจึงเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการจัดการเรียนการสอนที่ทำให้ นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงอย่างสม่ำเสมอ โดยครูอาจเริ่มจากการเชื่อมโยงเนื้อหาความรู้เดิมที่มีอยู่กับเนื้อหาความรู้ในเรื่องใหม่ ให้นักเรียนได้แสดงความสัมพันธ์กันระหว่างเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อให้เกิดการบูรณาการทางคณิตศาสตร์และมองเห็นคณิตศาสตร์ในภาพรวม แล้วจึงพัฒนาการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ไปสู่ศาสตร์วิชาต่าง ๆ และนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้กับชีวิตประจำวัน

กัลยา พันปี (2551, หน้า 39) กล่าวว่า การเชื่อมโยงจะทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย ช่วยให้เกิดการถ่ายโอนการเรียนรู้ระหว่างสิ่งที่เรียนกับชีวิตจริง ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนเห็นถึงคุณค่าและความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์

จรวรรณ ทวันเวช (2551, หน้า 14) และ สุลักษณ์า คุ่มทรัพย์ (2555, หน้า 20) กล่าวในทำนองเดียวกันว่า การเชื่อมโยงทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยง และประยุกต์ในการเรียนสาขาวิชาอื่น ๆ ตลอดจนนำไปเชื่อมโยงเข้ากับ

สถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนเห็นคุณค่าและความสำคัญของวิชา  
คณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 98) ระบุว่า  
การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จะส่งเสริมให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาต่าง ๆ ใน  
คณิตศาสตร์และความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ทำให้นักเรียนเข้าใจ  
เนื้อหาคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งและยาวนานขึ้น ตลอดจนช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์มีคุณค่า  
น่าสนใจ และสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้

ขเรนทร์ จิตติพิทุททากร (2553, หน้า 11) กล่าวว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์  
ช่วยสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาภายในคณิตศาสตร์ และเนื้อหา  
คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ สร้างความตระหนักและเห็นคุณค่าของการเชื่อมโยงว่าทุกสิ่งสามารถ  
เชื่อมโยงกันได้และทำให้การเรียนน่าสนใจมากขึ้น

รัฐศาสตร์ พรคุณวุฒิ (2553, หน้า 9) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียน  
เห็นความสัมพันธ์ภายในเนื้อหาคณิตศาสตร์และคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ทำให้นักเรียนมีความ  
เข้าใจเนื้อหาที่เรียนได้อย่างลึกซึ้ง

อัมพร ม้าคะนอง (2554, หน้า 60) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่  
สะท้อนให้เห็นถึงการใช้งานของคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงที่สามารถพบเห็นได้ทั่วไป การเชื่อมโยง  
มีความสำคัญและจำเป็นสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย (Meaningful learning)  
เนื่องจากการเชื่อมโยงจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ที่เรียนในห้องเรียนได้ดีขึ้นตลอดจน  
มองเห็นความสำคัญและคุณค่าของคณิตศาสตร์ในแง่ของการเป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์  
ที่สามารถนำไปใช้กับศาสตร์สาขาอื่นได้ ทำให้คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่น่าสนใจ ไม่ใช่เป็นเพียงวิชา  
ที่เรียนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม เพื่อใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์เฉพาะในห้องเรียนอีกต่อไป  
ด้วยเหตุผลดังกล่าว ทักษะการเชื่อมโยงจึงถูกเน้นมากในการเรียนการสอนปัจจุบัน

กฤษดา นรินทร์ (2555, หน้า 40) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ช่วยให้ผู้เรียน  
ได้ตระหนักเห็นถึงคุณค่าของคณิตศาสตร์ในแง่ของการเป็นเครื่องมือที่สำคัญที่สามารถนำไป  
ประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ทั้งในเนื้อหาวิชา และปัญหาของสถานการณ์ในชีวิตจริง  
การเชื่อมโยงจึงเป็นเครื่องมือที่ทำให้เกิดการเรียนรู้แบบบูรณาการอย่างแท้จริง

จากข้อมูลดังกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ช่วยให้ผู้เรียนเกิด  
การเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย สามารถเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น เชื่อมโยงคณิตศาสตร์ที่  
เรียนกับปัญหาของสถานการณ์ในชีวิตจริง ส่งผลให้นักเรียนมองเห็นความสำคัญและคุณค่าของ

คณิตศาสตร์ที่สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือศาสตร์อื่น ๆ รวมทั้งสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน

### 2.3 รูปแบบของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The Nation Council of Teacher of Mathematics, 1991) แบ่งการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 แบบ

1. การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวไปสัมพันธ์กันให้นักเรียนได้ประยุกต์ความรู้และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชารวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนรู้ของนักเรียนมีความหมาย

2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่าง ๆ ตั้งแต่ 2 สาขาวิชาขึ้นไป ภายใต้หัวข้อที่เกี่ยวข้องให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคม กีฬา หรือศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจและทักษะในวิชาต่าง ๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้งและตรงกับสภาพจริง

สุรางคนา ยาหิ (2549, หน้า 45) กล่าวว่า คณิตศาสตร์มีการเชื่อมโยงกับศาสตร์ต่าง ๆ ในโลกยุคปัจจุบันมากมาย ครูจึงเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการจัดการเรียนการสอนที่ทำให้ให้นักเรียนเกิดความเชื่อมโยงอย่างสม่ำเสมอ โดยครูอาจเริ่มจากการเชื่อมโยงเนื้อหาความรู้เดิมที่มีอยู่กับเนื้อหาความรู้ในเรื่องใหม่ ให้นักเรียนแสดงความสัมพันธ์กันระหว่างเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เพื่อให้เกิดการบูรณาการทางคณิตศาสตร์และมองเห็นคณิตศาสตร์ในภาพรวม แล้วจึงพัฒนาการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไปสู่ศาสตร์วิชาต่าง ๆ และนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ กับชีวิตประจำวัน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 99) จำแนกการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ตามลักษณะการเชื่อมโยงได้ 2 แบบ ดังนี้

1. การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เป็นการนำความรู้และทักษะและกระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผล ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธีหรือกะทัดรัดขึ้น และทำให้การเรียนการสอนมีความหมายสำหรับนักเรียนมากยิ่งขึ้น ตัวอย่างการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์อาจแบ่งได้เป็น 2 ด้าน คือ ด้านเนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ เช่น การเชื่อมโยงสาระเรขาคณิตกับพีชคณิต การเชื่อมโยงสาระจำนวนกับพีชคณิต การเชื่อมโยงสาระจำนวนกับการวิเคราะห์ข้อมูล การเชื่อมโยงสาระการวัด เรขาคณิตและพีชคณิต และด้านวิธีการทางคณิตศาสตร์ เช่น การแก้ปัญหาโดยการนำวิธีการเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตมาใช้ในการหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิต การแก้ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่โดยวิธีการวิเคราะห์จาก

กราฟ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนร้อยละ โดยวิธีการเขียนสมการ การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยวิธีการหาร

2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ เป็นการนำความรู้และทักษะและกระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผลกับเนื้อหาและความรู้ของศาสตร์อื่น ๆ เช่น วิทยาศาสตร์ ดาราศาสตร์ พันธุกรรมศาสตร์ จิตวิทยา และเศรษฐศาสตร์ เป็นต้น ทำให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์น่าสนใจ มีความหมาย และนักเรียนเห็นความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์

จารุวรรณ ทวันเวช (2551, หน้า 20) กล่าวว่า การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์นั้นสามารถเชื่อมโยงได้หลายรูปแบบแตกต่างกันขึ้นอยู่กับวิธีการสอนของครู เนื้อหาคณิตศาสตร์และสถานการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริง ที่สามารถแสดงการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ในเนื้อหา คณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ในชีวิตจริง

พวงเพ็ญ เกื้อนใหญ่ (2553, หน้า 35) กล่าวว่า คณิตศาสตร์มีความเชื่อมโยงกันอยู่ภายในเนื้อหาทั้งยังสามารถเชื่อมโยงไปยังศาสตร์ต่าง ๆ ในวิชาอื่น ๆ และสามารถประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

อัมพร ม้าคะนอง (2554, หน้า 60) กล่าวว่า การเชื่อมโยงอาจทำได้หลากหลาย แต่ที่นิยมทำในห้องเรียนคณิตศาสตร์มี 3 ลักษณะ ดังนี้

1. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ เป็นการเชื่อมโยงเนื้อหาสาระองค์ความรู้หรือกระบวนการภายในคณิตศาสตร์ เช่น การเชื่อมโยงความรู้เรื่องเส้นจำนวน ระบบพิกัดฉาก คู่ลำดับ กราฟ ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

2. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น เป็นการเชื่อมโยงความรู้หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ในเรื่องที่เกี่ยวข้องกัน เช่น การเชื่อมโยงความรู้เรื่องสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ กับนาโนเทคโนโลยี และการแบ่งตัวของแบคทีเรีย

3. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน เป็นการเชื่อมโยงความรู้หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับสิ่งที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน เช่น การใช้ความเรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสอธิบายว่าการเดินทางลัดเป็นการเดินในระยะทางที่สั้นกว่าการเดินทางปกติ

จากข้อมูลดังกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เป็นการนำความรู้และทักษะและกระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผล โดยการเชื่อมโยงเนื้อหาความรู้คณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน

## 2.4 มาตรฐานของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The Nation Council of Teacher of Mathematics, 2000, pp. 64 - 66) ระบุถึงมาตรฐานในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ตั้งแต่ในระดับชั้นอนุบาลไปถึงเกรด 12 เป็นโปรแกรมการศึกษาเพื่อให้นักเรียนทุกคนมีความสามารถ

### 1. ตระหนัก และรู้จักเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

ความคิดที่ว่า คณิตศาสตร์สามารถเชื่อมโยงกันได้ ควรสอดแทรกอยู่ในการเรียนการสอนในโรงเรียนทุกระดับชั้น การให้ประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์กับเด็กในครั้งแรกที่เข้ามาในโรงเรียน ไม่ควรแยกเป็นเรื่อง ๆ แต่ควรรวมคณิตศาสตร์เข้ากับหลาย ๆ เหตุการณ์ ซึ่งเด็ก ๆ เองจะสามารถเรียนรู้และจดจำแบบรูปของคณิตศาสตร์จากจังหวะดนตรีเพลงที่ร้อง รูปหกเหลี่ยมในรังผึ้ง นับจำนวนครั้งที่กระโดดเชือกได้ เมื่อขึ้นเรียนต่อในระดับเกรด 3 – 5 กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรเป็นนามธรรมมากยิ่งขึ้น ซึ่งจะเห็นการเชื่อมโยงระหว่างการดำเนินการทางเลขคณิต ดังตัวอย่างเช่น การคูณเป็นการบวกจำนวนที่ซ้ำกัน รู้ว่าการดำเนินการทางคณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ในเหตุการณ์ต่าง ๆ ซึ่งจะเป็นการซึมซับความเป็นนามธรรมของคณิตศาสตร์ในระดับเกรด 6 – 8 นักเรียนควรมองคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่เชื่อมโยงความรู้ถึงกัน คุณครูสำคัญอยู่ที่การรู้จักเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ด้วยตนเอง ทั้งเรื่องจำนวนตรรกยะ สัดส่วน และความสัมพันธ์เชิงเส้น ควรสอดแทรกเข้ามาในกิจกรรมการเรียนการสอนทุกครั้ง ในระดับเกรด 9 – 12 นักเรียนไม่เพียงต้องเรียนรู้ถึงลักษณะของการเชื่อมโยง แต่ต้องสามารถเชื่อมโยงความรู้ไปแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้

ตลอดการเรียนตั้งแต่ระดับชั้นอนุบาลถึงเกรด 12 นักเรียนควรถามตนเองว่า “ปัญหานี้หรือคณิตศาสตร์เรื่องนี้ เหมือนกับปัญหาอื่น หรือเรื่องอื่นที่เคยเรียนมาก่อนหรือไม่ อย่างไร” การเชื่อมโยงเป็นการสร้างแนวคิดใหม่ ๆ ขยายจากคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาแล้ว เรียนรู้ในการเตรียมตัวรับความรู้ใหม่ นักเรียนระดับประถมศึกษา รู้จักนำเรื่องลบจำนวนเต็มบวกมาเชื่อมโยงกับการลบทศนิยม และเศษส่วน นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ตระหนัก และรู้จักวิธีนำเสนอการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่มีแนวคิดเดียวกัน เช่น อัตราส่วนสามารถใช้ในการนำเสนออัตราการเปลี่ยนแปลงเพื่อหาความเอียง หรือความชันของเส้นตรง นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย รู้จักเชื่อมโยงแนวคิดในพีชคณิต และเรขาคณิต

กิจกรรมที่ใช้การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลางและเส้นรอบวงของวงกลม ทำการทดลองโดยนำวงกลมขนาดต่าง ๆ หลาย ๆ รูป มาวัดความยาวของเส้นรอบวงและเส้นผ่านศูนย์กลาง นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น อาจจะนำข้อมูลมาเขียนกราฟ 2 ตัวแปร เส้นรอบวง (c) และเส้นผ่านศูนย์กลาง (d) จะได้แนวเส้นตรงผ่านจุด

(0, 0) และอัตราส่วนของ  $c/d$  คงที่ เมื่อค่าเฉลี่ยของ  $c/d$  ที่ได้จะอยู่ระหว่าง 3.1 และ 3.2 ซึ่งเป็นค่าประมาณของ  $\pi$  ปัญหานี้ได้นำแนวคิดในเรื่องของการวัด การวิเคราะห์ข้อมูล เรขาคณิต พีชคณิต และจำนวนมาใช้

2. เข้าใจในคณิตศาสตร์ว่าเชื่อมโยงกันได้อย่างไร และนำความรู้หนึ่งไปสร้างความรู้ใหม่ที่เกี่ยวข้องกันได้

เมื่อนักเรียนตั้งสมประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์จากโรงเรียนไปเรื่อย ๆ ความสามารถในการเชื่อมโยงเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกันในคณิตศาสตร์มีมากขึ้น นักเรียนในระดับชั้นอนุบาลถึงเกรด 2 จะได้ตระหนักในเรื่องการนับ รู้จักจำนวน และลักษณะของวัตถุต่าง ๆ นักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษา จะได้ศึกษาค้นคว้าการดำเนินการทางเลขคณิตแบบต่าง ๆ และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จะได้ศึกษาค้นคว้าตัวอย่างของจำนวนตรรกยะ รู้จักการสร้างสัดส่วนและความสัมพันธ์เชิงเส้น ส่วนนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย จะได้ศึกษาค้นคว้าในการเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์ในเรื่องต่าง ๆ ดังตัวอย่าง พีระมิดสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ถูกตัดยอด สามารถนำมาเป็นแนวทางในการหาสูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูได้

3. ตระหนัก และรู้จักประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

ในการเรียนคณิตศาสตร์ควรได้ศึกษาเกี่ยวกับปัญหาในวิชาอื่น ๆ บ้าง สามารถเชื่อมโยงกับวิชาอื่น ๆ ที่เป็นชีวิตประจำวันของนักเรียน ตั้งแต่ระดับอนุบาลถึงเกรด 2 นักเรียนสามารถเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน ที่มี การเชื่อมโยงกับชีวิตจริง นักเรียนในระดับชั้นเกรด 3 ถึงเกรด 5 ควรได้ศึกษาการประยุกต์ของคณิตศาสตร์ที่สำคัญกับวิชาอื่น ๆ และขยายเพิ่มเติมขึ้นไปอีกในระดับชั้นเกรด 6 ถึงเกรด 8 และในระดับชั้นเกรด 9 – 12 ควรจะได้ใช้คณิตศาสตร์ไปอธิบายปัญหาประยุกต์ที่ซับซ้อนขึ้น

การให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ด้วยการให้งาน ถือเป็นเรื่องสำคัญ คณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ในวิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ เกษศาสตร์ และบริหารธุรกิจ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ ไม่ได้เชื่อมโยงเฉพาะแค่เนื้อหา แต่ยังรวมถึงทักษะ/กระบวนการ ซึ่งเนื้อหาและกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ได้นำไปประยุกต์ให้เข้ากับการเรียนคณิตศาสตร์ ดังในมาตรฐานการศึกษาวิทยาศาสตร์แห่งชาติ (National Science Education Standards) ที่ระบุไว้ใน 1 ปี โรงเรียนประถมศึกษาจะต้องสอนวิชาวิทยาศาสตร์เรื่องอากาศ การนำคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงกับกิจกรรมนี้ สามารถทำได้หลากหลาย เช่น นักเรียนอาจจะออกแบบเครื่องมือหรืออุปกรณ์วัดสภาพอากาศ วางแผนการจัดการและการสื่อสารข้อมูล เป็นต้น

ตัวอย่างของการประยุกต์คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ เป็นเรื่องที่นักเรียนเกรด 11 ในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายแห่งหนึ่ง ฝึกงานกับบริษัทซีวีเอส คอปเปอร์เรชัน ซึ่งกำลังขยาย



กิจการด้วยการเปิดสาขาใหม่ในย่านบอสตัน จากข้อมูลที่ทราบ บริษัทไม่ได้คำนึงถึงเฉพาะยอดขายที่จะได้ในอนาคตจากการหาทำเลที่ตั้งร้านเท่านั้น ทีมงานของนักเรียนได้รับความช่วยเหลือ ให้คำปรึกษาจากผู้เชี่ยวชาญด้านการบริหารของบริษัท นักเรียนได้ทำการวิเคราะห์สถิติข้อมูลประชากร และข้อมูลทางเศรษฐกิจเพื่อทราบถึงอุปสงค์ทางการตลาด นักเรียนได้ทำงานกับพนักงานของบริษัท และร่วมประเมินความเป็นไปได้ของทำเลที่ตั้งสาขาแห่งใหม่ นักเรียนได้ทำงานกับสถาปนิกในการออกแบบตัวร้าน และทำงานร่วมกับพนักงานบัญชีในการวางแผนในเรื่องการเงิน

สุรางคณา ยาหิ (2549, หน้า 47) กล่าวว่า มาตรฐานการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีความมุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และสามารถนำความรู้ที่ได้ไปสร้างเป็นองค์ความรู้ใหม่และนำไปเชื่อมโยงกับศาสตร์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้

กัลยา พันปี (2551, หน้า 41) กล่าวว่า มาตรฐานของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หมายถึง การเชื่อมโยงแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับการดำรงชีวิตประจำวันได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 98) ระบุว่า มาตรฐานทางด้านการเชื่อมโยงนั้นนักเรียนสามารถ

- ระลึกและใช้การเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ (Recognize and use connection among mathematics ideas)
- เข้าใจแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ว่าเชื่อมโยงกันอย่างไร และสร้างแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ใหม่ที่สอดคล้องกับของเดิมได้ (Understand how mathematical thinking interconnect and build on one another to produce a coherent whole)
- ระลึกและประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ในบริบทอื่น ๆ นอกเหนือจากคณิตศาสตร์ได้ (Recognize and apply mathematics in contexts outside of mathematics)

กระทรวงศึกษาธิการ (2551, หน้า 25) ระบุถึง มาตรฐานในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ซึ่งอยู่ในสาระที่ 6 ทักษะและการบวนการทางคณิตศาสตร์ คือ มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จารุวรรณ ห่วงเจริญ (2552, หน้า 40) กล่าวว่า มาตรฐานในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ที่สำคัญ คือ การส่งเสริมให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงสัมพันธ์ความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์กับเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์ได้ เชื่อมโยงสัมพันธ์ความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้ และสามารถเชื่อมโยงสัมพันธ์ความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันได้

พวงเพ็ญ เกื้อนใหญ่ (2553, หน้า 27 - 28) กล่าวว่า มาตรฐานการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีความมุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์และสามารถนำความรู้ที่ได้ไปสร้างเป็นองค์ความรู้ใหม่และนำไปเชื่อมโยงกับศาสตร์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน

ประทีนรัตน์ นิยมสิน (2554, หน้า 26) กล่าวว่า มาตรฐานการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ คือ การที่นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ได้ และสามารถนำความรู้ที่ได้เรียนมาแล้วไปสร้างความรู้ใหม่ได้ รวมทั้งสามารถประยุกต์ใช้เข้ากับชีวิตประจำวันด้วย

จากข้อมูลดังกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า มาตรฐานของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ คือ ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ เนื้อหา ความคิด และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เข้าใจถึงความเกี่ยวข้องของเนื้อหาความรู้ที่เชื่อมโยงถึงกันได้ ในวิชาคณิตศาสตร์ ระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และเห็นถึงการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้

## 2.5 แนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

แนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์นั้น นักเรียนควรได้รับโอกาสในการปฏิสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ทั้งในโรงเรียนและในสังคมปัจจุบันมากขึ้น ครูคณิตศาสตร์ต้องค้นคว้าและร่วมมือกับครูในวิชาอื่นเพื่อสำรวจแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปยังปัญหาอื่นซึ่งเกิดขึ้นในห้องเรียน อาจจัดกิจกรรมที่บูรณาการคณิตศาสตร์กับแนวคิดต่าง ๆ และสอดแทรกปัญหาในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ให้นักเรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ (The Nation Council of Teacher of Mathematics, 2000, p. 200)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 168) ระบุว่า ในการจัดการเรียนการสอนที่มีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ นอกจากครูจะต้องเข้าใจมาตรฐานการเรียนรู้ทางด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้แล้ว ครูจะต้องตีความมาตรฐานเหล่านั้นออกมาเป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับวัย พื้นความรู้เดิมและสิ่งแวดล้อมต่าง ๆ ของนักเรียน ตลอดจนการประเมินผลที่คำนึงถึงทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้วยแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยให้นักเรียนบรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ทางด้านทักษะ/กระบวนการทาง

คณิตศาสตร์แต่ละด้าน อาจพิจารณาได้ใน 3 ส่วน คือ การเตรียมกิจกรรมการเรียนการสอน การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนและการประเมินผล ซึ่งพอประมวลเป็นพื้นฐานความรู้ได้ดังนี้

### การเตรียมกิจกรรมการเรียนการสอน

#### กิจกรรมการเรียนการสอนปกติ

1. ครูควรปรับลักษณะและคำถามในตัวอย่างและแบบฝึกหัด ให้เป็นลักษณะคำถามที่จะลึกลับแนวคิดของนักเรียน ตลอดจนเป็นคำถามที่เชื่อมโยงแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เป็นคำถามที่ช่วยให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็นได้ โดยการปรับลักษณะคำถามที่มักถามว่า อะไรหรือทำไม ให้เป็นลักษณะคำถามว่า เพราะเหตุใด ทำไม อย่างไร สัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกันอย่างไร ถ้า...(เปลี่ยนแปลงเงื่อนไขบางอย่าง)...แล้ว...(จะเกิดอะไรขึ้น) หรือ เหมือนกันหรือแตกต่างกันอย่างไร

2. ครูควรปรับสถานการณ์ปัญหาในตัวอย่างและแบบฝึกหัด ให้เป็นสถานการณ์ที่ดึงดูดความสนใจและท้าทายความสามารถของนักเรียน อีกทั้งเป็นปัญหาที่เหมาะสมไม่ง่ายหรือยากเกินไปสำหรับนักเรียน

3. ครูควรเพิ่มกิจกรรมการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้สำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบาย และตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

#### กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผ่านการแก้ปัญหา

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการเรียนการสอนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์โดยผ่านสถานการณ์ปัญหาที่เหมาะสมกับวัยและพัฒนาการของนักเรียน ให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาด้วยตนเองตามขั้นตอนสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบาย และตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง ซึ่งเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ การเรียนผ่านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและนอกห้องเรียน ซึ่งเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต

ลักษณะที่ดีของปัญหาที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ปัญหาที่ดึงดูดความสนใจและท้าทายความสามารถของนักเรียน
2. ปัญหาที่แปลกใหม่และปัญหาที่ไม่คุ้นเคย
3. ปัญหาที่มีสถานการณ์ทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่น ๆ
4. ปัญหาในสถานการณ์จริง
5. ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

6. ปัญหาที่ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี
7. ปัญหาที่ส่งเสริมการสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบาย และตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไป
8. ปัญหาที่ส่งเสริมขั้นตอนการพัฒนาความคิดของนักเรียนเพื่อนำไปสู่ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
9. ปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิด และนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระ
10. ปัญหาที่ใช้ภาษาที่เหมาะสมกับวัยและระดับพัฒนาการของนักเรียน
11. ปัญหาที่ข้อมูลขาดหาย มีข้อมูลเกิน มีข้อมูลที่ขัดแย้งกันบ้าง หรืออาจมีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบหรือไม่มีคำตอบ

#### ข้อควรคำนึงเพิ่มเติม

1. ครูควรตระหนักว่า การพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นเรื่องที่ต้องฝึกให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติจนเกิดเป็นความสามารถและความชำนาญตามวัยและระดับพัฒนาการของนักเรียน
2. ครูควรให้นักเรียนพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง
3. ครูควรวิเคราะห์และวางแผนว่าสถานการณ์ปัญหาหรือกิจกรรมนั้น ในแต่ละขั้นตอนจะให้นักเรียนใช้ความรู้อะไร ใช้อย่างไร และพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ใดบ้าง

#### การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน

##### กิจกรรมการเรียนการสอนปกติ

1. ครูควรฝึกให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหานั้น ที่แตกต่างจากตัวอย่าง หรือแบบฝึกหัดที่ทำเสร็จและได้คำตอบเรียบร้อยแล้ว
2. ครูควรฝึกให้นักเรียนสร้างปัญหาใหม่เอง โดยอาศัยแนวคิดจากตัวอย่าง หรือแบบฝึกหัดที่ทำเสร็จแล้วและได้คำตอบเรียบร้อยแล้ว
3. ครูควรสร้างปัญหาใหม่เอง เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหานั้นได้อย่างเสรี โดยอาศัยแนวคิดจากตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดที่มีอยู่
4. ครูควรใช้คำถามที่สร้างสรรค์และใช้เวลาในการหาคำตอบ ขณะดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน

5. ครูควรนำปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหานั้นมาให้  
นักเรียนคิดเพิ่มเติม

6. ครูควรนำปัญหาหรือข้อสอบที่มีความซับซ้อนและยุ่งยากมาให้  
นักเรียนใช้ฝึกทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

กิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา

1. ครูควรใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ หรือการทำงานร่วมกันเป็น  
กลุ่มย่อย

2. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทาง  
คณิตศาสตร์

3. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิด และ  
นำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระ

4. ครูควรยอมรับความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด

5. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนเริ่มต้นคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน

6. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอน  
และกระบวนการแก้ปัญหา

7. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี

8. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์  
อธิบายและตัดสินข้อสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

9. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ช่องทางการสื่อสารได้มากกว่าหนึ่ง  
ช่องทางในการนำเสนอยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหา

10. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาทั้งในคณิตศาสตร์  
และในบริบทอื่นๆ

11. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

12. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนรับรู้กระบวนการคิดของตนเอง

13. ครูควรเปิดอภิปรายร่วมกับนักเรียนเกี่ยวกับยุทธวิธีและกระบวนการ  
แก้ปัญหา

การประเมินผล

1. หลักการทั่วไป

1.1 การประเมินผลต้องมีวัตถุประสงค์ของการประเมินผลที่ชัดเจน แบ่ง  
ออกเป็น 5 ประเภท

- 1) การประเมินผลเพื่อวินิจฉัยจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียน
- 2) การประเมินผลเพื่อพัฒนาและปรับปรุงการเรียนการสอน
- 3) การประเมินผลเพื่อตัดสินหรือสรุปผลการเรียน
- 4) การประเมินผลเพื่อจัดประเภท
- 5) การประเมินผลเพื่อพยากรณ์

1.2 การประเมินผลต้องกระทำอย่างต่อเนื่องและควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอน โดยเริ่มต้นจากการประเมินผลก่อนเรียน ประเมินผลระหว่างเรียนและประเมินผลหลังเรียน

1.3 การประเมินผลต้องเลือกใช้เครื่องมือและวิธีการวัดที่หลากหลาย เพื่อนำไปสู่ข้อมูลสารสนเทศเกี่ยวกับนักเรียนรอบด้าน

ก่อนนำเครื่องมือวัดไปใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัย เครื่องมือและวิธีการวัดที่เลือกใช้ ควรพิจารณาใช้เครื่องมือและวิธีการวัดที่ยอมรับกันว่ามีประสิทธิภาพ เพื่อให้มั่นใจว่าเครื่องมือมีคุณภาพ จึงจำเป็นต้องมีการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ การตรวจสอบคุณภาพที่สำคัญ ๆ ดังนี้

1) มีความเที่ยงตรง (validity) หมายถึง ความถูกต้องและแม่นยำในการวัด ซึ่งผลที่ได้จากการวัดตรงตามความต้องการหรือตรงตามวัตถุประสงค์ ในทางวิชาการ นักการศึกษาได้จำแนกความเที่ยงตรงออกเป็น 4 แบบดังนี้

- ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา (content validity) เป็นความเที่ยงตรงในการวัดเนื้อหาวิชาหรือประสบการณ์การเรียนรู้ของนักเรียน

- ความเที่ยงตรงตามโครงสร้าง (construct validity) เป็นความเที่ยงตรงในการวัดพฤติกรรมหรือคุณลักษณะของนักเรียน

- ความเที่ยงตรงตามสภาพ (concurrent validity) เป็นความเที่ยงตรงในการวัดสภาพที่แท้จริงที่เป็นอยู่ในขณะนั้นของนักเรียน

- ความเที่ยงตรงตามพยากรณ์ (predictive validity) เป็นความเที่ยงตรงในการวัดสภาพ คุณลักษณะ หรือความสามารถที่คาดว่าจะเกิดขึ้นในอนาคตของนักเรียน

2) มีความเชื่อมั่น (reliability) หมายถึง ความคงเส้นคงวา ความสม่ำเสมอ ความแน่นอน ซึ่งผลที่ได้จากการวัดคงที่ไม่ว่าจะนำแบบทดสอบนั้นไปวัดกี่ครั้ง

3) ความเป็นปรนัย (Objectivity) หมายถึง ความชัดเจนของข้อคำถามแต่ละข้อ ซึ่งก่อให้เกิดความเข้าใจในความหมายของคำถามได้ตรงกัน การตรวจคะแนนให้คะแนนได้ตรงกัน ตลอดจนการแปลความหมายของคะแนนได้ตรงกัน

4) มีความไว (sensitivity) หมายถึง ความสามารถในการจำแนก หรือแยกผู้ตอบที่มีความสามารถและผู้ตอบที่ไม่มีความสามารถออกจากกันได้ ใช้ดัชนีอำนาจ จำแนก (discrimination index) เป็นตัวบ่งบอกประสิทธิภาพของข้อสอบแต่ละข้อที่พิจารณา ดัชนีอำนาจจำแนกของข้อสอบอยู่ในช่วง -1 ถึง 1 ข้อสอบข้อใดมีดัชนีอำนาจจำแนกสูงทางด้านบวก แสดงว่าเป็นข้อสอบที่ผู้ตอบส่วนใหญ่ในกลุ่มที่ได้คะแนนรวมสูงตอบถูก และผู้ตอบส่วนใหญ่ในกลุ่มที่ได้คะแนนรวมต่ำตอบผิด ข้อสอบข้อใดมีดัชนีอำนาจจำแนกเข้าใกล้ศูนย์แสดงว่าข้อสอบข้อ นั้นไม่มีอำนาจจำแนก หรือไม่มีประสิทธิภาพในการแยกผู้ตอบที่มีความสามารถออกจากผู้ตอบที่ ไม่มีความสามารถ สำหรับข้อสอบที่มีดัชนีอำนาจจำแนกเป็นลบ เกิดจากข้อสอบซึ่งผู้ตอบที่มี ความสามารถส่วนใหญ่ตอบผิด แต่ผู้ตอบที่ไม่มีความสามารถส่วนใหญ่ตอบถูก ดังนั้นจึงถือว่า ข้อสอบนั้นเป็นข้อสอบที่ไม่ดี ข้อสอบที่ดีควรมีดัชนีอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป

5) มีความยากพอเหมาะ (difficulty) หมายถึง ความยากพอเหมาะ ของข้อสอบในแบบทดสอบ โดยความยากของข้อสอบข้อใด กำหนดจากอัตราส่วนของจำนวน ผู้ตอบข้อนั้นถูกต้องต่อจำนวนผู้ตอบข้อนั้นทั้งหมด อัตราส่วนนี้อยู่ในช่วง 0 ถึง 1 ถ้าอัตราส่วนต่ำ แสดง ว่าข้อสอบยาก ถ้าอัตราส่วนสูง แสดงว่าข้อสอบง่าย ในแบบทดสอบที่ดี ควรมีข้อสอบที่มีอัตราส่วน อยู่ในช่วง 0.20 – 0.80 ซึ่งถือว่าเป็นข้อสอบที่ดีปนคละกัน อัตราส่วนของข้อสอบใดอยู่นอกขอบเขต นี้ถือว่ายากหรือง่ายเกินไป ถ้าไม่จำเป็นก็ไม่ควรนำมาใช้

1.4 การประเมินผลการเรียนรู้ต้องเป็นกระบวนการที่ช่วยส่งเสริมให้ นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการปรับปรุงความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตน

## 2. การประเมินผลที่คำนึงทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

2.1 การประเมินผลจะต้องมีข้อสอบที่มีลักษณะคำถามแบบเจาะลึก แนวคิด ยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน

2.2 การประเมินผลจะต้องใช้การสังเกตและการใช้คำถามควบคู่ไปกับ กระบวนการเรียนการสอน

2.3 การประเมินผลจะต้องส่งเสริมให้นักเรียนเขียนอนุทินเพื่อสะท้อน กระบวนการคิดของตนเอง

2.4 การประเมินผลจะต้องมีเกณฑ์การให้คะแนนที่เป็นระบบและ ชัดเจน

## 3. การให้คะแนนแบบรูบริค

เป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลจากผลงานที่นักเรียนทำหรือพฤติกรรม ที่นักเรียนแสดงออก ซึ่งไม่ได้พิจารณาที่คำตอบหรือผลลัพธ์สุดท้ายเพียงอย่างเดียว แต่ยังพิจารณาที่

ขั้นตอนการทำงานของนักเรียนด้วย ตลอดจนมีการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนไปอย่างชัดเจนและเป็นรูปธรรม เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกสามารถปรับเปลี่ยนได้ตามความเหมาะสม ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบรูบริก ที่นิยมใช้มี 2 แบบ คือ

### 3.1 การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring)

เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อต้องการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา อาจแยกพิจารณาในความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาและการสรุปคำตอบของปัญหา ในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้าน แล้วรายงานผลโดยจำแนกเป็นด้าน ๆ และอาจสรุปรวมคะแนนทุกด้านด้วยก็ได้ ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบวิเคราะห์มักนำมาใช้ในการประเมินผล ที่มีวัตถุประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน แล้วนำผลของการประเมินที่ได้ไปส่งเสริมจุดเด่นหรือแก้ไขจุดด้อยเหล่านั้น หรือใช้ในการประเมินที่มีวัตถุประสงค์เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนให้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพก่อนที่นักเรียนจะเรียนเนื้อหาใหม่ต่อไป การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบวิเคราะห์จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม เกณฑ์การประเมินเป็นแนวทางให้คะแนนที่ประกอบด้วยเกณฑ์ด้านต่าง ๆ เพื่อใช้ประเมินค่าผลการปฏิบัติของผู้เรียนในภาระงาน/ชิ้นงานที่มีความซับซ้อน นอกจากนี้ยังมีระดับคุณภาพแต่ละเกณฑ์และคำอธิบายคุณภาพทุกระดับ ดังตารางที่ 2-2 (คณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2553, หน้า 89) เป็นรูปแบบการสร้างเกณฑ์การประเมินแบบวิเคราะห์ เป็นรูปแบบกลางที่ผู้สอนสามารถนำไปปรับใช้ได้กับวิชาต่าง ๆ

ตารางที่ 2-2 เกณฑ์การประเมินแบบวิเคราะห์

เกณฑ์	ระดับการประเมิน				
	4	3	2	1	0
ชื่อเรื่อง	น่าสนใจ ทันสมัย เหมาะสมกับ เนื้อเรื่อง	น่าสนใจ แต่ ไม่ทันสมัย สอดคล้องกับ เนื้อหา	ทั่ว ๆ ไปไม่ น่าสนใจ ไม่ สอดคล้องกับ เนื้อหา	ไม่เกี่ยวข้อง กับสาระที่ เรียน	ไม่มีข้อมูล เพียงพอต่อ การตัดสินใจ



ตารางที่ 2-2 (ต่อ)

เกณฑ์	ระดับการประเมิน				
	4	3	2	1	0
เนื้อหา	ข้อมูลถูกต้อง สมบูรณ์ ตรง ประเด็น	ข้อมูลถูกต้อง ตรงประเด็น แต่ขาด รายละเอียด	มีข้อมูลที่ผิด บ้างและยังไม่ สมบูรณ์	ข้อมูลส่วน ใหญ่ไม่ ถูกต้องและ ขาดหาย	ไม่มีข้อมูล เพียงพอต่อ การตัดสินใจ
การลำดับ ใจความ	ใจความชัดเจน ลำดับเหตุการณ์ สมเหตุสมผล	ใจความสับสน บ้าง แต่ยัง สามารถเข้าใจ ได้ ขาดความ สมเหตุสมผล ไปบ้าง	ใจความไม่ ชัดเจน ขาด ความ สมเหตุสมผล	ไม่ต่อเนื่อง ขาดความ สมเหตุสมผล	ไม่มีข้อมูล เพียงพอต่อ การตัดสินใจ
หลักเกณฑ์ ทางภาษา	ประโยค สมบูรณ์ถูกต้อง ตามหลักเกณฑ์ ทางภาษา สื่อ ความได้ชัดเจน	เขียนประโยค สมบูรณ์ แต่ ผิดหลักเกณฑ์ ทางภาษาสื่อ ความได้	เขียนประโยค สมบูรณ์บ้าง ไม่ สมบูรณ์บ้าง ผิด หลักเกณฑ์ทาง ภาษาอย่างมาก สื่อความไม่ชัด	เขียนประโยค ผิดหลักเกณฑ์ ทางภาษา สื่อ ความไม่ได้	ไม่มีข้อมูล เพียงพอต่อ การตัดสินใจ
ชื่อเรื่อง	น่าสนใจ ทันสมัย เหมาะสมกับ เนื้อเรื่อง	น่าสนใจ แต่ ไม่ทันสมัย สอดคล้องกับ เนื้อหา	ทั่ว ๆ ไปไม่ น่าสนใจ ไม่ สอดคล้องกับ เนื้อหา	ไม่เกี่ยวข้องกับ สาระที่ เรียน	ไม่มีข้อมูล เพียงพอต่อ การตัดสินใจ

### 3.2 การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic scoring)

การให้คะแนนแบบองค์รวม เป็นการให้คะแนนแบบบูรณาการที่ประเมินผล  
งานของนักเรียน โดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรม  
ของนักเรียนที่ควรมี เป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมด ไม่ต้องแยกแยะเป็นด้าน ๆ ในการเรียน  
การสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบองค์รวมมักนำมาใช้ในการประเมินที่มีวัตถุประสงค์เพื่อ

ตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบองค์รวมเป็นการประเมินที่เหมาะสมสำหรับการประเมินที่มีพิสัยกว้าง ๆ และต้องการผลที่เป็นภาพรวมกว้าง ๆ และจะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น

#### 4. เกณฑ์การประเมินผลความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546, หน้า 144)

กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังตารางที่ 2-3

ตารางที่ 2-3 เกณฑ์การประเมินผลความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ความหมาย	เกณฑ์
4 ดีมาก	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/สาระอื่น/ในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา หรือประยุกต์ใช้ได้อย่างสอดคล้องและเหมาะสม
3 ดี	ความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/สาระอื่น/ในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา หรือประยุกต์ใช้ได้บางส่วน
2 พอใช้	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์ได้บางส่วน
1 ต้องปรับปรุง	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงยังไม่เหมาะสม
0 ไม่พยายาม	ไม่มีการเชื่อมโยงกับสาระอื่นใด

อัมพร ม้าคะนอง (2554, หน้า 61-86) กล่าวถึง ลักษณะ การออกแบบกิจกรรม และการใช้คำถามที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ว่า ลักษณะของกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยลักษณะรวมหลายประการ ที่สำคัญมี 5 ประการ ดังนี้ 1) การสร้างความสนใจใฝ่รู้ (Engagement) 2) การสำรวจหรือค้นหา (Exploration) 3) การอธิบายและหาข้อสรุป (Explanation) 4) การขยายความคิดจากสิ่งที่ได้ (Extension) 5) การประเมินการคิดและการทำงาน (Evaluation) ซึ่งลักษณะของกิจกรรมดังกล่าวสามารถประมวลได้ดังนี้

- 1) กระตุ้นความคิด จินตนาการ และท้าทายความสามารถ เป็นกิจกรรมที่ผู้เรียนเห็นแล้วอยากคิด อยากลองทำ แม้ไม่แน่ใจว่าทำได้หรือไม่
- 2) เป็นกิจกรรมที่แปลกใหม่ และผู้เรียนไม่เคยทำมาก่อน เป็นสิ่งที่ทำแล้วจะพบหรือเรียนรู้สิ่งที่ไม่เคยรู้มาก่อน
- 3) เหมาะสมกับความรู้ ความสามารถ และความสนใจ เป็นเรื่องที่อยู่ในความสนใจของผู้เรียนและเหมาะสมกับศักยภาพของผู้เรียนโดยรวม
- 4) เป็นเรื่องราวหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องหรือใกล้ผู้เรียน เพราะจะทำให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้
- 5) มีเงื่อนไขและกฎเกณฑ์อยู่ในขอบข่ายที่ผู้เรียนจะคิดหรือทำให้ ไม่ยากเกินไปจนคิดไม่ได้หรือง่ายเกินไปจนไม่ต้องใช้ความคิดและความพยายาม
- 6) มุ่งพัฒนาการคิดและทักษะผ่านกระบวนการทำงานมากกว่าการหาคำตอบที่ถูกต้องหรือแก้ปัญหาได้
- 7) เป็นกิจกรรมที่มีคุณค่าในการทำ ผู้เรียนสามารถใช้วิธีคิด มุมมอง และกระบวนการทำงานที่หลากหลาย เป็นการเสียเวลาที่คุ้มค่า
- 8) เป็นพื้นฐานให้ผู้เรียนขยายความคิดหรือคิดต่อจากสิ่งที่ทำ ทำให้เกิดการเรียนรู้ทั้งในทางกว้างและทางลึก

การออกแบบกิจกรรมเพื่อพัฒนาความสามารถและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การออกแบบกิจกรรมที่เหมาะสมจะทำให้ผู้เรียนนำความรู้ ทฤษฎี กฎ สูตร และนิยามทางคณิตศาสตร์ ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน การออกแบบกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

- 1) เป็นกิจกรรมที่ให้โอกาสผู้เรียนทุกคนในการมีส่วนร่วมคิดร่วมทำไม่จำกัดอยู่เฉพาะกลุ่มที่ชอบทำหรือกลุ่มเก่ง การให้ทุกคนมีส่วนร่วม จะทำให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าและความสามารถของตนเองที่จะเรียนรู้ร่วมกับผู้อื่นได้
- 2) เป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมการพูดคุยและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเห็นระหว่างผู้เรียนและระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน
- 3) เป็นกิจกรรมที่สนับสนุนการใช้ความคิด และการแสวงหาวิธีการใหม่ ๆ ในการทำงาน ผู้เรียนควรได้ทำไปคิดไปอย่างต่อเนื่อง
- 4) เป็นกิจกรรมที่น่าสนใจ เหมาะสมกับวัย และความรู้ความสามารถของผู้เรียน เพื่อที่จะจูงใจและท้าทายให้ลงมือทำ

5) เป็นกิจกรรมที่มีข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงจากกิจกรรมไปสู่องค์ความรู้หรือจากความรู้ไปสู่การนำไปใช้ได้

6) เป็นกิจกรรมที่ผู้เรียนสามารถนำไปคิดต่อในแง่มุมหรือเงื่อนไขที่หลากหลาย เพื่อขยายความคิดสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่

การใช้คำถามเพื่อพัฒนาความสามารถและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญเป็นอย่างมากต่อการคิดและการมีส่วนร่วมของผู้เรียนในชั้นเรียน และยังเป็นเครื่องมือในการประเมินความเข้าใจของผู้เรียนระหว่างการเรียนการสอน บางครั้งเมื่อผู้เรียนตอบคำถามหรือคิดไม่ได้ แต่ผู้สอนช่วยเหลือด้วยการแนะ หรือตั้งคำถามใหม่ที่ง่ายกว่า คำถามที่ผู้สอนใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มี 5 ประเภท ดังนี้

1) คำถามที่ไม่ต้องคำตอบ คำถามประเภทนี้เป็นคำถามที่ผู้ถามมิได้ต้องการคำตอบ แต่เป็นคำถามที่ใช้กระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจติดตามสิ่งที่ผู้สอนกำลังสอน และมีปฏิสัมพันธ์กับการเรียนการสอนที่ดำเนินอยู่ ลักษณะของคำถามมีดังนี้ (1) คำถามที่มักลงท้ายด้วยคำว่า “ใช่หรือ” “ไม่ใช่หรือ” (2) คำถามที่ผู้สอนถามตัวเอง หรือถามคำถามแรกแล้วตามด้วยคำถามอื่นทันที โดยไม่ให้โอกาสผู้เรียนได้ตอบคำถาม (3) คำถามที่รวมคำตอบอยู่ด้วยแล้ว และผู้ถามไม่ได้คาดหวังคำตอบ แต่ต้องการเพียงการเห็นด้วย (4) คำถามถามซ้ำเมื่อไม่มีใครตอบคำถามครั้งแรก

2) คำถามที่ต้องการความคิดเห็น คำถามประเภทนี้เป็นคำถามประเภทที่ต้องการให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็นหรือความรู้สึกร่วมเกี่ยวกับประเด็นบางประเด็น เช่น คำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนแสดงความรู้สึกร่วมอย่าง หรือคำถามให้คาดเดาก่อนที่จะลงมือทำจริง

3) คำถามถามขั้นตอนการทำงาน ลักษณะของคำถามประเภทนี้ มีดังนี้ (1) คำถามที่ถามเพื่อการจัดการชั้นเรียนหรือเพื่อสร้างวินัยให้ผู้เรียน (2) คำถามที่ให้ผู้เรียนอ่านข้อมูลจากกระดาน หรือหนังสือ หรือให้ข้อมูลที่เขาได้แล้ว (3) คำถามที่เรียกถามให้ผู้เรียนตอบหลังจากให้เวลาคำนวณหรือหาผลเฉลย (4) คำถามที่ถามเพื่อให้ผู้เรียนบอกคำตอบอื่น ๆ (5) คำถามที่ถามเพื่อให้ผู้เรียนเลือกลักษณะหนึ่งสิ่งใดจากสิ่งที่กำหนดให้

4) คำถามระดับต่ำ คำถามประเภทนี้เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนระลึกถึงข้อเท็จจริง ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์แบบง่าย ๆ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่คุ้นเคย ลักษณะของคำถามประเภทนี้ มีดังนี้ (1) คำถามให้ระลึกถึงทฤษฎี นิยาม กฎ หรือข้อเท็จจริงต่าง ๆ (2) คำถามให้ระลึกถึงวิธีการหรือวิธีทำ (3) คำถามที่ประกอบด้วยคำถามประเภท “เพราะเหตุใด” “อย่างไร” เพื่อให้ผู้เรียนอธิบายเหตุผลง่าย ๆ ไม่ซับซ้อน และไม่ได้ใช้การคิดระดับสูง (4) คำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนอ้างอิงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ (5) คำถามที่ชี้นำคำตอบ (6) คำถามที่ถามให้ผู้เรียนตัดสินใจว่า ดี ไม่ดี ถูกต้อง ไม่ถูกต้อง ดีกว่า เหมาะสม (7) คำถามที่ถามเพื่อให้ได้คำตอบที่

ถูกต้อง หลังจากผู้เรียนตอบคำถาม ไม่ถูกต้องในครั้งแรก (8) คำถามที่ถามให้พิจารณาว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นไปตามหลักคณิตศาสตร์หรือไม่ (9) คำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนใช้ความรู้ ประสบการณ์ และความคุ้นเคย ในการแก้ปัญหา (10) คำถามที่ให้พิสูจน์ว่าแบบรูปที่พบเป็นจริง สำหรับทุกจำนวนที่กำหนดให้

5) คำถามระดับสูง คำถามประเภทนี้เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนใช้การคิดในระดับสูง ได้ค้นพบสิ่งใหม่หลังการใช้ความรู้ที่มีอยู่ประกอบการคิดอย่างรอบคอบ ลักษณะของคำถามมีดังนี้ (1) คำถามที่ถามให้ผู้เรียนแปลความหมายและยกตัวอย่างของสิ่งที่ป็นนามธรรม (2) คำถามที่ถามให้ผู้เรียนใช้วิธีการหรือกลวิธีแก้ปัญหาใหม่ ๆ ที่เพิ่งเรียนรู้ หรือให้ตัดสินใจว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นไปตามเงื่อนไขของนิยามหรือมโนทัศน์เฉพาะใด ๆ หรือไม่ (3) คำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนปรับรูปแบบคำถาม ประโยค หรือแนวคิด โดยคงสาระหรือโครงสร้างที่จำเป็นของคำถามไว้ (4) คำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนแปลความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ให้อยู่ในรูปภาษาหรือภาษาพูด (5) คำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนใช้ความสามารถในการใช้สัญลักษณ์แทนการมองเห็นของทางกายภาพหรือปรากฏการณ์ และการสังเกตข้อมูลหรือมโนทัศน์ทางเรขาคณิต (6) คำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนเปรียบเทียบความคล้ายคลึงหรือความแตกต่าง (7) คำถามที่ผู้เรียนเข้าใจปัญหา แต่ไม่ทราบวิธีการแก้ปัญหา (8) คำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนแสดงการพิสูจน์หรือแสดงข้อความขัดแย้งทั้งที่เป็นทางการและไม่ทางการ (9) คำถามที่ถามเพื่อให้ผู้เรียนตรวจสอบความถูกต้องของการนำหลักตรรกศาสตร์ไปใช้ (10) คำถามที่ถามให้ผู้เรียนหาแบบรูป ทำตามแบบรูปหรือแก้ปัญหาผ่านการค้นพบแบบรูป (11) คำถามที่ถามให้ผู้เรียนสร้างกลวิธีหรือข้อมูลสำหรับแก้ปัญหา (12) คำถามที่ถามให้ผู้เรียนคิดได้อย่างหลากหลายไม่จำกัดขอบเขต

สิ่งสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยง คือ การสอนเนื้อหาที่สัมพันธ์กันรวมกันไป ไม่ควรแยกการเรียนเนื้อหาที่สัมพันธ์กันออกจากกัน เช่น สอนทั้งจำนวนและการดำเนินการ พีชคณิต เรขาคณิต เพื่อให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกัน และสามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ อันจะทำให้เข้าใจภาพรวมของคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน

## 2.6 โครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (PISA) กับความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

เนื่องจากเป้าหมายหลักของการศึกษา คือ การเตรียมความพร้อมนักเรียนสำหรับอนาคต แนวปฏิบัติใหม่ทางการศึกษาจึงเน้นให้ผู้เรียนเป็นผู้แสดงบทบาทของการหาความรู้ให้สามารถใช้ความรู้ในชีวิตจริงหรือในโลกจริง (Real-world) ให้สามารถคิดเป็น ทำเป็น และแก้ปัญหาเป็นการ

เตรียมเยาวชนให้มีความรู้และทักษะที่จำเป็นสำหรับการเป็นประชากรที่รู้เรื่อง มีคุณภาพและศักยภาพในการแข่งขันในเศรษฐกิจโลก ดังนั้นการศึกษาที่แข่งขันได้ต้องเป็นการศึกษาระดับโลก จึงจำเป็นต้องเฝ้าระวังติดตามประเมินคุณภาพของการศึกษาของเราว่าเทียบทันกับของโลกหรือไม่ เพียงใด (สุนีย์ คล้ายนิล และคณะ, 2550, หน้า 68)

โครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Programme for International Student Assessment) หรือเรียกสั้น ๆ ว่า PISA เป็นโครงการที่จัดทำโดยองค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ หรือ (Organisation for Economic Co-operation and Development: OECD) การประเมินผลของ PISA มีจุดประสงค์เพื่อหาตัวชี้วัดให้กับประเทศสมาชิก OECD ว่า ระบบการศึกษาของประเทศสมาชิกได้เตรียมเยาวชนของชาติคนให้มีความพร้อมสำหรับอนาคตให้เป็นประชากรที่มีคุณภาพและสามารถมีส่วนร่วมทำให้ชาติมีศักยภาพในการแข่งขันเชิงเศรษฐกิจเมื่อเป็นผู้ใหญ่ได้หรือไม่เพียงใด ทั้งนี้เพราะ OECD มีข้อตกลงพื้นฐาน (Assumption) ว่าคุณภาพของผลการศึกษาคือตัวบ่งชี้บอกศักยภาพของการพัฒนา และถือว่าการรู้เรื่องและความเข้าใจในด้านการอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เป็นหัวใจของการเตรียมความพร้อมสำหรับชีวิตของเยาวชนในสังคมโลกสมัยใหม่

จุดมุ่งหมายเบื้องต้นของ PISA คือการประเมินว่าเยาวชนมีความรู้และทักษะที่จำเป็นต้องใช้ในชีวิต เนื่องจากการที่อยู่ในโลกที่มีการเปลี่ยนแปลง มีสื่อเพิ่มขึ้นมากมายทั้งในด้านปริมาณ ประเภท และการใช้ประโยชน์ที่หลากหลายตามการเปลี่ยนแปลงของสังคมและวัฒนธรรม ทักษะของการใช้ชีวิตในวันนี้จึงมีความแตกต่างจากเมื่อ 20 ปีที่แล้วมาก และอนาคตจะยิ่งเปลี่ยนแปลงไปมากกว่าและรวดเร็วกว่านี้ เป้าหมายของการศึกษาก็ได้เปลี่ยนแปลงไป ความหมายของการ “รู้” เปลี่ยนจากการจดจำสาระข้อมูลได้มาเป็นความสามารถในการ “ใช้” สาระเหล่านั้น ซึ่งรวมไปถึงการค้นหา การเลือก การตีความและการประเมินสาระจากสิ่งต่าง ๆ ที่ได้พบเจอในชีวิต และที่เกี่ยวข้องในบริบทต่าง ๆ ที่นอกเหนือไปจากบริบทในห้องเรียน (PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, หน้า 2)

หลักสำคัญของ PISA คือ เน้นการประเมินสมรรถนะของนักเรียนที่จะใช้ความรู้และทักษะเพื่อเผชิญกับในโลกชีวิตจริง หรือเน้นการประเมิน “การรู้เรื่อง” (Literacy) มากกว่าการประเมินเนื้อหาสาระของวิชาที่นักเรียนเรียนตามหลักสูตรในโรงเรียน โดยการประเมินหลัก PISA ให้ความสำคัญกับการประเมินการรู้เรื่องด้านการอ่าน (Reading Literacy) การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) และการรู้เรื่องวิทยาศาสตร์ (Scientific Literacy)

โครงการ PISA เป็นโครงการระยะยาว ประเมินผลทุก ๆ สามปี มีชื่อเรียกตามปีที่เก็บข้อมูล การประเมินผลแต่ละครั้งจะให้น้ำหนักสำคัญกับการประเมินต่างกัน โดยการประเมินผลถูก

กำหนดเป็นรอบ รอบแรกเริ่มต้นตั้งแต่ PISA 2000 จนครบรอบที่หนึ่งใน PISA 2006 และเริ่มต้นรอบที่สองใน PISA 2009 ให้น้ำหนักกับการรู้เรื่องการอ่าน PISA 2012 ให้น้ำหนักกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ และ PISA 2015 ให้น้ำหนักกับการรู้เรื่องวิทยาศาสตร์ ตารางที่ 2-4

ตารางที่ 2-4 แสดงกรอบของการประเมินโครงการประเมินผลนานาชาติ PISA

รอบของการประเมินโครงการประเมินผลนานาชาติ PISA						
โครงการปีที่ประเมิน	รอบที่หนึ่ง			รอบที่สอง		
	PISA 2000	PISA 2003	PISA 2006	PISA 2009	PISA 2012	PISA 2015
วิชาหลัก	การอ่าน	คณิตศาสตร์	วิทยาศาสตร์	การอ่าน	คณิตศาสตร์	วิทยาศาสตร์
วิชาการรอง	คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์	วิทยาศาสตร์ การอ่าน	คณิตศาสตร์ การอ่าน	คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์	วิทยาศาสตร์ การอ่าน	คณิตศาสตร์ การอ่าน
		+ การแก้ปัญหา	+ ตัวเลือกอื่น	+ ตัวเลือกอื่น	+ การแก้ปัญหา	+ ตัวเลือกอื่น

*การรู้เรื่องการอ่าน (Reading Literacy)* มีความหมายมากกว่าการอ่านหนังสือและเข้าใจความหมายของคำ แต่รวมไปถึง ความสามารถติดตามความหมาย การคิดย้อนกลับและสะท้อนว่า เข้าใจถึงจุดประสงค์ของการเขียน เข้าใจว่าเขียนสำหรับให้ใครอ่าน ให้อ่านว่าผู้เขียนใช้ภาษาอย่างไรในการนำข่าวสารไปสู่ผู้อ่าน และอิทธิพลที่มีต่อผู้อ่าน และรวมถึงความสามารถในการตีความจากโครงสร้างของเรื่องหรือลักษณะเด่นของการเขียน เช่น การให้ข้อมูลตรงไปตรงมา เปรียบเทียบ ชมเชย หรือประชดประชัน ฯลฯ การรู้เรื่องการอ่านนี้ แสดงว่ามีความรู้และศักยภาพที่จะมีส่วนในการสร้างสังคมอย่างมีประสิทธิภาพ

*การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy)* มีความหมายมากกว่าการคิดเลขและการทำโจทย์ การรู้จักรูปคณิตศาสตร์ หรือการจัดการข้อมูล แต่หมายรวมถึงรู้ขอบเขตและข้อจำกัดของแนวคิดคณิตศาสตร์ สามารถติดตามประเมินข้อโต้แย้งเชิงคณิตศาสตร์ เสนอปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ เลือกวิธีการนำเสนอสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ และสามารถตัดสินใจปัญหาบนพื้นฐานของคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงว่าเป็นประชากรที่มีความคิดสร้างสรรค์และรอบคอบ

*การรู้เรื่องวิทยาศาสตร์ (Scientific Literacy)* หมายถึงการรู้กระบวนการ การรู้แนวคิดและสาระเนื้อหา และรู้จักการใช้ความรู้วิทยาศาสตร์เพื่อที่จะสามารถเข้าใจเรื่องราวที่เกิดขึ้นในสังคม ในสื่อมวลชน และตัดสินใจประเด็นของโลกที่เกี่ยวข้องกับตัวเองทั้งในปัจจุบันและอนาคต

## การประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

นิยามการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ตาม โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554, หน้า 38 - 42) คือ สมรรถนะของบุคคลในการที่จะบ่งบอกและเข้าใจบทบาทของคณิตศาสตร์ที่มีในโลก เพื่อให้สามารถตัดสินใจบนพื้นฐานความรู้ที่เข้มแข็ง และเพื่อใช้และผูกพันกับคณิตศาสตร์ ที่จะตอบสนองความจำเป็นต่อชีวิตของแต่ละบุคคล ในอันที่จะเป็นพลเมืองที่มีความคิด มีความหวังใจ และสร้างสรรค์สังคม

ขอบเขตการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA วัตถุประสงค์มุ่งประกอบ 3 ด้าน ได้แก่ (1) สถานการณ์หรือบริบท (Situation on context) ที่ปัญหานั้นตั้งอยู่ (2) เนื้อหาคณิตศาสตร์ (Mathematical content) ที่ต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และ (3) สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Competencies) ที่ควรได้รับการกระตุ้นให้สามารถเชื่อมโยงกับโลกจริง

สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ในการวัดและประเมินผลของ PISA ได้เลือกใช้ 8 สมรรถนะ ได้แก่ (1) การคิดและการใช้เหตุผล (Thinking and Reasoning) (2) การสร้างข้อโต้แย้ง (Argumentation) (3) การสื่อสาร (Communication) (4) การสร้างตัวแบบ (Modeling) (5) การตั้งและการแก้ปัญหา (Problem posing and solving) (6) การแสดงเครื่องหมายแทน (Representation) (7) การใช้สัญลักษณ์ ภาษา และการดำเนินการ (Using symbolic, language and operation) (8) ใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (Using aids and tools) ในการวัดความสามารถอย่างใดอย่างหนึ่ง อาจใช้หลายสมรรถนะหรือกลุ่มสมรรถนะในการแก้ปัญหา ซึ่งรวมไว้เป็นสามกลุ่ม คือ

1) กลุ่มการทำใหม่ (Reproduction Cluster) หมายถึง การทำคณิตศาสตร์ตามแบบตัวอย่างที่เคยฝึกฝนมาแล้ว โดยใช้กระบวนการความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ทั่วไปที่มักใช้อยู่ในการสอบคณิตศาสตร์ตามมาตรฐานโรงเรียน ซึ่งมักเป็นการแก้โจทย์ การคำนวณแบบเดิม ๆ แต่ก็ต้องใช้สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ทุกสมรรถนะ ข้างต้นในการแก้ปัญหาโจทย์

2) กลุ่มการเชื่อมโยง (Connection Cluster) ต่อยอดมาจากกลุ่มการทำใหม่ โดยประยุกต์ต่อไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ไม่เหมือนเดิม ไม่ได้พบบ่อย ๆ เป็นประจำ แต่เนื้อหาของปัญหายังคงเกี่ยวข้องกับสมรรถนะกลุ่มแรกอยู่บ้างบางส่วน

3) กลุ่มการสะท้อนและสื่อสาร (Reflection and Communication Cluster) สมรรถนะกลุ่ม การสะท้อนและสื่อสารทางคณิตศาสตร์นี้ มีเรื่องของการคิด ไตร่ตรอง สะท้อนกลับที่นักเรียนต้องใช้ในการแก้ปัญหา เข้ามารวมอยู่ด้วย จึงเกี่ยวข้องกับความสามารถในการวางแผนกลยุทธ์การแก้ปัญหา และใช้กลยุทธ์นั้นในการแก้ปัญหตามสถานการณ์ของปัญหานั้นซึ่งมักมีองค์ประกอบที่เพิ่มมากขึ้นหรือซับซ้อนขึ้น หรือมีความหมายใหม่ (หรือไม่คุ้นเคย) มากขึ้นกว่าในกลุ่มการเชื่อมโยง สรุปได้ดังรูปที่ 2-1





ภาพที่ 2-1 แผนภูมิสรุปสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

### ผลระดับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

ระดับการรู้เรื่องที่นักเรียนแสดงออกในการตอบข้อสอบ แบ่งออกเป็นระดับการรู้เรื่อง 6 ระดับ สรุปดังตาราง (โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, หน้า 56 - 59)

ตารางที่ 2-5 สรุปลักษณะของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ 6 ระดับ

ระดับ	นักเรียนทำอะไรได้บ้าง
ระดับ 6	<p>ที่ระดับ 6 นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● ใช้สาระและข้อมูลที่ได้มาจากการสำรวจตรวจสอบของตนเองนำมาลงเป็นข้อสรุปและสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ จำลองสถานการณ์ที่ซับซ้อนออกมาสร้างเป็นตัวแบบคณิตศาสตร์ได้</li> <li>● เชื่อมโยงข้อมูลจากแหล่งต่าง ๆ หรือจากการนำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ นำมาเชื่อมโยงระหว่างกันได้</li> </ul>

## ตารางที่ 2-5 (ต่อ)

ระดับ	นักเรียนทำอะไรได้บ้าง
	<ul style="list-style-type: none"> <li>● สามารถใช้เหตุผล และใช้ความคิดระดับสูงในเชิงคณิตศาสตร์ สามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลหรือสถานการณ์ต่าง ๆ และสามารถเข้าใจและปฏิบัติภารกิจทางคณิตศาสตร์</li> <li>● สามารถสร้างวิธีการคิดหรือกลยุทธ์ใหม่ในการจัดการกับปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคยหรือไม่เคยพบมาก่อน</li> <li>● นักเรียนสามารถสร้างสูตรคณิตศาสตร์จากแนวความคิดหรือข้อมูลที่มี</li> <li>● สามารถสื่อสารได้อย่างถูกต้องแม่นยำ เพื่อบอกถึงสิ่งที่ตนพบ ดีความ แปลความโต้แย้ง และอธิบายความสอดคล้องเหมาะสมของสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้กับสถานการณ์ที่เป็นมาตั้งแต่ต้น</li> </ul>
ระดับ 5	<p>ที่ระดับ 5 นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● สร้างตัวแบบ และใช้ตัวแบบในเรื่องที่มีความซับซ้อน สามารถระบุบอกข้อจำกัดและข้อตกลงเบื้องต้นเฉพาะเรื่องนั้น ๆ สามารถเลือก เปรียบเทียบ และประเมินกลยุทธ์ การแก้ปัญหาที่เหมาะสมเพื่อใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนที่สัมพันธ์กับตัวแบบ</li> <li>● สามารถใช้ทักษะการคิดและทักษะการใช้เหตุผล สามารถเชื่อมโยงการนำเสนอรูปแบบต่าง ๆ สัญลักษณ์และลักษณะของโจทย์คณิตศาสตร์ และมองเห็นความสัมพันธ์เชื่อมโยงของสิ่งเร้าที่เป็นส่วนประกอบของสถานการณ์</li> <li>● สามารถวิเคราะห์การทำงานของตน และสามารถสร้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และสามารถสื่อสารถึงการแปลความ ดีความ และการใช้เหตุผลของตนได้</li> <li>● สามารถใช้เหตุผลอย่างยืดหยุ่นได้ และมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งเร้าในสถานการณ์นั้น ๆ ได้ดี</li> <li>● สามารถสร้างคำอธิบายและข้อโต้แย้ง และสื่อสารคำอธิบายและข้อโต้แย้งบนพื้นฐานของการแปลความ การโต้แย้ง และการกระทำของตน</li> </ul>

## ตารางที่ 2-5 (ต่อ)

ระดับ	นักเรียนทำอะไรได้บ้าง
ระดับ 3	<p>ที่ระดับ 3 นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● ทำโจทย์ที่มีวิธีการที่บอกไว้ชัดเจน รวมทั้งโจทย์ที่ตัดสินใจเลือกลำดับขั้นตอนด้วย</li> <li>● เอกสารและใช้กลยุทธ์ที่ไม่ซับซ้อนสำหรับการแก้ปัญหา</li> <li>● แปลความและใช้สถานการณ์ที่น่าเสนอมาจากหลายแหล่ง และสามารถให้เหตุผลได้ ตามแหล่งที่มา นั้น ๆ สามารถสร้างคำอธิบาย หรือรายงานการตีความ แปลความนั้น ๆ</li> <li>● แสดงการใช้เหตุผลได้ และสามารถบอก และสื่อสารผลที่เกิดขึ้น</li> </ul>
ระดับ 2	<p>ที่ระดับ 2 นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● ตีความและรู้สถานการณ์ในบริบทที่ไม่ซับซ้อน ที่ต้องการอ้างอิงไม่เกินสองตัว</li> <li>● สกัดสาระสำคัญจากแหล่งข้อมูลเดียวและสามารถใช้สถานการณ์ที่น่าเสนออย่างง่าย ขึ้นเดียว</li> <li>● นักเรียนระดับนี้สามารถใช้วิธีการคิด สูตรคณิตศาสตร์ วิชาการ หรือข้อตกลงเบื้องต้น สามารถใช้เหตุผลตรงไปตรงมาและตามผลที่พบอย่างตรงไปตรงมา</li> </ul>
ระดับ 1	<p>ที่ระดับ 1 นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● ตอบคำถามที่เกี่ยวข้องในบริบทที่คุ้นเคย ที่มีข้อมูลชัดเจนให้ และคำถามต้องถามอย่างชัดเจน</li> <li>● ระบุสาระที่ต้องการและสามารถทำโจทย์แบบเดิมที่คุ้นเคยที่มีวิธีการทำหรือสถานการณ์กำหนดให้ชัดเจน</li> <li>● ทำโจทย์ตามตัวอย่างที่กำหนดให้ได้</li> </ul>

หมายเหตุ ถ้านักเรียนไม่สามารถปฏิบัติการกิจที่ระดับหนึ่งได้ จะถูกจัดไว้ในกลุ่ม “ต่ำกว่าระดับ 1”

## 2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ทั้งในและต่างประเทศดังนี้

### งานวิจัยต่างประเทศ

แพนดิสซิโอ (Pandiscio, 2002, pp. 216-221) ได้สำรวจการโยงมโนติการพิสูจน์กับการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เรขาคณิตของนักศึกษาฝึกสอน โดยให้นักศึกษาฝึกสอน 4 คน (ชาย 2 คน หญิง 2 คน) แก้ปัญหาเรขาคณิตที่ไม่คุ้นเคยโดยใช้พื้นฐานมโนติของยูคลิดจำนวน 2 ข้อ ให้สร้างการพิสูจน์ตามรูปแบบที่ให้ผลออกมาเป็นรูปแบบกรณีทั่วไป และให้ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต ผลการวิจัยพบว่า นักศึกษาฝึกสอนทั้ง 4 คน ยอมรับว่า แม้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตจะไม่ได้ช่วยพิสูจน์ แต่ก็เป็นเรื่องมือช่วยสร้างความรู้สึก (Sense) ให้เกิดความเข้าใจความสัมพันธ์ในปัญหาหรือทฤษฎีบทเพื่อนำไปใช้ในการพิสูจน์ได้

พิงจุง (Ping-Jung, 2004, Online) ได้ศึกษาการใช้เครื่องคำนวณกราฟในการเรียนพีชคณิตในวิทยาลัย : การวิเคราะห์รูปแบบการเรียนของนักศึกษาผู้ใหญ่และความเชื่อมั่นต่อตนเองในวิชาคณิตศาสตร์ โดยมีจุดมุ่งหมาย 1) เพื่อสำรวจผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟ (รุ่น TI-83 หรือ รุ่น TI-83+) ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาผู้ใหญ่ (อายุตั้งแต่ 18 ปีขึ้นไป) ในวิชาพีชคณิต 2) เพื่อสำรวจการเชื่อมโยงระหว่างความเชื่อมั่นต่อตนเองของนักศึกษา กับผลงานทางวิชาการของนักศึกษาที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟในการเรียนพีชคณิต 3) เพื่อพัฒนาความเชื่อมั่นต่อตนเองในวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาให้สูงขึ้น 4) เพื่อสำรวจความสัมพันธ์ระหว่างความเชื่อมั่นต่อตนเองในวิชาคณิตศาสตร์กับรูปแบบการเรียนเป็นรายบุคคล งานวิจัยครั้งนี้สามารถใช้ในการเก็บข้อมูล GPA ของนักเรียน วิชาเอก เชื้อชาติ รูปแบบการเรียน และความเชื่อมั่นต่อตนเองในวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาที่เรียนวิชาพีชคณิตจากวิทยาลัย 6 แห่งในท้องถิ่น จำนวน 163 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่าง ใช้ระยะเวลาในการวิจัย 6 สัปดาห์ ผลการศึกษาพบว่า การใช้เครื่องคำนวณกราฟสามารถช่วยฝึกการแก้ปัญหาให้ได้ผลดียิ่งขึ้น โดยเฉพาะปัญหาที่ใช้การแสดงผลกราฟจะมีความถูกต้องแม่นยำสูงซึ่งทำให้เกิดความเชื่อมั่นต่อตนเองสูงขึ้น

พูกาลี (Pugalee, 2004, pp. 24-47) ได้ศึกษาตรวจสอบเกี่ยวกับการเขียนของนักเรียนเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่แสดง โครงร่างการรู้คิดอย่างชัดเจนกับนักเรียนเกรด 9 จำนวน 20 คน ที่ได้ลงทะเบียนในหลักสูตรพีชคณิต ที่ได้เตรียมการเขียนอธิบายกระบวนการแก้ปัญหาที่พวกเขาทำในวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า กระบวนการเขียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็นทักษะที่จำเป็นที่แสดงให้เห็นอย่างชัดเจนถึงโครงร่างของการรู้คิดที่มีประสิทธิภาพ ซึ่งให้เห็นถึงการประสานกันของพฤติกรรมการรู้คิดที่หลากหลาย ทำให้มีการวิเคราะห์

ข้อมูลอย่างมีคุณภาพ มีระบบ มีการจัดการที่ดี ซึ่งให้เห็นถึงความสำคัญของการเขียนว่าเป็นส่วนหนึ่งของการบูรณาการหลักสูตรทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนได้แสดงความคิดทางการเขียนและทางด้านภาษา ให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงกับจิตความสามารถที่นักเรียนมีอยู่

เกนส์เบิร์ก (Gainsburg, 2008, p. 199) ได้สำรวจการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษากับครูคณิตศาสตร์ จำนวน 62 คน เกี่ยวกับความเข้าใจ ตระหนักในความสำคัญ และวิธีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ผลการวิจัยพบว่า ครูคณิตศาสตร์ จำนวน 5 คนที่จัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เชื่อมโยงสู่สถานการณ์ในโลกจริงระดับมัธยมศึกษา และการวิจัยนี้ทำให้ครูตระหนักในความสำคัญของการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงมากขึ้น เพื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่หลากหลายของนักเรียน

อาร์กอิเรีย (Aguirre, 2013, pp. 178-192) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงในการปฏิบัติ : วิธีการของครูประถมศึกษาในการเชื่อมโยงความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนและศูนย์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ โดยวิเคราะห์แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของครูจำนวน 70 คน ในบทเรียนมีการฝึกให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และสามารถแบ่งการเชื่อมโยงเพื่อการคิดทางคณิตศาสตร์ได้ออกเป็น 3 ระดับ ผลการวิจัยพบว่า การเชื่อมโยงความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนและศูนย์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้นสำหรับนักเรียนที่มีความแตกต่างระหว่างบุคคล และวิธีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ที่ต่างกันทำให้นักเรียนเกิดวิธีการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย และการวิจัยนี้ทำให้ครูประถมศึกษาตระหนักในความสำคัญของการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนการสอน

### งานวิจัยในประเทศ

สุรางคนา ยาหิ (2549, หน้า 117) ได้พัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผลการวิจัยพบว่า

1. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่า 96.88/97.36
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอน โดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้นผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

5. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้นผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

กัลยา พันปี (2551, หน้า 81-82) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ระหว่างกลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปา จำนวน 35 คน และรูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ จำนวน 35 คน ผลการวิจัยพบว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองจัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปากับกลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 โดยกลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปามีคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้

2. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองจัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปากับกลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 โดยกลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้สูงกว่ากลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปา

ปิยนุช หามนตรี (2551, หน้า 111-112) ได้เปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหาและการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท. โรงเรียนวัดกลาง มี 1 ห้องเรียน จำนวน 30 คน และโรงเรียนที่ 2 ได้แก่ โรงเรียนราษฎร์ศุภประดิษฐ์ มี 1 ห้องเรียน จำนวน 26 คน และดำเนินการจับฉลากอีกครั้งเพื่อจัดกลุ่ม ซึ่งโรงเรียนราษฎร์ศุภประดิษฐ์ เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา และโรงเรียนวัดกลาง เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท. ผลการวิจัยพบว่า

1. ทักษะการแก้ปัญหของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา และกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 โดยกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา มีทักษะการแก้ปัญหสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท.

2. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา และกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 โดยกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหามีทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท.

รุ่งอรุณ เรืองเดช (2551, หน้า 43-44) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องการวัด โดยเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง ของชาวเผ่าปกากะญอ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 84 คน ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงของชาวเขาเผ่าปกากะญอพบว่า นักเรียนสามารถนำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตจริงของชาวเขาเผ่าปกากะญออยู่ในระดับดี

2. ความคิดเห็นต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน พบว่า นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรมและสามารถทำกิจกรรมกลุ่มได้ดี สามารถอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นร่วมกันภายในกลุ่ม อภิปรายแนวคิดหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ นักเรียนมีความพึงพอใจ ได้รับความรู้ ความเข้าใจ สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ นักเรียนชื่นชอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนลักษณะเช่นนี้ นักเรียนเห็นความสำคัญของการทำงานร่วมกันและกล้าแสดงออก

มยุรา ร่องหาญแก้ว (2553, หน้า 74) ได้จัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่องการวัด ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนจันทบุรีวิทยาคม ได้สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ หาประสิทธิภาพ และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ อีกทั้งศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนต่อการเรียนการสอนที่ใช้รูปแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน ผลการวิจัยพบว่า

1. ผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันเรื่องการวัด โดยผู้เชี่ยวชาญพบว่า โดยภาพรวมมีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก หากพิจารณารายข้อมีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด ได้แก่ กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมด้านกระบวนการกลุ่ม นอกจากนี้มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก

2. การวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันเรื่องการวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้

รูปแบบชิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันเรื่องการวัด สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีประสิทธิภาพรวม 82.53/80.09 ได้ตามเกณฑ์มาตรฐานที่กำหนดไว้คือ 80/80 ซึ่งเป็นไปตาม สมมุติฐานของการวิจัย

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบชิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันเรื่องการวัด มีคะแนนเฉลี่ย สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ซึ่งเป็นไปตาม สมมุติฐานของการวิจัย

4. ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการเรียนการสอนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบชิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันเรื่องการวัด ได้แบ่งออกเป็น 2 ด้าน คือบทบาทของครูและบทบาทของนักเรียน อยู่ในระดับเห็นด้วย ซึ่งเป็นไปตาม สมมุติฐานของการวิจัย

รัฐศาสตร์ พรคุณวุฒิ (2553, หน้า 53-54) ได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริง เรื่องการวัด กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริงจากการทำแบบฝึกหัด/ใบงาน โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับดี และจากแบบทดสอบประจำหน่วยโดยเฉลี่ยอยู่ในระดับดี

2. ความสนใจของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ด้านความกระตือรือร้นในการเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนการสอน และด้านความเอาใจใส่ต่องานที่ได้รับมอบหมายนักเรียนแสดงพฤติกรรมในระดับมาก ส่วนด้านความอยากรู้อยากเห็นนักเรียนเขียนบันทึกการเรียนรู้เกี่ยวกับความต้องการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์กับบริบทชีวิตจริงในระดับมาก

ประทีนรัตน์ นิยมสิน (2554, หน้า 111-112) ได้ศึกษาปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TAI และเทคนิค TGT กับระดับความสามารถทางการเรียนที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่จัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TAI จำนวน 30 คน และเทคนิค TGT จำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่า

1. วิธีการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TAI และเทคนิค TGT กับระดับความสามารถทางการเรียนมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ แต่ไม่



มีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันส่งผลต่อทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่จัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TAI และเทคนิค TGT ของนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนต่างกัน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 โดยนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนสูงและต่ำ ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TAI และเทคนิค TGT มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกัน ส่วนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนปานกลาง ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TAI และเทคนิค TGT มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แตกต่างกัน

3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่จัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TAI และเทคนิค TGT แตกต่างกัน โดยที่กลุ่มสูงแตกต่างจากกลุ่มปานกลางและกลุ่มต่ำ กลุ่มปานกลางแตกต่างจากกลุ่มต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนต่างกัน แตกต่างกัน โดยที่กลุ่มสูงแตกต่างจากกลุ่มปานกลางและกลุ่มต่ำ กลุ่มปานกลางแตกต่างจากกลุ่มต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

จากการศึกษาข้อมูลกล่าวสรุปได้ว่า การจัดการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้ฝึกความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงนั้น นักเรียนสามารถนำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริงได้

### 3. การจัดการเรียนการสอนโดยใช้แบบชิปปา

#### 3.1 ที่มาและหลักการจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา

ทิสนา แคมมณี (2543, หน้า 17) รองศาสตราจารย์ ประจำคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยได้พัฒนารูปแบบนี้ขึ้นจากประสบการณ์ที่ได้ใช้แนวคิดทางการศึกษาต่าง ๆ ในการสอนมาเป็นเวลาประมาณ 30 ปี และพบว่าแนวคิดจำนวนหนึ่งสามารถใช้ได้ผลดีตลอดมา แนวคิดเหล่านั้นเมื่อนำมาประสานกัน ทำให้เกิดเป็นแบบแผนขึ้น แนวคิดดังกล่าว ได้แก่ (1) แนวคิดการสร้างความรู้ (2) แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการกลุ่มและการเรียนรู้แบบร่วมมือ (3) แนวคิดเกี่ยวกับความพร้อมในการเรียนรู้ (4) แนวคิดเกี่ยวกับการเรียนรู้กระบวนการ และ (5) แนวคิดเกี่ยวกับการถ่ายโอนการเรียนรู้

แนวคิดเหล่านี้ในการจัดการเรียนการสอนโดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในลักษณะที่ให้ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง (construction of knowledge) ซึ่งนอกจากผู้เรียนจะต้องเรียน

ด้วนตนเองและพึ่งพาตนเองแล้ว ยังต้องพึ่งการปฏิสัมพันธ์ (interaction) กับเพื่อนบุคคลอื่น ๆ และสิ่งแวดล้อมรอบตัว รวมทั้งต้องอาศัยทักษะกระบวนการ (process skills) ต่าง ๆ จำนวนมากเป็นเครื่องมือในการสร้างความรู้ นอกจากนี้การเรียนรู้จะเป็นไปอย่างต่อเนื่องได้ดี หากผู้เรียนอยู่ในสภาพที่มีความพร้อมในการรับรู้ และเรียนรู้ มีประสาทการรับรู้ที่ตื่นตัว ไม่เฉื่อยชา ซึ่งสิ่งที่สามารถทำให้ผู้เรียนอยู่ในสภาพดังกล่าวได้ก็คือ การให้ผู้เรียนมีการเคลื่อนไหวทางกายอย่างเหมาะสม (physic participation) กิจกรรมที่มีลักษณะดังกล่าวจะช่วยผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดี เป็นการเรียนรู้ที่มีความหมายต่อตนเอง และความรู้ความเข้าใจ จะมีความลึกซึ้งและอยู่คงทนมากขึ้น หากผู้เรียนมีโอกาสนำความรู้ที่ไปประยุกต์ใช้ (application) ในสถานการณ์ที่หลากหลาย ด้วยแนวคิดดังกล่าว จึงเกิดแบบแผน "CIPPA" ขึ้น

ทิสนา เขมมณี (2546, หน้า 84) กล่าวว่า ผู้สอนสามารถนำแนวคิดทั้ง 5 ดังกล่าวไปใช้ในการจัดกิจกรรมในการเรียนการสอน ตามหลักการของโมเดลชิปปา ดังนี้

C มาจากคำว่า Construct ซึ่งหมายถึง การสร้างความรู้ตามแนวคิดของ Constructivism กล่าวคือ กิจกรรมการเรียนรู้ที่ดีควรเป็นกิจกรรมที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสสร้างความรู้ด้วยตนเองซึ่งจะทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจและเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายต่อตนเอง

I มาจากคำว่า Interaction ซึ่งหมายถึง การปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่นหรือสิ่งแวดล้อมรอบตัว กิจกรรมการเรียนรู้ที่ดี จะต้องเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกับบุคคล และแหล่งความรู้ที่หลากหลาย ซึ่งเป็นการช่วยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมทางสังคม

P มาจากคำว่า Physical Participation ซึ่งหมายถึง การให้ผู้เรียนมีโอกาสได้เคลื่อนไหวร่างกาย โดยการทำกิจกรรมในลักษณะต่างๆ ซึ่งเป็นการช่วยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมทางกาย

P มาจากคำว่า Process Learning ซึ่งหมายถึง การเรียนรู้กระบวนการต่างๆ กิจกรรมการเรียนรู้ที่ดีควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้กระบวนการต่างๆ ซึ่งเป็นทักษะที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิต เช่น กระบวนการแสวงหาความรู้ กระบวนการคิด กระบวนการแก้ปัญหา กระบวนการกลุ่ม กระบวนการพัฒนาตนเอง เป็นต้น

A มาจากคำว่า Application หมายถึง การนำความรู้ที่ได้เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้รับประโยชน์จากการเรียนและช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้เพิ่มเติมขึ้นเรื่อย ๆ

### 3.2 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับแบบชิปปา

ทิสนา เขมมณี (2553, หน้า 282 - 284) ได้กล่าวถึงการจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) ว่าเป็นการจัดการเรียนการสอนรูปแบบหนึ่งที่มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้เกิดความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่เรียนอย่างแท้จริง โดยการให้ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยอาศัยความ

ร่วมมือจากกลุ่ม นอกจากนั้นยังช่วยพัฒนาทักษะกระบวนการต่างๆ จำนวนมาก อาทิ กระบวนการคิด กระบวนการกลุ่ม กระบวนการปฏิสัมพันธ์ทางสังคม และกระบวนการแสวงหาความรู้ เป็นต้น ซึ่งการจัดการเรียนการสอนแบบซิปปา (CIPPA MODEL) อาจจัดเป็นแผนได้หลายรูปแบบ รูปแบบหนึ่งที่ได้มีการนำไปทดลองใช้แล้ว ได้ผลดี ประกอบด้วยขั้นตอนการดำเนินการ 7 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม ขั้นนี้เป็นการดึงความรู้เดิมของผู้เรียนในเรื่องที่จะเรียน เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีความพร้อมในการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมของตน ซึ่งผู้สอนอาจใช้วิธีการต่างๆ ได้อย่างหลากหลาย

ขั้นที่ 2 การแสวงหาความรู้ใหม่ ขั้นนี้เป็นการแสวงหาข้อมูลใหม่ของผู้เรียนจากแหล่งข้อมูลหรือแหล่งความรู้ต่างๆ ซึ่งครูอาจจัดเตรียมมาให้ผู้เรียนหรือให้คำแนะนำเกี่ยวกับแหล่งข้อมูลต่างๆ เพื่อให้ผู้เรียนไปแสวงหาก็กได้

ขั้นที่ 3 การศึกษาทำความเข้าใจข้อมูล/ความรู้ใหม่ และการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม ขั้นนี้เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะต้องศึกษาและทำความเข้าใจกับข้อมูล/ความรู้ที่หามาได้ ผู้เรียนจะต้องสร้างความหมายของข้อมูล/ประสบการณ์ใหม่ๆ โดยใช้กระบวนการต่างๆ ด้วยตนเอง เช่น ใช้กระบวนการคิด และกระบวนการกลุ่มในการอภิปรายและสรุปความเข้าใจเกี่ยวกับข้อมูลนั้นๆ ซึ่งจำเป็นต้องอาศัยการเชื่อมโยงกับความรู้เดิม

ขั้นที่ 4 การแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม ขั้นนี้เป็นขั้นที่ผู้เรียนอาศัยกลุ่มเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตน รวมทั้งขยายความรู้ความเข้าใจของตนให้กว้างขึ้นซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้แบ่งปันความรู้ความเข้าใจของตนเองแก่ผู้อื่น และได้รับประโยชน์จากความรู้ ความเข้าใจของผู้อื่นไปพร้อม ๆ กัน

ขั้นที่ 5 การสรุปและจัดระเบียบความรู้ ขั้นนี้เป็นขั้นของการสรุปความรู้ที่ได้รับทั้งหมด ทั้งความรู้เดิมและความรู้ใหม่ และจัดสิ่งทีเรียนให้เป็นระบบระเบียบเพื่อช่วยให้ผู้เรียนจดจำสิ่งที่เรียนรู้ได้ง่าย

ขั้นที่ 6 การปฏิบัติ และ/หรือการแสดงผลงาน หากข้อความรู้ที่ได้เรียนรู้มาไม่มีการปฏิบัติ ขั้นนี้จะเป็นขั้นที่ช่วยให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงผลงานการสร้างความรู้ของตนเองให้ผู้อื่นรับรู้ เป็นการช่วยให้ผู้เรียนได้ต่อยอดหรือตรวจสอบความเข้าใจของตนและช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้ความคิดสร้างสรรค์แต่หากต้องมีการปฏิบัติตามข้อความรู้ที่ได้ ขั้นนี้จะเป็นขั้นปฏิบัติ และมีความแสดงผลงานที่ได้ปฏิบัติด้วย

ขั้นที่ 7 การประยุกต์ใช้ความรู้ ขั้นนี้เป็นขั้นของการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ฝึกฝนการนำความรู้ความเข้าใจของตนไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ ที่หลากหลายเพื่อเพิ่มความชำนาญ ความเข้าใจ ความสามารถในการแก้ปัญหาและความจำในเรื่องนั้นๆ

ขั้นตอนตั้งแต่ขั้นที่ 1-6 เป็นกระบวนการของการสร้างความรู้ (construction of knowledge) ซึ่งครูสามารถจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้มีโอกาสปฏิสัมพันธ์แลกเปลี่ยนเรียนรู้กัน (interaction) และฝึกฝนทักษะกระบวนการต่างๆ (process learning) อย่างต่อเนื่อง เนื่องจากขั้นตอนแต่ละขั้นตอนช่วยให้ผู้เรียนได้ทำกิจกรรมหลากหลายที่มีลักษณะให้ผู้เรียนได้มีการเคลื่อนไหวทางกาย ทางสติปัญญา ทางอารมณ์ และทางสังคม อย่างเหมาะสมอันช่วยให้ผู้เรียนตื่นตัว (active) สามารถรับรู้และเรียนรู้ได้อย่างดี จึงกล่าวได้ว่าขั้นตอนทั้ง 6 มีคุณสมบัติตามหลักการ CIPP ส่วนขั้นที่ 7 เป็นขั้นตอนที่ช่วยให้ผู้เรียนนำความรู้ไปใช้ (application) จึงทำให้รูปแบบนี้มีคุณสมบัติครบตามหลัก CIPPA

### 3.3 บทบาทของครูและนักเรียนในการจัดการเรียนการสอนโดยใช้แบบชิปปา

ทิสนา แคมมณี (2542, หน้า 13-16) ได้กล่าวไว้ว่า การเรียนการสอนแบบผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ไม่ว่าจะใช้แนวคิดใด จะประสบผลสำเร็จไม่ได้ หากครูและผู้เรียนไม่เปลี่ยนบทบาทของตน ซึ่งบทบาทของครูและผู้เรียนตามแนวการจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) มีดังนี้

#### บทบาทของครู

##### 1. ด้านการเตรียมการ ประกอบด้วย

1.1 การเตรียมตนเอง ครูจะต้องเตรียมตนเองให้พร้อมสำหรับบทบาทของผู้เป็นแหล่งเรียนรู้ (Resource Person) ซึ่งจะต้องให้คำอธิบาย คำแนะนำ คำปรึกษา ให้ข้อมูลความรู้ที่ชัดเจนแก่นักเรียน รวมทั้งแนะนำแหล่งเรียนรู้ให้นักเรียนไปศึกษาค้นคว้าหาข้อมูล

1.2 การเตรียมแหล่งข้อมูล ครูจะต้องเตรียมแหล่งข้อมูลความรู้แก่นักเรียนทั้งในรูปแบบของสื่อการเรียน ใบความรู้และวัสดุ อุปกรณ์ต่าง ๆ ที่จะใช้ประกอบกิจกรรมในห้องเรียน หรือศูนย์การเรียนรู้ด้วยตนเอง ที่มีข้อมูลความรู้ที่นักเรียนสามารถเลือกศึกษาค้นคว้าตามต้องการ

1.3 การเตรียมกิจกรรมการเรียน ครูต้องวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนด ครูต้องวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้เพื่อให้ได้สาระสำคัญและเนื้อหาข้อความรู้ อันจะนำไปสู่การออกแบบกิจกรรมการเรียนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง โดยบทบาทของครูในส่วนนี้จะทำหน้าที่คล้ายผู้จัดการ กำหนดบทบาทการเรียนรู้และเป็นผู้กำหนดบทบาทให้นักเรียนทุกคนได้มีส่วนร่วมทำกิจกรรมแบ่งกลุ่มหรือจับคู่

1.4 การเตรียมสื่อ วัสดุอุปกรณ์ เมื่อออกแบบหรือกำหนดกิจกรรมการเรียนรู้แล้วครูจะพิจารณาและกำหนดว่าจะใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ใด เพื่อให้กิจกรรมการเรียนดังกล่าวบรรลุผล

1.5 การเตรียมการวัดผลและประเมินผล บทบาทในด้านการเตรียมการอีกประการหนึ่ง คือ การเตรียมการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้น โดยการวัดให้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้และวัดให้ครอบคลุมทั้งในส่วนของกระบวนการ (Process) และผลงาน (Product) ที่เกิดขึ้นทั้งด้านพุทธิพิสัย (Cognitive domain) จิตพิสัย (Affective domain) และทักษะพิสัย (Psychomotor domain) โดยเตรียมวิธีการวัดเครื่องมือวัดให้พร้อมก่อนทุกครั้ง

2. ด้านดำเนินการ เป็นบทบาทขณะนักเรียนดำเนินกิจกรรมการสอนประกอบด้วย

2.1 การเป็นผู้ช่วยเหลือให้คำแนะนำปรึกษา (Helper and Advisor) คอยให้คำตอบเมื่อนักเรียนต้องการความช่วยเหลือ เช่น ให้ข้อมูลหรือความรู้ในเวลาที่นักเรียนต้องการเพื่อให้การเรียนรู้นั้นมีประสิทธิภาพ

2.2 การเป็นผู้สนับสนุนและเสริมแรง (Supporter and Encourage) ช่วยสนับสนุนกระตุ้นให้นักเรียนสนใจเข้าร่วมกิจกรรม

2.3 การเป็นผู้ร่วมกิจกรรม (Active Participation) โดยเข้าร่วมกิจกรรมในกลุ่มนักเรียนพร้อมทั้งให้ความคิดและความเห็นหรือช่วยเชื่อมโยงประสบการณ์ส่วนตัวของนักเรียนขณะทำกิจกรรม

2.4 การเป็นผู้ติดตามตรวจสอบ (Monitor) ตรวจสอบผลการทำงานตามกิจกรรมของนักเรียน เพื่อให้ถูกต้องชัดเจนและสมบูรณ์ก่อนให้นักเรียนสรุปเป็นข้อความที่ได้จากการเรียนรู้

2.5 การเป็นผู้สร้างเสริมบรรยากาศที่อบอุ่นเป็นมิตร โดยการสนับสนุนเสริมแรงและกระตุ้นให้นักเรียน ได้เข้าร่วมทำงานกลุ่ม แสดงความคิดเห็นอย่างเปิดเผยเป็นที่ยอมรับฟังความคิดเห็นซึ่งกันและกัน อภิปรายโต้แย้งแสดงความคิดเห็นด้วยท่วงทีนุ่มนวล ให้เกียรติและเป็นมิตร โดยมีจุดหมายเพื่อให้เป้าหมายของกลุ่มบรรลุความสำเร็จ

3. ด้านการประเมิน เป็นบทบาทที่ครูผู้สอนต้องดำเนินการเพื่อตรวจสอบว่าสามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้บรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้หรือไม่ ทั้งนี้ครูควรเตรียมเครื่องมือและวิธีการให้พร้อมก่อนถึงขั้นตอนการวัดและการประเมินผลทุกครั้ง และการวัดควรให้ครอบคลุมทุกด้าน โดยเน้นการวัดจากสภาพจริง (Authentic) จากการใช้ปฏิบัติ (Performance) และจากแฟ้มสะสมผลงาน (Portfolio) ซึ่งในการวัดและประเมินผลนี้นอกจากครูจะเป็นผู้วัดและประเมินผลเองแล้ว นักเรียนและสมาชิกของแต่ละกลุ่มควรจะมีบทบาทร่วมวัดและประเมินตนเองและกลุ่มด้วย

### บทบาทของนักเรียน

เมื่อครูปรับเปลี่ยนกิจกรรมการเรียนรู้และพฤติกรรมการสอนของตนแล้วนักเรียนก็ต้องปรับเปลี่ยนพฤติกรรมการเรียนรู้ของตนด้วย การเรียนการสอนจึงจะบรรลุวัตถุประสงค์ โดยทั่วไปแล้วนักเรียนจะมีบทบาทสำคัญๆ ดังนี้

1. ทบทวนความรู้เดิม และมีส่วนร่วมในการแสวงหาข้อมูล ข้อเท็จจริง ความคิดเห็นหรือประสบการณ์ต่างๆ จากแหล่งความรู้ที่หลากหลาย
2. ศึกษาหรือลงมือทำกิจกรรมต่างๆ เพื่อทำความเข้าใจ ใช้ความคิดในการกลั่นกรอง แยกแยะ วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูล และสร้างความหมายให้แก่ตนเอง
3. สร้างและจัดระเบียบความรู้ที่ได้สรรค์สร้างขึ้น เพื่อช่วยให้การเรียนรู้เกิดความคงทน และสามารถนำความรู้ไปใช้ได้สะดวก
4. นำความรู้ไปประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ต่อชีวิต การประยุกต์ให้ช่วยต่อยอดความเข้าใจ และสร้างความมั่นใจให้กับนักเรียน และยังช่วยให้เกิดการเรียนรู้อื่นๆ เพิ่มเติมอีกด้วย

ในการดำเนินบทบาททั้งสี่นั้น นักเรียนต้องแสดงพฤติกรรมที่จำเป็นในการเรียนรู้ร่วมกับผู้อื่นดังนี้

1. เข้าร่วมกิจกรรมอย่างกระตือรือร้น
2. ให้ความร่วมมือและรับผิดชอบในการทำกิจกรรมต่างๆ เช่น แสวงหาความรู้การศึกษาข้อมูลและการสรุป เป็นต้น
3. รับฟัง พิจารณาและยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่น
4. ใช้ความคิดอย่างเต็มที่ ปฏิสัมพันธ์ ได้ตอบ คัดค้าน สนับสนุน แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและความรู้สึกของตนกับผู้อื่น
5. แสดงความสามารถของตนและยอมรับความสามารถของผู้อื่น
6. ตัดสินใจและแก้ปัญหาต่างๆ
7. เรียนรู้จากกลุ่ม และช่วยให้กลุ่มเกิดการเรียนรู้

จากการศึกษาแนวคิดและหลักการจัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปา ผู้วิจัยได้นำขั้นตอนการจัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปา ตามแนวคิดของทิสนา แคมมณี ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอน 7 ขั้นตอน คือการทบทวนความรู้เดิม การแสวงหาความรู้ใหม่ การศึกษาทำความเข้าใจข้อมูล/ความรู้ใหม่และเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม การแลกเปลี่ยนความรู้ ความเข้าใจในกลุ่ม การสรุป และจัดระเบียบความรู้ การปฏิบัติและ/หรือการแสดงผลงาน และการประยุกต์ใช้ความรู้ มาใช้ในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อศึกษาผลการจัดกิจกรรมการ

เรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องความน่าจะเป็น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง

### 3.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้แบบซิปปา

กาญจนา กาพักคิ (2550, หน้า 64) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและค่านิยมทางวิทยาศาสตร์ด้านการมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ด้วยกระบวนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบซิปปา ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนที่ได้รับการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบซิปปา มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

2. นักเรียนที่ได้รับการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบซิปปา มีค่านิยมทางวิทยาศาสตร์ด้านการมีเหตุผล หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

ศิริพัฒน์ กันทะวงศ์ (2551, หน้า 75-76) ได้วิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนโดยใช้ซิปปาโมเดลเพื่อปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า

1. ผลของการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบซิปปาโมเดลได้แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบซิปปาโมเดลทั้งหมด 3 หน่วยการเรียนรู้ รวม 14 แผน ใช้เวลาทั้งหมด 34 ชั่วโมง ซึ่งมีประสิทธิภาพ 80.92/76.27 สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และมีดัชนีประสิทธิผลของแผนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบซิปปาโมเดลคิดเป็นร้อยละ 69.86 ซึ่งแสดงว่า นักเรียนมีความรู้เพิ่มขึ้นคิดเป็นร้อยละ 69.86

2. ผลของการใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ด้านผลการเรียนรู้ พฤติกรรมการแสดงออกในชั้นเรียน เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และเจตคติที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบซิปปาโมเดลด้านผลการเรียนรู้ พบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนการทดสอบหลังเรียนสูงกว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนการทดสอบก่อนเรียนทุกหน่วยการเรียนรู้ และคะแนนผลต่างของคะแนนก่อนเรียนกับหลังเรียนโดยเฉลี่ยทั้ง 3 หน่วยการเรียนรู้ คิดเป็นร้อยละ 50.65 ซึ่งเป็นที่น่าพอใจสำหรับครูผู้วิจัยด้านพฤติกรรมการแสดงออกในชั้นเรียน พบว่า นักเรียนมีพฤติกรรมการแสดงออกในแต่ละด้านเพิ่มมากขึ้นในทุกะดับการปฏิบัติในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1, 2 และ 3 โดยในหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 จำนวนนักเรียนที่มีพฤติกรรมการแสดงออกตามแนวคิดของซิปปาโมเดลในระดับมากในแต่ละด้าน

( C = การสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง, I = การมีปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่น , P = การเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ , P = การเคลื่อนไหวร่างกาย และ A = การประยุกต์ใช้ความรู้ที่ได้ ) คิดเป็นร้อยละ 40 ร้อยละ 24 ร้อยละ 16 ร้อยละ 48 และร้อยละ 40 ตามลำดับ

ด้านเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า คะแนนเฉลี่ยของเจตคติก่อนเรียน เท่ากับ 3.19 และคะแนนเฉลี่ยของเจตคติหลังเรียนเท่ากับ 3.99 และค่าเฉลี่ยที่เพิ่มขึ้นของเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการเรียนรู้โดยชิปปาโมเดล คิดเป็นร้อยละ 16

ด้านเจตคติที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบชิปปาโมเดล พบว่า นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบชิปปาโมเดล โดยมีคะแนนเฉลี่ย 2.88 และมีนักเรียนที่คะแนนอยู่ในระดับ ดี คิดเป็นร้อยละ 52

3. ผลการศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่ใช้กิจกรรมการเรียนการสอนโดยรูปแบบชิปปาโมเดลนักเรียนมีความคิดเห็นเชิงบวกในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังจากจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยรูปแบบชิปปาโมเดลในด้านต่าง ๆ อยู่ในระดับ ดี คิดเป็นร้อยละ 44 และอยู่ในระดับดีมาก คิดเป็นร้อยละ 56

สน วัฒนสิน (2551, หน้า 43-44) ได้วิจัยผลของการสอนวิชาภาพพิมพ์โดยใช้โมเดลชิปปาที่มีต่อความถนัดทางศิลปะ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และความสามารถด้านเหตุผลเชิงนามธรรมของนักศึกษาสาขาวิชาศิลปศึกษา ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 จำนวน 15 คน ผลการวิจัยพบว่า

1. ผลของคะแนนความถนัดทางศิลปะ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และความสามารถด้านเหตุผลเชิงนามธรรม ก่อนและหลังเรียนวิชาภาพพิมพ์ เรื่อง "ภาพพิมพ์แกะไม้" โดยใช้โมเดลชิปปา พบว่า หลังจากเรียนวิชาภาพพิมพ์ เรื่อง "ภาพพิมพ์แกะไม้" โดยใช้โมเดลชิปปา นักศึกษาได้คะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนในแต่ละแบบทดสอบพบว่านักศึกษามีความถนัดทางศิลปะ คิดเป็นร้อยละ 55.33 และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์อยู่ในระดับอ่อน คิดเป็นร้อยละ 57.50 ส่วนความสามารถด้านเหตุผลเชิงนามธรรมอยู่ในระดับอ่อนมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 48.66 สำหรับคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนในแต่ละแบบทดสอบพบว่านักศึกษามีความถนัดทางศิลปะ คิดเป็นร้อยละ 60.44 และความสามารถด้านเหตุผลเชิงนามธรรม คิดเป็นร้อยละ 62.14 อยู่ในระดับพอใช้ ส่วนความสามารถด้านมิติสัมพันธ์อยู่ในระดับค่อนข้างดี คิดเป็นร้อยละ 69.83

2. ผลการเปรียบเทียบความถนัดทางศิลปะ ก่อนและหลังเรียนวิชาภาพพิมพ์เรื่อง "ภาพพิมพ์แกะไม้" โดยใช้โมเดลชิปปา พบว่า นักศึกษามีความถนัดทางศิลปะสูงขึ้นหลังจากที่เรียนวิชาภาพพิมพ์ เรื่อง "ภาพพิมพ์แกะไม้" โดยใช้โมเดลชิปปา โดยค่าเฉลี่ยคะแนนหลังเรียน 54.40



คะแนน สูงกว่าค่าเฉลี่ยคะแนนก่อนเรียน ซึ่งมีคะแนน 49.80 คะแนน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ก่อนและหลังเรียนวิชาภาพพิมพ์ เรื่อง "ภาพพิมพ์แกะไม้" โดยใช้โมเดลชิปปา พบว่า นักศึกษามีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงขึ้น หลังจากการเรียนวิชาภาพพิมพ์ เรื่อง "ภาพพิมพ์แกะไม้" โดยใช้โมเดลชิปปา โดยค่าเฉลี่ยคะแนนหลังเรียน 27.93 คะแนน สูงกว่าค่าเฉลี่ยคะแนนก่อนเรียน ซึ่งมีคะแนน 23.00 คะแนน เมื่อทดสอบ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

4. ผลการเปรียบเทียบความสามารถด้านเหตุผลเชิงนามธรรม ก่อนและหลังเรียนวิชาภาพพิมพ์ เรื่อง "ภาพพิมพ์แกะไม้" โดยใช้โมเดลชิปปา พบว่า นักศึกษามีความสามารถด้านเหตุผลเชิงนามธรรมสูงขึ้นหลังจากการเรียนวิชาภาพพิมพ์ เรื่อง "ภาพพิมพ์แกะไม้" โดยใช้โมเดลชิปปา โดยค่าเฉลี่ยคะแนนหลังเรียน 31.07 93 คะแนน สูงกว่าค่าเฉลี่ยคะแนนก่อนเรียน ซึ่งมีคะแนน 24.33 คะแนน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ชเรนทร์ จิตติพิทุททางกูร (2552, หน้า 62-66) ได้วิจัยการส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 39 คน พบว่า นักเรียนสามารถนำหลักการ วิธีการ ความรู้ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เชื่อมโยงในสาระคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดี และสามารถเชื่อมโยงกับงานที่เกี่ยวข้องในชีวิตประจำวันเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาในระดับดี

สุพัตรา หล่อเถิน (2552, หน้า 74-75) ได้จัดการเรียนรูแบบชิปปา ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องการหารทศนิยม สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษา ปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านสบค่อม อำเภอเมืองลำปาง สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาลำปาง เขต 1 จำนวน 21 คน ที่เรียนโดยใช้แผนการเรียนรู้เรื่องการหารทศนิยมโดยใช้รูปแบบชิปปา พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการจัดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนเรียน กล่าวคือคะแนนก่อนการเรียนเฉลี่ย 16.43 คิดเป็นร้อยละ 41.07 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.35 คะแนนหลังเรียนเฉลี่ย 31.52 คิดเป็นร้อยละ 78.81 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 2.39 และยังพบว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามแผนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 12 แผน มีคะแนนเฉลี่ย ร้อยละ 84.34 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.53

2. นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านสบค่อม อำเภอเมืองลำปาง สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาลำปาง เขต 1 จำนวน 21 คน ที่เรียนโดยใช้แผนการเรียนรู้เรื่องการหารทศนิยมโดยใช้รูปแบบชิปปา ผลการศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออกอันดับที่ 1 ทั้ง 5 ด้าน พบว่านักเรียนแสดงออกพฤติกรรมทั้ง 5 ด้าน โดยพฤติกรรมที่แสดงออกมากที่สุดได้แก่ด้านที่ 2 คือ

ปฏิสัมพันธ์ทุกครั้งที่มีกิจกรรม จำนวน 246 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 97.62 รองลงมาได้แก่ด้านที่ 3 คือ เคลื่อนไหวด้วยตนเองอย่างกระตือรือร้น จำนวน 244 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 96.83 และด้านที่ แสดงออกน้อยที่สุดได้แก่ด้านที่ 4 คือใช้กระบวนการเรียนรู้ด้วยตนเอง จำนวน 177 ครั้ง คิดเป็น ร้อยละ 70.24

สุรินทร์ ต้นสกุล (2553, หน้า 155) ได้วิจัยผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบซิปปา (CIPPA MODEL) ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการทำงานเป็นกลุ่มของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จากการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบซิปปา หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน
2. ความสามารถในการทำงานเป็นกลุ่ม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จากการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบซิปปา ด้านความเป็นผู้นำ ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.87 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.45 ด้านการสื่อสารภายในกลุ่ม ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.97 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.49 ด้านการวางแผนในการทำงานเป็นกลุ่ม ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.80 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.47 ด้านความรับผิดชอบ ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.93 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.50 และด้านการแก้ปัญหาความขัดแย้ง ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.18 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.45 โดยภาพรวมอยู่ในระดับสูง

พรสุดา อินทร์สาน (2554, หน้า 78) ได้วิจัยผลการอ่านคิดวิเคราะห์ภาษาไทยจากการใช้ กิจกรรมกลุ่มร่วมกันคิดประกอบเทคนิคซิปปาโมเดลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ จำนวน 28 คน ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมกลุ่มร่วมกันคิดประกอบเทคนิคซิปปาโมเดล พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการ อ่านคิดวิเคราะห์หลังการจัดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนเรียน กล่าวคือ คะแนนก่อนเรียนเฉลี่ย 9.25 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 61.67 คะแนนหลังเรียนเฉลี่ย 11.32 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 75.47
2. ผลการประเมินทักษะการอ่านคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เมื่อพิจารณาจากคะแนนความก้าวหน้าทางการเรียนทั้ง 5 แผนมีคะแนนรวมเฉลี่ยสูงขึ้น ในระดับดีมาก คิดเป็นร้อยละ 76.79 ซึ่งถือว่าผ่านเกณฑ์

จากการศึกษาข้อมูลกล่าวสรุปได้ว่า การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้แบบซิปปา เป็นการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์จริงที่มีอยู่ในชีวิตประจำวัน การเรียนรู้ในลักษณะที่ให้นักเรียนเป็นผู้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ตรวจสอบ สรุปและแบ่งปันความรู้ด้วยกระบวนการกลุ่ม มีความพร้อมที่จะเรียนรู้ ฝึกฝนพัฒนาทักษะกระบวนการต่าง ๆ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้

#### 4. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง

##### 4.1 ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง

วอน (Wong, 2002) ได้กล่าวถึงความหมายการแก้ปัญหาจากสถานการณ์จริงในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่า ส่วนประกอบที่สำคัญของแก้ปัญหาจากสถานการณ์จริงมี 2 แบบคือ 1) การทำความเข้าใจกับปัญหาที่เกิดขึ้นจริงหรือข้อเท็จจริงภายใต้การอภิปรายกัน แล้วทำการแก้ปัญหาโดยการเลือกใช้ข้อมูลจริง และ 2) การทำความเข้าใจกับปัญหาที่เกิดขึ้นจริงหรือข้อเท็จจริงภายใต้การอภิปรายกัน แล้วทำการแก้ปัญหาโดยเลือกใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์

สุรสาธ ภาสุข (2546, หน้า 11) กล่าวว่า การใช้ปัญหาจากสถานการณ์จริงในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่เชื่อมโยงความเป็นจริงของโลกกับคณิตศาสตร์ซึ่งอาจอยู่ในรูปแบบที่หลากหลายแตกต่างกัน เช่น สัญลักษณ์ฟังก์ชัน สูตร สมการ นิพจน์ กราฟ ตาราง สถานการณ์จำลองและการทดลอง เป็นต้น

รุ่งอรุณ เรืองเดช (2551, หน้า 10) กล่าวว่า การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงสามารถทำได้โดยให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดและมีความเข้าใจในเนื้อหาต่างๆ ได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริงที่สัมพันธ์กับชีวิตประจำวัน เรียนรู้จากสิ่งแวดล้อมรอบๆ ตัวที่เป็นแหล่งความรู้ที่หลากหลาย ไม่ว่าจะเรียนในห้องเรียนหรือนอกห้องเรียนจะมีคุณค่าและมีความหมายเหมือนนักเรียนได้นำเอาความรู้ไปเชื่อมโยงใช้ในชีวิตจริงและพร้อมที่จะนำความรู้ที่ได้ไปแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน

กฤษดา นรินทร์ (2555, หน้า 21) กล่าวว่า กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาจากสถานการณ์จริง เป็นการเชื่อมโยงปัญหา หรือ สถานการณ์ในชีวิตจริง โดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย เช่น สมการ กราฟ ตาราง ฟังก์ชัน เป็นต้น เป็นตัวเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่คำตอบของปัญหาจากสถานการณ์จริงเหล่านั้น

จากการศึกษาข้อมูลกล่าวสรุปได้ว่า การใช้ปัญหาจากสถานการณ์จริงในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ความเป็นจริงที่มีอยู่ในชีวิตประจำวัน โดยอาจสรุปเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่หลากหลายแตกต่างกัน เช่น แผนภาพ สัญลักษณ์ ฟังก์ชัน สูตร สมการ นิพจน์ กราฟ ตาราง สถานการณ์จำลองและการทดลอง แก้ปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบจากสถานการณ์จริงนั้น

## 4.2 แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จาก

### สถานการณ์จริง

โพลยา (1985 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคะนอง, 2554, หน้า 41) ได้นำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ให้นักเรียนเข้าใจปัญหาอย่างถ่องแท้ มีการวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบและมีประสิทธิภาพ ทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้องหรือผลเฉลยที่เป็นเหตุเป็นผลจากการแก้ปัญหา ขั้นตอนของกระบวนการดังกล่าวมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

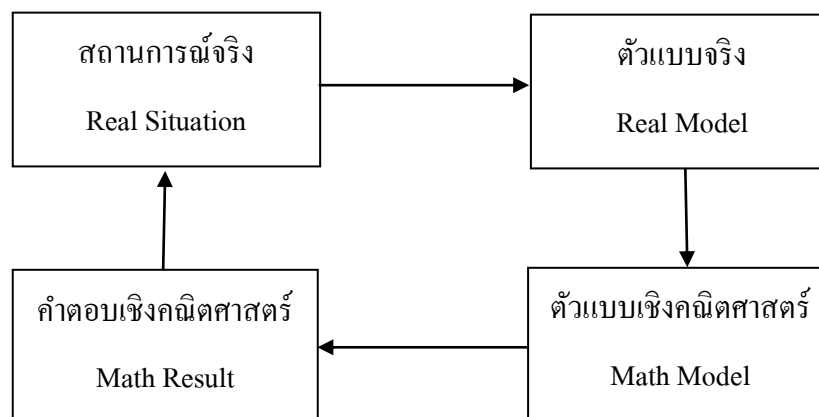
ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) ขั้นนี้เป็นขั้นการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา โดยอาจหาว่าสิ่งที่ต้องการทราบคืออะไร ข้อมูลมีอะไรบ้าง เงื่อนไขคืออะไร จะแก้ปัญหามาตามเงื่อนไขได้หรือไม่ เงื่อนไขที่ให้มาเพียงพอที่จะหาสิ่งที่ต้องการหรือไม่ ในขั้นนี้ การวาดภาพ การใช้สัญลักษณ์ การแบ่งเงื่อนไขออกเป็นส่วนย่อยๆ อาจช่วยให้เข้าใจปัญหาคิดขึ้น

ขั้นที่ 2 การวางแผนงาน (Devising a plan) ขั้นนี้เป็นขั้นการเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลในปัญหากับสิ่งที่ต้องการทราบ หากไม่สามารถเชื่อมโยงได้ทันที อาจต้องใช้ปัญหาอื่นช่วยเพื่อให้ได้แผนงานแก้ปัญหานั้นที่สุด ผู้แก้ปัญหามักเริ่มต้นด้วยการคิดว่าตนเคยเห็นปัญหาลักษณะนี้จากไหนมาก่อนหรือไม่ หรือเคยเห็นปัญหาในรูปแบบที่คล้ายคลึงกันนี้หรือไม่ จะใช้ความรู้หรือวิธีการใดแก้ปัญหาคิดก่อนบ้าง จะแปลงข้อมูลที่มีอยู่ใหม่เพื่อให้สิ่งที่ต้องการทราบกับข้อมูลที่อยู่สัมพันธ์กันมากขึ้นได้หรือไม่ ได้ใช้ข้อมูลและเงื่อนไขที่อยู่อย่างเหมาะสมแล้วหรือยัง

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) ขั้นนี้เป็นการลงมือทำงานตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบแต่ละขั้นย่อย ๆ ของงานที่ทำว่าถูกต้องหรือไม่ จะแน่ใจได้อย่างไร เป็นการกำกับการทำงานตามแผน

ขั้นที่ 4 การตรวจย้อนกลับ (Looking back) ขั้นนี้เป็นการตรวจสอบคำตอบหรือผลเฉลยที่ได้ว่าสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ และมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ ซึ่งอาจครอบคลุมถึงการขยายความคิดจากผลหรือคำตอบที่ได้ และการวิเคราะห์หาวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา

บลูม (Bloom, 1993, pp. 3-14) ได้เสนอแนวคิดในการจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาจริงในรูปแบบของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งมีการจัดกิจกรรม โดยสรุปได้ดังภาพที่ 2-2



ภาพที่ 2-2 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาจากสถานการณ์จริงตามแนวคิดของบลูม

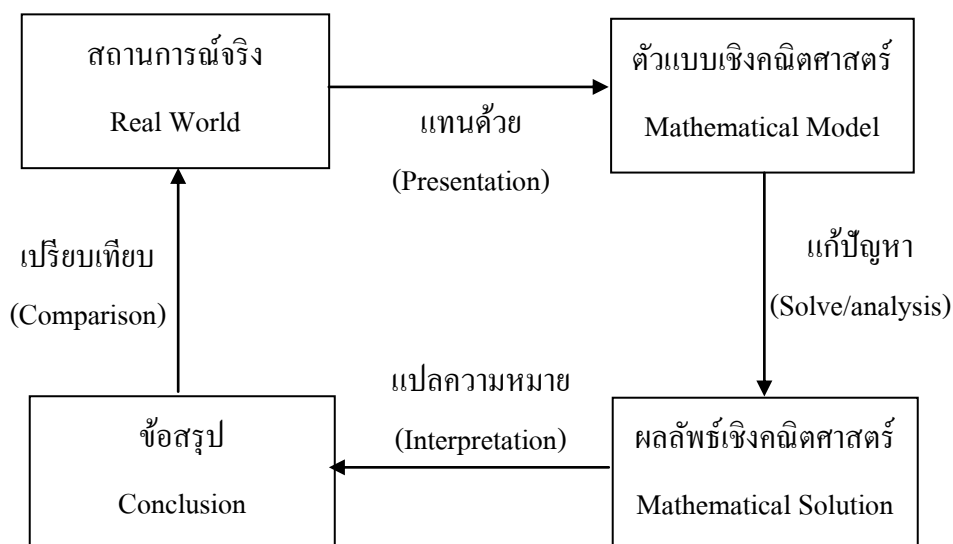
ขั้นที่ 1 สถานการณ์จริงสู่ตัวแบบจริง (Real Situation to Real Model) กำหนดปัญหาสถานการณ์จริง โดยใช้สถานการณ์จริงที่สามารถพบได้ในชีวิตประจำวัน นักเรียนสามารถกำหนดขอบเขตของสถานการณ์ที่ต้องการศึกษา สิ่งที่ถูกกำหนดขึ้นในสถานการณ์หรือสิ่งที่เคยทราบมาแล้วเชื่อมโยงกับสถานการณ์จริงให้อยู่ในรูปแบบของตัวแบบจริงโดยทำการเสนอสถานการณ์จริงด้วยการเลือกใช้สื่อที่เหมาะสมกับสถานการณ์นั้น ๆ

ขั้นที่ 2 ตัวแบบจริงสู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Real Model to Math Model) จากตัวแบบจริงที่ถูกนำเสนอด้วยสื่อในรูปแบบต่าง ๆ เชื่อมโยงให้นักเรียนเห็นภาพที่สามารถเกิดขึ้นได้จากสถานการณ์จริง จากนั้นเชื่อมโยงข้อมูลที่ได้ให้อยู่ในรูปแบบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งอยู่ในรูปของฟังก์ชันหรือกราฟ

ขั้นที่ 3 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สู่คำตอบเชิงคณิตศาสตร์ (Real Model to Math Result) จากการจัดข้อมูลให้อยู่ในรูปแบบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งอยู่ในรูปของฟังก์ชันและกราฟ นักเรียนทำการแก้ปัญหาจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้คำตอบทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 คำตอบเชิงคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์จริง (Math Result to Real Situation) จากคำตอบทางคณิตศาสตร์ที่ได้ นำคำตอบมาอธิบายสถานการณ์จริงที่กำหนดขึ้นในขั้นตอนแรก ว่าคำตอบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้สัมพันธ์กับปัญหาสถานการณ์จริงอย่างไร

คอมเบอร์ (Comber, 1999, p.1) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาจากสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วยขั้นตอนหลัก 4 ขั้นตอน ดังภาพที่ 2-3



ภาพที่ 2-3 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาจากสถานการณ์จริงตามแนวคิดของคอมเบอร์

จากกระบวนการหลักข้างต้น คอมเบอร์นำมาใส่รายละเอียดจนได้กระบวนการของการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับใช้ในชั้นเรียนดังนี้

1. ทำการศึกษาสถานการณ์จริง
2. พยายามคาดเดาตัวแปรที่สำคัญ
3. พัฒนาขึ้นเป็นตัวอย่างง่าย โดยการ
  - 3.1 สร้างสมมติฐาน
  - 3.2 สมมติข้อมูล
  - 3.3 สร้างสมการ
4. พยายามหาผลลัพธ์เชิงคณิตศาสตร์ จากตัวแบบที่พัฒนาขึ้นโดย
  - 4.1 การแก้สมการ
  - 4.2 เขียนกราฟ
5. แปลความหมายของผลลัพธ์เชิงคณิตศาสตร์ โดยการตอบคำถาม
  - 5.1 ความหมายของผลลัพธ์เชิงคณิตศาสตร์ในสถานการณ์จริงคืออะไร
  - 5.2 กราฟบอกอะไรกับเราบ้างเกี่ยวกับสถานการณ์จริง

## 6. เปรียบเทียบข้อสรุปกับสถานการณ์จริง โดยการตอบคำถาม

6.1 ข้อสรุปนั้นมีเหตุผลหรือไม่

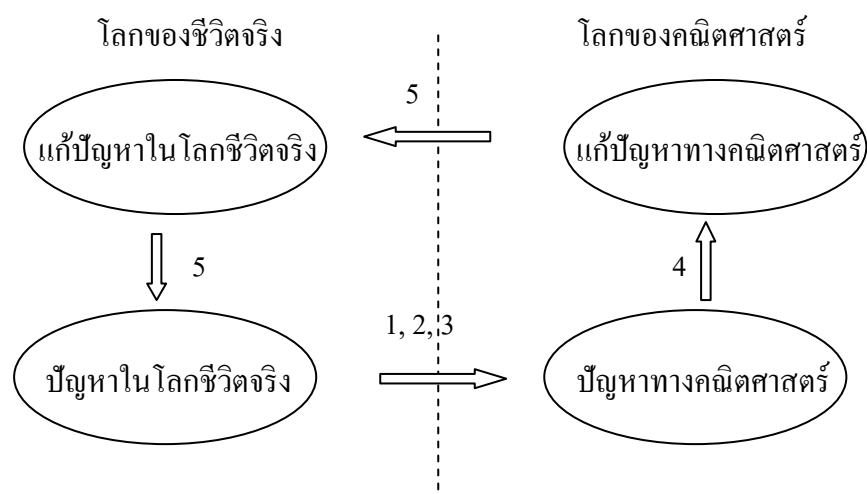
6.2 ข้อสรุปนั้นเป็นจริงหรือไม่

6.3 สมมติฐานอะไรที่ทำให้ได้ผลลัพธ์เช่นนั้น

6.4 สมมติฐานนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่

โดยการใช้กระบวนการข้างต้น คอมเบอร์กล่าวว่าตัวแบบแรก ๆ อาจจะยังไม่เป็นจริงมากนัก แต่ก็ช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจกระบวนการคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงนั้นมากขึ้น รวมทั้งมองเห็นว่าตัวแปรทั้งหลายสัมพันธ์กันอย่างไร และตัวแปรใดบ้างที่เป็นตัวแปรสำคัญที่สุดจากนั้นพยายามแก้ไขและแปลความหมายผลลัพธ์ที่ได้ นักเรียนจะสามารถสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปทั่วไปและมีความเป็นไปได้จริงเพิ่มขึ้นอย่างช้า ๆ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554, หน้า 96-100) ระบุว่า PISA ต้องการตรวจสอบความสามารถของนักเรียนในด้านการแก้ปัญหา ซึ่งครอบคลุมการวิเคราะห์การใช้เหตุผล และการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพ ในการแก้ปัญหานั้น นักเรียนจะต้องใช้กระบวนการ ความรู้ และทักษะคณิตศาสตร์ ที่ได้เรียนมาในโรงเรียนและจากประสบการณ์ชีวิต สำหรับในการประเมินผลของ PISA จะเรียกกระบวนการพื้นฐานที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาที่ปรากฏในชีวิตจริงว่ากระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematisation) ซึ่งมีวงจรดังนี้



ภาพที่ 2-4 กระบวนการคิดเป็นคณิตศาสตร์

สรุปกระบวนการได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 เริ่มด้วยปัญหาที่มีอยู่ในโลกจริง

ประการแรก ต้องแปลปัญหาจากความเป็นจริงไปเป็นปัญหาคณิตศาสตร์  
กระบวนการนี้ต้องเกี่ยวข้องกับกิจกรรม

- ระบุคณิตศาสตร์ที่ใช้ได้กับปัญหานั้น ๆ
- แสดงปัญหาในรูปที่แตกต่างไป รวมทั้งจัดแนวความคิดคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องและระบุข้อตกลงเบื้องต้นที่สอดคล้องเหมาะสม

ขั้นที่ 2 จัดให้อยู่ในรูปแบบตามแนวคิดของคณิตศาสตร์

- เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษา สัญลักษณ์  
สูตร ทำให้เข้าใจปัญหานั้นในทางคณิตศาสตร์

- มองหารูปแบบ ความสัมพันธ์และแบบรูปทางคณิตศาสตร์
- มองหาลักษณะของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ค่อยๆ ตัดข้อเท็จจริงที่เป็นปัญหาในโลกจริงออกไปก่อนโดย

- นำคณิตศาสตร์เข้ามาเชื่อมโยงกับปัญหา เช่น การสร้างข้อตกลงเบื้องต้น  
การทำให้เป็นโจทย์คณิตศาสตร์ การลงข้อสรุป

- แปลปัญหาให้เป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ขั้นตอนนี้ รวมถึง

- การใช้และการแสดงแทนเปลี่ยนกลับไปมา
- การใช้สัญลักษณ์ กฎ ภาษาเฉพาะทาง และการทำโจทย์คณิตศาสตร์
- ใช้ปรับตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ผสมผสานและบูรณาการตัวแบบ
- ให้ความเห็น สนับสนุน โต้แย้ง
- สรุปการแก้โจทย์

ขั้นที่ 5 แปลผลจากการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กลับเป็นปัญหาในสถานการณ์ของโลกจริง  
รวมถึงการระบุข้อจำกัดของการแก้ปัญหานั้น ๆ ด้วย

- เข้าใจว่าคณิตศาสตร์ทำได้แค่ไหนและมีข้อจำกัดอย่างไร
- คิด สะท้อนถึงข้ออภิปราย โต้แย้ง และหาคำอธิบายถึงความใช้ได้ของผลการแก้โจทย์
- สื่อสารทั้งกระบวนการคิดและผลที่ได้
- วิพากษ์ตัวแบบและข้อจำกัด



สุรสาธ ภาสุข (2546) ได้เสนอ ขั้นตอนการจัดกิจกรรมใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 3 ชั้น คือ

ขั้นที่ 1 การนำเข้าสู่การปฏิบัติกิจกรรม เป็นการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มใหญ่ ประกอบด้วยกิจกรรมต่าง ๆ ดังนี้

ครูนำเสนอสถานการณ์จริง

ครูสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนเกิดความรู้สึกรักอยากแก้ปัญหา

ครูกับนักเรียนร่วมกันอภิปราย ทำความเข้าใจปัญหาของสถานการณ์จริง

ครูจัดนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย 4 คน ประกอบด้วยนักเรียนที่มีพื้นฐานความรู้คณิตศาสตร์

ในระดับต่ำและในระดับสูงอย่างละ 1 คน และในระดับปานกลาง 2 คน

ขั้นที่ 2 การปฏิบัติกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เป็นการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มย่อย นักเรียนสามารถเลือกใช้วิธีการปฏิบัติกิจกรรมในลักษณะต่าง ๆ อย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่างผสมผสานกัน คือ ให้นักเรียนทำการศึกษาเป็นรายบุคคลก่อนโดยใช้เวลานั้น ๆ จากนั้นถึงมาอภิปรายร่วมกันเพื่อหาข้อสรุป จากนั้นรวมกลุ่มเล็ก 2 คนทำการศึกษาาร่วมกันโดยใช้เวลานั้น ๆ จากนั้นจึงอภิปรายรวมกันเพื่อหาข้อสรุป จากนั้นทุกคนในกลุ่มย่อยร่วมกันอภิปรายและหาข้อสรุปเมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนต่าง ๆ ครบถ้วนแล้ว ให้นักเรียนในกลุ่มย่อยร่วมกันเขียนเรียบเรียงออกมาเป็นรายงานของกลุ่ม

บทบาทของครู ในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมเป็นกลุ่มย่อยนั้นครูจะทำหน้าที่เป็นผู้อำนวยความสะดวกหมุนเวียนไปสังเกตการทำกิจกรรมของแต่ละกลุ่ม ให้คำแนะนำในกรณีจำเป็นหรือถ้าจำเป็นอาจต้องใช้การกระตุ้นหากเห็นว่าการอภิปรายในกลุ่มใดหยุดชะงักไม่สามารถดำเนินต่อไปได้ และกรณีมีนักเรียนกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งที่ได้จัดเตรียมไว้ดังต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนทบทวนกิจกรรมในแต่ละขั้นที่ได้ทำไปแล้วใหม่ โดยเฉพาะตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ว่าเหมาะสมกับข้อมูลที่มีอยู่ในสถานการณ์จริงนั้นแล้วหรือยัง

2. ให้ศึกษาประเด็นปัญหาเพิ่มเติมที่ครูจัดเตรียมไว้ซึ่งเป็นประเด็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงที่กำหนดให้

ขั้นที่ 3 การสรุปผลการปฏิบัติกิจกรรม เป็นการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มใหญ่ ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมานำเสนอผลของการปฏิบัติกิจกรรม โดยพยายามให้ทุก ๆ กลุ่มได้นำเสนอผลของการปฏิบัติกิจกรรมให้ครบถ้วนถ้าเวลาไม่เพียงพอ แต่หากมีเวลาจำกัดให้นำเสนอเฉพาะกลุ่มที่มีผลของการปฏิบัติกิจกรรมคล้ายคลึงกัน ที่เหลือให้แสดงความคิดเห็นหรือเพิ่มเติมในประเด็นปลีกย่อยที่แตกต่างออกไป ในระหว่างการนำเสนอของตัวแทนกลุ่มย่อยนักเรียนคนอื่น ๆ

ร่วมอภิปรายและแสดงความคิดเห็น ครูทำหน้าที่บูรณาการแนวคิดจากการนำเสนอของนักเรียน กลุ่มย่อยและจากการอภิปรายแสดงความคิดเห็นของนักเรียนสรุปให้ชัดเจนในแต่ละขั้นตอน

รุ่งอรุณ เรื่องเศษ (2551, หน้า 14-15) ได้เสนอ แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อสร้างทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงชีวิตจริง ทำได้โดยใช้ปัญหาจากชีวิตจริง จัดกิจกรรมที่ใช้สื่อการสอนที่หลากหลายสามารถพบเห็นได้ในชีวิตจริง ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนครั้งนี้อาศัยหลักแนวคิดของโดนัลด์ และมากี 5 ขั้น คือ ใช้ปัญหาจากชีวิตจริง สร้างแบบจำลองของจริง สร้างแบบจำลองในชั้นเรียน สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และหาผลลัพธ์ เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2551, หน้า 74-75) ได้เสนอรูปแบบการเรียนรู้ตามแนวการสอนแบบการสอนแนะให้รู้จัก โดยรูปแบบปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้แบ่งเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา เป็นการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกิจกรรมกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน ประกอบด้วยกิจกรรมต่าง ๆ ดังนี้

1. ครูสร้างความสนใจสถานการณ์ในชีวิตจริงเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อมเพื่อให้นักเรียนตระหนักถึงปัญหาและโน้มน้าวให้นักเรียนมีความรู้สึกรักอยากแก้ปัญหา

2. ครูนำเสนอปัญหาจากสถานการณ์ในชีวิตจริงเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อมจากนั้นนักเรียนร่วมกันอภิปราย ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา โดยมีครูเป็นผู้กระตุ้นผ่านคำถามที่น่าสนใจ

ขั้นที่ 2 ขั้นการวิเคราะห์ข้อมูลเป็นการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มย่อย โดยมีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. นักเรียนร่วมวิเคราะห์เพื่อหาคำตอบของปัญหาโดยวิเคราะห์ถึงวิธีการที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล หรือวิธีที่จะนำข้อมูลที่มีอยู่มาใช้โดยอาศัยพื้นฐานความรู้เดิม

2. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 – 6 คน จากนั้นครูชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจถึงวิธีการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย

3. นักเรียนสร้างความรู้เองด้วยความเข้าใจจากการเก็บรวบรวมข้อมูลตามสถานการณ์/ปัญหาหรือวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์/ปัญหาเพื่อนำมาอภิปรายหาคำตอบภายในกลุ่มของตนเอง

4. ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกและประเมินนักเรียนระหว่างนักเรียนปฏิบัติกิจกรรม หมุนเวียนสังเกตการณ์ทำกิจกรรมของแต่ละกลุ่ม ให้คำแนะนำและความช่วยเหลือเท่าที่จำเป็นพร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นตามกลุ่มต่าง ๆ เพื่อให้เกิดการอภิปรายด้วยเหตุผล

ขั้นที่ 3 ขั้นการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ เป็นการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มใหญ่ โดยมีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. นักเรียนในกลุ่มย่อยแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมานำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรม พร้อมทั้งเหตุผลที่ใช้ของกลุ่มตนเอง ครั้งละ 2 – 3 กลุ่ม
2. นักเรียนร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น จากนั้นครูและเพื่อนร่วมกันถามให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นหรือเหตุผลที่ใช้ เพื่อให้เกิดการแสดงผลที่ครอบคลุมและสมบูรณ์ที่สุด รวมทั้งการประเมินการคิดของนักเรียนด้วย

ขั้นที่ 4 ขั้นการบูรณาการแนวคิดและเชื่อมโยงไปสู่ชีวิตจริง เป็นการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มใหญ่ โดยมีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อบูรณาการแนวคิดและเหตุผลที่ใช้จากการนำเสนอของนักเรียนแต่ละกลุ่มย่อย โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปราย จากนั้นนักเรียนช่วยกันขยายแนวคิดเพื่อเชื่อมโยงไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริงเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อม และสรุปเป็นประเด็นให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

2. ครูมอบหมายงานเพื่อตรวจสอบและติดตามผลการเรียนรู้

บทบาทของครู ครูเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้เองด้วยความเข้าใจผ่านทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยง ครูคัดเลือกสถานการณ์ในชีวิตจริงเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อมจากแหล่งต่าง ๆ เช่น สื่อสิ่งพิมพ์ต่าง ๆ หนังสือ หรืออินเทอร์เน็ต และเป็นสถานการณ์ที่น่าสนใจและอยู่ในความสนใจ ครูตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดและแก้ปัญหาให้มีการอภิปรายเพื่อหาคำตอบ ชักถามเพื่อให้นักเรียนให้เหตุผลบ่อย ๆ เพื่อสร้างความเข้าใจและตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผล จัดบรรยากาศในชั้นเรียนให้เป็นกันเอง ส่งเสริมให้นักเรียนมีอิสระในการคิดและแสดงความคิดและแสดงความคิดเห็นในเนื้อหาที่เรียน จัดเตรียมสื่ออุปกรณ์เพื่อช่วยในการเรียนรู้ คอยอำนวยความสะดวก และให้คำแนะนำกรณีจำเป็น อีกทั้งครูประเมินการคิดของนักเรียนตลอดเวลาที่ปฏิบัติกิจกรรม

บทบาทของนักเรียน นักเรียนมีโอกาสตั้งคำถาม ลงมือเก็บรวบรวมข้อมูล นำเสนอข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล อภิปรายเพื่อหาข้อสรุป ลงมือปฏิบัติเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน กลุ่มย่อย และรายบุคคลมีการคิดด้วยตนเอง การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และนำเสนอผลงาน

กฤษดา นรินทร์ (2555, หน้า 33) ได้กล่าวถึงแนวคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อแก้ปัญหาจากสถานการณ์จริง เป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหาจากสถานการณ์จริง มีขั้นตอน ดังนี้

1. ครูสร้างความสนใจสถานการณ์ในชีวิตจริงเกี่ยวกับภาคตัดกรวย โดยยกตัวอย่างของภาคตัดกรวยที่พบในชีวิตจริง เพื่อให้นักเรียนตระหนักเห็นความสำคัญและความเชื่อมโยงของภาคตัดกรวยกับโลกจริง

2. ครูนำเสนอปัญหาจากสถานการณ์ในชีวิตจริง ที่ต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับภาคตัดกรวยมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายหาแนวทางในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 ขั้นทำความเข้าใจปัญหาจากสถานการณ์จริง เป็นการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มย่อย โดยมีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 3-4 คน แล้วให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์เพื่อหาคำตอบของปัญหา โดยวิเคราะห์สิ่งที่ต้องการศึกษา สิ่งที่ถูกกำหนดขึ้นในสถานการณ์ และวิธีการที่จะใช้ในการแก้ปัญหา

2. นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อแสดงถึงความเข้าใจจากการศึกษาปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนด และวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์เพื่อนำมาอภิปรายหาข้อสรุปถึงวิธีการแก้ปัญหาภายในกลุ่ม

3. ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกและประเมินนักเรียนระหว่างนักเรียนปฏิบัติกิจกรรม โดยคอยสังเกตการณ์ทำกิจกรรมของแต่ละกลุ่ม ให้คำแนะนำและความช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นตามกลุ่มต่าง ๆ เพื่อให้เกิดการอภิปรายด้วยเหตุผล

ขั้นที่ 3 ขั้นการเชื่อมโยงปัญหาจากสถานการณ์จริงสู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มีขั้นตอน ดังนี้

1. นักเรียนนำข้อสรุปที่ได้จากการอภิปรายร่วมกันมาหาวิธีการแก้ปัญหาโดยสร้างสมมติฐานจากข้อมูลที่ได้ แล้วเปลี่ยนสมมติฐานให้อยู่ในรูปของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งอาจอยู่ในรูปของฟังก์ชัน สมการ หรือ กราฟ

2. นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อหาคำตอบจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น และช่วยกันตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

3. ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกและประเมินนักเรียนระหว่างนักเรียนปฏิบัติกิจกรรม โดยคอยสังเกตการณ์ทำกิจกรรมของแต่ละกลุ่ม ให้คำแนะนำและความช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นตามกลุ่มต่าง ๆ เพื่อให้เกิดการอภิปรายด้วยเหตุผล

ขั้นที่ 4 ขั้นการเชื่อมโยงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์ไปสู่สถานการณ์จริง มีขั้นตอนดังนี้

1. นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงความหมายของผลลัพธ์เชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ในสถานการณ์จริงคืออะไร คำตอบที่ได้บอกอะไรบ้างเกี่ยวกับสถานการณ์จริง แล้วสรุปคำตอบจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2. นักเรียนร่วมกันนำคำตอบที่ได้มาอธิบายสถานการณ์จริง ที่กำหนดให้ ว่าคำตอบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้สัมพันธ์กับปัญหาจริงอย่างไร

3. ครูเป็นผู้คอยสังเกตการณ์ทำกิจกรรมแต่ละกลุ่ม ให้คำแนะนำและความช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นตามกลุ่มต่าง ๆ เพื่อให้เกิดการอภิปรายด้วยเหตุผล

ขั้นที่ 5 ขั้นสรุปแนวคิดและเชื่อมโยงสู่ชีวิตจริง เป็นการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มใหญ่ โดยมีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. นักเรียนในกลุ่มย่อยแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมานำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรม พร้อมทั้งเหตุผลที่ใช้ของกลุ่มตนเอง ครั้งละ 2-3 กลุ่ม โดยครูคอยจดประเด็นที่นักเรียนนำเสนอ เพื่อเป็นข้อมูลในการสนทนาหลังจบการนำเสนอ

2. นักเรียนร่วมอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น จากนั้นครูและเพื่อนร่วมกันถามให้นักเรียนได้แสดงความคิดหรือเหตุผลที่ใช้ เพื่อให้เกิดการแสดงเหตุผลที่ครอบคลุมและสมบูรณ์ที่สุด รวมทั้งเป็นประเมินการคิดของนักเรียน

3. ครูนำสนทนาเพื่อให้นักเรียนช่วยกันขยายแนวคิดเพื่อเชื่อมโยงไปสู่การแก้ปัญหาสถานการณ์ในชีวิตจริง โดยใช้ความรู้เรื่อง ภาคตัดกรวย และสรุปเป็นประเด็นให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

4. ครูมอบหมายงานเพื่อตรวจสอบความเข้าใจและติดตามผลการเรียนรู้

จากข้อมูลที่กล่าวสรุปได้ว่า แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้ปัญหา คณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาสถานการณ์โลกจริง

1. ครูกำหนดสถานการณ์ในชีวิตจริง เพื่อให้นักเรียนตระหนักเห็นความสำคัญของการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์โลกจริง

2. ให้นักเรียนทำความเข้าใจ โดยอาจหาว่าสิ่งที่ต้องการทราบคืออะไร ข้อมูลมีอะไรบ้าง เงื่อนไขคืออะไร จะแก้ปัญหามาตามเงื่อนไขได้หรือไม่ เงื่อนไขที่ให้มาเพียงพอที่จะหาสิ่งที่ต้องการหรือไม่ ในขั้นนี้ การวาดภาพ การใช้สัญลักษณ์ การแบ่งเงื่อนไขออกเป็นส่วนย่อยๆ อาจช่วยให้เข้าใจปัญหาคืบขึ้น

## ขั้นที่ 2 เชื่อมโยงปัญหาจากสถานการณ์จริงสู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

1. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 3-5 คน จากนั้นครูชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจถึงวิธีการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย
2. ร่วมกันอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นภายในกลุ่ม ในสิ่งที่แต่ละคนทำความเข้าใจปัญหาสถานการณ์โลกจริง
3. ให้นักเรียนนำสิ่งที่ร่วมกันอภิปรายนั้น หาความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษา สัญลักษณ์ สูตร เขียนรูปแบบความสัมพันธ์และแบบรูปทางคณิตศาสตร์ มองหาลักษณะของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
4. ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกและประเมินนักเรียนระหว่างปฏิบัติการรรม สังเกตการณ์ทำกิจกรรมของแต่ละกลุ่ม ให้คำแนะนำและความช่วยเหลือเท่าที่จำเป็นพร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นตามกลุ่มต่าง ๆ เพื่อให้เกิดการอภิปรายด้วยเหตุผล

## ขั้นที่ 3 แก้ปัญหาคณิตศาสตร์

1. นักเรียนใช้สัญลักษณ์ กฎ ภาษาเฉพาะทาง และการทำโจทย์คณิตศาสตร์หรือใช้ปรับตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ผสมผสานและบูรณาการตัวแบบ
2. นักเรียนแสดงวิธีหาคำตอบจากสัญลักษณ์ สูตร แบบรูปความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ ที่นักเรียนร่วมกันอภิปราย

## ขั้นที่ 4 สรุปและแปลผลจากการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กลับเป็นปัญหาในสถานการณ์ของโลกจริง

1. นักเรียนร่วมกันอภิปรายความหมายของผลลัพธ์ที่คำนวณได้ในสถานการณ์จริง แล้วสรุปคำตอบ
2. นักเรียนร่วมกันนำคำตอบที่ได้มาอธิบายสถานการณ์จริง ว่าคำตอบที่ได้สัมพันธ์กับปัญหาจริงอย่างไร โดยครูใช้คำถามกระตุ้นตามกลุ่มต่าง ๆ เพื่อให้เกิดการอภิปรายด้วยเหตุผล
3. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมานำเสนอผลของการปฏิบัติการรรม โดยพยายามให้ทุกๆ กลุ่มได้นำเสนอผลของการปฏิบัติการรรมให้ครบถ้วนถ้าเวลามีเพียงพอ แต่หากมีเวลาจำกัดให้นำเสนอเฉพาะกลุ่มที่มีผลของการปฏิบัติการรรมคล้ายคลึงกัน ที่เหลือให้แสดงความคิดเห็นหรือเพิ่มเติมในประเด็นที่แตกต่างออกไป

บทบาทของครู คือนำเสนอปัญหาจากสถานการณ์ในชีวิตจริง เพื่อให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายหาแนวทางในการแก้ปัญหา ปัญหานั้นเป็นสถานการณ์ที่น่าสนใจและอยู่ในความสนใจ ครูนำเสนอเพื่อให้นักเรียนช่วยกันขยายแนวคิดเพื่อเชื่อมโยงไปสู่การแก้ปัญหา

สถานการณ์ ในชีวิตจริง และจัดบรรยากาศในชั้นเรียนให้เป็นกันเอง ส่งเสริมให้นักเรียนมีอิสระในการคิดและแสดงความคิดเห็นในเนื้อหาที่เรียน จัดเตรียมสื่ออุปกรณ์เพื่อช่วยในการเรียนรู้ คอยอำนวยความสะดวก และให้คำแนะนำกรณีจำเป็น อีกทั้งต้องประเมินการคิดของนักเรียนตลอดเวลาที่ปฏิบัติกิจกรรม และทำหน้าที่บูรณาการแนวคิดจากการนำเสนอของนักเรียนกลุ่มย่อยและจากการอภิปรายแสดงความคิดเห็นของนักเรียนสรุปเป็นประเด็นให้ชัดเจนยิ่งขึ้น รวมถึงการมอบหมายงานเพื่อตรวจสอบความเข้าใจและติดตามผลการเรียนรู้

บทบาทของนักเรียน คือนักเรียนมีโอกาสตั้งคำถาม นำเสนอข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล อภิปรายเพื่อหาข้อสรุป ลงมือปฏิบัติเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน กลุ่มย่อย และรายบุคคล มีการคิดด้วยตนเอง การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และนำเสนอผลงาน

### 4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง

#### งานวิจัยต่างประเทศ

วอน (2002 อ้างถึงใน กฤษดา นรินทร์, 2555, หน้า 35) ได้ศึกษาถึงการพัฒนาการเรียนการสอนชั้นเรียนเพื่อรองรับครูผู้สอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาช่วงอายุ 12-14 ปี การออกแบบชั้นเรียนมุ่งเน้นให้มีการประยุกต์การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เข้ากับการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์จากประสบการณ์ของชาวบรูไน เนื้อหาที่บรรจุในชั้นเรียนมุ่งเน้นให้เกิดความรู้ทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์บทเรียนทางคณิตศาสตร์ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในระดับชั้นประถมศึกษา เนื้อหาส่วนใหญ่จะเป็นการยกตัวอย่างจากแบบฝึกหัดแนวความคิดของนักเรียน การอภิปรายร่วมกันจากการสอน พบว่า นักเรียนสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ ทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์บทเรียนคณิตศาสตร์ ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ทำให้มองเห็นว่า เมื่อเลือกใช้ตัวแบบหรือวิธีการแก้ปัญหาก็แตกต่างกัน จะทำให้ทราบถึงพื้นฐานทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ดีเมื่อนักเรียนมีพื้นฐานทางการเรียนที่ดีจะทำให้ นักเรียนเปิดรับสิ่งที่สนับสนุนการสอนนักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง

#### งานวิจัยในประเทศ

สุรสาธิต ผาสุข (2546, บทคัดย่อ) ได้วิจัย การศึกษาความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และผลในด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนทวีธาภิเศก กรุงเทพมหานคร จำนวน 32 คน ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 ใช้เวลาในการทดลอง 42 ชั่วโมง เป็นกิจกรรมปูพื้นฐาน 6 ชั่วโมง และปฏิบัติการกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 36 ชั่วโมง พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับความสามารถและ

การคิดในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นักเรียนกลุ่มตัวอย่างสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา และสังเคราะห์ความรู้ที่เกี่ยวข้องมาสร้างตัวแบบที่เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นและเอกซ์โพเนนเชียลได้ดี คิดหาข้อสรุปจากตัวแบบในรูปฟังก์ชันและทดสอบความเหมาะสมของตัวแบบได้แต่การคิด เชื่อมโยงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์ไปสู่สถานการณ์จริงยังทำได้ไม่ดีนัก

รุ่งอรุณ เรืองเดช (2551, หน้า 43-44) ได้วิจัย การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง การวัด โดยเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง ของชาวเผ่าปกากะญอ ที่บ้านห้วยด้อม จังหวัดลำพูน ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงของชาวเขาเผ่าปกากะญอ พบว่า นักเรียนสามารถนำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตจริงของชาวเขาเผ่าปกากะญออยู่ในระดับดี

2. ความคิดเห็นต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน พบว่า นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรมและสามารถทำกิจกรรมกลุ่มได้ดี สามารถอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นร่วมกันภายในกลุ่ม อภิปรายแนวคิดหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับ

รัฐศาสตร์ พรคุณวุฒิ (2553, หน้า 53-54) ได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริง เรื่องการวัด กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริงจากการทำแบบฝึกหัด/ใบงาน โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับดี และจากแบบทดสอบประจำหน่วยโดยเฉลี่ยอยู่ในระดับดี

2. ความสนใจของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ด้านความกระตือรือร้นในการเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนการสอน และด้านความเอาใจใส่ต่องานที่ได้รับมอบหมายนักเรียนแสดงพฤติกรรมในระดับมาก ส่วนด้านความอยากรู้อยากเห็นนักเรียนเขียนบันทึกการเรียนรู้เกี่ยวกับความต้องการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์กับบริบทชีวิตจริงในระดับมาก

กฤษดา นรินทร์ (2555, หน้า 113) ได้วิจัย ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องภาคตัดกรวย ที่เน้นการเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยให้กิจกรรมการเรียนรู้ปกติ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ภาคตัดกรวย ไม่แตกต่างกัน



2. ความสามารถในการแก้ปัญหาจากสถานการณ์จริง เรื่อง ภาคตัดกรวยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังเรียน โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และผ่านเกณฑ์ที่กำหนด

3. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ด้านการตระหนักเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังเรียน โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

จากการศึกษาข้อมูลกล่าวสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริงนั้น จะช่วยให้นักเรียนนำความรู้ ความเข้าใจ ประสบการณ์เดิมที่มีอยู่ไปสังเคราะห์และประมวลเข้าด้วยกันมาประยุกต์ใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่แปลกใหม่หรือปัญหาสถานการณ์โลกจริง

## 5. การตั้งเกณฑ์ผ่าน

การตั้งเกณฑ์ผ่าน สำหรับคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังการได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เท่ากับ คะแนนสอบก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน รวมกับ  $b$  % ของคะแนนที่ขาดหายไปจากการทดสอบก่อนเรียน คำนวณจากสูตร (อำพล ธรรมเจริญ, อ้างถึงใน กฤษดา นรินทร์, 2555, หน้า 88)

$$z = a + (n - a) \left[ \frac{b}{100} \right]$$

เมื่อ	$a$	แทน	คะแนนสอบก่อนเรียน
	$z$	แทน	คะแนนที่ใช้เป็นเกณฑ์สำหรับเปรียบเทียบกับคะแนนสอบหลังเรียน
	$n$	แทน	คะแนนเต็ม
	$b$	แทน	เปอร์เซ็นต์ของคะแนนที่เป็นเกณฑ์เป้าหมาย

## บทที่ 3

### วิธีดำเนินการวิจัย

การดำเนินการวิจัยเรื่อง ผลกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
3. การออกแบบการวิจัย
4. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

#### 1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาและค้นคว้าเอกสารและงานวิจัย ทั้งในและต่างประเทศ ที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยดังต่อไปนี้

1.1 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์โลกจริง หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรสถานศึกษาและการวัดและประเมินผลสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางในการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอน และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

1.2 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์โลกจริง

## 2. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

### ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนการเรียน วิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนกันตังพิทยากร อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง จำนวน 3 ห้องเรียน คือ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/3 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/4 รวมจำนวนนักเรียน 128 คน โดยทางโรงเรียนได้แบ่งกลุ่มนักเรียนที่ศึกษาแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ เป็น 5 ห้องเรียน มี 2 ห้องเรียน คือ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/5 ที่โรงเรียนได้จัดเป็นนักเรียนกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงทั้งห้อง และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำทั้งห้อง ตามลำดับ และมี 3 ห้องเรียน คือ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/3 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/4 ที่มีนักเรียนแบบผลความสามารถ ซึ่งพิจารณาจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557 เป็นเกณฑ์ในการแบ่งกลุ่ม

### กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนกันตังพิทยากร อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง จำนวน 2 ห้องเรียน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster sampling) จากกลุ่มประชากร โดยวิธีจับสลาก จำนวน 2 ห้อง จากนั้นจับสลากอีกครั้งเพื่อให้ได้มาซึ่งกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/2 จำนวนนักเรียน 44 คน และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/3 จำนวนนักเรียน 42 คน เรียงลำดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557 ของแต่ละกลุ่ม ซึ่งในแต่ละกลุ่มจะตัดนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงและนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำอย่างละร้อยละ 5 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดในแต่ละกลุ่มออกจากกลุ่มตัวอย่าง เพื่อที่จะให้ได้กลุ่มตัวอย่างที่มีความสามารถทัดเทียมกันมากที่สุด หลังจากการตัดร้อยละ 5 แล้วจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/2 มี 41 คน และจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/3 มี 39 คน

### 3. การออกแบบการวิจัย

การดำเนินการวิจัยโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้รูปแบบการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi experimental Design) ประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยมีแบบแผนการทดลอง ดังนี้

ตารางที่ 3-1 แสดงแบบแผนการทดลองแบบวิจัยกึ่งทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	ทดสอบก่อนการทดลอง	ทดลอง	ทดสอบหลังการทดลอง
E	$T_1, T_2$	X	$T_1, T_2$
C	$T_1, T_2$	$\sim X$	$T_1, T_2$

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการแสดงแบบแผนการวิจัย มีดังนี้

E	แทน	กลุ่มทดลอง
C	แทน	กลุ่มควบคุม
X	แทน	การใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบชิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง
$\sim X$	แทน	การใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบปกติ
$T_1$	แทน	การทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น
$T_2$	แทน	การทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

### 4. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ แบ่งออกเป็น เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองและเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

#### 4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบชิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

การสอนแบบปกติ เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่ผู้วิจัยสร้างและพัฒนาเครื่องมือสำหรับใช้ในการทดลอง มีรายละเอียด ดังนี้

4.1.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษา

4.1.2 ศึกษาผลการเรียนรู้ และการวัดและประเมินผลกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

4.1.3 ศึกษาการจัดการเรียนการสอน โดยใช้รูปแบบชิปปา ที่พัฒนาขึ้นโดย ทิศนา เขมมณี และศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1.4 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

4.1.5 วิเคราะห์ผลการเรียนรู้ของสาระการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น เพื่อกำหนดหน่วยการเรียนรู้และเวลาเรียน และเพื่อจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โดยผู้วิจัยได้แบ่งหน่วยการเรียนรู้เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ออกเป็น 5 สาระการเรียนรู้ ใช้เวลาสอนทั้งหมด 16 คาบ คาบละ 50 นาที และทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยง 6 คาบ แบ่งได้ดังนี้

1) สาระการเรียนรู้ที่ 1 กราฟ	2	คาบ
2) สาระการเรียนรู้ที่ 2 ดีกรีของจุดยอด	2	คาบ
3) สาระการเรียนรู้ที่ 3 แนวเดิน	3	คาบ
4) สาระการเรียนรู้ที่ 4 กราฟออยเลอร์	4	คาบ
5) สาระการเรียนรู้ที่ 5 การประยุกต์ของกราฟ	5	คาบ
6) ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน	1	คาบ
7) ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน	1	คาบ
8) ทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน	2	คาบ
9) ทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังเรียน	2	คาบ

4.1.6 ศึกษาเนื้อหา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น จากตำราต่าง ๆ ต่อไปนี้

4.1.6.1 คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 - 6 และหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (สสวท., 2551)

4.1.6.2 คู่มือคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

4.1.7 วิเคราะห์และกำหนดปัญหาสถานการณ์ในโลกจริง ที่สอดคล้องกับเนื้อหาเรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

4.1.8 วางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงสู่สถานการณ์ในโลกจริง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น โดยมีรายละเอียดการกำหนดเนื้อหาและกิจกรรมการเรียนรู้ไว้ดังนี้

ตารางที่ 3-2 กิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงสู่สถานการณ์ในโลกจริง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

คาบเรียน	เนื้อหา	กิจกรรม
1-2	กราฟ	กิจกรรมที่ 1 ให้นักเรียนหา $V(G)$ และ $E(G)$ ของกราฟที่กำหนดให้ได้ กิจกรรมที่ 2 นักเรียนบอกได้ว่าเส้นเชื่อมใดเป็นวงวน (loop) หรือเส้นเชื่อมขนาน (parallel edges) กิจกรรมที่ 3 นักเรียนเขียนแผนภาพจำลองปัญหาและตอบคำถามได้จากแผนภาพ
3 - 4	ดีกรีของจุดยอด	กิจกรรมที่ 4 นักเรียนหาดีกรีของจุดแต่ละจุดในกราฟและบอกได้ว่าจุดแต่ละจุดเป็นจุดยอดคู่หรือจุดยอดคี่ได้ กิจกรรมที่ 5 จับมือได้หรือไม่?
5-7	แนวเดิน	กิจกรรมที่ 6 แปลงปัญหาเป็นแนวเดิน กิจกรรมที่ 7 เสาวโทรศัพท์ลี้ม
8-11	กราฟฮามิลตัน	กิจกรรมที่ 8 นักเรียนหาวงจรฮามิลตันได้ กิจกรรมที่ 9 กราฟฮามิลตันกับปัญหาสะพานคอนิกส์เบอร์ค
12-16	การประยุกต์ของกราฟ	กิจกรรมที่ 10 แบบจำลอง กิจกรรมที่ 11 ทางไหนดี? กิจกรรมที่ 12 สร้างทางรถไฟแบบถูกที่สุด

4.1.9 สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงสู่สถานการณ์ในโลกจริง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น จำนวน 16 แผน ในการดำเนินการแต่ละแผน ใช้เวลา 1 คาบ คาบละ 50 นาที ซึ่งแต่ละแผนการเรียนรู้ประกอบด้วย

#### 4.1.9.1 ผลการเรียนรู้

- (1) ด้านความรู้
- (2) ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์
- (3) ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

#### 4.1.9.2 สาระการเรียนรู้

#### 4.1.9.3 กิจกรรมการเรียนรู้

- (1) ขันทบทวนความรู้เดิม
- (2) ขันการแสวงหาความรู้ใหม่
- (3) ขันการศึกษาทำความเข้าใจข้อมูล/ความรู้ใหม่ และการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม
  - **ขั้นที่ 1** ทำความเข้าใจปัญหาจากสถานการณ์จริง
  - **ขั้นที่ 2** เชื่อมโยงปัญหาจากสถานการณ์จริงสู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
  - **ขั้นที่ 3** การเชื่อมโยงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์
  - **ขั้นที่ 4** สรุปแนวคิดและเชื่อมโยงกลับเป็นปัญหาสถานการณ์โลกจริง
- (4) ขันการแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม
- (5) ขันการสรุปและจัดระเบียบความรู้
- (6) ขันการปฏิบัติ และ/หรือการแสดงผลงาน
- (7) ขันการประยุกต์ใช้ความรู้

#### 4.1.9.4 สื่อการเรียนรู้อุ้/แหล่งการเรียนรู้

#### 4.1.9.5 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

#### 4.1.9.6 บันทึกหลังการสอน

4.1.10 สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ จำนวน 16 แผนการเรียนรู้ โดยในการดำเนินการแต่ละแผน ใช้เวลา 1 คาบ คาบละ 50 นาที เนื้อหาที่ใช้เป็นเนื้อหา คณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช

2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สาระเพิ่มเติม และหลักสูตรสถานศึกษา ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วย

#### 4.1.10.1 ผลการเรียนรู้

- (1) ด้านความรู้
- (2) ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์
- (3) ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

#### 4.1.10.2 สาระการเรียนรู้

#### 4.1.10.3 กิจกรรมการเรียนรู้

- (1) ชี้นำ
- (2) ชี้อสอน
- (3) ชี้อสรุป

#### 4.1.10.4 สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

#### 4.1.10.5 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

#### 4.1.10.6 บันทึกหลังสอน

4.1.11 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของ ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ ระยะเวลาและภาษาที่ใช้ เพื่อนำข้อเสนอมาปรับปรุงแก้ไข

4.1.12 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ที่ปรับปรุงและแก้ไขแล้ว เสนอผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของจุดประสงค์การเรียนรู้ด้านความรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ ความเหมาะสมของเนื้อหาที่เรียนกับระยะเวลาที่สอนในแต่ละคาบและตรวจสอบภาษาที่ใช้ในการสื่อความหมายให้นักเรียนเข้าใจได้ง่าย ถูกต้อง และชัดเจน

4.1.13 นำแผนกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้นที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ปรับปรุงแก้ไขจุดประสงค์การเรียนรู้ด้านความรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ ความเหมาะสมของเนื้อหาที่เรียนกับระยะเวลาที่สอนในแต่ละคาบและภาษาที่ใช้ในการสื่อความหมายให้นักเรียนเข้าใจได้ง่าย ถูกต้อง และชัดเจน ตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ



4.1.14 นำแผนกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้นที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/1 โรงเรียนกันตังพิทยากร จังหวัดตรัง จำนวน 1 ห้องเรียนของประชากรที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/4 โรงเรียนกันตังพิทยากร จังหวัดตรัง จำนวน 1 ห้องเรียนของประชากรที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง โดยนักเรียนกลุ่มนี้เรียนเรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้นแล้วจากการสลับหน่วยการเรียนรู้

4.1.15 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติที่สร้างขึ้นปรับปรุงแก้ไขภาษาและอักขระให้ถูกต้องสมบูรณ์ แล้วจึงนำไปใช้สอนจริงกับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม เพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลต่อไป

## 4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น และแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น โดยมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

### 4.2.1 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น เป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ (Multiple Choices) 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังต่อไปนี้

4.2.1.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษา

4.2.1.2 ศึกษาเทคนิควิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ หลักการตรวจให้คะแนน

4.2.1.3 ศึกษาคู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 และหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (สสวท., 2551)

4.2.1.4 ศึกษาผลการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สร้างตารางวิเคราะห์ผลการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับระดับพฤติกรรม ดังตารางที่ 3-3

ตารางที่ 3-3 วิเคราะห์ความสอดคล้องของผลการเรียนรู้ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้นกับระดับพฤติกรรม

ผลการเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม (จำนวนข้อ)				รวม
	ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์	
1. เขียนกราฟเมื่อกำหนดจุดยอด (vertex) และเส้นเชื่อม (edge) ให้ได้	3	4	7	5	19
2. ระบุได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟออยเลอร์หรือไม่	2	2	2	2	8
3. นำความรู้เรื่องกราฟไปใช้แก้ปัญหาบางประการได้	1	1	3	3	8
<b>รวมจำนวนข้อสอบ</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>12</b>	<b>10</b>	<b>35</b>

จากตารางที่ 3-3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ครอบคลุมผลการเรียนรู้ ทั้งหมดจำนวน 35 ข้อ โดยแบ่งเป็นระดับความรู้ความจำ จำนวน 6 ข้อ ระดับความเข้าใจ จำนวน 7 ข้อ ระดับการนำไปใช้ จำนวน 12 ข้อ และระดับการวิเคราะห์ จำนวน 10 ข้อ

4.2.1.5 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ชุด แบบคู่ขนาน แต่ละชุดเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ (Multiple Choices) 4 ตัวเลือก จำนวน 35 ข้อ โดยสร้างให้มีความสอดคล้องกับตารางวิเคราะห์ผลการเรียนรู้ และวางโครงสร้างแบบทดสอบให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่ต้องการวัดไว้ 4 ระดับ คือ ความรู้ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้และการวิเคราะห์ ตามแนวคิดของ Wilson (พร้อมพรรณ อุคมสิน, 2544, หน้า 60 -75)

4.2.1.6 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น จำนวน 35 ข้อ เสนออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ตรวจสอบ เพื่อปรับปรุงและแก้ไขแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ตามข้อเสนอแนะ

4.2.1.7 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงและแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์แล้ว เสนอผู้เชี่ยวชาญ

ตรวจสอบ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) ของแบบทดสอบ โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับผลการเรียนรู้ (Index of Item- Objective Congruence หรือ (IOC) (พรณี ลีกิจวัฒน์, 2554, หน้า 207) ใช้เกณฑ์ในการพิจารณาดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับเนื้อหา ผลการเรียนรู้ ถูกต้อง  
เหมาะสม

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับเนื้อหา ผลการเรียนรู้  
ถูกต้องเหมาะสม

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับเนื้อหา ผลการเรียนรู้  
ถูกต้องเหมาะสม

หลังจากนั้นผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน มาวิเคราะห์ คัดเลือกข้อสอบแต่ละข้อที่มีค่าดัชนี ความสอดคล้อง (IOC) อยู่ระหว่าง 0.67 - 1 ซึ่งมากกว่า 0.5 แสดงว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีความเหมาะสมที่จะนำไปใช้ได้ คัดเลือกเป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จำนวน 30 ข้อ และนำข้อมูลที่รวบรวมได้จากข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ มาปรับปรุงแก้ไขภาษาที่ใช้ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นให้สมบูรณ์

4.2.1.8 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่คัดเลือก และปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญแล้ว จำนวน 30 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/4 โรงเรียนกันตังพิทยากร จำนวน 1 ห้องเรียนของประชากรที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งนักเรียนกลุ่มนี้ต้องเรียนเรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้นมาแล้ว โดยการสลับหน่วยการเรียนรู้ เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

4.2.1.9 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คือ ข้อที่ตอบถูกให้ 1 คะแนน และข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบหรือตอบมากกว่า 1 คำตอบให้ 0 คะแนน ผู้วิจัยตรวจทีละข้อจนครบทุกคนอย่างต่อเนื่อง แล้วจึงตรวจข้อต่อไป

4.2.1.10 ตรวจสอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่นำไปทดลอง แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์หาความยากและหาค่าอำนาจจำแนก โดยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์เป็นรายข้อ ได้ค่าความยากง่าย (p) อยู่ระหว่าง 0.43 - 0.90 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.00 - 0.53 คัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เฉพาะข้อที่มีค่าความยาก อยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป (พรณี วิกิจวัฒน์, 2553, หน้า 113-115) จำนวน 20 ข้อ ที่ครอบคลุมผลการเรียนรู้ตามตารางวิเคราะห์ข้อสอบ ซึ่งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา

คณิตศาสตร์ที่มีค่าความยากง่าย (p) อยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป ถือว่าใช้ได้

4.2.1.11 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 20 ข้อ มาวิเคราะห์หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของคูเดอร์ – ริชาร์ดสัน (Kuder – Richardson: KR - 20) (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2555, หน้า 157) ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ทั้งฉบับจำนวน 20 ข้อ มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.80 และครอบคลุมผลการเรียนรู้ตามตารางวิเคราะห์ข้อสอบ ดังตารางที่ 3-4 ตารางที่ 3-4 แสดงความสอดคล้องของผลการเรียนรู้ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์

ผลการเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม (จำนวนข้อ)				รวม
	ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์	
1. เขียนกราฟเมื่อกำหนดจุดยอด (vertex) และเส้นเชื่อม (edge) ให้ได้	3(2)	4(2)	7(6)	5(2)	19(12)
2. ระบุได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟออยเลอร์หรือไม่	2(1)	2(2)	2(1)	2(1)	8(5)
3. นำความรู้เรื่องกราฟไปใช้แก้ปัญหาบางประการได้	1(0)	1(1)	3(1)	3(1)	8(3)
<b>รวมจำนวนข้อสอบ</b>	<b>6(3)</b>	<b>7(5)</b>	<b>12(8)</b>	<b>10(4)</b>	<b>35(20)</b>

จากตารางที่ 3-4 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ครอบคลุมผลการเรียนรู้และมีคุณภาพตามเกณฑ์แล้ว จำนวน 20 ข้อ จากทั้งหมดจำนวน 35 ข้อ โดยแบ่งเป็นระดับความรู้ความจำ จำนวน 3 ข้อ ระดับความเข้าใจ จำนวน 5 ข้อ ระดับการนำไปใช้ จำนวน 8 ข้อ และระดับการวิเคราะห์ จำนวน 4 ข้อ

4.2.1.11 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น จำนวน 20 ข้อ ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์แล้ว ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

## 4.2.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง

ผู้วิจัยสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงเรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น แบบคู่ขนาน 2 ชุด เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย 5 ข้อ เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบก่อนเรียนและแบบทดสอบหลังเรียน ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังต่อไปนี้

4.2.2.1 ศึกษาตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวคิด ทฤษฎีของทักษะการคิดเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ วิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และหลักการการวัดและประเมินผล

4.2.2.2 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หลักสูตรสถานศึกษา ผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

4.2.2.3 ศึกษาคู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 และหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

4.2.2.4 กำหนดจุดมุ่งหมาย กรอบการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงที่สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ดังตารางที่ 3-5

ตารางที่ 3-5 ผลการวิเคราะห์ความสอดคล้องของผลการเรียนรู้ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

ผลการเรียนรู้	เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน (จำนวนข้อ)
1. เขียนกราฟเมื่อกำหนดจุดยอด (vertex) และเส้นเชื่อม (edge) ได้	5(2)
2. ระบุได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟออยเลอร์หรือไม่	3(1)
3. นำความรู้เรื่องกราฟไปใช้แก้ปัญหาบางประการได้	2(2)
<b>รวมจำนวนข้อสอบ</b>	<b>10(5)</b>

#### 4.2.2.5 สร้างแบบทดสอบวัดความคิดเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่

สถานการณ์ในโลกจริงจำนวน 2 ชุด แบบคู่ขนาน แต่ละชุดเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ แต่ละข้อของแบบทดสอบให้นักเรียนได้แสดงถึงความสามารถในการคิดเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ในโลกจริงเป็น 4 ชั้น ดังนี้

ชั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาสถานการณ์โลกจริง

ชั้นที่ 2 การเชื่อมโยงปัญหาจากสถานการณ์จริงสู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ชั้นที่ 3 การเชื่อมโยงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์

ชั้นที่ 4 สรุปแนวคิดและเชื่อมโยงกลับเป็นปัญหาสถานการณ์โลกจริง

#### 4.2.2.6 สร้างเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถ

ในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ดังตารางที่ 3-6

ตารางที่ 3-6 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

คะแนน	เงื่อนไข
4	<ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนบอกความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนจุดยอดและเส้นเชื่อมแทนข้อมูลของปัญหาได้อย่างถูกต้อง</li> <li>- นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนจำลองปัญหาเป็นกราฟได้อย่างถูกต้อง</li> <li>- นักเรียนสามารถให้ข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์ และหาคำตอบได้ถูกต้อง</li> <li>- นักเรียนสามารถสรุปแนวคิดและเชื่อมโยงให้กลับเป็นปัญหาสถานการณ์ของโลกจริงได้อย่างถูกต้อง</li> </ul>
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนบอกความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนจุดยอดและเส้นเชื่อมแทนข้อมูลของปัญหาได้อย่างถูกต้อง</li> <li>- นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนจำลองปัญหาเป็นกราฟได้อย่างถูกต้อง</li> <li>- นักเรียนสามารถให้ข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์ และหาคำตอบได้ถูกต้อง</li> <li>- นักเรียนไม่สามารถสรุปแนวคิดและเชื่อมโยงให้กลับเป็นปัญหาสถานการณ์ของโลกจริงได้อย่างถูกต้อง</li> </ul>

## ตารางที่ 3-6 (ต่อ)

คะแนน	เงื่อนไข
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนบอกความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนจุดยอดและเส้นเชื่อมแทนข้อมูลของปัญหาได้อย่างถูกต้อง</li> <li>- นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนจำลองปัญหาเป็นกราฟได้อย่างถูกต้อง</li> <li>- นักเรียนไม่สามารถให้ข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์ และหาคำตอบได้ถูกต้อง</li> <li>- นักเรียนไม่สามารถสรุปแนวคิดและเชื่อมโยงให้กลับเป็นปัญหาสถานการณ์ของโลกจริงได้อย่างถูกต้อง</li> </ul>
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนบอกความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนจุดยอดและเส้นเชื่อมแทนข้อมูลของปัญหาได้อย่างถูกต้อง</li> <li>- นักเรียนไม่สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อเขียนจำลองปัญหาเป็นกราฟได้อย่างถูกต้อง</li> <li>- นักเรียนไม่สามารถให้ข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์ และหาคำตอบได้ถูกต้อง</li> <li>- นักเรียนไม่สามารถสรุปแนวคิดและเชื่อมโยงให้กลับเป็นปัญหาสถานการณ์ของโลกจริงได้อย่างถูกต้อง</li> </ul>
0	<ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนไม่สามารถบอกความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนจุดยอดและเส้นเชื่อมแทนข้อมูลของปัญหาได้อย่างถูกต้อง</li> <li>- นักเรียนไม่สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อเขียนจำลองปัญหาเป็นกราฟอย่างถูกต้อง</li> <li>- นักเรียนไม่สามารถให้ข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์ และหาคำตอบได้ถูกต้อง</li> <li>- นักเรียนไม่สามารถสรุปแนวคิดและเชื่อมโยงให้กลับเป็นปัญหาสถานการณ์ของโลกจริงได้อย่างถูกต้อง</li> </ul>

4.2.2.7 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง และเกณฑ์การประเมินที่สร้างเสนออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ตรวจสอบเพื่อปรับปรุงและแก้ไขแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงตามข้อเสนอแนะ

4.2.2.8 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ที่ปรับปรุงและแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์แล้วเสนอผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) ของแบบทดสอบ โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับผลการเรียนรู้ (IOC) (พรณี ลีกิจวัฒน์, 2554, หน้า 207) ใช้เกณฑ์ในการพิจารณาดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับเนื้อหา ผลการเรียนรู้ ถูกต้องเหมาะสม และวัดความสามารถในการเชื่อมโยง

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับเนื้อหา ผลการเรียนรู้ ถูกต้องเหมาะสม และวัดความสามารถในการเชื่อมโยง

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับเนื้อหา ผลการเรียนรู้ ถูกต้องเหมาะสม และวัดความสามารถในการเชื่อมโยง

หลังจากนั้นนำคะแนนที่ได้จากการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญมาวิเคราะห์คัดเลือกข้อสอบแต่ละข้อที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) อยู่ระหว่าง 0.67 - 1 ซึ่งมากกว่า 0.5 แสดงว่า แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีความเหมาะสมที่จะนำไปใช้ได้ จำนวน 10 ข้อ และนำข้อมูลที่รวบรวมได้จากข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญมาปรับปรุงแก้ไขภาษาที่ใช้ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นให้สมบูรณ์

4.2.2.9 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญแล้ว จำนวน 10 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/1 โรงเรียนกันตังพิทยากร จังหวัดตรัง จำนวน 1 ห้องเรียนของประชากรที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งนักเรียนกลุ่มนี้ต้องเรียนเรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้นมาแล้วโดยการสลับหน่วยการเรียนรู้ เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

4.2.2.10 ตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงที่นำไปทดลอง แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์หาความยากและหาค่าอำนาจจำแนกเป็นรายข้อ ได้ค่าความยากง่าย (p) อยู่ระหว่าง 0.26 - 0.66 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง -0.52 - 0.67 คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการ



เชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงเฉพาะข้อที่มีค่าความยาก อยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไปจำนวน 5 ข้อ ที่ครอบคลุมผลการเรียนรู้ ซึ่งแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงที่มีค่าความยากง่าย ( $p$ ) อยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป ถือว่าใช้ได้

4.2.1.11 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงจำนวน 5 ข้อ มาวิเคราะห์หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรการวิเคราะห์ของไวทนีและซาเบอร์ส (Whitney and Sabers) (ไพศาล วรรคัม, 2552, หน้า 288) จำนวน 5 ข้อ มาหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ -Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2555, หน้า 158) ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับจำนวน 5 ข้อ มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.83 และครอบคลุมผลการเรียนรู้

4.2.2.12 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น จำนวน 5 ข้อ ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์แล้วไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

## 5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการทดลองใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง การเก็บรวบรวมข้อมูลในครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ต่อไปนี้

5.1 ขอความร่วมมือจากโรงเรียนกันตังพิทยากร อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง เลือกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้ จำนวน 2 ห้องเรียน เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม รวมทั้งเลือกประชากรที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือในการวิจัย โดยที่ผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนกลุ่มตัวอย่างด้วยตนเอง

5.2 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมาทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนก่อนเรียน (Pretest) กับกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม

5.3 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง มาทดสอบเพื่อวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียน (Pretest) กับกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม

5.4 ดำเนินการจัดการเรียนการสอน โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ตามแผนการเรียนรู้กับกลุ่มทดลอง และใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม ใช้เวลาดำเนินการสอน 16 คาบ คาบละ 50 นาที

5.5 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งเป็นชุดคู่ขนานกันกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน มาทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนหลังเรียน (Posttest) กับกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม

5.6 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ซึ่งเป็นชุดคู่ขนานกันกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน มาทดสอบเพื่อวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียน (Posttest) กับกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม

5.7 ตรวจสอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังเรียน แล้วให้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งบันทึกผล จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูล โดยวิธีการทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐานต่อไป

## 6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

6.1 เปรียบเทียบพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดการกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง กับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดการกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้เกณฑ์ร้อยละ 50 ซึ่งใช้สถิติการทดสอบ Independent  $t$  - test (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2553, หน้า 148)

6.2 เปรียบเทียบพัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงสำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดการกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงกับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดการกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้เกณฑ์ร้อยละ 50 ซึ่งใช้สถิติการทดสอบ Independent  $t$  - test (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2553, หน้า 148)

## 7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

### 7.1 สถิติพื้นฐาน

#### 7.1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) คำนวณจากสูตร

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

เมื่อ	$\bar{X}$	แทน	คะแนนเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของกลุ่มตัวอย่าง
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมดของแบบทดสอบ
	$n$	แทน	จำนวนนักเรียนของกลุ่มตัวอย่าง

#### 7.1.2 ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) คำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2553, หน้า 60)

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

เมื่อ	$S$	แทน	ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	$X_i$	แทน	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน
	$\bar{X}$	แทน	คะแนนเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของกลุ่มตัวอย่าง
	$n$	แทน	จำนวนนักเรียนของกลุ่มตัวอย่าง

### 7.2 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของเครื่องมือ

7.2.1 หาค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง (IOC) โดยใช้สูตร (พรณี ลีกิจวัฒน์, 2554, หน้า 207)

$$IOC = \frac{\sum R}{n}$$

เมื่อ	$IOC$	แทน	ดัชนีความสอดคล้อง
	$\Sigma R$	แทน	คะแนนรวมรายชื่อตามคุณพินิจของผู้เชี่ยวชาญ
	$n$	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

7.2.2 หาค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยแบ่งนักเรียนที่เข้าสอบออกเป็นกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ ใช้เทคนิค 50% ของนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมด ใช้สูตรการวิเคราะห์ ดังนี้

หาค่าความยาก คำนวณจากสูตร (พรรณี ลีกิจวัฒน์นะ, 2553, หน้า 113)

$$P = \frac{R_H + R_L}{2n}$$

หาค่าอำนาจจำแนก คำนวณจากสูตร (พรรณี ลีกิจวัฒน์นะ, 2553, หน้า 115)

$$r = \frac{R_H - R_L}{n}$$

เมื่อ	$P$	แทน	ค่าความยากง่าย
	$r$	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	$R_H$	แทน	จำนวนผู้ตอบถูกของข้อนั้นในกลุ่มสูง
	$R_L$	แทน	จำนวนผู้ตอบถูกของข้อนั้นในกลุ่มต่ำ
	$n$	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

7.2.3 หาค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง โดยแบ่งนักเรียนที่เข้าสอบออกเป็นกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำใช้เทคนิค 50% ของนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมด ใช้สูตรการวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัยของ ไวทนีย์ และซาเบอร์ส (Whitney and Sabers) (ไพศาล วรคำ, 2552, หน้า 288) ดังนี้

หาค่าความยาก คำนวณจากสูตร

$$P = \frac{S_H + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

หาค่าอำนาจจำแนก คำนวณจากสูตร

$$D = \frac{S_H - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	$P$	แทน	ค่าความยาก
	$D$	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	$S_H$	แทน	ผลรวมของคะแนนในกลุ่มสูง
	$S_L$	แทน	ผลรวมของคะแนนในกลุ่มต่ำ
	$N$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ
	$X_{\max}$	แทน	คะแนนสูงสุดในข้อนั้น
	$X_{\min}$	แทน	คะแนนต่ำสุดในข้อนั้น

7.2.4 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรการวิเคราะห์ของคูเดอร์ – ริชาร์ดสัน (Kuder – Richardson: KR - 20) (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2555, หน้า 157) คำนวณจากสูตร

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[ 1 - \frac{\Sigma pq}{S^2} \right]$$

เมื่อ	$r_{tt}$	แทน	สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
	$n$	แทน	จำนวนข้อสอบ
	$S^2$	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งฉบับ
	$p$	แทน	สัดส่วนของคนที่ทำถูกในแต่ละข้อ
	$q$	แทน	สัดส่วนของคนที่ทำผิดในแต่ละข้อ

7.2.5 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง แบบอัตโนมัติ โดยใช้วิธีสัมประสิทธิ์แอลฟา ของครอนบราก (Cronbach's Alpha Coefficient Method) (พิชิต ฤทธิจรูญ, 2555, หน้า 158) คำนวณจากสูตร

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[ 1 - \frac{\sum S_i^2}{S^2} \right]$$

เมื่อ	$\alpha$	แทน	สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (สัมประสิทธิ์แอลฟา) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
	$n$	แทน	จำนวนข้อคำถาม
	$\sum S_i^2$	แทน	ผลรวมของความแปรปรวนของคะแนนในแต่ละข้อ
	$S^2$	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งฉบับ

### 7.3 สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

ในการใช้สถิติทดสอบสมมติฐาน ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

7.3.1 ใช้สถิติทดสอบ Independent  $t$  - test เพื่อเปรียบเทียบพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และพัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์โลกจริงของนักเรียนที่ได้รับการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง กับนักเรียนที่ใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ

- ทดสอบความแปรปรวนของประชากรของกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้สถิติการทดสอบเอฟ ( $F$  - test) ดังนี้ (ชูศรี วงศ์รัตนะ, 2553, หน้า 156)

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

โดยมี  $df_1 = n_1 - 1$

$$df_2 = n_2 - 1$$

เมื่อ	$F$	แทน	ค่าสถิติทดสอบการแจกแจงแบบเอฟ
	$S_1^2$	แทน	ความแปรปรวนของกลุ่มทดลอง
	$S_2^2$	แทน	ความแปรปรวนของกลุ่มควบคุม

- ถ้าความแปรปรวนของกลุ่มประชากรไม่แตกต่างกัน ใช้สถิติการทดสอบ

Independent  $t$ -test จากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2553, หน้า 151)

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{S_p^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

$$\text{โดยที่ } S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$df = n_1 + n_2 - 2$$

เมื่อ	$t$	แทน	ค่าสถิติทดสอบที่มีการแจกแจงแบบที
	$\bar{x}_1$	แทน	คะแนนเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของกลุ่มทดลอง
	$\bar{x}_2$	แทน	คะแนนเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของกลุ่มควบคุม
	$S_1^2$	แทน	ค่าความแปรปรวนของกลุ่มทดลอง
	$S_2^2$	แทน	ค่าความแปรปรวนของกลุ่มควบคุม
	$n_1$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง
	$n_2$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มควบคุม
	$df$	แทน	องศาเสรี (Degrees of freedom)

- ถ้าความแปรปรวนของกลุ่มประชากรแตกต่างกัน ใช้สถิติการทดสอบ

Independent  $t$ -test จากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2553, หน้า 151)

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

$$\text{โดยที่ } df = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}}$$

เมื่อ	$t$	แทน	ค่าสถิติทดสอบที่มีการแจกแจงแบบที
	$\bar{x}_1$	แทน	คะแนนเฉลี่ยของคะแนนของกลุ่มทดลอง
	$\bar{x}_2$	แทน	คะแนนเฉลี่ยของคะแนนของกลุ่มควบคุม
	$S_1^2$	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนของกลุ่มทดลอง
	$S_2^2$	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนของกลุ่มควบคุม
	$n_1$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง
	$n_2$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มควบคุม
	$df$	แทน	องศาเสรี (Degree of freedom)

7.3.2 การตั้งเกณฑ์ผ่าน สำหรับคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังการได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เท่ากับ คะแนนสอบก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน รวมกับ  $b$  % ของคะแนนที่ขาดหายไปจากการทดสอบก่อนเรียน คำนวณจากสูตร (อำพล ธรรมเจริญ, อ้างถึงใน กฤษดา นรินทร์, 2555, หน้า 88)

$$z = a + (n - a) \left[ \frac{b}{100} \right]$$

เมื่อ	$a$	แทน	คะแนนสอบก่อนเรียน
	$z$	แทน	คะแนนที่ใช้เป็นเกณฑ์สำหรับเปรียบเทียบกับคะแนนสอบหลังเรียน
	$n$	แทน	คะแนนเต็ม
	$b$	แทน	เปอร์เซ็นต์ของคะแนนที่เป็นเกณฑ์เป้าหมาย



## บทที่ 4

### ผลการวิจัย

ผลการวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์โลกจริง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น แบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง กับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 50 ของคะแนนที่ถูกหักออกจากการทดสอบก่อนเรียน

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบพัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงสำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงกับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 50 ของคะแนนที่ถูกหักออกจากการทดสอบก่อนเรียน

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการแสดงการเปรียบเทียบพัฒนาการ มีดังนี้

$z$  แทน เกณฑ์ผ่าน

$d$  แทน คะแนนพัฒนาการ

$n$  แทน จำนวนนักเรียน

$\bar{d}$  แทน คะแนนพัฒนาการเฉลี่ย

$S_{pd}^2$  แทน ค่าความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่าง

$t_d$  แทน ค่าสถิติทดสอบที่มีการแจกแจงแบบทีของคะแนนพัฒนาการ

ผลการวิเคราะห์และแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง กับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 50 ของคะแนนที่ถูกหักออกจากการทดสอบก่อนเรียน

จากการดำเนินการวิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง กับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 50 ของคะแนนที่ถูกหักออกจากการทดสอบก่อนเรียน

ตารางที่ 4-1 พัฒนาการเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	เกณฑ์ผ่าน ( $z$ )	คะแนนเฉลี่ย หลังเรียน	พัฒนาการเฉลี่ย	ร้อยละของจำนวน นักเรียนผ่านเกณฑ์
กลุ่มทดลอง	11.61	15.46	3.85	100
กลุ่มควบคุม	11.65	13.02	1.87	74.36

จากตารางที่ 4-1 ค่า  $z$  เป็นเกณฑ์ผ่านสำหรับเปรียบเทียบคะแนนสอบหลังเรียน ซึ่งคำนวณจากผลบวกของคะแนนที่ได้จากการทดสอบก่อนเรียนกับร้อยละ 50 ของคะแนนที่ถูกหักจากการทดสอบก่อนเรียน และคะแนนพัฒนาการ  $d$  คำนวณจากคะแนนสอบหลังเรียนลบด้วย  $z$  โดยที่จะประเมินว่านักเรียนผ่านเกณฑ์ ถ้ามีพัฒนาการตั้งแต่ 0 ขึ้นไป และนักเรียนไม่ผ่านเกณฑ์ ถ้ามีพัฒนาการ  $d$  น้อยกว่า 0 พบว่า คะแนนพัฒนาการ  $d$  ของคะแนนสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง มีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์  $z$  จำนวน 41 คน คิดเป็นร้อยละ 100 ของนักเรียนทั้งหมด คะแนนเฉลี่ยของเกณฑ์  $z$  คือ 11.61 คะแนน (วิธีการกำหนดเกณฑ์แสดงในภาคผนวก ข) จะเห็นได้ว่านักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนคือ 15.46 คะแนน นั่นคือคะแนนสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยสำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง สูงกว่าเกณฑ์  $z$

คะแนนพัฒนาการ  $d$  ของคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ มีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์  $z$  จำนวน 29 คน คิดเป็นร้อยละ 74.36 ของนักเรียนทั้งหมด และจำนวนนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์  $z$  จำนวน 10 คน คิดเป็นร้อยละ 25.64 ของนักเรียนทั้งหมด คะแนนเฉลี่ยของเกณฑ์  $z$  คือ 11.65 คะแนน (วิธีการกำหนดเกณฑ์แสดงในภาคผนวก ข) จะเห็นได้ว่านักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียน คือ 13.02 คะแนน นั่นคือ

คะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยสำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติสูงกว่าเกณฑ์  $z$

นักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง มีพัฒนาการเฉลี่ย คือ 3.85 และร้อยละ 100 ของจำนวนนักเรียนผ่านเกณฑ์ สูงกว่านักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ ซึ่งมีพัฒนาการเฉลี่ย คือ 1.37 และร้อยละ 74.36 ของจำนวนนักเรียนผ่านเกณฑ์ แสดงว่านักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง มีพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ

ตารางที่ 4-2 การเปรียบเทียบพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยสถิติ Independent  $t$ -test

กลุ่มตัวอย่าง	$n$	$\bar{d}$	$S_{pd}^2$	$t_d$
กลุ่มทดลอง	41	3.85	2.78	6.65
กลุ่มควบคุม	39	1.37		

จากตารางที่ 4-2 แสดงค่าที่ทดสอบ  $t_d$  สำหรับคะแนนพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยได้ค่าที่ทดสอบเท่ากับ 6.65 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05 ซึ่ง  $t_d$  มีค่ามากกว่า  $t_{\alpha, n_1+n_2-2} = t_{0.05, 78} = 1.645$  แสดงว่า พัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง สูงกว่านักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานของการวิจัย

**ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบพัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงสำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงกับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 50 ของคะแนนที่ถูกหักออกจากการทดสอบก่อนเรียน**

จากการดำเนินการวิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบพัฒนาการของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง กับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 50 ของคะแนนที่ถูกหักออกจากการทดสอบก่อนเรียน

ตารางที่ 4-3 พัฒนาการเฉลี่ยของความสามารถในการการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	เกณฑ์ผ่าน ( $z$ )	คะแนนเฉลี่ย หลังเรียน	พัฒนาการเฉลี่ย	ร้อยละของจำนวน นักเรียนผ่านเกณฑ์
กลุ่มทดลอง	10.67	16.09	5.43	100
กลุ่มควบคุม	10.53	11.23	0.69	74.36

จากตารางที่ 4-3 พบว่าคะแนนพัฒนาการ  $d$  ของคะแนนสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง มีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์  $z$  จำนวน 41 คน คิดเป็นร้อยละ 100 ของนักเรียนทั้งหมด และคะแนนเฉลี่ยของเกณฑ์  $z$  คือ 10.53 คะแนน (วิธีการกำหนดเกณฑ์แสดงในภาคผนวก ข) จะเห็นได้ว่านักเรียนมีคะแนนหลังเรียนเฉลี่ย คือ 16.09 คะแนน นั่นคือ คะแนนสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง สูงกว่าเกณฑ์  $z$

คะแนนพัฒนาการ  $d$  ของคะแนนสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ มีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์  $z$  จำนวน 29 คน คิดเป็นร้อยละ 74.36 ของนักเรียนทั้งหมด และมีนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์  $z$  จำนวน 10 คน คิดเป็นร้อยละ 25.64 ของนักเรียนทั้งหมด คะแนนเฉลี่ยของเกณฑ์  $z$  คือ 10.53 คะแนน (วิธีการกำหนดเกณฑ์แสดงในภาคผนวก ข) จะเห็นได้ว่านักเรียนมีคะแนนหลังเรียนเฉลี่ย คือ 11.23 คะแนน นั่นคือคะแนนสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติสูงกว่าเกณฑ์  $z$

นักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง มีพัฒนาการเฉลี่ย คือ

5.43 และร้อยละ 100 ของจำนวนนักเรียนผ่านเกณฑ์ สูงกว่านักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ ซึ่งมีพัฒนาการเฉลี่ย คือ 0.69 และร้อยละ 74.36 ของจำนวนนักเรียนผ่านเกณฑ์ แสดงว่านักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ใน โลกจริง มีพัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ

ตารางที่ 4-4 การเปรียบเทียบพัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยสถิติ Independent  $t$ -test

กลุ่มตัวอย่าง	$n$	$\bar{d}$	$S_{pd}^2$	$t_d$
กลุ่มทดลอง	41	5.43	2.78	12.71
กลุ่มควบคุม	39	1.93		

จากตารางที่ 4-4 แสดงค่าที่ทดสอบ  $t_d$  สำหรับคะแนนพัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยได้ค่าที่ทดสอบ เท่ากับ 12.71 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05 ซึ่ง  $t_d$  มีค่ามากกว่า  $t_{\alpha, n_1+n_2-2} = t_{0.05, 78} = 1.645$  แสดงว่า พัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ใน โลกจริง สูงกว่านักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานของการวิจัย

จากผลการเปรียบเทียบพัฒนาการเฉลี่ยของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ใน โลกจริง กับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ ด้วยสถิติ Independent  $t$ -test พบว่านักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ใน โลกจริง มีพัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ

นอกจากนี้ผู้วิจัยยังได้วิเคราะห์ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เพื่อเปรียบเทียบพัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียน

โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ตามขั้นตอนที่ผู้วิจัยนำเสนอ ได้แก่

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาสถานการณ์โลกจริง

ขั้นที่ 2 เชื่อมโยงปัญหาจากสถานการณ์จริงสู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 เชื่อมโยงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 สรุปแนวคิดและเชื่อมโยงกลับเป็นปัญหาสถานการณ์โลกจริง

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้นทั้งหมด 5 ข้อ ดังนี้

คำถามข้อที่ 1 คือ เนเน่จัดงานเลี้ยงสังสรรค์ที่บ้าน โดยเชิญเพื่อนมาร่วมงานอีก 5 คน คือ ชะเอม ชะอม อมยิ้ม ภูผา และรักษาติ

ชะเอม กล่าวว่า “ชะเอมเป็นเพื่อนกับคนในกลุ่มนี้ 4 คน

ชะอมเป็นเพื่อนกับคนในกลุ่มนี้ 2 คน

อมยิ้มเป็นเพื่อนกับคนในกลุ่มนี้ 3 คน

ภูผาเป็นเพื่อนกับคนในกลุ่มนี้ 3 คน

และรักษาติเป็นเพื่อนกับคนในกลุ่มนี้ 4 คน”

จงพิจารณาว่าคำกล่าวของชะเอมเป็นจริงหรือเท็จ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

จากคำถามข้อที่ 1 วิเคราะห์ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงตามขั้นตอน 4 ขั้นตอน ดังตารางที่ 4-5 และแสดงดังตัวอย่างการแก้ปัญหาดังภาพที่ 4-1

ตารางที่ 4-5 แสดงจำนวนร้อยละของนักเรียนที่มีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

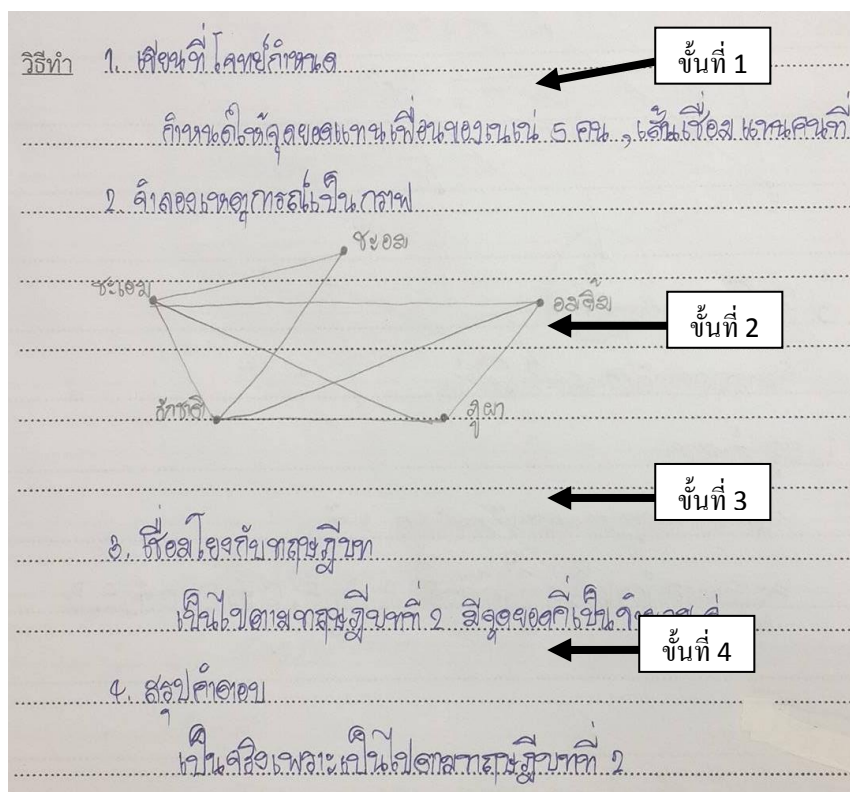
สู่สถานการณ์ในโลกจริง ตามขั้นตอนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของคำถามข้อที่ 1

ขั้นตอน	พฤติกรรมบ่งชี้	จำนวนนักเรียน	คิดเป็นร้อยละ
ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาสถานการณ์โลกจริง	นักเรียนบอกความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนจุดยอดและเส้นเชื่อมแทนข้อมูลของปัญหาได้อย่างถูกต้อง	41	100

ตารางที่ 4-5 (ต่อ)

ขั้นตอน	พฤติกรรมบ่งชี้	จำนวน นักเรียน	คิดเป็นร้อยละ
ขั้นที่ 2 เชื่อมโยงปัญหา จากสถานการณ์จริงสู่ตัว แบบเชิงคณิตศาสตร์	นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่าง ภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษา สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการ เขียนจำลองปัญหาเป็นกราฟได้	41	100
ขั้นที่ 3 การเชื่อมโยง ข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์	นักเรียนสามารถให้ข้อสรุปเชิง คณิตศาสตร์ และหาคำตอบได้ ถูกต้อง	39	95.12
ขั้นที่ 4 สรุปแนวคิดและ เชื่อมโยงกลับเป็นปัญหา สถานการณ์โลกจริง	นักเรียนสามารถสรุปแนวคิดและ เชื่อมโยงให้กลับเป็นปัญหา สถานการณ์ของโลกจริง	37	90.24

ตารางที่ 4-5 แสดงจำนวนและร้อยละของนักเรียนที่มีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ตามขั้นตอนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลอง จำนวน 41 คน พบว่า นักเรียนทุกคนสามารถบอกและแทนความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนกำหนดได้ และนักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ เขียนรูปแบบความสัมพันธ์และแบบรูปทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนจำลองปัญหาเป็นกราฟ นักเรียนร้อยละ 95.12 สามารถนักเรียนสามารถให้ข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์ และหาคำตอบได้ถูกต้อง และมีนักเรียนร้อยละ 90.24 สามารถสรุปแนวคิดและเชื่อมโยงให้กลับเป็นปัญหาสถานการณ์ของโลกจริงตามที่โจทย์กำหนดได้ครบถ้วน แสดงดังตัวอย่างดังภาพที่ 4-1



ภาพที่ 4-1 แสดงตัวอย่างแนวคิดของนักเรียนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 1 ของนักเรียนที่ทำถูกต้อง

ภาพที่ 4-1 แสดงตัวอย่างแนวคิดข้อที่ 1 ของนักเรียน ซึ่งดำเนินการตามขั้นตอนทั้ง 4 ขั้นตอน โดยในขั้นที่ 1 นักเรียนวิเคราะห์และสามารถเขียนกำหนดจุดยอดและเส้นเชื่อมได้อย่างถูกต้อง ขั้นที่ 2 นักเรียนสามารถเขียนจำลองปัญหาเป็นกราฟเพื่อการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ขั้นที่ 3 นักเรียนสามารถเชื่อมโยงกับทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องแก้ปัญหาและหาคำตอบได้ และในขั้นที่ 4 นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ตามที่โจทย์ต้องการ

คำถามข้อที่ 2 คือ ถ้าต้องการเลี้ยงปลาสวยงาม 6 ชนิด โดยมีข้อมูลการเลี้ยงปลาสวยงามทั้ง 6 ชนิด ดังนี้

- ปลาชนิด A จะกัดกันกับปลาชนิด B, C, D, E
- ปลาชนิด B จะกัดกันกับปลาชนิด A, C, D, E, F
- ปลาชนิด C จะกัดกันกับปลาชนิด F
- ปลาชนิด D จะกัดกันกับปลาชนิด E, F



ปลาชนิด E จะกัดกันกับปลาชนิด F

ปลาชนิด F จะกัดกันกับปลาชนิด E

จะต้องซื้อปลาจำนวนน้อยที่สุดกี่ตัว และจะสามารถจัดปลาใส่ตู้ได้อย่างไร โดยที่ปลาไม่กัดกัน

จากคำถามข้อที่ 2 วิเคราะห์ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงตามขั้นตอน 4 ขั้นตอน ดังตารางที่ 4-6 และแสดงดังตัวอย่างการแก้ปัญหาดังภาพที่ 4-2

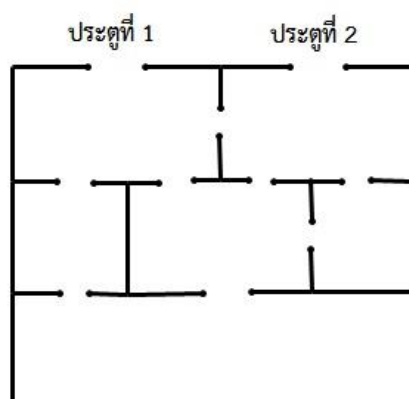
ตารางที่ 4-6 แสดงจำนวนร้อยละของนักเรียนที่มีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ตามขั้นตอนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของคำถามข้อที่ 2

ขั้นตอน	พฤติกรรมบ่งชี้	จำนวนนักเรียน	คิดเป็นร้อยละ
ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาสถานการณ์โลกจริง	นักเรียนบอกความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนจุดยอดและเส้นเชื่อมแทนข้อมูลของปัญหาได้อย่างถูกต้อง	41	100
ขั้นที่ 2 เชื่อมโยงปัญหาจากสถานการณ์จริงสู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนจำลองปัญหาเป็นกราฟได้	39	95.12
ขั้นที่ 3 การเชื่อมโยงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์	นักเรียนสามารถให้ข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์ และหาคำตอบได้ถูกต้อง	29	70.73
ขั้นที่ 4 สรุปแนวคิดและเชื่อมโยงกลับเป็นปัญหาสถานการณ์โลกจริง	นักเรียนสามารถสรุปแนวคิดและเชื่อมโยงให้กลับเป็นปัญหาสถานการณ์ของโลกจริง	10	24.39



ขั้นที่ 3 นักเรียนสามารถเชื่อมโยงกับทฤษฎีที่เกี่ยวข้องแก้ปัญหา และในขั้นที่ 4 นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ตามที่โจทย์ต้องการ

คำถามข้อที่ 3 คือ ศิลปินวาดภาพคนหนึ่ง ต้องการจัดแสดงแกลเลอรีภาพความทรงจำ โดยจัดแสดงภาพวาดไว้ทุกห้อง ดังรูป ศิลปินจะสามารถนำแขกเข้าชมภาพภายในห้องทุกห้อง โดยเริ่มต้น ณ ประตูที่ 1 แล้วสิ้นสุดที่ประตูที่ 2 และผ่านแต่ละประตูเพียงครั้งเดียว ได้หรือไม่



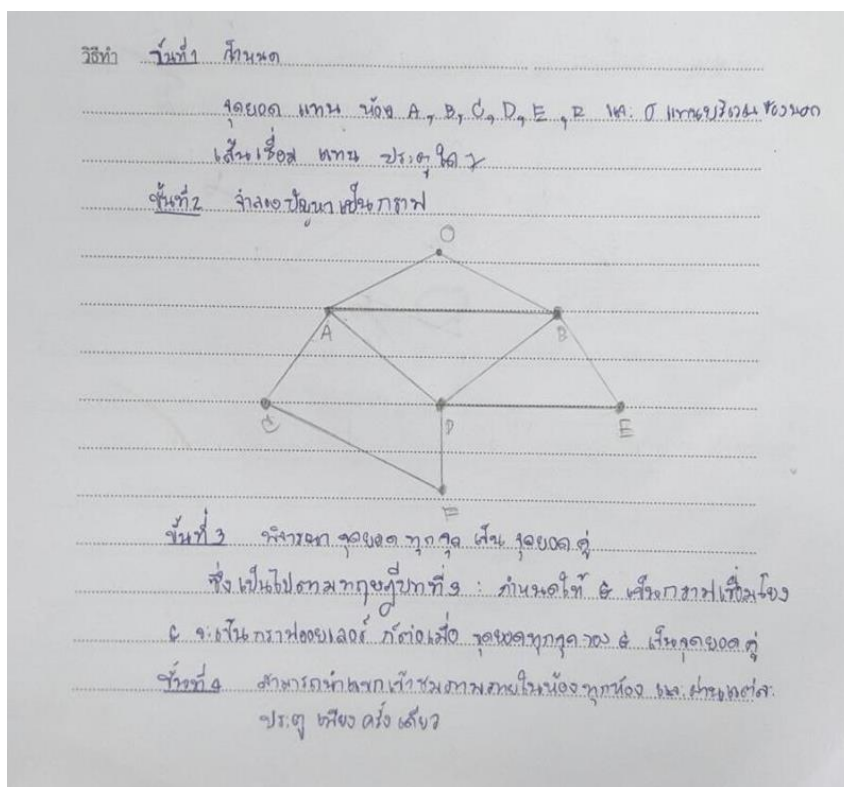
จากคำถามข้อที่ 3 วิเคราะห์ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงตามขั้นตอน 4 ขั้นตอน ดังตารางที่ 4-7 และแสดงดังตัวอย่างการแก้ปัญหาคำถามที่ 4-3 ตารางที่ 4-7 แสดงจำนวนร้อยละของนักเรียนที่มีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ตามขั้นตอนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของคำถามข้อที่ 3

ขั้นตอน	พฤติกรรมบ่งชี้	จำนวนนักเรียน	คิดเป็นร้อยละ
ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาสถานการณ์โลกจริง	นักเรียนบอกความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนจุดยอดและเส้นเชื่อมแทนข้อมูลของปัญหาได้อย่างถูกต้อง	41	100
ขั้นที่ 2 เชื่อมโยงปัญหาจากสถานการณ์จริงสู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนจำลองปัญหาเป็นกราฟได้	41	100

ตารางที่ 4-7 (ต่อ)

ขั้นตอน	พฤติกรรมบ่งชี้	จำนวน นักเรียน	คิดเป็นร้อยละ
ขั้นที่ 3 การเชื่อมโยง ข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์	นักเรียนสามารถให้ข้อสรุปเชิง คณิตศาสตร์ และหาคำตอบได้ ถูกต้อง	39	95.12
ขั้นที่ 4 สรุปแนวคิดและ เชื่อมโยงกลับเป็นปัญหา สถานการณ์โลกจริง	นักเรียนสามารถสรุปแนวคิดและ เชื่อมโยงให้กลับเป็นปัญหา สถานการณ์ของโลกจริง	24	58.54

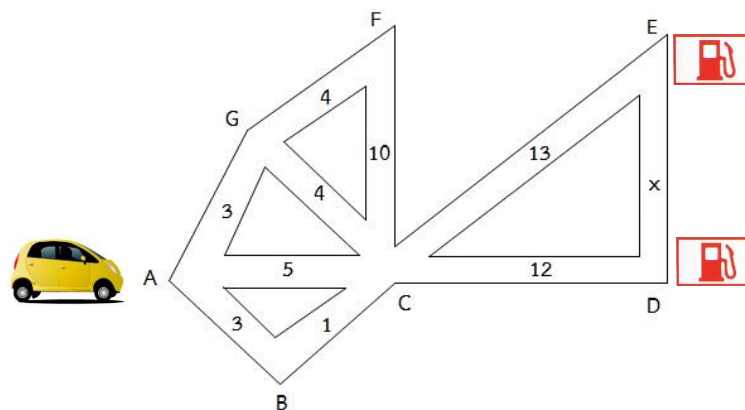
ตารางที่ 4-7 แสดงจำนวนและร้อยละของนักเรียนที่มีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ตามขั้นตอนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลอง จำนวน 41 คน พบว่า นักเรียนทุกคนสามารถบอกและแทนความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนกำหนดได้ และนักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ เขียนรูปแบบความสัมพันธ์และแบบรูปทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนจำลองปัญหาเป็นกราฟ นักเรียนร้อยละ 95.12 สามารถนักเรียนสามารถให้ข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์ และหาคำตอบได้ถูกต้อง และมีนักเรียนร้อยละ 58.54 สามารถสรุปแนวคิดและเชื่อมโยงให้กลับเป็นปัญหาสถานการณ์ของโลกจริงตามที่โจทย์กำหนดได้ครบถ้วน แสดงดังตัวอย่างดังภาพที่ 4-3



ภาพที่ 4-3 แสดงตัวอย่างแนวคิดของนักเรียนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยง  
ทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 3 ของนักเรียนที่ทำถูกต้อง

ภาพที่ 4-3 แสดงตัวอย่างแนวคิดข้อที่ 3 ของนักเรียน ซึ่งดำเนินการตามขั้นตอนทั้ง 4  
ขั้นตอน โดยในขั้นที่ 1 นักเรียนวิเคราะห์และสามารถเขียนกำหนดจุดยอดและเส้นเชื่อม ได้อย่าง  
ถูกต้อง ขั้นที่ 2 นักเรียนสามารถเขียนจำลองปัญหาเป็นกราฟเพื่อการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ขั้นที่  
3 นักเรียนสามารถเชื่อมโยงกับทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องแก้ปัญหาและหาคำตอบได้ และในขั้นที่ 4  
นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ตามที่โจทย์ต้องการ

คำถามข้อที่ 4 คือ ณิชชาขับรถมาถึงทางแยก A แล้วพบว่าน้ำมันใกล้จะหมดถัง ซึ่งเขาทราบว่าที่ทางแยก E และทางแยก D มีปั้มน้ำมันตั้งอยู่ และมีถนน CD ถนน DE และ ถนน CE ตัดกันเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีทางแยก D เป็นมุมฉาก ดังรูป จงหาว่าณิชชา จะต้องเดินทางไปหาปั้มน้ำมันใด จึงจะประหยัดน้ำมันมากที่สุด และเดินทางเป็นระยะทางเท่าใด



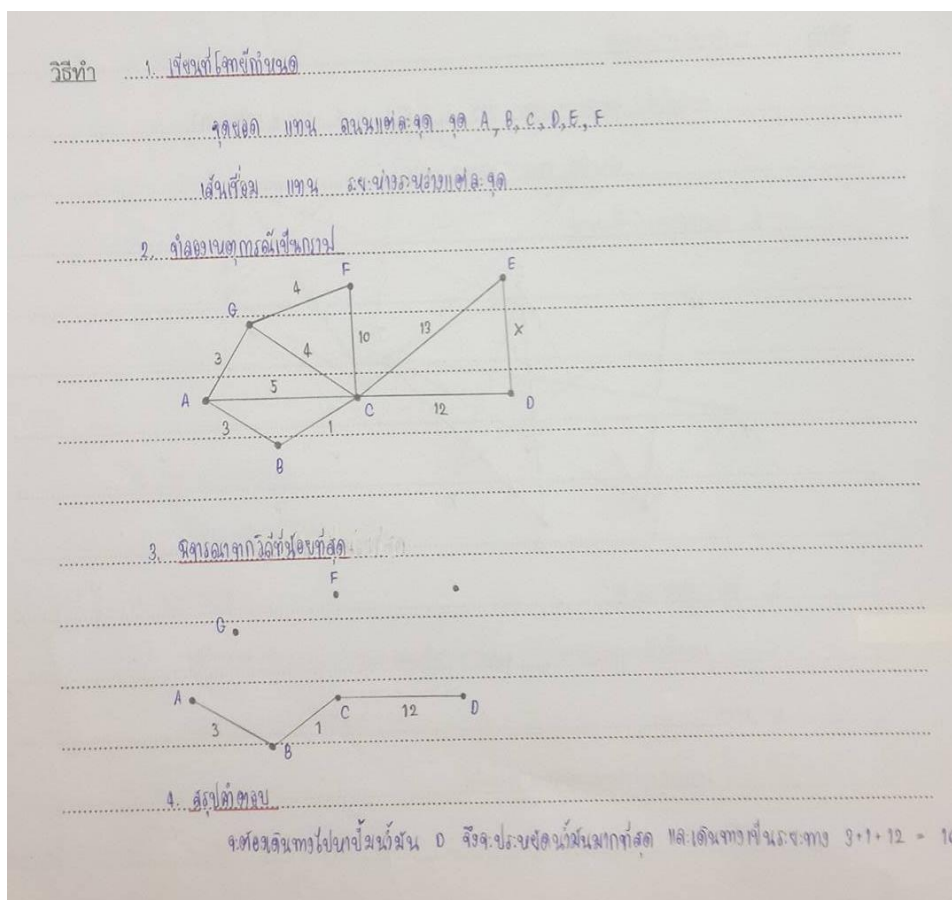
จากคำถามข้อที่ 4 วิเคราะห์ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงตามขั้นตอน 4 ขั้นตอน ดังตารางที่ 4-8 และแสดงดังตัวอย่างการแก้ปัญหาดังภาพที่ 4-4 ตารางที่ 4-8 แสดงจำนวนร้อยละของนักเรียนที่มีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ตามขั้นตอนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของคำถามข้อที่ 4

ขั้นตอน	พฤติกรรมบ่งชี้	จำนวนนักเรียน	คิดเป็นร้อยละ
ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาสถานการณ์โลกจริง	นักเรียนบอกความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนจุดยอดและเส้นเชื่อมแทนข้อมูลของปัญหาได้อย่างถูกต้อง	41	100
ขั้นที่ 2 เชื่อมโยงปัญหาจากสถานการณ์จริงสู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนจำลองปัญหาเป็นกราฟได้	41	100

ตารางที่ 4-8 (ต่อ)

ขั้นตอน	พฤติกรรมบ่งชี้	จำนวน นักเรียน	คิดเป็นร้อยละ
ขั้นที่ 3 การเชื่อมโยง ข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์	นักเรียนสามารถให้ข้อสรุปเชิง คณิตศาสตร์ และหาคำตอบได้ ถูกต้อง	26	63.41
ขั้นที่ 4 สรุปแนวคิดและ เชื่อมโยงกลับเป็นปัญหา สถานการณ์โลกจริง	นักเรียนสามารถสรุปแนวคิดและ เชื่อมโยงให้กลับเป็นปัญหา สถานการณ์ของโลกจริง	12	29.27

ตารางที่ 4-8 แสดงจำนวนและร้อยละของนักเรียนที่มีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ตามขั้นตอนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลอง จำนวน 41 คน พบว่า นักเรียนทุกคนสามารถบอกและแทนความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนกำหนดได้ และนักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ เขียนรูปแบบความสัมพันธ์และแบบรูปทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนจำลองปัญหาเป็นกราฟ นักเรียนร้อยละ 63.41 สามารถนักเรียนสามารถให้ข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์ และหาคำตอบได้ถูกต้อง และมีนักเรียนร้อยละ 29.27 สามารถสรุปแนวคิดและเชื่อมโยงให้กลับเป็นปัญหาสถานการณ์ของโลกจริงตามที่โจทย์กำหนดได้ครบถ้วน แสดงดังตัวอย่างดังภาพที่ 4-4



ภาพที่ 4-4 แสดงตัวอย่างแนวคิดของนักเรียนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 4

ภาพที่ 4-4 แสดงตัวอย่างแนวคิดข้อที่ 4 ของนักเรียน ซึ่งดำเนินการตามขั้นตอนทั้ง 4 ขั้นตอน โดยในขั้นที่ 1 นักเรียนวิเคราะห์และสามารถเขียนกำหนดจุดยอดและเส้นเชื่อมได้อย่างถูกต้อง ขั้นที่ 2 นักเรียนสามารถเขียนจำลองปัญหาเป็นกราฟเพื่อการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ขั้นที่ 3 นักเรียนสามารถเชื่อมโยงกับบทนิยามที่เกี่ยวข้องแก้ปัญหาและหาคำตอบได้ และในขั้นที่ 4 นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ตามที่โจทย์ต้องการ



คำถามข้อที่ 5 คือ บริษัทรับเหมาติดตั้งโทรศัพท์แห่งหนึ่ง ต้องการวางสายโทรศัพท์เชื่อมระหว่างหมู่บ้าน A, B, C, D, E และ F โดยจะวางสายไปตามถนน ถ้าค่าใช้จ่ายในการวางสายโทรศัพท์ขึ้นอยู่กับความยาวของสายโทรศัพท์ บริษัทนี้จะวางสายโทรศัพท์อย่างไรให้เสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด เมื่อกำหนดตารางแสดงระยะทาง (กิโลเมตร) ของถนนเชื่อมระหว่างหมู่บ้านดังนี้

หมู่บ้าน	A	B	C	D	E	F
A	-	30	-	-	-	40
B	30	-	10	-	50	20
C	-	10	-	20	30	-
D	-	-	20	-	10	20
E	-	50	30	10	-	60
F	40	20	-	20	60	-

จากคำถามข้อที่ 5 วิเคราะห์ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงตามขั้นตอน 4 ขั้นตอน ดังตารางที่ 4-9 และแสดงดังตัวอย่างการแก้ปัญหาดังภาพที่ 4-5

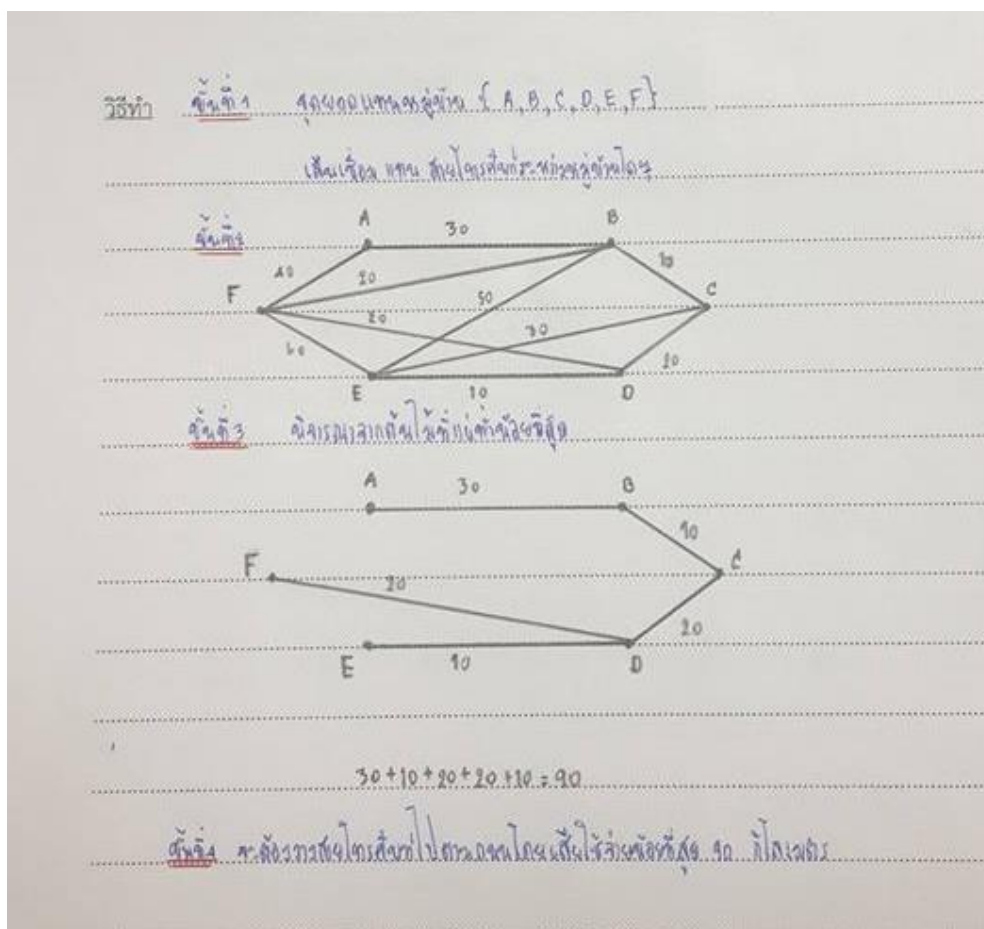
ตารางที่ 4-9 แสดงจำนวนร้อยละของนักเรียนที่มีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ตามขั้นตอนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของคำถามข้อที่ 5

ขั้นตอน	พฤติกรรมบ่งชี้	จำนวนนักเรียน	คิดเป็นร้อยละ
ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาสถานการณ์โลกจริง	นักเรียนบอกความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนจุดยอดและเส้นเชื่อมแทนข้อมูลของปัญหาได้อย่างถูกต้อง	41	100

ตารางที่ 4-9 (ต่อ)

ขั้นตอน	พฤติกรรมบ่งชี้	จำนวน นักเรียน	คิดเป็นร้อยละ
ขั้นที่ 2 เชื่อมโยงปัญหา จากสถานการณ์จริงสู่ตัว แบบเชิงคณิตศาสตร์	นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่าง ภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษา สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการ เขียนจำลองปัญหาเป็นกราฟได้	41	100
ขั้นที่ 3 การเชื่อมโยง ข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์	นักเรียนสามารถให้ข้อสรุปเชิง คณิตศาสตร์ และหาคำตอบได้ ถูกต้อง	28	68.29
ขั้นที่ 4 สรุปแนวคิดและ เชื่อมโยงกลับเป็นปัญหา สถานการณ์โลกจริง	นักเรียนสามารถสรุปแนวคิดและ เชื่อมโยงให้กลับเป็นปัญหา สถานการณ์ของโลกจริง	9	21.95

ตารางที่ 4-9 แสดงจำนวนและร้อยละของนักเรียนที่มีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ตามขั้นตอนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลอง จำนวน 41 คน พบว่า นักเรียนทุกคนสามารถบอกและแทนความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนกำหนดได้ และนักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ เขียนรูปแบบความสัมพันธ์และแบบรูปทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนจำลองปัญหาเป็นกราฟ นักเรียนร้อยละ 68.29 สามารถนักเรียนสามารถให้ข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์ และหาคำตอบได้ถูกต้อง และมีนักเรียนร้อยละ 21.95 สามารถสรุปแนวคิดและเชื่อมโยงให้กลับเป็นปัญหาสถานการณ์ของโลกจริงตามที่โจทย์กำหนดได้ครบถ้วน แสดงดังตัวอย่างดังภาพที่ 4-5



ภาพที่ 4-5 แสดงตัวอย่างแนวคิดของนักเรียนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 5 ของนักเรียนที่ทำถูกต้อง

ภาพที่ 4-5 แสดงตัวอย่างแนวคิดข้อที่ 5 ของนักเรียน ซึ่งดำเนินการตามขั้นตอนทั้ง 4 ขั้นตอน โดยในขั้นที่ 1 นักเรียนวิเคราะห์และสามารถเขียนกำหนดจุดยอดและเส้นเชื่อมได้อย่างถูกต้อง ขั้นที่ 2 นักเรียนสามารถเขียนจำลองปัญหาเป็นกราฟเพื่อการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ขั้นที่ 3 นักเรียนสามารถเชื่อมโยงกับทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องแก้ปัญหาและหาคำตอบได้ และในขั้นที่ 4 นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ตามที่โจทย์ต้องการ

จากแนวคิดของนักเรียนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ทั้ง 5 ข้อ พบว่านักเรียนทุกคนสามารถเขียนกำหนดจุดยอดและเส้นเชื่อมเพื่อบอกและแทนความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ มีนักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนจำลองปัญหาเป็นกราฟเพื่อการแก้ปัญหาได้ แต่มี

นักเรียนบางส่วนที่เขียนจำลองปัญหาเป็นกราฟและเชื่อมโยงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง จึงทำให้การแก้ปัญหาคำตอบนั้นได้ไม่ถูกต้อง ส่งผลให้การสรุปแนวคิดและเชื่อมโยงกลับเป็นปัญหาสถานการณ์โลกจริงหรือสรุปคำตอบตามที่โจทย์ต้องการไม่ถูกต้องตามไปด้วย และยังมีนักเรียนหลายคนที่สรุปแนวคิดและเชื่อมโยงกลับเป็นปัญหาสถานการณ์โลกจริงหรือสรุปคำตอบตามที่โจทย์ต้องการไม่ครบถ้วนหรือไม่ถูกต้อง

## บทที่ 5

### สรุปและอภิปรายผล

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ใน โลกจริง ในครั้งนี้ใช้รูปแบบงานวิจัยเชิงกึ่งทดลอง (Quasi – Experimental Research) ซึ่งประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยมีวัตถุประสงค์ดังนี้

1. เปรียบเทียบพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ใน โลกจริง กับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบปกติ โดยใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 50 ของคะแนนที่ถูกหักออกจากการทดสอบก่อนเรียน

2. เปรียบเทียบพัฒนาการของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ใน โลกจริง กับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบปกติ โดยใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 50 ของคะแนนที่ถูกหักออกจากการทดสอบก่อนเรียน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนกันตังพิทยากร อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง จำนวน 2 ห้องเรียน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster sampling) จากกลุ่มประชากร โดยวิธีจับสลาก จำนวน 2 ห้อง จากนั้นจับสลากอีกครั้งเพื่อให้ได้มาซึ่งกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ใน โลกจริง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/2 จำนวนนักเรียน 44 คน และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบปกติ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/3 จำนวนนักเรียน 42 คน เรียงลำดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557 ของแต่ละกลุ่ม ซึ่งในแต่ละกลุ่มจะคัดนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงและนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำอย่างละร้อยละ 5 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดในแต่ละกลุ่มออกจากกลุ่มตัวอย่าง เพื่อที่จะให้ได้กลุ่มตัวอย่างที่มีความสามารถทัดเทียมกันมากที่สุด หลังจากการตัดร้อยละ 5 แล้ว จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/2 มี 41 คน และจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/3 มี 39 คน

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ในกลุ่มทดลอง ตามแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งในแต่ละคาบมีกิจกรรมการเรียนรู้ตามแบบชิปปา ทั้ง 7 ขั้น ได้แก่ ขั้นทบทวนความรู้เดิม ขั้นการแสวงหาความรู้ใหม่ ขั้นการศึกษาทำความเข้าใจข้อมูล/ความรู้ใหม่ ขั้นการแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม ขั้นการสรุปและจัดระเบียบความรู้ ขั้นการปฏิบัติ และ/หรือการแสดงผลงาน และขั้นการประยุกต์ใช้ความรู้ มีการมอบหมายให้เขียนผังมโนทัศน์เพื่อสรุปการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติในกลุ่มควบคุม ซึ่งผู้วิจัยเป็นผู้สอนเองทั้งสองกลุ่มใช้เวลาในการทดลองทั้งหมด 22 คาบ คาบละ 50 นาที เมื่อสิ้นสุดการทดลองผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. เปรียบเทียบพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง กับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 50 ของคะแนนที่ถูกหักออกจากการทดสอบก่อนเรียน สำหรับการเปรียบเทียบสัดส่วนพัฒนาการเฉลี่ยของคะแนนสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และใช้สถิติการทดสอบ Independent  $t$ -test สำหรับการเปรียบเทียบคะแนนสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ย และพัฒนาการของคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ย

2. เปรียบเทียบพัฒนาการของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง กับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 50 ของคะแนนที่ถูกหักออกจากการทดสอบก่อนเรียน สำหรับการเปรียบเทียบสัดส่วนพัฒนาการเฉลี่ยของคะแนนสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และใช้สถิติการทดสอบ Independent  $t$ -test สำหรับเปรียบเทียบคะแนนสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยและพัฒนาการของคะแนนวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

## สรุปผลการวิจัย

1. พัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงสูงกว่านักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

2. พัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง สำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

### อภิปรายผลการวิจัย

1. ผลการเปรียบเทียบพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง กับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 50 ของคะแนนที่ถูกหักออกจากการทดสอบก่อนเรียนนั้น สำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา พบว่าคะแนนเฉลี่ยของคะแนนสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเท่ากับ 15.46 คะแนน ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ผ่าน (11.61 คะแนน) โดยมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ คิดเป็นร้อยละ 100 ของนักเรียนทั้งหมด และมีคะแนนพัฒนาการของคะแนนสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยเท่ากับ 3.85 สำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ พบว่าคะแนนเฉลี่ยของคะแนนสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเท่ากับ 13.02 คะแนน ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ผ่าน (11.65 คะแนน) โดยมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ คิดเป็นร้อยละ 74.36 ของนักเรียนทั้งหมด และมีคะแนนพัฒนาการของคะแนนสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยเท่ากับ 1.37 แสดงให้เห็นว่านักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง มีคะแนนสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ย มีพัฒนาการของคะแนนสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ย และมีสัดส่วนของนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานของการวิจัย ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบซิปปาเน้นให้นักเรียนใช้ได้ใช้กระบวนการทางสถิติ ทำความเข้าใจข้อมูล มีการเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยอาศัยความร่วมมือจากกลุ่ม ได้ลงมือปฏิบัติจริงจึงทำให้นักเรียนเกิดความรู้และความคงทนของความรู้ได้นาน เป็นไปตามแนวการจัดการเรียนการสอนแบบซิปปา (ทีศนา แคมมณี, 2543, หน้า 17)

ผลการวิจัยในครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของกัลยา พันปี (2551, หน้า 81-82) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มที่จัดการเรียนรูปแบบซิปปา จำนวน 35 คน และรูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ จำนวน

35 คน ซึ่งผู้วิจัยนำแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมาประยุกต์ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้เช่นกัน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองจัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปากับกลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 โดยกลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปามีคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้

และสอดคล้องกับงานวิจัยของมยุรา ร่องหาญแก้ว (2553, หน้า 74) ที่ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนจันทน์วิทย์วิทยา ผลการวิจัยของมยุรา ร่องหาญแก้ว พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่องการวัด มีคะแนนเฉลี่ย สูงกว่านักเรียนที่เรียน โดยแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

2. ผลการเปรียบเทียบพัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง กับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 50 ของคะแนนที่ถูกหักออกจากการทดสอบก่อนเรียนนั้น สำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา พบว่าคะแนนเฉลี่ยของคะแนนสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 16.09 คะแนน ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ผ่าน (10.67 คะแนน) โดยมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ คิดเป็นร้อยละ 100 ของนักเรียนทั้งหมด และมีคะแนนเฉลี่ยของพัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 5.43 สำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ พบว่าคะแนนเฉลี่ยของคะแนนสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 11.23 คะแนน ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ผ่าน (10.53 คะแนน) โดยมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ คิดเป็นร้อยละ 74.36 ของนักเรียนทั้งหมด และมีคะแนนพัฒนาการของคะแนนสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยเท่ากับ 1.93 แสดงให้เห็นว่านักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง มีคะแนนสอบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เฉลี่ย มีพัฒนาการของคะแนนสอบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เฉลี่ย และมีสัดส่วนของนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์สูงกว่านักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานของการวิจัย



การที่นักเรียนเกิดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นผลมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา (CIPPA MODEL) ตามแนวคิดของ ทิศนา แวมมณี (2546, หน้า 84) ตามขั้นการสอนทั้ง 7 ขั้น ขั้นตอนการสอนที่เน้นหลักการสร้างความรู้ (Construction of knowledge) ขั้นแรกคือขั้นการทบทวนความรู้เดิม เพื่อให้นักเรียนได้ระลึกถึงความรู้เดิมและเป็นการเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ โดยที่ความรู้เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้นที่ได้รับในคาบเรียนก่อนหน้าเป็นพื้นฐานจำเป็นในการเรียนคาบต่อไป ดังนั้นในแต่ละคาบผู้วิจัยจึงมีการจัดกิจกรรมที่เน้นการทบทวนความรู้เดิม โดยใช้เทคนิคการถามตอบ การทำใบงาน ใบกิจกรรมหรือการให้นักเรียนสังเกตสิ่งที่อยู่ในชีวิตประจำวันในขั้นตอนแรกของการเรียนการสอนเสมอ ขั้นการสอนต่อไปคือการให้นักเรียนแสวงหาความรู้ใหม่ ผู้วิจัยใช้เทคนิคการสอนที่เน้นการให้นักเรียนแสวงหาข้อมูลจากแหล่งข้อมูลที่หลากหลายทั้งในและนอกห้องเรียนเน้นกิจกรรมที่นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง เช่น การเขียนกราฟจากแผนที่การเดินทางระหว่างบ้านกับโรงเรียนของนักเรียน กิจกรรมนับดิกิริ หากจุดยอดคู่และจุดยอดคี่จากสิ่งที่อยู่รอบตัว ยึดหลักการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ดังนั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้หลักการสร้างความรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนแสวงหาความรู้ใหม่ด้วยตนเอง จัดกิจกรรมให้นักเรียนได้สร้างความเข้าใจความรู้ใหม่ในเรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้นและเชื่อมโยงทฤษฎีกราฟเบื้องต้นกับสถานการณ์ในโลกจริง นำไปสู่การให้นักเรียนได้สรุปและจัดระเบียบความรู้ด้วยตนเอง เช่น การเขียนผังมโนทัศน์สรุปการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น และให้นักเรียนได้แสดงผลงานการสร้างความรู้ของตนเองเป็นการต่อยอดและตรวจสอบความเข้าใจของตนเอง ขั้นการแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนแบ่งบัน แลกเปลี่ยนความรู้กัน และมุมมองของลักษณะกราฟที่แตกต่างกันของนักเรียนแต่ละคน โดยอาศัยกระบวนการกลุ่ม มีการโต้ตอบ การยอมรับ การให้ข้อมูลซึ่งกันและกันภายในกลุ่มย่อย และกลุ่มใหญ่ทั้งห้องเรียน เกิดการเชื่อมโยงแนวคิด ความรู้ ประสบการณ์อย่างสัมพันธ์กันตามหลักการมีปฏิสัมพันธ์ (Interaction) นอกจากการมีปฏิสัมพันธ์กับบุคคลแล้ว ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมด้านสื่อ โดยผู้วิจัยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ เครื่องฉายภาพทึบแสงแผนที่จังหวัดจริง รวมทั้งสื่อที่เป็นของจริง สำหรับหลักการฝึกฝนพัฒนาทักษะกระบวนการ (Process skills) คือขั้นการศึกษาทำความเข้าใจข้อมูล/ความรู้ใหม่ และการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม ผู้วิจัยได้สอดแทรกกิจกรรมที่เชื่อมโยงกับสถานการณ์โลกจริง ทั้งยังเน้นให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ในโลกจริงได้ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อฝึกความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์โลกจริงเป็น 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจปัญหาสถานการณ์โลกจริง ขั้นเชื่อมโยงปัญหาจากสถานการณ์จริงสู่ตัวแบบเชิง

คณิตศาสตร์ ขึ้นเชื่อมโยงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์ และขึ้นสรุปแนวคิดและเชื่อมโยงกลับเป็นปัญหา สถานการณ์โลกจริง จึงทำให้นักเรียนมีลำดับการคิดอย่างเป็นขั้นตอน ทำให้ง่ายต่อการสรุปคำตอบ เกิดการพัฒนาทักษะกระบวนการต่าง ๆ โดยเฉพาะความสามารถในการเชื่อมโยงสู่สถานการณ์ใน โลกจริง และนักเรียนจะเกิดความสามารถในการเชื่อมโยงสู่สถานการณ์ในโลกจริงได้ดี การรับรู้ เป็นปัจจัยสำคัญในการเรียนรู้ ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้นนี้ ผู้วิจัย ได้จัดกิจกรรมในแต่ละขั้นตอนที่ทำให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม ได้เคลื่อนไหว เพื่อให้ มีความกระตือรือร้น ความตื่นตัวพร้อมที่จะการเรียนรู้ และความสนุกสนาน นำไปสู่การเรียนรู้ อย่างมีความหมายเห็นประโยชน์จากการเรียนเพราะนักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงและเห็นความสำคัญ ของ การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์จริงซึ่งเป็นผลมาจากหลักการมีความพร้อมที่จะเรียนรู้ (Physical participation) และหลักการนำไปประยุกต์ใช้ (Application) คือขั้นการประยุกต์ใช้ความรู้ ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนนำความรู้เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน โดยเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในโลกจริง ซึ่งการ นำความรู้ไปประยุกต์ใช้ช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้เพิ่มเติมขึ้นเรื่อย ๆ จึงสรุปได้ว่าการจัด กิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ส่งผลให้นักเรียนมีพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการจัด กิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ

ผลการวิจัยในครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของปิยนุช หามนตรี (2551, หน้า 111-112) ได้เปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหาและการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท. ซึ่งโรงเรียนราษฎร์ ศุภประดิษฐ์ เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา และโรงเรียนวัดกลาง เป็น กลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท. ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการเชื่อมโยง ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา และกลุ่มที่ได้รับการ จัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 โดยกลุ่มที่ ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหามีทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการ จัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท.

และสอดคล้องกับงานวิจัยของจริยาภรณ์ เจริญศรีเมือง (2556, หน้า 72) ได้เปรียบเทียบ ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา และการ จัดการเรียนรู้แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหา

เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยแผนการเรียนปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

## ข้อเสนอแนะ

### ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ปฏิบัติกิจกรรมโดยกระบวนการกลุ่ม นักเรียนจะใช้เวลาระดมความคิดและแสดงผลงานมาก เพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจในเรื่องที่เรียนอย่างแท้จริง ครูต้องจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้เหมาะสมและสอดคล้องกับเวลาที่มี

2. ครูควรใช้สถานการณ์ที่หลากหลายเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิด แสดงเหตุผล และมีการเชื่อมโยงสู่สถานการณ์ในโลกจริง เพื่อพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นในเนื้อหาที่เรียน ให้นักเรียนอภิปรายและแสดงความคิดเห็นต่องานของตนเอง หรืองานของเพื่อนในชั้นเรียน อาจมีนักเรียนบางคนไม่กล้าซักถามในเรื่องที่สงสัย ครูต้องสังเกตพฤติกรรมนักเรียนในชั้นเรียนและกระตุ้นให้นักเรียนคิด หรือใช้คำถามเพื่อช่วยเป็นแนวทางในการคิด

3. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง นอกจากจะเน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์แล้ว ในขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มร่วมกัน นักเรียนแต่ละคนได้แสดงความคิดเห็น อธิบายแนวคิด แสดงเหตุผล อภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ซึ่งกิจกรรมดังกล่าวช่วยพัฒนาทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์อื่นของนักเรียนคือ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ และในการประเมินผลก็ควรประเมินอย่างสม่ำเสมอและต่อเนื่อง เพื่อตรวจสอบพัฒนาการของนักเรียนและได้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในครั้งต่อไป

### ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการวิจัยเปรียบเทียบพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ในระดับชั้นอื่น ๆ หรือเรื่อง

2. ควรมีการวิจัยเปรียบเทียบพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา ที่เน้นทักษะทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น ทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการคิดสร้างสรรค์ ทักษะการให้เหตุผล เป็นต้น

3. ควรมีการวิจัยเปรียบเทียบพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปากับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในรูปแบบอื่น ๆ

## บรรณานุกรม

- กฤษดา นรินทร์. (2555). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์โลกจริง ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการแก้ไขปัญหาและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ.
- กัลยา พันปี. (2551). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบชิปปา (CIPPA MODEL) และรูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ (4 MAT). วิทยานิพนธ์ คุรุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการจัดการการเรียนรู้, คณะครุศาสตร์, มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา.
- กาญจนา กาฬภักดี. (2550). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและค่านิยมทางวิทยาศาสตร์ด้านการมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ด้วยกระบวนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบชิปปา. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). กรอบโครงสร้างการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ PISA 2009. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์.
- จริยาภรณ์ เจริญศรีเมือง (2556). การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี.

- จารุวรรณ ทวันเวช. (2551). *การพัฒนาแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาบุรีรัมย์ เขต 2*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการวัดผลทางการศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- จารุวรรณ หวายเจริญ. (2552). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามทฤษฎีพหุปัญญาที่มีต่อความสามารถในการเชื่อมโยงและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยราชภัฏอุบลราชธานี.
- ชเรนทร์ จิตติพิทฆาณูร. (2553). *การส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนโคกยางวิทยา จังหวัดสุรินทร์*. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- ชูศรี วงศ์รัตนะ. (2553). *เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย (พิมพ์ครั้งที่ 12)*. นนทบุรี: ไทเนรมิตจิวอินเตอร์ โพรเกรสซิฟ.
- ดวงกมล สิ้นเพ็ง. (2553). *การพัฒนาผู้เรียนสู่สังคมแห่งการเรียนรู้: การจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง: กลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทิสนา แวมมณี. (2542). *ศาสตร์การสอน*. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- ทิสนา แวมมณี. (2543). *การจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง: โมเดลชิปปา*. ในพิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์ และคณะ (บรรณาธิการ). *ประมวลบทความนวัตกรรมเพื่อการเรียนรู้สำหรับครูยุคปฏิรูปการศึกษา*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทิสนา แวมมณี. (2546). *กระบวนการเรียน หนังสือในชุด โครงการวิจัยและพัฒนาเพื่อปฏิรูปการเรียนรู้ทั้งโรงเรียน*. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทิสนา แวมมณี. (2553). *ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดการกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ (พิมพ์ครั้งที่ 13)*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ประทีนรัตน์ นิยมสิน. (2554). การศึกษาปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TAI และเทคนิค TGT กับระดับความสามารถทางการเรียนที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการจัดการการการเรียนรู้, คณะครุศาสตร์, มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา.
- ปาจริย์ ไทรงาม. (2549). การพัฒนาแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 3 ตามหลักสูตร พุทธศักราช 2544. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการวัดผลการศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยทักษิณ.
- ปิยบุษ hamnตรี. (2551). การเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหาและการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการจัดการการการเรียนรู้, คณะครุศาสตร์, มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา.
- พรรณณี วิกิจวัฒน์. (2553). การวิจัยทางการศึกษา. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรม สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.
- พรรณณี วิกิจวัฒน์. (2554). วิธีการวิจัยทางการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ: มี เซอร์วิสเซ็พพลาย.
- พรสุดา อินทร์สาน. (2554). ผลการอ่านคิดวิเคราะห์ภาษาไทยจากการใช้กิจกรรมกลุ่มร่วมกันคิด ประกอบเทคนิคชิปปาโมเดลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนภาษาไทย, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). การวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พวงเพ็ญ เดือนใหญ่. (2553). ผลของการจัดกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- พิชิต ฤทธิ์จรูญ. (2555). หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ: แฮัสออฟ เคอร์มิสท์.
- ไพศาล วรคำ. (2552). การวิจัยทางการศึกษา. มหาสารคาม: ตักสิลาการพิมพ์.

- มยุรา รื่องหาญแก้ว. (2553). การจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบซิปปา ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง การวัด ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียน จันจว้าวิทยาคม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาเชียงราย เขต 3. วิทยานิพนธ์ ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย.
- รัฐศาสตร์ พรคุณวุฒิ. (2553). การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับ สถานการณ์ในชีวิตจริงเรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียน แก่น้อยศึกษา จังหวัดเชียงใหม่. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชา คณิตศาสตร์ศึกษา, คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- รุ่งอรุณ เรืองเดช. (2551). การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง การวัด โดยเชื่อมโยง คณิตศาสตร์กับชีวิตจริงของชาวเขาเผ่าปกาเกอญอ ที่บ้านห้วยต้ม จังหวัดลำพูน. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- ลิลลา คลภาค. (2549). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์การศึกษา มหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. วัชรินทร์ ศรีเนตร, สุภาพร หอมมาลา, อารณพันธ์ ว่องไว, อำไพ ของศิริ และเนตรนภา หนูเนื้อ. (2549). การศึกษาและเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความคงทนทาง การเรียนคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ ของนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการสอนแบบ CIPPA MODEL กับ กิจกรรมการสอนของ Polya. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- เวชฤทธิ์ อังณะภัทรขจร. (2551). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้คิด (CGI) ที่ใช้ ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้ เรื่อง การวิเคราะห์ ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. คุุณิพนธ์การศึกษา คุุณิบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา. คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ.



- ศิริพัฒน์ กันทะวงศ์. (2551). *การวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนโดยใช้ชิปปาโมเดลเพื่อปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิจัยและสถิติการศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546). *คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 2)*. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 2)*. กรุงเทพฯ: ส.เจริญการพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). *ผลการประเมิน PISA 2009 การอ่าน คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์*. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 2)*. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2557). *แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผล การเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (พิมพ์ครั้งที่ 4)*. กรุงเทพฯ: ชุมนุมการเกษตรและสหกรณ์แห่งประเทศไทย.
- สน วัฒนสิน. (2552, มกราคม-มิถุนายน). ผลของการสอนวิชาภาพพิมพ์โดยใช้โมเดลชิปปาที่มีต่อ ความถนัดทางศิลปะ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และความสามารถด้านเหตุผลเชิงนามธรรมของนักศึกษาสาขาวิชาศิลปศึกษา มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี*, 20(1), 35-52.
- สุนีย์ คล้ายนิล, ปรีชาญ เดชศรี และอัมพิกา ประโมจันย์. (2550). *การวัดประเมินผลเพื่อคุณภาพ การเรียนรู้และตัวอย่างข้อสอบจากโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (PISA)*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สุพัตรา หล่อเงิน. (2552). *การจัดการเรียนรู้รูปแบบชิปปา ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องการหารทศนิยม สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษา ปีที่ 6*. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- สุรสาด ผาสุข. (2546). *การศึกษาความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และผลในด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย*. คุยฎีนิพนธ์การศึกษาคุยฎีบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

- สุรางคนา ยาหยี. (2549). การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชา การมัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สุรินทร์ ต้นสกุล. (2553). ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบชิปปา (CIPPA MODEL) ที่มีต่อ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการทำงานเป็นกลุ่ม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตร และการสอน, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยทักษิณ.
- สุลักษณ์ คุ่มทรัพย์. (2555). ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสมเชื่อมโยงกับสถานการณ์จริง เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์และ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2545). แผนการศึกษาแห่งชาติ (พ.ศ.2545-2559). กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ.
- สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ. (2550). แผนพัฒนาเศรษฐกิจและ สังคมแห่งชาติ ฉบับที่สิบเอ็ด (พ.ศ.2545-2559). กรุงเทพฯ: สำนักงาน คณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2553). แนวปฏิบัติการวัดและการประเมินการ เรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: ชุมนุมการเกษตรและสหกรณ์แห่งประเทศไทย.
- สำนักงานปลัดกระทรวงศึกษาธิการ. (2555). แผนพัฒนาการศึกษาของกระทรวงศึกษาธิการ ฉบับที่สิบเอ็ด (พ.ศ.๒๕๕๕-๒๕๕๘). กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- อัมพร ม้าคะนอง. (2554). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Aguirre, J. M. (2013). Making Connections in Practice: How Prospective Elementary Teachers Connect to Children's Mathematical Thinking and Community Funds of Knowledge in Mathematics Instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 64(2), 178 – 192.
- Bloom, W. (1993). *Mathematical Modeling in Mathematics Education and Instruction. In Teaching and Learning Mathematics in Context*. Eillis Horwood: Chichester.

- Comber, G. (1999). *Introduction and Teaching Mathematical Modelling*. (Hand out).  
EdithCowan University, Perth Western, Australia.
- Gainsburg, J. (2008). Real-world connections in secondary mathematics teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(3), 199-219.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston. Virginia: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1991). *Evaluation of Teaching: Standard 4 – Mathematical Concepts, Procedures, and Connections*. Retrieved from <http://standards.nctm.org/document/chapter6/conn.html>
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for Mathematics*. Reston. Va: NCTM.
- New Jersey State Board of Education. (1996). *The First Four Standards*. Retrieved from [http://dimacs.rutgers.edu/nj\\_math\\_coalition/framework/ch01-04/ch01-04\\_s3.html](http://dimacs.rutgers.edu/nj_math_coalition/framework/ch01-04/ch01-04_s3.html)
- Pandiscio, E. A. (2002). Effects of Differing Emphases in the Use of Multiple Representation and Technology on Students' Understanding of Calculus Concept. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 21(3), 1-26.
- Ping-Jung, T. (2004). *The Facilitative Role of Graphing Calculators in Learning College Algebra: An Analysis of Adult Learner's Learning Style and Self-efficacy in Mathematics*. Retrieved from <http://wwwlib.umi.com/dissertations/fullcit/3137270>
- Pugalee, D. K. (2004). A Comparison of Verbal and Written Descriptions of Students' Problem Solving Processes. *Educational Studies in Mathematics*, 55(3), 27 – 47.
- Wong, K.Y. (2002). Teaching Mathmatics and Its Application. *An International Journal of The IMA*, 53(2), 117-121.

ภาคผนวก ก  
- รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

## รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. นางพรรณณี จันทร์โต
 

ครู คศ. 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
โรงเรียนกันตังพิทยากร  
อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง 92110
2. อาจารย์ ดร.พิมพ์ลักษณ์ ว่องอภิวัฒน์กุล
 

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์  
มหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานี  
272 หมู่ที่ 9 ตำบลขุนทะเล อำเภอเมือง  
จังหวัดสุราษฎร์ธานี 84100
3. อาจารย์ ดร.อรรณวุฒิ วงศ์ประคิษฐ์
 

ภาควิชาคณิตศาสตร์  
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  
มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ (ศูนย์รังสิต)  
99 หมู่ที่ 18 ตำบลคลองหนึ่ง อำเภอคลองหลวง  
จังหวัดปทุมธานี 12121

ภาคผนวก

**ภาคผนวก ข**  
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย

## การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

1. นำแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์และด้านการวัดและประเมินผลการศึกษา จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ ถูกต้อง เหมาะสม ภาษาและวัดทักษะการเชื่อมโยงหรือไม่ โดยใช้เกณฑ์ในการพิจารณาดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ ถูกต้อง เหมาะสม และวัดทักษะการเชื่อมโยง

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ ถูกต้อง เหมาะสม และวัดทักษะการเชื่อมโยง

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ ถูกต้อง เหมาะสม และวัดทักษะการเชื่อมโยง

โดยพิจารณาข้อคำถามที่มีค่า  $IOC$  ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ( $IOC \geq 0.5$ ) ถ้าข้อใดมีค่า  $IOC$  ไม่ถึงเกณฑ์ 0.5 แต่มีความจำเป็นต้องใช้ข้อคำถามนั้นเพื่อให้ครอบคลุมสิ่งที่ต้องการวัด ก็อาจทำได้ โดยการปรับปรุงข้อคำถามนั้นให้เหมาะสมขึ้น

2. คำนวณค่า  $IOC$  เป็นรายข้อ โดยใช้สูตรดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{n}$$

เมื่อ	$IOC$	แทน	ดัชนีความสอดคล้อง
	$\sum R$	แทน	คะแนนรวมรายข้อตามดุลพินิจของผู้เชี่ยวชาญ
	$n$	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ



ตารางภาคผนวก ข-1 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
ก่อนเรียน เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ค่าเฉลี่ย	สรุป
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
ข้อที่ 1	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 2	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 3	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 4	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 5	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 6	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 7	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 8	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 9	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 10	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 11	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 12	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 13	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 14	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 15	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 16	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 17	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 18	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 19	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 20	+1	0	+1	0.67	ใช้ได้
ข้อที่ 21	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 22	+1	0	+1	0.67	ใช้ได้
ข้อที่ 23	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 24	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้

ตารางภาคผนวก ข-1 (ต่อ)

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ค่าเฉลี่ย	สรุป
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
ข้อที่ 25	+1	0	+1	0.67	ใช้ได้
ข้อที่ 26	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 27	+1	0	+1	0.67	ใช้ได้
ข้อที่ 28	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 29	+1	0	+1	0.67	ใช้ได้
ข้อที่ 30	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 31	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 32	+1	0	+1	0.67	ใช้ได้
ข้อที่ 33	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 34	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 35	+1	0	+1	0.67	ใช้ได้

ตารางภาคผนวก ข-2 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
หลังเรียน เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ค่าเฉลี่ย	สรุป
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
ข้อที่ 1	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 2	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 3	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 4	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 5	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 6	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 7	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้

ตารางภาคผนวก ข-2 (ต่อ)

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ค่าเฉลี่ย	สรุป
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
ข้อที่ 8	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 9	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 10	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 11	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 12	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 13	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 14	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 15	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 16	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 17	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 18	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 19	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 20	+1	0	+1	0.67	ใช้ได้
ข้อที่ 21	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 22	+1	0	+1	0.7	ใช้ได้
ข้อที่ 23	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 24	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 25	+1	0	+1	0.67	ใช้ได้
ข้อที่ 26	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 27	+1	0	+1	0.67	ใช้ได้
ข้อที่ 28	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 29	+1	0	+1	0.67	ใช้ได้
ข้อที่ 30	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 31	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้

## ตารางภาคผนวก ข-2 (ต่อ)

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ค่าเฉลี่ย	สรุป
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
ข้อที่ 32	+1	0	+1	0.67	ใช้ได้
ข้อที่ 33	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 34	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 35	+1	0	+1	0.67	ใช้ได้

3. เลือกแบบทดสอบจำนวน 30 ข้อ ที่ได้รับปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ และนำไปหาค่าความยากของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (โดยใช้เทคนิคร้อยละ 50 ในการแบ่งกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ) คือการหาสัดส่วนของผู้ตอบถูกของแต่ละข้อ (พรณี วิกิจวัฒน์นะ, 2553, หน้า 113) โดยใช้สูตรดังนี้

$$p = \frac{R_H + R_L}{2n}$$

เมื่อ	$p$	แทน	ค่าความยากง่าย
	$R_H$	แทน	จำนวนผู้ตอบถูกของข้อนั้นในกลุ่มสูง
	$R_L$	แทน	จำนวนผู้ตอบถูกของข้อนั้นในกลุ่มต่ำ
	$n$	แทน	จำนวนผู้ตอบในแต่ละกลุ่ม

4. หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (โดยใช้เทคนิค ร้อยละ 50 ในการแบ่งกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ) คือการหาค่าสัดส่วนของผลต่างระหว่างจำนวนผู้ตอบถูกในกลุ่มสูงกับกลุ่มต่ำ (พรณี วิกิจวัฒน์นะ, 2553, หน้า 115) โดยใช้สูตรดังนี้

$$r = \frac{R_H - R_L}{n}$$

เมื่อ	$r$	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	$R_H$	แทน	จำนวนผู้ตอบถูกของข้อนั้นในกลุ่มสูง
	$R_L$	แทน	จำนวนผู้ตอบถูกของข้อนั้นในกลุ่มต่ำ
	$n$	แทน	จำนวนผู้ตอบในแต่ละกลุ่ม

ตารางภาคผนวก ข-3 การหาค่าความยาก ( $p$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ของแบบทดสอบ  
วัดผลฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

ลำดับที่	รายการประเมิน	ค่าความยาก ( $p$ )	ค่าอำนาจจำแนก ( $r$ )	สรุปผล
1	ข้อที่ 1	0.67	0.40	คัดเลือกไว้
2	ข้อที่ 2	0.73	0.27	คัดเลือกไว้
3	ข้อที่ 3	0.43	-0.33	คัดออก
4	ข้อที่ 4	0.67	0.23	คัดเลือกไว้
5	ข้อที่ 5	0.70	0.33	คัดเลือกไว้
6	ข้อที่ 6	0.63	0.33	คัดเลือกไว้
7	ข้อที่ 8	0.80	0.00	คัดออก
8	ข้อที่ 9	0.83	0.07	คัดออก
9	ข้อที่ 10	0.70	0.47	คัดเลือกไว้
10	ข้อที่ 11	0.67	0.27	คัดเลือกไว้
11	ข้อที่ 12	0.73	0.40	คัดเลือกไว้
12	ข้อที่ 13	0.70	0.47	คัดเลือกไว้
13	ข้อที่ 14	0.77	0.20	คัดเลือกไว้
14	ข้อที่ 15	0.60	0.40	คัดเลือกไว้
15	ข้อที่ 16	0.67	0.40	คัดเลือกไว้
16	ข้อที่ 17	0.63	0.33	คัดเลือกไว้
17	ข้อที่ 19	0.63	0.20	คัดเลือกไว้
18	ข้อที่ 20	0.47	0.27	คัดเลือกไว้
19	ข้อที่ 22	0.70	0.33	คัดเลือกไว้
20	ข้อที่ 23	0.87	0.13	คัดออก
21	ข้อที่ 24	0.57	0.20	คัดเลือกไว้

ตารางภาคผนวก ข-3 (ต่อ)

ลำดับที่	รายการประเมิน	ค่าความยาก ( $p$ )	ค่าอำนาจจำแนก ( $r$ )	สรุปผล
22	ข้อที่ 25	0.67	0.27	คัดเลือกไว้
23	ข้อที่ 26	0.47	0.27	คัดเลือกไว้
24	ข้อที่ 27	0.57	0.33	คัดเลือกไว้
25	ข้อที่ 29	0.70	0.33	คัดเลือกไว้
26	ข้อที่ 30	0.73	0.00	คัดออก
27	ข้อที่ 32	0.70	0.27	คัดเลือกไว้
28	ข้อที่ 33	0.53	0.20	คัดเลือกไว้
29	ข้อที่ 34	0.50	0.47	คัดเลือกไว้
30	ข้อที่ 35	0.63	0.20	คัดเลือกไว้

5. เลือกแบบทดสอบจำนวน 20 ข้อ ที่ได้ปรับปรุงแก้ไข เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน โดยให้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยใช้สูตร KR-20 Kuder-Richardson (พรรณี วิกิจวัฒน์นะ, 2553, หน้า 109) ดังนี้

$$r_n = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{S^2} \right\}$$

เมื่อ	$r_n$	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	$k$	แทน	จำนวนข้อของข้อสอบ
	$p$	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบถูกในแต่ละข้อกับผู้ตอบทั้งหมด
	$q$	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบผิดในแต่ละข้อกับผู้ตอบทั้งหมด
	$S^2$	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนทั้งฉบับ

ตารางภาคผนวก ข-4 การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน

ข้อที่	สัดส่วนของคน ที่ทำถูกในแต่ละข้อ ( $p$ )	สัดส่วนของคน ที่ทำผิดในแต่ละข้อ ( $q$ )	$pq$
1	0.83	0.17	0.14
2	0.73	0.27	0.20
3	0.80	0.2	0.16
4	0.90	0.10	0.09
5	0.80	0.20	0.16
6	0.87	0.13	0.12
7	0.90	0.10	0.10
8	0.93	0.07	0.06
9	0.83	0.17	0.14
10	0.80	0.20	0.16
11	0.87	0.13	0.12
12	0.83	0.17	0.14
13	0.87	0.13	0.12
14	0.83	0.17	0.14
15	0.87	0.13	0.12
16	0.80	0.20	0.16
17	0.97	0.03	0.03
18	0.83	0.17	0.14
19	0.80	0.20	0.16
20	0.97	0.03	0.03
$k = 20$			$\sum pq = 2.49$

ตารางภาคผนวก ข-5 คะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน เพื่อการหาค่า  
ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

คนที่	คะแนน	คนที่	คะแนน	คนที่	คะแนน
1	10	11	12	21	14
2	13	12	15	22	15
3	16	13	17	23	13
4	13	14	14	24	16
5	12	15	12	25	18
6	17	16	10	26	14
7	13	17	13	27	12
8	15	18	11	28	14
9	11	19	16	29	15
10	10	20	17	30	13

$\bar{x} = 13.70$   
 $S^2 = 7.48$

จากตารางภาคผนวก ข-4 และ ข-5 จะได้ ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์  
ทางการเรียนก่อนเรียน คือ

$$r_n = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{S^2} \right\}$$

$$r_n = \frac{20}{20-1} \left\{ 1 - \frac{2.49}{7.48} \right\}$$

$$r_n = 0.70$$

นั่นคือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน มีค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.70



ตารางภาคผนวก ข-6 การหาค่าความยาก ( $p$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ของแบบทดสอบ  
วัดผลฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

ลำดับที่	รายการประเมิน	ค่าความยาก ( $p$ )	ค่าอำนาจจำแนก ( $r$ )	สรุปผล
1	ข้อที่ 1	0.57	0.20	คัดเลือกว่า
2	ข้อที่ 2	0.77	0.20	คัดเลือกว่า
3	ข้อที่ 3	0.60	0.00	คัดออก
4	ข้อที่ 4	0.67	0.27	คัดเลือกว่า
5	ข้อที่ 5	0.73	0.40	คัดเลือกว่า
6	ข้อที่ 6	0.70	0.20	คัดเลือกว่า
7	ข้อที่ 8	0.80	0.13	คัดออก
8	ข้อที่ 9	0.87	0.13	คัดออก
9	ข้อที่ 10	0.77	0.33	คัดเลือกว่า
10	ข้อที่ 11	0.67	0.40	คัดเลือกว่า
11	ข้อที่ 12	0.77	0.33	คัดเลือกว่า
12	ข้อที่ 13	0.67	0.40	คัดเลือกว่า
13	ข้อที่ 14	0.63	0.20	คัดเลือกว่า
14	ข้อที่ 15	0.67	0.53	คัดเลือกว่า
15	ข้อที่ 16	0.67	0.53	คัดเลือกว่า
16	ข้อที่ 17	0.70	0.27	คัดเลือกว่า
17	ข้อที่ 19	0.73	0.47	คัดเลือกว่า
18	ข้อที่ 20	0.43	0.27	คัดเลือกว่า
19	ข้อที่ 22	0.67	0.27	คัดเลือกว่า
20	ข้อที่ 23	0.67	0.13	คัดออก
21	ข้อที่ 24	0.50	0.47	คัดเลือกว่า

ตารางภาคผนวก ข-6 (ต่อ)

ลำดับที่	รายการประเมิน	ค่าความยาก ( $p$ )	ค่าอำนาจจำแนก ( $r$ )	สรุปผล
22	ข้อที่ 25	0.73	0.40	คัดเลือกไว้
23	ข้อที่ 26	0.43	0.20	คัดเลือกไว้
24	ข้อที่ 27	0.67	0.40	คัดเลือกไว้
25	ข้อที่ 29	0.70	0.33	คัดเลือกไว้
26	ข้อที่ 30	0.90	0.07	คัดออก
27	ข้อที่ 32	0.60	0.40	คัดเลือกไว้
28	ข้อที่ 33	0.43	0.33	คัดเลือกไว้
29	ข้อที่ 34	0.50	0.33	คัดเลือกไว้
30	ข้อที่ 35	0.43	0.20	คัดเลือกไว้

5. เลือกแบบทดสอบจำนวน 20 ข้อ ที่ได้ปรับปรุงแก้ไข เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน โดยให้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยใช้สูตร KR-20 Kuder-Richardson (พรรณี วิกิจวัฒน์นะ, 2553, หน้า 109) ดังนี้

$$r_n = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{S^2} \right\}$$

เมื่อ	$r_n$	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	$k$	แทน	จำนวนข้อของข้อสอบ
	$p$	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบถูกในแต่ละข้อกับผู้ตอบทั้งหมด
	$q$	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบผิดในแต่ละข้อกับผู้ตอบทั้งหมด
	$S^2$	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนทั้งฉบับ

ตารางภาคผนวก ข-7 การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน

ข้อที่	สัดส่วนของคน ที่ทำถูกในแต่ละข้อ ( $p$ )	สัดส่วนของคน ที่ทำผิดในแต่ละข้อ ( $q$ )	$pq$
1	0.67	0.33	0.22
2	1.00	0	0
3	0.73	0.27	0.20
4	0.97	0.03	0.03
5	0.23	0.77	0.18
6	1.00	0	0
7	0.17	0.83	0.14
8	0.93	0.07	0.06
9	0.97	0.03	0.03
10	0.93	0.07	0.06
11	1.00	0	0
12	0.93	0.07	0.06
13	0.30	0.7	0.21
14	0.97	0.03	0.03
15	0.03	0.97	0.03
16	0.93	0.07	0.06
17	0.80	0.2	0.16
18	1.00	0	0
19	0.90	0.10	0.09
20	0.93	0.07	0.06
$k = 20$			$\Sigma pq = 1.60$

ตารางภาคผนวก ข-8 คะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน เพื่อการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน

คนที่	คะแนน	คนที่	คะแนน	คนที่	คะแนน
1	16	11	15	21	10
2	17	12	18	22	19
3	17	13	16	23	13
4	10	14	18	24	17
5	16	15	13	25	18
6	18	16	16	26	11
7	17	17	14	27	14
8	17	18	15	28	13
9	18	19	12	29	16
10	12	20	18	30	18

$\bar{x} = 15.40$   
 $S^2 = 6.80$

จากตารางภาคผนวก ข-7 และ ข-8 จะได้ ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน คือ

$$r_n = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{S^2} \right\}$$

$$r_n = \frac{20}{20-1} \left\{ 1 - \frac{1.60}{6.80} \right\}$$

$$r_n = 0.80$$

นั่นคือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน มีค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.80

## การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

1. นำแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์และด้านการวัดและประเมินผลการศึกษา จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ ถูกต้อง เหมาะสม ภาษาและวัดความสามารถในการเชื่อมโยงหรือไม่ โดยใช้เกณฑ์ในการพิจารณาดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ ถูกต้อง เหมาะสม และวัดความสามารถในการเชื่อมโยง

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ ถูกต้อง เหมาะสม และวัดความสามารถในการเชื่อมโยง

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ ถูกต้อง เหมาะสม และวัดความสามารถในการเชื่อมโยง

โดยพิจารณาข้อคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ( $IOC \geq 0.5$ ) ถ้าข้อใดมีค่า IOC ไม่ถึงเกณฑ์ 0.5 แต่มีความจำเป็นต้องใช้ข้อคำถามนั้นเพื่อให้ครอบคลุมสิ่งที่ต้องการวัด ก็อาจทำได้ โดยการปรับปรุงข้อคำถามนั้นให้เหมาะสมขึ้น

2. คำนวณค่า IOC เป็นรายข้อ โดยใช้สูตรดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{n}$$

เมื่อ	$IOC$	แทน	ดัชนีความสอดคล้อง
	$\sum R$	แทน	คะแนนรวมรายข้อตามดุลพินิจของผู้เชี่ยวชาญ
	$n$	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

ตารางภาคผนวก ข-9 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการ  
เชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ค่าเฉลี่ย	สรุป
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
ข้อที่ 1	+1	0	+1	0.67	ใช้ได้
ข้อที่ 2	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 3	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 4	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 5	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 6	+1	0	+1	0.67	ใช้ได้
ข้อที่ 7	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 8	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 9	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 10	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้

ตารางภาคผนวก ข-10 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการ  
เชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ค่าเฉลี่ย	สรุป
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
ข้อที่ 1	+1	0	+1	0.67	ใช้ได้
ข้อที่ 2	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 3	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 4	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 5	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 6	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 7	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 8	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 9	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 10	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้

3. เลือกแบบทดสอบจำนวน 10 ข้อ ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ เพื่อหาค่าความยากของแบบทดสอบวัดความสามารถในเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งนักเรียนที่เข้าสอบออกเป็นกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำใช้เทคนิคร้อยละ 50 ของนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมดใช้สูตรการวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตรานัยของวิทนีย์และซาเบอร์ส (ไพศาล วรคำ, 2552, หน้า 288) ดังนี้

$$p = \frac{S_H + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	$p$	แทน	ค่าความยาก
	$S_H$	แทน	ผลรวมคะแนนในกลุ่มสูง
	$S_L$	แทน	ผลรวมคะแนนในกลุ่มต่ำ
	$N$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ
	$X_{\max}$	แทน	คะแนนสูงสุดในข้อนั้น
	$X_{\min}$	แทน	คะแนนต่ำสุดในข้อนั้น

4. หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งนักเรียนที่เข้าสอบออกเป็นกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำใช้เทคนิคร้อยละ 50 ของนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมดใช้สูตรการวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตรานัยของวิทนีย์และซาเบอร์ส (ไพศาล วรคำ, 2552, หน้า 288) ดังนี้

$$D = \frac{S_H - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	$D$	แทน	อำนาจจำแนกของข้อสอบ
	$S_H$	แทน	ผลรวมคะแนนในกลุ่มสูง
	$S_L$	แทน	ผลรวมคะแนนในกลุ่มต่ำ
	$N$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ
	$X_{\max}$	แทน	คะแนนสูงสุดในข้อนั้น
	$X_{\min}$	แทน	คะแนนต่ำสุดในข้อนั้น



ตารางภาคผนวก ข-11 ผลแสดงการหาค่าความยาก ( $p$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ )

ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน  
เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

ลำดับที่	รายการประเมิน	ค่าความยาก ( $p$ )	ค่าอำนาจจำแนก ( $D$ )	สรุปผล
1	ข้อที่ 1	0.56	0.12	คัดออก
2	ข้อที่ 2	0.50	0.27	คัดเลือกไว้
3	ข้อที่ 3	0.24	-0.48	คัดออก
4	ข้อที่ 4	0.43	0.08	คัดออก
5	ข้อที่ 5	0.61	0.28	คัดเลือกไว้
6	ข้อที่ 6	0.51	0.22	คัดเลือกไว้
7	ข้อที่ 7	0.45	0.57	คัดเลือกไว้
8	ข้อที่ 8	0.60	0.43	คัดเลือกไว้
9	ข้อที่ 9	0.55	0.23	คัดเลือกไว้
10	ข้อที่ 10	0.45	0.30	คัดเลือกไว้

5. เลือกแบบทดสอบจำนวน 5 ข้อ ที่ได้ปรับปรุงแก้ไข หาค่าความเชื่อมั่นของ  
แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน โดยให้ครอบคลุมจุดประสงค์  
การเรียนรู้ โดยใช้สูตร Cronbach (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2548, หน้า 158) ดังนี้

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[ 1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ	$\alpha$	แทน	สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (สัมประสิทธิ์แอลฟา)
	$n$	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	$\sum S_i^2$	แทน	ผลรวมของความแปรปรวนของคะแนนในแต่ละข้อ
	$S_t^2$	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนทั้งหมด

ตารางภาคผนวก ข-12 ผลการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยง  
ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

คนที่	คะแนน	คนที่	คะแนน	คนที่	คะแนน
1	35	11	24	21	16
2	32	12	22	22	16
3	32	13	25	23	17
4	31	14	23	24	15
5	24	15	20	25	13
6	25	16	22	26	15
7	29	17	20	27	13
8	25	18	20	28	12
9	22	19	14	29	11
10	27	20	17	30	12

$$\sum S_i^2 = 1.93$$

$$S_t^2 = 5.22$$

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน  
สามารถหาได้ ดังนี้

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[ 1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right]$$

$$\alpha = \frac{5}{5-1} \left[ 1 - \frac{1.93}{5.22} \right]$$

$$\alpha = 0.79$$

นั่นคือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนมีสัมประสิทธิ์  
ความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.79

ตารางภาคผนวก ข-13 ผลแสดงการหาค่าความยาก ( $p$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ )

ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังเรียน  
เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

รายการประเมิน	ค่าความยาก ( $p$ )	ค่าอำนาจจำแนก ( $D$ )	สรุปผล
ข้อที่ 1	0.60	0.03	คัดออก
ข้อที่ 2	0.49	0.28	คัดเลือกไว้
ข้อที่ 3	0.26	-0.52	คัดออก
ข้อที่ 4	0.46	0.25	คัดเลือกไว้
ข้อที่ 5	0.66	0.25	คัดเลือกไว้
ข้อที่ 6	0.56	0.32	คัดเลือกไว้
ข้อที่ 7	0.47	0.67	คัดเลือกไว้
ข้อที่ 8	0.58	0.47	คัดเลือกไว้
ข้อที่ 9	0.53	0.32	คัดเลือกไว้
ข้อที่ 10	0.51	0.42	คัดเลือกไว้

5. เลือกแบบทดสอบจำนวน 5 ข้อ ที่ได้ปรับปรุงแก้ไข หาค่าความเชื่อมั่นของ  
แบบทดสอบวัดความสามารถในเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยให้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้  
โดยใช้สูตร Cronbach (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2548, หน้า 158) ดังนี้

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[ 1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ	$\alpha$	แทน	สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (สัมประสิทธิ์แอลฟา)
	$n$	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	$\sum S_i^2$	แทน	ผลรวมของความแปรปรวนของคะแนนในแต่ละข้อ
	$S_t^2$	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนทั้งหมด

ตารางภาคผนวก ข-14 ผลการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยง  
ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

คนที่	คะแนน	คนที่	คะแนน	คนที่	คะแนน
1	13	11	12	21	10
2	14	12	17	22	16
3	13	13	9	23	15
4	15	14	10	24	13
5	14	15	17	25	14
6	13	16	16	26	13
7	17	17	14	27	12
8	11	18	13	28	15
9	14	19	15	29	14
10	16	20	9	30	16

$$\sum S_i^2 = 1.71$$

$$S_i^2 = 5.13$$

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สามารถ  
หาได้ ดังนี้

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[ 1 - \frac{\sum S_i^2}{S_i^2} \right]$$

$$\alpha = \frac{5}{5-1} \left[ 1 - \frac{1.71}{5.13} \right]$$

$$\alpha = 0.83$$

นั่นคือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น  
เท่ากับ 0.83

### การทดสอบสมมติฐาน

ตารางภาคผนวก ข-15 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและคะแนนพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง (กลุ่มทดลอง)

ลำดับที่	คะแนน ก่อนเรียน	เกณฑ์ผ่าน ( $z$ )	คะแนน หลังเรียน	พัฒนาการ ( $d$ )	ผลการ ประเมิน
1	4	12	17	5	ผ่านเกณฑ์
2	1	10.5	13	2.5	ผ่านเกณฑ์
3	1	10.5	15	4.5	ผ่านเกณฑ์
4	3	11.5	14	2.5	ผ่านเกณฑ์
5	2	11	16	5	ผ่านเกณฑ์
6	4	12	14	2	ผ่านเกณฑ์
7	2	11	15	4	ผ่านเกณฑ์
8	0	10	13	3	ผ่านเกณฑ์
9	3	11.5	17	5.5	ผ่านเกณฑ์
10	4	12	14	2	ผ่านเกณฑ์
11	4	12	16	4	ผ่านเกณฑ์
12	5	12.5	17	4.5	ผ่านเกณฑ์
13	5	12.5	16	3.5	ผ่านเกณฑ์
14	6	13	17	4	ผ่านเกณฑ์
15	3	11.5	15	3.5	ผ่านเกณฑ์
16	4	12	14	2	ผ่านเกณฑ์
17	3	11.5	15	3.5	ผ่านเกณฑ์
18	4	12	16	4	ผ่านเกณฑ์
19	2	11	12	1	ผ่านเกณฑ์
20	4	12	18	6	ผ่านเกณฑ์
21	7	13.5	19	5.5	ผ่านเกณฑ์
22	2	11	13	2	ผ่านเกณฑ์

ตารางภาคผนวก ข-15 (ต่อ)

ลำดับที่	คะแนน ก่อนเรียน	เกณฑ์ผ่าน ( $z$ )	คะแนน หลังเรียน	พัฒนาการ ( $d$ )	ผลการ ประเมิน
23	3	11.5	15	3.5	ผ่านเกณฑ์
24	3	11.5	16	4.5	ผ่านเกณฑ์
25	3	11.5	17	5.5	ผ่านเกณฑ์
26	3	11.5	18	6.5	ผ่านเกณฑ์
27	2	11	14	3	ผ่านเกณฑ์
28	0	10	16	6	ผ่านเกณฑ์
29	2	11	15	4	ผ่านเกณฑ์
30	4	12	16	4	ผ่านเกณฑ์
31	3	11.5	12	0.5	ผ่านเกณฑ์
32	4	12	18	6	ผ่านเกณฑ์
33	2	11	15	4	ผ่านเกณฑ์
34	3	11.5	17	5.5	ผ่านเกณฑ์
35	6	13	17	4	ผ่านเกณฑ์
36	3	11.5	16	4.5	ผ่านเกณฑ์
37	3	11.5	15	3.5	ผ่านเกณฑ์
38	4	12	14	2	ผ่านเกณฑ์
39	4	12	17	5	ผ่านเกณฑ์
40	3	11.5	15	3.5	ผ่านเกณฑ์
41	4	12	15	3	ผ่านเกณฑ์
เฉลี่ย	3.22	11.61	15.46	3.85	ผ่านเกณฑ์
$S_1^2$	2.13		2.75	2.02	

ตารางภาคผนวก ข-16 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและคะแนนพัฒนาการของผลผลสัมฤทธิ์  
ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบ  
ปกติ (กลุ่มควบคุม)

ลำดับที่	คะแนน ก่อนเรียน	เกณฑ์ผ่าน ( $z$ )	คะแนน หลังเรียน	พัฒนาการ ( $d$ )	ผลการ ประเมิน
1	2	11	15	4	ผ่านเกณฑ์
2	4	12	14	2	ผ่านเกณฑ์
3	3	11.5	9	-2.5	ไม่ผ่านเกณฑ์
4	2	11	13	2	ผ่านเกณฑ์
5	6	13	14	1	ผ่านเกณฑ์
6	4	12	16	4	ผ่านเกณฑ์
7	3	11.5	14	2.5	ผ่านเกณฑ์
8	5	12.5	12	-0.5	ไม่ผ่านเกณฑ์
9	2	11	13	2	ผ่านเกณฑ์
10	4	12	16	4	ผ่านเกณฑ์
11	2	11	15	4	ผ่านเกณฑ์
12	1	10.5	15	4.5	ผ่านเกณฑ์
13	3	11.5	10	-1.5	ไม่ผ่านเกณฑ์
14	2	11	14	3	ผ่านเกณฑ์
15	2	11	14	3	ผ่านเกณฑ์
16	4	12	14	2	ผ่านเกณฑ์
17	4	12	14	2	ผ่านเกณฑ์
18	6	13	16	3	ผ่านเกณฑ์
19	7	13.5	15	1.5	ผ่านเกณฑ์
20	2	11	13	2	ผ่านเกณฑ์
21	4	12	14	2	ผ่านเกณฑ์
22	5	12.5	12	-0.5	ไม่ผ่านเกณฑ์
23	2	11	14	3	ผ่านเกณฑ์
24	1	10.5	12	1.5	ผ่านเกณฑ์
25	3	11.5	10	-1.5	ไม่ผ่านเกณฑ์

ตารางภาคผนวก ข-16 (ต่อ)

ลำดับที่	คะแนน ก่อนเรียน	เกณฑ์ผ่าน ( $z$ )	คะแนน หลังเรียน	พัฒนาการ ( $d$ )	ผลการ ประเมิน
26	4	12	13	1	ผ่านเกณฑ์
27	3	11.5	10	-1.5	ไม่ผ่านเกณฑ์
28	3	11.5	14	2.5	ผ่านเกณฑ์
29	4	12	10	-2	ไม่ผ่านเกณฑ์
30	2	11	13	2	ผ่านเกณฑ์
31	1	10.5	11	0.5	ผ่านเกณฑ์
32	1	10.5	13	2.5	ผ่านเกณฑ์
33	6	13	11	-2	ไม่ผ่านเกณฑ์
34	3	11.5	12	0.5	ผ่านเกณฑ์
35	5	12.5	14	1.5	ผ่านเกณฑ์
36	4	12	11	-1	ไม่ผ่านเกณฑ์
37	3	11.5	11	-0.5	ไม่ผ่านเกณฑ์
38	5	12.5	14	1.5	ผ่านเกณฑ์
39	2	11	13	2	ผ่านเกณฑ์
เฉลี่ย	3.31	11.65	13.02	1.37	ผ่านเกณฑ์
$S_2^2$	2.38		3.34	3.57	



พิจารณาความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของทั้งสองกลุ่ม ดังนี้

สมมติฐานทดสอบ คือ  $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

สถิติทดสอบ คือ  $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$

$df_1 = n_1 - 1$

$df_2 = n_2 - 1$

เมื่อ  $F$  แทน ค่าสถิติทดสอบที่มีการแจกแจงแบบเอฟ  
 $S_1^2$  แทน ค่าความแปรปรวนของกลุ่มทดลอง  
 $S_2^2$  แทน ค่าความแปรปรวนของกลุ่มควบคุม

เพราะว่า  $S_1^2 = 2.75$  ,  $S_2^2 = 3.34$

ดังนั้น  $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$   
 $F = \frac{2.75}{3.34} = 0.823$

เนื่องจาก  $F_{\frac{\alpha}{2}(n_1-1, n_2-1)} = F_{0.025(40,38)} = 1.896$  และ  $F_{0.975(40,38)} = 0.530$

ดังนั้น  $F < F_{0.025(40,38)}$  และ  $F > F_{0.975(40,38)}$

เพราะฉะนั้นจึงยอมรับ  $H_0$  นั่นคือความแปรปรวนของคะแนนสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงกับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติและความแปรปรวนไม่แตกต่างกัน การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง กับนักเรียน ที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 50 ของคะแนนที่ถูกต้องออกจากการทดสอบก่อนเรียน คำนวณจากสถิติทดสอบ Independent  $t$ -test ดังนี้

สมมติฐานทดสอบ คือ  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$$H_1 : \mu_1 > \mu_2$$

สถิติทดสอบ คือ 
$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{S_p^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

โดยที่ 
$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2},$$

$$df = n_1 + n_2 - 2$$

เมื่อ	$t$	แทน	ค่าสถิติทดสอบที่มีการแจกแจงแบบที
	$\bar{x}_1$	แทน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของกลุ่มทดลอง
	$\bar{x}_2$	แทน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของกลุ่มควบคุม
	$S_1^2$	แทน	ค่าความแปรปรวนของกลุ่มทดลอง
	$S_2^2$	แทน	ค่าความแปรปรวนของกลุ่มควบคุม
	$n_1$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง
	$n_2$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มควบคุม
	$df$	แทน	องศาเสรี (Degrees of freedom)

เพราะว่า 
$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{(40)2.75 + (38)3.34}{41 + 39 - 2} = 3.04$$

$$\bar{x}_1 = 15.46, \bar{x}_2 = 13.02$$

ดังนั้น 
$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{S_p^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

$$t = \frac{15.46 - 13.02}{\sqrt{3.04 \left( \frac{1}{41} + \frac{1}{39} \right)}} = 6.26$$

เนื่องจาก  $t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2} = t_{0.05, 78} = 1.645$

ดังนั้น  $t > t_{0.05, 78}$

เพราะฉะนั้นจึงปฏิเสธ  $H_0$  นั่นคือคะแนนสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

พิจารณาความแปรปรวนของคะแนนพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของทั้งสองกลุ่ม ดังนี้

$$\text{สมมติฐานทดสอบ คือ } H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$$\text{สถิติทดสอบ คือ } F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

$$df_1 = n_1 - 1$$

$$df_2 = n_2 - 1$$

เมื่อ	$F$	แทน	ค่าสถิติทดสอบที่มีการแจกแจงแบบเอฟ
	$S_1^2$	แทน	ค่าความแปรปรวนของกลุ่มทดลอง
	$S_2^2$	แทน	ค่าความแปรปรวนของกลุ่มควบคุม

$$\text{เพราะว่า } S_1^2 = 2.02, S_2^2 = 3.57$$

$$\text{ดังนั้น } F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

$$F = \frac{2.02}{3.57} = 0.57$$

$$\text{เนื่องจาก } F_{\frac{\alpha}{2}(n_1-1, n_2-1)} = F_{0.025(40,38)} = 1.896 \text{ และ } F_{0.975(40,38)} = 0.530$$

$$\text{ดังนั้น } F < F_{0.025(40,38)} \text{ และ } F_{0.975(40,38)}$$

เพราะฉะนั้นจึงยอมรับ  $H_0$  นั่นคือความแปรปรวนของคะแนนพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงกับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติและมีความแปรปรวนไม่แตกต่างกัน การเปรียบเทียบคะแนนพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้นที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง กับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 50 ของคะแนนที่ถูกหักออกจากการทดสอบก่อนเรียน จึงใช้สถิติทดสอบ Independent  $t$ -test ดังนี้

$$\text{สมมติฐานทดสอบ คือ } H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 > \mu_2$$

$$\text{สถิติทดสอบ คือ } t = \frac{\bar{d}_1 - \bar{d}_2}{\sqrt{S_p^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

$$\text{โดยที่ } S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2},$$

$$df = n_1 + n_2 - 2$$

เมื่อ	$t$	แทน	ค่าสถิติทดสอบที่มีการแจกแจงแบบที
	$\bar{d}_1$	แทน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนพัฒนาการของกลุ่มทดลอง
	$\bar{d}_2$	แทน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนพัฒนาการของกลุ่มควบคุม
	$S_1^2$	แทน	ค่าความแปรปรวนของกลุ่มทดลอง
	$S_2^2$	แทน	ค่าความแปรปรวนของกลุ่มควบคุม
	$n_1$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง
	$n_2$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มควบคุม
	$df$	แทน	องศาเสรี (Degrees of freedom)

$$\text{เพราะว่า } S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{40(2.02) + 38(3.57)}{41 + 39 - 2} = 2.78$$

$$\bar{d}_1 = 3.85, \bar{d}_2 = 1.37$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad t &= \frac{\bar{d}_1 - \bar{d}_2}{\sqrt{S_p^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \\ t &= \frac{3.85 - 1.37}{\sqrt{2.78 \left( \frac{1}{41} + \frac{1}{39} \right)}} = 6.65 \end{aligned}$$

$$\text{เนื่องจาก} \quad t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2} = t_{0.05, 78} = 1.645$$

$$\text{ดังนั้น} \quad t > t_{0.05, 78}$$

$$6.65 > 1.645$$

เพราะฉะนั้นจึงปฏิเสธ  $H_0$  นั่นคือคะแนนพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ตารางภาคผนวก ข-17 คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และคะแนน  
 พัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สำหรับ  
 นักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎี  
 กราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์  
 ในโลกจริง

ที่	ข้อที่ 1 4 คะแนน	ข้อที่ 2 4 คะแนน	ข้อที่ 3 4 คะแนน	ข้อที่ 4 4 คะแนน	ข้อที่ 5 4 คะแนน	รวม 20 คะแนน	พัฒนาการ (d)
1	4	4	4	4	4	20	7.5
2	4	2	2	3	2	13	2.5
3	4	1	3	2	2	12	2
4	4	2	3	2	3	14	4
5	4	4	4	3	3	18	5.5
6	4	3	3	2	2	14	4
7	4	3	3	2	3	15	5
8	4	2	3	2	2	13	3
9	4	3	4	4	4	19	8
10	4	1	4	3	3	15	4
11	4	2	4	3	3	16	6
12	4	3	4	4	4	19	9
13	4	3	4	4	3	18	7.5
14	4	4	4	3	3	18	7.5
15	4	4	4	2	2	16	5.5
16	3	3	4	2	3	14	3
17	4	3	4	2	3	15	4.5
18	4	4	4	2	3	17	7
19	3	2	3	2	2	12	1
20	4	4	4	4	4	20	8

ตารางภาคผนวก ข-17 (ต่อ)

ที่	ข้อที่ 1 4 คะแนน	ข้อที่ 2 4 คะแนน	ข้อที่ 3 4 คะแนน	ข้อที่ 4 4 คะแนน	ข้อที่ 5 4 คะแนน	รวม 20 คะแนน	พัฒนาการ ( <i>d</i> )
21	4	4	4	4	4	20	7.5
22	4	2	3	2	2	13	3
23	4	3	4	3	2	16	5.5
24	4	3	2	3	3	15	5
25	4	3	3	4	4	18	.5
26	4	4	4	3	3	18	7.5
27	3	2	3	2	2	14	3
28	4	3	3	3	4	17	7
29	3	3	3	2	3	15	5
30	4	3	4	3	3	17	7
31	3	2	4	2	3	14	3
32	4	3	3	4	4	18	7
33	4	2	4	3	3	16	6
34	4	3	4	3	3	17	5
35	4	3	4	3	3	17	7
36	4	4	3	4	4	17	6.5
37	4	4	4	2	2	16	5.5
38	3	2	4	4	2	15	4
39	4	3	3	4	2	16	5
40	4	3	3	3	3	16	5.5
41	4	3	4	4	2	17	6.5
เฉลี่ย						16.09	5.43
$S_2^2$						4.54	3.58

ตารางภาคผนวก ข-18 ผลการประเมินคะแนนพัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทาง  
 คณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน  
 แบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทาง  
 คณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง (กลุ่มทดลอง)

ลำดับที่	คะแนน ก่อนเรียน	เกณฑ์ผ่าน ( $z$ )	คะแนน หลังเรียน	พัฒนาการ ( $d$ )	ผลการ ประเมิน
1	5	12.5	20	7.5	ผ่านเกณฑ์
2	1	10.5	13	2.5	ผ่านเกณฑ์
3	0	10	12	2	ผ่านเกณฑ์
4	0	10	14	4	ผ่านเกณฑ์
5	5	12.5	18	5.5	ผ่านเกณฑ์
6	0	10	14	4	ผ่านเกณฑ์
7	0	10	15	5	ผ่านเกณฑ์
8	0	10	13	3	ผ่านเกณฑ์
9	2	11	19	8	ผ่านเกณฑ์
10	2	11	15	4	ผ่านเกณฑ์
11	0	10	16	6	ผ่านเกณฑ์
12	0	10	19	9	ผ่านเกณฑ์
13	1	10.5	18	7.5	ผ่านเกณฑ์
14	1	10.5	18	7.5	ผ่านเกณฑ์
15	1	10.5	16	5.5	ผ่านเกณฑ์
16	2	11	14	3	ผ่านเกณฑ์
17	1	10.5	15	4.5	ผ่านเกณฑ์
18	0	10	17	7	ผ่านเกณฑ์
19	2	11	12	1	ผ่านเกณฑ์
20	4	12	20	8	ผ่านเกณฑ์
21	5	12.5	20	7.5	ผ่านเกณฑ์
22	0	10	13	3	ผ่านเกณฑ์
23	1	10.5	16	5.5	ผ่านเกณฑ์
24	0	10	15	5	ผ่านเกณฑ์



ตารางภาคผนวก ข-18 (ต่อ)

ลำดับที่	คะแนน ก่อนเรียน	เกณฑ์ผ่าน ( $z$ )	คะแนน หลังเรียน	พัฒนาการ ( $d$ )	ผลการ ประเมิน
25	3	11.5	18	6.5	ผ่านเกณฑ์
26	1	10.5	18	7.5	ผ่านเกณฑ์
27	2	11	14	3	ผ่านเกณฑ์
28	0	10	17	7	ผ่านเกณฑ์
29	0	10	15	5	ผ่านเกณฑ์
30	0	10	17	7	ผ่านเกณฑ์
31	2	11	14	3	ผ่านเกณฑ์
32	2	11	18	7	ผ่านเกณฑ์
33	0	10	16	6	ผ่านเกณฑ์
34	4	12	17	5	ผ่านเกณฑ์
35	0	10	17	7	ผ่านเกณฑ์
36	1	10.5	17	6.5	ผ่านเกณฑ์
37	1	10.5	16	5.5	ผ่านเกณฑ์
38	2	11	15	4	ผ่านเกณฑ์
39	2	11	16	5	ผ่านเกณฑ์
40	1	10.5	16	5.5	ผ่านเกณฑ์
41	1	10.5	17	6.5	ผ่านเกณฑ์
เฉลี่ย	1.34	10.67	16.09	5.43	ผ่านเกณฑ์
		$S_2^2$	4.54	3.58	

ตารางภาคผนวก ข-19 คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และคะแนน  
 พัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน  
 ที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ (กลุ่มควบคุม)

ที่	ข้อที่ 1 4 คะแนน	ข้อที่ 2 4 คะแนน	ข้อที่ 3 4 คะแนน	ข้อที่ 4 4 คะแนน	ข้อที่ 5 4 คะแนน	รวม 20 คะแนน	พัฒนาการ ( <i>d</i> )
1	4	4	2	2	2	14	3
2	4	4	1	0	0	13	2
3	3	2	2	2	2	11	1
4	3	2	2	2	0	9	-1
5	4	2	2	2	2	12	1.5
6	4	2	2	2	0	10	-0.5
7	3	3	3	2	0	11	0.5
8	2	2	2	2	0	8	-2
9	4	2	2	2	2	12	1.5
10	2	2	2	2	2	10	-0.5
11	4	4	2	2	0	12	2
12	4	4	2	1	2	13	2
13	3	2	2	2	2	9	-1
14	4	4	2	1	0	11	0.5
15	4	4	2	2	1	13	2
16	3	3	4	2	0	12	1
17	3	3	4	1	0	11	0.5
18	4	3	2	2	2	13	1.5
19	3	2	3	2	2	12	2
20	3	4	2	2	2	13	2

ตารางภาคผนวก ข-19 (ต่อ)

ที่	ข้อที่ 1 4 คะแนน	ข้อที่ 2 4 คะแนน	ข้อที่ 3 4 คะแนน	ข้อที่ 4 4 คะแนน	ข้อที่ 5 4 คะแนน	รวม 20 คะแนน	พัฒนาการ ( <i>d</i> )
21	4	4	2	2	0	12	0.5
22	4	4	2	2	0	12	1.5
23	4	4	2	1	0	11	0.5
24	4	2	2	2	0	10	-1
25	4	2	2	2	2	12	1.5
26	4	2	2	2	1	11	0.5
27	3	2	3	1	0	9	-1
28	4	2	4	2	0	12	2
29	2	2	2	2	0	8	-2
30	2	2	4	2	1	11	0.5
31	4	4	2	2	0	12	1.5
32	4	4	4	0	0	14	2.5
33	4	2	2	0	0	8	-2
34	2	2	4	2	1	11	0.5
35	4	3	2	1	0	10	-0.5
36	4	4	2	1	0	11	0.5
37	4	2	2	1	0	9	-1
38	4	2	4	2	2	14	3.5
39	4	2	4	2	0	12	1
				เฉลี่ย		11.23	0.69
				$S_2^2$		2.70	1.93

ตารางภาคผนวก ข-20 ผลการประเมินคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และ  
 คะแนนพัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของ  
 นักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ  
 (กลุ่มควบคุม)

ลำดับที่	คะแนน ก่อนเรียน	เกณฑ์ผ่าน ( $z$ )	คะแนน หลังเรียน	พัฒนาการ ( $d$ )	ผลการ ประเมิน
1	2	11	14	3	ผ่านเกณฑ์
2	2	11	13	2	ผ่านเกณฑ์
3	0	10	11	1	ผ่านเกณฑ์
4	0	10	9	-1	ไม่ผ่านเกณฑ์
5	1	10.5	12	1.5	ผ่านเกณฑ์
6	1	10.5	10	-0.5	ไม่ผ่านเกณฑ์
7	1	10.5	11	0.5	ผ่านเกณฑ์
8	0	10	8	-2	ไม่ผ่านเกณฑ์
9	1	10.5	12	1.5	ผ่านเกณฑ์
10	1	10.5	10	-0.5	ผ่านเกณฑ์
11	0	10	12	2	ผ่านเกณฑ์
12	2	11	13	2	ผ่านเกณฑ์
13	0	10	9	-1	ไม่ผ่านเกณฑ์
14	1	10.5	11	0.5	ผ่านเกณฑ์
15	2	11	13	2	ผ่านเกณฑ์
16	2	11	12	1	ผ่านเกณฑ์
17	1	10.5	11	0.5	ผ่านเกณฑ์
18	3	11.5	13	1.5	ผ่านเกณฑ์
19	0	10	12	2	ผ่านเกณฑ์
20	2	11	13	2	ผ่านเกณฑ์
21	3	11.5	12	0.5	ผ่านเกณฑ์
22	1	10.5	12	1.5	ผ่านเกณฑ์
23	1	10.5	11	0.5	ผ่านเกณฑ์
24	2	11	10	-1	ไม่ผ่านเกณฑ์

ตารางภาคผนวก ข-20 (ต่อ)

ลำดับที่	คะแนน ก่อนเรียน	เกณฑ์ผ่าน ( $z$ )	คะแนน หลังเรียน	พัฒนาการ ( $d$ )	ผลการ ประเมิน
25	1	10.5	12	1.5	ผ่านเกณฑ์
26	1	10.5	11	0.5	ผ่านเกณฑ์
27	0	10	9	-1	ไม่ผ่านเกณฑ์
28	0	10	12	2	ผ่านเกณฑ์
29	0	10	8	-2	ไม่ผ่านเกณฑ์
30	1	10.5	11	0.5	ผ่านเกณฑ์
31	1	10.5	12	1.5	ผ่านเกณฑ์
32	3	11.5	14	2.5	ผ่านเกณฑ์
33	0	10	8	-2	ไม่ผ่านเกณฑ์
34	1	10.5	11	0.5	ผ่านเกณฑ์
35	1	10.5	10	-0.5	ไม่ผ่านเกณฑ์
36	1	10.5	11	0.5	ผ่านเกณฑ์
37	0	10	9	-1	ไม่ผ่านเกณฑ์
38	1	10.5	14	3.5	ผ่านเกณฑ์
39	2	11	12	1	ผ่านเกณฑ์
เฉลี่ย	1.07	10.53	11.23	0.69	ผ่านเกณฑ์
		$S_2^2$	2.70	1.93	

พิจารณาความแปรปรวนของคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของทั้งสองกลุ่ม ดังนี้

สมมติฐานทดสอบ คือ  $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

สถิติทดสอบ คือ  $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$

$df_1 = n_1 - 1$

$df_2 = n_2 - 1$

เมื่อ  $F$  แทน ค่าสถิติทดสอบที่มีการแจกแจงแบบเอฟ

$S_1^2$  แทน ค่าความแปรปรวนของกลุ่มทดลอง

$S_2^2$  แทน ค่าความแปรปรวนของกลุ่มควบคุม

เพราะว่า  $S_1^2 = 4.54$  ,  $S_2^2 = 2.70$

ดังนั้น  $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$

$F = \frac{4.54}{2.70} = 1.68$

เนื่องจาก  $F_{\frac{\alpha}{2}(n_1-1, n_2-1)} = F_{0.025(40,38)} = 1.896$  และ  $F_{0.975(40,38)} = 0.530$

ดังนั้น  $F < F_{0.025(40,38)}$  และ  $F_{0.975(40,38)}$

เพราะฉะนั้นจึงยอมรับ  $H_0$  นั่นคือ ความแปรปรวนของคะแนนสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปป่า เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง กับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติและมีความแปรปรวนไม่แตกต่างกัน การเปรียบเทียบคะแนนสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังเรียนเฉลี่ยสำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปป่า เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการ

เชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง กับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การสอนแบบปกติ โดยใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 50 ของคะแนนที่ถูกหักออกจากการทดสอบก่อนเรียน จึงใช้สถิติทดสอบ Independent  $t$ -test ดังนี้

$$\text{สมมติฐานทดสอบ คือ } H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 > \mu_2$$

$$\text{สถิติทดสอบ คือ } t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{S_p^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

$$\text{โดยที่ } S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2},$$

$$df = n_1 + n_2 - 2$$

เมื่อ	$t$	แทน	ค่าสถิติทดสอบที่มีการแจกแจงแบบที
	$\bar{x}_1$	แทน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของกลุ่มทดลอง
	$\bar{x}_2$	แทน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของกลุ่มควบคุม
	$S_1^2$	แทน	ค่าความแปรปรวนของกลุ่มทดลอง
	$S_2^2$	แทน	ค่าความแปรปรวนของกลุ่มควบคุม
	$n_1$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง
	$n_2$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มควบคุม
	$df$	แทน	องศาเสรี (Degrees of freedom)

$$\text{เพราะว่า } S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{40(4.54) + 38(2.70)}{41 + 39 - 2} = 3.64$$

$$\bar{x}_1 = 16.09, \bar{x}_2 = 11.23$$

$$\text{ดังนั้น } t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{S_p^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

$$t = \frac{16.09 - 11.23}{\sqrt{3.64 \left( \frac{1}{41} + \frac{1}{39} \right)}} = 11.39$$

$$\begin{aligned} \text{เนื่องจาก} \quad & t_{\alpha, n_1+n_2-2} = t_{0.05, 78} = 1.645 \\ \text{ดังนั้น} \quad & t > t_{0.05, 78} \end{aligned}$$

เพราะฉะนั้นจึงปฏิเสธ  $H_0$  นั่นคือความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

พิจารณาความแปรปรวนของคะแนนพัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของทั้งสองกลุ่ม ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{สมมติฐานทดสอบ คือ} \quad & H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ & H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{สถิติทดสอบ คือ} \quad & F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \\ & df_1 = n_1 - 1 \\ & df_2 = n_2 - 1 \end{aligned}$$

เมื่อ	$F$	แทน	ค่าสถิติทดสอบที่มีการแจกแจงแบบเอฟ
	$S_1^2$	แทน	ค่าความแปรปรวนของกลุ่มทดลอง
	$S_2^2$	แทน	ค่าความแปรปรวนของกลุ่มควบคุม

$$\text{เพราะว่า} \quad S_1^2 = 3.58, S_2^2 = 1.93$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad & F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \\ & F = \frac{3.58}{1.93} = 1.85 \end{aligned}$$

$$\text{เนื่องจาก} \quad F_{\frac{\alpha}{2}(n_1-1, n_2-1)} = F_{0.025(40, 38)} = 1.896 \text{ และ } F_{0.975(40, 38)} = 0.530$$

$$\text{ดังนั้น} \quad F < F_{0.025(40, 38)} \text{ และ } F_{0.975(40, 38)}$$



เพราะฉะนั้นจึงยอมรับ  $H_0$  นั่นคือ ความแปรปรวนของคะแนนพัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ใน โลกจริง กับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ ไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติและมีความแปรปรวนไม่แตกต่างกัน การเปรียบเทียบคะแนนพัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ใน โลกจริง กับนักเรียน ที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้เกณฑ์ผ่านร้อยละ 50 ของคะแนนที่ถูกหักออกจากการทดสอบก่อนเรียน จึงใช้สถิติทดสอบ Independent  $t$ -test ดังนี้

สมมติฐานทดสอบ คือ  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$H_1 : \mu_1 > \mu_2$

สถิติทดสอบ คือ 
$$t = \frac{\bar{d}_1 - \bar{d}_2}{\sqrt{S_p^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

โดยที่ 
$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2},$$

$df = n_1 + n_2 - 2$

เมื่อ	$t$	แทน	ค่าสถิติทดสอบที่มีการแจกแจงแบบที
	$\bar{d}_1$	แทน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนพัฒนาการของกลุ่มทดลอง
	$\bar{d}_2$	แทน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนพัฒนาการของกลุ่มควบคุม
	$S_1^2$	แทน	ค่าความแปรปรวนของกลุ่มทดลอง
	$S_2^2$	แทน	ค่าความแปรปรวนของกลุ่มควบคุม
	$n_1$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง
	$n_2$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มควบคุม
	$df$	แทน	องศาเสรี (Degrees of freedom)

เพราะว่า 
$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{(40)3.58 + (38)1.93}{41 + 39 - 2} = 2.78$$

$$\bar{d}_1 = 5.43, \bar{d}_2 = 0.69$$

ดังนั้น 
$$t = \frac{\bar{d}_1 - \bar{d}_2}{\sqrt{S_p^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

$$t = \frac{5.43 - 0.69}{\sqrt{2.78 \left( \frac{1}{41} + \frac{1}{39} \right)}} = 12.71$$

เนื่องจาก  $t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2} = t_{0.05, 78} = 1.645$

ดังนั้น  $t > t_{0.05, 78}$

เพราะฉะนั้นจึงปฏิเสธ  $H_0$  นั่นคือคะแนนพัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง สูงกว่านักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

## การกำหนดเกณฑ์คะแนนความรู้ จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและ แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

การตั้งเกณฑ์ผ่าน สำหรับคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังการได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เท่ากับ คะแนนสอบก่อนเรียน รวมกับ  $b\%$  ของคะแนนที่ถูกหักออกจากการทดสอบก่อนเรียน คำนวณจากสูตร (อำพล ชรรณเจริญ, อ้างถึงใน กฤษดา นรินทร์, 2555, หน้า 88)

$$z = a + (n - a) \left[ \frac{b}{100} \right]$$

เมื่อ	$a$	แทน	คะแนนสอบก่อนเรียน
	$z$	แทน	คะแนนที่ใช้เป็นเกณฑ์สำหรับเปรียบเทียบกับคะแนนสอบหลังเรียน
	$n$	แทน	คะแนนเต็ม
	$b$	แทน	เปอร์เซ็นต์ของคะแนนที่เป็นเกณฑ์เป้าหมาย

ในการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง กับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ ผู้วิจัยได้กำหนดเกณฑ์เป้าหมายไว้ คือ  $50\%$  ของคะแนนที่ถูกหักออกจากการทดสอบก่อนเรียน ดังนี้

ตารางภาคผนวก ข-21 แสดงเกณฑ์ผ่านของคะแนนสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสำหรับนักเรียน  
ที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปป่า เรื่องทฤษฎีกราฟ  
เบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง  
(กลุ่มทดลอง)

ลำดับที่	คะแนน ก่อนเรียน	เกณฑ์ผ่าน (z)	ลำดับที่	คะแนน ก่อนเรียน	เกณฑ์ผ่าน (z)
1	4	12	22	2	11
2	1	10.5	23	3	11.5
3	1	10.5	24	3	11.5
4	3	11.5	25	3	11.5
5	2	11	26	3	11.5
6	4	12	27	2	11
7	2	11	28	0	10
8	0	10	29	2	11
9	3	11.5	30	4	12
10	4	12	31	3	11.5
11	4	12	32	4	12
12	5	12.5	33	2	11
13	5	12.5	34	3	11.5
14	6	13	35	6	13
15	3	11.5	36	3	11.5
16	4	12	37	3	11.5
17	3	11.5	38	4	12
18	4	12	39	4	12
19	2	11	40	3	11.5
20	4	12	41	4	12
21	7	13.5			

ตารางภาคผนวก ข-22 เกณฑ์ผ่านของคะแนนสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องทฤษฎีกราฟ  
เบื้องต้น สำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน  
แบบปกติ (กลุ่มควบคุม)

ลำดับที่	คะแนน ก่อนเรียน	เกณฑ์ผ่าน (z)	ลำดับที่	คะแนน ก่อนเรียน	เกณฑ์ผ่าน (z)
1	2	11	21	4	12
2	4	12	22	5	12.5
3	3	11.5	23	2	11
4	2	11	24	1	10.5
5	6	13	25	3	11.5
6	4	12	26	4	12
7	3	11.5	27	3	11.5
8	5	12.5	28	3	11.5
9	2	11	29	4	12
10	4	12	30	2	11
11	2	11	31	1	10.5
12	1	10.5	32	1	10.5
13	3	11.5	33	6	13
14	2	11	34	3	11.5
15	2	11	35	5	12.5
16	4	12	36	4	12
17	4	12	37	3	11.5
18	6	13	38	5	12.5
19	7	13.5	39	2	11
20	2	11			

ตารางภาคผนวก ข-23 เกณฑ์ผ่านของคะแนนสอบวัดความสามารถในการการเชื่อมโยงทาง  
 คณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน  
 แบบซิปปา เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทาง  
 คณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง (กลุ่มทดลอง)

ลำดับที่	คะแนน ก่อนเรียน	เกณฑ์ผ่าน (z)	ลำดับที่	คะแนน ก่อนเรียน	เกณฑ์ผ่าน (z)
1	5	12.5	25	3	11.5
2	1	10.5	26	1	10.5
3	0	10	27	2	11
4	0	10	28	0	10
5	5	12.5	29	0	10
6	0	10	30	0	10
7	0	10	31	2	11
8	0	10	32	2	11
9	2	11	33	0	10
10	2	11	34	4	12
11	0	10	35	0	10
12	0	10	36	1	10.5
13	1	10.5	37	1	10.5
14	1	10.5	38	2	11
15	1	10.5	39	2	11
16	2	11	40	1	10.5
17	1	10.5	41	1	10.5
18	0	10			
19	2	11			
20	4	12			
21	5	12.5			
22	0	10			
23	1	10.5			
24	0	10			

ตารางภาคผนวก ข-24 แสดงเกณฑ์ผ่านของคะแนนสอบวัดความสามารถในการการเชื่อมโยงทาง  
คณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สำหรับนักเรียนที่เรียนโดยการจัด  
กิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบปกติ (กลุ่มควบคุม)

ลำดับที่	คะแนน ก่อนเรียน	เกณฑ์ผ่าน (z)	ลำดับที่	คะแนน ก่อนเรียน	เกณฑ์ผ่าน (z)
1	2	11	25	1	10.5
2	2	11	26	1	10.5
3	0	10	27	0	10
4	0	10	28	0	10
5	1	10.5	29	0	10
6	1	10.5	30	1	10.5
7	1	10.5	31	1	10.5
8	0	10	32	3	11.5
9	1	10.5	33	0	10
10	1	10.5	34	1	10.5
11	0	10	35	1	10.5
12	2	11	36	1	10.5
13	0	10	37	0	10
14	1	10.5	38	1	10.5
15	2	11	39	2	11
16	2	11			
17	1	10.5			
18	3	11.5			
19	0	10			
20	2	11			
21	3	11.5			
22	1	10.5			
23	1	10.5			
24	2	11			

**ภาคผนวก ค**

- เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
- เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล



## ตัวอย่าง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง

### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์      รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม      รหัสวิชา ค 32202  
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5      ภาคเรียนที่ 2  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น  
 เรื่อง ดิกรีของจุดยอด      จำนวน 2 คาบ

1. มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อ  
 ความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการ  
 เชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.4-6/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การ  
 สื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.4-6/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้  
 หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

ผลการเรียนรู้ นำความรู้เรื่องกราฟไปใช้แก้ปัญหาบางประการ

### 2. จุดประสงค์การเรียนรู้ตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้

#### ด้านความรู้(K)

1. นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ระหว่างผลรวมของดิกรีของจุดยอดกับเส้น  
 เชื่อมของกราฟที่กำหนดให้ได้

2. นักเรียนสามารถจำแนกจุดยอดคู่และจุดยอดคี่จากกราฟที่กำหนดให้ได้

3. นักเรียนสามารถใช้ทฤษฎีบทที่ 1 และ ทฤษฎีบทที่ 2 แก้ปัญหาที่กำหนดให้ได้

#### ด้านทักษะและกระบวนการ (P)

1. นักเรียนสามารถใช้เหตุผลในการแก้ปัญหาได้

2. นักเรียนสามารถใช้เหตุผลในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) นักเรียนมีพฤติกรรมใฝ่เรียนรู้และมีความมุ่งมั่นในการทำงาน

### 3. สาระสำคัญ

**บทนิยาม** ดีกรี (degree) ของจุดยอด  $v$  ในกราฟคือ จำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด  $v$  ใช้สัญลักษณ์  $\deg v$  แทนดีกรีของจุดยอด  $v$

**ทฤษฎีบท 1** ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ

**บทนิยาม** จุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคู่ เรียกว่า จุดยอดคู่ (even vertex)

จุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคี่ เรียกว่า จุดยอดคี่ (odd vertex)

**ทฤษฎีบท 2** ทุกกราฟจะมีจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่

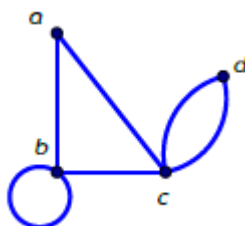
### 4. สมรรถนะสำคัญ

นักเรียนมีความสามารถในการคิด

### 5. สาระการเรียนรู้

ดีกรีของจุดยอด

พิจารณากราฟต่อไปนี้



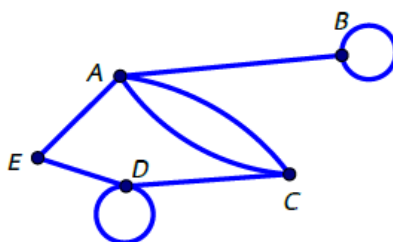
จุดยอด	จำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด	ดีกรีของจุดยอด
a	4	4
b	4	4
c	2	2
d	2	2

จะเห็นว่า เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด  $a$  ได้แก่ เส้นเชื่อม  $ab$  และ  $ac$  ดังนั้น จำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด  $a$  คือ 2 สำหรับจุดยอด  $b$  มีเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด  $b$  ได้แก่ เส้นเชื่อม  $ba$ ,  $bc$  และ  $bb$  เป็นวงวนเกิดกับจุดยอด  $b$  กรณีที่มี เส้นเชื่อมเป็นวงวนจะกำหนดให้นับจำนวนเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอดนั้นเพิ่มขึ้น โดยให้นับเส้นเชื่อมที่เป็นวงวน 1 วง วงวนเป็น 2 ดังนั้น จำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด  $b$  จึงเป็น 4

**บทนิยาม** ดีกรี (degree) ของจุดยอด  $V$  ในกราฟ คือจำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด  $V$  ใช้สัญลักษณ์  $\deg(V)$  แทนดีกรีของจุดยอด  $V$

จากบทนิยาม จะได้ว่า ดีกรีของจุดยอดในกราฟก็คือ จำนวนเส้นทั้งหมดที่ตกกระทบกับจุดยอดนั้นๆ กรณีเส้นเชื่อมเป็นวงวนให้นับเส้นเชื่อมเป็น 2 เส้น

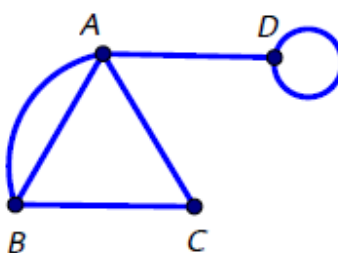
**ตัวอย่างที่ 1** กำหนดกราฟดังรูป จงหาดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟ



**วิธีทำ** จากบทนิยาม ดีกรีของจุดยอดคือจำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอดนั้นๆ ดังนั้น

เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด A คือ AB , AC , AC , AE	ดังนั้น $\deg(A) = 4$
เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด B คือ BA , BB	ดังนั้น $\deg(B) = 3$
เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด C คือ CA , CA , CD	ดังนั้น $\deg(C) = 3$
เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด D คือ DC , DE , DD	ดังนั้น $\deg(D) = 4$
เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด E คือ EA , ED	ดังนั้น $\deg(E) = 2$

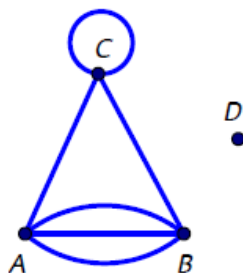
**ตัวอย่างที่ 2** กำหนดกราฟดังรูป จงหาดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟ



**วิธีทำ** จากบทนิยาม ดีกรีของจุดยอดคือจำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอดนั้นๆ ดังนั้น

เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด A คือ AB , AB , AC , AD	ดังนั้น $\deg(A) = 4$
เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด B คือ BA , BA , BC	ดังนั้น $\deg(B) = 3$
เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด C คือ CA , CB	ดังนั้น $\deg(C) = 2$
เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด D คือ DA , DD	ดังนั้น $\deg(D) = 3$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดกราฟดังรูป จงหาดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟพร้อมทั้งบอกเหตุผล



วิธีทำ จากบทนิยาม ดีกรีของจุดยอดคือจำนวนครั้งที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอดนั้นๆจะได้ว่า

$\deg(A) = 4$  เพราะมีเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด A จำนวน 4 เส้น

$\deg(B) = 4$  เพราะมีเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด B จำนวน 4 เส้น

$\deg(C) = 4$  เพราะมีเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด C จำนวน 4 เส้น

$\deg(D) = 0$  เพราะไม่มีเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด D

#### ข้อตกลง

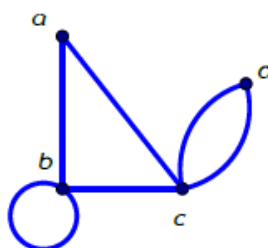
1. ดีกรีของจุดยอดที่เป็นวงวน จะมีดีกรีเท่ากับ 2

เช่น ดีกรีของจุดยอด A เท่ากับ 2 ( $\deg A = 2$ )

2. จุดยอดที่ไม่มีเส้นเชื่อมให้ถือว่าดีกรีของจุดยอดเป็นศูนย์

การหาผลรวมของดีกรีของจุดยอด

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดกราฟ ดังรูป



จากรูปจะได้ว่า  $\deg a = 2$        $\deg b = 5$

$\deg c = 5$        $\deg d = 4$

สังเกตว่า  $\deg a + \deg b + \deg c + \deg d = 16$  และกราฟมีจำนวนเส้นเชื่อมทั้งหมด 8 เส้น

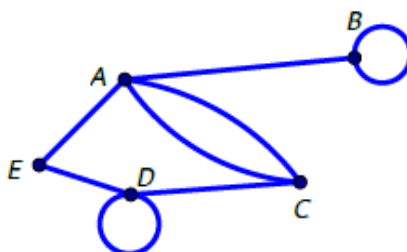
ความสัมพันธ์ระหว่างผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟกับจำนวนเส้นเชื่อมของกราฟ  
เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

การหาผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟ จะอาศัยทฤษฎีบท ดังต่อไปนี้

**ทฤษฎีบท 1** ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ

**ข้อสังเกต** ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเป็นจำนวนคู่เสมอ

**ตัวอย่างที่ 5** จากกราฟ G ดังรูป จงแสดงว่าผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเป็นสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ



**วิธีทำ** จากกราฟจะได้เส้นเชื่อมทั้งหมด 8 เส้น และ  $\deg(A) = 4$ ,  $\deg(B) = 3$ ,

$$\deg(C) = 3, \deg(D) = 4, \deg(E) = 2$$

$$\text{ดังนั้น } \deg(A) + \deg(B) + \deg(C) + \deg(D) + \deg(E) = 4 + 3 + 3 + 4 + 2 = 16$$

แสดงว่า ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับ 16 ซึ่งเท่ากับสองเท่าของเส้นเชื่อม คือ  $2(8) = 16$

**ตัวอย่างที่ 6** จงหาจำนวนจุดยอดของกราฟที่มีเส้นเชื่อม 15 เส้น และมีจุดยอด 3 จุดที่มีดีกรีเท่ากับ 4 ส่วนจุดยอดที่เหลือมีดีกรีเท่ากับ 3

**วิธีทำ** ให้  $n$  เป็นจำนวนจุดยอดที่มีดีกรีเท่ากับ 3

$$\text{ดังนั้น ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟ คือ } (3)(4) + (3)(n)$$

จากทฤษฎีบท ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับสองเท่าของเส้นเชื่อมในกราฟ

$$\text{ดังนั้น } (3)(4) + (3)(n) = (2)(15)$$

$$12 + 3n = 30$$

$$n = 6$$

ดังนั้น จำนวนจุดยอดที่มีดีกรีเท่ากับ 3 มีจุดยอดทั้งหมด 6 จุด

จำนวนจุดยอดที่มีดีกรีเท่ากับ 4 มีจุดยอดทั้งหมด 3 จุด

จำนวนจุดยอดทั้งหมดของกราฟ คือ  $3 + 6 = 9$

**ตัวอย่างที่ 7** จงหาจำนวนเส้นเชื่อมของกราฟที่มี ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับ 22

**วิธีทำ** สมมติว่า กราฟมีเส้นเชื่อม  $n$  เส้น

จากทฤษฎีบท1 ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ

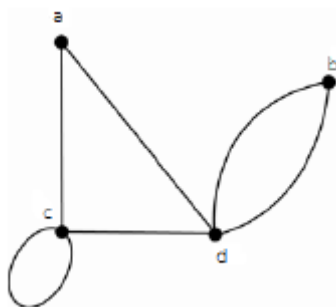
ดังนั้น  $22 = 2n$   
 นั่นคือ  $n = 11$   
 สรุปได้ว่า กราฟมีเส้นเชื่อม 11 เส้น

### สรุป

1. ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเป็นจำนวนคู่เสมอ
2. จำนวนเส้นเชื่อมในกราฟเท่ากับครึ่งหนึ่งของผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟ หรือผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเป็นสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อม

### จุดยอดคู่ (even vertex) และ จุดยอดคี่ (odd vertex)

พิจารณากราฟต่อไปนี้



จะเห็นว่า เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด a ได้แก่ เส้นเชื่อม ab และ ac ดังนั้น จำนวนครั้งที่ทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด a คือ 2

สำหรับจุดยอด b มีเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด b ได้แก่ เส้นเชื่อม ba, bc และ bb เป็นวงวนเกิดกับจุดยอด b กรณีที่มีเส้นเชื่อมเป็นวงวนจะกำหนดให้นับจำนวนเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอดนั้นเพิ่มขึ้น โดยให้นับเส้นเชื่อมที่เป็นวงวน 1 วง วงวนเป็น 2

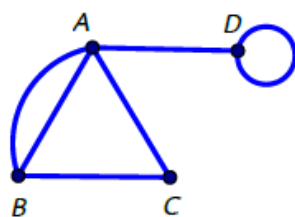
**บทนิยาม** จุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคู่ เรียกว่า จุดยอดคู่ (even vertex)

จุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคี่ เรียกว่า จุดยอดคี่ (odd vertex)

จุดยอดที่มีดีกรีเป็นศูนย์ เรียกว่า จุดเอกเทศ (isolated vertex) ถือว่าเป็นจุดยอดคู่

จุดยอดที่มีดีกรี 1 เรียกว่าจุดยอดปลาย (end vertex)

ตัวอย่างที่ 8 กำหนดกราฟดังรูป จงหาจุดยอดคู่ และ จุดยอดคี่



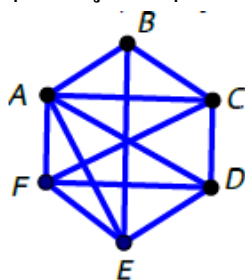
วิธีทำ  $\deg(A) = 4$ ,  $\deg(B) = 3$ ,  $\deg(C) = 3$ ,  $\deg(D) = 4$ ,  $\deg(E) = 0$

ดังนั้น จุดยอดคู่ คือ จุดยอด A, D และ E

จุดยอดคี่ คือ จุดยอด B และ C

พบว่า จุดยอดคู่ มีจำนวน 3 จุด และ จุดยอดคี่ มีจำนวน 2 จุด

ตัวอย่างที่ 9 กำหนดกราฟดังรูป จงหาจุดยอดคู่ และ จุดยอดคี่



วิธีทำ  $\deg(A) = 5$ ,  $\deg(B) = 3$ ,  $\deg(C) = 4$ ,

$\deg(D) = 4$ ,  $\deg(E) = 4$ ,  $\deg(F) = 4$

ดังนั้น จุดยอดคู่ คือ จุดยอด C, D, E และ F

จุดยอดคี่ คือ จุดยอด A และ B

พบว่า จุดยอดคู่ มีจำนวน 4 จุด และ จุดยอดคี่ มีจำนวน 2 จุด

จากตัวอย่างที่ 1 และ 2 ข้างต้น พบว่า กราฟมีจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่ ซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีบท

**ทฤษฎีบท 2** ทุกกราฟจะมีจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่

ตัวอย่างที่ 10 ในการประชุมคณะกรรมการนักเรียนซึ่งประกอบด้วย ประธาน, รองประธาน, เภรัญญิก, ปฎิคม และ เลขานุการ โดยกำหนดว่า ให้คณะกรรมการจับมือกันดังนี้

ประธานจับมือกับเพื่อน 4 ครั้ง,

รองประธานจับมือกับเพื่อน 3 ครั้ง,

เภรัญญิกจับมือกับเพื่อน 3 ครั้ง,

ปฎิคมจับมือกับเพื่อน 4 ครั้ง,

และ เลขานุการจับมือกับเพื่อน 2 ครั้ง

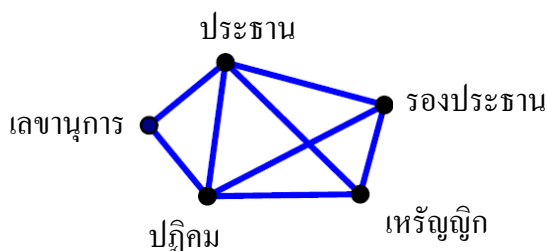
จงพิจารณาว่าเป็นไปได้หรือไม่ที่คณะกรรมการนักเรียนจะจับมือทักทายกันตามที่กำหนด

**วิธีทำ** ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาจากสถานการณ์จริง

กำหนดให้ จุดยอด แทน ประธาน, รองประธาน, เกรียงไกร, ปฏิคม และเลขานุการ  
เส้นเชื่อม แทน การจับมือทักทายกันของคณะกรรมการนักเรียน

ขั้นที่ 2 เชื่อมโยงปัญหาจากสถานการณ์จริงสู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

จำลองปัญหาให้เป็นกราฟ



ขั้นที่ 3 การเชื่อมโยงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์

ดังนั้น จุดยอด ประธาน	มีดีกรีเท่ากับ 4
จุดยอด รองประธาน	มีดีกรีเท่ากับ 3
จุดยอด เกรียงไกร	มีดีกรีเท่ากับ 3
จุดยอด ปฏิคม	มีดีกรีเท่ากับ 4
จุดยอด เลขานุการ	มีดีกรีเท่ากับ 2

จะเห็นว่า กราฟมีจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่ สอดคล้องกับทฤษฎีบท 2 ทุกกราฟจะมีจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่

ขั้นที่ 4 สรุปแนวคิดและเชื่อมโยงกลับเป็นปัญหาสถานการณ์โลกจริง

ดังนั้น คณะกรรมการนักเรียนจะจับมือทักทายกันได้ตามที่กำหนด

**ตัวอย่างที่ 11** จงพิจารณาว่า จะมีกราฟที่มีจุดยอด 5 จุด คือ A, B, C, D และ E และ  $\deg A = 3$ , B เป็นจุดยอดคี่,  $\deg C = 2$  และ C และ D เป็นจุดยอดประชิด หรือไม่

**วิธีทำ** ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาจากสถานการณ์จริง

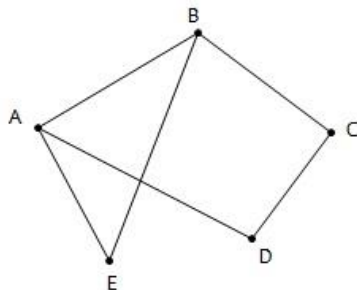
จากโจทย์กำหนดให้ จุดยอด แทน A, B, C, D และ E

เส้นเชื่อม แทน เส้นเชื่อมระหว่างจุดยอด



ขั้นที่ 2 เชื่อมโยงปัญหาจากสถานการณ์จริงสู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

จำลองปัญหาให้เป็นกราฟ



ขั้นที่ 3 การเชื่อมโยงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์

สามารถเขียนกราฟตามที่โจทย์กำหนดได้ เพราะเป็นไปตาม ทฤษฎีบท 2 ทุกกราฟ  
จะมีจุดยอดที่เป็นจำนวนคู่

ขั้นที่ 4 สรุปแนวคิดและเชื่อมโยงกลับเป็นปัญหาสถานการณ์โลกจริง

ดังนั้น มีกราฟที่มีจุดยอด 5 จุด คือ A, B, C, D และ E และ  $\deg A = 3$ , B เป็นจุดยอดคี่,  
 $\deg C = 2$  และ C และ D เป็นจุดยอดประชิด

**ตัวอย่างที่ 12** ในการกำหนดคลื่นความถี่ของสถานีวิทยุ มีข้อเท็จจริงที่ว่า สถานี 2 สถานีใดที่มี  
ระยะห่างต่ำกว่า 200 กิโลเมตร จะเกิดคลื่นแทรก จำเป็นต้องมีคลื่นความถี่แตกต่างกัน จงหาว่า  
จะต้องใช้คลื่นความถี่จำนวนน้อยสุดกี่คลื่นเมื่อกำหนดข้อมูลของสถานีวิทยุ ดังนี้

สถานีวิทยุ	A	B	C	D	E
A	-	70	100	230	90
B	70	-	60	300	220
C	100	60	-	150	200
D	230	300	150	-	40
E	90	220	200	40	-

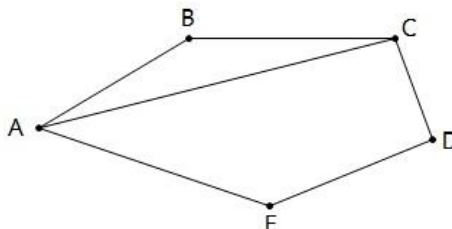
**วิธีทำ** ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาจากสถานการณ์จริง

กำหนดให้ จุดยอด แทน สถานีวิทยุ A, B, C, D และ E

เส้นเชื่อม แทน ระยะห่างระหว่างสถานีวิทยุใด ๆ ที่น้อยกว่า 200 กิโลเมตร

ขั้นที่ 2 เชื่อมโยงปัญหาจากสถานการณ์จริงสู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

จำลองปัญหาให้เป็นกราฟ



ขั้นที่ 3 การเชื่อมโยงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์

จากกราฟ พบว่า จุดยอดที่มีดีกรีสูงสุด จะมีดีกรีเท่ากับ 3

ขั้นที่ 4 สรุปแนวคิดและเชื่อมโยงกลับเป็นปัญหาสถานการณ์โลกจริง

ดังนั้น ต้องใช้คลื่นความถี่จำนวนน้อยที่สุด 3 คลื่น

## 6. กิจกรรมการเรียนรู้

### คาบที่ 1

#### (1) ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1. นักเรียนเข้ากลุ่มซึ่งครูจัดไว้แล้วกลุ่มละ 4 คน ( เก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และ อ่อน 1 คน)
2. ครูทบทวนโดยการถาม-ตอบ เกี่ยวกับกราฟ สัญลักษณ์ที่ใช้ การเขียนกราฟจากจุดยอดและเส้นเชื่อม
3. ครูประกาศคะแนนจากแบบทดสอบหลังเรียน โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เล่มที่ 1 และยกย่องชมเชยนักเรียนที่ได้คะแนนสูงสุด และนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ และสนทนากับนักเรียนทบทวนเรื่องกราฟ โดยใช้การถาม-ตอบ จากข้อสอบดังกล่าว
4. ครูบอกนักเรียนให้ทราบจุดประสงค์การเรียนรู้ของคาบนี้ (สามารถบอกความสัมพันธ์ระหว่างผลรวมของดีกรีของจุดยอดกับเส้นเชื่อมของกราฟที่กำหนดให้ได้)

#### (2) ขั้นการแสวงหาความรู้ใหม่

5. นักเรียนพิจารณากราฟ จากใบความรู้ที่ 2.1 เรื่องดีกรีของจุดยอด และร่วมกันสังเกตการหาดีกรีของจุดยอดของกราฟที่ละจุด โดยการถามตอบทีละจุดยอด อย่างเป็นลำดับขั้นตอน และเน้นย้ำให้นักเรียนพิจารณาจุดยอดที่มีวงวนเป็นพิเศษ

ระหว่างที่นักเรียนศึกษา ครูสังเกตพฤติกรรมใฝ่เรียนรู้และมีความมุ่งมั่นในการทำงานของนักเรียนทุกกลุ่ม และอธิบายเพิ่มเติมพร้อมทั้งอภิปรายผลที่เกิดขึ้น

6. นักเรียนศึกษาใบความรู้ที่ 2.2 ตัวอย่างที่ 4 ถึงตัวอย่างที่ 6 เมื่อกำหนดกราฟ  $G$  มาให้ประกอบการศึกษา เพื่อให้เกิดความเข้าใจในบทนิยามเกี่ยวกับดีกรี (degree) ของจุดยอด  $V$  ในกราฟ โดยใช้การถามตอบ ถึงดีกรีของจุดยอดแต่ละจุด ระหว่างที่นักเรียนศึกษา ครูสังเกตพฤติกรรมใฝ่เรียนรู้และมีความมุ่งมั่นในการทำงานของนักเรียนทุกกลุ่ม

(3) **ขั้นการศึกษาทำความเข้าใจข้อมูล/ความรู้ใหม่ และการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม**

7. ครูยกตัวอย่างที่ 4 บนเครื่องฉายทึบแสง และสุ่มถามดีกรีของแต่ละจุด และจำนวนเส้นเชื่อมทั้งหมดที่มีในกราฟ และร่วมกันอภิปรายถึงความสัมพันธ์ของจำนวนเส้นเชื่อม และผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุด จนได้ข้อสรุปว่า ผลรวมดีกรีเป็นสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อม โดยใช้คำถามประกอบการศึกษาดังนี้

- เรามีวิธีการหาดีกรีของจุดยอด  $A$  ได้อย่างไร (นับจำนวนเส้นที่ตกกระทบกับจุดยอด  $A$ )
- จุดยอดที่มีวงวน 1 วง มีดีกรีเท่าใด (2)
- จุดยอดเอกเทศ มีดีกรีเท่าใด (0)
- สำหรับกราฟใดๆ ที่มีเส้นเชื่อมในกราฟ 1 เส้น จะมีผลรวมดีกรีเป็นเท่าใด (2)
- สำหรับกราฟใดๆ ที่มีเส้นเชื่อมในกราฟ 2 เส้น จะมีผลรวมดีกรีเป็นเท่าใด (4)
- สำหรับกราฟใดๆ ที่มีเส้นเชื่อมในกราฟ 3 เส้น จะมีผลรวมดีกรีเป็นเท่าใด (6)
- สำหรับกราฟใดๆ ที่มีเส้นเชื่อมในกราฟ 10 เส้น จะมีผลรวมดีกรีเป็นเท่าใด (20)
- สำหรับกราฟใดๆ ที่มีเส้นเชื่อมในกราฟ  $n$  เส้น จะมีผลรวมดีกรีเป็นเท่าใด ( $2n$ )
- จากคำถามข้างต้น เราจะกล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเส้นเชื่อมกับผลรวมของดีกรีของกราฟอย่างไร (ผลรวมของดีกรีเป็น 2 เท่าของ

จำนวนเส้นเชื่อม หรือ จำนวนเส้นเชื่อมเป็นครึ่งหนึ่งของผลรวมดีกรีของกราฟ)

8. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปทฤษฎีบทนิยามดีกรีของจุดยอด ดังนี้  
ทฤษฎีบท 1 ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อม
9. ครูยกตัวอย่างที่ 5-6 บนเครื่องฉายทึบแสง ถามทบทวนและใช้ทฤษฎีบท 1 แก้ปัญหา

**(4) ขั้นการแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม**

10. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำตัวอย่างที่ 7 เพื่อให้นักเรียนทดลองทำด้วยตนเอง และแสดงการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง โดยครูคอยให้คำชี้แนะเมื่อนักเรียนมีข้อสงสัย
11. สมาชิกในกลุ่มจะต้องช่วยกันอธิบายให้ทุกคนในกลุ่มเข้าใจและสามารถแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญห โดยใช้ทฤษฎีบท 1 ได้

**(5) ขั้นการสรุปและจัดระเบียบความรู้**

12. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนสอบถามเกี่ยวกับปัญหาข้อสงสัยที่ได้เรียนในวันนี้
13. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการแก้ปัญห และทฤษฎีบท 1

**(6) ขั้นการปฏิบัติ และ/หรือการแสดงผลงาน**

14. ครูสุ่มนักเรียนในแต่ละกลุ่มออกมาเฉลยตัวอย่างที่ 7 หากเวลาไม่เพียงพอทั้งครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยพร้อมกัน โดยใช้การถาม-ตอบ

**(7) ขั้นการประยุกต์ใช้ความรู้**

15. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมจับมือได้หรือไม่

**คาบที่ 2**

**(1) ขั้นทบทวนความรู้เดิม**

1. นักเรียนเข้ากลุ่มซึ่งครูจัดไว้แล้วกลุ่มละ 4 คน ( เก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน)
2. ครูทบทวน โดยการถาม-ตอบ เกี่ยวกับดีกรีของจุดยอดของกราฟ ทฤษฎีบท 1
3. ครูบอกนักเรียนให้ทราบจุดประสงค์การเรียนรู้ของคาบนี้ (นักเรียนสามารถจำแนกจุดยอดคู่และจุดยอดคี่จากกราฟที่กำหนดให้ได้ และสามารถใช้ทฤษฎีบทที่ 1 และ ทฤษฎีบทที่ 2 แก้ปัญหาที่กำหนดให้ได้)

(2) **ขั้นการแสวงหาความรู้ใหม่**

4. นักเรียนศึกษาใบความรู้ที่ 2.3 เรื่องจุดยอดคู่และจุดยอดคี่ ตัวอย่างที่ 8 ถึงตัวอย่างที่ 9 เมื่อกำหนดกราฟมาให้ประกอบการศึกษา เพื่อให้เกิดความเข้าใจบทนิยามเกี่ยวกับจุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคู่ และจุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคี่ โดยใช้คำถามตอบถึงดีกรีของจุดยอดแต่ละจุด

- จุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคู่ เรียกจุดยอดคู่
- จุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคี่ เรียกจุดยอดคี่

ระหว่างที่นักเรียนศึกษา ครูสังเกตพฤติกรรมใฝ่เรียนรู้และมีความมุ่งมั่นในการทำงานของนักเรียนทุกกลุ่ม

(3) **ขั้นการศึกษาทำความเข้าใจข้อมูล/ความรู้ใหม่ และการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้**

เดิม

5. ครูยกตัวอย่างที่ 9 บนเครื่องฉายทึบแสง และสุ่มถามดีกรีของจุดยอดแต่ละจุดยอด และร่วมกันอภิปรายถึงดีกรีของจุดยอดทุกจุด จนได้ข้อสรุปว่า จุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคู่ เรียกจุดยอดคู่ และจุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคี่ เรียกจุดยอดคี่ โดยใช้คำถามประกอบการศึกษาดังนี้

- จุดยอด A และจุดยอด B มีดีกรีเป็นเท่าใด (5, 3 ตามลำดับ)
- จุดยอด C, D, E และ F มีดีกรีเป็นเท่าใด (ทุกจุดยอดมีดีกรี 4)
- จุดยอดใดบ้างมีดีกรีเป็นจำนวนคู่ (จุดยอด C, D, E และ F)
- ตามบทนิยามจะเรียกจุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคู่ว่าอย่างไร (จุดยอดคู่)
- จุดยอดใดบ้างมีดีกรีเป็นจำนวนคี่ (จุดยอด A และจุดยอด B)
- ตามบทนิยามจะเรียกจุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคี่ว่าอย่างไร (จุดยอดคี่)
- จากตัวอย่างที่ 8 ถึงตัวอย่างที่ 9 และคำถามข้างต้น ให้นักเรียนสังเกตในแต่ละกราฟจะมีจุดยอดคี่มีจำนวนเท่าใดบ้าง (ทุกกราฟจะมีจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่)

6. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทนิยามดีกรีของจุดยอด ดังนี้

ทฤษฎีบท 2 ทุกกราฟจะมีจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่

7. ครูยกตัวอย่างที่ 10 ถึงตัวอย่างที่ 11 เพื่อฝึกขั้นตอนการแก้ปัญหาที่แสดงถึงความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง

**(4) ขั้นการแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม**

8. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำตัวอย่างที่ 12 เพื่อให้นักเรียนทดลองทำด้วยตนเอง และแสดงการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง โดยครูคอยให้คำชี้แนะเมื่อนักเรียนมีข้อสงสัย
9. สมาชิกในกลุ่มจะต้องช่วยกันอธิบายให้ทุกคนในกลุ่มเข้าใจและสามารถแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบท 1 ได้

**(5) ขั้นการสรุปและจัดระเบียบความรู้**

10. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนสอบถามเกี่ยวกับปัญหาข้อสงสัยที่ได้เรียนในวันนี้
11. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการแก้ปัญหาและทฤษฎีบท 2

**(6) ขั้นการปฏิบัติ และ/หรือการแสดงผลงาน**

12. ครูสุ่มนักเรียนในแต่ละกลุ่มออกมาเฉลยตัวอย่างที่ 12 หากเวลาไม่เพียงพอทั้งครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยพร้อมกันโดยใช้การถาม-ตอบ

**(7) ขั้นการประยุกต์ใช้ความรู้**

13. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ 2.3

**7. สื่อการสอน/แหล่งเรียนรู้**

1. ใบความรู้ที่ 2.1 เรื่อง ดิกรีของจุดยอด
2. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ 2.1 เรื่อง ดิกรีของจุดยอด
3. ใบความรู้ที่ 2.2 เรื่อง การหาผลรวมของดิกรีของจุดยอด
4. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ 2.2 เรื่อง การหาผลรวมของดิกรีของจุดยอด
5. ใบความรู้ที่ 2.3 เรื่อง จุดยอดคู่ และ จุดยอดคี่
6. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ 2.3 เรื่อง จุดยอดคู่ และ จุดยอดคี่

**8. การวัดและประเมินผล (วัดและประเมินให้ครบทั้ง K, P และ A)**

1. วิธีการวัดและประเมินผล
  - การตอบคำถามในกิจกรรมการเรียนรู้ชั้นสอน
  - การทำแบบฝึกหัด
  - พิจารณาจากพฤติกรรมหรือการแสดงออกของนักเรียนขณะทำงานที่ได้รับมอบหมาย

มอบหมาย



คุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)	วิธีการวัด	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
นักเรียนมีพฤติกรรมใฝ่เรียนรู้และมีความมุ่งมั่นในการทำงาน	พิจารณาจากพฤติกรรมหรือการแสดงออกของนักเรียนขณะทำงานที่ได้รับมอบหมาย	แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงาน ของนักเรียน	แบบสังเกตพฤติกรรม - ถ้านักเรียนแสดงออกให้เห็นอย่างเด่นชัดจะได้คะแนน 2 คะแนน - ถ้านักเรียนแสดงออกให้เห็นเพียงเล็กน้อยจะได้คะแนน 1 คะแนน - ถ้านักเรียนไม่แสดงออกเลยจะได้คะแนน 0 คะแนน

## 9. กิจกรรมเสนอแนะ

.....  
 .....

## 10. บันทึกผลหลังการสอน

### 12.1 สรุปผลการสอน

#### - ด้านความรู้ (K)

จากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และตรวจแบบฝึกทักษะที่ 2.1 - 2.3 เพื่อวัดความรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ พบว่า นักเรียนชั้นม. 5/2 ที่เรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ มีจำนวน 44 คน มีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบฝึกทักษะจากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 มีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 จำนวน 44 คน คิดเป็นร้อยละ 100 ของผู้เรียนทั้งหมด

- ด้านทักษะและกระบวนการ (P) จากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และประเมินทักษะกระบวนการของนักเรียนด้วยวิธีการสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียน โดยใช้แบบประเมิน และบันทึกผลการประเมินทักษะกระบวนการ เพื่อวัดความรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ พบว่า นักเรียนสามารถใช้เหตุผลในการแก้ปัญหาได้ ผลการประเมินระดับดี จำนวน 38 คน คิดเป็นร้อยละ 86.36 และสามารถเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้ ผลการประเมินระดับดี จำนวน 42 คน คิดเป็นร้อยละ 95.45



- ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) จากการสังเกตพฤติกรรมนักเรียน เมื่อใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ 2.1-2.3 เพื่อวัดความรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนมีพฤติกรรมใฝ่เรียนรู้ และมีความมุ่งมั่นในการทำงาน พบว่า นักเรียนทั้งหมดที่เรียน โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์มีจำนวน 44 คน แต่ละกลุ่มจะมีการร่วมมือกันในศึกษาเนื้อหา ซักถามข้อสงสัยกันภายในกลุ่ม โดยสมาชิกในกลุ่มที่มีความเข้าใจในเนื้อหาแล้ว ก็จะมีตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอแลกเปลี่ยนความคิดเห็นหน้าชั้นเรียน โดยมีผลการประเมินพฤติกรรม สรุปได้ดังนี้ นักเรียนนักเรียนมีพฤติกรรมใฝ่เรียนรู้ นักเรียนมีผลการประเมินระดับ 2 จำนวน 44 คน คิดเป็นร้อยละ 100 และนักเรียนมีความมุ่งมั่นในการทำงานนักเรียนมี ผลการประเมินระดับ 2 จำนวน 44 คน คิดเป็นร้อยละ 100

#### 12.2 ปัญหา/อุปสรรค/แนวทางแก้ไข

นักเรียน ขาดเรียน จำนวน 2 คน

#### 12.3 ข้อเสนอแนะ

สอนเพิ่มเติมให้กับนักเรียน 2 คน ในช่วงเวลาว่าง ในวันที่นักเรียนมาโรงเรียน

ลงชื่อ.....ครูผู้สอน

(นางสาวปิยะวรรณ หาญวัฒนกุล)

ตำแหน่ง ครู โรงเรียนกันตังพิทยากร

#### 11. ความเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

.....  
 .....

ลงชื่อ.....

(นางเยาวพาณี สุขการ์ณย์)

ตำแหน่ง หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

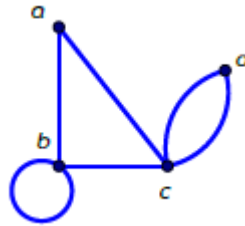
รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม  
รหัสวิชา ค32202  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

## ใบความรู้ เรื่อง ดีกรีของจุดยอด

รหัสใบความรู้ที่ 2.1  
ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

### ดีกรีของจุดยอด

พิจารณารูปต่อไปนี้



จุดยอด	จำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด	ดีกรีของจุดยอด
a	4	4
b	4	4
c	2	2
d	2	2

จะเห็นว่า เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด a ได้แก่ เส้นเชื่อม ab และ ac ดังนั้น จำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด a คือ 2 สำหรับจุดยอด b มีเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด b ได้แก่ เส้นเชื่อม ba, bc และ bb เป็นวงวนเกิดกับจุดยอด b กรณีที่มี เส้นเชื่อมเป็นวงวนจะกำหนดให้นับจำนวนเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอดนั้นเพิ่มขึ้น โดยให้นับเส้นเชื่อมที่เป็นวงวน 1 วง วงวนเป็น 2 ดังนั้น จำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด b จึงเป็น 4

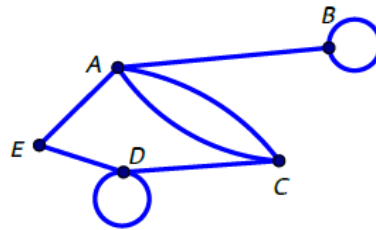
**บทนิยาม** ดีกรี (degree) ของจุดยอด  $V$  ในกราฟ คือจำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด  $V$  ใช้สัญลักษณ์  $\deg(V)$  แทนดีกรีของจุดยอด  $V$

จากบทนิยาม จะได้ว่า ดีกรีของจุดยอดในกราฟก็คือ จำนวนเส้นทั้งหมดที่ตัดกระทบกับจุดยอดนั้นๆ กรณีเส้นเชื่อมเป็นวงวนให้นับเส้นเชื่อมเป็น 2 เส้น

เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในบทนิยามเกี่ยวกับดีกรี (degree) ของจุดยอด  $V$  ให้มากขึ้น ให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 1 ถึงตัวอย่างที่ 3 เมื่อกำหนดกราฟ  $G$  มาให้ ประกอบการศึกษาค่ะ



ตัวอย่างที่ 1 กำหนดกราฟดังรูป จงหาดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟ



วิธีทำ จากบทนิยาม ดีกรีของจุดยอดคือจำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอดนั้นๆ ดังนั้น

เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด A คือ AB , AC , AC , AE                      ดังนั้น  $\text{deg}(A) = 4$

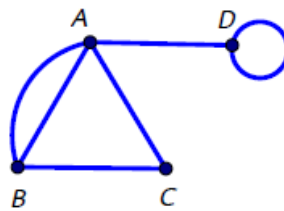
เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด B คือ BA , BB                                      ดังนั้น  $\text{deg}(B) = 3$

เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด C คือ CA , CA , CD                              ดังนั้น  $\text{deg}(C) = 3$

เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด D คือ DC , DE , DD                              ดังนั้น  $\text{deg}(D) = 4$

เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด E คือ EA , ED                                      ดังนั้น  $\text{deg}(E) = 2$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดกราฟดังรูป จงหาดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟ



วิธีทำ จากบทนิยาม ดีกรีของจุดยอดคือจำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอดนั้นๆ ดังนั้น

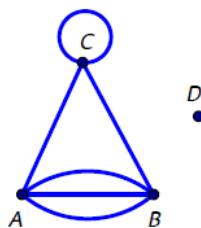
เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด A คือ AB , AB , AC , AD                      ดังนั้น  $\text{deg}(A) = 4$

เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด B คือ BA , BA , BC                                      ดังนั้น  $\text{deg}(B) = 3$

เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด C คือ CA , CB    ดังนั้น  $\text{deg}(C) = 2$

เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด D คือ DA , DD    ดังนั้น  $\text{deg}(D) = 3$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดกราฟดังรูป จงหาดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟพร้อมทั้งบอกเหตุผล



วิธีทำ จากบทนิยาม ดีกรีของจุดยอดคือจำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอดนั้นๆจะได้ว่า

$\text{deg}(A) = 4$                       เพราะมีเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด A จำนวน 4 เส้น

$\deg(B) = 4$  เพราะมีเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด B จำนวน 4 เส้น

$\deg(C) = 4$  เพราะมีเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด C จำนวน 4 เส้น

$\deg(D) = 0$  เพราะไม่มีเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด D



### ข้อตกลง

1. ดีกรีของจุดยอดที่เป็นวงวน จะมีดีกรีเท่ากับ 2  
เช่น ดีกรีของจุดยอด A เท่ากับ 2 ( $\deg A = 2$ )
2. จุดยอดที่ไม่มีเส้นเชื่อมให้ถือว่าดีกรีของจุดยอดเป็นศูนย์

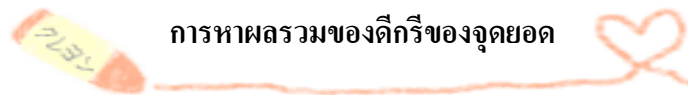
จำให้ได้ และใช้ให้

เป็นนะคะ...เพื่อน ๆ



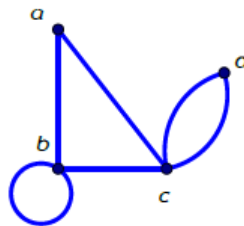
เพื่อให้เกิดความเข้าใจในการหาดีกรีของจุดยอดมากขึ้น  
ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 2.1 ด้วยนะคะ  
ศึกษาเนื้อหาต่อไปเลยกันดีกว่าค่ะ

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค32202 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5	ใบความรู้ เรื่อง การหาผลรวมของ ดีกรีของจุดยอด	รหัสใบความรู้ที่ 2.2 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3
---	---	--



### การหาผลรวมของดีกรีของจุดยอด

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดกราฟ ดังรูป



จากรูปจะได้ว่า

$$\text{deg } a = 2 \quad \text{deg } b = 5$$

$$\text{deg } c = 5 \quad \text{deg } d = 4$$

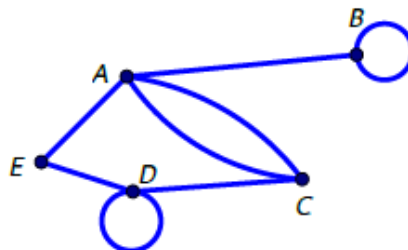
สังเกตว่า  $\text{deg } a + \text{deg } b + \text{deg } c + \text{deg } d = 16$  และกราฟมีจำนวนเส้นเชื่อมทั้งหมด 8 เส้น  
ความสัมพันธ์ระหว่างผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟกับจำนวนเส้นเชื่อมของกราฟ  
เป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

การหาผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟ จะอาศัยทฤษฎีบท ดังต่อไปนี้

**ทฤษฎีบท 1** ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ

**ข้อสังเกต** ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเป็นจำนวนคู่เสมอ

ตัวอย่างที่ 5 จากกราฟ G ดังรูป จงแสดงว่าผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเป็นสองเท่า  
ของจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ



**วิธีทำ** จากกราฟจะได้เส้นเชื่อมทั้งหมด 8 เส้น และ  $\text{deg}(A) = 4$ ,  $\text{deg}(B) = 3$ ,  
 $\text{deg}(C) = 3$ ,  $\text{deg}(D) = 4$ ,  $\text{deg}(E) = 2$

$$\text{ดังนั้น } \deg(A) + \deg(B) + \deg(C) + \deg(D) + \deg(E) = 4 + 3 + 3 + 4 + 2 = 16$$

แสดงว่า ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับ 16 ซึ่งเท่ากับสองเท่าของเส้นเชื่อม คือ  $2(8) = 16$



**ตัวอย่างที่ 6** จงหาจำนวนจุดยอดของกราฟที่มีเส้นเชื่อม 15 เส้น และมีจุดยอด 3 จุดที่มีดีกรีเท่ากับ 4 ส่วนจุดยอดที่เหลือมีดีกรีเท่ากับ 3

**วิธีทำ** ให้  $n$  เป็นจำนวนจุดยอดที่มีดีกรีเท่ากับ 3

$$\text{ดังนั้น ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟ คือ } (3)(4) + (3)(n)$$

จากทฤษฎีบท ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับสองเท่าของเส้นเชื่อมในกราฟ

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad (3)(4) + (3)(n) &= (2)(15) \\ 12 + 3n &= 30 \\ n &= 6 \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนจุดยอดที่มีดีกรีเท่ากับ 3 มีจุดยอดทั้งหมด 6 จุด

จำนวนจุดยอดที่มีดีกรีเท่ากับ 4 มีจุดยอดทั้งหมด 3 จุด

จำนวนจุดยอดทั้งหมดของกราฟ คือ  $3 + 6 = 9$



**ตัวอย่างที่ 7** จงหาจำนวนเส้นเชื่อมของกราฟที่มี ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับ 22

**วิธีทำ** สมมติว่า กราฟมีเส้นเชื่อม  $n$  เส้น

จากทฤษฎีบท1 ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ

$$\text{ดังนั้น} \quad 22 = 2n$$

$$\text{นั่นคือ} \quad n = 11$$

สรุปได้ว่า กราฟมีเส้นเชื่อม 11 เส้น

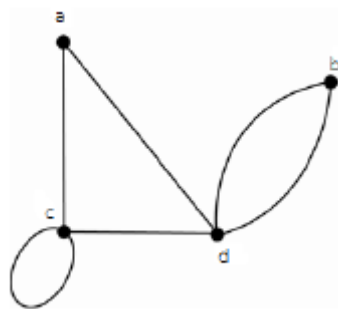
**สรุป**

1. ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเป็นจำนวนคู่เสมอ
2. จำนวนเส้นเชื่อมในกราฟเท่ากับครึ่งหนึ่งของผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟ หรือผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเป็นสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อม

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค32202 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5	ใบความรู้ เรื่อง จุดยอดคู่ และ จุด ยอดคี่	รหัสใบความรู้ที่ 2.3 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3
---	---	--



พิจารณารูปต่อไปนี้



จะเห็นว่า เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด a ได้แก่ เส้นเชื่อม ab และ ac ดังนั้น จำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด a คือ 2

สำหรับจุดยอด b มีเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด b ได้แก่ เส้นเชื่อม ba , bc และ bb เป็นวงวนเกิดกับจุดยอด b กรณีที่มีเส้นเชื่อมเป็นวงวนจะกำหนดให้นับจำนวนเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอดนั้นเพิ่มขึ้น โดยให้นับเส้นเชื่อมที่เป็นวงวน 1 วง วงวนเป็น 2

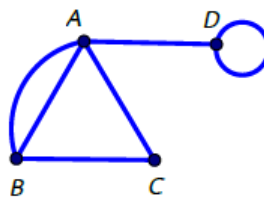
**บทนิยาม** จุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคู่ เรียกว่า จุดยอดคู่ (even vertex)

จุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคี่ เรียกว่า จุดยอดคี่ (odd vertex)

จุดยอดที่มีดีกรีเป็นศูนย์ เรียกว่า จุดเอกเทศ (isolated vertex) ถือเป็นจุดยอดคู่

จุดยอดที่มีดีกรี 1 เรียกว่าจุดยอดปลาย (end vertex)

**ตัวอย่างที่ 8** กำหนดกราฟดังรูป จงหาจุดยอดคู่ และ จุดยอดคี่



**วิธีทำ**  $\deg(A) = 4$  ,  $\deg(B) = 3$  ,  $\deg(C) = 3$  ,  $\deg(D) = 4$  ,  $\deg(E) = 0$

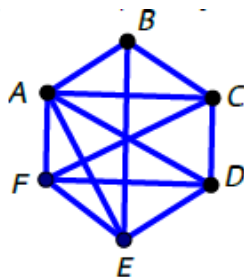
ดังนั้น จุดยอดคู่ คือ จุดยอด A , D และ E

จุดยอดคี่ คือ จุดยอด B และ C

พบว่า จุดยอดคู่ มีจำนวน 3 จุด และ จุดยอดคี่ มีจำนวน 2 จุด



ตัวอย่างที่ 9 กำหนดกราฟดังรูป จงหาจุดยอดคู่ และ จุดยอดคี่



วิธีทำ  $\deg(A) = 5$ ,  $\deg(B) = 3$ ,  $\deg(C) = 4$ ,

$\deg(D) = 4$ ,  $\deg(E) = 4$ ,  $\deg(F) = 4$

ดังนั้น จุดยอดคู่ คือ จุดยอด C , D , E และ F

จุดยอดคี่ คือ จุดยอด A และ B

พบว่า จุดยอดคู่ มีจำนวน 4 จุด และ จุดยอดคี่ มีจำนวน 2 จุด

จากตัวอย่างที่ 1 และ 2 ข้างต้น พบว่า กราฟมีจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่ ซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีบท

**ทฤษฎีบท 2** ทุกกราฟจะมีจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่

ตัวอย่างที่ 10 ในการประชุมคณะกรรมการนักเรียนซึ่งประกอบด้วย ประธาน, รองประธาน, เภรัญญิก, ปฏิคม และ เลขานุการ โดยกำหนดว่า ให้คณะกรรมการจับมือกันดังนี้

ประธานจับมือกับเพื่อน 4 ครั้ง,

รองประธานจับมือกับเพื่อน 3 ครั้ง,

เหรัญญิกจับมือกับเพื่อน 3 ครั้ง,

ปฏิคมจับมือกับเพื่อน 4 ครั้ง ,

และ เลขานุการจับมือกับเพื่อน 2 ครั้ง

จงพิจารณาว่าเป็นไปได้หรือไม่ที่คณะกรรมการนักเรียนจะจับมือทักทายกันตามที่กำหนด

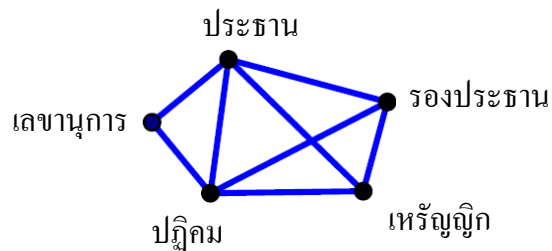


วิธีทำ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาจากสถานการณ์จริง

กำหนดให้ จุดยอด แทน ประชาน, รองประธาน, เหนรัญญิก, ปฎิคม และเลขานุการ  
เส้นเชื่อม แทน การจับมือทักทายกันของคณะกรรมการนักเรียน

ขั้นที่ 2 เชื่อมโยงปัญหาจากสถานการณ์จริงสู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

จำลองปัญหาให้เป็นกราฟ



ขั้นที่ 3 การเชื่อมโยงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์

ดังนั้น จุดยอด ประชาน	มีดีกรีเท่ากับ 4
จุดยอด รองประธาน	มีดีกรีเท่ากับ 3
จุดยอด เหนรัญญิก	มีดีกรีเท่ากับ 3
จุดยอด ปฎิคม	มีดีกรีเท่ากับ 4
จุดยอด เลขานุการ	มีดีกรีเท่ากับ 2

จะเห็นว่า กราฟมีจุดยอดคือเป็นจำนวนคู่ สอดคล้องกับทฤษฎีบท 2 ทุกกราฟจะมีจุดยอดที่เป็นจำนวนคู่

ขั้นที่ 4 สรุปแนวคิดและเชื่อมโยงกลับเป็นปัญหาสถานการณ์โลกจริง

ดังนั้น คณะกรรมการนักเรียนจะจับมือทักทายกันได้ตามที่กำหนด



ตัวอย่างที่ 11 จงพิจารณาว่า จะมีกราฟที่มีจุดยอด 5 จุด คือ A, B, C, D และ E และ  $\deg A = 3$ , B เป็นจุดยอดคี่,  $\deg C = 2$  และ C และ D เป็นจุดยอดประชิด หรือไม่

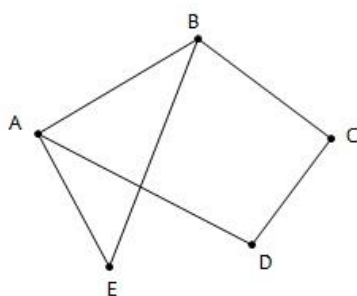
วิธีทำ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาจากสถานการณ์จริง

จากโจทย์กำหนดให้ จุดยอด แทน A, B, C, D และ E

เส้นเชื่อม แทน เส้นเชื่อมระหว่างจุดยอด

ขั้นที่ 2 เชื่อมโยงปัญหาจากสถานการณ์จริงสู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

จำลองปัญหาให้เป็นกราฟ



ขั้นที่ 3 การเชื่อมโยงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์

สามารถเขียนกราฟตามที่โจทย์กำหนดได้ เพราะเป็นไปตาม ทฤษฎีบท 2 ทุกกราฟ  
จะมีจุดยอดที่เป็นจำนวนคู่

ขั้นที่ 4 สรุปแนวคิดและเชื่อมโยงกลับเป็นปัญหาสถานการณ์โลกจริง

ดังนั้น มีกราฟที่มีจุดยอด 5 จุด คือ A, B, C, D และ E และ  $\deg A = 3$ , B เป็นจุดยอดคี่,  
 $\deg C = 2$  และ C และ D เป็นจุดยอดประชิด



ตัวอย่างที่ 12 ในการกำหนดคลื่นความถี่ของสถานีวิทยุ มีข้อเท็จจริงที่ว่า สถานี 2 สถานีใดที่มี  
ระยะห่างต่ำกว่า 200 กิโลเมตร จะเกิดคลื่นแทรก จำเป็นต้องมีคลื่นความถี่แตกต่างกัน จงหาว่า  
จะต้องใช้คลื่นความถี่จำนวนน้อยสุดกี่คลื่นเมื่อกำหนดข้อมูลของสถานีวิทยุ ดังนี้

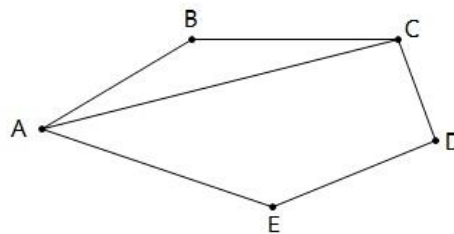
สถานีวิทยุ	A	B	C	D	E
A	-	70	100	230	90
B	70	-	60	300	220
C	100	60	-	150	200
D	230	300	150	-	40
E	90	220	200	40	-

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาจากสถานการณ์จริง

กำหนดให้ จุดยอด แทน สถานีวิทยุ A, B, C, D และ E

เส้นเชื่อม แทน ระยะห่างระหว่างสถานีวิทยุใด ๆ ที่น้อยกว่า 200 กิโลเมตร

ขั้นที่ 2 เชื่อมโยงปัญหาจากสถานการณ์จริงสู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์  
จำลองปัญหาให้เป็นกราฟ



ขั้นที่ 3 การเชื่อมโยงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์  
จากกราฟ พบว่า จุดยอดที่มีดีกรีสูงสุด จะมีดีกรีเท่ากับ 3

ขั้นที่ 4 สรุปแนวคิดและเชื่อมโยงกลับเป็นปัญหาสถานการณ์โลกจริง  
ดังนั้น ต้องใช้คลื่นความถี่จำนวนน้อยที่สุด 3 คลื่น

เพื่อให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น ทำ  
แบบฝึกทักษะที่ 2.3 ด้วยนะ  
ครับ



## ตัวอย่าง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบปกติ

### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์      รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม      รหัสวิชา ค 32202  
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5      ภาคเรียนที่ 2  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น  
 เรื่อง ดีกรีของจุดยอด      จำนวน 2 คาบ

1. ผลการเรียนรู้ นำความรู้เรื่องกราฟไปใช้แก้ปัญหาบางประการ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้

ด้านความรู้(K)

1. นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ระหว่างผลรวมของดีกรีของจุดยอดกับเส้นเชื่อมของกราฟที่กำหนดให้ได้

2. นักเรียนสามารถจำแนกจุดยอดคู่และจุดยอดคี่จากกราฟที่กำหนดให้ได้

3. นักเรียนสามารถใช้ทฤษฎีบทที่ 1 และ ทฤษฎีบทที่ 2 แก้ปัญหาที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะและกระบวนการ (P)

1. นักเรียนสามารถใช้เหตุผลในการแก้ปัญหาได้

2. นักเรียนสามารถใช้เหตุผลในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) นักเรียนมีพฤติกรรมใฝ่เรียนรู้และมีความมุ่งมั่นในการทำงาน

3. สาระสำคัญ

จำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด เรียกว่า ดีกรี ถ้าหากดีกรีเป็นจำนวนคู่เรียกจุดยอดนั้นว่าจุดยอดคู่ และถ้าหากดีกรีเป็นจำนวนคี่เรียกจุดยอดนั้นว่าจุดยอดคี่

4. สาระการเรียนรู้

บทนิยาม ดีกรี (degree) ของจุดยอด  $v$  ในกราฟคือ จำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด  $v$  ใช้สัญลักษณ์  $\text{deg } v$  แทนดีกรีของจุดยอด  $v$

ข้อสังเกต กรณีที่มีเส้นเชื่อมเป็นวงวนจะกำหนดให้นับจำนวนเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอดนั้นเพิ่มขึ้น โดยให้นับเส้นเชื่อมที่เป็นวงวน 1 วงวนเป็น 2

### ทฤษฎีบท 1

ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ  
ข้อสังเกต ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเป็นจำนวนคู่เสมอ

### บทนิยาม

จุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคู่ เรียกว่า จุดยอดคู่ (even vertex)

จุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคี่ เรียกว่า จุดยอดคี่ (odd vertex)

### ทฤษฎีบท 2

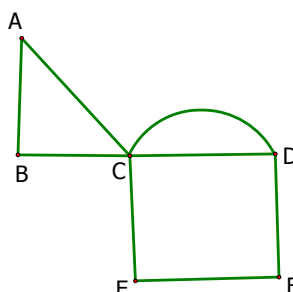
ทุกกราฟจะมีจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่

## 5. กิจกรรมการเรียนรู้

### คาบที่ 1

#### ขั้นนำ

1. ครูให้นักเรียนพิจารณากราฟต่อไปนี้



2. ครูถามนักเรียนว่า  $V(G)$  และ  $E(G)$  มีค่าเท่าไร
3. ครูบอกนักเรียนว่า

ดีกรีของจุดยอด A เท่ากับ 2

ดีกรีของจุดยอด B เท่ากับ 2

ดีกรีของจุดยอด C เท่ากับ 5

ดีกรีของจุดยอด D เท่ากับ 3

ดีกรีของจุดยอด E เท่ากับ 2

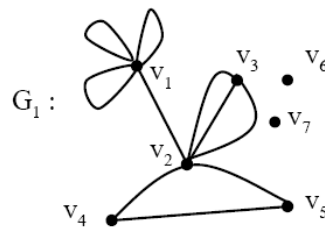
ดีกรีของจุดยอด F เท่ากับ 2

4. ครูให้นักเรียนสังเกตดีกรีของจุดยอดกับกราฟที่กำหนดให้ว่ามีความสัมพันธ์อย่างไร และให้นักเรียนช่วยกันสรุปว่าดีกรีของจุดยอดคืออะไร

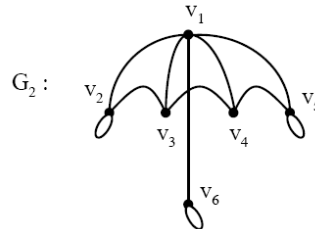
### ขั้นสอน

1. ครูให้นิยามของดีกรี และข้อสังเกตตามหนังสือแบบเรียน
2. ครูให้ตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 จงวาดกราฟ  $G_1$  เมื่อกำหนดให้  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$  และ  $\deg v_1 = 7$   $\deg v_2 = 6$   $\deg v_3 = 3$   $\deg v_4 = 2$   $\deg v_5 = 2$   $\deg v_6 = 0$   $\deg v_7 = 0$  ซึ่งจะได้กราฟ



ตัวอย่างที่ 2 จงวาดกราฟ  $G_2$  เมื่อกำหนดให้  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$  และ  $\deg v_1 = 5$   $\deg v_2 = 4$   $\deg v_3 = 3$   $\deg v_4 = 3$   $\deg v_5 = 4$   $\deg v_6 = 3$  ซึ่งจะได้กราฟ



3. ครูให้นักเรียนสังเกต ผลรวมของดีกรีของจุดยอด กับจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟว่า เป็นอย่างไร

4. ครูให้ทฤษฎีบท 1

### ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปความสัมพันธ์ระหว่างผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟกับจำนวนเส้นเชื่อมของกราฟว่าผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ

2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2.1 ในหนังสือเรียนฯ

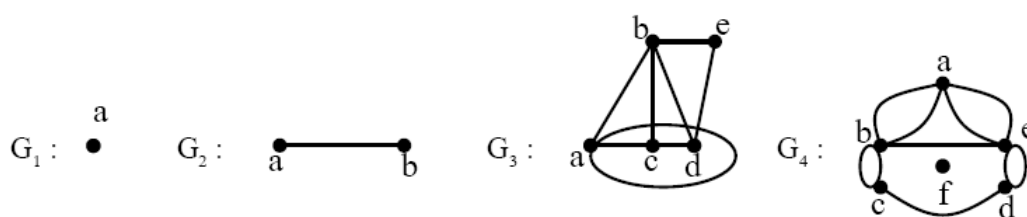
## คาบที่ 2

### ขั้นนำ

1. ทบทวนเรื่องดีกรีและผลรวมของดีกรีของจุดยอด

### ขั้นสอน

1. ครูบอกนักเรียนว่าดีกรีของจุดยอดแต่ละจุดสามารถแบ่งชนิดของจุดยอดได้
2. ครูให้บทนิยามของจุดยอดคู่ และจุดยอดคี่
3. ครูและนักเรียนช่วยกันหาผลบวกของดีกรีของกราฟ  $G_1, G_2, G_3$  และ  $G_4$



จากนั้น เติมคำตอบลงในตารางต่อไปนี้

กราฟ	จำนวน เส้นเชื่อม	ผลบวกของดีกรีของจุดยอดทุกจุด ของกราฟ	จำนวน จุดยอดคี่	จำนวน จุดยอดคู่
$G_1$	0	0	0	1
$G_2$	1	2	2	0
$G_3$	8	16	2	3
$G_4$	10	20	4	2

4. ครูให้ทฤษฎีบท 2 และให้ตัวอย่าง ซึ่งเป็นตัวอย่างของการนำทฤษฎีบท 2 ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน

ตัวอย่าง อาจารย์วันดีผู้เรียนส่งตัวแทนออกมาหน้าชั้นเรียน 2 กลุ่มๆ ละ 5 คน แล้วให้ผู้เรียนภายในกลุ่มจับมือกัน ดังนี้

กลุ่มที่ 1 นิตยา นิพนธ์ นภา นิमित และ นิยม แต่ละคนจับมือกับเพื่อนในกลุ่มเป็นจำนวน 4, 3, 2, 2 และ 1 ครั้ง ตามลำดับ

กลุ่มที่ 2 อรจิต อรทัย อรนุช อรพรรณ และ อรพิน แต่ละคนจับมือกับเพื่อนในกลุ่มเป็นจำนวน 4, 3, 2, 1 และ 1 ครั้ง ตามลำดับ จงพิจารณาว่าผู้เรียนทั้งสองกลุ่มสามารถทำตามคำบอกของอาจารย์วันดีได้หรือไม่





ถ้านักเรียนได้คะแนนมากกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม (12คะแนน) ถือว่าผ่านเกณฑ์

ความรู้ (K)	วิธีการวัด	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
<p>1. นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ระหว่างผลรวมของดีกรีของจุดยอดกับเส้นเชื่อมของกราฟที่กำหนดให้ได้</p> <p>2. นักเรียนสามารถจำแนกจุดยอดคู่และจุดยอดคี่จากกราฟที่กำหนดให้ได้</p> <p>3. นักเรียนสามารถใช้ทฤษฎีบทที่ 1 และ ทฤษฎีบทที่ 2 แก้ปัญหาที่กำหนดให้ได้</p>	<p>การตอบคำถามในกิจกรรมการเรียนรู้</p>	<p>แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์</p>	<p>นักเรียนทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ได้คะแนนมากกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม</p>

ทักษะ (P)	วิธีการวัด	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
<p>1. นักเรียนสามารถใช้เหตุผลในการแก้ปัญหาได้</p> <p>2. นักเรียนสามารถใช้เหตุผลในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้</p>	<p>สังเกตทักษะกระบวนการใช้เหตุผลในการแก้ปัญหาได้</p>	<p>แบบประเมินทักษะกระบวนการ</p>	<p>ผ่านไม่น้อยกว่าระดับคุณภาพดี</p>

คุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)	วิธีการวัด	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
<p>นักเรียนมีพฤติกรรมใฝ่เรียนรู้และมีความมุ่งมั่นในการทำงาน</p>	<p>พิจารณาจากพฤติกรรมหรือการแสดงผลของนักเรียนขณะทำงานที่ได้รับมอบหมาย</p>	<p>แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียน</p>	<p>แบบสังเกตพฤติกรรม</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ถ้านักเรียนแสดงออกให้เห็นอย่างเด่นชัดจะได้คะแนน 2 คะแนน</li> <li>- ถ้านักเรียนแสดงออกให้เห็นเพียงเล็กน้อยจะได้คะแนน 1 คะแนน</li> <li>- ถ้านักเรียนไม่แสดงออกเลยจะได้คะแนน 0 คะแนน</li> </ul>

## 8. กิจกรรมเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

## 9. บันทึกผลหลังการสอน

### 9.1 สรุปผลการสอน

#### - ด้านความรู้ (K)

จากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และตรวจแบบฝึกทักษะที่ 2.1 - 2.2 เพื่อวัดความรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ พบว่า นักเรียนชั้นม. 5/3 ที่เรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ มีจำนวน 41 คน มีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบฝึกทักษะจากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 มีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 จำนวน 41 คน คิดเป็นร้อยละ 100 ของผู้เรียนทั้งหมด

- **ด้านทักษะและกระบวนการ (P)** จากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และประเมินทักษะกระบวนการของนักเรียนด้วยวิธีการสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียน โดยใช้แบบประเมิน และบันทึกผลการประเมินทักษะกระบวนการ เพื่อวัดความรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ พบว่านักเรียนสามารถใช้เหตุผลในการแก้ปัญหาได้ ผลการประเมินระดับดี จำนวน 32 คน คิดเป็นร้อยละ 78.05 และสามารถเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้ ผลการประเมินระดับดี จำนวน 36 คน คิดเป็นร้อยละ 87.80

- **ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)** จากการสังเกตพฤติกรรมนักเรียน เมื่อใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ 2.1-2.2 เพื่อวัดความรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนมีพฤติกรรมใฝ่เรียนรู้ และมีความมุ่งมั่นในการทำงาน พบว่า นักเรียนทั้งหมดที่เรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์มีจำนวน 41 คน โดยมีผลการประเมินพฤติกรรม สรุปได้ดังนี้ นักเรียนนักเรียนมีพฤติกรรมใฝ่เรียนรู้ นักเรียนมีผลการประเมินระดับ 2 จำนวน 38 คน คิดเป็นร้อยละ 92.68 และนักเรียนมีความมุ่งมั่นในการทำงานนักเรียนมี ผลการประเมินระดับ 2 จำนวน 40 คน คิดเป็นร้อยละ 97.56

### 9.2 ปัญหา/อุปสรรค/แนวทางแก้ไข

-

### 9.3 ข้อเสนอแนะ

-

ลงชื่อ.....ครูผู้สอน

(นางสาวปิยะวรรณ หาญวัฒนกุล)

ตำแหน่ง ครู โรงเรียนกันตังพิทยากร

ความเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางเยาวพาณี สุขการ์ณย์)

ตำแหน่ง หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

## แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

รหัสวิชา ค32202

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เวลา 1 คาบ

### คำชี้แจง

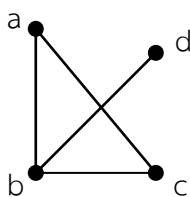
1. แบบทดสอบฉบับนี้ เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ มีจำนวน 20 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน
2. ห้ามนำเอกสารใดๆ หรือเครื่องช่วยคำนวณเข้าห้องสอบ
3. ให้ทำแบบทดสอบทุกข้อลงกระดาษคำตอบ ด้วยปากกาน้ำเงินหรือสีดำ เท่านั้น
4. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องแล้วทำเครื่องหมายกากบาท  $\times$  ลงในกระดาษคำตอบ

**ผลการเรียนรู้** เขียนกราฟเมื่อกำหนดจุดยอด (vertex) และเส้นเชื่อม (edge) ให้ได้

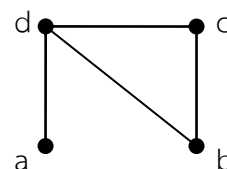
1. กำหนดกราฟ  $G$  มีจุดยอด  $a, b, c, d$  มีเส้นเชื่อม  $ab, bc, bd$  และ  $dc$  แผนภาพใดต่อไปนี้

แทนกราฟ  $G$ 

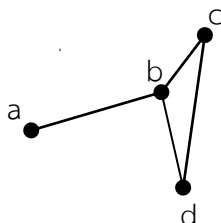
ก.



ข.



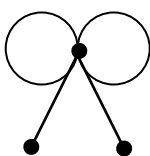
ค.



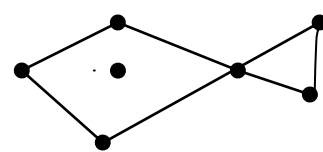
ง. ข้อ ข. และ ค. ถูก

2. กราฟที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ข้อใดมีทั้งวงวนและเส้นเชื่อมขนาน

ก.



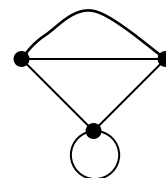
ข.



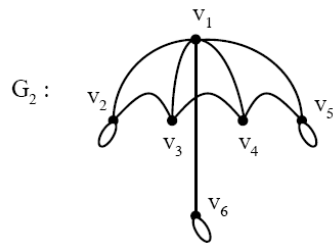
ค.



ง.



3. กำหนดกราฟ  $G$  เมื่อ  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$  ข้อใดต่อไปนี้ผิด



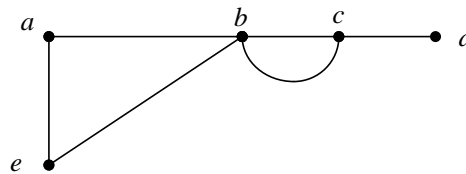
ก.  $\deg v_1 = 5$

ข.  $\deg v_3 = 3$

ค.  $\deg v_5 = 4$

ง.  $\deg v_6 = 2$

4. กำหนดกราฟดังแผนภาพต่อไปนี้



ผลรวมของดีกรีของทุกจุดยอดในกราฟเท่ากับข้อใด

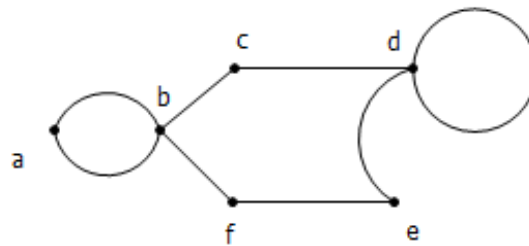
ก. 6

ข. 7

ค. 11

ง. 12

5. กำหนดกราฟ  $G$  ดังรูป



ข้อใดต่อไปนี้ **ไม่ถูกต้อง**

ก. กราฟมีเส้นเชื่อมทั้งหมด 8 เส้น

ข. ผลรวมของดีกรีทั้งหมดคือ 16

ค.  $\deg d = 3$

ง.  $\deg b = 4$

6. ข้อใดต่อไปนี้สามารถสร้างถนนระหว่างอำเภอได้

ก. มี 10 อำเภอ มีถนนเชื่อมกับอำเภออื่น 5 สาย

ข. มี 11 อำเภอ มีถนนเชื่อมกับอำเภออื่น 5 สาย

ค. มี 13 อำเภอ มีถนนเชื่อมกับอำเภออื่น 3 สาย

ง. มี 15 อำเภอ มีถนนเชื่อมกับอำเภออื่น 3 สาย



11. กราฟ  $G$  มีจุดยอด 12 จุด แต่ละจุดมีดีกรีเท่ากับ 5 แล้วเส้นเชื่อมทั้งหมดของกราฟนี้มีทั้งหมดกี่เส้น

ก. 5 เส้น

ข. 12 เส้น

ค. 30 เส้น

ง. 60 เส้น

12. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ณ โรงเรียนแห่งหนึ่ง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ชื่อ กิ่ง กับ ชื่อ กุ้ง กำลังนั่งคุยกัน ซึ่งกิ่งบอกว่า “จะเขียนกราฟที่มีจุดยอด 4 จุด แต่ละจุดมีดีกรีเท่ากับ 7, 3, 4, 1 ให้อู” ส่วน กุ้งบอกว่า “มีกราฟที่มีจุดยอด 5 จุด แต่ละจุดมีดีกรีเท่ากับ 3, 3, 3, 1, 5 ด้วย” จงพิจารณาว่า เป็นไปได้หรือไม่ที่จะมีกราฟของทั้งสอง

ก. มีกราฟของ กิ่ง คนเดียวที่เป็นไปได้

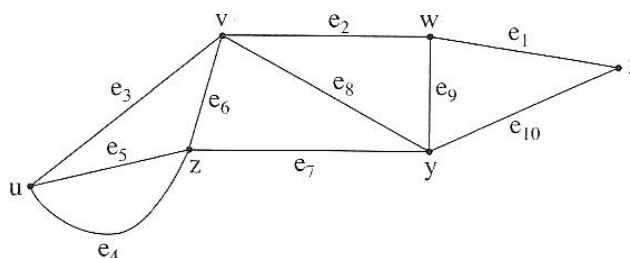
ข. มีกราฟของ กุ้ง คนเดียวที่เป็นไปได้

ค. เป็นไปได้ที่จะมีกราฟของทั้งสองคน

ง. เป็นไปไม่ได้ที่จะมีกราฟของทั้งสองคน

**ผลการเรียนรู้** ระบุได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟออยเลอร์หรือไม่

13. กำหนดกราฟ  $G$  ดังรูป



ข้อความใดต่อไปนี้ **ไม่ถูกต้อง**

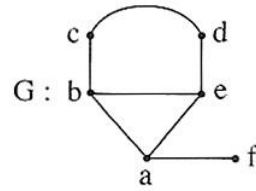
ก. แนวเดิน  $x, e_1, w, e_2, v, e_8, y, e_{10}, x$  เป็นวัฏจักร

ข. แนวเดิน  $u, e_3, v, e_6, z, e_4, e_5, u$  เป็นวงจร

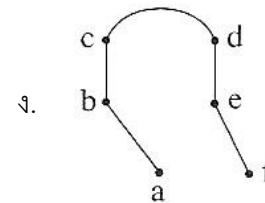
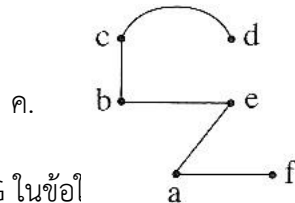
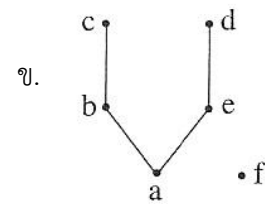
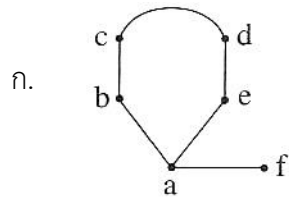
ค. แนวเดิน  $v, e_3, u, e_5, z, e_7, y, e_9, w$  เป็นวิถี

ง. แนวเดิน  $v, e_6, z, e_7, y, e_8, v$  เป็นวัฏจักรและวงจร

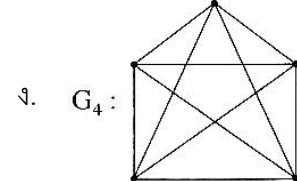
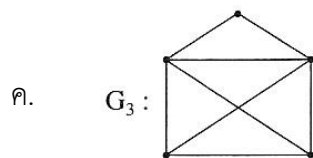
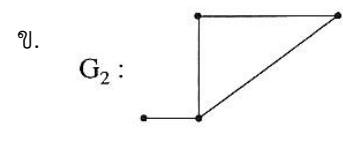
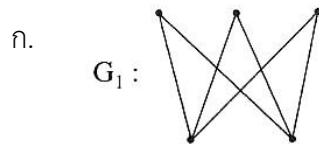
14. กำหนดกราฟ G ดังรูป



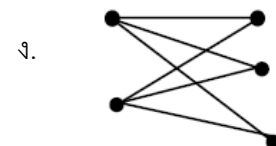
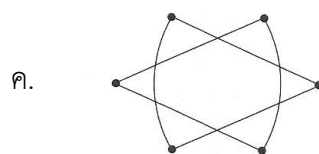
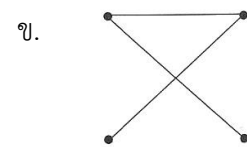
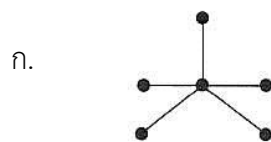
กราฟใดต่อไปนี้เป็นกราฟย่อยของ G



15. กราฟ G ในข้อใด

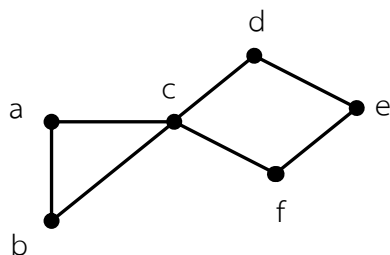


16. กราฟในข้อใดไม่เป็นกราฟเชื่อมโยง





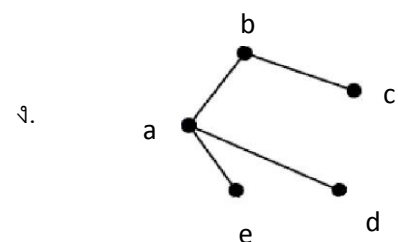
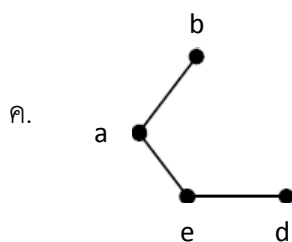
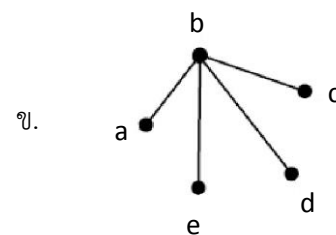
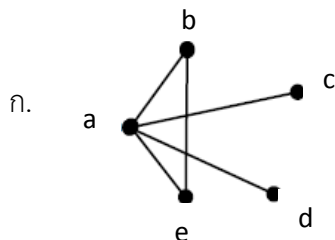
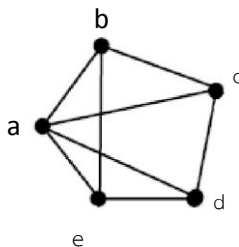
17. กำหนดกราฟ  $G$  ดังรูป ข้อใด ไม่ใช่ แนวเดิน  $a-f$  ของกราฟ  $G$



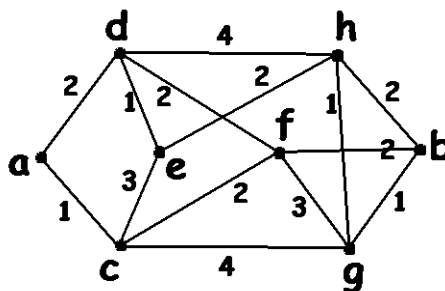
- ก. a, c, f
- ข. a, b, c, f
- ค. a, c, d, e, f
- ง. a, b, d, e, f

ผลการเรียนรู้ นำความรู้เรื่องกราฟไปใช้แก้ปัญหาบางประการได้

18. กราฟในข้อใดเป็นต้นไม้แผ่ทั่วของกราฟต่อไปนี้



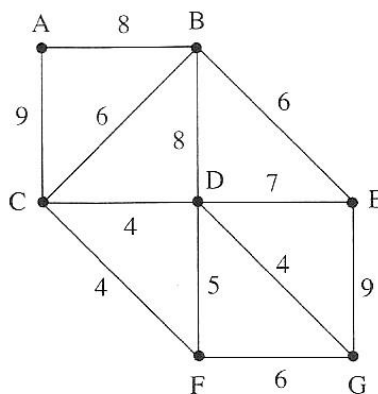
19. กำหนดกราฟ G ดังรูป วิธี a-b ที่สั้นที่สุดของกราฟถ่วงน้ำหนัก G ตรงกับข้อใดต่อไปนี้



- ก. a, c, f, b
- ค. a, d, f, b

- ข. a, c, g, b
- ง. a, d, h, b

20. กำหนดกราฟ G ดังรูป



ต้นไม้แผ่ทั่วน้อยที่สุดของกราฟ G มีผลรวมค่าน้ำหนักของเส้นเชื่อมน้อยสุดเท่าไร

ก. 30

ข. 31

ค. 32

ง. 33

\*\*\*\*\* จงข้อสัตย์ และเชื่อมั่นในความคิดของตัวเอง \*\*\*\*\*

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

รหัสวิชา ค32202

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

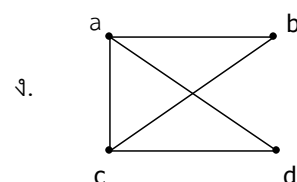
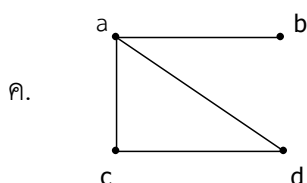
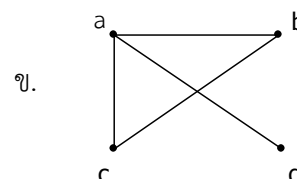
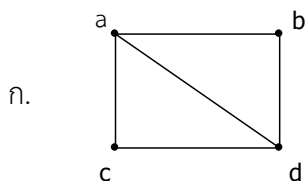
เวลา 1 คาบ

คำชี้แจง

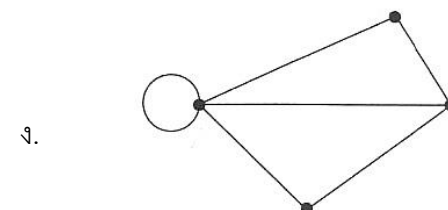
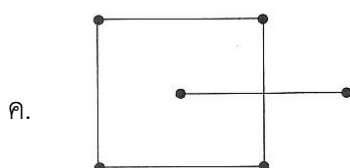
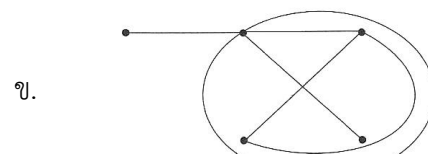
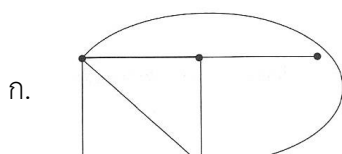
5. แบบทดสอบฉบับนี้ เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ มีจำนวน 20 ข้อ
6. ห้ามนำเอกสารใดๆ หรือเครื่องช่วยคำนวณเข้าห้องสอบ
7. ให้ทำแบบทดสอบทุกข้อลงกระดาษคำตอบ ด้วยปากกามีกสีน้ำเงิน หรือสีดำ เท่านั้น
8. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องแล้วทำเครื่องหมายกากบาท  $\times$  ลงในกระดาษคำตอบ

**ผลการเรียนรู้** เขียนกราฟเมื่อกำหนดจุดยอด (vertex) และเส้นเชื่อม (edge) ให้ได้

1. กำหนดกราฟ  $G$  ที่มีจุดยอด 4 จุด คือ  $a, b, c, d$  โดยที่  $\deg a = 3$ ,  $b$  เป็นจุดยอดคี่,  $\deg c = 2$  และ  $c$  และ  $d$  เป็นจุดยอดประชิด แผนภาพใดต่อไปนี้แทนกราฟ  $G$



2. กราฟที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ข้อใดมีทั้งวงวนและเส้นเชื่อมขนาน





7. โรงเรียนแห่งหนึ่งจัดการแข่งขันโต้วาที มีผู้สมัครทั้งหมด 10 ทีม ในการแข่งขันโต้วาทีครั้งนี้ จัดการแข่งขันแบบพบกันหมด โรงเรียนนี้ต้องจัดการแข่งขันโต้วาทีทั้งหมดกี่ครั้ง
- ก. 45 ครั้ง                      ข. 55 ครั้ง                      ค. 90 ครั้ง                      ง. 100 ครั้ง

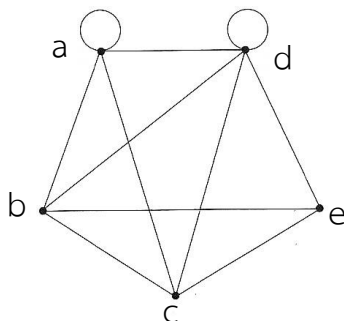
8. ร้านเสริมความงามครบวงจรแห่งหนึ่ง เปิดบริการตลอดเวลา มีลูกค้าเข้ารับบริการประจำ 5 คน แต่ละคนจะเข้าเสริมความงามในช่วงเวลาต่างๆ ดังนี้

ลูกค้าคนที่ 1	เข้าเฉพาะช่วงเวลา 8 นาฬิกา	ถึง 18 นาฬิกา
ลูกค้าคนที่ 2	เข้าเฉพาะช่วงเวลา 16 นาฬิกา	ถึง 24 นาฬิกา
ลูกค้าคนที่ 3	เข้าเฉพาะช่วงเวลา 9 นาฬิกา	ถึง 13 นาฬิกา
ลูกค้าคนที่ 4	เข้าเฉพาะช่วงเวลา 12 นาฬิกา	ถึง 21 นาฬิกา
ลูกค้าคนที่ 5	เข้าเฉพาะช่วงเวลา 22 นาฬิกา	ถึง 9 นาฬิกา ของวันถัดไป

ถ้าจำลองปัญหานี้ด้วยกราฟ โดยให้จุดยอดแทนลูกค้าแต่ละคน และจุดยอดสองจุดมีเส้นเชื่อม ก็ต่อเมื่อ ลูกค้าที่แทนด้วยจุดยอดทั้งสองมีช่วงเวลาเข้าร้านพร้อมกัน กราฟนี้จะมีจำนวนเส้นเชื่อมเท่าใด

- ก. 4 เส้น                      ข. 5 เส้น                      ค. 6 เส้น                      ง. 7 เส้น
9. จากโจทย์คำถามในข้อที่ 8 ร้านเสริมความงามแห่งนี้ จะต้องเตรียมเก้าอี้เสริมความงามอย่างน้อยที่สุดสำหรับลูกค้าประจำกี่คน เพื่อให้ทุกคนจะสามารถเข้าเสริมความงามได้ ณ ระยะเวลาใด ๆ
- ก. 2 คน                      ข. 3 คน                      ค. 4 คน                      ง. 5 คน

10. จากกราฟที่กำหนดให้ จุดยอดคู่ทั้งหมดของกราฟได้แก่จุดยอดใดบ้าง



- ก. จุดยอด a, d  
ข. จุดยอด b, c, d  
ค. จุดยอด a, b, d  
ง. จุดยอด d

11. กราฟ G มีจุดยอด 6 จุด แต่ละจุดมีดีกรีเท่ากับ 0, 1, 2, 2, 3 และ 4 ตามลำดับ แล้วเส้นเชื่อมทั้งหมดของกราฟนี้มีทั้งหมดกี่เส้น

- ก. 5 เส้น                      ข. 6 เส้น                      ค. 8 เส้น                      ง. 11 เส้น

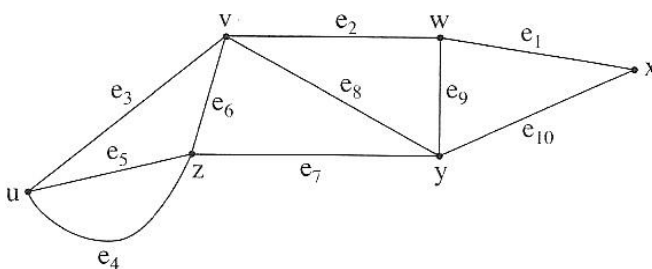
12. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ในการเลือกวิชาเรียนของนักเรียนโรงเรียนแห่งหนึ่ง ปรากฏว่า มีนักเรียนเลือกเรียน วิชาคณิตศาสตร์ 13 คน วิชาวิทยาศาสตร์ 12 คน วิชาอังกฤษ 13 คน วิชาภาษาไทย 13 คน และวิชาสังคม 11 คน จงพิจารณาว่า เป็นไปได้หรือไม่ ที่มีนักเรียนเลือกเรียนตาม รายวิชาดังกล่าว

- ก. เป็นไปได้ เพราะเมื่อแปลงปัญหาเป็นกราฟแล้วมีจุดยอดที่เป็นจำนวนคู่
- ข. เป็นไม่ไปได้ เพราะเมื่อแปลงปัญหาเป็นกราฟแล้วมีจุดยอดคู่เป็นจำนวนคี่
- ค. เป็นไปไม่ได้ เพราะไม่สามารถเขียนกราฟตามดีกรีดังกล่าวได้
- ง. ข้อ ข. และ ค. ถูก

**ผลการเรียนรู้** ระบุได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟออยเลอร์หรือไม่

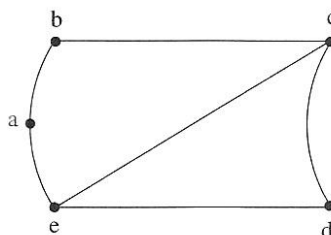
13. กำหนดกราฟ G ดังรูป



ข้อใด **ไม่ใช่** แนวเดิน  $u - y$  ของกราฟ G

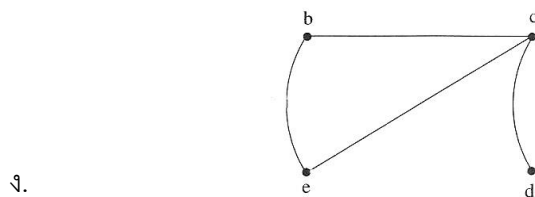
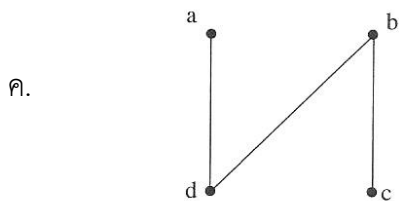
- ก.  $u, e_5, z, e_7, y$
- ข.  $u, e_5, z, e_6, v, e_8, y$
- ค.  $u, e_4, z, e_7, y$
- ง.  $u, e_3, v, e_2, x, e_{10}, y$

14. กำหนดกราฟ G ดังรูป

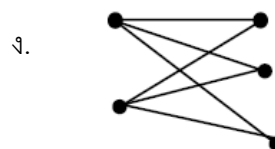
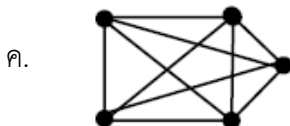
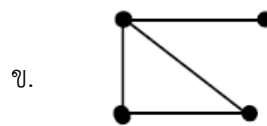
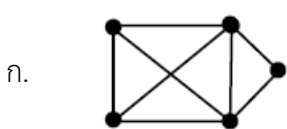


กราฟใดต่อไปนี้เป็นกราฟย่อยของ G

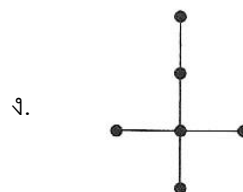
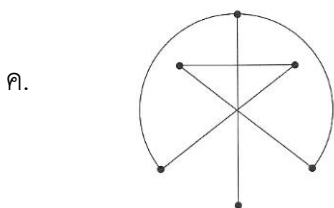
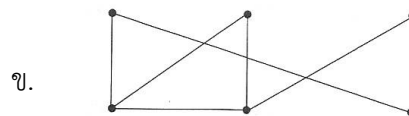
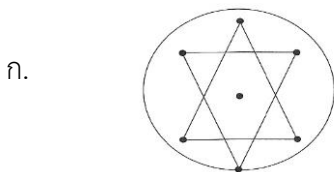
- ก.
- ข.



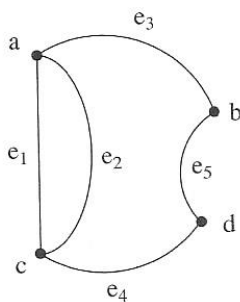
15. กราฟในข้อใดเป็นกราฟออยเลอร์



16. กราฟในข้อใดเป็นกราฟฮามิลตัน



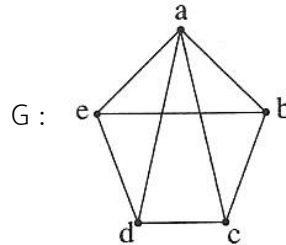
17. กำหนดกราฟ G ดังรูป ข้อใดไม่ใช่แนวเดิน a-d ของกราฟ G



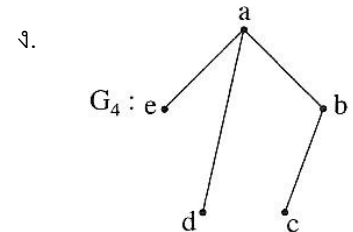
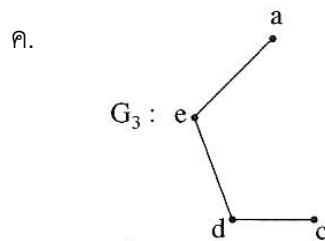
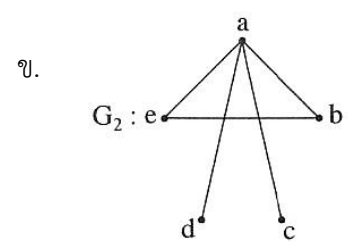
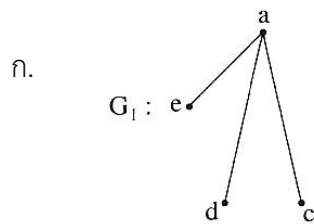
- ก.  $a, e_1, c, e_4, d$
- ข.  $a, e_1, c, e_2, a, e_1, c, e_4, d$
- ค.  $a, e_3, b, e_5, d$
- ง.  $a, e_4, d$

**ผลการเรียนรู้** นำความรู้เรื่องกราฟไปใช้แก้ปัญหาบางประการได้

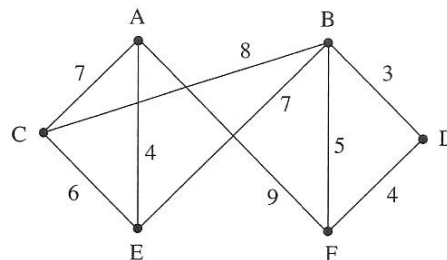
18. กำหนดกราฟ G ดังรูป



กราฟในข้อใดต่อไปนี้เป็นต้นไม้แผ่ทั่วของกราฟ G



19. กำหนดกราฟ G ดังรูป วิธี C-D ที่สั้นที่สุดของกราฟถ่วงน้ำหนัก G ตรงกับข้อใดต่อไปนี้



ก. C, E, B, D

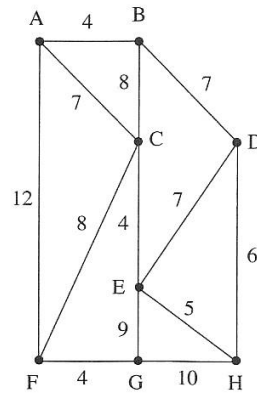
ข. C, E, A, F, D

ค. C, A, F, D

ง. C, B, D



20. กำหนดกราฟ G ดังรูป



ต้นไม้แผ่ทั่วน้อยที่สุดของกราฟ G มีผลรวมค่าน้ำหนักของเส้นเชื่อมน้อยสุดเท่าไร

ก. 35

ข. 36

ค. 37

ง. 38

\*\*\*\*\* จงชั่งใจ และเชื่อมั่นในความคิดของตัวเอง \*\*\*\*\*

**แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์**  
**สู่สถานการณ์ในโลกจริงก่อนเรียน**

เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น  
 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

รหัสวิชา ค32202

เวลา 2 คาบ

**คำชี้แจง**

1. ห้ามนำเอกสารใดๆ เข้าห้องสอบ และเมื่อทำข้อสอบเสร็จแล้ว ให้ส่งคืนกระดาษทั้งหมด แก่ผู้คุมสอบ
2. ให้ทำแบบทดสอบทุกข้อ ด้วยปากกาน้ำเงินหรือสีดำ หรือดินสอ 2B เท่านั้น

**ผลการเรียนรู้** เขียนกราฟเมื่อกำหนดจุดยอด (vertex) และเส้นเชื่อม (edge) ให้ได้

1. ผู้ว่าการรถไฟแห่งประเทศไทย ร่วมประชุมกับเจ้าหน้าที่การรถไฟ เพื่อต้องการเพิ่มรางรถไฟที่ทางแยกรถไฟ ณ ชุมสายต่าง ๆ ผู้ว่าการรถไฟฯ กล่าวว่า “เพิ่มรางรถไฟที่ชุมสายทุ่งสงเป็น 4 แยก

เพิ่มรางรถไฟที่ชุมสายตรังเป็น 4 แยก

เพิ่มรางรถไฟที่ชุมสายสุราษฎร์ธานีเป็น 3 แยก

เพิ่มรางรถไฟที่ชุมสายชุมพรเป็น 3 แยก”

เพิ่มรางรถไฟที่ชุมสายหาดใหญ่เป็น 3 แยก”

จงพิจารณาว่าคำกล่าวของผู้ว่าการรถไฟฯ จะสามารถเพิ่มรางรถไฟได้หรือไม่ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

**วิธีทำ** .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

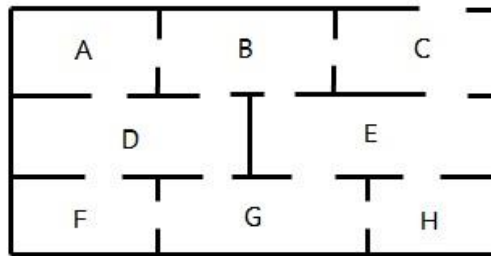
.....



**ผลการเรียนรู้** ระบุได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟออยเลอร์หรือไม่

- พิพิธภัณฑสถานสัตว์น้ำราชมณฑลศรีวิชัย เปิดโอกาสให้เด็ก ๆ ที่เกี่ยวข้องพิพิธภัณฑสถานเนื่องในวันเด็ก โดยจะมอบรางวัลให้กับเด็กที่สามารถเดินผ่านทุกห้องโดยไม่ซ้ำประตู ยกเว้นประตูเข้าออก เนื่องจากเพื่อความสะดวกในการตรวจตราของเจ้าหน้าที่รักษาความปลอดภัยจึงใช้ประตูเข้า - ออกเพียงประตูเดียว ถ้านักเรียนเป็นผู้จัดงานนี้ อยากทราบว่าเป็นไปได้หรือไม่ที่จะมอบรางวัลให้เด็ก ๆ ที่สามารถทำได้ในงานนี้ กำหนดให้พิพิธภัณฑสถานสัตว์น้ำราชมณฑลศรีวิชัย มีแผนผังดังรูป

ประตูเข้า - ออก



วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





**แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์**  
**สู่สถานการณ์ในโลกจริงหลังเรียน**

เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น  
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

รหัสวิชา ค32202

เวลา 2 คาบ

**คำชี้แจง**

1. ห้ามนำเอกสารใดๆ เข้าห้องสอบ และเมื่อทำข้อสอบเสร็จแล้ว ให้ส่งคืนกระดาษทั้งหมด แก่ผู้คุมสอบ
2. ให้ทำแบบทดสอบทุกข้อลงกระดาษคำตอบ ด้วยปากกาน้ำเงินหรือสีดำ หรือดินสอ 2B เท่านั้น

**ผลการเรียนรู้** เขียนกราฟเมื่อกำหนดจุดยอด (vertex) และเส้นเชื่อม (edge) ให้ได้

1. เนเน่จัดงานเลี้ยงสังสรรค์ที่บ้าน โดยเชิญเพื่อนมาร่วมงานอีก 5 คน คือ ชะเอม ชะอม อมยิ้ม ภูผา และรักชาติ

ชะเอม กล่าวว่า “ชะเอมเป็นเพื่อนกับคนในกลุ่มนี้ 4 คน

ชะอมเป็นเพื่อนกับคนในกลุ่มนี้ 2 คน

อมยิ้มเป็นเพื่อนกับคนในกลุ่มนี้ 3 คน

ภูผาเป็นเพื่อนกับคนในกลุ่มนี้ 3 คน

และรักชาติเป็นเพื่อนกับคนในกลุ่มนี้ 4 คน”

จงพิจารณาว่าคำกล่าวของชะเอมเป็นจริงหรือเท็จ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

**วิธีทำ** .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....









5. บริษัทรับเหมาติดตั้งโทรศัพท์แห่งหนึ่ง ต้องการวางสายโทรศัพท์เชื่อมระหว่างหมู่บ้าน A, B, C, D, E และ F โดยจะวางสายไปตามถนน ถ้าค่าใช้จ่ายในการวางสายโทรศัพท์ขึ้นอยู่กับความยาวของสายโทรศัพท์ บริษัทนี้จะวางสายโทรศัพท์อย่างไรให้เสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด เมื่อกำหนดตารางแสดงระยะทาง (กิโลเมตร) ของถนนเชื่อมระหว่างหมู่บ้าน ดังนี้

หมู่บ้าน	A	B	C	D	E	F
A	-	30	-	-	-	40
B	30	-	10	-	50	20
C	-	10	-	20	30	-
D	-	-	20	-	10	20
E	-	50	30	10	-	60
F	40	20	-	20	60	-

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

### สู่สถานการณ์ในโลกจริงหลังเรียน

เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

รหัสวิชา ค32202

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เวลา 2 คาบ

**ผลการเรียนรู้** เขียนกราฟเมื่อกำหนดจุดยอด (vertex) และเส้นเชื่อม (edge) ให้ได้

1. เนเน่จัดงานเลี้ยงสังสรรค์ที่บ้าน โดยเชิญเพื่อนมาร่วมงานอีก 5 คน คือ ชะเอม ชะอม อมยิ้ม ภูผา และรักชาติ

ชะเอม กล่าวว่า “ชะเอมเป็นเพื่อนกับคนในกลุ่มนี้ 4 คน

ชะอมเป็นเพื่อนกับคนในกลุ่มนี้ 2 คน

อมยิ้มเป็นเพื่อนกับคนในกลุ่มนี้ 3 คน

ภูผาเป็นเพื่อนกับคนในกลุ่มนี้ 3 คน

และรักชาติเป็นเพื่อนกับคนในกลุ่มนี้ 4 คน”

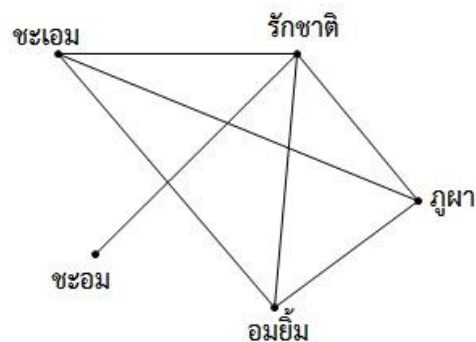
จงพิจารณาว่าคำกล่าวของชะเอมเป็นจริงหรือเท็จ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

**วิธีทำ** ขั้นที่ 1 จากโจทย์กำหนดให้

จุดยอด แทน ชะเอม ชะอม อมยิ้ม ภูผา และรักชาติ

เส้นเชื่อม แทน ความเป็นเพื่อนกับคนในกลุ่ม

ขั้นที่ 2 จำลองปัญหาเป็นกราฟ



ขั้นที่ 3 จากกราฟ พบว่า มีจุดยอดคือ 2 จุด เป็นไปตาม ทฤษฎีบท 2 ทุกกราฟจะมีจุดยอดที่เป็นจำนวนคู่

ขั้นที่ 4 ดังนั้น จากคำกล่าวของชะเอม เป็นจริง

2. ถ้าต้องการเลี้ยงปลาสวยงาม 6 ชนิด โดยมีข้อมูลการเลี้ยงปลาสวยงามทั้ง 6 ชนิด ดังนี้

ปลาชนิด A จะกัดกันกับปลาชนิด B, C, D, E

ปลาชนิด B จะกัดกันกับปลาชนิด A, C, D, E, F

ปลาชนิด C จะกัดกันกับปลาชนิด F

ปลาชนิด D จะกัดกันกับปลาชนิด E, F

ปลาชนิด E จะกัดกันกับปลาชนิด F

ปลาชนิด F จะกัดกันกับปลาชนิด E

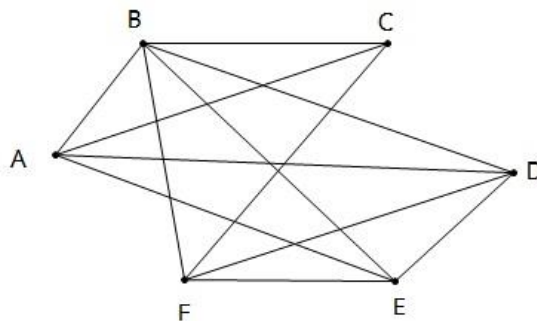
และจะสามารถจัดปลาใส่ตู้ปลา 4 ตู้ได้อย่างไร โดยที่ปลาไม่กัดกัน

วิธีทำ ขั้นที่ 1 จากโจทย์กำหนดให้

จุดยอด แทน ปลาชนิด A, B, C, D, E และ F

เส้นเชื่อม แทน ปลาชนิดใด ๆ ที่จะกัดกัน

ขั้นที่ 2 จำลองปัญหาเป็นกราฟ



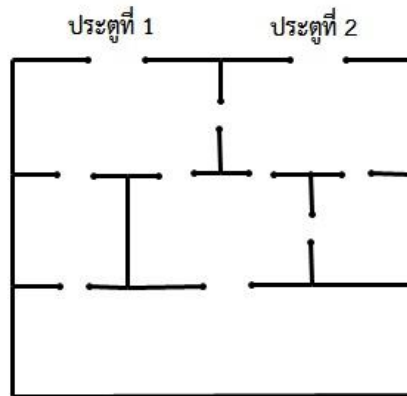
ขั้นที่ 3 จากกราฟ สามารถจัดปลาใส่ตู้จากจุดยอดที่ไม่เป็นจุดยอดประชิดกัน

ขั้นที่ 4 ดังนั้น สามารถจัดจัดปลาใส่ตู้ 4 ตู้ โดยที่ปลาไม่กัดกัน ได้ดังนี้

ตู้ปลาที่	ชนิดของปลา
1	A, F
2	B
3	C, E
4	D

**ผลการเรียนรู้** ระบุได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟออยเลอร์หรือไม่

3. ศิลปินวาดภาพคนหนึ่ง ต้องการจัดแสดงแกลเลอรีภาพความทรงจำ โดยจัดแสดงภาพวาดไว้ทุกห้อง ดังรูป ศิลปินจะสามารถนำแขกเข้าชมภาพภายในห้องทุกห้องผ่านทุกประตู โดยเริ่มต้น ณ ประตูที่ 1 แล้วสิ้นสุดที่ประตูที่ 2 และผ่านแต่ละประตูเพียงครั้งเดียว ได้หรือไม่

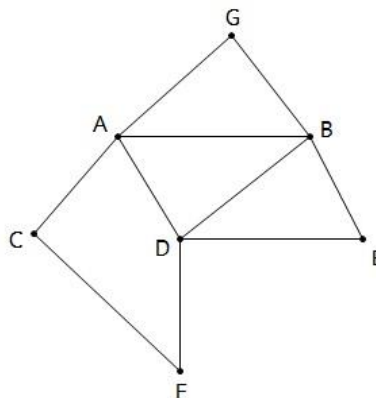


**วิธีทำ** ขั้นที่ 1 จากโจทย์กำหนดให้

จุดยอด แทน ห้องแสดงภาพ A, B, C, D, E, และ F และบริเวณด้านนอกห้อง G

เส้นเชื่อม แทน ทางเดินระหว่างห้อง หรือทางเดินระหว่างห้องกับบริเวณนอกห้อง

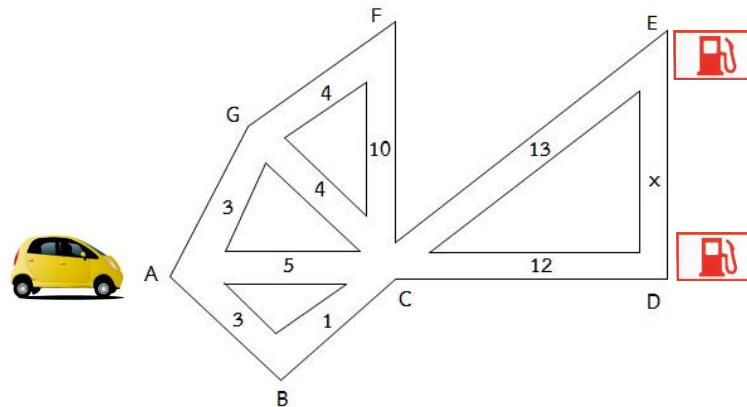
ขั้นที่ 2 จำลองปัญหาเป็นกราฟ



ขั้นที่ 3 จากกราฟ จุดยอดทุกจุดเป็นจุดยอดคู่ เป็นไปตามทฤษฎีบท 3 กำหนดกราฟ G เป็นกราฟเชื่อมโยง G จะเป็นกราฟออยเลอร์ ก็ต่อเมื่อ จุดยอดทุกจุดของ G เป็นจุดยอดคู่

ขั้นที่ 4 ดังนั้น เป็นไปได้ที่ศิลปินจะนำแขกเข้าชมภาพภายในห้องทุกห้องผ่านทุกประตู โดยผ่านแต่ละประตูเพียงครั้งเดียว

4. ณิชชาขับรถมาถึงทางแยก A แล้วพบว่าน้ำมันใกล้จะหมดถึง ซึ่งเขาทราบว่าที่ทางแยก E และทางแยก D มีปั้มน้ำมันตั้งอยู่ และมีถนน CD ถนน DE และ ถนน CE ตัดกันเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีทางแยก D เป็นมุมฉาก ดังรูป จงหาว่าณิชชา จะต้องเดินทางไปหาปั้มน้ำมันใด จึงจะประหยัดน้ำมันมากที่สุด และเดินทางเป็นระยะทางเท่าใด

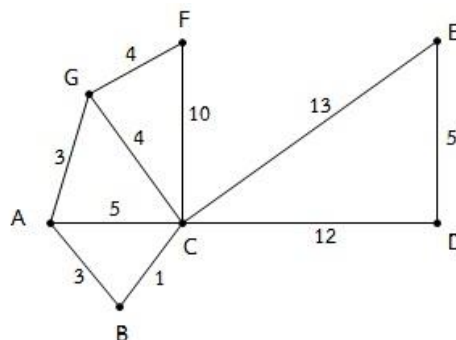


วิธีทำ ขั้นที่ 1 จากโจทย์กำหนดให้

จุดยอด แทน ทางแยก A, B, C, D, E, F และ G

เส้นเชื่อม แทน ถนนที่เชื่อมระหว่างทางแยกใด ๆ

ขั้นที่ 2 จำลองปัญหาเป็นกราฟ



ขั้นที่ 3 จากกราฟ วิธีสั้นที่สุด A-B คือ A, B, C, E เป็นระยะทาง  $5+12+10 = 27$

ขั้นที่ 4 ดังนั้น วิธภาพจะเลือกใช้เส้นทางไปส่งจดหมายเป็นระยะทางที่สั้นที่สุด คือ

A, B, C, E และเป็นระยะทาง 27 กิโลเมตร

**ผลการเรียนรู้** นำความรู้เรื่องกราฟไปใช้แก้ปัญหาบางประการได้

5. บริษัทรับเหมาติดตั้งโทรศัพท์แห่งหนึ่ง ต้องการวางสายโทรศัพท์เชื่อมระหว่างหมู่บ้าน A, B, C, D, E และ F โดยจะวางสายไปตามถนน ถ้าค่าใช้จ่ายในการวางสายโทรศัพท์ขึ้นอยู่กับความยาวของสายโทรศัพท์ บริษัทนี้จะวางสายโทรศัพท์อย่างไรให้เสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด เมื่อกำหนดตารางแสดงระยะทาง (กิโลเมตร) ของถนนเชื่อมระหว่างหมู่บ้าน ดังนี้

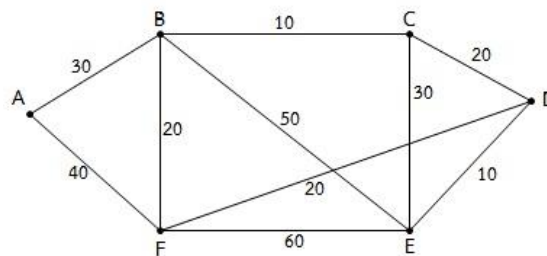
หมู่บ้าน	A	B	C	D	E	F
A	-	30	-	-	-	40
B	30	-	10	-	50	20
C	-	10	-	20	30	-
D	-	-	20	-	10	20
E	-	50	30	10	-	60
F	40	20	-	20	60	-

**วิธีทำ** ขั้นที่ 1 จากโจทย์กำหนดให้

จุดยอด แทน หมู่บ้าน A, B, C, D, E และ F

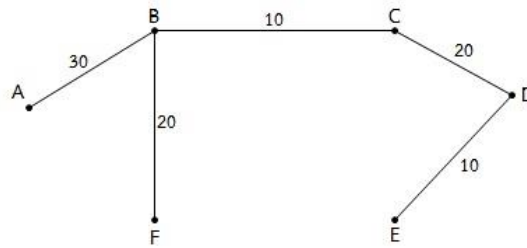
เส้นเชื่อม แทน ถนนที่เชื่อมระหว่างหมู่บ้านใด ๆ

ขั้นที่ 2 จำลองปัญหาเป็นกราฟ

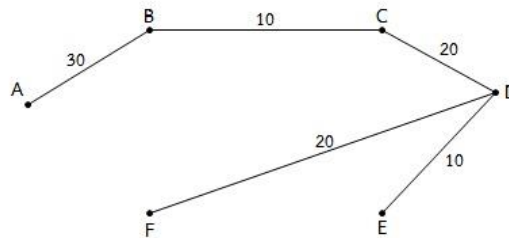




ขั้นที่ 3 จากกราฟ ต้นไม้แผ่ทั่วน้อยที่สุด คือ



หรือ



ขั้นที่ 4 ดังนั้น บริษัทแห่งนี้วางสายโทรศัพท์ ดังกราฟต้นไม้แผ่ทั่วน้อยที่สุด จึงจะ  
เสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด