

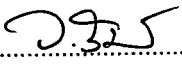
ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write
ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

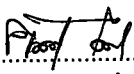
พัชรภรณ์ ทองนาค

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
สิงหาคม 2559
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

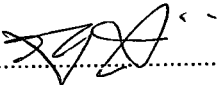
คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ พัชรภรณ์ ทองนาค ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม
หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

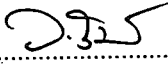
คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

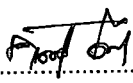

..... อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร)



..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(ดร.คงรัฐ นवलเปง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

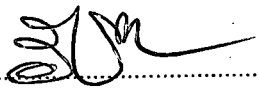

..... ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต)


..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร)


..... กรรมการ
(ดร.คงรัฐ นवलเปง)


..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ นาวาตรี ดร.พงศ์เทพ จิระโร)

คณะศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา


..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิจิต สุรัตน์เรืองชัย)

วันที่ 13 เดือน กรกฎาคม พ.ศ. 2559

งานวิจัยนี้ได้รับทุนการศึกษาจากโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษ
ด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
(สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความช่วยเหลือจาก รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร อาจารย์ที่ปรึกษาหลักและ ดร.คงรัฐ นวลเปง อาจารย์ที่ปรึกษาร่วมที่กรุณาให้คำแนะนำแนวทางที่ถูกต้อง ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความละเอียดถี่ถ้วนและเอาใจใส่ ด้วยดีเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ให้ความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบและให้คำแนะนำในการแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยให้มีคุณภาพ นอกจากนี้ ยังได้รับความอนุเคราะห์จากท่าน ผู้อำนวยการโรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัย ชลบุรี ตลอดจนคณะครูและนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2558 ที่ให้ความร่วมมืออย่างดีในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี

เนื่องจากงานวิจัยครั้งนี้ส่วนหนึ่งได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจาก โครงการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) จึงขอขอบคุณ ณ ที่นี้ด้วย

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อพิณิจ คุณแม่จรรยา ทองนาค และพี่ ๆ ทุกคนที่ให้กำลังใจ และสนับสนุนผู้วิจัยเสมอมา

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูตเวทิตาแด่บุพการี บวรอาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบัน ที่ทำให้ผู้วิจัยเป็นผู้มีการศึกษาและประสบความสำเร็จมาจนตราบเท่าทุกวันนี้

พัชราภรณ์ ทองนาค

57910120: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)

คำสำคัญ: การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write/ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์/ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

พัชรภรณ์ ทองนาค: ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (THE EFFECTS OF ORGANIZING LEARNING ACTIVITIES THROUGH HEURISTICS WITH THINK TALK WRITE TECHNIQUE ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND COMMUNICATION ABILITIES OF MATHAYOMSUKSA IV STUDENTS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, กศ.ด., คงรัฐ นวลแปง, กศ.ด. 220 หน้า. ปี พ.ศ. 2559.

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write กับเกณฑ์ร้อยละ 75 และ 2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write กับเกณฑ์ร้อยละ 75 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 24 คน ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือในการวิจัย คือ 1) แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 6 แผน 2) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีค่าความเชื่อมั่น .75 และ 3) แบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบที (*t*-test for one sample)

ผลการวิจัย พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

57910120: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING; M.Ed.

KEYWORD: ORGANIZING LEARNING ACTIVITIES THROUGH HEURISTICS WITH
THINK TALK WRITE TECHNIQUE/ MATHEMATICAL PROBLEM
SOLVING/ MATHEMATICAL COMMUNICATION

PATCHARAPON THONGNAK: THE EFFECTS OF ORGANIZING LEARNING
ACTIVITIES THROUGH HEURISTICS WITH THINK TALK WRITE TECHNIQUE ON
MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND COMMUNICATION ABILITIES OF
MATHAYOMSUKSA IV STUDENTS. ADVISORY COMMITTEE: VETCHARIT
ANGGANAPATTARAKAJORN, Ed.D., KONGRAT NUALPANG, Ed.D. 220 P. 2015.

The purposes of this research were; 1) to compare mathematical problem solving ability of students after learning through heuristics with think talk write technique with the set criterion of 75 percent of the test score, and 2) to compare mathematical communication ability of students after learning through heuristics with think talk write technique with the set criterion of 75 percent of the test score. The participants, selected by cluster random sampling technique, were 24 mathayomsuksa VI students in the second semester of the academic year 2015. The research instruments used in this research consisted of six exponential and logarithm equation and inequality lesson plans, mathematical problem solving and writing communication ability test with the reliability of .75 and mathematical speaking communication evaluation form.

The statistics for analyzing the data were mean, standard deviation, and one sample *t*-test.

Research results were that: 1) The mathematical problem solving ability of students after learning through heuristics with think talk write technique was significantly higher than the set criterion of 75 percent at the .01 level. 2) The mathematical communication ability of students after learning through heuristics with think talk write technique was significantly higher than the set criterion of 75 percent at the .01 level.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	จ
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฌ
สารบัญภาพ.....	ฎ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	6
สมมติฐานของการวิจัย.....	6
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	7
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย.....	8
ขอบเขตของการวิจัย.....	8
ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย.....	9
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	9
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	12
หลักสูตร โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค.....	13
แนวคิดแบบฮิวริสติกส์.....	24
เทคนิค Think Talk Write.....	30
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write.....	34
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	37
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	62
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	81

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	83
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	83
เครื่องมือและการพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	84
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	93
การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้.....	97
4 ผลการดำเนินวิจัย.....	101
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	101
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	102
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	118
สรุปผลการวิจัย.....	119
อภิปรายผล.....	120
ข้อเสนอแนะ.....	124
บรรณานุกรม.....	126
ภาคผนวก.....	132
ภาคผนวก ก.....	133
ภาคผนวก ข.....	135
ภาคผนวก ค.....	143
ภาคผนวก ง.....	155
ภาคผนวก จ.....	160
ภาคผนวก ฉ.....	165
ภาคผนวก ช.....	213
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	220

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2-1 การสังเคราะห์ขั้นตอนของแนวคิดแบบฮิวริสติกส์.....	27
2-2 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริม การสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.....	60
2-3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ ศิษย์ แม่นสงวน.....	60
2-4 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโรงเรียน วังไกลกังวล.....	61
2-5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	62
2-6 เกณฑ์การประเมินทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์: ความสามารถในการสื่อสาร ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.....	78
2-7 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของศิษย์ แม่นสงวน...	78
2-8 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของโรงเรียน วังไกลกังวล.....	79
2-9 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน.....	80
2-10 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด.....	80
3-1 การวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และจำนวนชั่วโมง.....	85
3-2 การวิเคราะห์ข้อสอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถ ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 ชั่วโมง.....	90
3-3 แบบแผนการทดลอง.....	94
3-4 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	95
3-5 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน.....	96
3-6 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด.....	96

สารบัญตาราง(ต่อ)

หน้า

ตารางที่

4-1	การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write กับเกณฑ์ร้อยละ 75.....	102
4-2	การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write กับเกณฑ์ร้อยละ 75.....	110
4-3	การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write กับเกณฑ์ร้อยละ 75.....	111
4-4	การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write กับเกณฑ์ร้อยละ 75.....	112
ค-1	ค่าประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write เรื่องสมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม.....	144
ค-2	ค่าประเมินระดับความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องสมการเอกซ์โพเนนเชียลจากผู้เชี่ยวชาญ.....	145
ค-3	ค่าประเมินระดับความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องอสมการเอกซ์โพเนนเชียลจากผู้เชี่ยวชาญ.....	146
ค-4	ค่าประเมินระดับความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องการประยุกต์สมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลจากผู้เชี่ยวชาญ.....	147
ค-5	ค่าประเมินระดับความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องสมการลอการิทึมจากผู้เชี่ยวชาญ.....	148

สารบัญตาราง(ต่อ)

ตารางที่	หน้า
ค-6 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5 เรื่องอสมการ ลอการิทึมจากผู้เชี่ยวชาญ.....	149
ค-7 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6 เรื่องการ ประยุกต์สมการและอสมการลอการิทึมจากผู้เชี่ยวชาญ.....	150
ค-8 ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความ สามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	151
ค-9 ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ของแบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ด้านการพูด.....	152
ค-10 ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	153
ง-1 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write.....	156
ง-2 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write.....	157
ง-3 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนหลัง ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write.....	158
ง-4 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนระหว่าง ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write.....	159

สารบัญภาพ

	หน้า
ภาพที่	
1-1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	7
2-1 การคิดแบบฮิวริสติกส์.....	26
2-2 การสังเคราะห์การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write.....	36
2-3 กระบวนการแก้ปัญหาพลวัต.....	43
2-4 กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC.....	44
2-5 กระบวนการสื่อสาร.....	64
2-6 ขั้นตอนกระบวนการสืบสวนสอบสวน.....	73
4-1 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา 4 คะแนน.....	103
4-2 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา 3 คะแนน.....	104
4-3 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา 2 คะแนน.....	105
4-4 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา 1 คะแนน.....	106
4-5 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา 1 คะแนน.....	107
4-6 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสาร 2 คะแนน.....	113
4-7 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสาร 1 คะแนน.....	114
4-8 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสาร 1 คะแนน.....	115

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การปฏิรูปในศตวรรษที่ 21 ประชาคมโลกให้ความสำคัญกับการปฏิรูปทางการศึกษา อันเนื่องจากการศึกษาเป็นเครื่องมือและกุญแจสำคัญในการเปลี่ยนแปลงสิ่งแวดล้อมโลก ฉะนั้นสาระสำคัญของการศึกษาจึงมุ่งเน้นพัฒนาทรัพยากรมนุษย์เป็นประชากรอาเซียน ประชากรโลก โดยเริ่มจากการพัฒนาคนให้มีความคงทนในความรู้ และเกิดความยั่งยืนในความรู้ การจะทำให้คงทนในความรู้ได้นั้น ต้องเริ่มจากการอ่าน (Reading), เขียน (Writing) เลขคณิต (Arithmetic) การคิดเชิงวิพากษ์ (Critical thinking), การสื่อสาร (Communication), การร่วมมือ (Collaboration) และความคิดสร้างสรรค์ (Creative) รวมทั้งพัฒนาทรัพยากรบุคคลให้มีทักษะชีวิต ทักษะอาชีพ ทักษะด้านสารสนเทศสื่อเทคโนโลยี ได้อย่างแท้จริง (รัชชนนัท แกะมา, 2557, หน้า 8)

ซึ่งกระทรวงศึกษาธิการได้กำหนดให้มีการปฏิรูปการศึกษา โดยมีวิสัยทัศน์ให้คนไทยได้เรียนรู้ตลอดชีวิตอย่างมีคุณภาพ และได้ประกาศใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน

พุทธศักราช 2551 ในโรงเรียนทั่วประเทศที่จัดการศึกษาขั้นพื้นฐาน ในปีการศึกษา 2553 เพื่อให้สอดคล้องกับการพัฒนาคุณภาพของผู้เรียน (กัญนิกา พรหมณ์พิทักษ์, 2554, หน้า 3-4)

ซึ่งมีทั้งหมด 8 กลุ่มสาระ อันได้แก่ คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ สังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม การงานอาชีพและเทคโนโลยี สุขศึกษาและพลศึกษา ภาษาต่างประเทศ ภาษาไทย และศิลปะ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบมีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้เกิดการค้นคว้า วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างเหมาะสม การเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นการเรียนรู้สิ่งที่เป็นตัวแทนวัตถุจริงในโลก เนื่องจากวัตถุที่อยู่ในกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์เป็นเพียงสัญลักษณ์ที่ใช้แทนวัตถุจริง ดังนั้นการคิดทางคณิตศาสตร์ จึงถือเป็นการคิดระดับสูง (เวชฤทธิ์ อังกะนัทพรจรรยา, 2555, หน้า 1) ซึ่งกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มีจุดมุ่งหมายให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียน ดังนี้ 1) จำนวนและการดำเนินการ 2) การวัด 3) เรขาคณิต 4) พีชคณิต 5) การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และ 6) ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย

ทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2552, หน้า 1-2) จะเห็นได้ว่า มีการกำหนดให้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นสาระที่ 6 ซึ่งประเทศไทยได้ให้ความสำคัญกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้นของหลักสูตรคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, หน้า 4)

จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่าการศึกษาไทยให้ความสำคัญกับคณิตศาสตร์ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก แต่ผลการประเมิน Programme for International Students Assessment (PISA) ซึ่งเป็นการประเมินที่ต้องการตรวจสอบความสามารถของนักเรียนในด้านการแก้ปัญหา ซึ่งครอบคลุมการวิเคราะห์ การให้เหตุผล และการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยลักษณะข้อสอบของ PISA มีทั้งแบบเลือกตอบและเขียนตอบ เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้เขียนสื่อสารความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่ง PISA จะรายงานผลการประเมินเป็นคะแนนเฉลี่ยและขยายภาพให้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ แก่ระบบการศึกษามากขึ้น โดยขยายรายละเอียดเพื่อให้ได้ภาพว่า มีนักเรียนรู้คณิตศาสตร์ มากน้อยต่างกันอย่างไร PISA จึงรายงานเป็นระดับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ 6 ระดับ เริ่มจาก ระดับ 1 ซึ่งเป็นระดับต่ำสุด จนถึงระดับสูงสุดที่ระดับ 6 (โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, หน้า 96) พบว่า ผลการประเมินในภาพรวมทั้งประเทศของปี ค.ศ. 2009 ซึ่งว่านักเรียนมากกว่าครึ่ง (52.2%) รู้เรื่องคณิตศาสตร์ระดับที่ 2 ซึ่งระดับที่ 2 เป็นระดับที่นักเรียนสามารถตอบคำถามที่เกี่ยวข้องในบริบทที่เคยพบมาก่อน และสามารถทำโจทย์ตามตัวอย่างที่กำหนดให้ได้ (โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, หน้า 48, 121) นอกจากนี้ผลการประเมิน PISA ปี ค.ศ. 2012 ซึ่งให้เห็นว่านักเรียนไทยประมาณครึ่งหนึ่ง (50.3 %) รู้คณิตศาสตร์ไม่ถึงระดับที่ 2 และมีนักเรียนไทยจำนวน 1 ใน 5 ที่มีผลการประเมินไม่ถึงระดับที่ 1 ซึ่งนักเรียนกลุ่มนี้สามารถคิดเลขจากจำนวนเต็มที่เขียนแบบจากโจทย์ที่กำหนดให้เท่านั้น เมื่อเปรียบเทียบกับประเทศในกลุ่ม OECD ที่มีคะแนนเฉลี่ยอยู่ในระดับที่ 3 ซึ่งในระดับนี้พบว่า มีนักเรียนไทยที่รู้เรื่องคณิตศาสตร์ในระดับที่ 3 ขึ้นไปมีประมาณ 20% และพบว่า ประเทศไทยมีคะแนนสูงกว่า ประเทศอินโดนีเซีย และมาเลเซีย เท่านั้น (โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2557, หน้า 185-186) นอกจากนี้แล้วผลการสอบย่อยครั้งที่ 1 รายวิชา ค30101 คณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่องเซตและ

การดำเนินการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัยชลบุรี ปีการศึกษา 2558 พบว่า นักเรียนที่ได้คะแนนผ่านเกณฑ์ที่โรงเรียน ได้กำหนดไว้มีเพียงร้อยละ 3 เท่านั้น ซึ่งถือว่าน้อยมาก โดยการสอบย่อยนั้นจะเป็นข้อสอบแบบอัตนัยทั้งหมด จากการวิเคราะห์ พบว่าส่วนใหญ่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ แต่ไม่สามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ของครูใน โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัยชลบุรี ที่สอนในรายวิชา คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สามารถสรุปว่า นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ แต่ไม่สามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาหรือสื่อสารให้คนอื่นเข้าใจได้ และนักเรียนส่วนใหญ่ ไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนเรื่องสมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม เนื่องจากนักเรียนต้องใช้ความรู้หลักการ และเทคนิควิธีต่าง ๆ มาใช้ในการแก้ปัญหามาก อีกทั้ง สมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึมประกอบไปด้วยภาษาและสัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์จำนวนมาก ซึ่งผู้เรียนจะต้องได้รับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ (ฐิติพร ประสพโชคอำนวย และไมตรี สมบูรณ์, สัมภาษณ์, 6 กรกฎาคม 2558)

จากข้อมูลข้างต้น แสดงให้เห็นว่านักเรียน ไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ มีหลายสาเหตุ ซึ่งสาเหตุหนึ่งคือ ลักษณะการจัดการเรียนการสอนของครูมุ่งเน้น การถ่ายทอดเนื้อหาวิชามากกว่าการเรียนรู้จากสภาพที่เป็นจริง (ทรายทอง พวกสันเทียะ, 2554, หน้า 52) ซึ่งทำให้เด็กไทยส่วนใหญ่ที่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ง่ายได้ แต่เมื่อโจทย์ปัญหานั้น มีความซับซ้อนขึ้น ต้องใช้ความคิด ความรู้ ความเข้าใจพื้นฐานในเรื่องต่าง ๆ มากขึ้น ก็จะ ประสบปัญหาการแก้ปัญหานั้น (วิชัย พาณิชย์สวຍ, 2546, หน้า 8) นอกจากนี้ยังมีอุปสรรค ในการเรียนคณิตศาสตร์ นั่นคือ อุปสรรคทางด้านภาษา (ศราวุธ จอมนำ, 2557, หน้า 20-23) เพราะการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันยังไม่ได้เน้นเรื่องการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มากนัก ผู้เรียนจึงยังมีความสามารถในด้านนี้ไม่ดีพอ จะเห็นได้จากการที่ผู้เรียนจำนวนมากไม่สามารถ นำเสนอข้อมูลให้ผู้อื่นได้เห็นภาพรวมหรือเข้าใจประเด็นสำคัญ ๆ ของสิ่งที่จะนำเสนอได้ การพัฒนาผู้เรียนให้สามารถสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอให้ผู้อื่นเข้าใจได้ จึงมีความจำเป็น (อัมพร ม้าคนอง, 2554, หน้า 56-57) จากข้อมูลข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ในการจัดการเรียนการสอน ครูควรเน้นการสอนแก้ปัญหาวางทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบและ ส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วย

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องตระหนักว่าการเรียนรู้เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนต้องลงมือปฏิบัติและสร้างความรู้ด้วยตนเอง การจัดการเรียนรู้ต้องมีความหลากหลาย เพื่อให้ผู้เรียนทุกคนสามารถทำได้ตามศักยภาพของเขา (วรรณ บุนศรี, 2546, หน้า 74) ซึ่งการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ เป็นกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่นำไปสู่การแก้ปัญหา โดยมี การตัดสินใจเลือกแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา (Katretchko, 1971, p. 1 อ้างถึงใน ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2552; Krulik and Rudnick, 1993, p. 27; Singapore Math, 2005, p. 1; ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2552, หน้า 383) มีประโยชน์ทำให้นักเรียนได้เข้าใจกระบวนการแก้ปัญหา โดยเฉพาะอย่างยิ่ง การใช้กระบวนการทางด้านการคิด ให้ผู้เรียนได้พิจารณาการคิด (ยุพิน พิพิธกุล, 2523, หน้า 99) และ Garnett (1984, pp. 102-103) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการคิดแบบฮิวริสติกส์ ว่า ช่วยพัฒนาการสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และช่วยให้ผู้เรียนสามารถแยกแยะสิ่งต่าง ๆ ได้ พร้อมทั้งช่วยให้ผู้เรียนสามารถแสดงโครงสร้างการแก้ปัญหาได้ ทำให้นักเรียนมีการคิดที่เป็นระบบมากขึ้น โดยการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์มีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

- 1) ขั้นสร้างความสัมพันธ์ เป็นขั้นทำความเข้าใจปัญหา เชื่อมโยงความรู้เก่าหรือปัญหาที่เคยแก้มาแล้ว และพิจารณาว่าปัญหานั้นคล้ายกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด ขั้นนี้จะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้
- 2) ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนหาทางเลือกในการแก้ปัญหา คิดอย่างรอบคอบ และตั้งคำถาม และเลือกยุทธวิธีที่มีความเหมาะสมที่สุด
- 3) ขั้นหาคำตอบและประเมินผล ในขั้นตอนนี้ นักเรียนดำเนินการหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์ และประเมินว่าคำตอบนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่ และ
- 4) ขั้นสะท้อนและต่อยอด เป็นขั้นที่ได้คำตอบมาแล้ว และอภิปรายวิธีการแก้ปัญหาที่ได้ในชั้นเรียน และคิดเพื่อที่จะศึกษาประเด็นเพิ่มเติมในปัญหานี้ พร้อมสรุปความรู้ที่ได้ (David and Zbigniew, 2000, pp. 404-408 อ้างถึงใน ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2552; Krulik and Rudnick, 1993; Sheffield, 2003 อ้างถึงใน Sheffield, 2008) ซึ่งเมื่อพิจารณาถึงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แล้วจะพบว่าขั้นที่ 3 และ 4 จะพัฒนาความสามารถในการสื่อสารของนักเรียนจากการเขียนสื่อความหมายในการหาคำตอบแล้วอภิปรายผลของคำตอบนั้นในชั้นเรียน ซึ่งมีผู้สนใจได้ทำการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เช่น เรวดี มีสุข (2556) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ (Heuristics) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วนของพหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาลำ

คณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ (Heuristics) เรื่อง เศษส่วนของพหุนาม สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ 0.01 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ 0.01 และ Novotná (2014) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการสอนตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ พบว่า นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นที่น่าสนใจ และสามารถกล่าวได้ว่า พฤติกรรมการแก้ปัญหของนักเรียนสามารถพัฒนาได้โดย การสอนตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์นั้นผู้เรียนจำเป็นต้องมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนสามารถอภิปรายผลได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน ผู้วิจัยจึงต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนมีทักษะในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเทคนิค Think Talk Write เป็นเทคนิคที่ส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารผ่านทางช่องทางการพูดและการเขียน โดยแนวความคิดนี้มีพื้นฐานมาจากการเข้าใจทางการเรียน ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียน คิด พูด และเขียนได้ (Huinker and Laughlin, 1996, p. 88; Rabu, 2008; Dila, 2012) ซึ่งประกอบไปด้วย 3 ส่วนสำคัญที่จะต้องพัฒนาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีดังนี้ 1) การคิด (Think) เป็นการคิดเกี่ยวกับปัญหาและคิดเกี่ยวกับคำตอบที่เป็นไปได้ และเขียนบันทึกความรู้ 2) การพูด (Talk) เป็นการสื่อสารโดยใช้การพูดกับเพื่อน ในชั้นเรียน หรือในกลุ่ม เพื่อถ่ายทอดสิ่งที่เขาคิดออกมาให้เพื่อน ได้รับรู้และอภิปรายเกี่ยวกับความคิดนั้น แล้วช่วยกันค้นหาข้อสรุปที่เป็นไปได้ และ 3) การเขียน (Write) เป็นการเขียนสรุป ผลที่ได้จากการอภิปราย ยุทธวิธีการแก้ปัญหา ผลที่ได้รับ และคำตอบ (Huinker and Laughlin, 1996; Silver and Smith, 1996; Dila, 2012) โดยผู้วิจัยได้นำเทคนิค Think Talk Write มาสอดแทรกการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ทุกขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีผู้สนใจศึกษาการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think Talk Write เพื่อพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เช่น สุภารัตน์ ภิรมย์ราช (2555) ได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิค Think Talk Write ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ พบว่า พัฒนาการความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สูงขึ้นอย่างเป็นลำดับ นักเรียนสามารถวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิด แสดงข้อสรุปของข้อมูล ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผล และ Elida (2012) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยจัดการเรียนรู้แบบ Think Talk Write พบว่า ความสามารถในการสื่อสาร

ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียน โดยการจัดการเรียนรู้แบบ Think talk Write สูงกว่า
การจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ .05

ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด
แบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write เรื่องสมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียล
และลอการิทึม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและ
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาความสามารถใน
การแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนต่อไป

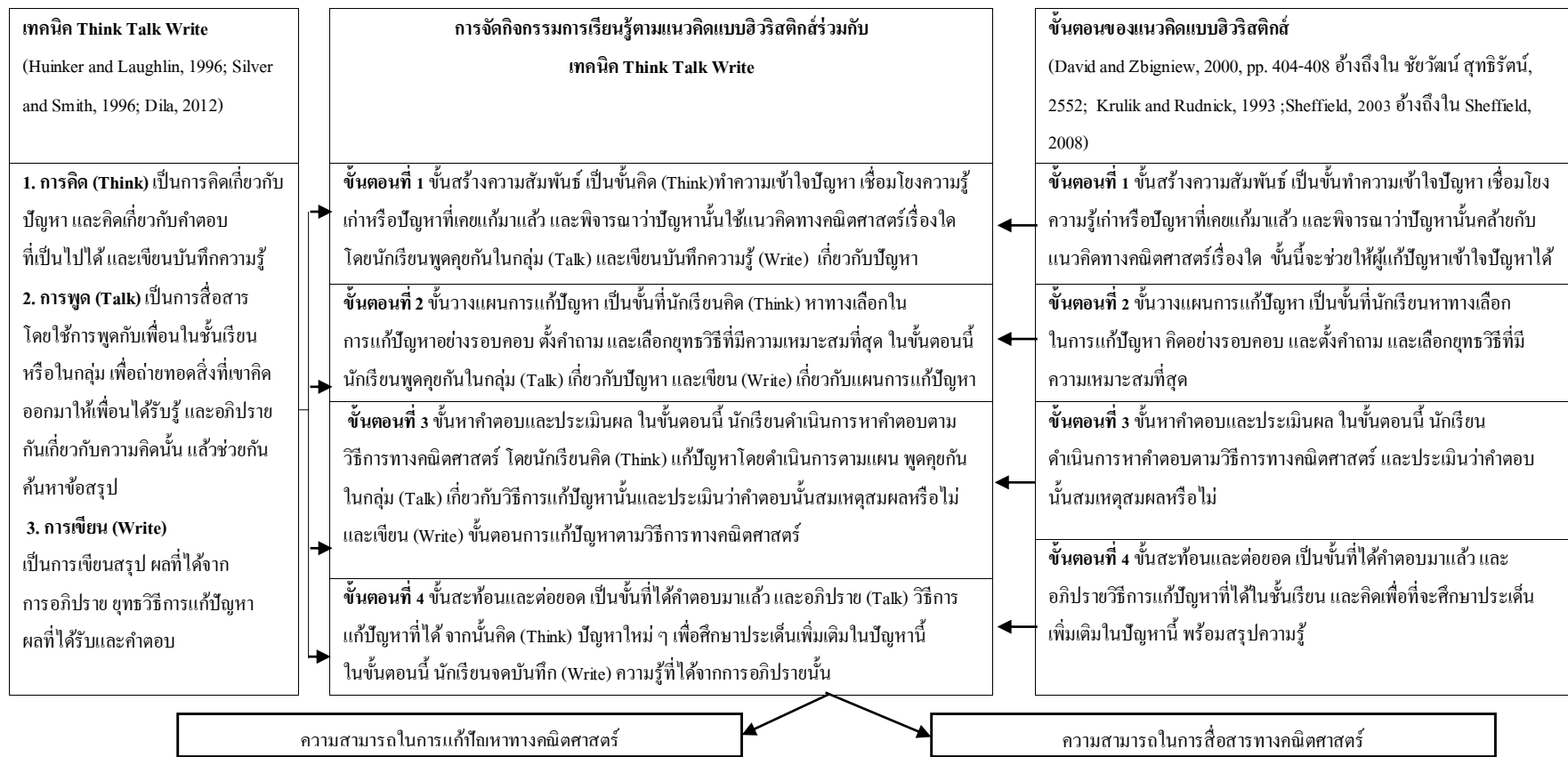
วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับ
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write กับเกณฑ์
ร้อยละ 75
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับ
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write กับเกณฑ์
ร้อยละ 75

สมมติฐานของการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรม
การเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write สูงกว่าเกณฑ์
ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรม
การเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75
อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

กรอบแนวคิดในการวิจัย



ภาพที่ 1-1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

1. ได้แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write ที่พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งความสามารถในการแก้ปัญหาจะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ เกิดการเรียนรู้และมีความคิดสร้างสรรค์ ทำให้นักเรียนได้ฝึกคิดอย่างมีเหตุผล นอกจากนี้แล้วนักเรียนได้รับการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งทางด้านการพูดและการเขียน ทำให้นักเรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นได้รับรู้อย่างชัดเจน
2. เป็นแนวทางสำหรับครูและผู้ที่สนใจในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัย อำเภอบ้านบึง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 6 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 144 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/3 จำนวน 24 คน โรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัย อำเภอบ้านบึง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนไม่ต่างกัน เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นเนื้อหาในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 รายวิชา ค30103 ความรู้พื้นฐานสำหรับแคลคูลัส 2 เรื่องสมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึมตามหลักสูตรโรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย จำนวน 13 ชั่วโมง ซึ่งประกอบด้วย

การแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล	จำนวน 2 ชั่วโมง
การแก้อสมการเอกซ์โพเนนเชียล	จำนวน 2 ชั่วโมง
บทประยุกต์ของสมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียล	จำนวน 2 ชั่วโมง
การแก้สมการลอการิทึม	จำนวน 2 ชั่วโมง
การแก้อสมการลอการิทึม	จำนวน 2 ชั่วโมง
บทประยุกต์ของสมการและอสมการลอการิทึม	จำนวน 2 ชั่วโมง
การทำแบบทดสอบหลังเรียน	จำนวน 1 ชั่วโมง

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรอิสระ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค

Think Talk Write

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **แนวคิดแบบฮิวริสติกส์** หมายถึง กระบวนการที่นำไปสู่การแก้ปัญหา โดยมี การตัดสินใจเลือกแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ซึ่งมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นสร้างความสัมพันธ์ เป็นขั้นทำความเข้าใจปัญหา เชื่อมโยงความรู้เก่าหรือ ปัญหาที่เคยแก้มาแล้ว และพิจารณาว่าปัญหานั้นคล้ายกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด ขั้นนี้จะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนหาทางเลือกในการแก้ปัญหา คิดอย่างรอบคอบ และตั้งคำถาม และเลือกยุทธวิธีที่มีความเหมาะสมที่สุด

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นหาคำตอบและประเมินผล ในขั้นตอนนี้ นักเรียนดำเนินการหาคำตอบ ตามวิธีการทางคณิตศาสตร์ และประเมินว่าคำตอบนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นสะท้อนและต่อยอด เป็นขั้นที่ได้คำตอบมาแล้ว และอภิปรายวิธีการ แก้ปัญหาที่ได้ในชั้นเรียน และคิดเพื่อที่จะศึกษาประเด็นเพิ่มเติมในปัญหานี้ พร้อมสรุปความรู้ที่ได้

2. **เทคนิค Think Talk Write** หมายถึง เทคนิคที่ส่งเสริมความสามารถในการสื่อสาร ผ่านทางช่องทางการพูดและการเขียน โดยแนวความคิดนี้มีพื้นฐานมาจากการเข้าใจทางการเรียน ที่ทำให้ผู้เรียน คิด พูด และเขียนได้ มีองค์ประกอบที่สำคัญ 3 ส่วน ดังนี้

2.1 การคิด (Think) เป็นการคิดเกี่ยวกับปัญหา และคิดเกี่ยวกับคำตอบที่เป็นไปได้ และเขียนบันทึกความรู้

2.2 การพูด (Talk) เป็นการสื่อสาร โดยใช้การพูดกับเพื่อนในชั้นเรียน หรือในกลุ่ม เพื่อถ่ายทอดสิ่งที่เขาคิดออกมาให้เพื่อนได้รับรู้ และอภิปรายเกี่ยวกับความคิดนั้น แล้วช่วยกัน ค้นหาข้อสรุปที่เป็นไปได้

2.3 การเขียน (Write) เป็นการเขียนสรุป ผลที่ได้จากการอภิปราย ยุทธวิธีการ
แก้ปัญหา ผลที่ได้รับ และคำตอบ

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบอภิปรัชญา ร่วมกับเทคนิค Think Talk

Write หมายถึง กระบวนการที่นำไปสู่การแก้ปัญหา โดยมีการตัดสินใจเลือกแนวทางหรือยุทธวิธี
ในการแก้ปัญหา และสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านช่องทางการพูดและการเขียน โดยมี
ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นสร้างความสัมพันธ์ เป็นขั้นคิด (Think) ทำความเข้าใจปัญหา เชื่อมโยง
ความรู้เก่าหรือปัญหาที่เคยแก้มาแล้ว และพิจารณาว่าปัญหานั้นใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด
โดยนักเรียนพูดคุยกันในกลุ่ม (Talk) และเขียนบันทึกความรู้ (Write) เกี่ยวกับปัญหา

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนคิด (Think) หาทางเลือกใน
การแก้ปัญหาย่างรอบคอบ ตั้งคำถาม และเลือกยุทธวิธีที่มีความเหมาะสมที่สุด ในขั้นตอนนี้
นักเรียนพูดคุยกันในกลุ่ม (Talk) เกี่ยวกับปัญหา และเขียน (Write) เกี่ยวกับแผนการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นหาคำตอบและประเมินผล ในขั้นตอนนี้ นักเรียนดำเนินการหาคำตอบ
ตามวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนคิด (Think) แก้ปัญหาโดยดำเนินการตามแผน พูดคุยกัน
ในกลุ่ม (Talk) เกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหานั้นและประเมินว่าคำตอบนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่
และเขียน (Write) ขั้นตอนการแก้ปัญหาคตามวิธีการทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นสะท้อนและต่อยอด เป็นขั้นที่ได้คำตอบมาแล้ว และอภิปราย (Talk)
วิธีการแก้ปัญหานั้นที่ได้จากนั้นคิด (Think) ปัญหาใหม่ ๆ เพื่อศึกษาประเด็นเพิ่มเติมในปัญหานั้น
ในขั้นตอนนี้ นักเรียนจดบันทึก (Write) ความรู้ที่ได้จากการอภิปรายนั้น

4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการหา
คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/
กระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ซึ่งวัดได้โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถ
ในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบทดสอบ
อรรถนัยจำนวน 8 ข้อ

5. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการจัดระบบ
หรืออธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ผ่านช่องทางการพูด และการเขียน โดยใช้ภาษา
ทางคณิตศาสตร์ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน แบ่งออกเป็น 2 ส่วน ดังนี้

5.1 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน หมายถึงความสามารถในการจัดระบบหรืออธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ โดยการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เขียนสื่อความหมายข้อมูลได้อย่างถูกต้อง ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 8 ข้อ

5.2 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำเสนอแนวคิดผ่านทางการพูด ซึ่งวัดได้จากแบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด ซึ่งเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่าจำนวน 4 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

6. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่ยอมรับว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องสมการและอสมการ เอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write วิเคราะห์ได้จากแบบทดสอบหลังเรียน และแบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด แล้วนำค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละเทียบกับเกณฑ์ โดยผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 75 ขึ้น ไปของคะแนนรวม ซึ่งเป็นเกณฑ์ที่โรงเรียนได้กำหนดไว้

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. หลักสูตร โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค

1.1 เหตุผลและความจำเป็นของการจัดการศึกษาสำหรับผู้ที่มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

1.2 วิสัยทัศน์และพันธกิจของโรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค

1.3 อุดมการณ์และเป้าหมายในการพัฒนานักเรียน

1.4 สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1.5 คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1.6 จุดเน้นของหลักสูตรวิทยาศาสตร์ภูมิภาค

1.7 มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน

1.8 คำอธิบายรายวิชาพื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2. แนวคิดแบบฮิวริสติกส์

2.1 ความหมายแนวคิดแบบฮิวริสติกส์

2.2 ขั้นตอนของแนวคิดแบบฮิวริสติกส์

2.3 ประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์

3. เทคนิค Think Talk Write

3.1 ความหมายของเทคนิค Think Talk Write

3.2 องค์ประกอบของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think Talk Write

3.3 บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think Talk Write

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk

Write

5. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- 5.3 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 5.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 5.5 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 5.6 ลักษณะของผู้ที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 5.7 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 5.8 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
6. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 6.1 การสื่อสารทั่วไป
 - 6.2 ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 6.3 ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 6.4 ลักษณะของผู้ที่มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 6.5 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 6.6 การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 7.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 7.2 งานวิจัยต่างประเทศ

หลักสูตรโรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค

หลักสูตร โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2554 (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2557) (2557, หน้า 1-14) ได้เสนอรายละเอียดต่าง ๆ ของหลักสูตร โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาคต่าง ๆ ดังนี้

1. เหตุผลและความจำเป็นของการจัดการศึกษาสำหรับผู้ที่มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

การศึกษาขั้นพื้นฐานเป็นสิทธิที่เด็กและเยาวชนทุกคนต้องได้รับอย่างต่อเนื่องให้สอดคล้องกับความสามารถ ความถนัด และความสนใจที่แตกต่างกันในแต่ละบุคคล รัฐ และสังคมพึงจัดการศึกษาสำหรับผู้ที่มีความสามารถพิเศษเพื่อให้ทุกคนได้รับการพัฒนาอย่างเต็มศักยภาพทุกด้าน โดยไม่ลดทอนและสกัดกั้นความสามารถพิเศษด้านใดด้านหนึ่ง ทั้งนี้ โดยมีครอบครัวและสังคมให้การดูแลส่งเสริมให้เป็นคนที่สมบูรณ์ทั้งด้านสติปัญญา ร่างกาย จิตใจ อารมณ์ และสังคมเป็นคนดี มีคุณภาพ ควบคู่ไปกับความสามารถพิเศษที่มีอยู่ ตลอดจนสนับสนุน ส่งเสริม ให้นำความสามารถพิเศษนั้น ๆ ไปพัฒนาองค์ความรู้ใหม่ ๆ ให้กับสังคมและประเทศชาติ

แม้ว่าอุดมการณ์ดังกล่าวจะได้ปรากฏในเอกสารแนวทางหรือข้อเสนอแนะในการจัดการศึกษาในหลายวาระด้วยกัน แต่ในทางปฏิบัติการจัดการศึกษาสำหรับผู้ที่มีความสามารถพิเศษ ยังไม่ได้รับการจัดอย่างกว้างขวางและครอบคลุม ปัจจุบันเด็กและเยาวชนที่มีความสามารถพิเศษ ส่วนใหญ่ยังได้รับการศึกษาในลักษณะเดียวกันกับเด็กและเยาวชนปกติทั่วไป ซึ่งนอกจากจะไม่สามารถส่งเสริมและพัฒนาได้อย่างเต็มศักยภาพแล้ว บางกรณีพฤติกรรมของเด็กและเยาวชนเหล่านี้ที่มีความแตกต่างจากเด็กปกติที่ยังไม่เป็นที่ยอมรับของครูและโรงเรียน บางครั้งมีความรุนแรงถึงขั้นถูกปฏิเสธที่จะให้ศึกษาอยู่ในโรงเรียนต่อไป

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้มีการกำหนดแนวทางในการจัดการศึกษาสำหรับกลุ่มเป้าหมายเฉพาะไว้ ดังนี้

“การจัดการศึกษาบางประเภทสำหรับกลุ่มเป้าหมายเฉพาะ เช่น การศึกษาเฉพาะทางการศึกษาสำหรับผู้ที่มีความสามารถพิเศษ การศึกษาทางเลือก การศึกษาสำหรับผู้ที่ยังขาดโอกาส การศึกษาตามอัธยาศัย สามารถนำหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานไปปรับใช้ได้ตามความเหมาะสมกับสภาพและบริบทของแต่ละกลุ่มเป้าหมาย”

กรณีจัดการศึกษาให้แก่ผู้ที่มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ มีเหตุผลที่สำคัญมากอีกประการหนึ่งคือ เป็นการพัฒนากำลังคนที่จะทำหน้าที่เป็นนักวิจัย นักประดิษฐ์ นักคิดค้น ด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ที่มีศักยภาพสูงระดับนานาชาติ ซึ่งประเทศไทยยังขาดแคลนอยู่มากทำให้มีผลงานทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่พัฒนาขึ้นใช้เองน้อยมาก เมื่อเทียบกับประเทศอื่น ๆ ผลที่ตามมาคือการใช้ค่าจ้างมหาศาลในการนำวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีเข้ามาใช้ภายในประเทศ

เพื่อให้ประเทศชาติสามารถดำรงอยู่และแข่งขันในประชาคมโลก เป็นสังคมผู้ผลิตที่มีมูลค่าเพิ่มแทนการเป็นสังคมผู้บริโภครวม เป็นสังคมที่ใช้ปัญญาในการพัฒนาประเทศมากขึ้นแทนการใช้ขาดเหงื่อแรงกายเช่นในปัจจุบัน จึงมีความจำเป็นอย่างสูงสุดและรีบด่วนที่สุดที่ประเทศชาติต้องสร้างนักวิจัยและนักประดิษฐ์คิดค้นที่มีความสามารถสูงในปริมาณที่เพียงพอ ซึ่งจะต้องสร้างมาตั้งแต่เยาว์วัย

ดังนั้น การจัดการศึกษาให้แก่ผู้ที่มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์วิทยาศาสตร์ จึงไม่ใช่เพียงการดำเนินการเพื่อให้บุคคลได้รับตามสิทธิเท่านั้น แต่ยังเป็นการตอบสนองความต้องการของประเทศชาติ เป็นการสร้างบุคลากรในขั้นต้นอย่างเป็นรูปธรรม เยาวชนที่มีศักยภาพเหล่านี้เมื่อได้รับการบ่มเพาะจนเกิดการพัฒนาถึงระดับสูงสุดแล้ว ภายภาคหน้าก็จะสามารถคิดค้นสิ่งอำนวยความสะดวกให้แก่สังคมและประเทศชาติได้อย่างมหาศาล เป็นการสร้าง

สังคมแห่งภูมิปัญญาและการเรียนรู้ สังคมแห่งคุณภาพและแข่งขันได้ และสังคมที่ยั่งยืนพอเพียงมีความสมานฉันท์ เอื้ออาทรต่อกัน

2. วิสัยทัศน์และพันธกิจโรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค

โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาคได้กำหนดวิสัยทัศน์และพันธกิจไว้เพื่อพัฒนานักเรียนให้มีความเป็นเลิศทางด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ดังนี้

2.1 วิสัยทัศน์

เป็นโรงเรียนวิทยาศาสตร์ที่จัดการศึกษาให้กับผู้ที่มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาให้คุณภาพระดับเดียวกันกับโรงเรียนวิทยาศาสตร์ชั้นนำของนานาชาติ

2.2 พันธกิจ

ศึกษาค้นคว้า วิจัยพัฒนา และร่วมมือกับหน่วยงานต่าง ๆ ทั้งภาครัฐและเอกชน ทั้งในและต่างประเทศ เพื่อดำเนินการบริหารและจัดการศึกษาในระดับมัธยมศึกษาทั้งตอนต้นและตอนปลายที่มุ่งเน้นความเป็นเลิศทางด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ในลักษณะของโรงเรียนประจำ สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ เพื่อเป็นการกระจายโอกาสให้กับผู้ที่มีความสามารถพิเศษที่มีการกระจายในทุกภูมิภาคของประเทศและเพื่อเป็นการเพิ่มโอกาสให้กับนักเรียนกลุ่มด้อยโอกาสและขาดแคลนทุนทรัพย์

ทั้งนี้เพื่อพัฒนานักเรียนผู้มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์เหล่านั้นไปสู่ความเป็นนักวิจัย นักประดิษฐ์ นักคิดค้น ด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี ที่มีความสามารถระดับสูงเทียบเคียงนักวิจัยชั้นนำของนานาชาติ มีจิตวิญญาณมุ่งมั่นพัฒนาประเทศชาติ มีเจตคติที่ดีต่อเพื่อนร่วมโลกและธรรมชาติ สามารถสร้างองค์ความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี ให้กับประเทศชาติและสังคมไทยในอนาคต เพื่อช่วยพัฒนาประเทศชาติให้สามารถดำรงอยู่และแข่งขันได้ในประชาคมโลก เป็นสังคมผู้ผลิตที่มีมูลค่าเพิ่มมากขึ้น สร้างสังคมแห่งภูมิปัญญา และการเรียนรู้ สังคมแห่งคุณภาพและแข่งขันได้ และสังคมที่ยั่งยืนพอเพียง มีความสมานฉันท์เอื้ออาทรต่อกัน

3. อุดมการณ์และเป้าหมายในการพัฒนานักเรียน

โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาคมีอุดมการณ์ และเป้าหมายในการพัฒนานักเรียน โดยมุ่งส่งเสริมและพัฒนานักเรียนให้ :

3.1 เห็นคุณค่าของตนเอง มีวินัยในตนเอง ปฏิบัติตามหลักธรรมของพระพุทธศาสนา หรือศาสนาที่ตนนับถือ มีคุณธรรม จริยธรรม มีบุคลิกภาพที่ดี และมีความเป็นผู้นำ

3.2 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการพื้นฐานด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์อย่างลึกซึ้งในระดับเดียวกันกับนักเรียนโรงเรียนวิทยาศาสตร์ชั้นนำของนานาชาติ

3.3 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีจิตวิญญาณของความเป็นนักวิจัย นักประดิษฐ์ นักคิดค้นและพัฒนาด้วยคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี ในระดับเดียวกันกับนักเรียนโรงเรียนวิทยาศาสตร์ชั้นนำของนานาชาติ

3.4 รักการเรียนรู้ รักการอ่าน รักการเขียน รักการค้นคว้าอย่างเป็นระบบ มีความรอบรู้ ใฝ่รู้ และสามารถบูรณาการความรู้ได้

3.5 มีความรู้และทักษะการใช้ภาษาต่างประเทศและเทคโนโลยีสารสนเทศได้อย่างมีประสิทธิภาพ ในระดับเดียวกันกับนักเรียนของโรงเรียนวิทยาศาสตร์ชั้นนำนานาชาติ

3.6 มีจิตสำนึกในเกียรติภูมิของความเป็นไทย มีความเข้าใจและภูมิใจในประวัติศาสตร์ของชาติ มีความรักและความภาคภูมิใจในบ้านเมืองและท้องถิ่น เป็นพลเมืองดี ยึดมั่นในการปกครองระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์เป็นประมุข

3.7 มีจิตสำนึกในการอนุรักษ์ภาษาไทย ศิลปวัฒนธรรมไทย ประเพณีไทยและภูมิปัญญาไทย ตลอดจนอนุรักษ์ทรัพยากรธรรมชาติและสิ่งแวดล้อม มีเจตคติที่ดีต่อเพื่อนร่วมโลก และธรรมชาติ

3.8 มีจิตมุ่งที่จะทำประโยชน์และสร้างสิ่งที่ดีงามให้กับสังคม มีความรับผิดชอบต่อสังคม ต้องการตอบแทนบ้านเมืองตามความสามารถของตนอย่างต่อเนื่อง

3.9 มีสุขภาพอนามัยที่ดีรักการออกกำลังกาย ใฝ่จักดูแลตนเองให้เข้มแข็งทั้งกายและใจ

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

การจัดกิจกรรมของการเรียนการสอนและกิจกรรมพัฒนาผู้เรียน ตามหลักสูตรฉบับนี้ มุ่งเน้นเพื่อพัฒนาผู้เรียนให้มีสมรรถนะหรือความสามารถด้านต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

4.1 ความสามารถในการสื่อสาร มีความสามารถในการรับและส่งสารมีวัฒนธรรมในการใช้ภาษาสามารถถ่ายทอดความคิด ความรู้ ความเข้าใจ ความรู้สึกและทัศนะของตนเองเพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหาความขัดแย้งต่าง ๆ มีความสามารถในการเลือกรับหรือไม่รับข้อมูลข่าวสารด้วยหลักเหตุผลและความถูกต้อง ตลอดจนเลือกใช้วิธีการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพ โดยคำนึงถึงผลกระทบที่จะมีต่อตนเองและสังคม

4.2 ความสามารถในการคิด มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีวิจารณญาณ และคิดอย่างเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้และสารสนเทศเพื่อการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมได้อย่างเหมาะสม

4.3 ความสามารถในการแก้ปัญหา มีความสามารถในการแก้ปัญหาและเผชิญปัญหาได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม บนพื้นฐานของหลักเหตุผล หลักคุณธรรมบนข้อมูลสารสนเทศต่าง ๆ เข้าใจความสัมพันธ์และการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ต่าง ๆ ในสังคม สามารถแสวงหาความรู้และประยุกต์ใช้ความรู้ในการป้องกันและแก้ไขปัญหา มีการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพ โดยคำนึงถึงผลกระทบที่เกิดขึ้นต่อตนเองสังคมและสิ่งแวดล้อม

4.4 ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต มีความสามารถในการเรียนรู้ด้วยตนเอง เรียนรู้อย่างต่อเนื่อง มีทักษะในการดำรงชีวิตทักษะการทำงาน และทักษะในการอยู่ร่วมกันในสังคม ทักษะการสร้างเสริมความสัมพันธ์อันดีระหว่างบุคคล สามารถจัดการปัญหาและความขัดแย้งต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม สามารถปรับตัวให้ทันต่อการเปลี่ยนแปลงของสังคม และสภาพแวดล้อมและรู้จักหลีกเลี่ยงการแสดงพฤติกรรมไม่พึงประสงค์ที่จะส่งผลกระทบต่อตนเองและผู้อื่น

4.5 ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี มีความสามารถในการเลือกและใช้เทคโนโลยีด้านต่าง ๆ อย่างเหมาะสม ทั้งเพื่อการเรียนรู้ การสื่อสารการทำงาน และการแก้ปัญหาได้อย่างสร้างสรรค์ถูกต้องเหมาะสมและมีคุณธรรม

4.6 ความสามารถในการทำงานเป็นทีม มีความสามารถในการทั้งเป็นผู้นำและผู้ตามที่ดี รู้จักบทบาทและหน้าที่ของตนเอง สามารถปรับตัวเข้ากับสถานการณ์ใหม่ ๆ และสิ่งแวดล้อมใหม่ ๆ ได้ ทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ รู้จักสังเกตคนรอบข้างและเพื่อนร่วมงาน รู้จักใช้จุดดีและจุดแข็งของแต่ละคนให้เป็นประโยชน์สามารถบริหารความขัดแย้งได้มีจิตวิทยาในการทำงานร่วมกับคนอื่น

4.7 ความสามารถในการใช้ภาษาอังกฤษ สามารถใช้ภาษาอังกฤษในการค้นคว้าหาความรู้ การเรียน การประชุมสัมมนา การเจรจาต่อรองและการทำงานร่วมกับชาวต่างชาติได้อย่างคล่องแคล่ว มีประสิทธิภาพสมวัยทั้งด้านการพูด การอ่าน และการเขียน

4.8 ความสามารถในการใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์ สามารถใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์เพื่อหาคำตอบของปัญหาหรือสร้างองค์ความรู้ หรือประดิษฐ์คิดค้นสิ่งต่าง ๆ ด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยีได้อย่างชำนาญและสร้างสรรค์

5. คุณลักษณะอันพึงประสงค์

โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาคได้กำหนดเป้าหมายในการพัฒนาคุณลักษณะที่พึงประสงค์ของนักเรียนของโรงเรียนไว้ดังนี้

5.1 มีความรักชาติ ศาสน์ กษัตริย์

5.2 มีความภูมิใจในความเป็นไทยและศิลปวัฒนธรรมไทย

5.3 มีจิตสาธารณะและมีอุดมการณ์มุ่งมั่นในการพัฒนาประเทศ

- 5.4 มีวินัยและมีความซื่อสัตย์สุจริต
- 5.5 มุ่งมั่นในการทำงานและดำรงชีวิตอยู่อย่างพอเพียง
- 5.6 ใฝ่เรียน ใฝ่รู้ รักการอ่าน และการค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง
- 5.7 เห็นคุณค่าของการเรียนรู้จากการปฏิบัติทดลองจริง
- 5.8 เห็นคุณค่าและความสำคัญของการวิจัยและการประดิษฐ์คิดค้น
- 5.9 มีใจเปิดกว้าง เชื่อในเหตุผล เปลี่ยนแปลงความคิดเห็นของตนเองตามข้อมูลและ

หลักฐานใหม่ที่ได้รับ

- 5.10 รักและเห็นคุณค่าของการออกกำลังกาย

6. จุดเน้นของหลักสูตร โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค

หลักสูตร โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค มีจุดเน้น ดังนี้

6.1 เน้นการพัฒนานักเรียนรอบด้านทั้งพุทธิศึกษา จริยศึกษา พลศึกษา และ
หัตถศึกษา

6.2 สาระการเรียนรู้ในรายวิชาพื้นฐาน เน้นการจัดให้สอดคล้องกับความสามารถ
ของนักเรียนเป็นรายบุคคล และให้ครอบคลุมหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน
พุทธศักราช 2551 ของกระทรวงศึกษาธิการ

*ในการจัดการเรียนการสอนรายวิชาพื้นฐาน ครูผู้สอนต้องพิจารณาศักยภาพใน
การเรียนรู้ของนักเรียนเป็นรายบุคคลด้วย หากนักเรียนคนใดมีศักยภาพและอัตราการเรียนรู้ที่สูง
กว่านักเรียนทั่ว ๆ ไป ให้เป็นหน้าที่ของครูผู้สอนที่จะเพิ่มเติมรายละเอียดและความลึกซึ้งของ
เนื้อหา กระบวนการคิด และฝึกทักษะต่าง ๆ ของสาระการเรียนรู้พื้นฐานนั้น ๆ ได้ตามความ
เหมาะสม อาจมีการส่งเสริมเป็นรายบุคคล หรือกลุ่มย่อย มอบหมายงาน สื่อ เอกสารให้นักเรียน
ค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง โดยครูทำหน้าที่ให้การปรึกษาและคำแนะนำ

6.3 รายวิชาเพิ่มเติม เน้นการจัดให้มีความหลากหลายสอดคล้องกับศักยภาพ
ความถนัดและความสนใจของนักเรียนเป็นรายบุคคล เปิด โอกาสให้นักเรียนสามารถเลือกเรียน
รายวิชาเพิ่มเติมจากสถาบันอุดมศึกษา ศูนย์วิจัย และสถานประกอบการภายนอกโรงเรียนทั้งในและ
ต่างประเทศได้ตามศักยภาพ ความถนัด และความสนใจ เปิด โอกาสให้สามารถเทียบโอนความรู้ได้

6.4 เน้นการพัฒนาทักษะการใช้ภาษาอังกฤษ และทักษะการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ
ให้มีศักยภาพระดับเดียวกันกับนักเรียนวิทยาศาสตร์ชั้นนำของนานาชาติ

6.5 เน้นการจัดกิจกรรมพัฒนาผู้เรียนที่หลากหลายทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน
เพื่อพัฒนานักเรียนให้มีคุณลักษณะอันพึงประสงค์ตามอุดมการณ์และเป้าหมายในการพัฒนา
นักเรียนของโรงเรียน

7. มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน

โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาคได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานไว้ ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

ตัวชี้วัด

- 1.1.1 แสดงความสัมพันธ์ของจำนวนต่าง ๆ ในระบบจำนวนจริง
- 1.1.2 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง
- 1.1.3 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะและจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด

- 1.2.1 เข้าใจความหมาย และหาผลลัพธ์ที่เกิดจากการบวก การลบ การคูณ การหาร จำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด

- 1.3.1 หาค่าประมาณของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังโดยใช้วิธีการคำนวณที่เหมาะสม

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

ตัวชี้วัด

- 1.4.1 เข้าใจสมบัติของจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวกการคูณ การเท่ากัน การไม่เท่ากัน และนำไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดสิ่งที่ต้องการวัด

ตัวชี้วัด

- 2.1.1 ใช้ความรู้อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมในการคาดคะเนระยะทางและความสูง

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

ตัวชี้วัด

2.2.1 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนิกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

ตัวชี้วัด

4.1.1 มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซตและการดำเนินการของเซต

4.1.2 เข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย

4.1.3 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เขียนแสดงความสัมพันธ์และฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟและสมการ

4.1.4 เข้าใจความหมายของลำดับและหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด

4.1.5 เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต และลำดับเรขาคณิต หาพจน์ต่าง ๆ ของลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

ตัวชี้วัด

4.2.1 เขียนแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์แสดงเซตและนำไปใช้แก้ปัญหา

4.2.2 ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล โดยแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์

4.2.3 แก่สมการ และอสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสอง

4.2.4 สร้างความสัมพันธ์หรือฟังก์ชันจากสถานการณ์หรือปัญหา และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

4.2.5 ใช้กราฟของสมการ อสมการ ฟังก์ชัน ในการแก้ปัญหา

4.2.6 เข้าใจความหมายของผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล
ตัวชี้วัด

5.1.1 เข้าใจวิธีการสำรวจความคิดเห็นอย่างง่าย

5.1.2 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและ
เปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล

5.1.3 เลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสมกับข้อมูลและวัตถุประสงค์

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์
ได้อย่างสมเหตุสมผล

ตัวชี้วัด

5.2.1 นำผลที่ได้จากการสำรวจความคิดเห็นไปใช้คาดการณ์ในสถานการณ์ที่
กำหนดให้

5.2.2 อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และนำผล
ที่ได้ไปใช้คาดการณ์ในสถานการณ์ที่กำหนดให้

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและ
แก้ปัญหา

ตัวชี้วัด

5.3.1 ใช้ข้อมูลข่าวสาร และค่าสถิติช่วยในการตัดสินใจ

5.3.2 ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร
การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์
และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

6.1.1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

6.1.2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีใน
การแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

6.1.3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

6.1.4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและ
การนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

6.1.5 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

6.1.6 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่กล่าวมา ผู้วิจัยพบว่า มาตรฐานที่เกี่ยวข้องกับ เรื่องสมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึมได้แก่ มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา ซึ่งมีตัวชี้วัดที่สอดคล้อง ดังนี้ 4.2.4 สร้างความสัมพันธ์หรือฟังก์ชันจากสถานการณ์หรือปัญหา และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา 4.2.5 ใช้กราฟของสมการ อสมการ ฟังก์ชัน ในการแก้ปัญหา และมาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งมีตัวชี้วัดที่สอดคล้อง ดังนี้ 6.1.1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา 6.1.2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม และ 6.1.4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

1.8 คำอธิบายรายวิชา ค30103 ความรู้พื้นฐานสำหรับแคลคูลัส 2

ในรายวิชาความรู้พื้นฐานสำหรับแคลคูลัส 2 มีรายละเอียดของวิชาดังนี้

รายวิชา ค30103 ความรู้พื้นฐานสำหรับแคลคูลัส 2

3 ชั่วโมง/ สัปดาห์/ ภาคเรียน

1.5 หน่วยกิต

คำอธิบายรายวิชา

ศึกษาเกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะและรากที่ n ของจำนวนจริง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม การแก้สมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม แบบจำลองคณิตศาสตร์เชิงเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม

ศึกษาเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ เส้นตรง ระยะห่างระหว่างจุดสองจุดบนระนาบ จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุดบนระนาบ ความชันของเส้นตรง เส้นขนาน เส้นตั้งฉาก ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง ภาคตัดกรวย (วงกลม พาราโบลา วงรี ไฮเพอร์โบลา)

เพื่อพัฒนาทักษะ/ กระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างมีระบบระเบียบ มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณและมีความเชื่อมั่นในตนเอง โดยจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าโดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงาน ตัวชี้วัด

เมื่อเรียนจบรายวิชานี้ นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายและหาผลลัพธ์ที่เกิดจากการบวก การลบ การคูณและการหารจำนวนจริง ที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ได้
2. หาค่าประมาณของจำนวนในรูปกรณฑ์ และจำนวนที่อยู่ในรูปเลขยกกำลัง โดยใช้วิธีคำนวณที่เหมาะสม
3. บอกรายละเอียดเกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันลอการิทึม และเขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
4. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันลอการิทึมไปใช้ในการแก้ปัญหาได้
5. นำความรู้เรื่องการเลื่อนแกนทางขนานไปใช้ในการเขียนกราฟได้

6. นำความรู้เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ไปใช้แก้ปัญหาได้
7. เขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นภาคตัดกรวยเมื่อกำหนดส่วนต่างๆ ของภาคตัดกรวยให้ และเขียนกราฟของความสัมพันธ์นั้นได้
8. หาส่วนต่างๆ ของภาคตัดกรวยได้ เมื่อกำหนดสมการของภาคตัดกรวยให้ ในการวิจัยครั้งนี้ใช้เนื้อหาในการจัดการเรียนรู้ เรื่อง สมการและอสมการ เอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม ซึ่งผู้วิจัยจะพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุตัวชี้วัดดังต่อไปนี้
4. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันลอการิทึมไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

แนวคิดแบบฮิวริสติกส์

1. ความหมายของแนวคิดแบบฮิวริสติกส์

ผู้วิจัยได้ศึกษาความหมายของแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ โดยมีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของแนวคิดแบบฮิวริสติกส์มากมาย ดังนี้

Katretchko (1971, p. 1 อ้างถึงใน ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2552) ได้กล่าวว่า แนวคิดแบบฮิวริสติกส์ หมายถึง กระบวนการที่เหมาะสมเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา โดยการหาตัวเลือกและเหตุผลที่ดีมาใช้อธิบายโจทย์แล้วจึงใช้การวิเคราะห์วิธีการเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการ

Krulik and Rudnick (1993, p. 27) ได้กล่าวว่า แนวคิดแบบฮิวริสติกส์ หมายถึง กระบวนการแก้ปัญหาทั่วไปหรือปัญหาประยุกต์ ซึ่งประกอบไปด้วย ความรู้ที่จำเป็นในการแก้ปัญหานั้น ความเข้าใจในปัญหา และตัดสินใจในการแก้ปัญหานั้น

Singapore Math (2005, p. 1) ได้ให้ความหมายของแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ว่าเป็นแนวทางหรือยุทธวิธีที่มีจุดมุ่งหมายในการเพิ่มความน่าจะเป็นที่จะแก้ปัญหาได้

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2552, หน้า 383) ได้กล่าวว่า แนวคิดแบบฮิวริสติกส์ เป็นกระบวนการที่เหมาะสม และมีเหตุผลที่ดีที่สุดในการตัดสินใจในการแก้ปัญหาเรื่องใดเรื่องหนึ่ง

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า แนวคิดแบบฮิวริสติกส์ หมายถึง กระบวนการที่นำไปสู่การแก้ปัญหา โดยมีการตัดสินใจเลือกแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

2. ขั้นตอนของแนวคิดแบบฮิวริสติกส์

เพื่อทราบถึงลักษณะของขั้นตอนของแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ ผู้วิจัยจึงศึกษาขั้นตอนของแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ โดยมีนักการศึกษาหลายท่าน ได้กล่าวถึงขั้นตอนของแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ไว้ ดังนี้

Krulik and Rudnick (1993, pp.39-53) ได้เสนอขั้นตอนของแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ ดังนี้
 ขั้นตอนที่ 1 อ่านและคิด (Read and think) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนอ่านปัญหา เชื่อมโยง
 ความรู้ และระลึกถึงสถานการณ์ที่คล้ายกัน ปัญหานั้นจะต้องมีการวิเคราะห์อย่างละเอียด จะต้อง
 ประกอบไปด้วยสถานการณ์ และคำถาม

ขั้นตอนที่ 2 สำรวจและวางแผน (Explore and plan) เป็นขั้นตอนที่จะต้องวิเคราะห์และ
 สังเคราะห์ข้อมูลที่อยู่ในปัญหา ซึ่งได้กระทำแล้วในขั้นตอนที่แล้ว ในขั้นตอนนี้ นักเรียนอ่านปัญหา
 แนวคิดที่ได้จากขั้นตอนที่แล้ว แล้ววางแผนการแก้ปัญหา อย่างไรก็ตามคำตอบที่เป็นไปได้ก็เกิด
 จากการนึกคิดเท่านั้น

ขั้นตอนที่ 3 เลือกยุทธวิธี (Select a strategies) เป็นขั้นตอนที่เป็นผลสืบเนื่องมาจาก
 ขั้นตอนที่แล้ว นักเรียนจะต้องเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งแต่ละยุทธวิธีก็มีความเหมาะสม
 แตกต่างกัน

ขั้นตอนที่ 4 หาคำตอบ (Find the answer) เมื่อนักเรียนเข้าใจปัญหาและเลือกใช้ยุทธวิธี
 แล้วนักเรียนควรประมาณค่าคำตอบอย่างคร่าว ๆ ในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะต้องปฏิบัติตามวิธีการ
 ทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

ขั้นตอนที่ 5 สะท้อนและต่อยอด (Reflect and extend) ผลลัพธ์ที่ได้ไม่ใช่คำตอบ
 เพราะคำตอบคือกระบวนการที่ได้มาซึ่งผลลัพธ์ เพราะฉะนั้นเมื่อได้กระบวนการหาคำตอบมาแล้ว
 ก็จะมีกระบวนการหาคำตอบอื่น ๆ ตามมา ขั้นตอนนี้ขึ้นอยู่กับการตัดสินใจเมื่อคำถามนั้นได้
 ผลลัพธ์แล้ว และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ถูกต้อง และสะท้อนว่าขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา
 เป็นอย่างไร และอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน

David and Zbigniew (2000, pp. 404-408 อ้างถึงใน ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2552)
 ได้นำเสนอกระบวนการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้ปัญหาไว้ 10 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขึ้นพิจารณาปัญหา เพื่อให้ได้หนทางในการแก้ปัญหา โดยพิจารณาจากข้อมูล
 ที่มีอยู่เป็นหลัก

ขั้นตอนที่ 2 ขึ้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ช่วยให้ผู้แก้ปัญหาเข้าใจปัญหาได้

ขั้นตอนที่ 3 ขึ้นหาทางเลือกในการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 4 ขึ้นพิจารณาปัญหาโดยเรียนรู้ตัวอย่างรอบคอบกับการแก้ปัญหาที่เคยพบมาแล้ว

ขั้นตอนที่ 5 ขึ้นหาหนทางทางเลือกในการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 6 ขึ้นปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ โดยไม่สนใจว่าคำตอบนั้นจะดีที่สุดเสมอไป

ขั้นตอนที่ 7 ขึ้นดำเนินการแก้ปัญหา โดยไม่สนใจสิ่งที่เกิดขึ้นระหว่างการแก้ปัญหา

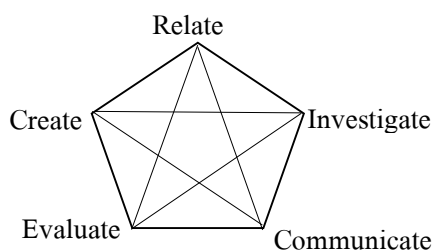
สามารถจัดการการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยไม่ยึดกรอบการคิดแบบเดิม ๆ

ขั้นตอนที่ 8 ขึ้นกำหนดค่าคงที่แทนสิ่งที่ไม่ทราบค่า ในกรณีที่มีปัญหาที่มีความซับซ้อนมากขึ้นและไม่สามารถตีความจากปัญหาในจุดนั้น ๆ ได้

ขั้นตอนที่ 9 ขึ้นเก็บรวบรวมผลลัพธ์ของการแก้ปัญหา เพื่อใช้ในการอ้างอิง

ขั้นตอนที่ 10 ทำขั้นตอนที่ 1-9 ซ้ำ แล้วสรุปออกมาเป็นรูปแบบที่ชัดเจน

Sheffield (2003, p. 15 อ้างถึงใน Sheffield, 2008) ได้เสนอขั้นตอนของแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ไว้ดังภาพ



ภาพที่ 2-1 การคิดแบบฮิวริสติกส์

จากภาพที่ 2-1 พบว่า ขั้นตอนของแนวคิดแบบฮิวริสติกส์เมื่อใช้ในการแก้ปัญหาสามารถเริ่มต้นจากขั้นตอนใดก็ได้ และดำเนินการไปข้างหน้า ซึ่งมีหนึ่งวิธีที่เป็นไปได้ ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สร้างความสัมพันธ์ (Relate) เป็นขั้นสร้างความสัมพันธ์ของปัญหากับปัญหาอื่นที่เคยแก้มาแล้ว พิจารณาว่าปัญหานั้นคล้ายกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ด้านใดที่เคยพบมาก่อน และพิจารณาว่าปัญหานั้นมีความแตกต่างกันอย่างไร

ขั้นตอนที่ 2 ตรวจสอบ (Investigate) เป็นขั้นตรวจสอบหาปัญหา คิดอย่างลึกซึ้ง และตั้งคำถาม

ขั้นตอนที่ 3 ประเมิน (Evaluate) เป็นขั้นการประเมินผลที่ได้ ว่าผลนั้นตอบคำถามนั้นไหม และคำตอบนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่

ขั้นตอนที่ 4 สื่อสาร (Communicate) เป็นขั้นสื่อสารผลลัพธ์ที่ได้ และจะสามารถสื่อสารให้ผู้อื่นรู้ในสิ่งที่ค้นพบได้อย่างไร

ขั้นตอนที่ 5 คิดสร้างสรรค์ (Create) เป็นขั้นที่คิดปัญหาใหม่ ๆ เพื่อค้นหาว่าจะศึกษาประเด็นใดเพิ่มเติมในปัญหานี้ แล้วกลับไปเริ่มที่ขั้นตอนที่ 1 สร้างความสัมพันธ์ (Relate)

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปขั้นตอนของแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ได้จากการสังเคราะห์ขั้นตอนของแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ของนักการศึกษา ดังตารางดังต่อไปนี้

ตารางที่ 2-1 การสังเคราะห์ขั้นตอนของแนวคิดแบบอิวริสติกส์

Krulik and Rudnick (1993)	David and Zbigniew (2000)	Sheffield (2003)	ผู้วิจัย
<p>ขั้นตอนที่ 1 อ่านและคิด (Read and think) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนอ่านปัญหา เชื่อมโยงความรู้ และระลึกถึงสถานการณ์ที่คล้ายกัน ปัญหานั้นจะต้องมีการวิเคราะห์อย่างละเอียด จะต้องประกอบไปด้วยสถานการณ์และคำถาม</p>	<p>ขั้นตอนที่ 1 ชั้นพิจารณาปัญหาเพื่อให้ได้หนทางในการแก้ปัญหาโดยพิจารณาจากข้อมูลที่มีอยู่เป็นหลัก</p> <p>ขั้นตอนที่ 2 ชั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ช่วยให้ผู้แก้ปัญหาเข้าใจปัญหาได้</p>	<p>ขั้นตอนที่ 1 สร้างความสัมพันธ์ (Relate) เป็นขั้นสร้างความสัมพันธ์ของปัญหากับปัญหาอื่นที่เคยแก้มาแล้ว พิจารณาว่าปัญหานั้นคล้ายกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ด้านใดที่เคยพบมาก่อนและพิจารณาว่าปัญหานั้นมีความแตกต่างกันอย่างไร</p>	<p>ขั้นตอนที่ 1 ชั้นสร้างความสัมพันธ์ เป็นขั้นทำความเข้าใจปัญหา เชื่อมโยงความรู้เก่าหรือปัญหาที่เคยแก้มาแล้ว และพิจารณาว่าปัญหานั้นคล้ายกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด ขั้นนี้จะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้</p>
<p>ขั้นตอนที่ 2 สำรวจและวางแผน (Explore and plan) ในขั้นตอนนี้ นักเรียนอ่านปัญหา แนวคิดที่ได้จากขั้นตอนที่แล้ว แล้ววางแผนการแก้ปัญหา อย่างไรก็ตามคำตอบที่เป็นไปได้ก็เกิดจากการนึกคิดเท่านั้น</p> <p>ขั้นตอนที่ 3 เลือกยุทธวิธี (Select a strategies) เป็นขั้นตอนที่เป็ผลสืบเนื่องมาจากขั้นตอนที่แล้ว นักเรียนจะต้องเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งแต่ละยุทธวิธีก็มีความเหมาะสมแตกต่างกัน</p>	<p>ขั้นตอนที่ 3 ชั้นหาทางเลือกในการแก้ปัญหา</p> <p>ขั้นตอนที่ 4 ชั้นพิจารณาปัญหา โดยการเรียนรู้รอบคอบกับวิธีการแก้ปัญหาที่เคยได้เรียนรู้มาแล้ว</p> <p>ขั้นตอนที่ 5 ชั้นหาหนทางเลือกในการแก้ปัญหา</p>	<p>ขั้นตอนที่ 2 ตรวจสอบ (Investigate) เป็นขั้นตรวจสอบหาปัญหาคิดอย่างลึกซึ้ง และตั้งคำถาม</p>	<p>ขั้นตอนที่ 2 ชั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนหาทางเลือกในการแก้ปัญหา คิดอย่างรอบคอบ และตั้งคำถาม และเลือกยุทธวิธีที่มีความเหมาะสมที่สุด</p>

ตารางที่ 2-1 (ต่อ)

Krulik and Rudnick (1993)	David and Zbigniew (2000)	Sheffield(2003)	ผู้วิจัย
<p>ขั้นตอนที่ 4 หาคำตอบ (Find the answer)</p> <p>เมื่อนักเรียนเข้าใจปัญหาและเลือกใช้ยุทธวิธีแล้ว นักเรียนควรประมาณค่าคำตอบอย่างคร่าว ๆ ในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะต้องปฏิบัติตามวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง</p>	<p>ขั้นตอนที่ 6 ชั้นปฏิบัติตามแผนที่วางไว้</p> <p>โดยไม่สนใจว่าคำตอบนั้นจะดีที่สุดในตอนไป</p> <p>ขั้นตอนที่ 7 ชั้นดำเนินการแก้ปัญหา</p> <p>โดยไม่สนใจสิ่งที่เกิดขึ้นระหว่างการแก้ปัญหา สามารถจัดการการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ</p> <p>โดยไม่ยึดกรอบการคิดแบบเดิม ๆ</p> <p>ขั้นตอนที่ 8 ชั้นกำหนดค่าคงที่แทนสิ่งที่ไม่ทราบค่า ในกรณีที่มีปัญหาที่มีความซับซ้อนมาก และไม่สามารถตีความจากปัญหาในจุดนั้น ๆ ได้</p>	<p>ขั้นตอนที่ 3 ประเมิน (Evaluate) เป็นชั้น</p> <p>การประเมินผลที่ได้ ว่าผลนั้นตอบคำถามนั้นหรือไม่ และคำตอบนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่</p>	<p>ขั้นตอนที่ 3 ชั้น</p> <p>หาคำตอบและประเมินผล ในขั้นตอนนี้ นักเรียนดำเนินการหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์ และประเมินว่าคำตอบนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่</p>
<p>ขั้นตอนที่ 5 สะท้อนและต่อขยาย (Reflect and extend) เมื่อได้กระบวนการหาคำตอบมาแล้ว ก็จะมีกระบวนการหาคำตอบอื่น ๆ ตามมา</p> <p>ขั้นตอนนี้ขึ้นอยู่กับความคิดสนใจเมื่อคำถามนั้นได้ผลลัพธ์แล้ว และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ถูกต้อง และสะท้อนว่าขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเป็นอย่างไร และอภิปรายร่วมกัน</p> <p>ในชั้นเรียน</p>	<p>ขั้นตอนที่ 9 ชั้นเก็บรวบรวมผลลัพธ์ของการแก้ปัญหา เพื่อใช้ในการอ้างอิง</p> <p>ขั้นตอนที่ 10 ทำขั้นตอนที่ 1-9 ซ้ำ แล้วสรุปออกมาเป็นรูปแบบที่ชัดเจน</p>	<p>ขั้นตอนที่ 4 สื่อสาร (Communicate)</p> <p>เป็นชั้นสื่อสารผลลัพธ์ที่ได้ และสามารถสื่อสารให้ผู้อื่นรู้ในสิ่งที่ค้นพบได้อย่างไร</p> <p>ขั้นตอนที่ 5 คิดสร้างสรรค์ (Create)</p> <p>เป็นชั้นที่คิดปัญหาใหม่ ๆ เพื่อค้นหาว่าจะศึกษาประเด็นใดเพิ่มเติมในปัญหานี้ แล้วกลับไปเริ่มที่ขั้นตอนที่ 1</p> <p>สร้างความสัมพันธ์ (Relate)</p>	<p>ขั้นตอนที่ 4 ชั้นสะท้อนและต่อขยาย เป็นขั้นที่ได้คำตอบมาแล้ว และอภิปรายวิธีการแก้ปัญหาที่ได้ในชั้นเรียนและคิดเพื่อที่จะศึกษาประเด็นเพิ่มเติมในปัญหานี้ พร้อมสรุปความรู้ที่ได้</p>

จากตารางสังเคราะห์ข้างต้นสามารถสรุปขั้นตอนของแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ได้ดังนี้
 ขั้นตอนที่ 1 ขั้นสร้างความสัมพันธ์ เป็นขั้นทำความเข้าใจปัญหา เชื่อมโยงความรู้เก่าหรือ
 ปัญหาที่เคยแก้มาแล้ว และพิจารณาว่าปัญหานั้นคล้ายกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด
 ขั้นนี้จะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนหาทางเลือกในการแก้ปัญหา
 คิดอย่างรอบคอบ และตั้งคำถาม และเลือกยุทธวิธีที่มีความเหมาะสมที่สุด

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นหาคำตอบและประเมินผล ในขั้นตอนนี้ นักเรียนดำเนินการหาคำตอบ
 ตามวิธีการทางคณิตศาสตร์ และประเมินว่าคำตอบนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นสะท้อนและต่อยอด เป็นขั้นที่ได้คำตอบมาแล้ว และอภิปรายวิธีการ
 แก้ปัญหาที่ได้ในชั้นเรียน และคิดเพื่อที่จะศึกษาประเด็นเพิ่มเติมในปัญหานี้ พร้อมสรุปความรู้ที่ได้

3. ประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์มีประโยชน์ในการพัฒนา
 การสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีนักการศึกษาได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดกิจกรรม
 การเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ ดังนี้

Garnett (1984, pp. 102-103) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
 ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ ว่า ฮิวริสติกส์ช่วยพัฒนาการสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และช่วยให้
 ผู้เรียนสามารถแยกแยะสิ่งต่าง ๆ พร้อมทั้งช่วยให้ผู้เรียนสามารถแสดงโครงสร้างการแก้ปัญหาได้
 ทำให้ผู้เรียนมีการคิดที่เป็นระบบมากขึ้น

Singapore Math (2005, p. 1) ได้เสนอประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตาม
 แนวคิดแบบฮิวริสติกส์ว่า วิธีการนี้จะช่วยให้นักเรียน เข้าใจปัญหา, ทำงานที่ยากให้ง่ายขึ้นได้,
 ระบุสาเหตุและคำตอบที่เป็นไปได้และได้คิดเกี่ยวกับเหตุผล

Linda (2008, p. 373) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด
 แบบฮิวริสติกส์ว่า เป็นวิธีการสอนแบบหนึ่งที่ครูสามารถนำมาใช้เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิด
 อย่างสร้างสรรค์ และการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวน

ยุพิน พิพิธกุล (2523, หน้า 99) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
 ตามแนวคิดฮิวริสติกส์ว่า ทำให้นักเรียนได้เข้าใจกระบวนการแก้ปัญหา โดยเฉพาะอย่างยิ่งการใช้
 กระบวนการทางด้านความคิด ให้นักเรียนได้พิจารณาการคิด ซึ่งเป็นส่วนประกอบที่สำคัญที่สุด
 ของวิธีนี้

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2552, หน้า 384) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ ดังนี้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ มีความสำคัญทำให้นักเรียนเข้าใจในการเรียนรู้ตามหลักคณิตศาสตร์ ช่วยในการแก้ปัญหาได้ เนื่องจากนักเรียนสามารถคิดค้นทางเลือกใหม่ ๆ ในการแก้ปัญหาทำให้สามารถที่จะแก้ปัญหาได้อย่างมีระบบ นอกจากนี้แนวคิดแบบฮิวริสติกส์ยังส่งผลให้นักเรียนขยายกรอบความคิดของตนเองให้กว้างขึ้น และสามารถควบคุมความคิดของตนเองเพื่อให้เข้าใจและเกิดองค์ความรู้ใหม่

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์จะช่วยให้นักเรียนแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง โดยการคิดหาทางเลือกต่าง ๆ และจะช่วยพัฒนาการให้เหตุผล การแก้ปัญหา การคิดอย่างสร้างสรรค์ โดยให้นักเรียนได้คิด เกี่ยวกับกระบวนการคิด อีกทั้งยังช่วยให้นักเรียนสื่อสารความคิดของตนเองออกมาโดยการแสดง โครงสร้างการแก้ปัญหาได้

เทคนิค Think Talk Write

เทคนิค Think Talk Write เป็นเทคนิคที่ส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทางการพูดและการเขียน โดยเทคนิคนี้มีพื้นฐานมาจากความเข้าใจในสิ่งที่เรียนพัฒนาโดย Huinker and Laughlin (1996, p. 88) ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. ความหมายของเทคนิค Think Talk Write

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของ เทคนิค Think Talk Write ไว้ดังนี้

Huinker and Laughlin (1996, p. 88) ได้กล่าวว่าเทคนิค Think talk write คือ เทคนิคที่ให้นักเรียนได้สื่อสารความคิดของตนเองออกมาทางการพูด หลังจากที่ได้คิด และก่อนที่จะเขียน

Dila (2012) ได้ให้ความหมายของ เทคนิค Think Talk Write คือ เทคนิคที่ส่งเสริมภาษาทางการพูดและการเขียนอย่างคล่องแคล่ว เทคนิคนี้อยู่บนพื้นฐานของการเข้าใจในการเรียนและเป็นพฤติกรรมที่ส่งเสริมทางการสื่อสาร ที่ส่งเสริมให้นักเรียน คิด พูด แล้วสามารถเขียนออกมาได้

Maulida (2013) ได้ให้ความหมายของเทคนิค Think Talk Write ว่าเป็นเทคนิคที่ส่งเสริมการฝึกฝนทางการพูดและการเขียน พัฒนาโดย Huinker โดยมีพื้นฐานมาจากความเข้าใจจากสิ่งที่เรียนและพฤติกรรมทางสังคม

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า เทคนิค Think Talk Write เป็นเทคนิคที่ส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารผ่านทางช่องทางการพูดและการเขียน โดยแนวความคิดนี้มีพื้นฐานมาจากการเข้าใจทางการเรียน ที่ทำให้ผู้เรียน คิด พูด และเขียนได้

2. องค์ประกอบของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think Talk Write

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think Talk Write จะต้องทราบถึงองค์ประกอบของเทคนิค Think Talk Write ซึ่งมีนักการศึกษาได้กล่าวถึงองค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think Talk Write ดังนี้

Huinker and Laughlin (1996, pp. 81-88) กล่าวว่า เทคนิค Think Talk Write จะช่วยสร้างปัญญา สะท้อนกลับ และจัดระเบียบความรู้ แล้วทดสอบความคิดต่าง ๆ นั้น ก่อนที่นักเรียนจะเขียน เทคนิค Think Talk Write เกิดจากการที่นักเรียนคิดและเรียบเรียงโดยตัวของนักเรียนเอง หลังจากขั้นตอนการอ่าน แล้วพูดและแบ่งปันความคิด(การแบ่งปัน) ของตนเองกับเพื่อนก่อนที่จะเขียน ซึ่งการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think Talk Write ควรแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละประมาณ 3-5 คนที่ละความสามารถ โดยในกลุ่มของนักเรียนนี้จะถูกถามเพื่อกระตุ้นให้อ่าน แล้วก็จดบันทึก อธิบาย ฟัง และ แบ่งปันความคิดกับเพื่อน แล้วนำเสนอออกมาผ่านทาง การเขียน ซึ่งมีองค์ประกอบดังนี้

1. การคิด นักเรียนแต่ละคนคิดถึงคำตอบที่เป็นไปได้ แล้วจดบันทึกสิ่งที่อ่านซึ่งจะเขียนในรูปแบบและภาษาของตนเอง การจดบันทึกจะสามารถพัฒนาทักษะการคิดและการเขียนของนักเรียน กิจกรรมในขั้นนี้จะช่วยให้นักเรียนระบุปัญหาและสร้างแผนการหาคำตอบ และสิ่งที่ต้องทำ

2. การพูด เป็นการสื่อสารโดยใช้คำและภาษาที่พวกเขาเข้าใจกัน ขั้นตอนการพูดนี้สื่อสารเกี่ยวกับความคิดเห็น ความคิด การอภิปรายในกลุ่มที่มีนักเรียน 3-5 คน จะช่วยพัฒนาความเข้าใจของนักเรียน กิจกรรมในขั้นนี้จะสามารถช่วยแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพราะนักเรียนได้มีโอกาสในการอภิปราย เพื่อได้ซึ่งมาด้วยคำตอบของปัญหา

3. การเขียน เป็นการแสดงผลที่ได้จากการอภิปราย หรือ เขียนผลลงในใบกิจกรรม (ใบกิจกรรมของนักเรียน) การเขียนจะช่วยให้นักเรียนสร้างข้อสรุป ครุมีหน้าที่ตรวจสอบวิธีการแก้ปัญหาและการสรุปคำตอบ

Silver and Smith (1996, p. 21 อ้างถึงใน Dila, 2012) ได้กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think Talk Write มีองค์ประกอบที่สำคัญ ดังนี้

1. ให้นักเรียนอ่านข้อความ (หนังสือ) และคิดหาสิ่งที่ได้ (การคิด) แล้วจดบันทึกอย่างย่อ เพื่อเป็นหัวข้อในการอภิปรายต่อไป

2. นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์และร่วมมือกับเพื่อนในกลุ่ม เพื่ออภิปรายเกี่ยวกับเนื้อหาที่จดบันทึกไว้ (การพูด) กิจกรรมในขั้นนี้ นักเรียนจะใช้ภาษาและคำพูดของพวกเขาเอง เพื่อถ่ายทอดความคิดทางคณิตศาสตร์ในการสนทนา ความเข้าใจเกิดจากการปฏิสัมพันธ์กัน

ในบทสนทนา การสนทนาี้คาดว่าจะทำให้นักเรียนได้มาซึ่งคำตอบจากคำถามที่กำหนดให้

3. นักเรียนจะสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง และได้สื่อสารทางคณิตศาสตร์ผ่าน

การเขียน (การเขียน)

เมื่อกิจกรรมจบลงสิ่งที่ได้คือ ได้เห็นการสะท้อนความคิด และข้อสรุปของนักเรียน ในสิ่งที่เขาได้เรียนรู้ ที่สำคัญคือการเลือกให้นักเรียนหนึ่งคนหรือมากกว่านั้นออกมาเสนอ เกี่ยวกับการได้มาซึ่งคำตอบ ในขณะที่ นักเรียนกลุ่มอื่นตั้งคำถามให้นักเรียนคนนั้นตอบ

Dila (2012) ได้กล่าวว่า เทคนิค Think Talk Write ใช้ในการพัฒนาด้านการเขียน และฝึกฝนทักษะการพูดก่อนการเขียน ทำให้นักเรียนได้คิด และจัดการกับการคิดของตนเองก่อน การเขียน เทคนิคนี้ยังช่วยให้นักเรียนจับกลุ่มกันและพัฒนาโครงสร้างทางการคิดผ่านการสนทนา อีกด้วย โดยมีองค์ประกอบที่สำคัญ ดังนี้

การคิด เป็นส่วนที่นักเรียนได้ฝึกคิด โดยการอ่านในรูปแบบของคำถาม (ถ้าเริ่มต้น การสอนด้วยการตั้งคำถาม) ในส่วนนี้นักเรียนแต่ละคนจะคิดหาคำตอบที่เป็นไปได้ (ขั้นการแก้ปัญหา) และจดบันทึกเกี่ยวกับความรู้ที่ได้จากการอ่าน และสิ่งที่ไม่เข้าใจเกี่ยวกับ โจทย์ปัญหา

การพูด (พูดหรือแลกเปลี่ยนความคิดกัน) เป็นส่วนที่ให้นักเรียนได้มีโอกาสตรวจสอบหา ความจริง นักเรียนจะสะท้อนความคิด และตกลงกัน แบ่งปันความคิด ในกลุ่มที่แลกเปลี่ยนกัน การสื่อสารที่ดีของนักเรียนจะทำให้นักเรียนเห็นขั้นตอน ทั้งในการแลกเปลี่ยนความคิดกับคนอื่น และได้เปิดเผยความคิดของตนเองให้ผู้อื่นได้ด้วย

การเขียนความคิดที่ตนเองได้มา โดยสิ่งที่นักเรียนเขียนจะประกอบไปด้วยเบื้องหลังของ การได้มาซึ่งมโนทัศน์ที่ใช้ การเชื่อมโยงกับความรู้อื่นๆที่ผ่านมา ยุทธวิธีการแก้ปัญหา และคำตอบที่ได้

จากที่กล่าวมาข้างต้น พบว่า เทคนิค Think Talk Write มีส่วนที่สำคัญทั้งหมดสามส่วนด้วยกัน โดยประกอบไปด้วย การคิด การพูด และการเขียน โดยแต่ละส่วนมีรายละเอียดดังนี้

1. การคิด (Think) เป็นการคิดเกี่ยวกับปัญหา และคิดเกี่ยวกับคำตอบที่เป็นไปได้ และเขียนบันทึกความรู้

2. การพูด (Talk) เป็นการสื่อสาร โดยใช้การพูดกับเพื่อนในชั้นเรียน หรือในกลุ่ม เพื่อถ่ายทอดสิ่งที่เขาคิดออกมาให้เพื่อนได้รับรู้ และอภิปรายกันเกี่ยวกับความคิดนั้น แล้วช่วยกัน ค้นหาข้อสรุปที่เป็นไปได้

3. การเขียน (Write) เป็นการเขียนสรุป ผลที่ได้จากการอภิปราย ยุทธวิธีการแก้ปัญหา ผลที่ได้รับ และคำตอบ

3. บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think Talk Write

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think Talk Write ผู้วิจัยได้ศึกษาบทบาทของครูในการใช้เทคนิคดังกล่าว เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยมีนักการศึกษาได้กล่าวถึงบทบาทของครูและยกตัวอย่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think Talk Write ดังนี้

Silver and Smith (1996, p. 21 อ้างถึงใน Dila, 2012) ได้กล่าวว่า บทบาทและความรับผิดชอบของครูที่จะทำให้เทคนิค Think Talk Write มีประสิทธิภาพมากขึ้น คือการถามและการจัดเตรียมสถานการณ์ที่ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นที่จะคิด ส่งเสริมและตั้งใจรับฟังความคิดของนักเรียนทางด้านการพูด และการเขียน เพื่อพิจารณาและจัดเตรียมข้อมูลเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนได้ค้นพบในการสนทนา, ดูแล, ประเมิน และส่งเสริมให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นการจัดเตรียมสถานการณ์ที่ตื้นจะสามารรถกระตุ้นให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการค้นหาคำตอบแตกต่างกันออกไป หรือ คำถามปลายเปิดได้เป็นอย่างดี

Huinker and Laughlin (1996, pp. 81-88) ได้ยกตัวอย่างกิจกรรมการสอนของครูโดยใช้เทคนิค Think Talk Write ซึ่งสามารถสรุปบทบาทของครูได้ คือ ครูจัดสถานการณ์ให้นักเรียนฝึกการคิดด้วยตนเอง ในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง และจัดให้นักเรียนแต่ละคนมีโอกาสในการอภิปราย พร้อมทั้งชี้แนะให้นักเรียนจดบันทึกตามความรู้ของตนเอง โดยครูอาจใช้คำถามตามตัวอย่างต่อไปนี้

1. คำถามที่กระตุ้นให้คิดเกี่ยวกับความคิดรวบยอด

1.1 การหารคืออะไร ให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับความหมายของการหารในเวลา 30 วินาที โดยห้ามพูดคุย แต่คิด แล้วครูจะบอกเมื่อเวลาหมดแล้ว (นักเรียนจะมีความกระตือรือร้นในการคิด และสะท้อนบทสนทนากับตนเอง)

1.2 ให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ และเส้นรอบรูปของรูปวงกลม ที่นักเรียนได้สังเกตและห้ามพูดในเวลา 30 วินาที ครูจะให้สัญญาณเมื่อเวลาหมด (นักเรียนสะท้อนต่อกิจกรรมโดยการเงิบและอภิปรายประสบการณ์ที่ได้)

2. คำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนสังเคราะห์ความรู้เป็นของตนเอง

2.1 นักเรียนลองคิดเกี่ยวกับสิ่งที่เพื่อนๆ แต่ละคนในกลุ่มพูด การใช้คำ และรูปภาพในการอธิบาย ความหมายของการหาร แล้วเขียนบันทึกเป็นความรู้ของตนเองได้อย่างไร

2.2 นักเรียนจะเขียน อธิบายเกี่ยวกับความสัมพันธ์ที่นักเรียนนั้นสังเกตได้ระหว่างพื้นที่ของวงกลมกับเส้นรอบวง ได้อย่างไร

Maulida (2013, p. 53) ได้กล่าวถึง บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think Talk Write สรุปได้ว่า ครูเป็นผู้จัดสถานการณ์ (ให้ภาพหรือบทความเกี่ยวกับเรื่องที่จะสอนกับนักเรียน) ให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ โดยครูเป็นผู้ชี้แนะให้นักเรียนคิด และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อภิปรายกันในกลุ่ม หรือในห้องเรียน

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปบทบาทของครูในเทคนิค Think Talk Write ได้ว่า ครูเป็นผู้จัดสถานการณ์ให้นักเรียนได้คิด และชี้แนะแนวทางให้นักเรียนได้พัฒนาการคิด พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อภิปรายความรู้ที่ได้พร้อมทั้งสรุปเป็นองค์ความรู้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค

Think Talk Write

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write หมายถึง กระบวนการที่นำไปสู่การแก้ปัญหา โดยมีการตัดสินใจเลือกแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านช่องทางการพูดและการเขียน โดยผู้วิจัยได้สรุปการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์และเทคนิค Think Talk Write ไว้ ดังต่อไปนี้

แนวคิดแบบฮิวริสติกส์ หมายถึง กระบวนการที่นำไปสู่การแก้ปัญหา โดยมีการตัดสินใจเลือกแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ซึ่งมีขั้นตอนที่ได้จากการสังเคราะห์ในหัวข้อ 2 (หน้า 24-29) ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นสร้างความสัมพันธ์ เป็นขั้นทำความเข้าใจปัญหา เชื่อมโยงความรู้เก่าหรือปัญหาที่เคยแก้มาแล้ว และพิจารณาว่าปัญหานั้นคล้ายกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด ขั้นนี้จะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนหาทางเลือกในการแก้ปัญหาคิดอย่างรอบคอบ และตั้งคำถาม และเลือกยุทธวิธีที่มีความเหมาะสมที่สุด

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นหาคำตอบและประเมินผล ในขั้นตอนนี้ นักเรียนดำเนินการหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์ และประเมินว่าคำตอบนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นสะท้อนและต่อยอด เป็นขั้นที่ได้คำตอบมาแล้วและอภิปรายวิธีการแก้ปัญหาที่ได้ในชั้นเรียน และคิดเพื่อที่จะศึกษาประเด็นเพิ่มเติมในปัญหานี้ พร้อมสรุปความรู้ที่ได้

เทคนิค Think Talk Write หมายถึง เทคนิคที่ส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารผ่านทางช่องทางการพูดและการเขียน โดยแนวความคิดนี้มีพื้นฐานมาจากการเข้าใจทางการเรียนที่ทำให้ผู้เรียน คิด พูด และเขียนได้ มีองค์ประกอบที่สำคัญ 3 ส่วนที่ได้จากการสรุปในหัวข้อที่ 2 (หน้า 31-33) ดังนี้

1. การคิด (Think) เป็นการคิดเกี่ยวกับปัญหา และคิดเกี่ยวกับคำตอบที่เป็นไปได้และเขียนบันทึกความรู้

2. การพูด (Talk) เป็นการสื่อสาร โดยใช้การพูดกับเพื่อนในชั้นเรียน หรือในกลุ่ม เพื่อถ่ายทอดสิ่งที่เขาคิดออกมาให้เพื่อนได้รับรู้ และอภิปรายกันเกี่ยวกับความคิดนั้น แล้วช่วยกันค้นหาข้อสรุปที่เป็นไปได้

3. การเขียน (Write) เป็นการเขียนสรุป ผลที่ได้จากการอภิปราย ยุทธวิธีการแก้ปัญหา ผลที่ได้รับ และคำตอบ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write จากขั้นตอนของแนวคิดแบบฮิวริสติกส์และองค์ประกอบของเทคนิค Think Talk Write ดังภาพที่ 2-2

<p>เทคนิค Think Talk Write (Huinker and Laughlin, 1996; Silver and Smith, 1996; Dila, 2012)</p>	<p>การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบอิวริสติกส์ร่วมกับ เทคนิค Think Talk Write</p>	<p>ขั้นตอนของแนวคิดแบบอิวริสติกส์ (David and Zbigniew, 2000, pp. 404-408 อ้างถึงใน ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2552; Krulik and Rudnick, 1993 ;Sheffield, 2003 อ้างถึงใน Sheffield, 2008)</p>
<p>1. การคิด (Think) เป็นการคิดเกี่ยวกับปัญหา และคิดเกี่ยวกับคำตอบที่เป็นไปได้ และเขียนบันทึกความรู้</p>	<p>ขั้นตอนที่ 1 ขั้นสร้างความสัมพันธ์ เป็นขั้นคิด (Think)ทำความเข้าใจปัญหา เชื่อมโยงความรู้เก่าหรือปัญหาที่เคยแก้มาแล้ว และพิจารณาว่าปัญหานั้นใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด โดยนักเรียนพูดคุยกันในกลุ่ม (Talk) และเขียนบันทึกความรู้ (Write) เกี่ยวกับปัญหา</p>	<p>ขั้นตอนที่ 1 ขั้นสร้างความสัมพันธ์ เป็นขั้นทำความเข้าใจปัญหา เชื่อมโยงความรู้เก่าหรือปัญหาที่เคยแก้มาแล้ว และพิจารณาว่าปัญหานั้นคล้ายกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด ขั้นนี้จะช่วยให้ผู้แก้ปัญหาเข้าใจปัญหาได้</p>
<p>2. การพูด (Talk) เป็นการสื่อสารโดยใช้การพูดกับเพื่อนในชั้นเรียนหรือในกลุ่ม เพื่อถ่ายทอดสิ่งที่เขาคิดออกมาให้เพื่อนได้รับรู้ และอภิปรายกันเกี่ยวกับความคิดนั้นแล้วช่วยกันค้นหาข้อสรุป</p>	<p>ขั้นตอนที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนคิด (Think) หาทางเลือกในการแก้ปัญหาย่างรอบคอบ ตั้งคำถาม และเลือกยุทธวิธีที่มีความเหมาะสมที่สุดในขั้นตอนนี้ นักเรียนพูดคุยกันในกลุ่ม (Talk) เกี่ยวกับปัญหา และเขียน (Write) เกี่ยวกับแผนการแก้ปัญหา</p>	<p>ขั้นตอนที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนหาทางเลือกในการแก้ปัญหาคิดอย่างรอบคอบ และตั้งคำถาม และเลือกยุทธวิธีที่มีความเหมาะสมที่สุด</p>
<p>3. การเขียน (Write) เป็นการเขียนสรุปผลที่ได้จากการอภิปราย ยุทธวิธีการแก้ปัญหา ผลที่ได้รับและคำตอบ</p>	<p>ขั้นตอนที่ 3 ขั้นหาคำตอบและประเมินผล ในขั้นตอนนี้ นักเรียนดำเนินการหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนคิด (Think) แก้ปัญหา โดยดำเนินการตามแผน พูดคุยกันในกลุ่ม (Talk) เกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหานั้นและประเมินว่าคำตอบนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่ และเขียน (Write) ขั้นตอนการแก้ปัญหาคตามวิธีการทางคณิตศาสตร์</p>	<p>ขั้นตอนที่ 3 ขั้นหาคำตอบและประเมินผล ในขั้นตอนนี้ นักเรียนดำเนินการหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์ และประเมินว่าคำตอบนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่</p>
	<p>ขั้นตอนที่ 4 ขั้นสะท้อนและต่อยอด เป็นขั้นที่ได้คำตอบมาแล้ว และอภิปราย (Talk) วิธีการแก้ปัญหาที่ได้ จากนั้นคิด (Think) ปัญหาใหม่ ๆ เพื่อศึกษาประเด็นเพิ่มเติมในปัญหานี้ ในขั้นตอนนี้ นักเรียนจดบันทึก (Write) ความรู้ที่ได้จากการอภิปรายนั้น</p>	<p>ขั้นตอนที่ 4 ขั้นสะท้อนและต่อยอด เป็นขั้นที่ได้คำตอบมาแล้ว และอภิปรายวิธีการแก้ปัญหาที่ได้ในชั้นเรียน และคิดเพื่อที่จะศึกษาประเด็นเพิ่มเติมในปัญหานี้ พร้อมสรุปความรู้</p>

ภาพที่ 2-2 การสังเคราะห์การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบอิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write

จากภาพที่ 2-2 จะได้ ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นสร้างความสัมพันธ์ เป็นขั้นคิด (Think) ทำความเข้าใจปัญหา เชื่อมโยงความรู้เก่าหรือปัญหาที่เคยแก้มาแล้ว และพิจารณาว่าปัญหานั้นใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด โดยนักเรียนพูดคุยกันในกลุ่ม (Talk) และเขียนบันทึกความรู้ (Write) เกี่ยวกับปัญหา

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนคิด (Think) หาทางเลือก ในการแก้ปัญหาอย่างรอบคอบ ตั้งคำถาม และเลือกยุทธวิธีที่มีความเหมาะสมที่สุด ในขั้นตอนนี้ นักเรียนพูดคุยกันในกลุ่ม (Talk) เกี่ยวกับปัญหา และเขียน (Write) เกี่ยวกับแผนการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นหาคำตอบและประเมินผล ในขั้นตอนนี้ นักเรียนดำเนินการหาคำตอบ ตามวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนคิด (Think) แก้ปัญหาโดยดำเนินการตามแผน พูดคุยกันในกลุ่ม (Talk) เกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหานั้นและประเมินว่าคำตอบนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่ และเขียน (Write) ขั้นตอนการแก้ปัญหตามวิธีการทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นสะท้อนและต่อยอด เป็นขั้นที่ได้คำตอบมาแล้ว และอภิปราย (Talk) วิธีการแก้ปัญหาที่ได้ จากขั้นคิด (Think) ปัญหาใหม่ ๆ เพื่อศึกษาประเด็นเพิ่มเติมในปัญหานี้ ในขั้นตอนนี้ นักเรียนจดบันทึก (Write) ความรู้ที่ได้จากการอภิปรายนั้น

ความสามารถในการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ โดยได้มีนักการศึกษากล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้มากมาย ดังนี้

Kruikshank and Sheffield (1992, p. 37 อ้างถึงใน ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2556, หน้า 9) กล่าวว่า ปัญหา หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่ทำให้เกิดความงุนงง ปัญหานั้นจะเป็นคำถามหรือสถานการณ์ซึ่งไม่สามารถหาคำตอบได้ทันทีทันใด หรือไม่สามรถทราบวิธีหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะมีเนื้อหาสาระเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ แต่ไม่ได้หมายความว่า จะเกี่ยวข้องกับจำนวนเท่านั้น ปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหาเป็นปัญหาเกี่ยวกับสมบัติทางกายภาพ หรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์โดยไม่เกี่ยวข้องกับจำนวน

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ (2542, หน้า 103) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นสถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งต้องการหาคำตอบ คำตอบที่ได้จะเกี่ยวข้องกับปริมาณด้วย

สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 10) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์คือปัญหาที่จะพบในการเรียนคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาลักษณะต่าง ๆ จะต้องใช้ความสามารถในวิธีการแก้ปัญห และความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมา

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2555, หน้า 109) ได้ให้ความหมายของ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้ขั้นตอนหรือวิธีการที่จะได้คำตอบนั้นทันที

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 7) ได้เสนอความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ว่าหมายถึงสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

อุษาวดี จันทรสนธิ (2556, หน้า 7) ได้สรุปความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล
2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะ ความรู้ และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้
3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหา และเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับบุคคลอีกคนหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่ต้องการหาคำตอบ ซึ่งอาจจะไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ผู้เผชิญกับปัญหาจะต้องใช้ขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้แก้ปัญห เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา

2. ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาความหมายของความสามารถในการปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ โดยได้มีนักการศึกษากล่าวถึงความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

เวชฤทธิ์ อังคะภัทรขจร (2555, หน้า 109) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าหมายถึง กระบวนการในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/ กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ ในการแก้ปัญหา และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหานั้น ๆ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 77) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นความสามารถในการประยุกต์ความรู้ ขั้นตอน หรือ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ กลวิธีและยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์มักเป็นปัญหาที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน และใช้ต้องใช้การคิดที่หลากหลาย เช่น คิดวิเคราะห์ คิดเชื่อมโยง คิดเชิงตรรกะ เพื่อหาแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด

ศศิธร แม้นสงวน (2556 หน้า 167) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ว่า หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/ กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีการแก้ปัญหาและประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/ กระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

3. ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญอย่างยิ่งในการเรียนการสอน เพราะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยพัฒนาให้ผู้เรียนพัฒนาความคิด ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้มากมาย ดังนี้

กรมวิชาการ (2540, หน้า 1) ได้เสนอความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ การแก้ปัญหาเป็นหัวใจของคณิตศาสตร์ มีความสำคัญและเหมาะที่จะใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เพราะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ และเป็นเครื่องมือช่วยให้ประยุกต์ศักยภาพเหล่านั้นไปสู่สถานการณ์ใหม่ การแก้ปัญหาช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ ความคิดรวบยอด และหลักการต่าง ๆ โดยแสดงการประยุกต์ใช้ในคณิตศาสตร์เอง และที่สัมพันธ์กับสาขาอื่น ๆ นอกจากนี้การแก้ปัญหาก็เป็นการเตรียมการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ที่จะนำไปสู่แนวคิดใหม่ เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ และการสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ความสำเร็จในการแก้ปัญหาก็จะทำให้เกิด

การพัฒนาคุณลักษณะของนักเรียนที่ต้องการ เช่น ความใฝ่รู้ ความอยากรู้อยากเห็น
ความเป็นคนช่างคิดช่างสังเกต ฯลฯ

ฉวีวรรณ เสวตมาลย์ (2544, หน้า 8-9) กล่าวว่า การแก้ปัญหาที่มีความสำคัญเป็นพิเศษใน
การเรียนคณิตศาสตร์ เป้าหมายเบื้องต้นของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ก็คือ การพัฒนา
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนอย่างหลากหลายในวงกว้าง สิ่งที่เป็น
ปัญหาของคนหนึ่งอาจไม่เป็นปัญหาของคนหนึ่ง แต่ขอให้ปัญหานั้นมีความท้าทาย ความอยากรู้อยากเห็น
และนำไปสู่การคิดค้น ซึ่งแต่ละคนอาจมีวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ กัน และท้ายที่สุด
จะได้รับประสบการณ์และความพึงพอใจในการแก้ปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 13-17) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการแก้ปัญหา
ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน คณิตศาสตร์มีความสำคัญมากในการพัฒนาคุณภาพ
บุคคล เนื่องจากวิชานี้ได้ฝึกทักษะการคิดอย่างมีเหตุผล การคิดสร้างสรรค์ ที่เป็นพื้นฐานจำเป็น
สำหรับการดำรงชีวิตและการเตรียมตัวของนักเรียน เพื่อการเป็นสมาชิกที่ดีของสังคม ส่งเสริมให้
นักเรียนได้รู้จักพัฒนาตนเอง รู้จักการแก้ปัญหาและสามารถตัดสินใจในการเลือกอาชีพตามถนัด
ความสนใจ และความสามารถของตนเอง

2. การเสริมสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ถ้านักเรียนเรียนคณิตศาสตร์
ด้วยความเข้าใจ สนุกสนาน นักเรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เรียนได้ และสามารถ
นำความรู้ที่เรียนนั้นไปใช้ได้ในชีวิตประจำวัน นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์
ซึ่งเป็นเรื่องสำคัญในการเรียนรู้อย่างมาก

3. การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา ถ้านักเรียนฝึกฝน
การแก้ปัญหายุ่งยากสม่ำเสมอ จะทำให้นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

วรภรณ์ มีหนัก (2545, หน้า 60) ได้ให้ความสำคัญของการแก้ปัญหามathematics ว่าการแก้ปัญหาคือหัวใจของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพราะในการแก้ปัญหา นักเรียนต้องใช้
ความคิดรวบยอด ทักษะการคำนวณ หลักการ กฎ หรือสูตร แต่ผู้เรียนส่วนใหญ่มีปัญหาในเรื่องของ
ทักษะการอ่านทำความเข้าใจ โจทย์และการวิเคราะห์โจทย์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 78) ได้เสนอ
ความสำคัญของการแก้ปัญหามathematics ดังนี้ การแก้ปัญหาคือกระบวนการที่จะทำให้ผู้เรียน
มีทักษะในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้จริง ผู้สอนจึงควรส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้
ได้ฝึกฝน และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหอย่างต่อเนื่อง การเรียนรู้จากการแก้ปัญหามathematics
ทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางในการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นและ

มีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาอื่น ๆ ในชีวิตประจำวัน ได้ตลอดชีวิต

เวชฤทธิ์ อังณะภัทรขจร (2554, หน้า 15) ได้ให้ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการเตรียมการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ เป็นการกระตุ้นการเรียนรู้และการสร้างสรรค์แก่นักเรียน ช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ และช่วยให้นักเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนทัศน์ และหลักการต่าง ๆ รวมทั้งสามารถประยุกต์ใช้ได้

อุษาวดี จันทรสนธิ (2556, หน้า 5-6) ได้ให้ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การแก้ปัญหาเป็นความสามารถขั้นพื้นฐานของมนุษย์ ในชีวิตประจำวันเรานั้น ต้องพบกับปัญหาและอุปสรรคมากมาย ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีทำให้สภาพแวดล้อมและสังคมเปลี่ยนแปลงไป มนุษย์ต้องใช้ความสามารถในการคิดแก้ปัญหา อยู่ตลอดเวลาเพื่อให้สามารถปรับตัวอยู่ในสังคมได้ การที่บุคคลมีชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุขนั้นจำเป็นต้องมีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาอย่างชาญฉลาด รวดเร็ว ทันเหตุการณ์ และมีประสิทธิภาพ ซึ่งถือได้ว่าเป็นความสามารถขั้นพื้นฐานของมนุษย์
2. การแก้ปัญหาทำให้เกิดการค้นพบความรู้ใหม่ จากการศึกษาประวัติศาสตร์และคณิตศาสตร์ศึกษา จะพบว่าความคิดแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์นั้นก่อให้เกิดการค้นพบสาระความรู้ใหม่ๆ ทำให้คณิตศาสตร์มีการพัฒนา เช่น ความพยายามของนักคณิตศาสตร์หลายท่านในการพิสูจน์สังพจน์การขนานในเรขาคณิตยูคลิด มีอิทธิพลต่อการพัฒนาเรขาคณิตแขนงใหม่ ๆ มาก เช่น เรขาคณิตนอกระบบยูคลิด
3. การแก้ปัญหา เป็นความสามารถที่ต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน เมื่อพิจารณาจุดประสงค์ของหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษาตอนต้น มัธยมศึกษาตอนปลาย ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2551 ความสอดคล้องกันประการหนึ่งของจุดประสงค์ คือ การมุ่งให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุมีผล สามารถแสดงความคิดออกมาอย่างชัดเจน มีระเบียบ และรัดกุม นอกจากนี้ในทุกระดับชั้นยังมุ่งให้นักเรียนสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน และการศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น ซึ่งความลึกซึ้งของจุดประสงค์ดังกล่าวนี้ จะแตกต่างกันไปในแต่ละระดับชั้นเพื่อเป็นการตอบสนองจุดประสงค์ดังกล่าว ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์จึงได้มีการสอดแทรกกิจกรรมการแก้ปัญหาไว้ในคาบเวลาเรียนปกติ และในกิจกรรมเสริมหลักสูตรกิจกรรมต่าง ๆ เช่น มุมคณิตศาสตร์ การจัดปายนิเทศ การจัดนิทรรศการ กิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมา สามารถสรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญอย่างยิ่ง เพราะการแก้ปัญหาเป็นหัวใจหลักของคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนพัฒนา ศักยภาพในการวิเคราะห์ การแก้ปัญหาช่วยให้นักเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ ความคิดรวบยอดและ หลักการต่าง ๆ รวมทั้งสามารถประยุกต์ใช้ได้ อีกทั้ง การแก้ปัญหายังเป็นทักษะพื้นฐานของมนุษย์ ที่ต้องใช้ความสามารถในการแก้ปัญหา เพื่อสามารถปรับตัวอยู่ในสังคมได้ เพราะในชีวิตประจำวัน มนุษย์จะต้องพบปัญหาและอุปสรรคมากมาย

4. กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษากระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างเป็นระบบ โดยได้มีสถาบันการศึกษาและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหา ดังนี้

กระบวนการแก้ปัญหของ Polya (1985 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 41) ได้นำเสนอกระบวนการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจอย่างถ่องแท้ มีการวางแผน และดำเนินการแก้ปัญหอย่างเป็นระบบและมีประสิทธิภาพทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้องหรือผลเฉลย ที่เป็นเหตุเป็นผลจากการแก้ปัญหา ขั้นตอนของกระบวนการดังกล่าวมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem)

ขั้นนี้ เป็นขั้นการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา โดยหาว่าสิ่งที่ต้องการทราบคืออะไร ข้อมูลมีอะไรบ้าง เงื่อนไขคืออะไร จะแก้ปัญหตามเงื่อนไขได้หรือไม่ เงื่อนไขที่ให้มาเพียงพอที่จะหาสิ่งที่ต้องการหรือไม่ ในขั้นนี้การวาดภาพ การใช้สัญลักษณ์ การแบ่งเงื่อนไขออกเป็นส่วนย่อย ๆ อาจช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น

ขั้นที่ 2 การวางแผนงาน (Devising a plan)

ขั้นนี้ เป็นขั้นการเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลในปัญหากับสิ่งที่ต้องการทราบ หากไม่สามารถเชื่อมโยงได้ทันทีอาจจะต้องใช้ปัญหาอื่นช่วยเพื่อให้ได้แผนงานการแก้ปัญหาในที่สุด ผู้แก้ปัญหา เริ่มต้นด้วยการคิดด้วยตนเองว่า เคยเห็นปัญหาลักษณะนี้จากที่ไหนมาก่อน หรือไม่เคยเห็นปัญหา ในรูปแบบที่คล้ายคลึงกันนี้หรือไม่ จะใช้ความรู้หรือวิธีการใดแก้ปัญหา จะแก้ปัญหาลำดับก่อน บ้าง จะแปลงข้อมูลที่มีอยู่ใหม่เพื่อให้สิ่งที่ต้องการทราบกับข้อมูลที่มีอยู่สัมพันธ์กันมากขึ้นหรือไม่ ได้ใช้ข้อมูลและเงื่อนไขที่มีอยู่อย่างเหมาะสมแล้วหรือยัง

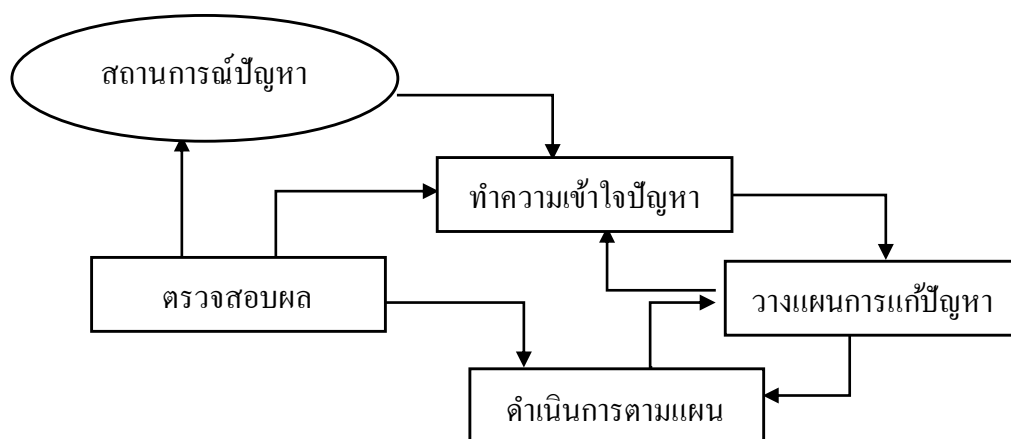
ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan)

ขั้นนี้ เป็นการลงมือทำงานตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบแต่ละขั้นตอนย่อย ๆ ของงานที่ทำว่าถูกต้องหรือไม่ และแน่ใจได้อย่างไร เป็นการกำกับการทำงานตามแผน

ขั้นที่ 4 การตรวจย้อนกลับ (Looking back)

ขั้นนี้เป็นการตรวจสอบคำตอบหรือเฉลยที่ได้ว่าสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ และมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ ซึ่งอาจครอบคลุมถึงการขยายความคิดจากผลหรือคำตอบที่ได้ และการวิเคราะห์หาวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา

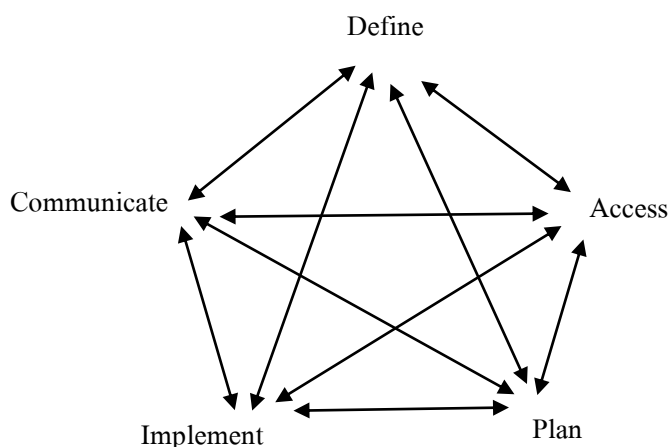
Wilson, Fernandez and Hadaway (1993, pp. 60-62 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังคะภักทรขจร, 2554, หน้า 17) ได้เสนอแนะกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต (Dynamic Problem-solving process) ซึ่งเป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่สนับสนุนกระบวนการแก้ปัญหาของ โพลยาในรูปแบบที่แสดงความเป็นพลวัต มีลำดับไม่ตายตัว สามารถวนไปเวียนมาได้ ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 2-3 กระบวนการแก้ปัญหาพลวัต

จากกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตในภาพที่ 2-3 อธิบายได้ดังนี้ เมื่อต้องเผชิญกับสถานการณ์ที่เป็นปัญหา นักเรียนต้องเริ่มทำความเข้าใจกับปัญหาก่อน หลังจากนั้นวางแผนแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งหาคำตอบได้ สุดท้ายตรวจสอบผล พิจารณาความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ สำหรับทิศทางของลูกศรนั้น เป็นการพิจารณาหรือตัดสินใจที่จะเคลื่อนการกระทำจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่ขั้นตอนหนึ่ง หรือพิจารณาย้อนกลับไปยังขั้นตอนหน้าเมื่อมีปัญหาหรือข้อสงสัย เช่น เมื่อนักเรียนทำความเข้าใจปัญหา และคิดว่ามีความเข้าใจปัญหาดีแล้ว ก็เคลื่อนการกระทำไปสู่ขั้นวางแผนแก้ปัญหา และการดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ แต่ไม่สามารถหาคำตอบได้ นักเรียนก็อาจจะย้อนกลับไปวางแผนใหม่ หรืออาจต้องกลับไปทำความเข้าใจปัญหาใหม่ เพื่อปรับปรุงวิธีการแก้ปัญหาให้ดียิ่งขึ้น

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 42) ได้อธิบายกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ที่บูรณาการกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และกระบวนการทางวิทยาศาสตร์เข้าด้วยกัน (The Integrate Mathematics, Science, and Technology (IMaST), 2007) โดย DAPIC เป็นชื่อที่เกิดจากการนำตัวอักษรตัวแรกขององค์ประกอบของกระบวนการแก้ปัญหามาเรียงเป็นชื่อเรียกกระบวนการ เพื่อให้สื่อถึงความหมายของกระบวนการและเพื่อให้ง่ายต่อการนำไปใช้งาน รายละเอียดของ DAPIC มีดังนี้



ภาพที่ 2-4 กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

Define เป็นการทำความเข้าใจปัญหา กำหนดหรือระบุปัญหาที่จะแก้ให้มีความชัดเจน
Access เป็นการระบุหรือการเข้าถึงข้อมูลที่เกี่ยวข้องที่จะใช้ในการแก้ปัญหา
Plan เป็นกระบวนการที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา และวางแผนการดำเนินงาน
Implement เป็นการนำแผนที่วางไว้มาปฏิบัติ พร้อมทั้งมีการปรับเปลี่ยนให้ดีขึ้น
Communicate เป็นการนำผลที่ได้จากการดำเนินการมาวิเคราะห์ สรุป และสื่อสาร

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 78) ได้นำเสนอ

การแก้ปัญหาที่นิยมใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน ดังนี้
 ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ผู้เรียนจะต้องวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหาในประเด็นต่าง ๆ เช่น คำถามของปัญหาคืออะไร ข้อมูลที่กำหนดให้มีอะไรบ้าง ต้องการข้อมูลเพิ่มเติม การวิเคราะห์ปัญหาจะช่วยให้เข้าใจปัญหาชัดเจนมากขึ้น

ขั้นตอนที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา เป็นการคิดวางแผนเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ข้อมูลที่ได้รับการวิเคราะห์ไว้แล้ว ผู้เรียนต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาประกอบการวางแผน

ขั้นตอนที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา เป็นการลงมือการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้และ การตรวจสอบความถูกต้อง หรือความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบการแก้ปัญหา เป็นการประเมินการแก้ปัญหาในภาพรวมทั้งด้าน กลวิธีและการแก้ปัญหา ผลการแก้ปัญหา การตัดสินใจ การนำไปประยุกต์ใช้ รวมถึงการขยายผล การแก้ปัญหาไปสู่การแก้ปัญหาอื่นๆ

จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่า มีกระบวนการแก้ปัญหาหลากหลายวิธี ซึ่งเมื่อพิจารณาแล้ว จะพบว่า กระบวนการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์มีขั้นตอนที่สำคัญ ดังนี้ 1) ทำความเข้าใจปัญหา 2) วางแผนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหา 3) ตรวจสอบคำตอบและประเมินผลของคำตอบ และ 4) นำผลที่ได้นั้นมาสรุปและนำเสนอ

5. ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์

ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์หมายถึงวิธีการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีมากมายหลายวิธี โดยมีนักการศึกษาได้กล่าวถึงยุทธวิธีต่าง ๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ ดังนี้

เวชฤทธิ์ อังกะระภัทรขจร (2555, หน้า 109-111) ได้สรุปยุทธวิธีในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหาแล้วค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบ หรือเป็นแบบแผนในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้ยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบ ยืนยัน กลยุทธ์นี้มักใช้ในปัญหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและเรขาคณิต

2. การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วยในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ อันจะนำไปสู่การค้นหาหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตลอดจนช่วยไม่ให้ลืมหรือสับสน ในกรณีใดกรณีหนึ่งเมื่อแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของปัญหาด้วยภาพ หรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

4. การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูล โดยแยกเป็นกรณี ๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมด นักเรียนอาจจัดกรณีที่ไม่ใช่มาก่อน แล้วค่อยค้นหาหรือรูปแบบกรณีที่เหลืออยู่ กลยุทธ์นี้ใช้ได้ดี เมื่อปัญหานั้นมีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน บางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางช่วยในการแจกแจงกรณีด้วยก็ได้

5. การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนด ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อคาดเดา แล้วตรวจสอบความถูกต้องของ ข้อคาดเดานั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้อง ของการคาดเดาครั้งแรก ๆ เป็นกรอบการคาดเดาคำตอบของปัญหาในครั้งต่อไป นักเรียนควร คาดเดาอย่างมีเหตุผลและทิศทาง เพื่อสิ่งที่คาดเดานั้นใกล้คำตอบที่ถูกต้องมากที่สุด

6. การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดในรูปของสมการ หรืออสมการ ในการแก้สมการนักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา เพื่อพิจารณาว่าข้อมูลและ เงื่อนไขที่กำหนดให้มีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทน สิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดให้ แล้วเขียนสมการหรืออสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น ในการหาคำตอบของสมการมักใช้สมบัติการเท่ากันมาช่วยใน การแก้สมการ นอกจากนี้ต้องการตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหา กลยุทธ์นี้ มักใช้กับปัญหาทางพีชคณิต

7. การคิดแบบย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับสู่เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนกลับมาสู่ข้อมูลขั้นตอนเริ่มต้น การคิดแบบ ย้อนกลับใช้ได้กับปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนที่ได้มาซึ่งคำตอบ

8. การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนความคิดหรือมุมมองให้แตกต่างออกไปจาก ที่คุ้นเคย หรือการทำขั้นตอนทีละขั้นเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น กลยุทธ์นี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหา ด้วยกลยุทธ์อื่นไม่ได้แล้ว สิ่งสำคัญของกลยุทธ์นี้คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีการซับซ้อน หลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นนักเรียนอาจลดจำนวนข้อมูล ลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่เคยแก้มาแล้ว

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏ ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยเหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหา บางปัญหาเราใช้ การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ การเขียนภาพหรือการเขียน แผนภาพ จนทำให้บางครั้งเราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากกลยุทธ์อื่น ๆ ได้อย่างเด่นชัด กลยุทธ์นี้มักใช้กับปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต

11. การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้น ว่าเป็นจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้ง กลยุทธ์นี้ มักใช้กับปัญหาที่ยากแก่การแก้ปัญหาโดยตรง และง่ายที่จะหาข้อขัดแย้งเมื่อกำหนดให้ข้อความ ที่จะแสดงเป็นเท็จ

12. การพิจารณาข้อมูล โดยพิจารณาว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอในการแก้ปัญหาหรือไม่ หรือข้อมูลที่กำหนดให้ นั้นเป็นข้อมูลที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหานั้นหรือไม่ ถ้าเป็นข้อมูลที่ ไม่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาก็ตัดข้อมูลที่ ไม่จำเป็นหรือไม่เกี่ยวข้องนั้นออก

13. การสร้างหรือใช้แบบจำลอง เป็นการสร้างแบบจำลองของปัญหาที่จะทำให้นักเรียน เข้าใจมโนทัศน์ของการดำเนินการที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา และการใช้แบบจำลอง จะช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่าการวาดภาพสำหรับปัญหาบางปัญหา เนื่องจาก สามารถเคลื่อนย้ายได้

ฉวีวรรณ เสวตมมาลย์ (2554, หน้า 55-72) ได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การลองผิดลองถูก ปัญหาบางข้อแก้ได้ดีที่สุดคือการลองผิดลองถูก โดยการคิดอย่างมี เหตุผลไปพร้อมๆ กับกระบวนการ วิธีที่เหมาะสมหนึ่งที่จะสอนนักเรียนด้วยวิธีนี้คือ การให้โจทย์ประวัติศาสตร์ที่มีชื่อเสียงสักหนึ่งข้อ เช่น ปัญหาสะพาน Koenigberg

2. การใช้อุปกรณ์ ตัวอย่าง หรือการร่าง บ่อยครั้งที่ปัญหาข้อหนึ่งสามารถแก้ได้ดี ที่สุด หรืออย่างน้อยที่สุดทำให้เกิดความเข้าใจโดยการวาด หรือการร่างรูป พับกระดาษ ตัดเส้นเชือก หรือใช้อุปกรณ์ต่างๆ ทั่วไปที่มีอยู่แล้ว บางอย่างให้เป็นประโยชน์ ยุทธวิธีของการใช้อุปกรณ์ สามารถทำให้สถานการณ์ดูเป็นจริงสำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้นให้พวกเขาสร้างความสนใจ ในปัญหา

3. การค้นหาแบบรูป การค้นหาแบบแล้วสร้างรูปทั่วไปเป็นยุทธวิธีใน การแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมาก ครูจำเป็นต้องค้นหาปัญหาที่เหมาะสมที่จะสร้างความสนใจ ของนักเรียนและกระตุ้นให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีนี้ให้เป็นประโยชน์

4. แสดงออกมา ปัญหาบางข้อแก้ได้ดีที่สุดโดยการใช้ยุทธวิธีในการแสดงเหตุการณ์ ที่เกี่ยวข้องนั้นออกมาจริงๆ วิธีการเช่นนี้ นักเรียนกลายเป็นผู้มีส่วนร่วมอย่างมีชีวิตชีวา มากกว่า ผู้นั่งดูเพียงอย่างเดียว และยังช่วยให้เขามองเห็นและเข้าใจความหมายของปัญหา ปัญหาปกติทั่วไป หลายข้อในพีชคณิตเบื้องต้น เกี่ยวกับเวลา อัตรา และระยะทางซึ่งเหมาะสมแก่การแสดงออกมาใน ชั้นเรียนได้อย่างวิเศษ ซึ่งไม่เพียงแต่ทำให้เห็นรายละเอียดของปัญหาชัดเจนขึ้นเท่านั้น แต่ยังช่วยใน การสอนด้วย

5. การทำรายการ ตาราง หรือแผนภูมิ เราได้ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหานี้เป็นประโยชน์ มาก่อนหน้านี้แล้ว อันที่จริงปัญหาหลายข้อเกี่ยวข้องกับการใช้รายการ ตาราง และแผนภูมิ ครูสามารถกระตุ้นให้นักเรียนใช้ประโยชน์จากยุทธวิธีนี้ได้บ่อยครั้ง โดยการเลือกปัญหา ที่เหมาะสมเพื่อยั่วให้เกิดจินตนาการ และความสนใจขึ้น

จากที่กล่าวมา สามารถสรุปยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้ ดังนี้ 1. การค้นหาแบบรูป
 2. การสร้างตาราง 3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ 4. การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด
 5. การคาดเดาและตรวจสอบ 6. การเขียนสมการ 7. การคิดแบบย้อนกลับ 8. การเปลี่ยนมุมมอง
 9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย 10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ 11. การให้เหตุผลทางอ้อม
 12. การพิจารณาข้อมูลว่าเพียงพอต่อการแก้ปัญหาหรือไม่ 13. การสร้างหรือใช้แบบจำลอง
 ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์
 ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสาร
 ทางคณิตศาสตร์เรื่องสมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม มีการใช้ยุทธวิธีใน
 การแก้ปัญหา ดังนี้

1. การเขียนสมการ เนื่องจากนักเรียนจะต้องเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลในลักษณะ
 ของสมการและใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึมในการแก้ปัญหานั้น
2. การคาดเดาและตรวจสอบ เนื่องจากนักเรียนสามารถใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชัน
 เอกซ์โพเนนเชียลคาดเดาคำตอบของสมการลอการิทึมได้ เพราะฟังก์ชันลอการิทึมเป็นฟังก์ชัน
 ผกผันของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ดังนั้น การคาดเดาและตรวจสอบจะช่วยให้นักเรียนสามารถ
 แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น
3. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เนื่องจากเนื้อหาเรื่องสมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียล
 และลอการิทึม มีความซับซ้อนมาก การเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยหรือไม่ซับซ้อนจะช่วยให้
 ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาย่อยได้ง่ายขึ้น
4. การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เนื่องจากเนื้อหาเรื่องสมการและอสมการ
 เอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม จะมีค่าสัมบูรณ์ ฟังก์ชันเพิ่ม และฟังก์ชันลด เข้ามาเกี่ยวข้อง
 ซึ่งผู้เรียนจะต้องพิจารณากรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด ดังนั้น การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด
 จะทำให้ผู้เรียนหาคำตอบของปัญหาที่ถูกต้อง

6 ลักษณะของผู้ที่มีความสามารถในการแก้ปัญหามathematics

เพื่อพัฒนาให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหามathematicsอย่างแท้จริง
 ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาลักษณะของผู้ที่มีความสามารถในการแก้ปัญหามathematics โดยได้มี
 นักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะของผู้ที่มีความสามารถในการแก้ปัญหามathematics
 ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 17-18) ได้กล่าวถึงลักษณะของผู้ที่มีความสามารถ
 ในการแก้ปัญหามathematics ดังนี้

1. มีความเข้าใจในความคิดรวบยอด (Concepts) ทางคณิตศาสตร์

2. มีความสามารถในการเปรียบเทียบ แยกความแตกต่างหรือความคล้ายคลึงกัน
3. มีความสามารถในการเลือกใช้ข้อมูล และวิธีการที่ถูกต้อง
4. สามารถประมาณค่าของคำตอบที่ได้ใกล้เคียง
5. มองเห็นคุณค่าและความเกี่ยวข้องของข้อมูล
6. ยอมรับการเปลี่ยนแปลง และปรับปรุงแก้ไขให้ดีขึ้นเสมอ
7. สามารถเปลี่ยนวิธีคิดได้อย่างรวดเร็ว
8. มีความมั่นใจในตนเองสูง

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 39-40) ได้กล่าวถึงลักษณะของผู้ที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการเข้าใจปัญหา และวิเคราะห์แนวทางในการแก้ปัญหา
 2. ประเมินกระบวนการแก้ปัญหาที่คิดว่าเหมาะสมและมีประสิทธิภาพเพียงใด และประเมินความสมเหตุสมผลหรือความถูกต้องของคำตอบที่ได้
 3. พิสูจน์และแปลความหมายผลที่ได้จากการแก้ปัญหาโดยคำนึงถึงปัญหาดั้งเดิม
 4. พัฒนาและใช้กลวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยเน้นปัญหาหลายขั้นตอนและปัญหาที่ไม่คุ้นเคย
 5. ปรับเปลี่ยนและขยายความเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหา ใช้แนวคิดในการหาคำตอบและกลวิธีแก้ปัญหากับปัญหาใหม่
 6. บูรณาการกลวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ทั้งในและนอกห้องเรียน
 7. สร้างปัญหาและสถานการณ์จากชีวิตประจำวัน ทั้งในและนอกห้องเรียน และตระหนักถึงความสำคัญของปัญหาเหล่านั้น
 8. ใช้กระบวนการสร้างแบบจำลอง หรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริง
 9. มีความมั่นใจในการใช้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 82) ได้เสนอถึงลักษณะของผู้ที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
1. ทำความเข้าใจปัญหาโดยระบุประเด็นปัญหา กำหนดตัวแปร และความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร
 2. สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เป็นไปได้
 3. ดำเนินการวางแผนและลงมือแก้ปัญหา

4. ตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบ
5. ตรวจสอบความถูกต้องและความเป็นไปได้ของการแก้ปัญหา
6. ตรวจสอบขั้นตอนของการแก้ปัญหา
7. ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุป ลักษณะของผู้ที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ดังนี้ ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการเข้าใจปัญหา สามารถตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ และตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบได้

7. แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นประโยชน์ในการนำไปใช้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน โดยมีนักการศึกษาได้เสนอแนะแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Schroeder, Lester and Baroody (1989, pp. 31-33; 1993, pp. 2-31 อ้างถึงใน เวชอุทธิ อังคะภักทขจร, 2554, หน้า 23) ได้กล่าวถึงการสอนการแก้ปัญหาไว้ 3 แนวทาง ดังนี้

1. การสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนที่เน้นยุทธวิธีการแก้ปัญหาทั่วไป โดยปกติแล้วมักใช้รูปแบบการแก้ปัญหของโพลยา
2. การสอนการแก้ปัญหา (Teaching for problem solving) เป็นการสอนที่เน้นการประยุกต์ใช้ มักใช้กับปัญหาในชีวิตจริงและสถานการณ์ที่กำหนด นักเรียนสามารถประยุกต์และฝึกใช้มันโนทัศน์และทักษะที่เรียนรู้มาแล้ว เป็นการสอนเนื้อหาสาระหรือทักษะต่าง ๆ ก่อน แล้วจึงเสนอตัวอย่างปัญหา นักเรียนได้รับการฝึกขั้นตอนย่อยๆ ก่อนที่จะแก้ปัญหา แนวทางนี้ไม่ได้มุ่งเพียงการเรียนรู้ขั้นตอนที่หลากหลาย แต่ยังเรียนรู้การประยุกต์ใช้ความเข้าใจในบริบทที่หลากหลาย
3. การสอนโดยใช้การแก้ปัญหา (Teaching via problem solving) เป็นการสอนที่เน้นใช้การประยุกต์ใช้ แนวทางนี้จะใช้ปัญหาเป็นสื่อในการเรียนรู้แนวคิดใหม่ เชื่อมโยงแนวคิดพัฒนาทักษะและสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือใช้ปัญหาในการศึกษาเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ โดยการแสดงความสัมพันธ์ของเนื้อหา กับโลกที่เป็นจริง (Real world) ใช้ปัญหาในการแนะนำและทำความเข้าใจเนื้อหา บางครั้งใช้ปัญหาในการกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายการใช้ความรู้ในการแก้ปัญหา

Bitter (1990, pp. 43-44 อ้างถึงใน สิริพร ทิพย์คง, 2544) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนสรุปได้ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจ และไม่ยากหรือง่ายจนเกินไป

2. ควรแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ เพื่อร่วมกันแก้ปัญหา เป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักการทำงานร่วมกัน

3. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่า โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้ ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และยังต้องข้อมูลอื่นใดบ้าง ในการแก้ปัญหานั้น ๆ

4. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่า ปัญหาถามอะไร ถ้าไม่สามารถบอกได้ ให้อ่านปัญหานั้นใหม่ และถ้าจำเป็นจริง ๆ ครูควรอธิบายความหมายของคำที่ใช้ในปัญหานั้นให้นักเรียนทราบ

5. ควรให้ฝึกการแก้ปัญหามาก ๆ รูปแบบ เพื่อไม่ให้รู้สึกเบื่อกับการแก้ปัญหาลำบาก ไม่ทำลายความสามารถ

6. ควรให้นักเรียนทำการแก้ปัญหาย่อย ๆ จนเคยชินว่าเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนการสอน

7. ควรส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหามาก ๆ ข้อโดยใช้วิธีการเดียวกัน เพื่อให้ได้มาซึ่งทักษะและส่งเสริมให้ใช้ในการแก้ปัญหามาก ๆ วิธีในข้อเดียวกัน เพื่อให้เห็นว่ายังมีวิธีการอื่น ๆ อีกที่จะใช้ในการแก้ปัญหานั้นได้

8. ควรช่วยเหลือนักเรียนในการเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมสำหรับรูปแบบเฉพาะข้อนั้น

9. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่า ปัญหาข้อนั้นคล้ายกับปัญหาที่เคยพบมาก่อนหรือไม่

10. ควรให้เวลากับนักเรียนในการลงมือการแก้ปัญหา อภิปรายผลการแก้ปัญหา และวิธีดำเนินการแก้ปัญหา

11. ควรให้นักเรียนฝึกการคาดคะเนคำตอบและทดสอบคำตอบที่ได้ เพื่อประหยัดเวลาในการแก้ปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 34-35) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ การสร้างคำถาม ซึ่งเป็นทักษะที่สำคัญจะช่วยพัฒนาความคิดของนักเรียน ซึ่งจำเป็นอย่างยิ่งในการฝึกการแก้ปัญหาคือจะช่วยให้นักเรียนคิดอย่างหลากหลายและคิดอย่างมีเหตุผล ลักษณะคำถามที่ดีจะช่วยกระตุ้นความคิดของนักเรียน ตัวอย่างการสร้างคำถาม เช่น “โสภามอบสะสมตุ๊กตา วันหนึ่งเธอไปเห็นตุ๊กตาชาววัง ราคาตัวละ 200 บาท ถ้าโสภามีเงิน 120 บาท ...” คำถามที่เป็นไปได้คือ “โสภามีเงินพอที่จะซื้อตุ๊กตาชาววังหรือไม่” และ “โสภามือต้องเก็บเงินอีกกี่บาท จึงจะซื้อตุ๊กตาชาววังได้”

กรมวิชาการ (2545, หน้า 195) ได้เสนอแนวทางในการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา ดังนี้ ผู้สอนต้องให้โอกาสผู้เรียนในการฝึกคิดด้วยตนเองให้มาก โดยจัดสถานการณ์หรือปัญหาหรือเกมที่น่าสนใจ ทำท่ายให้อายากคิด เริ่มด้วยปัญหาที่เหมาะสมกับ

ศักยภาพของผู้เรียนแต่ละคน หรือผู้เรียนแต่ละกลุ่ม โดยอาจจะเริ่มด้วยปัญหาที่ผู้เรียนสามารถ ใช้ความรู้ที่เรียนมาและประยุกต์ก่อน ต่อจากนั้นจึงเพิ่มสถานการณ์หรือปัญหาที่แตกต่างจากที่เคย พบมา สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถสูง ผู้สอนควรเพิ่มปัญหาที่ยาก ซึ่งต้องใช้ความรู้ที่ซับซ้อน หรือมากกว่าที่กำหนดไว้ในหลักสูตรให้นักเรียนได้ฝึกคิดด้วย

วารสาร มีนวก (2545, หน้า 60) ได้นำเสนอแนวทางพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะใน กระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนจะต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการ แก้ปัญหา ซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ผู้เรียนต้องแยกแยะว่าโจทย์ กำหนดอะไรมาให้ โจทย์ต้องการให้หาอะไร หรือโจทย์ถามอะไร ให้พิสูจน์อะไร

ขั้นตอนที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ซึ่งผู้เรียนต้องอาศัยทักษะ ในการนำความรู้ หลักการ กฎ สูตร หรือ ทฤษฎีที่เรียนรู้แล้วมาใช้ เช่น การเขียนภาพลายเส้น การเขียนตาราง แผนภาพ ช่วยในการแก้ปัญหา บางปัญหาอาจใช้ทักษะในการประมาณค่า การคาดเดาคำตอบมาประกอบด้วย

ขั้นตอนที่ 3 การดำเนินการแก้ปัญหา ตามแผนที่ได้วางไว้ ซึ่งอาจใช้ทักษะการคิดคำนวณ หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การพิสูจน์

ขั้นตอนที่ 4 การตรวจสอบหรือการมองย้อนกลับ มีวิธีการอื่นในการหาคำตอบอีก หรือไม่ตลอดจนการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ

วิชัย พาณิชยสว (2546, หน้า 94) ได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ว่า ครูเป็นบุคคลที่มีบทบาทสำคัญที่สุดในการพัฒนา ความสามารถด้านนี้ของเด็ก ซึ่งแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียน จะต้องพัฒนาโจทย์ปัญหาแทรกเข้าไปในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งในการพัฒนาโจทย์ ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีแนวทาง ดังนี้

1. เป็นปัญหาที่น่าสนใจ (Interesting problem)
2. เป็นปัญหาที่ท้าทาย (Challenging problems)
3. เป็นปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตจริง (Real life situation problems)
4. เป็นปัญหาที่ส่งเสริมให้นักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ (Applied problem)

อุษาวดี จันทร์สนธิ (2556, หน้า 72-78) ได้อธิบายแนวทางการพัฒนาความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยนำขั้นตอนของการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยามาเป็น แนวทางในการนำเสนอ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา

1.1 การพัฒนาทักษะการอ่าน การจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะการอ่านสามารถกระทำได้ในชั่วโมงคณิตศาสตร์โดยเฉพาะเมื่อถึงตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา ครูยังไม่ควรเริ่มต้นโดยมุ่งไปที่วิธีการทำเพื่อหาคำตอบของปัญหาเลยทีเดียว แต่ควรต้องใช้เวลาในการฝึกการอ่าน และทำความเข้าใจข้อความในโจทย์ปัญหากันก่อน โดยอาจฝึกเป็นรายบุคคล หรือฝึกเป็นกลุ่มโดยอภิปรายร่วมกันถึงสาระสำคัญของโจทย์ปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ ความพอเพียง หรือความเกินพอของข้อมูลที่กำหนดให้

1.2 การใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ มีกลวิธีหลายประการที่ช่วยให้นักเรียนสามารถเข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้น เช่น

1.2.1 การเขียนภาพ การเขียนแผนภาพ หรือสร้างแบบจำลองเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหา จะทำให้ปัญหามีความเป็นรูปธรรมขึ้น ทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น

1.2.2 การปรับขนาดของปริมาณต่างๆ ที่กำหนดในตัวปัญหา เช่น ลดปริมาณลงเมื่อมีปริมาณน้อย ๆ จะช่วยให้โครงสร้างของปัญหามีความชัดเจนมากขึ้น การลดขนาดของปริมาณนี้ต้องกระทำในแนวทางที่ถูกต้องมีความเป็นไปได้และสมเหตุสมผล เพราะมีฉะนั้นแล้วแทนที่จะช่วยให้เข้าใจปัญหาอาจทำให้ปัญหามีความยุ่งยากเพิ่มขึ้นก็ได้

1.2.3 การใช้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกับปัญหาในชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกความเข้าใจ เช่น ใช้ปัญหาที่กำหนดข้อมูลเกินความจำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอเพื่อให้นักเรียนฝึกวิเคราะห์ว่าข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดไม่ใช่บ้าง หรือว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ต้องการข้อมูลด้านใดเพิ่มเติมอีกบ้าง

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา มีแนวทาง ดังนี้

2.1 ครูไม่ต้องบอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง

2.2 ส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมามาก ๆ คือสามารถบอกให้คนอื่น ๆ ทราบว่าตนเองคิดอะไร ไม่ใช่คิดอยู่ในใจตนเองเงียบ ๆ อยู่คนเดียว การคิดออกมามาก ๆ อาจอยู่ในรูปการบอก การเขียนแบบแผนลำดับขั้นตอนการคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 สร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้คิดวางแผนก่อนลงมือทำเสมอ เพราะจะทำให้มองเห็นภาพรวมของการแก้ปัญหา สามารถประเมินความเป็นไปได้ในระยะเริ่มต้น ก่อนที่จะลงมือทำไปแล้วพบว่าหลงทางซึ่งทำให้เสียเวลา การทำงานอย่างมีแบบแผนเมื่อมีข้อบกพร่อง

เกิดขึ้นก็สามารถแก้ไขได้สะดวก ตรงประเด็น ควรเน้นว่าวิธีการแก้ปัญหาที่นั้นสำคัญกว่าคำตอบ เพราะวิธีการสามารถนำไปใช้ได้กว้างขวางกว่า

2.4 จัดหาปัญหามาให้นักเรียนฝึกคิดบ่อย ๆ ซึ่งจะต้องเป็นปัญหาที่ท้าทายน่าสนใจ เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน ถ้าปัญหาง่ายเกินไปอาจไม่เป็นที่น่าสนใจของนักเรียนที่เรียนเก่ง แต่อาจจะช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียนที่เรียนอ่อน เพราะเขาได้มีโอกาสประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาได้เช่นกัน ถ้าปัญหานั้นยากเกินความสามารถของนักเรียน อาจมีส่วนทำให้นักเรียนเกิดความท้อถอย ไม่อยากคิด การให้นักเรียน ได้มีโอกาสในการแก้ปัญหาบ่อย ๆ ทำให้ได้ฝึกการวางแผน และได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาโดยยุทธวิธีต่าง ๆ ที่หลากหลาย สามารถพิจารณาเลือกเพื่อนำไปใช้ในการวางแผนแก้ปัญหาใหม่ ๆ ได้

2.5 ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามากกว่า 1 รูปแบบ เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในด้านการคิด ไม่ยึดติดกับรูปแบบใดรูปแบบหนึ่งโดยเฉพาะ การพิจารณายุทธวิธีใหม่จะก่อให้เกิดการคิดวางแผนการแก้ปัญหาใหม่ นักเรียนมีโอกาสได้ฝึกการวางแผนมากขึ้น

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน หลังจากทำความเข้าใจปัญหา และวางแผนแก้ปัญหาแล้ว ขั้นตอนต่อไปของการแก้ปัญหา คือ การลงมือแก้ปัญหา ดำเนินตามแผนที่วางไว้ การวางแผนเป็นการจัดลำดับขั้นตอนอย่างคร่าว ๆ ไม่ละเอียดชัดเจนนัก ในขั้นดำเนินการตามแผน นักเรียนต้องตีความ ขยายความ นำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจนตามลำดับขั้นตอน ความสามารถดังกล่าวนี้สามารถสร้างให้เกิดขึ้นได้อย่างซ้ำ ๆ ในตัวผู้เรียนจากการทำโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัดนั่นเอง โดยการฝึกให้นักเรียนวางแผนลำดับความคิดก่อนแล้วค่อยลงมือทำ แสดงวิธีการหาคำตอบตามลำดับความคิดนั้น ครูสามารถสร้างกิจกรรมเพื่อปลูกฝังและฝึกฝนการใช้ความคิดในการให้เหตุผลของนักเรียนจากกิจกรรมการเรียนการสอนทั่วไป เช่น การสร้างโจทย์ปัญหาที่ต้องการการตัดสินใจ ต้องการคำอธิบายนอกเหนือไปจากโจทย์ปัญหาที่มีคำตอบเป็นปริมาณ

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ ขั้นตรวจสอบการแก้ปัญหาทงคณิตศาสตร์ครอบคลุมประเด็น 2 ประเด็น ประเด็นแรก คือ การมองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนการแก้ปัญหา ตั้งแต่ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผน และขั้นดำเนินการตามแผน โดยพิจารณาความถูกต้องของกระบวนการและผลลัพธ์ รวมทั้งการพิจารณายุทธวิธีอื่นในการแก้ปัญหา ประเด็นที่สอง เป็นการมองไปข้างหน้า เป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหาที่เพิ่งสิ้นสุดลงนั้น ทั้งในส่วนเนื้อหาและกระบวนการ โดยสร้างสรรค์ปัญหาที่เกี่ยวข้องความสัมพันธ์ขึ้นมาใหม่ การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหามีแนวทาง ดังนี้

4.1 กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ให้เคยชินจนเป็นนิสัย ในการทำแบบฝึกหัดเมื่อได้คำตอบแล้ว นักเรียนไม่ควรพึงพอใจอยู่เพียงเท่านั้น แต่ต้องตรวจสอบความถูกต้องทั้งในส่วนที่เป็นกระบวนการและคำตอบที่ได้ ครูอาจสร้างกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกตรวจสอบความถูกต้อง โดยให้หาข้อบกพร่องจากการแสดงการแก้ปัญหาที่ครูสร้างขึ้น โดยเฉพาะก็ได้

4.2 ฝึกให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบ สำหรับปัญหาหรือแบบฝึกหัดที่มีการคิดคำนวณ เมื่อนักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว ก่อนลงมือคิดคำนวณควรฝึกให้นักเรียนกะประมาณ คาดคะเนคำตอบก่อน จากนั้นลงมือคิดคำนวณแล้วเทียบเคียงผลลัพธ์ที่ได้กับคำตอบที่คาดคะเนไว้ พิจารณาความเป็นไปได้

4.3 ฝึกการตีความหมายของคำตอบ เมื่อได้คำตอบของปัญหาแล้ว การตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบแต่เพียงอย่างเดียวนั้นไม่เพียงพอ ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักความหมายของคำตอบ คำตอบนั้นมีความสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่ มีความเหมาะสมหรือไม่ เพียงใด ซึ่งให้นักเรียนเห็นว่าการตีความหมายของคำตอบนั้นมีความสำคัญเท่าเทียมกับวิธีการหาคำตอบ

4.4 สนับสนุนให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี ซึ่งอาจจะเป็นวิธีที่คล้ายกับตัวอย่าง หรือวิธีที่นักเรียนสร้างสรรค์ขึ้นมาเองจากประสบการณ์ของนักเรียนก็ได้ จากนั้นให้พิจารณาวิธีการเหล่านั้นถูกต้องหรือไม่ แตกต่างจากวิธีการที่แสดงในตัวอย่างหรือไม่ วิธีการใดสั้นและกะทัดรัดกว่ากัน

4.5 ให้นักเรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียนโดยอาศัยสถานการณ์จากสภาพแวดล้อม จากกิจกรรมต่าง ๆ ในชีวิตจริง รวมทั้งการดัดแปลงโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัด ซึ่งนักเรียนจะทำเช่นนี้ให้จะต้องเข้าใจในโครงสร้างของโจทย์ปัญหาเหล่านั้น เป็นการฝึกการมองไปข้างหน้าโดยอาศัยการทำแบบฝึกหัดซึ่งใช้กระบวนการแก้ปัญหา ความเคยชินจากกระบวนการเหล่านี้จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่มีความสามารถ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ผู้สอนต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นต้องมีความน่าสนใจ ซึ่งมีนักการศึกษาได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาไว้มากมาย เมื่อพิจารณาจะพบว่ามีขั้นตอน 4 ขั้นตอนดังต่อไปนี้ที่สอดคล้องกัน

1. ทำความเข้าใจปัญหา ผู้เรียนต้องแยกแยะว่าโจทย์กำหนดอะไร และต้องการให้หาอะไร ซึ่งครูผู้สอนต้องจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะการอ่าน โดยทำความเข้าใจในปัญหา และฝึกเป็นกลุ่มเพื่ออภิปรายร่วมกัน

2. วางแผนการแก้ปัญหา ซึ่งพัฒนาได้โดยส่งเสริมให้นักเรียนคิด และเขียนลำดับขั้นตอน ส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมามาก ๆ อาจอยู่ในรูปการพูด หรือการเขียนให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายกันในกลุ่มเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

3. การดำเนินการตามแผน นั่นคือ การนำแผนการแก้ปัญหาจากข้อ 2. มาดำเนินการตามวิธีทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพัฒนาได้โดยการฝึกให้ผู้เรียนวางแผนลำดับความคิดก่อนแล้วค่อยลงมือปฏิบัติตามแผนนั้น

4. ตรวจสอบผลหรือมองย้อนกลับ คือการพิจารณาว่ามีวิธีการอื่นในการหาคำตอบได้หรือไม่ ซึ่งพัฒนาได้โดยกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจคำตอบ และสนับสนุนให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามากกว่า 1 รูปแบบ

8. การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งได้ศึกษา แนวทางการประเมินและเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษา ดังนี้

8.1 แนวทางการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 111) ได้เสนอแนวทางการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียน ครูอาจให้นักเรียนทำแบบทดสอบที่มีทั้งแบบเลือกตอบ และแบบเติมคำตอบ และแบบแสดงวิธีทำ ตลอดจนใช้การสัมภาษณ์ และการใช้คำถาม สามารถกระตุ้นให้นักเรียนคิดได้อย่างหลากหลาย

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 173-174) ได้อธิบายการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา ไว้ ดังนี้ การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหามีได้หลากหลายตามความสามารถ อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติ ผู้สอนมักใช้ปัญหาหนึ่ง ๆ ประเมินความสามารถหลาย ๆ อย่างร่วมกัน และสิ่งที่ประเมินได้มาก คือ การแก้ปัญหาได้และการใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา แต่สิ่งที่ยังทำไม่ได้มาก คือ การประเมินการสร้างโจทย์หรือประเด็นปัญหาจากข้อมูลที่กำหนดให้ การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ และการขยายความคิดจากผล การแก้ปัญหา ที่ผ่านมามักใช้แบบทดสอบลักษณะเดียวกับแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยมักเป็นข้อสอบปรนัยระดับการนำไปใช้ ให้ผู้เรียนเลือกตอบข้อที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ซึ่งผลรวมของคะแนนสอบเป็นเพียงภาพรวมของระดับความสามารถที่ผู้เรียนมี ทั้งที่การแก้ปัญหาไม่ได้มีระดับความบกพร่องที่แตกต่างกัน ตั้งแต่ไม่ทราบว่าจะแก้ปัญหายังไร หรือทำไม่ได้เลย จนถึงเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้องหรือเหมาะสมแต่คิดหรือคำนวณคำตอบ

ผิดพลาด ด้วยเหตุนี้ ผู้สอนควรตระหนักว่าการใช้ข้อสอบลักษณะดังกล่าวไม่ได้ให้ข้อมูลที่จำเป็นไปสู่การแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาของผู้เรียน สิ่งที่จะเป็นประโยชน์มากกว่าคือ ข้อมูลที่ทำให้ทราบว่า ผู้เรียนแก้ปัญหาไม่ได้เพราะเหตุใด เช่น ไม่เข้าใจปัญหา วิเคราะห์โจทย์ไม่เป็น เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ไม่เหมาะสม ดำเนินการตามขั้นตอนของคณิตศาสตร์ไม่ได้ ใช้เทคนิคหรือกลวิธีไม่เหมาะสมกับบริบทของปัญหา ไม่ทราบวิธีตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ เป็นต้น แบบทดสอบที่จะใช้ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาจึงควรมีลักษณะเปิด หรือ แบบปัญหาเปิด โดยอาจเปิดที่คำตอบที่อาจมีหลากหลายคำตอบ หรือเปิดที่กระบวนการคือ มีวิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธี เพื่อให้ผู้เรียนได้แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาได้อย่างเต็มประสิทธิภาพ การทดสอบการแก้ปัญหาแบบหนึ่งที่นิยมใช้กัน คือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ที่ให้ผู้เรียนแสดงวิธีทำงาน 4 ขั้นตอน ตามแนวคิดของ Polya เพื่อที่จะประเมินความสามารถในการใช้กระบวนการแก้ปัญหาของผู้เรียน อย่างไรก็ตาม ผู้สอนอาจจะต้องวัดความสามารถเฉพาะด้านอื่น ๆ ในการแก้ปัญหา นอกเหนือจากกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ในการนี้ ผู้สอนอาจใช้แบบวัดลักษณะอื่น ๆ ที่เหมาะสมกับสิ่งที่ต้องการจะวัด

นพพร แหยมแสง (2555, หน้า 236-244) ได้กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ควรใช้เทคนิคต่อไปนี้

1. การสังเกตและการถามคำถาม ในขณะที่นักเรียนแก้ปัญหาจะเป็นข้อมูลที่มีค่าในการรวบรวมข้อมูลความสามารถ เจตคติ และความเชื่อ ครูสามารถสังเกตการทำงานของแต่ละกลุ่มหรืออาจสัมภาษณ์นักเรียนรายบุคคล การสังเกตและการถามคำถามสามารถทำได้ทั้งที่เป็นทางการ และไม่เป็นทางการ ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1.1 การสังเกตและการถามคำถามอย่างไม่เป็นทางการ

เทคนิคการสังเกตในกรณีที่เป็นกลุ่มใหญ่ ครูควรวางแผนว่าในช่วงเวลานั้น ๆ จะสังเกต ใครบ้าง ในแต่ละชั่วโมง ครูไม่ควรสังเกตเด็กมากเกินไป เช่น อาจสังเกตชั่วโมงละ 5-6 คน และต้องใช้เวลาส่งเกตหลายครั้ง เมื่อสังเกตครบทุกคนแล้ว ก็อาจเริ่มต้นสังเกตในรอบต่อไป

เทคนิคการถามคำถาม มีจุดประสงค์ของการถามคำถามในชั้นเรียน แตกต่างกันไป จุดประสงค์หนึ่งก็เพื่อกระตุ้นความคิดทางคณิตศาสตร์ จุดประสงค์อื่น ๆ เช่น เพื่อช่วยนักเรียนแก้ปัญหา อย่างไรก็ตามจุดประสงค์ของการถามคำถามในที่นี้เพื่อช่วยให้ครูสามารถประเมินทักษะและเจตคติในการแก้ปัญหานักเรียน

1.2 เทคนิคการรายงาน ในการเขียนรายงานการสังเกต หรือการสัมภาษณ์ ควรรายงานตามจุดประสงค์อย่างสั้น ได้ใจความ ในเวลาไม่นานนักหลังจากการสังเกตและ

สัมภาษณ์ โดยรายงานสถานการณ์และแปลผล การรายงานออกรายงานโดยใช้แผนบันทึกความเห็นแบบแจกรายการ (Checklist) หรือมาตราประมาณค่า (Rating scale)

1.3 การสัมภาษณ์ตามโครงสร้างของคำถาม เทคนิคการสัมภาษณ์อย่างมีโครงสร้าง จะเกี่ยวข้องกับนักเรียนไม่เกิน 2 คน และมีแบบแผนการถามโดยเฉพาะ การสัมภาษณ์ทำเป็นระบบหรือมีโครงสร้างโดยการนำเสนอลำดับของปัญหาที่จะให้นักเรียนทำ มีลำดับของคำถาม

2. การใช้การประเมินตนเอง มีเป้าหมายอื่น ๆ ที่สามารถประเมินจากข้อมูลการประเมินตนเองของนักเรียน เช่น ในเรื่องความรู้สึก ความเชื่อ ความตั้งใจ แบบแผนการคิด และอื่น ๆ เทคนิคอันหนึ่งสำหรับรวบรวมข้อมูลการประเมินนักเรียนคือรายงานของนักเรียน นักเรียนถูกถามให้เขียนหรืออัดเทปรายงานประสบการณ์การแก้ปัญหา ปกติจะตอบคำถามไปตามลำดับคำถามที่เตรียมไว้ รายงานเช่นนี้สามารถใช้ประเมินทั้งความสามารถและเจตคติ

3. การให้คะแนน ให้คะแนนจากการเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหานักเรียน จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุป แนวทางการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้ดังนี้ การทำแบบทดสอบที่หลากหลาย การทำแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำ และควรมีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิด การสังเกต การถามคำถาม และใช้การประเมินตนเอง

ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยใช้แบบทดสอบที่เป็นอัตนัย ในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน เพราะข้อสอบแบบอัตนัย ทำให้ทราบว่าผู้เรียนแก้ปัญหาไม่ได้เพราะอะไร แบบทดสอบที่ใช้มีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิด โดยเปิดที่กระบวนการ

8.2 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 256) กล่าวว่า เกณฑ์การประเมิน (Rubric) ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ เกณฑ์ (Criteria) ที่ใช้ประเมินการปฏิบัติหรือผลผลิตของผู้เรียน และระดับคุณภาพหรือระดับคะแนน โดยทั่วไป เกณฑ์จะบอกผู้สอนหรือผู้ประเมินว่าการปฏิบัติงานหรือผลงานนั้น ๆ จะต้องพิจารณาสิ่งใดบ้างระดับคุณภาพหรือระดับคะแนนจะบอกว่าการปฏิบัติหรือผลงานที่สมควรจะได้ระดับคุณภาพหรือระดับคะแนนนั้น ๆ ของเกณฑ์แต่ละตัว มีลักษณะอย่างไร เกณฑ์การประเมิน (Rubric) จึงเป็นเหมือนการกำหนดลักษณะเฉพาะของการปฏิบัติหรือผลงานนั้น ๆ ในเชิงคุณภาพหรือเชิงปริมาณ หรือทั้งสองประการรวมกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับเป้าหมายของการประเมิน

เกณฑ์การประเมิน (Rubric) มี 2 ชนิด คือ เกณฑ์การประเมินแบบภาพรวม (Holistic rubric) และเกณฑ์การประเมินแบบแยกส่วน (Analytic rubric) ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

เกณฑ์การประเมินแบบภาพรวม (Holistic rubric) ครูจะให้คะแนนโดยดูภาพรวมของกระบวนการหรือผลงาน ไม่แยกพิจารณาเป็นส่วน ๆ เกณฑ์การประเมิน (Rubric) แบบนี้จะใช้เมื่อต้องการดูภาพโดยรวมมากกว่าจะดูข้อบกพร่องของส่วนย่อย ๆ เกณฑ์การประเมินแบบภาพรวมจะเหมาะกับการปฏิบัติที่ต้องการให้ผู้เรียนสร้างสรรค์และไม่มีคำตอบที่ถูกต้องชัดเจนแน่นอน

เกณฑ์การประเมินแบบแยกส่วน (Analytic rubric) ใช้เมื่อต้องการเน้นการตอบสนองที่มีลักษณะเฉพาะ และไม่ได้เน้นความคิดสร้างสรรค์ ใช้เป็นตัวแทนของการประเมินหลายมิติ การใช้เกณฑ์การประเมินแบบแยกส่วนจึงได้ผลสะท้อนกลับค่อนข้างสมบูรณ์ เป็นประโยชน์สำหรับผู้เรียนและผู้สอนมาก ผู้สอนที่ใช้เกณฑ์การประเมินแบบแยกส่วนจึงสามารถสร้างเส้นภาพ (Profile) จุดเด่น-จุดด้อย ของผู้เรียนแต่ละคนได้

ซึ่งในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยใช้เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบภาพรวม (Holistic rubric) โดยมีนักการศึกษาและสถาบันการศึกษามากมายได้กำหนดเกณฑ์ไว้ ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 219-220) ได้นำเสนอเกี่ยวกับ เกณฑ์การให้คะแนน โดยพิจารณาคุณภาพของแต่ละขั้นตอนการปฏิบัติ (Holistic scoring rubric) เช่น

- 0 คะแนน สำหรับการที่ไม่ได้แสดงความพยายามในการแก้ปัญหาเลย
- 1 คะแนน สำหรับการแสดงความพยายามในการแก้ปัญหาบ้าง แต่ไม่ได้แสดงความก้าวหน้าในการหาคำตอบที่ถูกต้อง
- 2 คะแนน สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ ถึงแม้จะยังไม่ได้คำตอบ
- 3 คะแนน สำหรับการใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง แต่มีการคิดคำนวณผิดพลาดเล็กน้อย
- 4 คะแนน สำหรับการใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง ทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้องและมีการอธิบายคำตอบนั้น
- 5 คะแนน สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่ชัดเจน อธิบายซึ่งขั้นตอนที่ได้มาของคำตอบที่ถูกต้อง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 177) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 2-2

ตารางที่ 2-2 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบัน
ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การให้คะแนน
3 (ดี)	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาได้สำเร็จ มีประสิทธิภาพ และอธิบายขั้นตอนของวิธีการดังกล่าวได้อย่างชัดเจน
2 (พอใช้)	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาได้สำเร็จ แต่ไม่สามารถอธิบายขั้นตอนของวิธีการดังกล่าว
1 (ต้องปรับปรุง)	มีหลักฐานหรือร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาบางส่วน แต่แก้ปัญหาไม่สำเร็จ

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 269) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังตารางที่ 2-3

ตารางที่ 2-3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ของศศิธร แม้นสงวน

ความหมาย/ คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ อย่างมีประสิทธิภาพ อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าวได้อย่างชัดเจน
3 ดี	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ แต่น่าจะอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าวได้ดีกว่านี้
2 พอใช้	มียุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหา สำเร็จเพียงบางส่วน อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าวได้บางส่วน
1 ต้องปรับปรุง	มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาบางส่วน เริ่มคิดว่าทำไมถึงต้องใช้วิธีการนั้นแล้วหยุด อธิบายต่อไม่ได้ แก้ปัญหาไม่สำเร็จ
0 ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ข้างต้นหรือไม่มีร่องรอยดำเนินการแก้ปัญหา

โรงเรียนวังไกลกังวล (2557, หน้า 183) ได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 2-4

ตารางที่ 2-4 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโรงเรียนวังไกลกังวล

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จอย่างมีประสิทธิภาพ อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้เข้าใจ ชัดเจน
3 ดี	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ แต่น่าจะอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้ดีกว่านี้
2 พอใช้	มียุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหา สำเร็จเพียงบางส่วน อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าวได้บางส่วน
1 ต้องปรับปรุง	มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาบางส่วน เริ่มคิดว่าทำไมถึงต้องใช้วิธีการนั้นแล้วหยุด อธิบายต่อไม่ได้ แก้ปัญหาไม่สำเร็จ
0 ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ข้างต้นหรือ ไม่มีร่องรอยดำเนินการแก้ปัญหา

ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยใช้เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยปรับปรุงจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีและ ศศิธร แม้นสงวน มีรายละเอียด ดังตารางที่ 2-5

ตารางที่ 2-5 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	ใช้ยุทธวิธีในการดำเนินการแก้ปัญหาได้เหมาะสม และแสดงกระบวนการหาคำตอบได้ถูกต้อง ตามขั้นตอนการแก้ปัญหา และอธิบายกระบวนการหาคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
3 ดี	ใช้ยุทธวิธีในการดำเนินการแก้ปัญหาได้เหมาะสม แสดงกระบวนการหาคำตอบได้ถูกต้อง แต่อธิบายกระบวนการหาคำตอบได้เพียงบางส่วน
2 พอใช้	ใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม แสดงกระบวนการหาคำตอบได้เพียงบางส่วน
1 ต้องปรับปรุง	ใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม แต่สามารถเขียนอธิบายกระบวนการหาคำตอบได้ หรือใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม แต่ไม่สามารถเขียนอธิบายกระบวนการหาคำตอบได้
0 ไม่พยายาม	ใช้ยุทธวิธีในการดำเนินการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม และไม่สามารถอธิบายกระบวนการหาคำตอบได้หรือไม่สามารถแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ หรือ ไม่มีร่องรอยการเขียน

ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. การสื่อสารทั่วไป

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาการสื่อสารทั่วไป ซึ่งครอบคลุมรายละเอียดต่าง ๆ ของการสื่อสาร เช่น ความหมายของการสื่อสาร องค์ประกอบของการสื่อสาร ช่องทางการสื่อสาร เพื่อเป็นข้อมูลพื้นฐาน ในการศึกษาพฤติกรรมการสื่อสารทั่วไปของผู้เรียน โดยได้รวบรวมคำกล่าวของนักการศึกษาหลายท่านที่เกี่ยวกับการสื่อสาร ดังนี้

1.1 ความหมายของการสื่อสาร

Frey Botan and Krepts (2000 อ้างถึงใน Sherwyn, Brian & Kevin, 2007)

ได้กล่าวว่า การสื่อสาร คือกระบวนการจัดการข้อความและสื่อมีเป้าหมายเพื่อแปลความหมาย

William and Melissa (2005, p. 3) กล่าวว่า การสื่อสารคือ การแบ่งปันและสร้างสรรค์ความหมาย ผ่านทางการกระทำของมนุษย์

Steven, Susan & Diana (2013, p. 7) ได้ให้ความหมายของการสื่อสารไว้ว่าเป็นกระบวนการของการกระทำเพื่อสื่อข้อมูล โดยจะมีผู้กระทำหรือพูดเกี่ยวกับสิ่งใดและหนึ่งและคนอื่นจะคิดหรือกระทำเพื่อตอบสนองการกระทำหรือคำพูดที่เขาเข้าใจจากผู้กระทำ หรือพูดนั้น

Reusch and Batyeon (อ้างถึงใน กิติมา สุรสนธิ, 2557, หน้า 2) ให้ความหมายเกี่ยวกับการสื่อสารว่า การสื่อสารไม่ได้หมายถึงการถ่ายทอดด้วยภาษาพูดหรือภาษาเขียนที่ชัดเจนหรือแสดงเจตนาชัดเจนเท่านั้น แต่ยังหมายรวมถึงกระบวนการทั้งหลายที่มีคนมีอิทธิพลต่อกันด้วยคำนิยามที่ยืดหยุ่นที่ว่า การกระทำและเหตุการณ์ทั้งหลายมีลักษณะของการสื่อสาร หากมีผู้เข้าใจการกระทำและเหตุการณ์เหล่านั้น หมายความว่า ความเข้าใจที่เกิดขึ้นแก่คน ๆ หนึ่งนั้นได้มีการเปลี่ยนแปลงข่าวสารที่คน ๆ นั้น ที่มีอยู่และมีอิทธิพลแก่บุคคลนั้น ๆ

พงษ์ วิเศษสังข์ (2553, หน้า 2) ได้ให้ความหมายของการสื่อสารว่าเป็นการแลกเปลี่ยนสัญลักษณ์ทั้งในรูปวจนภาษาและอวจนภาษาระหว่างผู้ส่งสารและผู้รับสารเพื่อก่อให้เกิดความเข้าใจที่เหมือนกันในความหมายอันที่จะมีผลในพฤติกรรมต่อไป

จินตวิทย์ เกษมสุข (2554, หน้า 4) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นกระบวนการในการสื่อความหมายโดยมีบุคคล 2 ฝ่าย ได้แก่ ผู้ส่งสารและผู้รับสาร โดยที่ผู้ส่งสารส่งข่าวสารใด ๆ ไปยังผู้รับสาร แล้วทำให้ทั้งสองฝ่ายเกิดความเข้าใจที่ถูกต้องและตรงกันต่อข่าวสารนั้น

กาญจนา มีศิลป์วิภักย์ (2556, หน้า 9) กล่าวว่า การสื่อสารคือ พฤติกรรมของมนุษย์ที่ใช้ภาษาพูดและภาษาเขียน หรือพฤติกรรมที่ไม่ใช่ภาษาพูดหรือภาษาเขียน โดยบางคนถือว่าการสื่อสารทุกอย่างของมนุษย์ที่สามารถสื่อความหมายได้ หรือก่อให้เกิดความหมายได้ ก็ถือว่าเป็นการสื่อสารทั้งสิ้น ถึงแม้ว่าผู้แสดงพฤติกรรมนั้นจะไม่มีเจตนาสื่อสารก็ตาม การสื่อสารของมนุษย์มักจะแตกต่างกันออกไปตามความคิดของแต่ละบุคคล

ชนิษฐา จิตชินะกุล (2557, หน้า 1) กล่าวว่า การสื่อสารคือ การรับรู้ข้อมูลข่าวสารร่วมกันของมนุษย์ที่แสดงออกทางภาษา ไม่ว่าจะเป็นภาษาพูด ภาษาเขียน หรือภาษาท่าทางรวมทั้งการแสดงออกทางพฤติกรรมต่าง ๆ ของมนุษย์

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปความหมายของการสื่อสาร ว่าเป็นการกระทำเพื่อสื่อข้อมูลหรือภาษาของผู้ส่งสารและผู้รับสาร ทำให้ทั้งสองฝ่ายเกิดความเข้าใจที่ถูกต้องและตรงกัน

1.2 องค์ประกอบของการสื่อสาร

หลุย จำปาเทศ (2552, หน้า 75-76) กล่าวว่า การสื่อสารมีองค์ประกอบ ดังนี้

1. ผู้สื่อสาร (Message sender) คือผู้ที่มีเป้าหมายต้องการจะสื่อความ หรือผู้ส่งข่าวสารสู่ผู้อื่น อาจจะส่งในระดับเดียวกัน (Crosswise) เพื่อร่วมงานระดับสูงกว่า

2. ข่าวสาร (Message) หมายถึงข้อมูล ข่าว ความรู้ สถิติตัวเลข ฯลฯ ที่ผู้ส่งต้องการให้ ผู้รับทราบหรือกระทำบางสิ่งบางอย่าง

3. ตัวนำข่าวสาร (Message vehicle) คือสิ่งที่นำข่าวสารไปสู่ผู้รับซึ่งเป็นตัวกำหนด หรือตัวเชื่อมระหว่างผู้ส่งกับผู้รับ

4. ผู้รับข่าวสาร (Message receiver) คือบุคคลที่รับข้อมูลจากผู้ส่งต้องการให้

5. การป้อนกลับของข่าวสาร (Message feedback) หมายถึงการตอบสนองของผู้รับ ต่อข่าวสารหรือข้อมูลที่ได้รับมาซึ่งมีหลายรูปแบบ ทั้งที่เป็นความพอใจหรือไม่พอใจ

กาญจนา มีศิลปวิภักย์ (2556, หน้า 15-17) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่สำคัญของ การสื่อสารไว้ดังนี้

1. ผู้ส่งสาร (Source of sender) เป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการสื่อสาร หมายถึง บุคคลหรือกลุ่มบุคคลที่มีความประสงค์จะส่งข่าวสารในรูปของอารมณ์ ความคิดเห็น ทักษะคติ การให้ข้อมูล การชักชวน ฯลฯ ไปยังผู้รับสาร

2. ข้อมูลหรือข่าวสาร (Message) สารทางการสื่อสารเกิดขึ้นได้หลากหลายรูปแบบ อาจแสดงออกด้วยภาษาพูดหรือภาษาเขียน (Verbal message) หรือสารในรูปแบบอื่น ๆ ยกเว้น ภาษาพูดและภาษาเขียน (Nonverbal message)

3. ช่องทางการสื่อสาร (Channel) หมายถึงสื่อที่นำพาสารไปยังผู้รับสาร

4. ผู้รับสาร (Receiver) ผู้รับสารถือว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญปลายทางของ กระบวนการสื่อสารที่จะแสดงให้เห็นถึงระดับความสำเร็จ หรือระดับของความล้มเหลวที่จะเกิดขึ้น

กิติมา สุรสนธิ (2557, หน้า 18-35) กล่าวว่า กระบวนการสื่อสารจะต้องประกอบไปด้วยส่วนสำคัญ 4 ส่วนเป็นอย่างน้อย ได้แก่ ผู้ส่งสาร (Sender) สาร (Message) ช่องทางการสื่อสาร (Channel) และ ผู้รับสาร (Receiver) โดยแต่ละส่วนมีรายละเอียดดังภาพที่ 2-5



ภาพที่ 2-5 กระบวนการสื่อสาร

จากภาพที่ 2-5 แสดงถึงกระบวนการสื่อสารที่ประกอบไปด้วย 4 องค์ประกอบ ได้แก่ ผู้ส่งสาร สาร ช่องทางการสื่อสารและผู้รับสาร ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. ผู้ส่งสาร หมายถึง บุคคลหรือกลุ่มบุคคลที่มีความคิด มีความต้องการ มีความตั้งใจที่จะส่งข้อมูล ข่าวสาร อารมณ์ ความรู้สึกนึกคิด ทศนคติ ความเชื่อ และอื่น ๆ ไปยังผู้รับสาร เพื่อก่อให้เกิดผลอย่างใดอย่างหนึ่งต่อผู้รับสาร

2. สาร หมายถึง เรื่องราวที่มีความหมายและถูกแสดงออกมาโดยอาศัยภาษาหรือสัญลักษณ์ใด ๆ ก็ตามที่สามารถทำให้เกิดการรับรู้ร่วมกันระหว่างผู้ส่งสารและผู้รับสารได้ สารจะเป็นตัวเร้าให้ผู้รับสารเกิดการรับรู้ต่อความหมายและมีปฏิกิริยาตอบสนองต่อความหมายที่ได้รับ

3. ช่องทางการสื่อสารหรือสื่อ หมายถึง พาหนะที่นำพาเนื้อหา ข้อมูลข่าวสารจากผู้ส่งสารไปยังผู้รับสาร ดังนั้นช่องทางการสื่อสารจึงอาจหมายถึง ประสาทสัมผัสทั้ง 5 ของมนุษย์ที่ใช้ในการสื่อและการรับรู้ความหมายด้วยวิธีต่าง ๆ อันได้แก่ การมองเห็น การได้ยิน การดมกลิ่น การสัมผัส และการลิ้มรส หรือนอกจากนี้ยังหมายถึง คลื่นแสง คลื่นเสียง และอากาศที่อยู่รอบ ๆ ตัวคนเราที่จะช่วยทำให้เกิดการส่ง การแพร่กระจายสัญญาณต่าง ๆ ด้วย

4. ผู้รับสาร หมายถึง บุคคลหรือกลุ่มบุคคลที่เป็นปลายทางของการสื่อสาร เป็นผู้รับสารที่ผู้ส่งสารส่งมาทางช่องทางการสื่อสารต่าง ๆ ซึ่งผู้รับสาร ถือเป็นองค์ประกอบที่สำคัญไม่แพ้องค์ประกอบอื่นในการสื่อสาร เพราะหากผู้รับสารไม่พยายามรับ หรือผู้รับไม่สามารถทำความเข้าใจในสารที่ผู้ส่งสารสื่อให้ได้ การสื่อสารนั้นก็จะเป็นการสูญเปล่า

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า องค์ประกอบของการสื่อสาร มีดังนี้

1. ผู้ส่งสาร คือผู้ที่มีเป้าหมายต้องการจะสื่อความ ข่าวสาร อารมณ์ ฯลฯ อย่างใดอย่างหนึ่งต่อผู้รับสาร

2. ข่าวสาร/ สาร คือ ข่าว ความรู้ ความคิด ฯลฯ ที่ผู้ส่งสารต้องการให้ผู้รับสารรับทราบหรือกระทำบางสิ่งบางอย่าง

3. ช่องทางการสื่อสาร หมายถึง สื่อที่นำพาสารไปยังผู้รับสาร

4. ผู้รับสาร หมายถึง บุคคลหรือกลุ่มบุคคลปลายทางของการสื่อสาร เป็นผู้รับสารที่ผู้ส่งสารส่งมาทางช่องทางการสื่อสารต่าง ๆ

1.3 ช่องทางการสื่อสาร

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 60-61)

ได้นำเสนอช่องทางการสื่อสารไว้ ดังนี้

1. การฟัง เป็นช่องทางการสื่อสารที่ต้องการให้ผู้รับสารฟัง แนวคิด ความคิดเห็นหรือกระบวนการของผู้ส่งสารที่นำเสนอในรูปแบบของคำพูดหรือภาษาพูด การฟังที่ดีผู้ฟังจะต้องมีเจตนาที่รับฟังแล้วคิดวิเคราะห์ตามเนื้อหาที่ฟัง และถ้าเกิดข้อสงสัยหรือไม่เข้าใจอย่าด่วนซักถามหรือคัดค้าน พยายามให้โอกาสผู้พูดได้ขยายความ แล้วจึงถามอย่างสุขุม หรือเป็นลำดับขั้นและอย่าแสดงอารมณ์

2. การพูด เป็นช่องทางการสื่อสารที่ต้องการให้ผู้ส่งสาร อธิบายแนวคิด ความคิดเห็น หรือกระบวนการ ออกมาเป็นคำพูดหรือภาษาพูดในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล เพื่อให้ผู้รับสารได้รับรู้หรือเข้าใจได้ชัดเจน การพูดอาจเป็นการพูดระหว่างบุคคลหรือการพูดในที่สาธารณะก็ได้ การพูดที่ดี ผู้พูดจะต้องมีจุดหมาย เนื้อหาของข่าวสาร และรูปแบบของการพูด ที่ถูกต้องชัดเจน ตลอดจนมีระดับความดังของเสียง ความสูงต่ำของเสียง อัตราเร็วช้าในการพูด การหยุดระยะหรือเว้นช่วงหายใจที่เหมาะสม ไม่ควรพูดข่มผู้ฟังหรือใช้สรรพนามที่ไม่เหมาะสม

3. การอ่าน เป็นช่องทางการสื่อสารที่ต้องการให้ผู้รับสาร ศึกษาหรือพิจารณา แนวคิด ความคิดเห็น หรือกระบวนการของผู้ส่งสาร ที่นำเสนอในรูปแบบของลายลักษณ์อักษร หรือภาษาเขียน การอ่านที่ดี ผู้อ่านจะต้องมีเจตนาที่จะอ่านแล้ววิเคราะห์ตามเนื้อหาที่อ่าน และถ้าเกิดข้อสงสัยหรือไม่เข้าใจ ผู้อ่านควรได้ถามจากผู้รู้จนหายสงสัยหรือเข้าใจดีขึ้น

4. การเขียนเป็นช่องทางการสื่อสารที่ต้องการให้ผู้ส่งสารบันทึกแนวคิด ความคิดเห็น หรือกระบวนการออกมาเป็นลายลักษณ์อักษร หรือภาษาเขียนในทุกขั้นตอน อย่างเป็นลำดับขั้นและสมเหตุสมผล เพื่อให้ผู้รับสารได้ศึกษาค้นคว้าหรือพิจารณาความถูกต้อง การเขียนอาจเป็นผลงานของบุคคลเพียงคนเดียว หรือผลงานของกลุ่มบุคคลก็ได้ การเขียนที่ดี ผู้เขียนจะต้องมีจุดมุ่งหมาย เนื้อหาข่าวสารและรูปแบบการเขียนที่ถูกต้อง และชัดเจน ตรงประเด็น

5. การดู เป็นช่องทางการสื่อสารที่ต้องการให้ผู้รับสารเห็นแนวคิด ความคิดเห็น หรือกระบวนการของผู้ส่งสาร ในรูปของกิริยา ท่าทาง อากาต่าง ๆ การดูที่ดีผู้ดูจะต้องมีความสนใจ มีเจตนาที่จะดูแล้ววิเคราะห์ตามเนื้อหาที่เห็น

6. การแสดงท่าทาง เป็นช่องทางการสื่อสารที่ต้องการให้ผู้ส่งสารแสดงแนวคิด ความคิดเห็น หรือกระบวนการออกมาเป็นกิริยา ท่าทาง อากาต่าง ๆ เพื่อให้ผู้รับสารได้รู้ หรือพิจารณาความถูกต้อง การแสดงท่าทาง อาจเป็นผลงานของบุคคลเพียงคนเดียวหรือผลงานของกลุ่มบุคคลก็ได้ การแสดงท่าทางที่ดีผู้แสดงจะต้องมีจุดหมาย เนื้อหาของข่าวสาร และรูปแบบของการแสดงที่ถูกต้อง ชัดเจน และเป็นลำดับขั้น

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปช่องทางการสื่อสารได้ ดังนี้ การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การดู และการแสดงท่าทาง ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้ส่งเสริมให้นักเรียนสื่อสาร

ความคิดออกมาทาง การพูดและการเขียน เนื่องจากการพูดเป็นทักษะการสื่อสารขั้นพื้นฐานและการเขียนเป็นช่องทางสื่อสารที่จะพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถในการเขียนสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และสื่อสารแนวคิดของตนออกมาเป็นลำดับขั้นตอน

2. ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน โดยได้มีนักการศึกษาและสถาบันการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 56) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า เป็น ความสามารถในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้

เวชฤทธิ์ อังกะระภัทรขจร (2554, หน้า 47) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า ความสามารถในการจัดระบบและอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ของตนให้บุคคลอื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม และสมเหตุสมผล โดยการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ สามารถอธิบายได้โดยการพูด การเขียน และการนำเสนอแนวคิดสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 79) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถในการพูดการเขียน การใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ รูปภาพ และแบบจำลอง เพื่อแสดงแนวคิดหรืออธิบายแนวคิดของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้ โดยใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง มีความกระชับ ชัดเจน และเหมาะสม

ศศิธร แม่นสงวน (2556, หน้า 186) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ว่าหมายถึงกระบวนการถ่ายทอดข่าวสารจากผู้ส่งสารไปยังผู้รับสาร โดยนำเสนอผ่านช่องทางสื่อสาร ต่าง ๆ ได้แก่ การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การดู การแสดงท่าทาง โดยมีการใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ สมการ อสมการ ฟังก์ชันและแบบจำลอง ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มาช่วยในการสื่อความหมาย

เนื่องจากความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด จะทำให้นักเรียนสามารถพูดคุย แนะนำ และนำเสนอความคิดของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน จะทำให้นักเรียนสามารถเขียนสื่อความหมายความคิดของตนเองเป็นลำดับขั้นตอนให้ผู้อื่นเข้าใจได้ และยังส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้ภาษาและสัญลักษณ์

ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ในงานวิจัยนี้จึงส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและการเขียน

จากการศึกษาความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาหลายท่าน สามารถสรุปได้ว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถในการจัดระบบหรืออธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ โดยผ่านช่องทางการพูดและการเขียน โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน

3. ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์เพราะทำให้ผู้เรียนได้สื่อสารความคิด ความเข้าใจของตนเอง และครูก็จะได้ทราบถึงปัญหาของนักเรียนว่าไม่เข้าใจประเด็นใด นอกจากนี้ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนมีความสำคัญมากดังคำกล่าวของนักการศึกษาหลายท่าน ดังนี้

Rowan and Morrow (1993, p. 7) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้ 1) ช่วยปรับปรุงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้ดีขึ้น 2) ช่วยให้นักเรียนสามารถแบ่งปันความเข้าใจของตนเองให้เพื่อนได้ 3) ช่วยให้นักเรียนมีความเป็นตัวของตัวเองมากขึ้น ในฐานะของนักเรียน 4) จะช่วยให้บรรยากาศในการเรียนให้ดูอบอุ่นมากยิ่งขึ้น 5) ช่วยให้ครูเข้าใจความคิดของนักเรียน ว่าควรจะแนะนำนักเรียนในเรื่องใดบ้าง

วารภรณ์ มีหนัก (2545, หน้า 62) ได้ให้ความสำคัญของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ทำให้ทุกเนื้อหาที่ต้องการให้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา ซึ่งอาจนำเสนอข้อมูลในรูปแบบภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง ตาราง และกราฟ

อัมพร ม้าคอง (2547, หน้า 103) ได้กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญในการทำให้เกิดสิ่งต่อไปนี้

1. ก่อให้เกิดความเข้าใจร่วมกันระหว่างผู้เรียน
2. ส่งเสริมบริบทของการเรียนรู้ที่เหมาะสม
3. เพิ่มความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้กับทั้งผู้สื่อสาร และผู้รับสาร
4. ช่วยให้ผู้สอนมองเห็นความเข้าใจของผู้เรียน จะทำให้วางแผนจัดการเรียนรู้

ได้อย่างเหมาะสม

เวชฤทธิ์ อังณะภัทรขจร (2554, หน้า 48) ได้ให้ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้ การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่จำเป็นต่อวิชาคณิตศาสตร์ และเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่ทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจถูกต้องและ

ลึกซึ้งในวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น รวมทั้งการทำให้ผู้สอนได้รู้ถึงความเข้าใจและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้อีกด้วย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 59) ได้ให้ความสำคัญของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการคิดของตนให้ผู้อื่นได้รับรู้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีประสิทธิภาพ การที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปราย หรือการเขียนแลกเปลี่ยนความรู้และความคิดเห็น ถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวาง ลึกซึ้ง และจดจำได้นานมากยิ่งขึ้นอีกด้วย

จากการศึกษาความสำคัญของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สามารถสรุปได้ว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญ โดยเป็นทักษะที่จำเป็นต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จะทำให้ผู้เรียนสามารถถ่ายทอดองค์ความรู้ ความเข้าใจใน แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ออกมาได้อย่างมีประสิทธิภาพ รวมทั้งผู้สอนจะได้รู้ถึงความเข้าใจและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนอีกด้วย

4. ลักษณะของผู้ที่มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาลักษณะของผู้ที่มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการส่งเสริมให้ผู้เรียนมีลักษณะของผู้ที่มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังคำกล่าวของนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษา ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 57-58) ได้กล่าวถึงลักษณะของผู้ที่มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างสื่อรูปธรรม รูปภาพ และแผนภาพกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์
2. อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างภาษาในชีวิตประจำวันกับภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์และสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ในการสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์
3. ใช้ทักษะการอ่านและฟังในการแปลความหมายและประเมินแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และสามารถเขียนด้วยความเข้าใจ
4. สร้างคำจำกัดความทางคณิตศาสตร์และอธิบายสิ่งที่ค้นพบจากการตรวจสอบ
5. สร้างสถานการณ์โดยใช้การพูดและการเขียน วัตถุรูปธรรม รูปภาพ กราฟ และวิธีการทางพีชคณิต
6. ออกแบบและนำเสนอข้อมูลในรูปแบบที่สื่อความหมายให้ผู้อื่นเข้าใจได้ชัดเจน

7. สะท้อน อภิปราย และอธิบายแนวคิดและความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ และสร้างข้อความคาดการณ์หรือข้อขัดแย้งที่น่าสนใจ

8. สะท้อนและอธิบายแนวคิดตนเองเกี่ยวกับแนวคิดและสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ด้วยวาจาและการเขียน

9. ถามคำถามขยายความที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เคยอ่านหรือได้ยินมาก่อน

10. เห็นคุณค่าของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์และบทบาทของสัญลักษณ์เหล่านั้น ในการพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์

11. ตระหนักว่าการแสดง การอภิปราย การอ่าน การเขียน และการฟังเกี่ยวกับคณิตศาสตร์เป็นส่วนสำคัญสำหรับการเรียนรู้และการใช้คณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 82) ได้เสนอถึงลักษณะของผู้ที่มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. เลือกรูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมาย และนำเสนอด้วยวิธีที่เหมาะสม

2. สื่อความหมายของสิ่งที่อ่านหรือฟังได้อย่างชัดเจน

3. อธิบายความคิดหรือการทำงานของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างชัดเจน

4. ใช้ข้อความ ศัพท์ สูตร สมการ หรือแผนภูมิที่เป็นสากล ประกอบตามลำดับขั้นตอน

ของการนำเสนอได้เป็นระบบ ชัดเจน และเหมาะสม

5. บันทึกผลงานในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล

6. สรุปสาระสำคัญที่ได้จากการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งการเรียนรู้

เสนอความคิดเห็นที่เหมาะสมกับปัญหา

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า ลักษณะของผู้ที่มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะ ดังนี้ สามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ในการสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์ ใช้ทักษะการฟังและการอ่านในการแปลความหมายทางคณิตศาสตร์ สะท้อนและอภิปรายแนวคิดและความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ได้ ด้วยการพูดและการเขียน

5. แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาให้ผู้เรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังคำกล่าวของนักการศึกษาหลายท่านและหน่วยงานทางการศึกษา ดังนี้

Rowan and Morrow (1993, pp. 9-11 อ้างถึงใน ศศิธร แม้นสงวน, 2556) ได้เสนอแนะแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การใช้สื่อรูปธรรม (Physical materials)

2. การใช้ความสนใจ และความสัมพันธ์ของหัวข้อทางการเรียน เช่น การสำรวจโครงการ และงานที่เกี่ยวข้องกับความสนใจของนักเรียนซึ่งเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรงและกิจกรรมเช่นนี้ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน จะทำให้การใช้คณิตศาสตร์สื่อสารไปอย่างสมบูรณ์

3. การใช้คำถามปลายเปิด (Open-Ended question) เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดจะเป็นคำถามที่ให้โอกาสนักเรียนได้คิดอย่างหลากหลายและการคิดอย่างสร้างสรรค์ การส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารรวมไปถึงการให้นักเรียนได้ตั้งคำถามกับตนเอง ซึ่งจะนำไปสู่การค้นพบตามที่เขาสงสัย

4. การเขียนสื่อสารแนวความคิดเป็นสิ่งสำคัญและควรให้นักเรียนได้ฝึกฝนให้นักเรียนเห็นว่า การเขียนเป็นส่วนที่มีความสำคัญต่อการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนเป็นนั่นคือ เป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจนกับนักเรียน

5. การใช้กลุ่มแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน (Cooperative & Collaborative group) การให้นักเรียนนั่งเรียนเป็นแถวและนั่งประจำโต๊ะของตนเอง ไม่ได้ส่งเสริมให้เกิดการอภิปราย การจัดกลุ่มให้นักเรียนร่วมมือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้เป็นโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่มและเป็นการส่งเสริมการสื่อสารโดยตรง

6. การชี้แนะโดยตรงและการชี้แนะทางอ้อม (Overt & Convert cues) การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียน การบริหารและจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานการเรียนรู้ เพื่อที่นักเรียนจะแสดงแนวคิดเหล่านี้ได้อย่างไม่ต้องกังวล การจัดการเรียนรู้ให้เกิดความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ (2545, หน้า 201) ได้เสนอ แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ว่า การฝึกความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นี้ควรทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีแก้ปัญหายังไง เขียนรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อความหมาย

วารสาร มีหนัก (2545, หน้า 62) ได้นำเสนอแนวทางการพัฒนานักเรียนให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ มีวิธีการดำเนินการดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน
2. ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยครูช่วยชี้แนะ

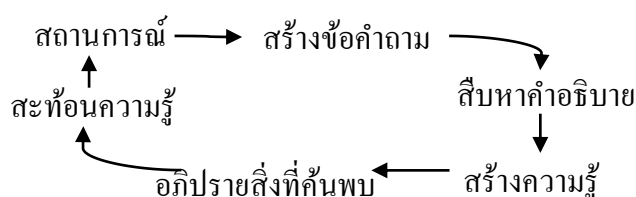
การฝึกทักษะกระบวนการควรทำอย่างต่อเนื่องโดยสอดคล้องกับทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีการแก้ปัญหอย่างไร เขียนรูปภาพแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อความหมาย

เวทฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2554, หน้า 48-50) ได้กล่าวว่า ปัจจัยที่สำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาทักษะสื่อสาร คือผู้สอน โดยครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนสรุปได้ดังนี้

1. ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยผ่านกระบวนการอ่าน การพูด การเขียน และการนำเสนอ
2. ผู้สอนต้องจัดบรรยากาศหรือสภาพห้องเรียนที่เอื้อต่อการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย การแสดงเหตุผลร่วมกับเพื่อนในชั้นเรียน ซึ่งเป็นวิธีการที่ทำให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ค้นหาปัญหาร่วมกัน รวมถึงการให้คำแนะนำจากผู้สอน อันจะทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอันลึกซึ้งในความคิดของตนเอง แต่อย่างไรก็ตามหากผู้สอนต้องการฝึกทักษะการสื่อสารให้กับผู้เรียน ผู้สอนควรลดปริมาณเวลาหรือปริมาณการพูดของตนเองให้น้อยลง เพื่อให้ผู้เรียนได้สื่อสารกันมากขึ้น
3. ผู้สอนควรถามบ่อย ๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามปลายเปิด (Open-Ended questions) เนื่องจากจะกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลายและสามารถนำแนวคิดนั้นมาสื่อสาร และแลกเปลี่ยนความรู้กับผู้อื่น
4. ผู้สอนควรใช้เนื้อหาหรือเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวพวกเขา ทำให้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นไปได้อย่างสมบูรณ์
5. ผู้สอนควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและตอบคำถามต่าง ๆ เช่น “เกิดอะไรขึ้นเกี่ยวกับสถานการณ์นั้น ๆ” “ทำไมคิดว่าสิ่งเหล่านั้นถูกต้อง” “คิดอย่างไรเกี่ยวกับ...” ซึ่งล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดความคิด มีการสื่อสารออกมา หรือบางครั้งอาจให้ผู้เรียนอธิบายกระบวนการหรือวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบ โดยให้เขียนเป็นประโยคสั้น ๆ เช่น ทำอย่างไร ผลเป็นเช่นไร ทำไมทำเช่นนั้น เป็นต้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 63-75) ได้เสนอกิจกรรมส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การสืบสวนสอบสวน เป็นกระบวนการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอที่ต้องการให้นักเรียน สร้างคำถาม สืบหาคำอธิบาย สร้างความรู้ใหม่ อภิปรายสิ่งที่ค้นพบ และสะท้อนความรู้ใหม่ ซึ่งเป็นกระบวนการที่ช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ มีความสุขกับการเรียน และมีความคงทนในความรู้ที่ได้ ขั้นตอนกระบวนการสืบสวนสอบสวน มีความต่อเนื่อง สัมพันธ์กัน ดังแสดงด้วยภาพที่ 2-6



ภาพที่ 2-6 ขั้นตอนกระบวนการสืบสวนสอบสวน

2. การเขียนอนุทิน เป็นการบันทึกอย่างไม่เป็นทางการของนักเรียนเป็นรายบุคคล เพื่ออธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ คิดหรืออธิบายการดำเนินกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ หรือเพื่อสะท้อนความรู้สึก ความคิดเห็น ความสนใจของนักเรียนที่มีต่อแนวคิดหรือการดำเนินกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ การเขียนอนุทินที่ดี นักเรียนจะต้องมีความซื่อสัตย์ เขียนตามความเป็นจริงและควรบันทึกทันทีหลังจากดำเนินกิจกรรมทางคณิตศาสตร์นั้น ๆ

3. การเขียนรายงานเป็นการบันทึกอย่างเป็นทางการของนักเรียนหรือกลุ่มนักเรียน เพื่อนำเสนอแนวคิด ความคิดเห็น หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และรูปแบบการเขียนที่ถูกต้องและชัดเจน โดยทั่วไป รูปแบบการเขียนรายงานที่นิยม มี 2 รูปแบบ ดังนี้

3.1 รูปแบบที่ 1 การนำเสนอเนื้อหาของการรายงานก่อนบทสรุปหรือข้อเสนอแนะ การเขียนรายงานแบบนี้ เป็นการเขียนรายงานที่ต้องการให้นักเรียน นำเสนอเนื้อหาของการรายงานก่อนบทสรุป หรือข้อเสนอแนะ อาจมีหัวข้อการนำเสนอ ดังนี้

- 3.1.1 คำแถลงของผู้เขียน
- 3.1.2 หัวข้อเรื่อง
- 3.1.3 บทคัดย่อ (ถ้ามี)
- 3.1.4 สารบัญ
- 3.1.5 บทนำ
- 3.1.6 เนื้อหาของการรายงาน

3.1.7 บทสรุปและข้อเสนอแนะ

3.1.8 เอกสารอ้างอิง

3.1.9 ภาคผนวก (ถ้ามี)

3.2 รูปแบบที่ 2 การนำเสนอรายงานหลังบทสรุป หรือข้อเสนอแนะ การเขียนรายงานแบบนี้เป็นการเขียนรายงานที่ต้องการให้นักเรียนนำเสนอเนื้อหาของรายงานหลังบทสรุปหรือข้อเสนอแนะ อาจมีหัวข้อการนำเสนอ ดังนี้

3.2.1 คำแถลงของผู้เรียน

3.2.2 หัวข้อเรื่อง

3.2.3 บทคัดย่อ (ถ้ามี)

3.2.4 สารบัญ

3.2.5 บทสรุปหรือข้อเสนอแนะ

3.2.6 เนื้อหาของรายงาน

3.2.7 เอกสารอ้างอิง

3.2.8 ภาคผนวก (ถ้ามี)

4. การเขียนโปสเตอร์ เป็นการเขียนเพื่อนำเสนอแนวคิด ความคิดเห็น หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น การให้เหตุผลบนแผ่นกระดาษ วัสดุ หรือสื่อ เช่น พิวเจอร์บอร์ด การเขียนโปสเตอร์ที่ดีจะต้องมีจุดหมายเดียว ให้ความหมายที่ชัดเจน ไม่ทำให้ผู้ดูสงสัย มีสีสวยงาม สะดุดตาชัดเจน มีจุดเด่นที่หัวเรื่อง และมีขนาดใหญ่พอที่จะมองเห็นได้ง่าย สามารถเข้าใจได้ โดยไม่เสียเวลาอ่านนานนัก

อัมพร ม้าคนอง (2547, หน้า 103) ได้กล่าวว่า แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้น อาจเริ่มต้นจากสิ่งง่าย ๆ เช่น ผู้สอนฝึกผู้เรียนให้แสดงความคิดเห็นทางคณิตศาสตร์โดยใช้ภาษาของตนเอง ในลักษณะที่ไม่เป็นทางการ (Informal style) ซึ่งจะเป็นการแสดงความคิดเห็นที่เกิดขึ้นแรก ๆ (Initial thinking) หรือความรู้ที่ตนเพิ่งสร้างขึ้นหรือรับมา การฝึกในลักษณะนี้ผู้สอนจะต้องมีความเข้าใจเกี่ยวกับภาษาทางคณิตศาสตร์และความหมายที่แตกต่างกันออกไปของศัพท์ทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากบางคำ เมื่อไม่อยู่ในบริบททางคณิตศาสตร์ก็อาจมีความหมายอื่นที่แตกต่างจากความหมายในบริบททางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อผู้เรียนใช้ภาษาที่ไม่เป็นทางการ เช่นคำว่า กู้ หักออก ผลที่ได้ เป็นต้น หลังจากฝึกการสื่อสารอย่างไม่เป็นทางการแล้วในลำดับต่อไป ผู้สอนอาจฝึกให้ผู้เรียนสื่อสารอย่างเป็นทางการ (Formal

style) ซึ่งเป็นกระบวนการแสดงความเข้าใจกับผู้สอนและเพื่อนในชั้นเรียน โดยใช้ภาษาพูดหรือภาษาเขียนที่เป็นทางการ อย่างไรก็ตาม ไม่ว่าจะเป็นการสื่อสารในลักษณะใด หากผู้สอนต้องการฝึกทักษะการสื่อสารให้กับผู้เรียน ผู้สอนควรลดเวลาหรือปริมาณการพูดในห้องเรียนของตนให้น้อยลง เพื่อให้ผู้เรียนจะได้สื่อสารกันมากขึ้น

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปแนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ ดังนี้

1. การฝึกให้ผู้เรียนแสดงความคิดเห็นทางคณิตศาสตร์โดยใช้ภาษาของตนเองในลักษณะที่ไม่เป็นทางการ (Informal style) ซึ่งเป็นการแสดงความคิดเห็นที่เกิดขึ้นแรก ๆ หรือความรู้ที่ตนเพิ่งได้รับมา แล้วในลำดับต่อไป ผู้สอนอาจฝึกให้นักเรียนสื่อสารอย่างเป็นทางการ (Formal style) โดยการพูดโดยใช้ภาษาที่เป็นทางการ หรือการเขียนสื่อสารแสดงแนวคิด เช่น การเขียนอนุทิน การเขียนรายงาน การเขียนโปสเตอร์

2. ใช้กลุ่มแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน (Cooperative & Collaborative group) การจัดกลุ่มให้นักเรียนได้ร่วมมือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้เป็นโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิดอธิบายแนวคิดกันในกลุ่มและเป็นการส่งเสริมการสื่อสารโดยตรง

3. ผู้สอนต้องจัดบรรยากาศหรือสภาพห้องเรียนที่เอื้อต่อการส่งเสริมให้นักเรียนมีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย การแสดงเหตุผลร่วมกับเพื่อนในชั้นเรียน ซึ่งเป็นวิธีการที่จะทำให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ค้นหาปัญหาาร่วมกัน

4. ผู้สอนควรถามบ่อย ๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามปลายเปิด (Open-Ended question)

โดยการฝึกความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นี้ต้องทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีการแก้ปัญหอย่างไร เขียนรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวเองเป็นอย่างไร จะใช้ภาพตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อความหมาย

6. การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งได้ทำการศึกษาเป็น 2 ส่วนนั่นคือ แนวทางการประเมินและเกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จากคำกล่าวของนักการศึกษาหลายท่าน ดังนี้

6.1 แนวทางการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

Lester and Kroll (1991 pp. 278-282 อ้างถึงใน ศศิธร แม้นสงวน, 2556, หน้า 188) ได้เสนอเทคนิคการประเมินผลในชั้นเรียนดังนี้

1. การสังเกตและสอบถาม การสังเกตและสอบถามนักเรียนขณะที่นักเรียนกำลังทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ซึ่งจะทำให้ได้ข้อมูลเกี่ยวกับทักษะกระบวนการคิด เจตคติและความเชื่อจากการสังเกตสามารถทำได้โดยไม่เป็นทางการหรือการสัมภาษณ์

2. การตรวจผลงาน เป็นการพิจารณาถึงกระบวนการแก้ปัญหา โดยพิจารณาว่านักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร ไม่ได้ให้ความสำคัญกับผลลัพธ์ที่ได้เป็นหลัก มีวิธีการตรวจผลงานของนักเรียนที่สำคัญ 2 วิธี

2.1 การตรวจให้คะแนนในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา (Analytic scoring) เป็นการตรวจให้คะแนน โดยการกำหนดระดับหรือจุดการให้คะแนนในแต่ละระดับพฤติกรรมในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา

2.2 การตรวจให้คะแนนภาพรวม (Holistic scoring) เน้นการให้คะแนนภาพรวมของผลการแก้ปัญหาให้คะแนนตามกฎเกณฑ์ที่กำหนดที่สัมพันธ์กับกระบวนการคิดในการแก้ปัญหาให้ค่าคะแนนหนึ่งค่าสำหรับผลของการแก้ปัญหาทั้งหมด ซึ่งต่างจากการให้คะแนนแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา

3. ประเมินจากผลงานที่เก็บรวบรวมไว้ในแฟ้มข้อมูลรายบุคคล โดยปกติแล้วแฟ้มข้อมูลรายบุคคลจะรวบรวมข้อมูลทั้งการสอบ จากที่บ้านและผลงานอื่น ๆ ที่เป็นจุดสำคัญที่จะนำมาประเมินผลรวมสุดท้ายเพื่อให้เกรด

4. การทดสอบนั้นแบบทดสอบ โดยทั่วไปมักจะเน้นให้นักเรียนหาคำตอบที่ถูกต้องของปัญหาไม่ได้เน้นถึงกระบวนการคิดแก้ปัญหา ดังนั้น ในการสร้างแบบทดสอบเพื่อวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนควรที่จะกำหนดข้อคำถามที่มุ่งประเมินกระบวนการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (1989 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2547) ได้ระบุว่า การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ควรหาหลักฐานให้ผู้เรียนมีความสามารถดังนี้

1. บรรยายทางคณิตศาสตร์โดยการพูด เขียน สาทิตให้เห็นภาพได้
2. เข้าใจ แปลความหมาย และประเมินความคิดทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลที่พบเห็นจากสิ่งที่มีการนำเสนอในรูปแบบการเขียน หรือสิ่งที่มีมาจากการนำเสนอในรูปแบบปากเปล่าได้

3. ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ เครื่องหมาย สัญลักษณ์ ในการนำเสนอความคิด ที่แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้

อัมพร ม้าคอง (2547, หน้า 146) ได้กล่าวว่า แนวทางการประเมินผลความสามารถ ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน คือ การออกแบบกิจกรรมให้ผู้เรียนเป็นผู้ลงมือทำ กิจกรรมเพื่อพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยการสืบค้น อภิปราย บรรยาย สาธิตความรู้ต่าง ๆ โดยกิจกรรมนั้นเป็นกิจกรรมที่อยู่ในสภาพจริง ผู้เรียนจะสามารถสื่อสารความคิด แสดงความคิดเห็น อภิปราย แลกเปลี่ยนการค้นหาคำความรู้ ตลอดจนสนับสนุนข้อคิดเห็นต่าง ๆ ซึ่งแสดงออกโดยการ ฟัง พูด อ่าน เขียน กิจกรรมที่กระทำเหล่านี้ ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีการกระทำ ทางคณิตศาสตร์ เนื่องจาก การสื่อสารเป็นกระบวนการเรียนรู้ที่จำเป็น และถึงแม้ว่าวิชาคณิตศาสตร์ จะมีความยากในการใช้เครื่องหมายต่าง ๆ ให้ถูกต้อง แต่บางครั้งการให้ผู้เรียนแสดงออกมา โดยใช้คำพูดของตนเอง จะทำให้ผู้เรียนได้เข้าใจแจ่มแจ้งขึ้น ซึ่งความสามารถในการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์ สามารถประเมินได้จากการแสดงความหมาย และมโนทัศน์ที่ผู้เรียนพูดออกมา การประเมินควรอยู่ในรูปแบบต่าง ๆ ของการสื่อสาร เช่น การสื่อสารระหว่างบุคคล การสื่อสาร ระหว่างการใช้เทคโนโลยีต่าง ๆ และจากการที่การสื่อสาร หมายถึง การแสดงออกในรูปแบบ การใช้ศัพท์ เครื่องหมาย และ โครงสร้างที่แสดงออกมา ถึงความเข้าใจในสิ่งนั้น และความสัมพันธ์ ของสิ่งนั้น จึงสรุปได้ว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการผสมผสานกลมกลืนระหว่างความรู้ กับการกระทำทางคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า แนวทางการประเมินความสามารถในการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. การสังเกตและสอบถาม ขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์
2. การตรวจผลงาน เป็นการพิจารณาถึงกระบวนการแก้ปัญหา โดยพิจารณาว่า

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

ซึ่งในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการพูดและการเขียน โดยการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางด้านการพูดใช้การสังเกต พฤติกรรมในชั้นเรียน ส่วนการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

6.2 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์การประเมิน (Rubric) ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ เกณฑ์ (Criteria) และระดับ คุณภาพหรือระดับคะแนน โดยทั่วไป เกณฑ์การประเมินมีอยู่ 2 ประเภท นั่นคือ เกณฑ์การประเมิน แบบภาพรวม (Holistic rubric) และ เกณฑ์การประเมินแบบแยกส่วน (Analytic rubric) ซึ่งใน

งานวิจัยนี้ จะใช้เกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แบบภาพรวม (Holistic rubric) ซึ่งมีนักการศึกษาและสถาบันการศึกษากำหนดเกณฑ์ไว้ ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 94) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: ความสามารถในการสื่อสารไว้ในตารางที่ 2-6

ตารางที่ 2-6 เกณฑ์การประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: ความสามารถในการสื่อสารของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การให้คะแนน
3 (ดี)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลตามลำดับขั้นตอนชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วน สมบูรณ์
2 (พอใช้)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลได้ชัดเจนบางประเด็น และยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น
1 (ต้องปรับปรุง)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง และการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 271) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังตารางที่ 2-7

ตารางที่ 2-7 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของศศิธร แม้นสงวน

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอนได้เป็นระบบ กระชับ ชัดเจนและมีรายละเอียดสมบูรณ์

ตารางที่ 2-7 (ต่อ)

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 ดี	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอนได้ ถูกต้อง ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์
2 พอใช้	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ พยายามนำเสนอโดยใช้ กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบชัดเจนบางส่วน
1 ต้องปรับปรุง	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ อย่างง่าย ๆ ไม่ใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางเลย และการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน
0 ไม่พยายาม	ไม่นำเสนอ

โรงเรียนวังไกลกังวล (2557, หน้า 184) ได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถ ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 2-8

ตารางที่ 2-8 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของโรงเรียน วังไกลกังวล

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
4 ดีมาก	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ตามลำดับ ขั้นตอนเป็นระบบ ชัดเจน และมีรายละเอียดสมบูรณ์
3 ดี	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นลำดับขั้นตอนได้ ถูกต้อง ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์
2 พอใช้	พยายามใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แสดงข้อมูล ประกอบชัดเจน เป็นบางส่วน
1 ต้องปรับปรุง	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ชัดเจน
0 ไม่พยายาม	ไม่นำเสนอ

ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทาง
คณิตศาสตร์ โดยปรับปรุงจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และศศิธร
แมนสงวน โดยมีรายละเอียด ดังตารางที่ 2-9 และตารางที่ 2-10

ตารางที่ 2-9 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
2 ดี	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง เขียนสื่อ ความหมายข้อมูลตามลำดับขั้นตอนถูกต้อง
1 ปานกลาง	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเป็นบางส่วน และเขียนสื่อความหมายไม่ชัดเจน หรือ ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แต่เขียนสื่อความหมายไม่ชัดเจน หรือ เขียนสื่อความหมายได้ชัดเจนแต่ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเป็นบางส่วน
0 ปรับปรุง	ไม่นำเสนอ หรือ ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการเขียนสื่อความหมายผิด

ตารางที่ 2-10 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

คะแนน/ ความหมาย	พฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
2 ดี	ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ ในการนำเสนอแนวคิด ได้ถูกต้อง ชัดเจน
1 ปานกลาง	ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ ในการนำเสนอแนวคิดได้เป็นบางส่วน หรือมีการนำเสนอแนวคิดได้ชัดเจน แต่ไม่มีการใช้ภาษา ทางคณิตศาสตร์
0 ต้องปรับปรุง	ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอข้อมูลไม่ถูกต้อง หรือ ไม่ สามารถใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอข้อมูลได้

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยในประเทศ

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555) ได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิค Think Talk Write ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิค Think Talk Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นวลทิพย์ นวพันธ์ (2552) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยแบ่งเป็นกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ 50 คน และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ 50 คน พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 60 และสูงกว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05

เรวดี มีสุข (2556) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ (Heuristics) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วนของพหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ (Heuristics) เรื่อง เศษส่วนของพหุนาม สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ 15.50 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 77.50 คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 14.50 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 72.50 และคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เฉลี่ย 14.40 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 72.00

กัลยา ปัญญาวัฒน์ชนกุล (2556) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้ทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์เพื่อพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการ ที่ทางโรงเรียนกำหนดเกณฑ์ไว้ ร้อยละ 75 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยในการสอบหลังเรียน ครั้งที่ 1 มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 25.07 คิดเป็นร้อยละ 83.56 ซึ่งสูงกว่า เกณฑ์ที่ทางโรงเรียนกำหนดและมีคะแนน

เฉลี่ยในการสอบหลังเรียนครั้งที่ 2 มีค่าเท่ากับ 26.04 คิดเป็นร้อยละ 86.79 ซึ่งสูงกว่าค่าเฉลี่ยในการสอบครั้งที่ 1 แสดงว่ามีความคงทนทางด้านการเรียนรู้ พฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนในการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์ อยู่ในระดับดี และเจตคติของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง สมการ โดยภาพรวมมีเจตคติอยู่ในระดับเห็นด้วย

2. งานวิจัยต่างประเทศ

L. Winayawati (2012) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือร่วมกับเทคนิค Think Talk Write ที่มีต่อความสามารถในการเขียนและความเข้าใจในการอินทริกรัลในวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า ทักษะทางด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่ละความสามารถสูงกว่ากลุ่มที่ไม่ละความสามารถ และ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่จัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกับเทคนิค Think Talk Write ดีกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ

Elida N. (2012) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยจัดการเรียนรู้แบบ Think Talk Write พบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้แบบ Think talk Write ดีกว่า การจัดการเรียนรู้แบบปกติที่ใช้การวิเคราะห์ห้อย่างมีนัยสำคัญที่ .05

Novotná J. (2014) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการสอนตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ พบว่านักเรียนมีความกระตือรือร้นในการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นที่น่าสนใจ และสามารถกล่าวได้ว่า พฤติกรรมการแก้ปัญหของนักเรียนสามารถพัฒนาได้โดย การสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์

Hoon T. S. (2013) ได้ศึกษาประสบการณ์ที่เกี่ยวกับแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนได้รับการพัฒนาขึ้นโดยนักเรียนสามารถทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ ความสามารถของนักเรียนที่พัฒนาขึ้นสังเกตได้จากการทำงานในการแก้ปัญหา และส่วนหนึ่งมาจากการสัมภาษณ์เพื่อทดสอบชุดผลตอบรับของแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ในกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งผลตอบรับนั้นมีความสัมพันธ์กับกระบวนการแก้ปัญหา

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในและต่างประเทศ พบว่า ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ และผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think Talk Write พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในทิศทางที่สูงขึ้น

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องสมการและอสมการ เอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือและการพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย อำเภอบ้านบึง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 6 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 144 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/3 จำนวน 24 คน โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย อำเภอบ้านบึง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนไม่ต่างกัน เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ

เครื่องมือและการพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สร้างเครื่องมือ ที่ใช้ในการวิจัยมีดังนี้

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องสมการและอสมการ เอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write จำนวน 6 แผน
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ
3. แบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เป็นแบบมาตรประมาณค่า 3 ระดับ จำนวน 4 ข้อ

ขั้นตอนในการพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องสมการและอสมการ เอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม จำนวน 12 ชั่วโมง ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยมีรายละเอียดดังนี้
 - 1.1 ศึกษาหลักสูตรโรงเรียนวิทยาศาสตร์ ภูมิภาคกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.2 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 - 1.3 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write
 - 1.4 วิเคราะห์ตัวชี้วัด ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องสมการและอสมการ เอกซ์โพเนนเชียล เพื่อกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และยุทธวิธีที่สอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write ดังตารางที่ 3-1

ตารางที่ 3-1 การวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และจำนวนชั่วโมง

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา	จำนวน (ชั่วโมง)
1	1. นำความรู้เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันลอการิทึม ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ 1. หาคำตอบของสมการเอกซ์โพเนนเชียลได้	1. การแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล	1. การเขียนสมการ	2
	6.1.1 ใช้วิธีการที่หลากหลาย	ด้านทักษะ/ กระบวนการ นักเรียนสามารถ 2. แก้ปัญหาเกี่ยวกับสมการเอกซ์โพเนนเชียลได้	โพเนนเชียล	2. การแบ่งเป็นปัญหา	
	6.1.1 ใช้วิธีการที่หลากหลาย	3. เขียนสื่อความหมายในการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลได้		ย่อย	
	6.1.2 ใช้ความรู้ ทักษะและ กระบวนการทางคณิตศาสตร์และ เทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม และ 6.1.4 ใช้ ภาษาและ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน	4. นำเสนอแนวคิดในการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลได้		3. เปลี่ยนมุมมอง	
		ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ 1. หาคำตอบของสมการเอกซ์โพเนนเชียลได้	2. การแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล	1. การเขียนสมการ	
		ด้านทักษะ/ กระบวนการ นักเรียนสามารถ 2. แก้ปัญหาเกี่ยวกับสมการเอกซ์โพเนนเชียลได้	โพเนนเชียล	2. การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด	
2		3. เขียนสื่อความหมายในการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลได้			2
		4. นำเสนอแนวคิดในการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลได้			
3	คณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน	ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ 1. หาคำตอบของโจทย์ปัญหา โดยประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องการแก้สมการและสมการเอกซ์โพเนนเชียลได้	3. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการและสมการเอกซ์โพเนนเชียล	1. การเขียนสมการ	2
		ด้านทักษะ/ กระบวนการ นักเรียนสามารถ 2. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการและสมการเอกซ์โพเนนเชียลได้	อสมการเอกซ์โพเนนเชียล		

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผน ที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการ เรียนรู้	ยุทธวิธีที่ ใช้ในการ แก้ปัญหา	จำนวน (ชั่วโมง)
3	1. นำความรู้เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชัน ลอการิทึมไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ 6.1.1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา	3. เขียนสื่อความหมายในการแก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับสมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลได้ 4. นำเสนอแนวคิดในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลได้	3. การแก้ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ สมการและ อสมการ เอกซ์โพเนนเชียล	1. การ เขียน สมการ	2
4	6.1.2 ใช้ความรู้ ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยี ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ 6.1.4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน	ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ 1. หาคำตอบของสมการลอการิทึมได้ ด้านทักษะ/ กระบวนการ นักเรียนสามารถ 2. แก้ปัญหาเกี่ยวกับสมการลอการิทึมได้ 3. เขียนสื่อความหมายในการแก้สมการลอการิทึมได้ 4. นำเสนอแนวคิดในการแก้สมการลอการิทึมได้	4. การแก้ สมการ ลอการิทึม	1. การ เขียน สมการ 2. การคาดเดาและ ตรวจสอบ 3. การ แบ่งเป็น ปัญหาย่อย	2
5	ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน	ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ 1. หาคำตอบของอสมการลอการิทึมได้ ด้านทักษะ/ กระบวนการ นักเรียนสามารถ 2. แก้ปัญหาเกี่ยวกับอสมการลอการิทึมได้ 3. เขียนสื่อความหมายในการแก้อสมการลอการิทึมได้ 4. นำเสนอแนวคิดในการแก้อสมการลอการิทึมได้	5. การแก้ อสมการ ลอการิทึม	1. การ เขียน สมการ	2

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผน ที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการ เรียนรู้	ยุทธวิธีที่ ใช้ในการ แก้ปัญหา	จำนวน (ชั่วโมง)
6	นักเรียนสามารถ	ด้านความรู้ 1. หาคำตอบของโจทย์ปัญหา โดยประยุกต์ใช้ ความรู้เรื่องการแก้สมการและอสมการ ลอการิทึมได้	6. การแก้ โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับ สมการและ อสมการ ลอการิทึม	1. การ เขียน สมการ	2
		ด้านทักษะ/ กระบวนการ 2. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการและอสมการ ลอการิทึมได้ 3. เขียนสื่อความหมายในการแก้โจทย์ปัญหา ที่เกี่ยวกับสมการและอสมการลอการิทึมได้ 4. นำเสนอแนวคิดในการแก้โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับสมการและอสมการลอการิทึมได้			
รวม					12

1.6 จัดทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 6 แผน โดยแต่ละแผนมีส่วนประกอบ ดังนี้

1.6.1 มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

1.6.2 สาระสำคัญ

1.6.3 จุดประสงค์การเรียนรู้

1.6.4 สาระการเรียนรู้

1.6.5 กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

1.6.5.1 ขั้นสร้างความสัมพันธ์

1.6.5.2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

1.6.5.3 ขึ้นหาคำตอบและประเมินผล

1.6.5.4 ขึ้นสะท้อนและต่อยอด

1.6.6 สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1.6.7 การวัดผลประเมินผล

1.6.8 บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเรียบร้อยแล้วเสนอต่อประธานและคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา ความชัดเจน ความเป็นไปได้ ความสอดคล้องระหว่างตัวชี้วัด สารการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้และการวัดผลประเมินผล ตลอดจนภาษาที่ถูกต้อง และนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข

1.8 นำแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ มาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ แล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญเพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา ความชัดเจน ความเป็นไปได้ ความเหมาะสมของมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด สารสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ สารการเรียนรู้ กระบวนการจัดการเรียนรู้ สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ และการวัดผลประเมินผล ตลอดจนภาษาที่ถูกต้อง โดยใช้แบบประเมินความเหมาะสมมีลักษณะมาตรประมาณค่า (Rating scale) มี 5 ระดับ ดังนี้

5 หมายถึง เหมาะสมมากที่สุด

4 หมายถึง เหมาะสมมาก

3 หมายถึง เหมาะสมปานกลาง

2 หมายถึง เหมาะสมน้อย

1 หมายถึง เหมาะสมน้อยที่สุด

แล้วหาค่าเฉลี่ยจากผลรวมของคะแนนทั้งหมด โดยมีเกณฑ์การพิจารณา ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, หน้า 102-103)

คะแนนเฉลี่ย 4.51-5.00 หมายถึง แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมมากที่สุด

คะแนนเฉลี่ย 3.51-4.50 หมายถึง แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมมาก

คะแนนเฉลี่ย 2.51-3.50 หมายถึง แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมปานกลาง

คะแนนเฉลี่ย 1.51-2.50 หมายถึง แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมน้อย

คะแนนเฉลี่ย 1.00-1.50 หมายถึง แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมน้อยที่สุด

ซึ่งค่าเฉลี่ยของคะแนนประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ มีค่าเฉลี่ยเป็น 4.17 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 0.42 และผู้เชี่ยวชาญมีข้อเสนอแนะคือ ควรเปลี่ยนวิธีการตรวจคำตอบ ในส่วนของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่องอสมการลอการิทึม เป็นการตรวจ

คำตอบโดยใช้นิยามของลอการิทึม และปรับปรุงความถูกต้องของสาระการเรียนรู้ และความถูกต้องของภาษาในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยผู้วิจัย ได้ปรับเปลี่ยนวิธีการตรวจคำตอบในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5 เรื่องสมการลอการิทึม และปรับปรุงความถูกต้องของสาระการเรียนรู้ และภาษาตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

1.9 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญแล้วไปทดลองนำร่องกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/ 1 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 24 คน ของโรงเรียนจุฬาราชมนตรีวิทยาลัย อำเภอบ้านบึง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 ซึ่งผลการทดลองพบว่า นักเรียนไม่รู้จักยุทธวิธีในการแก้ปัญหา แต่นักเรียนมีความสนใจในการทำกิจกรรมดี สามารถทำใบกิจกรรมการเรียนรู้ต่าง ๆ ได้ดี

1.10 ปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ในส่วน แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 โดยเพิ่มกิจกรรม แนะนำ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหิต่าง ๆ ให้นักเรียนทำความเข้าใจ แล้วนำไปใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทางการเขียน เรื่องสมการและอสมการ เอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม จำนวน 1 ฉบับ เป็นแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 8 ข้อ มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

2.1 ศึกษาหลักสูตร โรงเรียนกลุ่มวิทยาศาสตร์ภูมิภาค กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง สมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม และ การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์

2.2 วิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องสมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างและกำหนดจำนวนข้อสอบ ดังตารางที่ 3-2

ตารางที่ 3-2 การวิเคราะห์ข้อสอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและ
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 ชั่วโมง

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน ข้อสอบ ทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบ ที่ใช้จริง
1. นำความรู้เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์ โพเนนเชียล ฟังก์ชันลอการิทึม ไปใช้ในการ แก้ปัญหาได้	1. การแก้สมการ เอกซ์โพเนน เชียล	นักเรียนสามารถ 1. แก้ปัญหาเกี่ยวกับสมการเอกซ์โพเนนเชียลได้ 2. เขียนสื่อความหมายในการแก้สมการเอกซ์ โพเนนเชียลได้	2	1
6.1.1 ใช้วิธีการที่ หลากหลาย	2. การแก้ สมการเอกซ์ โพเนนเชียล	นักเรียนสามารถ 1. แก้ปัญหาเกี่ยวกับสมการเอกซ์โพเนนเชียลได้ 2. เขียนสื่อความหมายในการแก้สมการเอกซ์ โพเนนเชียลได้	2	1
แก้ปัญหา 6.1.2 ใช้ความรู้ ทักษะและ กระบวนการทาง คณิตศาสตร์และ เทคโนโลยีในการ แก้ปัญหาใน สถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม และ 6.1.4 ใช้ภาษา และสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ในการ สื่อสาร การสื่อ ความหมายและการ นำเสนอได้อย่าง ถูกต้องและชัดเจน	3. การแก้โจทย์ ปัญหาเกี่ยวกับ สมการและ สมการเอกซ์ โพเนนเชียล	นักเรียนสามารถ 1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการและสมการ เอกซ์โพเนนเชียลได้ 2. เขียนสื่อความหมายในการแก้โจทย์ปัญหาที่ เกี่ยวกับสมการและสมการเอกซ์โพเนนเชียลได้	4	2
	4. การแก้สมการ ลอการิทึม	นักเรียนสามารถ 1. แก้ปัญหาเกี่ยวกับสมการลอการิทึมได้ 2. เขียนสื่อความหมายในการแก้สมการลอการิทึมได้	2	1
	5. การแก้ สมการ ลอการิทึม	นักเรียนสามารถ 1. แก้ปัญหาเกี่ยวกับสมการลอการิทึมได้ 2. เขียนสื่อความหมายในการแก้สมการลอการิทึม ได้	2	1
	6. การแก้โจทย์ ปัญหาเกี่ยวกับ สมการและ สมการ ลอการิทึม	นักเรียนสามารถ 1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการและสมการ ลอการิทึมได้ 2. เขียนสื่อความหมายในการแก้โจทย์ปัญหาที่ เกี่ยวกับสมการและสมการลอการิทึมได้	4	2
	รวม		16	8

2.3 ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม โดยเป็นแบบอัตนัย จำนวน 16 ข้อ และสร้างเกณฑ์การให้คะแนนวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน แล้วนำแบบทดสอบเสนอต่อประธานและคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์เพื่อพิจารณาความสอดคล้องของข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ และชี้แนะข้อบกพร่อง พร้อมทั้งข้อเสนอแนะ

2.4 ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม และเกณฑ์การให้คะแนน โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ซึ่งเป็นกลุ่มเดียวกับการตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อพิจารณาตรวจสอบความสอดคล้องของข้อสอบรายข้อกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยใช้ดัชนีวัดความสอดคล้อง *IOC* (Index of objective congruence) มีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

- +1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบวัดจุดประสงค์ข้อนั้นได้
- 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบวัดจุดประสงค์ข้อนั้นได้
- 1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบวัดจุดประสงค์ข้อนั้นไม่ได้

โดยพิจารณาค่า *IOC* ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป พบว่า ข้อสอบทั้ง 16 ข้อ มีค่าดัชนีความสอดคล้อง อยู่ในระหว่าง 0.8-1.00 แล้วคัดเลือกข้อที่ค่าดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*) ไม่น้อยกว่า 0.5 ได้จำนวน 16 ข้อ

2.5 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม ที่ผ่านการตรวจและแก้ไขแล้ว เสนอต่อประธานและคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ตรวจพิจารณาอีกครั้ง

2.6 นำแบบทดสอบที่ได้จากข้อ 2.5 ไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนำร่อง จำนวน 24 คน เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/1 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย อำเภอบ้านบึง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 ซึ่งได้ผ่านการเรียนเรื่องสมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึมมาแล้วเพื่อหาคุณภาพแบบทดสอบ

2.7 นำแบบทดสอบมาตรวจเพื่อวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (P_E) โดยคำนวณจากสูตรของวิทนีส์และซาเบอร์ (Whitney & Sabers, 1970 อ้างถึงใน พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2538, หน้า 147) และดัชนีค่าอำนาจจำแนก (D) จากการวิเคราะห์พบว่าแบบทดสอบดังกล่าว

มีค่าความยากง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.29 -0.78 และ ค่าดัชนีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ -0.08-0.40 (รายละเอียดดังภาคผนวก ก)

2.8 เลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.38-0.76 ซึ่งมีความยากพอเหมาะ ไม่ยากหรือไม่ง่ายจนเกินไป มีค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.21-0.38 ซึ่งเป็นข้อที่สามารถจำแนกนักเรียนอ่อนและเก่งได้ และครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ จำนวน 8 ข้อ (รายละเอียดดังภาคผนวก ก)

2.9 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกไว้จำนวน 8 ข้อ มาหาค่าความเชื่อมั่น โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ตามวิธีของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่น .75 แล้วนำแบบทดสอบที่หาค่าความเชื่อมั่นที่ได้ไปเสนอต่อประธานและคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

2.10 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจสอบแก้ไข แล้วไปทดสอบกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

3. แบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เรื่องสมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม จำนวน 1 ฉบับ เป็นแบบมาตรประมาณค่า โดยมีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

3.1 ศึกษาหลักการและวิธีการสร้างแบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด จากเอกสารและตำราที่เกี่ยวข้อง

3.2 ศึกษาหลักสูตรวิทยาศาสตร์ภูมิภาค กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องสมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์

3.3 สร้างแบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เป็นแบบมาตรประมาณค่า (Rating scale) 3 ระดับ จำนวน 4 ข้อ และสร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

3.4 นำแบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นให้ประธานและคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์พิจารณาตรวจสอบความตรงเชิงพฤติกรรม และความเที่ยงตรงในการประเมิน และชี้แนะข้อบกพร่อง พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการแก้ไขปัญหา

3.5 ทำการตรวจสอบค่าความตรงของพฤติกรรมบ่งชี้ และความเที่ยงตรงในการประเมินโดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ซึ่งเป็นกลุ่มเดียวกันกับการตรวจสอบความตรงของเนื้อหาของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขตามคำชี้แนะของผู้เชี่ยวชาญ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

- +1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อคำถามในแบบประเมินนั้นใช้วัดพฤติกรรมบ่งชี้ได้
- 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อคำถามในแบบประเมินนั้นใช้วัดพฤติกรรมบ่งชี้ได้
- 1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อคำถามในแบบประเมินนั้นใช้วัดพฤติกรรมบ่งชี้ไม่ได้

พบว่า แบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เป็นแบบมาตรประมาณค่า (Rating scale) จำนวน 4 ข้อ มีค่า IOC เท่ากับ 1.00 คะแนน ทุกข้อ

3.6 นำแบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด ที่ผ่านการตรวจและแก้ไขแล้ว เสนอต่อประธานและคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ตรวจพิจารณาอีกครั้ง

3.7 นำแบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด พร้อมทั้งเกณฑ์ ที่ผ่านการตรวจและแก้ไขแล้ว ไปทดลองกับกลุ่มนักเรียนนำร่อง จำนวน 24 คน เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/1 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย อำเภอบ้านบึง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 ผลการทดลอง พบว่า แบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด สามารถประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนได้

3.8 นำแบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

การเก็บรวบรวมข้อมูล

แบบแผนการวิจัย

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ผู้วิจัยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One-Shot case study Design ซึ่งเป็นแบบแผนการวิจัยที่สุ่มกลุ่มตัวอย่างมากกลุ่มเดียวให้เป็นกลุ่มทดลอง แล้วนำเอากลุ่มตัวอย่างมาทำการทดลองกับการกระทำที่ต้องการศึกษา แล้วทำการทดสอบเพื่อหาค่าคะแนนเฉลี่ย (\bar{X}) แล้วนำมาทดสอบสมมติฐาน ดังตารางที่ 3-3 (พรณี ลีกิจวัฒน์, 2554, หน้า 288)

ตารางที่ 3-3 แบบแผนการทดลอง

กลุ่มทดลอง	ตัวแปรอิสระ	สอบหลัง
E	X	T_1

เมื่อ E คือ กลุ่มทดลอง

X คือ การจัดกระทำ (Treatment)

T_1 คือ การสอบหลังจากที่จัดกระทำการทดลอง (Posttest)

การดำเนินการทดลอง

ผู้วิจัยใช้เวลาในการดำเนินการทดลอง ทั้งหมด 13 ชั่วโมง โดยแบ่งเวลาเรียนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องสมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม จำนวน 12 ชั่วโมง และการทดสอบหลังเรียน จำนวน 1 ชั่วโมง รายละเอียดการดำเนินการทดลอง มีดังนี้

1. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างรับรู้ถึงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write เรื่องสมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม เพื่อให้ให้นักเรียนได้ปฏิบัติตนได้ถูกต้อง

2. ผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write เรื่องสมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 6 แผน รวม 12 ชั่วโมง โดยในระหว่างการสอนผู้สอนจะประเมินพฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออกถึงผู้มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการตรวจชิ้นงาน ซึ่งในการสังเกตและประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้นจะแบ่งออกเป็น 3 ระยะ โดยครอบคลุมแผนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

ระยะที่ 1 ประกอบด้วย 2 แผน ได้แก่

แผนที่ 1 การแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล

จำนวน 2 ชั่วโมง

แผนที่ 2 การแก้อสมการเอกซ์โพเนนเชียล

จำนวน 2 ชั่วโมง

ระยะที่ 2 ประกอบด้วย 2 แผน ได้แก่

แผนที่ 3 บทประยุกต์ของสมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียล จำนวน 2 ชั่วโมง

แผนที่ 4 การแก้สมการลอการิทึม จำนวน 2 ชั่วโมง

ระยะที่ 3 ประกอบด้วย 2 แผน ได้แก่

แผนที่ 5 การแก้สมการลอการิทึม จำนวน 2 ชั่วโมง

แผนที่ 6 บทประยุกต์ของสมการและอสมการลอการิทึม จำนวน 2 ชั่วโมง

4. เมื่อดำเนินการสอนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write เรื่องสมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม เสร็จเรียบร้อยแล้ว หลังจากนั้นทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แล้วบันทึกผลการทดสอบโดยใช้เวลา 1 ชั่วโมง

5. ตรวจสอบให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ นำคะแนนที่ได้ไปวิเคราะห์ตามวิธีการทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐาน โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนดังตารางที่ 3-4, ตารางที่ 3-5 และตารางที่ 3-6

ตารางที่ 3-4 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	ใช้ยุทธวิธีในการดำเนินการแก้ปัญหาได้เหมาะสม และแสดงกระบวนการหาคำตอบได้ถูกต้อง ตามขั้นตอนการแก้ปัญหา และอธิบายกระบวนการหาคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
3 ดี	ใช้ยุทธวิธีในการดำเนินการแก้ปัญหาได้เหมาะสม แสดงกระบวนการหาคำตอบได้ถูกต้อง แต่อธิบายกระบวนการหาคำตอบได้เพียงบางส่วน
2 พอใช้	ใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม แสดงกระบวนการหาคำตอบได้เพียงบางส่วน
1 ต้องปรับปรุง	ใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม แต่สามารถเขียนอธิบายกระบวนการหาคำตอบได้ หรือใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม แต่ไม่สามารถเขียนอธิบายกระบวนการหาคำตอบได้

ตารางที่ 3-4 (ต่อ)

คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
0 ไม่พยายาม	ใช้ยุทธวิธีในการดำเนินการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม และไม่สามารถอธิบายกระบวนการหาคำตอบได้หรือไม่สามารถแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาได้หรือไม่ มีร่องรอยการเขียน

ตารางที่ 3-5 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
2 ดี	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง เขียนสื่อความหมายข้อมูลตามลำดับขั้นตอนถูกต้อง
1 ปานกลาง	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเป็นบางส่วน และเขียนสื่อความหมายไม่ชัดเจน หรือ ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แต่เขียนสื่อความหมายไม่ชัดเจน หรือ เขียนสื่อความหมายได้ชัดเจนแต่ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเป็นบางส่วน
0 ปรับปรุง	ไม่นำเสนอ หรือใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการเขียนสื่อความหมายผิด

ตารางที่ 3-6 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ผ่านทางการพูด

คะแนน/ ความหมาย	พฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
2 ดี	ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ ในการนำเสนอแนวคิด ได้ถูกต้อง ชัดเจน
1 ปานกลาง	ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ ในการนำเสนอแนวคิดได้เป็นบางส่วน หรือมีการนำเสนอแนวคิดได้ชัดเจน แต่ไม่มีการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 3-6 (ต่อ)

คะแนน/ ความหมาย	พฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์
0 ต้องปรับปรุง	ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอข้อมูลไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอข้อมูลได้

การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้การวิเคราะห์ข้อมูลทั้งในเชิงเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ ดังนี้

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1.1 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write กับเกณฑ์ ร้อยละ 75 โดยใช้การทดสอบ t -test for one sample

1.2 เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write กับเกณฑ์ ร้อยละ 75 โดยใช้การทดสอบ t -test for one sample โดยคะแนนความสามารถในการสื่อสารจะ แบ่งเป็น 2 ส่วน นั่นคือ คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางด้านการเขียน 16 คะแนน จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางด้านการพูด 8 คะแนนจากการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดในระยะที่ 3 รวมเป็น 24 คะแนน เนื่องจากการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนผู้เรียนจะต้องเขียนสื่อความหมาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างชัดเจน เป็นระบบตามขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ ซึ่งความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด จะเป็นการสื่อสารแนวคิดของตนเองโดยใช้ภาษาพูด ที่ใช้ในชีวิตประจำวัน และภาษาทางคณิตศาสตร์เท่านั้น

2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการตอบคำถาม และพฤติกรรม ที่แสดงออกถึงผู้ที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณา เป็น 2 ส่วน ดังนี้

2.1 วิเคราะห์ข้อมูลในระหว่างการทดลอง

ผู้วิจัยจะพิจารณาเป็น 3 ระยะ โดยจะประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทางการเขียนจากการตรวจแบบฝึกหัด และใบกิจกรรม และประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดจากแบบประเมินความสามารถทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2.2 วิเคราะห์ข้อมูลหลังการทดลอง

ผู้วิจัยจะประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

สถิติที่ใช้ในการวิจัย

ในการทดสอบครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง (Sample mean) โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตนะ, 2553, หน้า 34)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

เมื่อ \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
 $\sum X$ แทน ผลรวมทั้งหมดของข้อมูล
 n แทน จำนวนทั้งหมดของกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ความเบี่ยงเบนมาตรฐานจากกลุ่มตัวอย่าง โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตนะ, 2553, หน้า 60)

$$S = \sqrt{\frac{n\sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S แทน ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน
 $\sum X^2$ แทน ผลรวมของข้อมูลแต่ละตัวยกกำลังสอง
 $(\sum X)^2$ แทน ผลรวมของข้อมูลทั้งหมดยกกำลังสอง
 n แทน จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่าง หรือจำนวนข้อมูลทั้งหมด

2. สถิติที่ใช้หาคุณภาพเครื่องมือ

2.1 หาค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหาของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร (พร้อมพรรณ อุคมสิน, 2538, หน้า 116)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับ
จุดประสงค์
 $\sum R$ แทน ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หาค่าดัชนีความง่าย (Index of difficulty : P_E) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่แบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ โดยใช้เทคนิค 50 เปอร์เซนต์ของนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมด ซึ่งคำนวณจากสูตรของวิทนีย์และซาเบอร์ (Whitney & Sabers, 1970 อ้างถึงใน พร้อมพรรณ อุคมสิน, 2538, หน้า 147)

$$P_E = \frac{S_h + S_l - (n_t)(X_{\min})}{n_t(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ P_E แทน ดัชนีความง่าย
 S_h แทน ผลรวม fx ของคะแนนกลุ่มสูง
 S_l แทน ผลรวม fx ของคะแนนกลุ่มต่ำ
 X_{\max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้
 X_{\min} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้
 n_t แทน จำนวนคนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

2.3 หาค่าดัชนีอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่แบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ โดยใช้เทคนิค 50 เปอร์เซนต์ของนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมด ซึ่งคำนวณจากสูตรของวิทนีย์ และซาเบอร์ (Whitney & Sabers, 1970 อ้างถึงใน พร้อมพรรณ อุคมสิน, 2538, หน้า 147)

$$D = \frac{S_h - S_l}{n_h(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ D แทน ดัชนีอำนาจจำแนก
 S_h แทน ผลรวม fx ของคะแนนกลุ่มสูง

S_i	แทน ผลรวม fx ของคะแนนกลุ่มต่ำ
X_{\max}	แทน คะแนนสูงสุดที่ได้
X_{\min}	แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้
n_h	แทน จำนวนคนในกลุ่มสูง

2.4 หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ, 2538, หน้า 200)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{\sum S_i^2}{S_i^2} \right)$$

เมื่อ α	แทน ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
n	แทน จำนวนข้อของเครื่องมือวัด
S_i^2	แทน คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ
S_i^2	แทน คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือทั้งฉบับ

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

3.1 การทดสอบค่าเฉลี่ยในหนึ่งตัวอย่าง โดยใช้ t -test for one sample เพื่อศึกษาว่าในการทำแบบทดสอบหลังเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้หรือไม่ โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2553, หน้า 134)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

เมื่อ \bar{X}	แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
μ_0	แทน ค่าคงที่ค่าหนึ่ง
S	แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
n	แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

โดยที่ $df = n - 1$

บทที่ 4

ผลการดำเนินวิจัย

ในการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัย เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ ดังนี้

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลความหมาย ผู้วิจัยได้ใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

k แทน คะแนนเต็ม

\bar{X} แทน คะแนนเฉลี่ย

s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม)

t แทน การทดสอบที

* แทน มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

การวิเคราะห์ข้อมูล

การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเสนอตามลำดับ ดังนี้

1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write กับเกณฑ์ร้อยละ 75

2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write กับเกณฑ์ร้อยละ 75

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการนำเสนอข้อมูล ผู้วิจัยแบ่งการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็น 2 ตอน คือ ตอนที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และตอนที่ 2 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ตอนที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write กับเกณฑ์ร้อยละ 75 ผู้วิจัยน่าจะแนบที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมาวิเคราะห์โดยใช้สถิติ *t*-test for one sample ปรากฏผลดังตารางที่ 4-1

ตารางที่ 4-1 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write กับเกณฑ์ร้อยละ 75

	<i>n</i>	<i>k</i>	μ_0	\bar{x}	<i>s</i>	<i>df</i>	<i>t</i>	<i>Sig</i>
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	24	32	24	25.58	2.39	23	3.24*	.002

* $P < .01$

จากตารางที่ 4-1 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write เรื่อง สมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 25.58 คะแนน จากคะแนนเต็ม 32 คะแนนคิดเป็นร้อยละ 79.95 และเมื่อทดสอบสมมติฐานพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write มีคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสามารถ

จำแนกนักเรียนออกเป็น 5 กลุ่มตามเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ดังนี้

1. นักเรียนที่ได้ 4 คะแนน สามารถใช้ยุทธวิธีในการดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม และแสดงกระบวนการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ตามขั้นตอนการแก้ปัญหาและอธิบายกระบวนการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ แสดงคังภาพที่ 4-1

2. จงหาเซตคำตอบของอสมการต่อไปนี้เมื่อกำหนดให้ $a > 1$ ซึ่ง

$$\left(\frac{a^{x^2+3x+2} b^{x^2}}{b^{x^2-8} a^{x^2+2x}} \right) \left(\frac{b^8}{a^{-(x-1)}} \right)^{-x^2+10} < a^{9x} \text{ จงหาเซตคำตอบของอสมการนี้}$$

วิธีทำ

$$\left[\left(\frac{a^{x^2+3x+2} \cdot b^{x^2}}{b^{x^2-8} \cdot a^{x^2+2x}} \right) \left(\frac{a^{-(x-1)}}{b^8} \right)^{-x^2+10} \right] < a^{9x}$$

$$\left[\frac{a^{(x^2+3x+2)+(-x^2+10)-(x^2+2x)} \cdot b^{x^2-(x^2-8)-8}}{a^{-(x-1)(-x^2+10)}} \right] < a^{9x}$$

$$\left[\frac{a^{-x^2+30} \cdot b^{-x^2+8}}{a^{x^2-10x+10}} \right] < a^{9x}$$

$$\left[a^3 \right]^{-x^2+10} < a^{9x}$$

$$a^{-3x^2+30} < a^{9x}$$

ถ้า $a > 1$ ได้

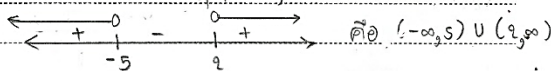
$$-3x^2+30 < 9x$$

$$3x^2+9x-30 > 0$$

$$x^2+3x-10 > 0$$

$$(x+5)(x-2) > 0$$

ค่าวิกฤต $x = 2, -5$



ตรวจคำตอบ ; ให้ $x = 3$ ได้

$$\left[\left(\frac{a^{9+9+2} \cdot b^9}{b^{9-8} \cdot a^{9+6}} \right) \left(\frac{b^8}{a^{-2}} \right)^{-9+10} \right] < a^{27}$$

$$\left[\left(\frac{a^{20} \cdot b^9}{b \cdot a^{15}} \right) \left(\frac{a^{-2}}{b^8} \right)^1 \right] < a^{27}$$

$$a^{20-2-15} \cdot b^{9-1-8} < a^{27}$$

$$a^3 < a^{27}$$

ถ้า $a > 1$ ได้ $3 < 27$

ดังนั้น ผลคำตอบ คือ $(-\infty, 2) \cup (5, \infty)$

ภาพที่ 4-1 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา 4 คะแนน

จากภาพที่ 4-1 พบว่าใช้ยุทธวิธีการเขียนสมการซึ่งเหมาะสมกับปัญหา และแสดงกระบวนการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอน ได้อย่างถูกต้อง

2. นักเรียนที่ได้ 3 คะแนน สามารถใช้ยุทธวิธีในการดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม แสดงกระบวนการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่อธิบายกระบวนการหาคำตอบได้เพียงบางส่วน แสดงดังภาพที่ 4-2

2. จงหาเซตคำตอบของสมการต่อไปนี้เมื่อกำหนดให้ $a > 1$ ซึ่ง

$$\left(\left(\frac{a^{x^2+3x+2} b^{x^2}}{b^{x^2-8} a^{x^2+2x}} \right) \left(\frac{b^8}{a^{-(x-1)}} \right)^{-1} \right)^{-x^2+10} < a^{9x} \text{ จงหาเซตคำตอบของสมการนี้}$$

วิธีทำ

$$\text{จงให้} \left(\left(\frac{a^{x^2+3x+2} b^{x^2}}{b^{x^2-8} a^{x^2+2x}} \right) \left(\frac{b^8}{a^{-(x-1)}} \right)^{-1} \right)^{-x^2+10} < a^{9x}$$

$$\text{จึงได้} \left(\left(a^{x^2+3x+2-(x^2+2x)} b^{x^2-(x^2-8)} \right) \left(\frac{a^{-x+1}}{b^8} \right) \right)^{-x^2+10} < a^{9x}$$

$$\left(\left(a^{x^2+3x+2-x^2-2x-x+1} \right) \left(b^{x^2-x^2+8-8} \right) \right)^{-x^2+10} < a^{9x}$$

$$\left((a^3)(b^0) \right)^{-x^2+10} < a^{9x}$$

$$(a^3)^{-x^2+10} < a^{9x}$$

$$a^{-3x^2+30} < a^{9x}$$

เมื่อ $a > 1$ จึงได้

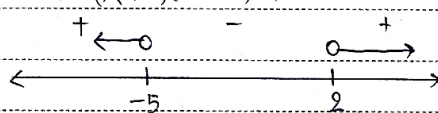
$$-3x^2+30 < 9x$$

$$-3x^2-9x+30 < 0$$

$$3x^2+9x-30 > 0$$

$$x^2+3x-10 > 0$$

$$(x+5)(x-2) > 0$$



จึงได้ $(-\infty, -5) \cup (2, \infty)$

\therefore เซตคำตอบของสมการนี้ คือ $(-\infty, -5) \cup (2, \infty)$ #

ภาพที่ 4-2 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา 3 คะแนน

จากภาพที่ 4-2 พบว่านักเรียนใช้ยุทธวิธีการเขียนสมการและยุทธวิธีวาดแผนภาพ
ซึ่งเหมาะสมกับปัญหา แสดงกระบวนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่นักเรียนไม่แสดงกระบวนการ
ตรวจคำตอบ

3. นักเรียนที่ได้ 2 คะแนน ใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม แสดงกระบวนการหา
คำตอบได้เพียงบางส่วน แสดงดังภาพ 4-3

2. จงหาเซตคำตอบของสมการต่อไปนี้เมื่อกำหนดให้ $a > 1$ ซึ่ง

$$\left(\frac{a^{x^2+3x+2} b^{x^2}}{b^{x^2-8} a^{x^2+2x}} \right) \left(\frac{b^8}{a^{-(x-1)}} \right)^{-1} \cdot a^{-x^2+10} < a^{9x}$$

จงหาเซตคำตอบของสมการนี้

วิธีทำ

$$\frac{a^x \cdot a^2 \cdot b^3}{b^2 \cdot a^{x^2} \cdot a^{x^2}} \cdot \frac{a^x \cdot a^2 \cdot b^3}{b^3 \cdot a^{x^2} \cdot a^{2x}} \cdot \frac{a^2 \cdot b^8}{(a^{-(x-1)})^{-1}}$$

$$\left[\frac{a^{x+2} \cdot b^3}{b^3} \right] \left[\frac{a^{-x+1}}{b^3} \right] \cdot a^{-x^2+10} < a^{9x}$$

$$(a^3)^{-x^2+10} < a^{9x}$$

$$3(-x^2+10) < 9x \quad ; a > 1$$

$$-3x^2+30 < 9x$$

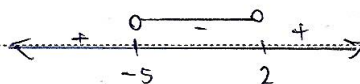
$$-3x^2-9x+30 < 0$$

$$-(3x^2+9x-30) < 0$$

$$3x^2+9x-30 < 0$$

$$x^2+3x-10 < 0$$

$$(x+5)(x-2) < 0$$



\therefore เซตคำตอบของสมการ $(-5, 2)$

ภาพที่ 4-3 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา 2 คะแนน

จากภาพที่ 4-3 พบว่า นักเรียนสามารถเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้ เหมาะสมนั่นคือ ยุทธวิธีการเขียนสมการและการวาดแผนภาพ แต่นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้เพียงบางส่วน เนื่องจากนักเรียนแก้ปัญหาในส่วนของ การแก้สมการผิ ด โดยนักเรียนเขียนจากขั้นตอน $-(3x^2 + 9x - 30) < 0$ เป็น $3x^2 + 9x - 30 < 0$ ซึ่งโดยขั้นตอนที่ถูกต้องคือ นักเรียนจะต้องเขียน $3x^2 + 9x - 30 < 0$ เป็น $3x^2 + 9x - 30 > 0$ ทำให้กระบวนการในการแก้ปัญหานั้นไม่สำเร็จ

4. นักเรียนที่ได้ 1 คะแนน ใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม แต่สามารถเขียนอธิบายกระบวนการหาคำตอบได้ หรือใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมแต่ไม่สามารถเขียนอธิบายกระบวนการหาคำตอบได้ แสดงดังภาพ 4-4 และภาพที่ 4-5

2. จงหาเซตคำตอบของสมการต่อไปนี้เมื่อกำหนดให้ $a > 1$ ซึ่ง

$$\left(\frac{a^{x^2+3x+2} b^{x^2}}{b^{x^2-8} a^{x^2+2x}} \right) \left(\frac{b^8}{a^{-(x-1)}} \right)^{-x^2+10} < a^{9x}$$

วิธีทำ

$$\frac{(a^{x^2+3x+2})(b^{x^2})}{(a^{x^2+2x})(b^{x^2-8})} (a^{-(x-1)})^{-x^2+10} < a^{9x}$$

$$\frac{(a^{x^2+3x+2})}{(a^{x^2+2x})} (a^{-(x-1)})^{-x^2+10} < a^{9x}$$

$$a^{x^2+3x+2-x^2-2x} (a^{-(x-1)})^{-x^2+10} < a^{9x}$$

$$a^{x+2} (a^{-(x-1)})^{-x^2+10} < a^{9x}$$

ภาพที่ 4-4 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา 1 คะแนน

จากภาพที่ 4-4 พบว่า นักเรียนสามารถเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม นั่นคือ การเขียนสมการ แต่นักเรียนไม่สามารถดำเนินวิธีการแก้ปัญหาได้ เนื่องจากนักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาผิดตั้งแต่ต้น โดยในขั้นตอนแรก จากสมการ $\left(\frac{a^{x^2+3x+2} b^{x^2}}{b^{x^2-8} a^{x^2+2x}} \right) \left(\frac{b^8}{a^{-(x-1)}} \right)^{-x^2+10} < a^{9x}$ เมื่อลดทอนเลขชี้กำลังของ a และ b แล้วนักเรียนเขียน $a^{x^2-10} < a^{9x}$ ซึ่งเป็นขั้นตอนที่ผิด และขั้นตอนที่ถูกต้องคือ $a^{-3x^2+30} < a^{9x}$

2. จงหาเซตคำตอบของสมการต่อไปนี้เมื่อกำหนดให้ $a > 1$ ซึ่ง

$$\left(\frac{a^{x^2+3x+2} b^{x^2}}{b^{x^2-8} a^{x^2+2x}} \right) \left(\frac{b^8}{a^{-(x-1)}} \right)^{-x^2+10} < a^{9x} \text{ จงหาเซตคำตอบของสมการนี้}$$

วิธีทำ

$$|19x+2=0; \left(\frac{a^2}{b^y} \cdot \left(\frac{b^8}{a} \right)^{-1} \right)^{10} < 1$$

$$\left(\frac{a^2}{b^y} \cdot \frac{a}{b^8} \right)^{10} < 1$$

$$a^2 \cdot \frac{a}{b^8} < 1$$

$$a^3 < 1$$

$$a < \sqrt[3]{1}$$

ดังนั้น เซตคำตอบของสมการคือ $a \in (-\infty, 1)$

ภาพที่ 4-5 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนความสามารถในแก้ปัญหา 1 คะแนน

จากภาพที่ 4-5 พบว่า นักเรียนเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่ไม่เหมาะสม นั่นคือการคาดเดาและตรวจสอบ จากภาพนักเรียนเดาว่า $X = 0$ เนื่องจากว่า ปัญหาดังกล่าวเป็นปัญหาเกี่ยวกับสมการซึ่งคำตอบของสมการมีลักษณะเป็นช่วงของคำตอบ หรือเซตของคำตอบ ไม่ใช่ลักษณะคำตอบเดียว ดังนั้นยุทธวิธีการคาดเดาและตรวจสอบจึงไม่เหมาะสมกับปัญหานี้ แต่นักเรียนสามารถแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ จึงได้ 1 คะแนน ตามเกณฑ์ที่ว่า ใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม แต่สามารถเขียนอธิบายกระบวนการหาคำตอบได้

5. ไม่มีนักเรียนที่ได้ 0 คะแนน

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบอีวีรูดิกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write ซึ่งผู้วิจัยได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตนเอง และได้แบ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ออกเป็น 3 ช่วง ดังนี้ ช่วงแรกได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1-2 ช่วงที่สอง ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3-4 และช่วงสุดท้าย ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5-6 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาในแต่ละช่วง พบว่า

ช่วงแรก (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-2)

ในกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 และ 2 เมื่อวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า

ขั้นสร้างความสัมพันธ์ นักเรียนแต่ละคนมุ่งทำใบกิจกรรมแต่นักเรียนไม่ค่อยได้พูดคุยกันเกี่ยวกับปัญหา และไม่เชื่อมโยงความสัมพันธ์ของปัญหากับประสบการณ์เดิมของนักเรียนเท่าที่ควร ผู้วิจัยจึงกระตุ้น โดยใช้คำถามกับนักเรียนในแต่ละกลุ่ม เช่น “ในการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล นักเรียนควรใช้ความรู้เรื่องอะไรบ้างในการแก้ปัญหานี้” และหากนักเรียนไม่สามารถสร้างความสัมพันธ์ของปัญหาได้ ผู้วิจัยจะคอยแนะแนวทางให้ เช่น “ในการแก้สมการ นักเรียนสามารถใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันเพิ่ม หรือฟังก์ชันลดได้หรือไม่” นอกจากนี้ นักเรียนไม่สามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ได้ ผู้วิจัยจึงต้องชี้แนะให้กับนักเรียน

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนจะมองข้ามขั้นนี้ เนื่องจากนักเรียนมักจะดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีการเขียนสมการ และไม่คำนึงว่าวิธีการเขียนสมการเป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดหรือไม่ นอกจากนี้ นักเรียนยังไม่สามารถระบุยุทธวิธีที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาได้ ผู้วิจัยจึงต้องชี้แนะให้กับนักเรียน นักเรียนส่วนใหญ่มักเขียนยุทธวิธีในการแก้ปัญหามากมาย แต่นักเรียนไม่ได้คำนึงว่ายุทธวิธีที่นักเรียนเขียนในขั้นวางแผนการแก้ปัญหานั้นนำไปใช้ในการแก้ปัญหาคือยุทธวิธีที่นักเรียนเขียนในขั้นตอนวางแผนการแก้ปัญหานั้น ในขั้นตอนต่อไปนักเรียนจะต้องนำยุทธวิธีที่นักเรียนเขียนนั้นมาใช้ด้วย เพื่อให้ นักเรียนได้พิจารณาว่า ปัญหานั้น ๆ ควรจะใช้ยุทธวิธีใดจึงจะเหมาะสม

ขั้นหาคำตอบและประเมินผล มีนักเรียนบางส่วนที่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ เนื่องจากขาดความรอบคอบในการแก้ปัญหา หรือดำเนินการแก้ปัญหาคิด หรือ ไม่เข้าใจเกี่ยวกับความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา ผู้วิจัยจึงต้องให้คำแนะนำในการแก้ปัญหาเช่น สมการเอกซ์โพเนนเชียล นักเรียนไม่สามารถนำสมบัติเกี่ยวกับเลขชี้กำลังมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ ผู้วิจัยจึงต้องแนะแนวทางในการแก้ปัญหาโดยการยกตัวอย่างให้นักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติเลขยกกำลังนั้น ๆ ให้นักเรียนเข้าใจ อีกทั้งนักเรียนยังละเอียดในการตรวจคำตอบและไม่เห็นคุณค่าในการตรวจคำตอบ ผู้วิจัยจึงต้องสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนในการตรวจสอบคำตอบ โดยการบอกว่า เป็นส่วนหนึ่งของการให้คะแนน เนื่องจากการแก้สมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียล นักเรียนควรจะพิจารณาวงของคำตอบ หรือเซตของคำตอบอย่างรอบคอบ เพื่อนักเรียนจะได้สรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง

ขั้นสะท้อนและต่อยอด นักเรียนมักใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้นซ้ำกัน นั่นคือ การเขียนสมการ ผู้วิจัยจึงต้องกระตุ้นให้นักเรียนคิดยุทธวิธีอื่น ๆ ในการแก้ปัญหานี้ และผู้วิจัยเสริมแรง

ให้กับกลุ่มที่สามารถคิดแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีที่หลากหลาย พร้อมถามนักเรียนว่า ยุทธวิธีใดเหมาะสมกับปัญหาที่กำหนดให้มากที่สุด

ช่วงที่สอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3-4)

ในกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 และ 4 เมื่อวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า

ขั้นสร้างความสัมพันธ์ นักเรียนมีแนวทางในการสร้างความสัมพันธ์ของปัญหาและปรึกษากันในกลุ่มเกี่ยวกับการสร้างความสัมพันธ์ของปัญหา และเชื่อมโยงปัญหากับประสบการณ์เดิมของนักเรียนเองมากขึ้น โดยนักเรียนที่มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานี้ จะได้แบ่งปันประสบการณ์ เพื่อเป็นแนวทางในการวางแผนการแก้ปัญหาต่อไป

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่ช่วยกันคิดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาอื่น ๆ และมีความคุ้นเคยและเข้าใจเกี่ยวกับยุทธวิธีในการแก้ปัญหามากขึ้น ทำให้นักเรียนสามารถระบุยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้มากขึ้น แต่นักเรียนบางกลุ่มมีความสับสนเกี่ยวกับยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ผู้วิจัยจึงต้องอธิบายยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้นเป็นรายกลุ่ม/ บุคคล เนื่องจากนักเรียนแต่ละกลุ่มได้แสดงความคิดเห็นอย่างอิสระภายในกลุ่มของตนเองมากขึ้น ทำให้นักเรียนสามารถสอบถามเกี่ยวกับประเด็นที่สงสัยกับผู้วิจัยได้ และยังมีนักเรียนบางกลุ่มที่พิจารณาเกี่ยวกับการวางแผนการแก้ปัญหว่ายุทธวิธีใดเหมาะสมที่สุดในการแก้ปัญหานี้ สำหรับนักเรียนบางกลุ่มที่ไม่พิจารณาเกี่ยวกับการวางแผนการแก้ปัญหานั้น ผู้วิจัยจึงกระตุ้นให้นักเรียนกลุ่มนั้นได้พิจารณายุทธวิธีที่หลากหลายและร่วมกันสรุปว่ายุทธวิธีใดเหมาะสมกับปัญหามากที่สุด

ขั้นหาคำตอบและประเมินผล นักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหามากขึ้น แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหานั้นได้ เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถนำสมบัติของลอการิทึมมาใช้ในการแก้ปัญหานั้นได้ ผู้วิจัยจึงต้องอธิบายเกี่ยวกับสมบัตินั้นให้นักเรียนเข้าใจและยกตัวอย่างการนำไปใช้ให้กับนักเรียนกลุ่มนั้น นักเรียนมีการเขียนตรวจคำตอบมากขึ้น แต่มีนักเรียนส่วนหนึ่งยังไม่เขียนตรวจคำตอบ ผู้วิจัยจึงต้องกระตุ้นให้นักเรียนเขียนตรวจคำตอบเป็นรายบุคคล และคอยชี้แนะให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจคำตอบ

ขั้นสะท้อนและต่อยอด นักเรียนในแต่ละกลุ่มนำเสนอวิธีการแก้ปัญหานั้นหน้าชั้นเรียน หลังจากนำเสนอแล้ว ผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาวิธีใหม่ ๆ ในการแก้ปัญหานั้น และให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันวิเคราะห์ว่ายุทธวิธีใดเหมาะสมกับปัญหานั้น ๆ พร้อมทั้งให้เหตุผลว่าเหตุใดยุทธวิธีนั้น ๆ จึงเหมาะสมกับปัญหานี้

ช่วงสุดท้าย (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5-6)

ในกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 และ 6 เมื่อวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า

ขั้นสร้างความสัมพันธ์ นักเรียนจะช่วยกันสร้างความสัมพันธ์ของปัญหา และสรุปแนวคิดในใบกิจกรรม และนักเรียนสามารถอธิบายได้ว่า ในการแก้ปัญหานี้ ใช้ความรู้เรื่องอะไรบ้าง และใช้ได้อย่างไร

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนสามารถใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม และหลากหลาย ภายในกลุ่มของนักเรียนมีการปรึกษากันเกี่ยวกับยุทธวิธีที่เหมาะสม ในการแก้ปัญหา นักเรียนได้ร่วมกันพิจารณาว่ายุทธวิธีที่นักเรียนใช้นั้นเหมาะสมอย่างไร

ขั้นหาคำตอบและประเมินผล นักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ โดยใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหาในการแก้ปัญหา มีการตรวจคำตอบและสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม

ในขั้นสะท้อนและต่อยอด เนื่องจากนักเรียนมีการคิดที่หลากหลายในขั้นวางแผนการแก้ปัญหาทำให้ หลังจากที่นักเรียนนำเสนอกระบวนการแก้ปัญหานั้นแล้ว เมื่อผู้วิจัยถามนักเรียนว่า “นักเรียนกลุ่มอื่นสามารถใช้ยุทธวิธีอื่น ๆ ในการแก้ปัญหานี้หรือไม่” นักเรียนกลุ่มอื่นจะสามารถตอบได้ทันทีว่า ในกลุ่มของตนเองใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหา และใช้อย่างไร

ตอนที่ 2 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write กับเกณฑ์ร้อยละ 75 โดยใช้สถิติ *t*-test for one sample ปรากฏผลดังตารางที่ 4-2

ตารางที่ 4-2 การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับ

การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write กับเกณฑ์ ร้อยละ 75

	<i>n</i>	<i>k</i>	μ_0	\bar{x}	<i>s</i>	<i>df</i>	<i>t</i>	<i>Sig</i>
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	24	24	18	20.79	1.59	23	8.62*	.000

* $P < .01$

จากตารางที่ 4-2 พบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write สมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 20.79 คะแนนจากคะแนนเต็ม 24 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 86.62 และเมื่อทดสอบสมมติฐานพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write มีคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นอกจากนี้เมื่อผู้วิจัย ทำการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยแยกเป็นรายด้าน ได้แก่ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและด้านการเขียนกับเกณฑ์ร้อยละ 75 แสดงผลดังนี้

การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write กับเกณฑ์ร้อยละ 75 โดยใช้สถิติ *t*-test for one sample ปรากฏในตารางที่ 4-3

ตารางที่ 4-3 การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write กับเกณฑ์ ร้อยละ 75

	<i>n</i>	<i>k</i>	μ_0	\bar{x}	<i>s</i>	<i>df</i>	<i>t</i>	<i>Sig</i>
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน	24	16	12	14.21	1.18	23	9.18*	.000

* $P < .01$

จากตารางที่ 4-3 พบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write เรื่อง สมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 14.21 คะแนน จากคะแนนเต็ม 16 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 88.80 และเมื่อทดสอบสมมติฐานพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write มีคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทางการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write กับเกณฑ์ร้อยละ 75 โดยใช้สถิติ t -test for one sample ปรากฏในตารางที่ 4-4

ตารางที่ 4-4 การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทางการพูดของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write กับเกณฑ์ ร้อยละ 75

	<i>n</i>	<i>k</i>	μ_0	\bar{x}	<i>s</i>	<i>df</i>	<i>t</i>	<i>Sig</i>
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด	24	8	6	6.58	1.02	23	2.81*	.005

* $P < .01$

จากตารางที่ 4-4 พบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write เรื่อง สมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 6.58 คะแนน จากคะแนนเต็ม 8 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 82.29 และเมื่อทดสอบสมมติฐานพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write มีคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เมื่อพิจารณาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสามารถจำแนกนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่มตามเกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ดังนี้

1. นักเรียนที่ได้ 2 คะแนน สามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องเขียนสื่อความหมายข้อมูลตามลำดับขั้นตอนถูกต้อง แสดงดังภาพที่ 4-6

6. จงหาเซตคำตอบของสมการ $\log_{2\cos 2\pi} (x^2+3x) \leq \log_{2\cos 2\pi} 28$

วิธีทำ

$$\text{จากโจทย์ } \log_{2\cos 2\pi} (x^2+3x) \leq \log_{2\cos 2\pi} 28$$

$$\text{เมื่อ } \cos 2\pi = \cos 360^\circ = 1$$

$$\text{จะได้ } \log_{2(1)} (x^2+3x) \leq \log_{2(1)} 28 \quad ; \quad x^2+3x > 0$$

$$\text{ยกน้มนำด้วย } \log \text{ จะได้ } 2^{\log_2(x^2+3x)} \leq 2^{\log_2(28)}$$

$$\text{เมื่อ เป็นฟังก์ชันเพิ่มจะได้ } x^2+3x \leq 28$$

$$x^2+3x-28 \leq 0$$

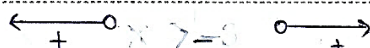
$$(x+7)(x-4) \leq 0$$



$$\text{จะได้ } [-7, 4] \quad \text{--- (1)}$$

$$\text{จากโจทย์ } x^2+3x > 0$$

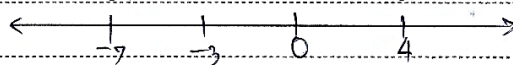
$$x(x+3) > 0$$



$$\text{จะได้ } (-\infty, -3) \cup (0, \infty) \quad \text{--- (2)}$$

จากช่วงที่ 2 ช่วงข้างต้น จะได้ว่า

$$\text{เซตคำตอบของสมการ คือ } [-7, 4] \cap ((-\infty, -3) \cup (0, \infty))$$



$$\therefore \text{เซตคำตอบของสมการ คือ } [-7, -3) \cup (0, 4] \quad \#$$

ภาพที่ 4-6 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสาร 2 คะแนน

จากภาพที่ 4-6 พบว่า นักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง และเขียนสื่อความหมายข้อมูลเป็นลำดับขั้นตอนถูกต้อง นั่นคือ แสดงวิธีการแก้ปัญหา และพิจารณาคำตอบโดยแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ และสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์

2. นักเรียนที่ได้ 1 คะแนน ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเป็นบางส่วน และเขียนสื่อความหมายไม่ชัดเจน หรือ ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แต่เขียนสื่อความหมายไม่ชัดเจน หรือ ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเป็นบางส่วน แต่เขียนสื่อความหมายได้ชัดเจน แสดงดังภาพที่ 4-7 และภาพที่ 4-8

6. จงหาเซตคำตอบของสมการ $\log_{2\cos 2\pi} (x^2 + 3x) \leq \log_{2\cos 2\pi} 28$

วิธีทำ

$$\log_{2\cos 2\pi} (x^2 + 3x) \leq \log_{2\cos 2\pi} 28$$

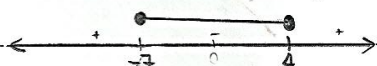
$$\frac{\log (x^2 + 3x)}{\log 2\cos 2\pi} \leq \frac{\log 28}{\log 2\cos 2\pi}$$

$$\frac{\log (x^2 + 3x)}{\log 10} \leq \frac{\log 28}{\log 10}$$

$$x^2 + 3x - 28 \leq 0$$

$$(x+7)(x-4) \leq 0$$

$$x = -7, 4$$



∴ คำตอบของสมการ $\{-7, 4\}$

ภาพที่ 4-7 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสาร 1 คะแนน

จากภาพที่ 4-7 พบว่า นักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องบางส่วน โดยมีข้อผิดพลาดในส่วนของกรสรุปคำตอบ โดยนักเรียนสรุปคำตอบเป็น $\{-7, 4\}$ ซึ่งเป็นการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้อง โดยคำตอบที่ถูกต้องนักเรียนจะต้องเขียน $[-7, 4]$ หรือ $\{x \in \mathbb{R} \mid -7 \leq x \leq 4\}$ แต่นักเรียนสามารถเขียนสื่อความหมายในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาได้ชัดเจน ผู้วิจัยจึงให้ 1 คะแนน ซึ่งสอดคล้องกับเกณฑ์ที่ว่า ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเป็นบางส่วน แต่เขียนสื่อความหมายได้ชัดเจน

5. จงหาเซตคำตอบของสมการ $\log_4 x + 4 \log_x 4 = 5$

วิธีทำ

$$\frac{\log x}{\log 4} + \frac{\log 4^4}{\log x} = 5$$

$$\frac{\log x^2 + \log 4^5}{(\log 4)(\log x)} = 5$$

$$\frac{\log x^2 4^5}{(\log 4)(\log x)}$$

ตอบ เซตคำตอบคือ $\{4\}$

ภาพที่ 4-8 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสาร 1 คะแนน

จากภาพที่ 4-8 พบว่า นักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วน โดยมีข้อผิดพลาดในขั้นตอนการแก้ปัญหา จากขั้นตอน $\frac{\log x^2 + \log 4^5}{(\log 4)(\log x)} = 5$ ไปยังขั้นตอน $\frac{\log(x^2 4^5)}{(\log 4)(\log x)}$ ซึ่งเป็นการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ผิด โดยการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องคือ $\frac{\log(x^2 4^5)}{(\log x)(\log 4)} = 5$ นอกจากนี้แล้วนักเรียนยังแสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่ไม่ชัดเจน ทำให้เกิดความสับสนได้ เช่น การเขียนสื่อความหมายในขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหา อาจจะสื่อความหมายว่า $\log x$ หรือ $\log >$ อีกทั้งยังแสดงวิธีการแก้ปัญหาที่ไม่เป็นลำดับขั้นตอน ทำให้ไม่ทราบถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ จึงได้ 1 คะแนน ซึ่งสอดคล้องกับเกณฑ์ที่ว่า ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเป็นบางส่วน และเขียนสื่อความหมายไม่ชัดเจน

และผู้วิจัยไม่พบกรณีของการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แต่เขียนสื่อความหมายไม่ชัดเจน

3. ไม่มีนักเรียนที่ได้ 0 คะแนน

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบอิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write ซึ่งผู้วิจัยได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตนเอง และได้แบ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ออกเป็น 3 ช่วง ช่วงแรกได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1-2 ช่วงที่สอง ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3-4 และช่วงสุดท้าย ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5-6 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารในแต่ละช่วงพบว่า

ช่วงแรก (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1-2)

ในกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 และ 2 เมื่อวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและด้านการเขียน พบว่า

ด้านการพูด ในการทำกิจกรรมกลุ่มนักเรียนไม่ค่อยได้พูดคุยกันถึงปัญหา และวิธีการแก้ปัญหาที่ควร ผู้วิจัยจึงต้องคอยกระตุ้น โดยการถามคำถามเพื่อนำนักเรียนได้นำเสนอความคิดกันภายในกลุ่ม และนักเรียนไม่สามารถระบุนความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ ทำให้ในการสร้างความสัมพันธ์ของปัญหากับประสบการณ์เดิมของนักเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถพูดคุยกันเกี่ยวกับการปัญหาได้คืบคั้น ในส่วนของการอภิปรายระหว่างกลุ่ม นักเรียนไม่มีความมั่นใจในการนำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน ผู้วิจัยได้ใช้คำถามชี้แนะให้นักเรียนนำเสนอเป็นลำดับขั้นตอน โดยถามนักเรียนถึงกระบวนการต่างๆ ในขั้นตอนการแก้ปัญหา เช่น ในขั้นสร้างความสัมพันธ์ ผู้วิจัยจะใช้คำถามเช่น “นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องอะไรบ้างในการแก้ปัญหานี้ และ ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องนั้นอย่างไรบ้าง” นอกจากนี้ในการพูดนำเสนอแนวคิดของนักเรียนภายในกลุ่มและระหว่างกลุ่ม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่จะไม่ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอแนวคิด

ด้านการเขียน มีนักเรียนบางส่วนที่ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ในการเขียนสื่อความหมายผิด และเขียนไม่เป็นลำดับขั้นตอน ผู้วิจัยจึงต้องให้คำแนะนำในการเขียนกับนักเรียนกลุ่มนั้นอย่างใกล้ชิด

ช่วงที่สอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3-4)

ในกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 และ 4 เมื่อวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและด้านการเขียน พบว่า

ด้านการพูดนักเรียนสามารถพูดแสดงแนวคิดของตนเองในการวางแผนการแก้ปัญหาให้กับเพื่อนในกลุ่มมากขึ้น โดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์บ้าง แต่ส่วนใหญ่จะใช้ภาษาพูดใน

การสื่อสาร ผู้วิจัยจึงกระตุ้นให้นักเรียนได้ปรึกษากันภายในกลุ่ม และใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร และนักเรียนสามารถอภิปรายกระบวนการแก้ปัญหาได้โดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น มีทักษะในการนำเสนอดีขึ้น ซึ่งในระหว่างที่นักเรียนไม่มั่นใจในบางขั้นตอนของการแก้ปัญหา ผู้วิจัยจะใช้คำถามให้นักเรียนได้นำเสนออย่างเป็นลำดับขั้นตอน และให้กำลังใจกับนักเรียนในการนำเสนอ ทำให้นักเรียนได้มีการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดด้านการเขียน นักเรียนสามารถเขียนสื่อความหมายแสดงกระบวนการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง เป็นลำดับขั้นตอนมากขึ้น แต่จะมีนักเรียนบางส่วนที่เขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ผิดเป็นบางส่วน ครูจึงต้องอธิบายว่านักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์ผิดอย่างไร และแนะนำให้นักเรียนเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างถูกต้อง

ช่วงสุดท้าย (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5-6)

ในกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 และ 6 เมื่อวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและด้านการเขียน พบว่า

นักเรียนมีการปรึกษากันภายในกลุ่มในแต่ละขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายความคิดของตนเองมากขึ้น และสามารถแสดงความคิดเห็นภายในกลุ่มเกี่ยวกับการใช้ทฤษฎีในการแก้ปัญหาที่หลากหลายมากขึ้น เช่น ยุทธวิธีการเขียนภาพ การคาดเดาและตรวจสอบ การเขียนสมการ ฯลฯ นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถอธิบายเหตุผลได้ว่า ในขั้นตอนการแก้ปัญหานั้นเป็นอย่างไร ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องอะไรบ้าง

ด้านการเขียน นักเรียนสามารถเขียนสื่อความหมายแสดงกระบวนการแก้ปัญหาได้เป็นลำดับขั้นตอน โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีวัตถุประสงค์ในการวิจัย ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write กับเกณฑ์ร้อยละ 75

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write กับเกณฑ์ร้อยละ 75

ประชากรที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย อำเภอบ้านบึง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 6 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 144 คน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/3 จำนวน 24 คน โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนไม่ต่างกัน เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write เรื่อง สมการและอสมการของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และลอการิทึม จำนวน 12 ชั่วโมง

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบไปด้วย

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ ข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.38-0.76 มีค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.21-0.38 และมีค่าความเชื่อมั่น .75

2. แบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เป็นแบบมาตรประมาณค่า 3 ระดับ จำนวน 4 ข้อ ซึ่งผ่านการประเมินค่าดัชนีความสอดคล้องจากผู้เชี่ยวชาญ ได้ค่า *IOC* เท่ากับ 1.00 ทุกข้อ

ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนด้วยตนเอง โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบอิวิริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write ซึ่งในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผู้วิจัยได้ส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารด้านการพูด โดยได้มีการประเมินความสามารถในการสื่อสารด้านการพูดในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบ่งเป็น 3 ช่วง ด้วยแบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด และนำผลการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดช่วงสุดท้ายมาวิเคราะห์ข้อมูล โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และนำค่าเฉลี่ยของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดมาเปรียบเทียบกับเกณฑ์โดยทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยด้วยการทดสอบ *t-test for one sample* และหลังสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แล้วนำคะแนนจากแบบทดสอบมาวิเคราะห์ข้อมูล โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน นำค่าเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนมาเปรียบเทียบกับเกณฑ์โดยทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยด้วยการทดสอบ *t-test for one sample*

สรุปผลการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบอิวิริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบอิวิริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผล

1. จากการวิจัย พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบ อิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับ สมมติฐานในการวิจัยที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบ อิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ที่นำไปสู่การแก้ปัญหา โดยมีการตัดสินใจเลือกแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ผ่านช่องทางการพูดและการเขียน Huinker and Laughlin, (1996); Silver and Smith, (1996); Dila, 2012; David and Zbigniew, (2000, pp. 404-408 อ้างถึงใน ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2552); Krulik and Rudnick, (1993); Sheffield, (2003 อ้างถึงใน Sheffield, 2008) ซึ่งผู้วิจัยเป็นเพียงผู้ตั้งคำถามให้ ผู้เรียนเป็นผู้คิดแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยอาศัยกระบวนการกลุ่ม ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตาม แนวคิดแบบอิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write ทั้ง 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขึ้นสร้าง ความสัมพันธ์ ครูนำเข้าสู่บทเรียน โดยการตั้งคำถามให้นักเรียนได้ทบทวนความรู้เรื่องที่เคยได้เรียน หรือเคยมีประสบการณ์ผ่านการตั้งคำถาม ในขั้นนี้ นักเรียนได้คิดเกี่ยวกับปัญหา ได้เกิดการพูด อภิปราย แลกเปลี่ยนกับเพื่อนในกลุ่ม และบันทึกความรู้เกี่ยวกับปัญหานั้น ซึ่งการตั้งคำถามของครู จะช่วยพัฒนาความคิดของนักเรียน ช่วยให้นักเรียนคิดอย่างหลากหลายและคิดอย่างมีเหตุผล (สิริพร ทิพย์คง, 2554, หน้า 34-35) และสอดคล้องกับ Bitter (1990, pp. 43-44 อ้างถึงในสิริพร ทิพย์คง, 2544) ที่กล่าวว่า ควรแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ เพื่อร่วมกันแก้ปัญหา และควรให้นักเรียนพิจารณาว่าปัญหานั้นเคยพบมาก่อนหรือไม่ เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ 2) ขึ้นวางแผนการแก้ปัญหา ในขั้นนี้ครูเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนวางแผน การแก้ปัญหา โดยหายุทธวิธีในการแก้ปัญหอย่างรอบคอบ และเกิดการอภิปรายแลกเปลี่ยนกัน ในกลุ่มเกี่ยวกับการวางแผนการแก้ปัญหานั้น ซึ่งสอดคล้องกับ อุษาวดี จันทรสุนธิ และคณะ (2556, หน้า 72-79) ที่กล่าวว่า ในการพัฒนาความสามารถในการวางแผนการแก้ปัญหาคควรส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมาดังๆ เพื่อให้คนอื่นทราบว่าตนเองคิดอะไร ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทาง ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม 3) ขึ้นหาคำตอบและประเมินผล ในขั้นนี้ นักเรียนจะได้แสดงวิธีการหาคำตอบ โดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ โดยการดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางเอาไว้ และตรวจสอบคำตอบว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ ซึ่งสอดคล้องกับ สถาบันส่งเสริมการสอน

วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 78) ที่กล่าวว่า ในขั้นตอนการแก้ปัญหา นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้และการตรวจสอบความถูกต้อง และ 4) ขั้นตอนและต่อยอด ในขั้นนี้นักเรียนจะได้อภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ได้ และมีการอภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาอื่น ๆ เพื่อหาวิธีการที่เหมาะสมในการแก้ปัญหานั้น ๆ และนักเรียนจะต้องต่อยอดความรู้ที่ตนเองได้มา โดยการแก้ปัญหาใหม่ ๆ ที่เกี่ยวข้องกับบริบทที่นักเรียนได้รู้มา ซึ่งสอดคล้องกับ Schroeder, Lester and Barody (1989, pp.31-33; 1993, pp. 2-31 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังกะภทขจร, 2554, หน้า 23) ที่กล่าวว่า ในการสอนการแก้ปัญหา ควรสอนโดยการแก้ปัญหา ช่วยให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงแนวคิดและพัฒนาทักษะสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ บางครั้งใช้ปัญหาเพื่อกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายการใช้ความรู้ในการแก้ปัญหา จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write ได้คิดทำความเข้าใจปัญหา และวางแผนการแก้ปัญหา นอกจากนี้แล้วนักเรียนจะได้พิจารณาถึงความเหมาะสมของคำตอบ ทำให้นักเรียนได้เข้าใจในกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2552, หน้า 384) ที่ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์มีความสำคัญทำให้นักเรียนเข้าใจในการเรียนรู้ตามหลักคณิตศาสตร์ ช่วยในการแก้ปัญหาได้ เนื่องจากนักเรียนสามารถคิดค้นทางเลือกใหม่ ๆ ในการแก้ปัญหาทำให้สามารถที่จะแก้ปัญหาได้อย่างระบบ นอกจากนี้แนวคิดแบบฮิวริสติกส์ยังส่งผลให้นักเรียนขยายกรอบความคิดของตนเองให้กว้างขึ้น และสามารถควบคุมความคิดของตนเองเพื่อให้เข้าใจและเกิดองค์ความรู้ใหม่ และสอดคล้องกับแนวคิดของ ยุพิน พิพิธกุล (2523, หน้า 99) ที่ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดฮิวริสติกส์ ทำให้ นักเรียนได้เข้าใจกระบวนการแก้ปัญหา โดยเฉพาะอย่างยิ่งการใช้กระบวนการทางด้านความคิด ทำให้นักเรียนได้พิจารณาการคิด

เมื่อพิจารณาเทคนิค Think Talk Write จะเห็นได้ว่าการคิด (Think) จะช่วยให้นักเรียนได้คิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอนด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนได้ฝึกการคิด สร้างความสัมพันธ์วางแผน และตรวจสอบได้ด้วยตนเอง การพูด (Talk) เป็นการสื่อสารทางหนึ่งที่นักเรียนในแต่ละกลุ่มจะแสดงสิ่งที่ตนเองได้คิดออกมาให้เพื่อนหรือผู้วิจัยทราบถึงความเข้าใจและแนวความคิดต่าง ๆ อีกทั้งในขั้นตอนการพูดนักเรียนจะได้แลกเปลี่ยนความรู้กับเพื่อนในกลุ่ม ซึ่งทำให้นักเรียนได้แนวความคิดที่หลากหลาย และฝึกการตัดสินใจในการเลือกแนวทาง/ วิธีการที่ดีในการแก้ปัญหานั้น นอกจากนี้ การพูดทำให้นักเรียนได้พัฒนาแนวคิดของตนเอง โดยการแลกเปลี่ยนกับเพื่อนในกลุ่ม

และเทคนิคสุดท้ายคือ การเขียน (Write) ในส่วนนี้นักเรียนจะเขียนแนวความคิดที่สรุปได้ในกระบวนการแก้ปัญหาต่าง ๆ ซึ่งมีส่วนช่วยให้นักเรียนได้แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง เนื่องจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นักเรียนจะต้องเขียนสื่อความหมายที่ถูกต้อง เพื่อให้กระบวนการแก้ปัญหาเป็นไปตามลำดับ ขั้นตอน และได้คำตอบที่ถูกต้องและเหมาะสมที่สุด จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า เทคนิค Think Talk Write มีส่วนช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาได้ เนื่องจากนักเรียนได้คิด พูด และเขียน ในขั้นตอนต่าง ๆ ของกระบวนการแก้ปัญหา ทำให้การแก้ปัญหาเป็นระบบ และมีลำดับขั้นตอน

นอกจากนี้ผลของการวิจัยสอดคล้องกับงานวิจัยของ เรวดี มีสุข (2556) ที่ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ (Heuristics) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วนของพหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ (Heuristics) เรื่อง เศษส่วนของพหุนาม สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับงานวิจัยของ นวาทิพย์ นวพันธ์ (2552) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยแบ่งเป็นกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ 50 คน และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ 50 คน พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 60 และสูงกว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. จากการวิจัย พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write มีคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานในการวิจัยที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการใช้เทคนิค Think Talk Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ ในทั้ง 4 ขั้นตอนซึ่งได้แก่ ขั้นสร้างความสัมพันธ์ ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นหาคำตอบและประเมินผล และขั้นสะท้อนและต่อยอด ซึ่งในทุกขั้นตอนนี้ นักเรียนจะได้คิดในการหาคำตอบ พูดแลกเปลี่ยนกับเพื่อนในกลุ่ม พูดอภิปรายความรู้ แนวทางการแก้ปัญหากับเพื่อน และเขียนข้อสรุปจากการอภิปรายนั้น โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนได้

ฝึกการนำเสนอและแสดงความคิดเห็นส่งผลให้นักเรียนได้มีโอกาสพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและการเขียน ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Huinker and Laughlin (1996, pp. 81-88) ที่กล่าวว่า เทคนิค Think Talk Write ช่วยให้นักเรียนได้คิดและเรียบเรียงความรู้ด้วยตัวของนักเรียนเองและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดแบ่งปันความคิดของตนเองกับเพื่อนก่อนที่จะเขียนสรุปความรู้ และสอดคล้องกับ Rowan and Morrow (1993, pp. 9-11 อ้างถึงใน ศศิธร แม้นสงวน, 2556) ที่กล่าวว่า การเขียนสื่อสารแนวความคิดเป็นสิ่งสำคัญและควรให้นักเรียนได้ฝึกฝนเพราะการเขียนเป็นส่วนที่มีความสำคัญต่อการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และการจัดกลุ่มให้นักเรียนร่วมมือและช่วยเหลือกันในการแลกเปลี่ยนความรู้เป็นโอกาสที่ทำให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่มเป็นการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยตรง

เมื่อพิจารณาขั้นตอนการแก้ปัญหาตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นทั้ง 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นสร้างความสัมพันธ์ ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นหาคำตอบและประเมินผล และขั้นสะท้อนและต่อยอด ซึ่งขั้นตอนดังกล่าวมีส่วนช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งด้านการพูดและการเขียน เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ทำให้นักเรียนได้ฝึกการเขียนสื่อความหมายเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน อีกทั้งในขั้นสะท้อนและต่อยอดยังช่วยพัฒนาความสามารถในการสื่อสารด้านการพูดและการเขียนให้กับนักเรียน เนื่องจากในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะได้นำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียน เพื่อให้ผู้อื่นได้เข้าใจในกระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง และในการนำเสนอหน้าชั้นเรียน นักเรียนจะต้องเขียนเพื่ออธิบายกระบวนการแก้ปัญหาอีกด้วย จากที่กล่าวมาข้างต้น ทำให้สามารถสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์มีส่วนช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งทางด้านการพูดและการเขียน

นอกจากนี้ผลการวิจัยยังสอดคล้องกับการวิจัยของ สุภารัตน์ ภิรมย์ราช (2555) ที่ได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิค Think Talk Write ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิค Think Talk Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสอดคล้องกับการวิจัยของ Elida N. (2012) ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยจัด

การเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think Talk Write พบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think talk Write สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ข้อเสนอแนะ

จากการดำเนินการวิจัย และผลการวิจัย ผู้วิจัยได้สรุปข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้ และสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป ดังนี้

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write เป็นการจัดกิจกรรมที่เน้นให้นักเรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเอง โดยผ่านขั้นตอนการแก้ปัญหา และพิจารณาทางเลือกในการแก้ปัญหา ดังนั้นการเลือกปัญหาใช้ในการจัดกิจกรรมควรเป็นปัญหาที่มีแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อให้ นักเรียนสามารถแก้ปัญหานั้น ๆ ได้โดยการพิจารณาทางเลือกในการแก้ปัญหามากกว่า 1 ทางเลือก
2. ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write ครูจะต้องกระตุ้นให้นักเรียนคิดแก้ปัญหา นั้น ๆ โดยใช้คำถามให้นักเรียนได้สื่อสารกัน ภายในกลุ่ม เพื่อพัฒนาความสามารถในการสื่อสารด้านการพูด และครูควรจัดบรรยากาศในชั้นเรียน อย่างเป็นกันเองเพื่อให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดอย่างอิสระ และเกิดการอภิปรายกันในกลุ่ม ให้ได้มากที่สุดเพื่อให้ได้ข้อสรุปในการแก้ปัญหานั้น ๆ
3. ในทุกขั้นตอนของการแก้ปัญหาครูควรกระตุ้นให้นักเรียนได้เขียนสื่อความหมายในการแก้ปัญหานั้น ๆ หลังจากได้ข้อสรุปที่นักเรียนได้อภิปรายกันภายในกลุ่มของตนเอง เพื่อพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียน
4. ในระหว่างที่นักเรียนได้อภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหาระหว่างกลุ่ม ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาทางเลือกใหม่ วิธีการแก้ปัญหาใหม่ ๆ และต่อขยายแนวความคิดด้วยตนเอง โดยครูจะเป็นผู้สร้างแรงจูงใจให้นักเรียนได้คิดหาทางเลือกใหม่ ๆ

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษารายการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write กับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องอื่น ๆ เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2. ควรมีการศึกษารายการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write ที่พัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ เช่นความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2540). *เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา อันดับที่ 8 เรื่อง ทักษะการแก้ปัญหา*. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.
- กรมวิชาการ. (2545). *เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.
- กาญจนา มีศิลป์วิภักย์. (2556). *ความรู้เบื้องต้นและทฤษฎีการสื่อสาร* (พิมพ์ครั้งที่ 9). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศรีปทุม.
- กัญนิภา พราหมณ์พิทักษ์. (2554, กรกฎาคม-กันยายน). จุดเน้นการพัฒนาคุณภาพผู้เรียน เส้นทางสู่ความสำเร็จในการปฏิรูปการศึกษา ในทศวรรษที่สอง (พ.ศ. 2552-2561). *วารสารวิชาการ*, 14(3), 3-4.
- กัลยา ปัญญาวัฒน์ธนกุล. (2556). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้ทักษะการคิดแบบอภิวริสติคส์เพื่อพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะครุศาสตร์, มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย.
- กิตติมา สิริสนธิ. (2557). *ความรู้ทางการสื่อสาร* (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: จามจุรีโปรดักส์.
- ขนิษฐา จิตชินะกุล. (2557). *หลักการสื่อสาร*. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). *ผลการประเมิน PISA 2009 การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์*. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์.
- โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2557). *ผลการประเมิน PISA 2012 คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์*. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์.
- จินตวีร์ เกษมสุข. (2554). *การสื่อสารกับการเปลี่ยนแปลงทางสังคม*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2545). *การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ม.ป.ท.

- ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2552). 80 นวัตกรรมจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ. กรุงเทพฯ: แคนเน็กซ์ อินเทอร์เน็ตคอร์ปชั่น.
- ชูศรี วงศ์ตันนะ. (2553). เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย (พิมพ์ครั้งที่ 12). กรุงเทพฯ: ไทเนรมิตกิจ อินเทอร์เน็ต โปรเกรสซิฟ.
- ฉวีวรรณ เสวตมาลย์. (2543). ศิลปะการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ฉวีวรรณ เสวตมาลย์. (2544). ปกิณกะคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- จิตติพร ประสพโชคอำนวย (2558, 6 กรกฎาคม). ครูชำนาญการพิเศษ. สัมภาษณ์.
- ทรายทอง พวกสันเทียะ. (2554). การวิจัยและพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้บูรณาการ. นิตยสาร สสวท. 39(171), 52.
- นพพร แหยมแสง. (2555). พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- นวลทิพย์ นวพันธ์. (2552). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปรีชา เนาว่าเอ็นผล. (2556). สารัตถะและวิทยวิถีทางคณิตศาสตร์ (หน่วยที่ 6-10) (พิมพ์ครั้งที่ 2). นนทบุรี: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- พงษ์ วิเศษสังข์. (2553). ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับการสื่อสาร (พิมพ์ครั้งที่ 10). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยกรุงเทพ.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2538). การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2523). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.
- รัชชนนท์ แกะมา. (2557). ปฏิรูปตนเองในศตวรรษที่ 21. วารสารวิชาการ ปจมท. 3(3), 1.
- เรวดี มีสุข. (2556). ผลการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ (Heuristics) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วนพหุนาม ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญา การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ.

- โรงเรียนวังไกลกังวล. (2557). *คู่มือการจัดการเรียนการสอนทางไกลผ่านดาวเทียม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. ปรากฏบริษัท: สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานกระทรวงศึกษาธิการ.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- วรรณ ขุนศรี. (2546). การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. *วารสารวิชาการ*, 6(2), 74.
- วารภรณ์ มีหนัก. (2545). การจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. *วารสารวิชาการ*, 5(9), 58-68.
- วิชัย พาณิชย์สวาย. (2546). *สอนอย่างไรให้เด็กเก่ง โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- เวชฤทธิ์ อังคะภักทรขจร. (2554). *เอกสารคำสอน วิชา 410541 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. ชลบุรี: ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา. เอกสารการสอน.
- เวชฤทธิ์ อังคะภักทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์ หลักสูตรการสอนและการวิจัย*. กรุงเทพฯ: จรัสสินิทวงศ์การพิมพ์.
- ศราวุธ จอมนำ. (2557). อุปสรรคทางภาษาในการเรียนคณิตศาสตร์ของเด็กไทย. *นิตยสาร สสวท.*, 42(189), 20-23.
- ศศิธร แม้นสงวน. (2556). *พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ด ยูเคชั่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.
- สิริพร ทิพย์คง. (2544). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.

- สุดารัตน์ ภิรมย์ราช. (2555). ผลการใช้เทคนิค *Think Talk Write* ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- หลุย จำปาเทศ. (2552). *จิตวิทยาสัมพันธ์ (พิมพ์ครั้งที่ 7)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อุษาวดี จันทร์สนธิ (2556). *สาระและวิธีทางคณิตศาสตร์ (หน่วยที่ 11-15) (พิมพ์ครั้งที่ 2)*. นนทบุรี: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- Abonyi, O. S. (2014). Effects of heuristic method of teaching on students' achievement in algebra. *International Journal of Scientific Research*, 5(2), 1735-1740.
- Dila, D. O. (2012). *Think talk write strategies*. Retrieve from http://syahputri90dila.blogspot.com/2012/01/metode-pembelajaran-bahasa-inggris_12.html
- Elida, N. (2012). Meningkatkan kemampuan komunikasi matematik siswa sekolah menengah pertama melalui pembelajaran think talk write (TTW). *Journal ilmiah Program Studi Matematika STKIP Siliwangi Bandung*, 1(2), 178-185.
- Garnett, K. F. (1984). *Developing heuristic in mathematics problem-solving process of sixth-grade children: A non constructivist teaching experiment*. Dissertation Abstracts, 1(15), 102-103
- Hoon, S. T. (2013). Heuristic approach experience in solving mathematical problems. *Educational Research*, 4(8), 607-611.

- Huinker, D. & Laughlin, C. (1996) Talk your way into writing. In Portia C. E., *Communication in Mathematics, K-12 and beyond* (pp. 81-88). United States: National Council of Teachers of Mathematics.
- Krulik ,S., & Rudnick, J. A. (1993). *The Heuristics of reasoning and problem solving*. Boston: Allyn and Bacon.
- Winayawati, L. (2012). *Implementasi model pembelajaran kooperatif dengan strategi think talk write terhadap kemampuan menulis rangkuman dan pemahaman matematis materi integral*. Unnes Journal of Mathematics Education Research, 1(1), 65-71.
- Maulidah, N. (2013). Think-talk-write (TTW) strategy for teaching descriptive writing. *Journal Pendidikan Bahasa Inggris STKIP PGRI Sidoarjo*, 1(1), 48-58.
- Novotná, J. (2014). Problem solving in school mathematics based on heuristic strategies. *ERIES Journal*, 7(1), 1-6.
- Richard, L., & Judith, S. Z. (1998). Problem solving. In Thomas R. P., *Teaching mathematics in grade K-8*. Boston: Allyn and Bacon.
- Rowan, T. E., & Morrow, L. J. (1993). *Implementing the K-8 curriculum and evaluation standards: Reading from the arithmetic teacher*. United State: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Singapore Math. (2005). *Primary math problem solving heuristics*. Retrieve from <http://sc-math.com/math/heuristics.php>
- Sheffield, L. J. (2008). *Promoting creativity for all students in mathematics education: An Overview*. Retrive from dg.icme11.org/tsg/show/10
- Sherwyn, P. M., Brian, H. S., & Kevin, B. (2007). *Human communication* (Second edition). Canada: Thomson Wadsworth.
- Steven, A. B., Susan, J. B., & Diana K. I. (2013). *Communication*. New Jersey: Pearson Education.
- Toh, T. L. (2012). Reasoning, communication and connections in a-Level mathematics. *In Reasoning, Communication and connections in Mathematics Yearbook 2012*. London: World Scientific Publishing.

William, J. S., & Melissa, L. B. (2005). *Communication making connection* (6th ed.).

Boston: Pearson/ Allyn & Bacon.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายนามผู้เชี่ยวชาญในการตรวจเครื่องมือ

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิ

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ไพโรจน์ เขียวระยอง
 อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ
 คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
 มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม
 ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์
2. ดร.พรรณทิพา พรหมรัถย์
 อาจารย์ประจำภาควิชาการจัดการเรียนรู้
 คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
 ผู้เชี่ยวชาญด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
 คณิตศาสตร์
3. นายไมตรี สมบูรณ์
 ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนจุฬาภรณ
 ราชวิทยาลัย ชลบุรี ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอน
 คณิตศาสตร์
4. นางวาสนา ปราบุตร
 ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนจุฬาภรณ
 ราชวิทยาลัย พิษณุโลก ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอน
 คณิตศาสตร์
5. นางภาพตะวัน มาสขาว
 ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนกุดชุมวิthyาคม
 จังหวัดยโสธร ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอน
 คณิตศาสตร์

ภาคผนวก ข

- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

สำเนา



ที่ ศธ ๖๖๒๑/ว.๒๐๕๑

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๘ ตุลาคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางวาสนา ปราบุตร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวพัชราภรณ์ ทองนาค นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์
เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write
ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฎุทธิ์ อังกนะภัทรขจร
ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้
พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่าน
ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่ง
ว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๙๑-๘๓๘๗๒๔๙

ถ้าเนา



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๙, ๒๐๖๙
 ที่ ศธ ๖๖๒๑/ ๓๕๔๔ วันที่ ๒๙ ตุลาคม พ.ศ. ๒๕๕๘
 เรื่อง ขออนุมัติโครงการในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการทำวิจัย
 เรียน ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์

ด้วยนางสาวพัชราภรณ์ ทองนาค นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษา
 มหามบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์
 เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write
 ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฎุทธิ์ อังกณะภัทรขจร
 ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้
 พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขออนุมัติโครงการจากท่าน
 ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่ง
 ว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)
 รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
 คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

สำเนา



ที่ ศธ ๖๖๒๑/ว.๒๐๕๑

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๘ ตุลาคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นายไมตรี สมบูรณ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย ค่าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวพัชราภรณ์ ทองนาค นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์
เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write
ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร
ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้
พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่าน
ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่ง
ว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๙๑-๘๓๘๗๒๔๙

สำเนา



ที่ ศธ ๖๖๒๑/ว.๒๐๕๑

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.สิงหนาทบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๘ ตุลาคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ไพโรจน์ เขียวระยอง

สิ่งที่ส่งมาด้วย ค่าโคร่งย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวพัชราภรณ์ ทองนาค นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์
เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write
ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร
ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้
พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่าน
ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่ง
ว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้อำนวยการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๙๑-๘๓๘๗๒๔๙

สำเนา



ที่ ศธ ๖๖๒๑/ว.๒๐๕๑

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.สิงหนครบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๘ ตุลาคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางภาพตะวัน มาสขาว

สิ่งที่ส่งมาด้วย ค่าโครงการวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวพัชรภรณ์ ทองนาค นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์
เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write
ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร
ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้
พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่าน
ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่ง
ว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐุ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๙๑-๘๓๘๗๒๔๙

สำเนา



ที่ ศธ ๖๖๒๑/๒๖๖

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๖ พฤศจิกายน ๒๕๕๘

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนจุฬารณราชวิทยาลัย จังหวัดชลบุรี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวพัชราภรณ์ ทองนาค นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write ที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนระภัทรขจร ประธานกรรมการ มีความประสงค์ ขออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔/๑ ในภาคเรียนที่ ๒ ปีการศึกษา ๒๕๕๘ โรงเรียนจุฬารณราชวิทยาลัย จังหวัดชลบุรี โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๑ - ๒๒ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๕๘ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ รักษาการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัยโทร ๐๙๑-๘๓๘๗๒๔๙

สำเนา



ที่ ศธ ๖๖๒๑/ ๒๓๑๑

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑ ธันวาคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย จังหวัดชลบุรี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวพัชรภรณ์ ทองนาค นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์เรื่อง
“ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write
ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” อยู่ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฎุทธิ์ อังกะนภัทรขจร
ประธานกรรมการ มีความประสงค์ขออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง
คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔/๓ ในภาคเรียนที่ ๒ ปีการศึกษา ๒๕๕๘ โรงเรียนจุฬาภรณ
ราชวิทยาลัย ชลบุรี ขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๒๘ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๕๘
- ๒๑ มกราคม พ.ศ. ๒๕๕๙ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัย
ของมหาวิทยาลัยบูรพา เรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่ง
ว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ รักษาการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัยโทร ๐๙๑-๘๓๘๗๒๔๙

ภาคผนวก ค

- การวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write เรื่อง สมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม
- การวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง *IOC* ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- การวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง *IOC* ของแบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน
- การวิเคราะห์ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- การวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่น (α -coefficient) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์
ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write เรื่อง สมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม

ตารางที่ ค-1 ค่าประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด
แบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write เรื่องสมการและอสมการ
เอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	\bar{x}	s	ระดับความเหมาะสม
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1	4.2	0.41	เหมาะสมมาก
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2	4.16	0.43	เหมาะสมมาก
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3	4.12	0.45	เหมาะสมมาก
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4	4.2	0.41	เหมาะสมมาก
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5	4.16	0.43	เหมาะสมมาก
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6	4.16	0.40	เหมาะสมมาก
เฉลี่ย	4.17	0.42	เหมาะสมมาก

จากการวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด
แบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write ทั้ง 6 แผนการเรียนรู้ พบว่า มีค่าความเหมาะสม
ของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เฉลี่ย 4.17 อยู่ในระดับความเหมาะสมมาก และมีส่วนเบี่ยงเบน
มาตรฐานเป็น 0.42

ตารางที่ ค-2 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมแผนการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องสมการ
เอกซ์โพเนนเชียลจากผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมินเนวการจัด กิจกรรมการเรียนรู้	ระดับการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญ					\bar{x}	s	ระดับความ เหมาะสม
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด	5	5	4	4	4	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
2. สาระสำคัญ	5	5	4	4	4	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	4	4	4	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
4. สาระการเรียนรู้	5	3	4	4	4	4	0.71	เหมาะสมมาก
5. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับ เทคนิค Think Talk Write								
5.1 ขั้นสร้างความสัมพันธ์	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
5.2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา	4	4	4	4	4	4	0.00	เหมาะสมมาก
5.3 ขั้นหาคำตอบและประเมินผล	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
5.4 ขั้นสะท้อนและต่อยอด	4	4	4	4	4	4	0.00	เหมาะสมมาก
6. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
7. การวัดผลประเมินผล	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
เฉลี่ย						4.2	0.41	เหมาะสมมาก

จากตารางที่ ค-2 พบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้
โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ($\bar{x} = 4.2$) เมื่อพิจารณา
รายชื่อ พบว่า อยู่ในระดับเหมาะสมมาก

ตารางที่ ค-3 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมแผนการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องอสมการ
เอกซ์โพเนนเชียลจากผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมินเนวการจัด กิจกรรมการเรียนรู้	ระดับการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญ					\bar{X}	s	ระดับความ เหมาะสม
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด	5	5	4	4	4	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
2. สาระสำคัญ	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	4	4	4	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
4. สาระการเรียนรู้	5	3	4	4	4	4	0.71	เหมาะสมมาก
5. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับ เทคนิค Think Talk Write								
5.1 ขั้นสร้างความสัมพันธ์	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
5.2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา	4	4	4	4	4	4	0.00	เหมาะสมมาก
5.3 ขั้นหาคำตอบและประเมินผล	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
5.4 ขั้นสะท้อนและต่อยอด	4	4	4	4	4	4	0.00	เหมาะสมมาก
6. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้	5	3	4	4	4	4	0.71	เหมาะสมมาก
7. การวัดผลประเมินผล	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
เฉลี่ย						4.2	0.43	

จากตารางที่ ค-3 พบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้
โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ($\bar{X} = 4.2$)
เมื่อพิจารณารายข้อพบว่าอยู่ในระดับเหมาะสมมาก

ตารางที่ ค-4 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมแผนการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องการประยุกต์
สมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลจากผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมินแนวการจัด กิจกรรมการเรียนรู้	ระดับการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญ					\bar{X}	S	ระดับความ เหมาะสม
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด	5	5	4	4	4	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
2. สารสำคัญ	5	3	4	4	4	4	0.71	เหมาะสมมาก
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
4. สารการเรียนรู้	5	3	4	4	4	4	0.71	เหมาะสมมาก
5. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับ เทคนิค Think Talk Write								
5.1 ขั้นสร้างความสัมพันธ์	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
5.2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา	4	4	4	4	4	4	0.00	เหมาะสมมาก
5.3 ขั้นหาคำตอบและประเมินผล	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
5.4 ขั้นสะท้อนและต่อยอด	4	4	4	4	4	4	0.00	เหมาะสมมาก
6. สื่อ/ แหล่งการเรียนรู้	5	3	4	4	4	4	0.71	เหมาะสมมาก
7. การวัดผลประเมินผล	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
	เฉลี่ย					4.12	0.45	

จากตารางที่ ค-4 พบว่าค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้
โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ($\bar{X} = 4.12$) เมื่อพิจารณา
รายชื่อพบว่าอยู่ในระดับเหมาะสมมาก

ตารางที่ ค-5 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมแผนการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องสมการ
ลอการิทึมจากผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมินแนวการจัด กิจกรรมการเรียนรู้	ระดับการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญ					\bar{x}	s	ระดับความ เหมาะสม
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด	5	5	4	4	4	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
2. สารสำคัญ	5	5	4	4	4	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	4	4	4	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
4. สารการเรียนรู้	5	3	4	4	4	4	0.71	เหมาะสมมาก
5. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับ เทคนิค Think Talk Write								
5.1 ขั้นสร้างความสัมพันธ์	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
5.2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา	4	4	4	4	4	4	0.00	เหมาะสมมาก
5.3 ขั้นหาคำตอบและประเมินผล	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
5.4 ขั้นสะท้อนและต่อยอด	4	4	4	4	4	4	0.00	เหมาะสมมาก
6. สื่อ/ แหล่งการเรียนรู้	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
7. การวัดผลประเมินผล	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
เฉลี่ย						4.2	0.41	

จากตารางที่ ค-5 พบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้
โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ($\bar{x} = 4.2$) เมื่อพิจารณา
รายชื่อพบว่าอยู่ในระดับเหมาะสมมาก

ตารางที่ ค-6 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมแผนการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5 เรื่องอสมการ
 ลอการิทึมจากผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมินแนวการจัด กิจกรรมการเรียนรู้	ระดับการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญ					\bar{X}	s	ระดับความ เหมาะสม
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด	5	5	4	4	4	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
2. สาระสำคัญ	5	3	4	4	4	4	0.71	เหมาะสมมาก
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	4	4	4	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
4. สาระการเรียนรู้	5	3	4	4	4	4	0.71	เหมาะสมมาก
5. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับ เทคนิค Think Talk Write								
5.1 ขั้นสร้างความสัมพันธ์	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
5.2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา	4	4	4	4	4	4	0.00	เหมาะสมมาก
5.3 ขั้นหาคำตอบและประเมินผล	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
5.4 ขั้นสะท้อนและต่อยอด	4	4	4	4	4	4	0.00	เหมาะสมมาก
6. สื่อ/ แหล่งการเรียนรู้	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
7. การวัดผลประเมินผล	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
เฉลี่ย						4.16	0.43	

จากตารางที่ ค-6 พบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้
 โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ($\bar{X} = 4.16$) เมื่อพิจารณา
 รายข้อพบว่าอยู่ในระดับเหมาะสมมาก

ตารางที่ ค-7 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมแผนการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6 เรื่องการประยุกต์
สมการและอสมการลอการิทึม

รายการประเมินแนวการจัด กิจกรรมการเรียนรู้	ระดับการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญ					\bar{X}	s	ระดับความ เหมาะสม
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด	5	5	4	4	4	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
2. สารสำคัญ	5	3	4	4	4	4	0.71	เหมาะสมมาก
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
4. สารการเรียนรู้	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
5. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับ เทคนิค Think Talk Write	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
5.1 ขั้นสร้างความสัมพันธ์								
5.2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา	4	4	4	4	4	4	0.00	เหมาะสมมาก
5.3 ขั้นหาคำตอบและประเมินผล	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
5.4 ขั้นสะท้อนและต่อยอด	4	4	4	4	4	4	0.00	เหมาะสมมาก
6. สื่อ/ แหล่งการเรียนรู้	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
7. การวัดผลประเมินผล	5	4	4	4	4	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
เฉลี่ย						4.16	0.40	

จากตารางที่ ค-7 พบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้
โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ($\bar{X} = 4.16$) เมื่อพิจารณา
รายชื่อพบว่าอยู่ในระดับเหมาะสมมากและเหมาะสมมาก

การวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง *IOC* ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและ
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ ค-8 ค่าดัชนีความสอดคล้อง *IOC* ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและ
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ระดับความเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ค่า <i>IOC</i>	การแปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
2	1	1	0	1	1	0.8	ใช้ได้
3	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
4	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
5	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
6	1	1	0	1	1	0.8	ใช้ได้
7	1	1	0	1	1	0.8	ใช้ได้
8	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
9	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
10	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
11	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
12	1	1	0	1	1	0.8	ใช้ได้
13	1	1	0	1	1	0.8	ใช้ได้
14	1	1	0	1	1	0.8	ใช้ได้
15	1	1	0	1	1	0.8	ใช้ได้
16	1	1	0	1	1	0.8	ใช้ได้

การวิเคราะห์ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ ค-10 ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ค่าความยาก (P_E)	ค่าอำนาจจำแนก (D)	ผลการพิจารณา	ผลการคัดเลือก
1	0.76	0.23	ใช้ได้	คัดเลือก
2	0.76	0.10	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
3	0.53	0.26	ใช้ได้	คัดเลือก
4	0.63	0.20	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
5	0.47	0.21	ใช้ได้	คัดเลือก
6	0.29	-0.08	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
7	0.49	0.40	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
8	0.54	0.36	ใช้ได้	คัดเลือก
9	0.38	0.28	ใช้ได้	คัดเลือก
10	0.39	0.14	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
11	0.38	0.15	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
12	0.52	0.21	ใช้ได้	คัดเลือก
13	0.49	0.38	ใช้ได้	คัดเลือก
14	0.70	0.13	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
15	0.78	0.25	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
16	0.55	0.38	ใช้ได้	คัดเลือก

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยข้อสอบที่คัดเลือกได้ตามเกณฑ์มี 11 ข้อ ค่าความยาก (P_E) ตั้งแต่ 0.29-0.78 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ -0.08-0.40 โดยคัดเลือกแบบทดสอบจำนวน 8 ข้อ เฉพาะข้อที่มีค่าความยาก (P_E) ตั้งแต่ 0.38-0.76 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.21-0.38 ได้แก่ข้อ 1, 3, 5, 8, 9, 12, 13 และ 16 ที่ครอบคลุมจุดประสงค์ไปใช้ต่อไป และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .75 (ตารางที่ ค-11)

การวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่น (α -coefficient) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่น (α -coefficient) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์

Case Processing Summary

		N	%
Cases	Valid	24	100.0
	Excluded ^a	0	.0
	Total	24	100.0

a. Listwise deletion based on all variables in the procedure.

Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	N of Items
.751	8

ภาคผนวก ง

- คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
- คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
- คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน
- คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

ตารางที่ ง-1 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัด
กิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write

นักเรียนคนที่	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน (X) (คะแนนเต็ม 32)
1	30
2	23
3	31
4	28
5	23
6	28
7	24
8	28
9	27
10	26
11	23
12	29
13	26
14	23
15	24
16	24
17	24
18	24
19	24
20	24
21	24
22	26
23	27
24	24
คะแนนเฉลี่ย	25.58

ตารางที่ ง-2 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัด
กิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write

นักเรียนคนที่	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน (X) (คะแนนเต็ม 24)
1	21
2	19
3	24
4	22
5	22
6	23
7	20
8	21
9	22
10	22
11	19
12	20
13	20
14	22
15	22
16	19
17	18
18	20
19	20
20	19
21	23
22	19
23	22
24	20
คะแนนเฉลี่ย	20.79

ตารางที่ ง-3 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนหลัง
 ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk
 Write

นักเรียนคนที่	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน (X) (คะแนนเต็ม 16)
1	15
2	12
3	16
4	15
5	14
6	16
7	14
8	14
9	15
10	15
11	13
12	15
13	14
14	14
15	14
16	12
17	12
18	14
19	14
20	14
21	16
22	15
23	15
24	13
คะแนนเฉลี่ย	14.21

ตารางที่ ง-4 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนระหว่าง
ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk

Write

นักเรียนคนที่	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน (X) (คะแนนเต็ม 8)
1	6
2	7
3	8
4	7
5	8
6	7
7	6
8	7
9	7
10	7
11	6
12	5
13	6
14	8
15	8
16	7
17	6
18	6
19	6
20	5
21	7
22	4
23	7
24	7
คะแนนเฉลี่ย	6.58

ภาคผนวก จ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัยโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์

ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากการทำแบบวัด
 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ *t*-test for one sample ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์

ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ
t-test for one sample

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
VAR00001	24	25.5833	2.39414	.48870

One-Sample Test

	Test Value = 24					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
VAR00001	3.240	23	.004	1.58333	.5724	2.5943

ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จากการทำแบบวัด
 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 และแบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ
t-test for one sample ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์

ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ *t-test*
 for one sample

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
VAR00004	24	20.7917	1.58743	.32403

One-Sample Test

	Test Value = 18					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
VAR00004	8.615	23	.000	2.79167	2.1214	3.4620

ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน จากการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์

ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
VAR00002	24	14.2083	1.17877	.24061

One-Sample Test

	Test Value = 12					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
VAR00002	9.178	23	.000	2.20833	1.7106	2.7061

ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด
 จากการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด ด้วยแบบประเมิน
 ความสามารถทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ *t-test for one sample*
 ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์

ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด โดยวิเคราะห์
 ด้วยสถิติ *t-test for one sample*

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
VAR00003	24	6.5833	1.01795	.20779

One-Sample Test

	Test Value = 6					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
VAR00003	2.807	23	.010	.58333	.1535	1.0132

ภาคผนวก ฉ

- ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิค Think Talk Write เรื่อง สมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม
- แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- แบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชา ค30103 ความรู้พื้นฐานสำหรับแคลคูลัส 2 จำนวน 1.5 หน่วยกิต เวลาเรียน 2 คาบ
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 ครูผู้สอน นางสาวพัชราภรณ์ ทองนาค
 เรื่อง การแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล

1. มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

ตัวชี้วัด

4.2.4 สร้างความสัมพันธ์หรือฟังก์ชันจากสถานการณ์หรือปัญหา และนำไปใช้

ในการแก้ปัญหา

4.2.5 ใช้กราฟของสมการ อสมการ ฟังก์ชัน ในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

6.1.1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

6.1.2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหา

ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

6.1.4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและ

การนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

**นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันลอการิทึมไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

2. สาระสำคัญ

การแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล มีรูปแบบของสมการ ดังนี้

รูปแบบที่ 1: ใช้สมบัติฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ถ้า $a^x = a^y$ แล้ว $x = y$

รูปแบบที่ 2: จัดรูปสมการให้อยู่ในรูปของสมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$

โดยที่ x แทนรูปของเอกซ์โพเนนเชียล แล้วใช้วิธีการแยกตัวประกอบหรือใช้สูตร

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

รูปแบบที่ 3: ถ้าสมการดังกล่าวไม่สามารถทำฐานของเลขยกกำลังที่เท่ากันได้ จะต้องใช้วิธีการทำให้เป็นลอการิทึม เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อจบบทเรียน นักเรียนสามารถ

ด้านความรู้

1. หาคำตอบของสมการเอกซ์โพเนนเชียลได้

ด้านทักษะ/ กระบวนการ

2. แก้ปัญหาเกี่ยวกับสมการเอกซ์โพเนนเชียลได้
3. เขียนสื่อความหมายในการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลได้
4. นำเสนอแนวคิดในการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลได้

ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์

5. นักเรียนมีความรับผิดชอบในการทำงาน

4. สาระการเรียนรู้

การแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล มีรูปแบบของสมการ ดังนี้

รูปแบบที่ 1: ใช้สมบัติฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ถ้า $a^x = a^y$ แล้ว $x = y$

รูปแบบที่ 2: จัดรูปสมการให้อยู่ในรูปของสมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$

โดยที่ x แทนรูปของเอกซ์โพเนนเชียล แล้วใช้วิธีการแยกตัวประกอบหรือใช้สูตร

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

รูปแบบที่ 3: ถ้าสมการดังกล่าวไม่สามารถทำฐานของเลขยกกำลังที่เท่ากันได้ จะต้องใช้วิธีการทำให้เป็นลอการิทึม เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา

ตัวอย่างที่ 1 จงหาเซตคำตอบของสมการ $e^{-x^2} = e^{-3x-4}$

ในการแก้ปัญหานี้ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมบัติของเลขยกกำลัง และการแยกตัวประกอบพหุนามกำลังสอง ซึ่งยุทธวิธีที่เหมาะสมคือ การเขียนสมการ โดยใช้การแก้สมการในรูปแบบที่ 1 นั่นคือ ใช้สมบัติฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ถ้า $a^x = a^y$ แล้ว $x = y$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}e^{-x^2} &= e^{-3x-4} \\ -x^2 &= -3x-4 \\ x^2 - 3x - 4 &= 0 \\ (x-4)(x+1) &= 0 \\ x &= 4, -1\end{aligned}$$

ตรวจคำตอบ

กรณีที่ 1 $x = -1$

$$\begin{aligned}e^{-(-1)^2} &= e^{-3(-1)-4} \\ e^{-1} &= e^{-1}\end{aligned}$$

กรณีที่ 2 $x = 4$

$$\begin{aligned}e^{-(4)^2} &= e^{-3(-4)-4} \\ e^{-16} &= e^{-16}\end{aligned}$$

ดังนั้น x ที่สอดคล้องกับสมการ $e^{-x^2} = e^{-3x-4}$ คือ $4, -1$

ตอบ เซตคำตอบของสมการ $e^{-x^2} = e^{-3x-4}$ คือ $\{-1, 4\}$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาเซตคำตอบของสมการต่อไปนี้ $x^2 - 2x - 7\sqrt{x^2 - 2x + 1} = -11$

ในการแก้ปัญหานี้ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแยกตัวประกอบสมการกำลังสอง ซึ่งยุทธวิธีที่เหมาะสมคือ การเขียนสมการ, การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด และการแบ่งเป็นปัญหาย่อย โดยใช้จัดรูปสมการให้อยู่ในรูปของสมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ โดยที่ x แทนรูปของเอกซ์โพเนนเชียล แล้วใช้วิธีการแยกตัวประกอบ

วิธีทำ

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - 7\sqrt{x^2 - 2x + 1} &= -11 \\ x^2 - 2x - 7\sqrt{x^2 - 2x + 1} + 11 &= 0 \\ (x^2 - 2x + 1) - 7\sqrt{x^2 - 2x + 1} + 10 &= 0\end{aligned}$$

กำหนดให้ $\sqrt{x^2 - 2x + 1}$ แทน A (การแบ่งเป็นปัญหาย่อย)

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}A^2 - 7A + 10 &= 0 \\ (A-5)(A-2) &= 0 \\ A &= 5, 2\end{aligned}$$

แทนค่า A ด้วย $\sqrt{x^2 - 2x + 1}$ เพื่อหาค่า x (การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด)

กรณีที่ 1

$$\sqrt{x^2 - 2x + 1} = 5$$

$$\sqrt{(x-1)^2} = 5$$

$$(x-1) = 5$$

$$x = 6$$

กรณีที่ 2

$$\sqrt{x^2 - 2x + 1} = 2$$

$$\sqrt{(x-1)^2} = 2$$

$$(x-1) = 2$$

$$x = 3$$

ตรวจคำตอบ

กรณีที่ 1 $x = 6$

$$6^2 - 2(6) - 7\sqrt{6^2 - 2(6) + 1} = -11$$

$$36 - 12 - 7\sqrt{36 - 12 + 1} = -11$$

$$24 - 7\sqrt{25} = -11$$

$$24 - 7(5) = -11$$

$$24 - 35 = -11$$

$$-11 = -11$$

กรณีที่ 2 $x = -4$

$$(-4)^2 - 2(-4) - 7\sqrt{(-4)^2 - 2(-4) + 1} = -11$$

$$16 + 8 - 7\sqrt{16 + 8 + 1} = -11$$

$$24 - 7\sqrt{25} = -11$$

$$24 - 7(5) = -11$$

$$24 - 35 = -11$$

$$-11 = -11$$

กรณีที่ 3 $x = 3$

$$3^2 - 2(3) - 7\sqrt{3^2 - 2(3) + 1} = -11$$

$$9 - 6 - 7\sqrt{9 - 6 + 1} = -11$$

$$3 - 7\sqrt{4} = -11$$

$$3 - 7(2) = -11$$

$$3 - 14 = -11$$

$$-11 = -11$$

กรณีที่ 4 $x = -1$

$$(-1)^2 - 2(-1) - 7\sqrt{(-1)^2 - 2(-1) + 1} = -11$$

$$1 + 2 - 7\sqrt{1 + 2 + 1} = -11$$

$$3 - 7\sqrt{4} = -11$$

$$3 - 7(2) = -11$$

$$3 - 14 = -11$$

$$-11 = -11$$

ดังนั้น x ที่สอดคล้องกับสมการ $x^2 - 2x - 7\sqrt{x^2 - 2x + 1} = -11$ คือ 3, 6, -4 และ -1

ตอบ เซตคำตอบของสมการ คือ $\{3, 6, -4, -1\}$

ตัวอย่างที่ 3 จงหา x โดยประมาณที่สอดคล้องกับสมการ $3(2^x) = 42$ เมื่อกำหนดให้

$$\log 2 \approx 0.3010 \text{ และ } \log 7 \approx 0.8450$$

ในการแก้ปัญหานี้ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลอการิทึม ซึ่งยุทธวิธีที่เหมาะสมคือ การเขียนสมการ โดยใช้การแก้สมการในรูปแบบที่ 3 นั่นคือ ถ้าสมการดังกล่าวไม่สามารถทำฐานของเลขยกกำลังที่เท่ากันได้ จะต้องใช้วิธีการทำให้เป็นลอการิทึม เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา

วิธีทำ

$$3(2^x) = 42$$

$$3(2^x) = 3(14)$$

$$2^x = 14$$

$$\log_2 2^x = \log_2 14$$

$$x \log_2 2 = \log_2 14$$

$$x = \log_2 (7 \times 2)$$

$$x = \log_2 7 + \log_2 2$$

$$x = \log_2 7 + 1$$

$$x = \left(\frac{\log 7}{\log 2} \right) + 1$$

$$x \approx \frac{0.8450}{0.3010} + 1$$

$$x \approx 2.807 + 1$$

$$x \approx 3.807$$

ตรวจคำตอบ

$$3(2^{3.807}) \approx 3(13.99)$$

$$\approx 42$$

ดังนั้น x ที่สอดคล้องกับสมการ $3(2^x) = 42$ คือ 3.807

ตอบ เซตคำตอบของสมการ คือ $\{3.807\}$

5. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบอภิปรัชญา ร่วมกับเทคนิค Think Talk

Write มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นสร้างความสัมพันธ์

1. ครูจัดกลุ่มให้กับนักเรียนกลุ่มละ 4 คน โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มจะละความสามารถ มีนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน

2. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 เรื่องสมการเอกซ์โพเนนเชียลให้กับนักเรียน และทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเกี่ยวกับสมบัติของเอกซ์โพเนนเชียล โดยใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการคิด (Think) เช่น

- สมการเอกซ์โพเนนเชียลมีลักษณะเป็นอย่างไร
- ในการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล เราสามารถใช้สมบัติเกี่ยวกับเลขยกกำลัง

ได้หรือไม่

- ในการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล เราสามารถใช้แนวคิดเกี่ยวกับการแยกตัวประกอบสมการกำลังสองได้หรือไม่

3. ครูใช้คำถาม เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิด (Think) พิจารณาโจทย์ปัญหาในใบกิจกรรมที่ 1 ว่า โจทย์ปัญหานั้นคล้ายกับโจทย์ปัญหาที่เคยเจอหรือไม่ และควรใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใดได้บ้าง

ถ้านักเรียนไม่สามารถตอบได้ ครูอาจใช้คำถามเพิ่มเติม เช่น

- นักเรียนสามารถจัดรูปใหม่ให้ฐานเหมือนกันได้หรือไม่
- นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรขึ้นมาใหม่แทนพจน์ที่ซับซ้อนได้หรือไม่
- สมการที่กำหนดให้ นั้น มีลักษณะคล้ายกับสมการกำลังสองหรือไม่

4. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปรึกษากันในกลุ่ม โดยให้สมาชิกในกลุ่มนั้นนำเสนอความคิดของตนเอง (Talk) แล้วเขียนข้อสรุปเกี่ยวกับปัญหาที่ได้ (Write) ลงในใบกิจกรรมที่ 1 (ในระหว่างที่นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 1 ครูดูแลนักเรียนอย่างใกล้ชิด คอยให้คำแนะนำ ตอบคำถามให้กับนักเรียน)

2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

5. ครูใช้คำถามถามนักเรียนในแต่ละกลุ่มเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิด (Think) เกี่ยวกับการวางแผนการแก้ปัญหา เช่น

- ควรใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหา

6. นักเรียนปรึกษากันในกลุ่มในการเลือกยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา (Talk) แล้วเขียนข้อสรุปเกี่ยวกับแผนการแก้ปัญหาที่ได้ (Write) ลงในใบกิจกรรมที่ 1 (ในระหว่างที่นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 1 ครูดูแลนักเรียนอย่างใกล้ชิด คอยให้คำแนะนำ ตอบคำถามให้กับนักเรียน)

3. ขั้นหาคำตอบและประเมินผล

7. นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาที่ได้วางแผนไปแล้ว โดยนักเรียนแต่ละคนช่วยกันคิด (Think) เกี่ยวกับการดำเนินการแก้ปัญหา พูด (Talk) เกี่ยวกับการดำเนินการแก้ปัญหา และเขียน (Write) วิธีการดำเนินการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมที่ 1 (ในระหว่างที่นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 1 ครูดูแลนักเรียนอย่างใกล้ชิด คอยให้คำแนะนำ ตอบคำถามให้กับนักเรียน)

8. ครูถามนักเรียนว่า คำตอบที่ได้ นั้น สมเหตุสมผลหรือไม่ นักเรียนจะมีวิธีการตรวจคำตอบที่ถูกต้องได้อย่างไร นักเรียนก็จะคิดว่า คำตอบที่ได้ นั้นสมเหตุสมผลหรือไม่ พร้อมทั้งแสดงวิธีการตรวจคำตอบ ตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่

4. ขั้นสะท้อนและต่อยอด

9. ครูสุ่มให้นักเรียนจำนวน 2-3 กลุ่ม ออกมาอภิปรายคำตอบที่ได้ (Talk) พร้อมทั้งวิธีการดำเนินการแก้ปัญหา จากนั้นให้นักเรียนคิด (Think) เกี่ยวกับประเด็นอื่นๆ ที่จะศึกษาในปัญหานี้ โดยนักเรียนก็จะได้ตรวจสอบคำตอบที่ถูกต้อง ครูใช้คำถามดังต่อไปนี้

- มีนักเรียนกลุ่มอื่นใช้วิธีการหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหาต่างจากเพื่อนที่ออกมาอภิปรายหรือไม่

- นักเรียนคิดว่า ปัญหานี้สามารถใช้ยุทธวิธีหรือวิธีการอื่นๆ ในการแก้ปัญหาได้หรือไม่

10. ครูกล่าวชื่นชมนักเรียนที่ออกมานำเสนอแนวคิดที่ได้ พร้อมทั้งกล่าวให้กำลังใจกับนักเรียนที่ยังทำผิดพลาด

11. นักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลที่ได้ โดยครูใช้คำถามชี้แนะเช่น

- การแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลมีกี่รูปแบบ อะไรบ้าง

- การแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลจะต้องอาศัยความรู้ และหลักการทางคณิตศาสตร์เรื่องใดบ้าง อย่างไร

และให้นักเรียนจดบันทึก (Write) ความรู้ที่ได้ลงในสมุด

12. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 เรื่องสมการเอกซ์โพเนนเชียล

6. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

- ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่องสมการเอกซ์โพเนนเชียล

- แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่องสมการเอกซ์โพเนนเชียล

7. การวัดผลประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การวัด
ด้านความรู้ (K) 1. หาคำตอบของสมการเอกซ์โพเนนเชียลได้	- ตรวจใบกิจกรรมที่ 1 และแบบฝึกหัดที่ 1	- ใบกิจกรรมที่ 1 และแบบฝึกหัดที่ 1	- นักเรียนทำใบกิจกรรม และแบบฝึกหัดถูกต้อง ร้อยละ 70
ด้านทักษะ/ กระบวนการ (P) 2. แก้ปัญหาเกี่ยวกับสมการเอกซ์โพเนนเชียลได้ 3. เขียนสื่อความหมาย ในการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลได้ 4. นำเสนอแนวคิดในการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลได้	- ตรวจใบกิจกรรมที่ 1 และแบบฝึกหัดที่ 1 - ตรวจใบกิจกรรมที่ 1 และแบบฝึกหัดที่ 1 - สังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางการพูด	- ใบกิจกรรมที่ 1 และแบบฝึกหัดที่ 1 - ใบกิจกรรมที่ 1 และแบบฝึกหัดที่ 1 - แบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด	- นักเรียนทำใบกิจกรรม และแบบฝึกหัดถูกต้อง ร้อยละ 70 - นักเรียนทำใบกิจกรรม และแบบฝึกหัดถูกต้อง ร้อยละ 70 - นักเรียนมีความสามารถในการพูดนำเสนอแนวคิดในระดับดี
ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ (A) 5. นักเรียนมีความรับผิดชอบในการทำงาน	- สังเกตพฤติกรรม	- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านความรับผิดชอบ	- นักเรียนมีความรับผิดชอบในเกณฑ์ดี

8. บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ

พัชราภรณ์ ทองนาค

(นางสาวพัชราภรณ์ ทองนาค)

แบบสังเกตพฤติกรรมด้านความรับผิดชอบ

เลขที่	ชื่อ-สกุล	รายการประเมิน				คุณภาพโดยรวม (เฉลี่ย)
		ส่งงานตรง เวลา		ส่งงาน ครบถ้วน		
		มี	ไม่มี	มี	ไม่มี	
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						

เกณฑ์การประเมินแบบสังเกตพฤติกรรมด้านความรับผิดชอบ

เรื่องที่จะประเมิน	คะแนน	
	ปฏิบัติ	ไม่ปฏิบัติ
1. ส่งงานตรงเวลา	1	0
2. มีการส่งงานครบถ้วน	1	0

ความหมายของคะแนนเฉลี่ย

1 คะแนน อยู่ในระดับดี

0 คะแนน ต้องปรับปรุง

แบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

1. ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

พฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏ	ดี	ปานกลาง	ปรับปรุง
1. พูดยแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการทำความเข้าใจปัญหา			
2. พูดยแสดงแนวคิดในการเลือกยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา			
3. พูดยแสดงแนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหตามวิธีการทางคณิตศาสตร์			
4. พูดอภิปรายแสดงแนวคิดเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาในชั้นเรียน			

เกณฑ์การให้คะแนน

คะแนน/ ความหมาย	พฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
2 ดี	ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ ในการนำเสนอแนวคิด ได้ถูกต้อง ชัดเจน
1 ปานกลาง	ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ ในการนำเสนอแนวคิดได้เป็นบางส่วน หรือมีการนำเสนอแนวคิดได้ชัดเจน แต่ไม่มีการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์
0 ต้องปรับปรุง	ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอข้อมูลไม่ถูกต้องหรือไม่สามารถใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอข้อมูลได้

การแปลผล

0-2 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ต้องปรับปรุง

3-5 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดปานกลาง

6-8 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดดี

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1

1. จงหาเซตคำตอบของสมการต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้ $\log 2 \approx 0.3010$ และ $\log 7 \approx 0.8450$

$$\begin{array}{l} 1. e^{-x^2} = e^{-3x-4} \\ 2. 3(2^x) = 42 \end{array}$$

1.1 ในการแก้ปัญหานี้ควรใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด

- สมบัติเลขชี้กำลัง การแยกตัวประกอบสมการกำลังสอง และลอการิทึม

1.2 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคือยุทธวิธีใด

- การเขียนสมการ

1.3 จงแสดงวิธีทำ พร้อมตรวจคำตอบ

1. $e^{-x^2} = e^{-3x-4}$

วิธีทำ (วิธีที่ 1)

$$e^{-x^2} = e^{-3x-4}$$

$$-x^2 = -3x - 4$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x-4)(x+1) = 0$$

$$x = 4, -1$$

วิธีทำ (วิธีที่ 2)

$$e^{-x^2} = e^{-3x-4}$$

$$\ln(e^{-x^2}) = \ln(e^{-3x-4})$$

$$-x^2 \ln e = -3x - 4 \ln e$$

$$-x^2(1) = -3x - 4(1)$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x-4)(x+1) = 0$$

$$x = 4, -1$$

ตรวจคำตอบ

กรณีที่ 1 $x = -1$

$$e^{-(-1)^2} = e^{-3(-1)-4}$$

$$e^{-1} = e^{-1}$$

ดังนั้น x ที่สอดคล้องกับสมการ $e^{-x^2} = e^{-3x-4}$ คือ $4, -1$

ตอบ เซตคำตอบของสมการ $e^{-x^2} = e^{-3x-4}$ คือ $\{-1, 4\}$

กรณีที่ 2 $x = 4$

$$e^{-(4)^2} = e^{-3(-4)-4}$$

$$e^{-16} = e^{-16}$$

2. $3(2^x) = 42$

วิธีทำ (วิธีที่ 1)

$$3(2^x) = 42$$

$$3(2^x) = 3(14)$$

$$2^x = 14$$

$$\log_2 2^x = \log_2 14$$

$$x \log_2 2 = \log_2 14$$

$$x = \log_2 (7 \times 2)$$

$$x = \log_2 7 + \log_2 2$$

$$x = \log_2 7 + 1$$

$$x = \left(\frac{\log 7}{\log 2} \right) + 1$$

$$x \approx \frac{0.8450}{0.3010} + 1$$

$$x \approx 2.807 + 1$$

$$x \approx 3.807$$

วิธีทำ (วิธีที่ 2)

$$3(2^x) = 42$$

$$3(2^x) = 3(14)$$

$$2^x = 14$$

$$\ln 2^x = \ln 14$$

$$x \ln 2 = \ln 14$$

$$x = \frac{\ln 14}{\ln 2}$$

$$x \approx 3.807$$

ตรวจคำตอบ

$$3(2^{3.807}) \approx 3(13.99)$$

$$\approx 42$$

ดังนั้น x ที่สอดคล้องกับสมการ $3(2^x) = 42$ คือ 3.807

ตอบ เซตคำตอบของสมการ คือ $\{3.807\}$

2. จงหาเซตคำตอบของสมการต่อไปนี้

$$x^2 - 2x - 7\sqrt{x^2 - 2x + 1} = -11$$

2.1 ในการแก้ปัญหานี้ควรใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด

- การแยกตัวประกอบสมการกำลังสอง

2.2 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้นเหมาะสมกับการแก้ปัญหานี้คือยุทธวิธีใด

- การเขียนสมการ และการแบ่งเป็นปัญหาย่อย

2.3 จงแสดงวิธีทำ พร้อมตรวจคำตอบ

วิธีทำ (วิธีที่ 1)

$$x^2 - 2x - 7\sqrt{x^2 - 2x + 1} = -11$$

$$x^2 - 2x - 7\sqrt{x^2 - 2x + 1} + 11 = 0$$

$$(x^2 - 2x + 1) - 7\sqrt{x^2 - 2x + 1} + 10 = 0$$

กำหนดให้ $\sqrt{x^2 - 2x + 1}$ แทน A (การแบ่งเป็นปัญหาย่อย)

จะได้ว่า

$$A^2 - 7A + 10 = 0$$

$$(A - 5)(A - 2) = 0$$

$$A = 5, 2$$

แทนค่า A ด้วย $\sqrt{x^2 - 2x + 1}$ เพื่อหาค่า x (การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด)

กรณีที่ 1

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2 - 2x + 1} &= 25 \\ x^2 - 2x + 1 &= 25 \\ x^2 - 2x - 24 &= 0 \\ (x-6)(x+4) &= 0 \\ x &= 6, -4\end{aligned}$$

กรณีที่ 2

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2 - 2x + 1} &= 2 \\ x^2 - 2x + 1 &= 4 \\ x^2 - 2x - 3 &= 0 \\ (x-3)(x+1) &= 0 \\ x &= 3, -1\end{aligned}$$

ตรวจคำตอบ

กรณีที่ 1 $x=6$

$$\begin{aligned}6^2 - 2(6) - 7\sqrt{6^2 - 2(6) + 1} &= -11 \\ 36 - 12 - 7\sqrt{36 - 12 + 1} &= -11 \\ 24 - 7\sqrt{25} &= -11 \\ 24 - 7(5) &= -11 \\ 24 - 35 &= -11 \\ -11 &= -11\end{aligned}$$

กรณีที่ 2 $x=-4$

$$\begin{aligned}(-4)^2 - 2(-4) - 7\sqrt{(-4)^2 - 2(-4) + 1} &= -11 \\ 16 + 8 - 7\sqrt{16 + 8 + 1} &= -11 \\ 24 - 7\sqrt{25} &= -11 \\ 24 - 7(5) &= -11 \\ 24 - 35 &= -11 \\ -11 &= -11\end{aligned}$$

กรณีที่ 3 $x=3$

$$\begin{aligned}3^2 - 2(3) - 7\sqrt{3^2 - 2(3) + 1} &= -11 \\ 9 - 6 - 7\sqrt{9 - 6 + 1} &= -11 \\ 3 - 7\sqrt{4} &= -11 \\ 3 - 7(2) &= -11 \\ 3 - 14 &= -11 \\ -11 &= -11\end{aligned}$$

กรณีที่ 4 $x=-1$

$$\begin{aligned}(-1)^2 - 2(-1) - 7\sqrt{(-1)^2 - 2(-1) + 1} &= -11 \\ 1 + 2 - 7\sqrt{1 + 2 + 1} &= -11 \\ 3 - 7\sqrt{4} &= -11 \\ 3 - 7(2) &= -11 \\ 3 - 14 &= -11 \\ -11 &= -11\end{aligned}$$

ดังนั้น x ที่สอดคล้องกับสมการ $x^2 - 2x - 7\sqrt{x^2 - 2x + 1} = -11$ คือ 3, 6, -4 และ -1

ตอบ เซตคำตอบของสมการ คือ $\{3, 6, -4, -1\}$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1 เรื่องสมการเอกซ์โพเนนเชียล

$$1. -2\sqrt{18(3^{-2x})-160(3^{-x})-17}-16=160(3^{-x})-18(3^{-2x})$$

1. ในการแก้ปัญหานี้ควรใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด

- การแยกตัวประกอบสมการกำลังสอง

2. ยุทธวิธีในการแก้ปัญหานี้ที่เหมาะสมกับการแก้ปัญหานี้คือยุทธวิธีใด

- การเขียนสมการ และการแบ่งเป็นปัญหาย่อย

3. จงแสดงวิธีทำ พร้อมตรวจคำตอบ

วิธีทำ กำหนดให้ a แทน 3^{-x}

จะได้ว่า

$$-2\sqrt{18a^2-160a-17}-16=160a-18a^2$$

$$-2\sqrt{18a^2-160a-17}-17+1-160a+18a^2=0$$

$$18a^2-160a-2\sqrt{18a^2-160a-17}-17+1=0$$

$$(18a^2-160a-17)-2\sqrt{18a^2-160a-17}+1=0$$

กำหนดให้ A แทน $\sqrt{18a^2-160a-17}$ (การแบ่งเป็นปัญหาย่อย)

จะได้ว่า

$$A^2-2A+1=0$$

$$(A-1)^2=0$$

$$\sqrt{(A-1)^2}=0$$

$$A-1=0$$

$$A=1$$

หาค่า a โดยการแทนค่า A ด้วย $\sqrt{18a^2-160a-17}$

$$\sqrt{18a^2-160a-17}=1$$

$$\left(\sqrt{18a^2-160a-17}\right)^2=1^2$$

$$18a^2-160a-17=1$$

$$18a^2-160a-18=0$$

$$(9a+1)(2a-18)=0$$

$$a=9, -\frac{1}{9}$$

ค่า a ที่เป็นไปได้คือ $a=9$ เท่านั้น

หาค่า x โดยการแทนค่า a ด้วย 3^{-x}

จาก $a=9$

$$\text{จะได้ } 3^{-x} = 3^2$$

$$-x = 2$$

$$x = -2$$

ตรวจคำตอบ

กรณีที่ $x = -2$

$$-2\sqrt{18(3^{-2x}) - 160(3^{-x}) - 17} - 16 = 160(3^{-x}) - 18(3^{-2x})$$

$$-2\sqrt{18(3^{-2(-2)}) - 160(3^{-(-2)}) - 17} - 16 = 160(3^{-(-2)}) - 18(3^{-2(-2)})$$

$$-2\sqrt{18(3^4) - 160(3^2) - 17} - 16 = 160(3^2) - 18(3^4)$$

$$-2\sqrt{18(3^4) - 160(3^2) - 17} - 16 = 160(3^2) - 18(3^4)$$

$$-2\sqrt{1} - 16 = 1440 - 1458$$

$$-18 = -18$$

ดังนั้น x ที่สอดคล้องกับสมการ

$$-2\sqrt{18(3^{-2x}) - 160(3^{-x}) - 17} - 16 = 160(3^{-x}) - 18(3^{-2x}) \text{ คือ } -2$$

ตอบ เซตคำตอบของสมการ คือ $\{-2\}$

$$2. (\cos 1^\circ)^{3x^2+3} = (\sin 89^\circ)^{-10x} \text{ เมื่อกำหนดให้ } \frac{\sin(90^\circ - \theta)}{\cos(\theta)} = 1$$

1. ในการแก้ปัญหานี้ควรใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด

- สมบัติของเลขยกกำลัง

2. ยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้นเหมาะสมกับการแก้ปัญหานี้คือยุทธวิธีใด

- การเขียนสมการ

3. จงแสดงวิธีทำ พร้อมตรวจคำตอบ

วิธีทำ

$$\text{จาก } \frac{\sin(90^\circ - \theta)}{\cos(\theta)} = 1 \text{ ทำให้ได้ว่า } \sin(90^\circ - \theta) = \cos(\theta)$$

ดังนั้น $\cos 1^\circ = \sin 89^\circ$ ดังนั้นจะได้ว่า

$$(\cos 1^\circ)^{3x^2+3} = (\sin 89^\circ)^{-10x}$$

$$(\cos 1^\circ)^{3x^2+3} = (\cos 1^\circ)^{-10x}$$

$$3x^2 + 3 = -10x$$

$$3x^2 + 10x + 3 = 0$$

$$(3x+1)(x+3) = 0$$

$$x = -\frac{1}{3}, -3$$

ตรวจคำตอบ

กรณีที่ 1 $x = -\frac{1}{3}$

กรณีที่ 2 $x = -3$

$$3\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 3 = -10\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$3(-3)^2 + 3 = -10(-3)$$

$$\frac{3}{9} + 3 = \frac{10}{3}$$

$$3(9) + 3 = 30$$

$$27 + 3 = 30$$

$$\frac{3+27}{9} = \frac{10}{3}$$

$$30 = 30$$

$$\frac{30}{9} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{10}{3} = \frac{10}{3}$$

ดังนั้น x ที่สอดคล้องกับสมการ $(\cos 1^\circ)^{3x^2+3} = (\sin 89^\circ)^{-10x}$ คือ $-\frac{1}{3}, -3$

ตอบ เซตคำตอบของสมการ คือ $\left\{-\frac{1}{3}, -3\right\}$

$$3. 6(2^{5x}) + 11(2^{3x}) - 3(2^x) = 2^{5x+1}$$

1. ในการแก้ปัญหานี้ควรใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด

- การแยกตัวประกอบสมการกำลังสอง

2. ยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้นเหมาะสมกับการแก้ปัญหานี้คือยุทธวิธีใด

- การแบ่งเป็นปัญหาย่อย และการเขียนสมการ

3. จงแสดงวิธีทำ พร้อมตรวจคำตอบ

วิธีทำ

$$6(2^{5x}) + 11(2^{3x}) - 3(2^x) = 2^{5x+1}$$

$$6(2^{5x}) + 11(2^{3x}) - 3(2^x) = 2(2^{5x})$$

$$6(2^{5x}) + 11(2^{3x}) - 3(2^x) - 2(2^{5x}) = 0$$

$$4(2^{5x}) + 11(2^{3x}) - 3(2^x) = 0$$

$$2^x (4(2^{4x}) + 11(2^{2x}) - 3) = 0$$

กำหนดให้ a แทน 2^{2x} จะได้ว่า (การแบ่งเป็นปัญหาย่อย)

$$2^x (4a^2 + 11a - 3) = 0$$

นำ $\frac{1}{2^x}$ คูณตลอดสมการ

$$\left[2^x (4a^2 + 11a - 3) \right] \left(\frac{1}{2^x} \right) = 0 \left(\frac{1}{2^x} \right)$$

$$4a^2 + 11a - 3 = 0$$

$$(4a - 1)(a + 3) = 0$$

$$a = \frac{1}{4}, -3$$

หาค่า x โดยการแทนค่า a ด้วย 2^{2x} (การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด)

กรณีที่ 1 $a = \frac{1}{4}$

$$2^{2x} = \frac{1}{4}$$

$$2^{2x} = 2^{-2}$$

ทำให้ได้ว่า

$$2x = -2$$

$$x = -1$$

ตรวจคำตอบ

แทนค่า x ด้วย -1

$$6(2^{5(-1)}) + 11(2^{3(-1)}) - 3(2^{(-1)}) = 2^{5(-1)+1}$$

$$6(2^{-5}) + 11(2^{-3}) - 3(2^{-1}) = 2^{-4}$$

$$\frac{6}{2^5} + \frac{11}{2^3} - \frac{3}{2} = \frac{1}{2^4}$$

กรณีที่ 2 $a = -3$

$$2^{2x} = -3$$

จะเห็นได้ว่าไม่มีค่า x ใดที่สอดคล้อง

กับสมการ

$$\frac{6+44-48}{2^5} = \frac{1}{2^4}$$

$$\frac{2}{2^5} = \frac{1}{2^4}$$

$$\frac{1}{2^4} = \frac{1}{2^4}$$

ดังนั้น x ที่สอดคล้องกับสมการ $6(2^{5x}) + 11(2^{3x}) - 3(2^x) = 2^{5x+1}$ คือ -1

ตอบ เซตคำตอบของสมการ คือ $\{-1\}$

4. $2^{x^2-3x+4} = 3^{x-2} \cdot 2^x$ โดยที่ $x \neq 2$ เมื่อกำหนด $\log 2 \approx 0.3010$ และ $\log 3 \approx 0.4771$

1. ในการแก้ปัญหานี้ควรใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด

- สมบัติของลอการิทึม

2. ยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้นที่เหมาะสมกับการแก้ปัญหานี้คือยุทธวิธีใด

- เขียนสมการและเปลี่ยนมุมมอง

3. จงแสดงวิธีทำ พร้อมตรวจคำตอบ

วิธีทำ

$$2^{x^2-3x+4} = 3^{x-2} \cdot 2^x$$

$$\frac{2^{x^2-3x+4}}{2^x} = 3^{x-2}$$

$$2^{x^2-3x+4-x} = 3^{x-2}$$

$$2^{x^2-4x+4} = 3^{x-2}$$

เปลี่ยนให้เป็นลอการิทึม (การเปลี่ยนมุมมอง) ดังนี้

$$\log 2^{x^2-4x+4} = \log 3^{x-2}$$

$$(x^2 - 4x + 4)\log 2 = (x - 2)\log 3$$

$$\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} = \frac{\log 3}{\log 2}$$

$$\frac{(x-2)^2}{x-2} \approx \frac{0.4771}{0.3010}$$

$$x - 2 \approx 1.585$$

$$x \approx 3.585$$

ตรวจคำตอบ

แทนค่า

$$2^{(3.585)^2 - 3(3.585) + 4} = 3^{3.585 - 2} \cdot 2^{3.585}$$

$$\approx 68.461 = 68.459$$

ดังนั้น x ที่สอดคล้องกับสมการ $2^{x^2 - 3x + 4} = 3^{x-2} \cdot 2^x$ คือ 3.585 หรือ $\frac{\log 2}{\log 3} + 2$

ตอบ เซตคำตอบของสมการ คือ $\{3.585\}$ หรือ $\left\{ \frac{\log 2}{\log 3} + 2 \right\}$

เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. จงหาเซตคำตอบของสมการ $\left(\frac{3}{2}\right)^{|2x+1|} = \left(\frac{8}{27}\right)^{-4}$

วิธีทำ (วิธีที่ 1)

- ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องสมบัติเลขยกกำลัง

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมคือ การเขียนสมการและการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{|2x+1|} = \left(\frac{8}{27}\right)^{-4}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{|2x+1|} = \left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^{-4}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{|2x+1|} = \left(\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}\right)^{-4}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{|2x+1|} = \left(\frac{3}{2}\right)^{12}$$

จะได้ว่า $|2x+1|=12$

จาก $|2x+1|=12$ ทำให้ได้ว่า $2x+1=12$ หรือ $2x+1=-12$ (การแจกแจงกรณีที่
เป็นไปได้ทั้งหมด)

กรณีที่ 1 $2x+1=12$

$$2x+1=12$$

$$2x=11$$

$$x = \frac{11}{2}$$

กรณีที่ 2 $2x+1=-12$

$$2x+1=-12$$

$$2x=-13$$

$$x = -\frac{13}{2}$$

ตรวจคำตอบ

กรณีที่ 1 $x = \frac{11}{2}$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\left|2\left(\frac{11}{2}\right)+1\right|} = \left(\frac{8}{27}\right)^{-4}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{|11+1|} = \left(\frac{3}{2}\right)^{12}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{12} = \left(\frac{3}{2}\right)^{12}$$

กรณีที่ 2 $x = -\frac{13}{2}$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\left|2\left(-\frac{13}{2}\right)+1\right|} = \left(\frac{8}{27}\right)^{-4}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{|-13+1|} = \left(\frac{3}{2}\right)^{12}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{12} = \left(\frac{3}{2}\right)^{12}$$

ดังนั้น x ที่สอดคล้องกับสมการ $\left(\frac{3}{2}\right)^{|2x+1|} = \left(\frac{8}{27}\right)^{-4}$ คือ $\frac{11}{2}$ และ $-\frac{13}{2}$

ตอบ เซตคำตอบของสมการ คือ $\left\{\frac{11}{2}, -\frac{13}{2}\right\}$

วิธีทำ (วิธีที่ 2)

- ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องสมบัติเลขยกกำลัง

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมคือ การเขียนสมการ

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{|2x+1|} = \left(\frac{8}{27}\right)^{-4}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{|2x+1|} = \left(\frac{2^3}{3^3}\right)^{-4}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{|2x+1|} = \left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^{-4}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{|2x+1|} = \left(\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}\right)^{-4}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{|2x+1|} = \left(\frac{3}{2}\right)^{12}$$

จะได้ว่า $|2x+1| = 12$

จาก $|2x+1| = 12$ จะได้ว่า $|2x+1|^2 = 12^2$

$$(2x+1)^2 = 12^2$$

$$4x^2 + 4x + 1 = 144$$

$$4x^2 + 4x - 143 = 0$$

จาก $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ จะได้คำตอบของสมการนี้คือ

$$\begin{aligned} \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4(4)(-143)}}{2(4)} &= \frac{-4 \pm \sqrt{2304}}{2(4)} \\ &= \frac{-4 \pm 48}{2(4)} \\ &= \frac{-1 \pm 12}{2} \\ &= \frac{11}{2}, -\frac{13}{2} \end{aligned}$$

ตรวจคำตอบ

กรณีที่ 1 $x = \frac{11}{2}$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\left|2\left(\frac{11}{2}\right)+1\right|} = \left(\frac{8}{27}\right)^{-4}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{|11+1|} = \left(\frac{3}{2}\right)^{12}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{12} = \left(\frac{3}{2}\right)^{12}$$

กรณีที่ 2 $x = -\frac{13}{2}$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\left|2\left(-\frac{13}{2}\right)+1\right|} = \left(\frac{8}{27}\right)^{-4}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{|-13+1|} = \left(\frac{3}{2}\right)^{12}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{12} = \left(\frac{3}{2}\right)^{12}$$

ดังนั้น x ที่สอดคล้องกับสมการ $\left(\frac{3}{2}\right)^{|2x+1|} = \left(\frac{8}{27}\right)^{-4}$ คือ $\frac{11}{2}$ และ $-\frac{13}{2}$

ตอบ เซตคำตอบของสมการ คือ $\left\{\frac{11}{2}, -\frac{13}{2}\right\}$

2. กำหนดให้ $a > 1$ ซึ่ง $\left(\left(\frac{a^{x^2+3x+2}b^{x^2}}{b^{x^2-8}a^{x^2+2x}}\right)\left(\frac{b^8}{a^{-(x-1)}}\right)^{-1}\right)^{-x^2+10} < a^{9x}$ จงหาเซตคำตอบของสมการนี้

วิธีทำ

- ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่อง สมบัติเลขยกกำลัง ฟังก์ชันเพิ่ม และการแยกตัวประกอบ

สมการกำลังสอง

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมกับการแก้ปัญหานี้คือ การเขียนสมการ

$$\left(\left(\frac{a^{x^2+3x+2} b^{x^2}}{b^{x^2-8} a^{x^2+2x}} \right) \left(\frac{b^8}{a^{-(x-1)}} \right)^{-1} \right)^{-x^2+10} < a^{9x}$$

$$\left(\left(\frac{a^{x^2+3x+2} b^{x^2}}{b^{x^2-8} a^{x^2+2x}} \right) \left(\frac{a^{-(x-1)}}{b^8} \right) \right)^{-x^2+10} < a^{9x}$$

$$\left(\frac{a^{x^2+3x+2+(-(x-1))} b^{x^2}}{b^{x^2-8+8} a^{x^2+2x}} \right)^{-x^2+10} < a^{9x}$$

$$\left(\frac{a^{x^2+2x+3} b^{x^2}}{b^{x^2} a^{x^2+2x}} \right)^{-x^2+10} < a^{9x}$$

$$\left(\frac{a^{x^2+2x+3}}{a^{x^2+2x}} \right)^{-x^2+10} < a^{9x}$$

$$(a^3)^{-x^2+10} < a^{9x}$$

$$a^{-3x^2+30} < a^{9x}$$

จาก $a > 1$ ทำให้ได้ว่า $-3x^2 + 30 < 9x$

$$-3x^2 + 30 < 9x$$

$$-3x^2 + 30 - 9x < 0$$

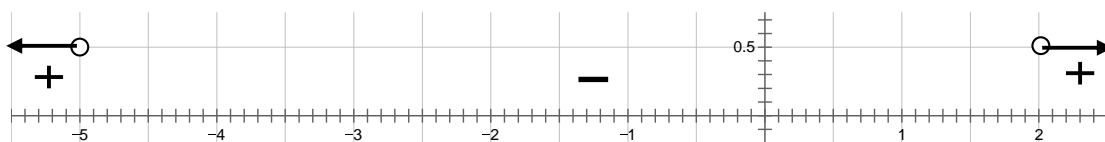
นำ -3 หารตลอดสมการ จะได้

$$x^2 - 10 + 3x > 0$$

$$x^2 + 3x - 10 > 0$$

$$(x+5)(x-2) > 0$$

(การวาดแผนภาพเพื่อพิจารณาช่วงของคำตอบ)



ดังนั้นช่วงคำตอบของสมการนี้คือ $(-\infty, -5) \cup (2, \infty)$

ตรวจคำตอบ

กรณีที่ 1 $x \in (-\infty, -5)$ สมมติให้ $x = -6$

กรณีที่ 2 สมมติให้ $x = 3$

$$\left(\left(\frac{a^{(-6)^2+3(-6)+2b^{(-6)^2}}}{b^{(-6)^2-8} a^{(-6)^2+2(-6)}} \right) \left(\frac{b^8}{a^{-(6-1)}} \right)^{-1} \right)^{-(-6)^2+10} < a^{9(-6)} \left(\left(\frac{a^{3^2+3(3)+2b^{3^2}}}{b^{3^2-8} a^{3^2+2(3)}} \right) \left(\frac{b^8}{a^{-(3-1)}} \right)^{-1} \right)^{-3^2+10} < a^{9(3)}$$

$$\left(\left(\frac{a^{20} b^{36}}{b^{28} a^{24}} \right) \left(\frac{a^7}{b^8} \right) \right)^{-26} < a^{-54} \quad \left(\left(\frac{a^{17} b^9}{b^1 a^{15}} \right) \left(\frac{a^{-2}}{b^8} \right) \right)^{-1} < a^{27}$$

$$\left(a^{20-24+7} b^{36-28-8} \right)^{-6} < a^{36} \quad \left(a^{17-15+(-2)} b^{9-1-8} \right)^{-1} < a^{18}$$

$$a^{-18} < a^{36}$$

$$a^0 < a^{18}$$

จาก $a > 1$ ทำให้ $-18 < 36$ เป็นจริง

จาก $a > 1$ ทำให้ $0 < 18$ เป็นจริง

$$\text{ดังนั้น } x \text{ ที่สอดคล้องกับสมการ } \left(\left(\frac{a^{x^2+3x+2b^{x^2}}}{b^{x^2-8} a^{x^2+2x}} \right) \left(\frac{b^8}{a^{-(x-1)}} \right)^{-1} \right)^{-x^2+10} < a^{9x} \text{ เมื่อ } a > 1$$

อยู่ในช่วง $(-\infty, -5) \cup (2, \infty)$

ตอบ เซตคำตอบของสมการ คือ $(-\infty, -5) \cup (2, \infty)$

3. ธนาคารแห่งประเทศไทย ต้องการทำธนบัตรที่ระลึกเฉลิมพระเกียรติ

สมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี ในโอกาสฉลองพระชนมายุ 5 รอบ จึงได้ทำการ

สำรวจความต้องการในการซื้อของประชากร ดังสมการดังต่อไปนี้

$$p \geq 1000 \left(1 - \frac{5}{5 + e^{-0.001x}} \right)$$

เมื่อ p คือราคาสินค้า

x คือจำนวนคนที่ต้องการซื้อธนบัตรจำนวนแสนคน

เมื่อกำหนดให้ราคาธนบัตรขั้นต่ำ 100 บาท จะมีประชาชนที่ต้องการซื้อธนบัตรนี้

มากที่สุดกี่ล้านคน เมื่อกำหนด $\ln 5 = 1.6094$ และ $\ln 9 = 2.1972$

วิธีทำ

- ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องสมบัติลอการิทึม
- ยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหานี้คือ การเขียนสมการ

โจทย์กำหนดให้ $p \geq 100$

$$\begin{aligned}
& \text{จากสมการ } p \geq 1000 \left(1 - \frac{5}{5 + e^{-0.001x}} \right) \\
\text{แทนค่าจะได้} \quad & 100 \geq 1000 \left(1 - \frac{5}{5 + e^{-0.001x}} \right) \\
& 100 \geq 1000 - \frac{5000}{5 + e^{-0.001x}} \\
& 100 \geq \frac{1000(5 + e^{-0.001x}) - 5000}{5 + e^{-0.001x}} \\
& 100(5 + e^{-0.001x}) \geq 1000(5 + e^{-0.001x}) - 5000 \\
& 500 + 100e^{-0.001x} \geq 5000 + 1000e^{-0.001x} - 5000 \\
& 500 \geq 1000e^{-0.001x} - 100e^{-0.001x} \\
& 500 \geq (1000 - 100)e^{-0.001x} \\
& 500 \geq 900e^{-0.001x} \\
& \frac{500}{900} \geq e^{-0.001x} \\
& \frac{5}{9} \geq e^{-0.001x}
\end{aligned}$$

เปลี่ยนอสมการให้เป็นลอการิทึมจะได้

$$\begin{aligned}
& e^{-0.001x} \leq \frac{5}{9} \\
& \ln e^{-0.001x} \leq \ln \left(\frac{5}{9} \right) \\
& -0.001x \leq \ln 5 - \ln 9 \\
& -0.001x \leq -0.5878 \\
& x \leq \frac{-0.5878}{-0.001} \\
& x \leq 587.78
\end{aligned}$$

ดังนั้น จะมีประชาชนที่ต้องการซื้อธนบัตรนี้ เมื่อกำหนดให้ราคาธนบัตรขั้นต่ำที่ 100 บาท มากที่สุดมีจำนวน 58.78 ล้านคน

ตอบ จะมีประชาชนมากที่สุดจำนวน 58.78 ล้านคนที่ต้องการซื้อธนบัตรนี้

4. สารกัมมันตภาพรังสีมีการสลายตัวเป็นไปตามสมการ $m = m_0 e^{-\alpha t}$ โดยที่

m เป็นมวลของสารที่เหลืออยู่ เมื่อเวลาผ่านไป t

m_0 เป็นมวลของสาร ณ เวลาเริ่มต้น

e เป็นค่าคงที่ซึ่งมีค่าเท่ากับ 2.7182818

α เป็นค่าคงตัวของสารสลายตัว

ถ้าหากว่าสารกัมมันตภาพรังสีก้อนหนึ่งมีมวลเริ่มต้น 1,600 กรัม และเมื่อเวลาผ่านไป 2 ชั่วโมง จะเหลือมวล 1,200 กรัม อยากทราบว่า อีก 4 ชั่วโมงต่อมา สารก้อนนี้จะเหลือมวลเท่าไร

วิธีทำ

- ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องสมบัติเลขยกกำลัง
- ยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหานี้คือ การเขียนสมการ

จากสมการ $m = m_0 e^{-\alpha t}$

$m_0 = 1,600$ กรัม เมื่อ $t = 2$ ชั่วโมง $m = 1,200$ กรัม

ดังนั้น $1,200 = 1,600 e^{-2\alpha}$

$$e^{-2\alpha} = \frac{1,200}{1,600}$$

$$e^{-2\alpha} = \frac{3}{4}$$

$$e^{-\alpha} = \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$$

จาก $m = m_0 (e^{-\alpha})^t$

จะได้ $m = m_0 \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{t}{2}}$

เมื่อเวลา $t = 6$ ชั่วโมง $m = 1,600 \times \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{6}{2}}$

$$m = 1,600 \times \left(\frac{3}{4}\right)^3$$

$$= 675$$

นั่นคือ เมื่อเวลาผ่านไป 6 ชั่วโมง มวลของสารนี้จะเหลือ 675 กรัม

ตอบ เมื่อเวลาผ่านไป 6 ชั่วโมง มวลของสารนี้จะเหลือ 675 กรัม

5. จงหาเซตคำตอบของสมการ $\log_4 x + 4\log_x 4 = 5$

วิธีทำ (วิธีที่ 1)

- ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องสมบัติลอการิทึม

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหานี้คือ การเขียนสมการ

$$\text{จากสมการ} \quad \log_4 x + 4\log_x 4 = 5$$

เปลี่ยนฐานลอการิทึมให้เป็นฐานเดียวกัน ดังนี้

$$\frac{\log x}{\log 4} + 4\left(\frac{\log 4}{\log x}\right) = 5$$

$$\text{จะได้} \quad (\log x)^2 + 4(\log 4)^2 = 5(\log 4)(\log x)$$

$$(\log x)^2 + 4(\log 4)^2 - 5(\log 4)(\log x) = 0$$

กำหนดให้ $\log x$ แทนด้วย A และ $\log 4$ แทนด้วย B (การแบ่งเป็นปัญหาย่อย) จะได้

ว่า

$$A^2 + 4B^2 - 5AB = 0$$

$$(4B - A)(B - A) = 0$$

$$A = B, 4B$$

แทนค่ากลับจะได้

$$\log x = \log 4, 4\log 4$$

$$\text{นั่นคือ } x = 4, 4^4$$

ตรวจคำตอบ

จากนิยามของลอการิทึม จะได้ว่า $x > 0$ และ $x \neq 1$ ดังนั้น x ที่สอดคล้องกับสมการนี้คือ

$$x = 4, 4^4$$

ดังนั้น x ที่สอดคล้องกับสมการ $\log_4 x + 4\log_x 4 = 5$ คือ $4, 4^4$

ตอบ เซตคำตอบของสมการ คือ $\{4, 4^4\}$

วิธีทำ (วิธีที่ 2)

- ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องสมบัติลอการิทึม

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหานี้คือ การคาดเดาและตรวจสอบ

กรณีที่ 1 สมมติให้ $x = 4$ จะได้ว่า

$$\log_4 4 + 4\log_4 4 = 5$$

$$1 + 4 = 5$$

ซึ่งทำให้สมการนี้เป็นจริง

กรณีที่ 2 สมมติให้ $x = 4^4$ จะได้ว่า

$$\log_4 4^4 + 4\log_{4^4} 4 = 5$$

$$4\log_4 4 + \log_{4^4} 4^4 = 5$$

$$4 + 1 = 5$$

ซึ่งทำให้สมการนี้เป็นจริง

ดังนั้นสมการนี้มี 2 คำตอบ นั่นคือ $4, 4^4$

ตรวจคำตอบ

จากนิยามของลอการิทึม จะได้ว่า $x > 0$ และ $x \neq 1$ ดังนั้น x ที่สอดคล้องกับสมการนี้คือ $x = 4, 4^4$

ดังนั้น x ที่สอดคล้องกับสมการ $\log_4 x + 4\log_x 4 = 5$ คือ $4, 4^4$

ตอบ เซตคำตอบของสมการ คือ $\{4, 4^4\}$

6. จงหาเซตคำตอบของสมการ $\log_{2\cos 2\pi} (x^2 + 3x) \leq \log_{2\cos 2\pi} 28$

วิธีทำ

- ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องสมบัติลอการิทึม และฟังก์ชันลด

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหานี้คือ การเขียนสมการ

$$\log_{2\cos 2\pi} (x^2 + 3x) \leq \log_{2\cos 2\pi} 28$$

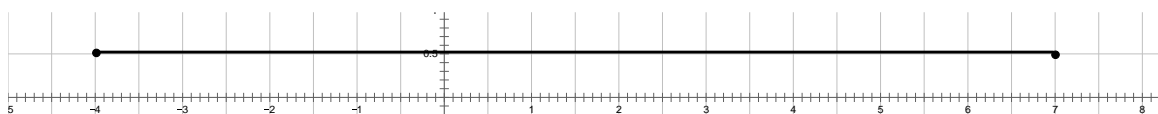
จาก $2\cos 2\pi > 1$ ดังนั้น

$$x^2 + 3x \leq 28$$

$$x^2 + 3x - 28 \leq 0$$

$$(x - 7)(x + 4) \leq 0$$

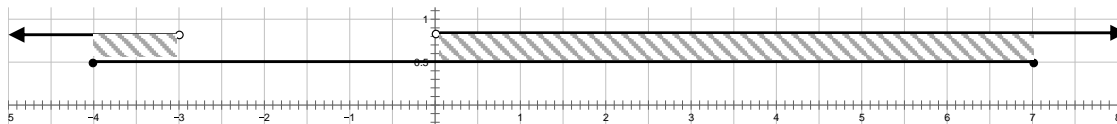
(การวาดแผนภาพเพื่อพิจารณาช่วงของคำตอบ)



ดังนั้นช่วงคำตอบของสมการนี้คือ $[-4, 7]$

ตรวจคำตอบ

จากนิยามของลอการิทึม จะได้ว่า $x^2 + 3x > 0$ ดังนั้น $x(x+3) > 0$



นั่นคือ x ที่สอดคล้องกับอสมการนี้อยู่ในช่วง $[-4, -3) \cup (0, 7]$

ดังนั้น x ที่สอดคล้องกับอสมการ $\log_{2\cos 2\pi}(x^2 + 3x) \leq \log_{2\cos 2\pi} 28$ อยู่ในช่วง

$[-4, -3) \cup (0, 7]$

ตอบ เซตคำตอบของอสมการ คือ $[-4, -3) \cup (0, 7]$

7. ถ้าระดับความเข้มของเสียงนาฬิกาตุ้มเท่ากับ 1000 เดซิเบล แล้วจงหาค่าประมาณของความเข้มของเสียงนาฬิกาตุ้มดังกล่าว โดยใช้สูตรการคำนวณดังนี้

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

เมื่อ β แทน ระดับความเข้มเสียง วัดเป็นหน่วยเดซิเบล

I แทน ความเข้มเสียงที่ต้องการวัด

I_0 แทน ความเข้มเสียงที่หูคนปกติเริ่มได้ยิน ซึ่งเท่ากับ 10^{-12} วัตต์/ตารางเมตร

วิธีทำ

- ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องสมบัติลอการิทึม

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหานี้คือ การเขียนสมการ

จากสูตร

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

เมื่อ β แทน ระดับความเข้มเสียง วัดเป็นหน่วยเดซิเบล

I แทน ความเข้มเสียงที่ต้องการวัด

I_0 แทน ความเข้มเสียงที่หูคนปกติเริ่มได้ยิน ซึ่งเท่ากับ 10^{-12} วัตต์/ตารางเมตร

จะได้ว่า

$$1000 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$$

$$100 = \log I - \log 10^{-12}$$

$$100 = \log I - (-12)$$

$$100 - 12 = \log I$$

$$88 = \log I$$

$$I = 10^{88}$$

นั่นคือ ความเข้มของเสียงนาฬิกาตั้งกล่าว ประมาณ 10^{88} วัตต์/ ตารางเมตร

ตอบ ความเข้มของเสียงนาฬิกาตั้งกล่าว ประมาณ 10^{88} วัตต์/ ตารางเมตร

8. สารละลายชนิดหนึ่งมีความเป็นกรด-ด่างอยู่ที่ 5.5 จงหาค่าความเข้มข้นอย่างน้อยของประจุไฮโดรเจนในสารละลายชนิดนี้ โดยใช้สูตรการคำนวณดังนี้

$$pH \leq -\log(H^+)$$

เมื่อ pH หมายถึง ระดับความเป็นกรด - ด่าง

H^+ หมายถึง ค่าความเข้มข้นของประจุไฮโดรเจน

วิธีทำ

- ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องสมบัติลอการิทึม และฟังก์ชันลด

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหานี้คือ การเขียนสมการ

จากสูตร $pH \leq -\log(H^+)$

จะได้ว่า

$$5.5 \leq -\log(H^+)$$

$$10^{5.5} \leq 10^{\log(H^+)^{-1}}$$

$$10^{5.5} \leq (H^+)^{-1}$$

$$10^{-5.5} \leq H^+$$

ดังนั้น ความเข้มข้นอย่างน้อยของประจุไฮโดรเจนในสารละลายนี้คือ $10^{-5.5}$

ตอบ ความเข้มข้นอย่างน้อยของประจุไฮโดรเจนในสารละลายนี้คือ $10^{-5.5}$

ภาคผนวก ข
ตัวอย่างผลงานนักเรียน

ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่องสมการเอกซ์โพเนนเชียล

กลุ่มที่ 1

1. ชื่อ นามสกุล ชั้น เลขที่
2. ชื่อ นามสกุล ชั้น เลขที่
3. ชื่อ นามสกุล ชั้น เลขที่
4. ชื่อ นามสกุล ชั้น เลขที่

1. จงหาเซตคำตอบของสมการต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้ $\log 2 \approx 0.3010$ และ $\log 7 \approx 0.8450$

1. $e^{-x^2} = e^{-3x-4}$

2. $3(2^x) = 42$

1.1 ในการแก้ปัญหาควรใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด

~~สมการอสมการกำลัง~~, ~~การแก้สมการโดยการแยกตัวประกอบ~~, ~~สมบัติการยกกำลัง~~
ของสมการ

1.2 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับการแก้ปัญหาคือยุทธวิธีใด

~~การเขียนสัจสมการ~~, ~~การคาดเดาผลหารตรวจสอบ~~
ใช้กฎการยกกำลังในสมการเอกซ์โพเนนเชียล

1.3 จงแสดงวิธีทำพร้อมตรวจคำตอบ

1) $e^{-x^2} = e^{-3x-4}$

ได้ $-x^2 = -3x-4$

$x^2 - 3x - 4 = 0$

$(x-4)(x+1) = 0$

$x = -1, 4$

ตรวจสอบคำตอบ $-(-1)^2 = -3(-1) - 4$

$-1 = 3 - 4$

$-1 = -1$

ผล: $-(4)^2 = -3(4) - 4$

$-16 = -12 - 4$

$-16 = -16$

2) $3(2^x) = 42$

นำ $\frac{1}{3}$ คูณทั้งสองข้าง

$2^x = 14$

ได้ $\log_2 14 = x$

$\log_2 14 = x$

$\log 2$

$\frac{\log 14 + \log 2}{\log 2} = x$

$\log 2$

$\frac{0.8450 + 0.3010}{0.3010} \approx x$

0.3010

$x \approx 3.907$

ตรวจสอบคำตอบ

$3(2^{3.907}) = 42$

$2^{3.907} = 14$

2. จงหาเซตคำตอบของสมการต่อไปนี้

$$x^2 - 2x - 7\sqrt{x^2 - 2x + 1} = -11$$

2.1 ในการแก้ปัญหานี้ควรใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด

การแก้สมการโดยการแยกตัวประกอบ, สมมติของกรณี, สมบัติการเท่ากัน, สมบัติการยกกำลัง

2.2 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหานี้ที่เหมาะสมกับการแก้ปัญหานี้คือยุทธวิธีใด

การเปลี่ยนสมการ, การคาดเดาคำตอบ, การนับเคียงผลเฉลย

ใช้ทุกวิธีในขั้นตอนการแก้ปัญหานี้

2.3 จงแสดงวิธีทำ พร้อมตรวจคำตอบ

$$x^2 - 2x - 7\sqrt{x^2 - 2x + 1} = -11$$

นำ 1 มาบวกทั้ง 2 ข้างของสมการ

$$x^2 - 2x + 1 - 7\sqrt{x^2 - 2x + 1} = -11 + 1$$

ให้ $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = a$ ได้ \rightarrow ยุทธวิธีแบ่งพื้นที่ของ

$$a^2 - 7a + 10 = 0$$

$$(a - 5)(a - 2) = 0$$

$$a = 5, 2$$

ยุทธวิธีแยกกรณี
กรณีที่ไม่เป็นได้
ทั้งหมด

แทนค่า $a = 5$

$$\sqrt{x^2 - 2x + 1} = 5$$

$$x^2 - 2x + 1 = 25$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$(x - 6)(x + 4) = 0$$

$$x = 6, -4$$

แทนค่า $a = 2$

$$\sqrt{x^2 - 2x + 1} = 2$$

$$x^2 - 2x + 1 = 4$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x = 3, -1$$

ตรวจคำตอบ

① $6^2 - 2(6) - 7\sqrt{6^2 - 2(6) + 1} = -11$ ② $(-4)^2 - 2(-4) - 7\sqrt{(-4)^2 - 2(-4) + 1} = -11$

$36 - 12 - 7\sqrt{25} = -11$ $16 + 8 - 7\sqrt{16 + 8 + 1} = -11$

$-11 = -11$ $-11 = -11$

③ $3^2 - 2(3) - 7\sqrt{3^2 - 2(3) + 1} = -11$ ④ $(-1)^2 - 2(-1) - 7\sqrt{(-1)^2 - 2(-1) + 1} = -11$

$9 - 6 - 7\sqrt{4 - 6 + 1} = -11$ $1 + 2 - 7\sqrt{1 + 2 + 1} = -11$

$-11 = -11$ $-11 = -11$

17
15/12/64

แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่องสมการเอกซ์โพเนนเชียล

ชื่อ นามสกุล ชั้น เลขที่

คำชี้แจง : จงหาเซตคำตอบของสมการดังนี้

$$1. -2\sqrt{18(3^{-2x}) - 160(3^{-x}) - 17} - 16 = 160(3^{-x}) - 18(3^{-2x})$$

1. ในการแก้ปัญหานี้ควรใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด

การแก้สมการโดยการแยกตัวประกอบ, สมบัติของการคูณ, สมบัติของยกกำลัง,
สมบัติการหาคำคูณของสมการ, สมการเอกซ์โพเนนเชียล

2. ยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้นเหมาะสมกับการแก้ปัญหานี้คือยุทธวิธีใด

การเปลี่ยนสมการ, การคิดเอาต์ไซด์เดอะบ็อกซ์, การใส่เงื่อนไข

ใส่ในสมการแก้ปัญหานี้ตอนใด?

3. จงแสดงวิธีทำพร้อมตรวจคำตอบ

ให้ $3^x = a \rightarrow$ ยุทธวิธีที่นำมาใช้มีดังนี้

$$16a^2 - 2\sqrt{18a^2 - 160a - 17} - 16 = 160a - 18a^2$$

$$18a^2 - 160a - 2\sqrt{18a^2 - 160a - 17} - 16 = 0$$

$$18a^2 - 160a - 17 - 2\sqrt{18a^2 - 160a - 17} = -1$$

ให้ $\sqrt{18a^2 - 160a - 17} = B$ ให้ \rightarrow ยุทธวิธีที่นำมาใช้มีดังนี้

$$B^2 - 2B + 1 = 0$$

$$(B-1)(B-1) = 0$$

$$B = 1$$

แทนค่า $\sqrt{18a^2 - 160a - 17} = 1 \rightarrow$ ยุทธวิธีที่นำมาใช้มีดังนี้

$$18a^2 - 160a - 18 = 0$$

$$9a^2 - 80a - 9 = 0$$

$$(9a+1)(a-9) = 0$$

$$a = 9, -\frac{1}{9}$$

ตรวจสอบคำตอบ ;

$$-2\sqrt{18(81) - 160(9) - 17} - 16 = 160(9) - 18(81)$$

แทนค่า $3^x = 9, -\frac{1}{9}$

$$-2-16 = 1458 - 1440$$

$x = -2$, ค่าที่ไม่ได้

$$-18 = -18$$

ดังนั้น $x = -2$

$\{-2\}$

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$$

$$2. (\cos 1^\circ)^{3x^2+3} = (\sin 89^\circ)^{-10x} \text{ เมื่อกำหนดให้ } \frac{\sin(90^\circ - \theta)}{\cos(\theta)} = 1$$

1. ในการแก้ปัญหานี้ควรใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด

ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันตรีโกณมิติ, การแก้สมการ, สมบัติเลขยกกำลัง, สมบัติการเท่ากันของสมการ, การแยกตัวประกอบ, สมการเอกซ์โพเนนเชียล

2. ขุทธวิธีในการแก้ปัญหานี้ที่เหมาะสมกับการแก้ปัญหานี้คือขุทธวิธีใด

การกระจายอ้อม, การคาดเดาหารลงตัว, การเปลี่ยนสมการ,

การเปลี่ยนรูปร่าง

3. จงแสดงวิธีทำ พร้อมตรวจคำตอบ

$$\text{จาก } \frac{\sin(90^\circ - \theta)}{\cos \theta} = 1 \implies \sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$$

$$\text{ได้ } \cos 1^\circ = \sin(90^\circ - 1^\circ) = \sin 89^\circ$$

$$\therefore (\cos 1^\circ)^{3x^2+3} = (\cos 1^\circ)^{-10x}$$

$$3x^2+3 = -10x$$

$$3x^2+10x+3 = 0$$

$$(3x+1)(x+3) = 0$$

$$x = -3, -\frac{1}{3}$$

ตรวจสอบคำตอบ : แทน $x = -3$

$$3(-3)^2 + 10(-3) + 3 = 0$$

$$27 - 30 + 3 = 0$$

$$0 = 0$$

$$\text{แทน } x = -\frac{1}{3}$$

$$3\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 10\left(-\frac{1}{3}\right) + 3 = 0$$

$$\frac{1}{3} - \frac{10}{3} + 3 = 0$$

$$0 = 0$$

$$\text{ดังนั้น } x = -3, -\frac{1}{3}$$

3. $6(2^{5x}) + 11(2^{3x}) - 3(2^x) = 2^{5x+1}$

1. ในการแก้ปัญหานี้ควรใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด

สมบัติเลขยกกำลัง, สมบัติของฟังก์ชันเอกซโพเนนเชียล และลอการิทึม, การแก้สมการอัญการนัยประกอบ

2. ยุทธวิธีในการแก้ปัญหานี้เหมาะสมกับการแก้ปัญหานี้คือยุทธวิธีใด

การเปลี่ยนสมการ, การคาดเดาและตรวจสอบ, การเปลี่ยนมุมมอง
การแปลงเป็นปัญหาข้อ

3. จงแสดงวิธีทำ พร้อมตรวจคำตอบ

$$2^x (6 \cdot 2^{4x} + 11 \cdot 2^{2x} - 3) = 2^{5x+1}$$

$$6 \cdot 2^{4x} + 11 \cdot 2^{2x} - 3 = 2^{4x} \cdot 2$$

$$6 \cdot 2^{4x} + 11 \cdot 2^{2x} - 3 = 2 \cdot 2^{4x}$$

$$4 \cdot 2^{4x} + 11 \cdot 2^{2x} - 3 = 0$$

$$(4a-1)(a+3) = 0$$

$$a = -3, \frac{1}{4}$$

ได้แก่อนามกวางทุกตัว

→ ตรวจสอบคำตอบที่หามาได้ แทนค่า ; $2^{2x} = -3$

ทั้งหมด

$\log_2(-3) = 2x$ ลาก $\log_2 x = y, x > 0$
∴ ค่าไม่ได้

แทนค่า ; $2^{2x} = 1$
 $2^{2x} = 2^0$
 $x = -1$

ตรวจสอบคำตอบ ; $6(2^{-5}) + 11(2^{-3}) - 3(2^{-1}) = 2^{-5+1}$

$$\frac{6}{32} + \frac{11}{8} - \frac{3}{2} = \frac{1}{16}$$

$$\frac{b}{32} + \frac{11}{8} - \frac{3}{2} = \frac{1}{16}$$

$$b + 44 - 48 = 1$$

$$b = 5$$

ดังนั้น $x = -1$

Good

4. $2^{x^2-3x+4} = 3^{x-2} \cdot 2^x$ โดยที่ $x \neq 2$ เมื่อกำหนด $\log 2 \approx 0.3010$ และ $\log 3 \approx 0.4771$

1. ในการแก้ปัญหานี้ควรใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด

สมการอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม, สมบัติการยกกำลังอสมการ,
การแก้สมการต่อขงเศษยกกำลังประกอบ, สมบัติเลขยกกำลัง

2. ยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้นเหมาะสมกับการแก้ปัญหานี้คือยุทธวิธีใด

การตั้งสมการ, การคาดเดาคำตอบ, การเปลี่ยนมุมมอง

~~ใช้ให้มองโจทย์หนักใจ~~

3. จงแสดงวิธีทำ พร้อมตรวจคำตอบ

$$\frac{2^{x^2-3x+4}}{2^x} = 3^{x-2} \cdot 2^x$$

$$\frac{2^{x^2-3x+4}}{2^x} = 3^{x-2} \cdot 2^x$$

$$\frac{2^{x^2-3x+4}}{2^x} = 3^{x-2}$$

$$\frac{2^{x^2-4x+4}}{2^{x-2}} = 3^{x-2}$$

$$2^{x^2-4x+4} = 3^{x-2}$$

$$(x-2)(x-2)(\log 2) = \log 3 (x-2)$$

$$(x-2)(0.3010) = 0.4771$$

→ take log ; $\log(2^{(x-2)(x-2)}) = \log(3^{(x-2)})$
 การเปลี่ยนมุมมอง ? $(x-2)(x-2)(\log 2) = (x-2)(\log 3)$

$$(x-2)(0.3010) = 0.4771$$

$$0.3010x - 0.6020 = 0.4771$$

$$0.3010x = 1.0791$$

$$x = 3.5850$$

ตรวจคำตอบ ;

$$\frac{(3.5850)^2 - 3(3.5850) + 4}{2} = \frac{3^{(3.5850-2)} \cdot 2^{3.5850}}{2}$$

$$\frac{6.0992}{2} = \frac{1.5850 \cdot 2^{3.5850}}{2}$$

$$68.46 = 68.46$$

อ้จ้ง ๖๖ $x = 3.5850$

Grad

15/12/56