

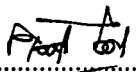
ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา
และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

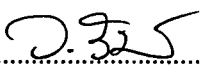
พัทธยากร บุศสยา

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
เมษายน 2559
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

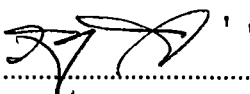
คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ พัทยากร บุสสุยา ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

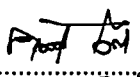
คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

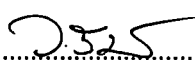

..... อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(ดร.คงรัฐ นवलเปง)

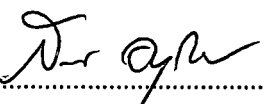

..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

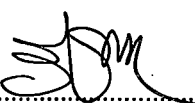

..... ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต)


..... กรรมการ
(ดร.คงรัฐ นवलเปง)


..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร)


..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรีพร อนุศาสนนันท์)

คณะศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา


..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิจิต สุรัตน์เรืองชัย)

วันที่ 18 เดือน มีนาคม พ.ศ. 2559

การวิจัยนี้ได้รับทุนการศึกษาจากโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษ
ทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์
และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จได้ด้วยดี เพราะผู้ทำวิจัยได้รับความช่วยเหลือ คำปรึกษา และคำแนะนำอันมีค่าอย่างยิ่งจาก ดร.คงรัฐ นวลแปง ประธานกรรมการปริกษาวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร กรรมการที่ปริกษาวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุริพร อนุศาสนนันท์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยขอขอบพระคุณอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิ ดร.เชวง ช้อนบุญ ดร.สมคิด อินเทพ อาจารย์พนีย์ เถิงจ่าง อาจารย์จันทนา อัสวเสถียร และอาจารย์วีราภรณ์ จิรวรรณาภรณ์ ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการ ตรวจสอบและแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยจนสมบูรณ์

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ คณะครูและนักเรียน โรงเรียนวัดป่าประดู่ จังหวัดระยอง ที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือและเพื่อใช้ในการวิจัยครั้งนี้

ขอขอบพระคุณคณะกรรมการสอบเค้าโครงวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบ วิทยานิพนธ์ทุกท่านที่ได้ช่วยเสนอแนะแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์ทำให้วิทยานิพนธ์ ฉบับนี้มีความถูกต้องสมบูรณ์

ขอขอบพระคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี ที่ได้ให้ทุนสนับสนุนการศึกษาและการทำวิจัยครั้งนี้

เหนือสิ่งอื่นใดที่สำคัญที่สุดขอขอบพระคุณค่าและประโยชน์ทั้งหมดของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดาผู้ให้กำเนิดที่ช่วยเหลือสนับสนุนกำลังกาย กำลังใจ ให้ผู้วิจัยได้มี โอกาสศึกษาสำเร็จสมปรารถนา และขอระลึกถึงพระคุณครู – อาจารย์ ทุกท่านที่ประสิทธิ์ประสาท ความรู้ให้แก่ผู้วิจัยตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณทุกท่านมา ณ โอกาสนี้ด้วย

พัทธยา

กร บุสสยา

56910187: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)

คำสำคัญ: การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด/ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์/ ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์/ อัตราส่วนตรีโกณมิติ

พัทธยากร บุสสยา: ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อ

ความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา

ปีที่ 5 (THE EFFECTS OF LEARNING ACTIVITY USING OPEN APPROACH TO

MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITY AND CREATIVITY OF

MATHAYOMSUKSA 5 STUDENTS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: คงรัฐ นवलเปง, กศ.ด.,

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, กศ.ด. 205 หน้า. ปี พ.ศ. 2559.

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70 2) เปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/3 โรงเรียนวัดป่าประดู่ จังหวัดระยอง จำนวน 42 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบที (t-test for one sample)

ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

56910187: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING: M.Ed.

(MATHEMATICS TEACHING)

KEYWORD: OPEN APPROACH/ MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING/
MATHEMATICAL CREATIVITY/TRIGONOMETRIC

PATTAYAKORN BUSSAYA: THE EFFECTS OF LEARNING ACTIVITY USING
OPEN APPROACH TO MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITY AND
CREATIVITY OF MATHAYOMSUKSA 5 STUDENTS. ADVISORY COMMITTEE:
KONGRAT NUALPANG, Ed.D., VETCHARIT ANGGANAPATTARAKAJORN, Ed.D.
205 P. 2015.

The purposes of this research were; 1) to compare mathematical problem solving ability of the students who study with open approach with the criterion at 70 percent 2) to compare mathematical creativity of the students who study with open approach with the criterion at 70 percent. The samples for this research consisted of 42 Mathayomsuksa 5 students at Watpapradoo School, selected by cluster random sampling. Instruments were lesson plans of open approach and mathematical problem solving and mathematical creativity test. The data were analyzed by percentage, mean, standard deviation and t-test for one sample.

The results were as follows:

1. The mathematical problem solving ability of mathayomsuksa 5 students after using open approach was higher than the 70 percent criterion of .05 level of significance.
2. The mathematical creativity of mathayomsuksa 5 students after using open approach was higher than the 70 percent criterion of .05 level of significance.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	จ
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฌ
สารบัญภาพ.....	ฎ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	6
สมมติฐานของการวิจัย.....	6
ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย.....	6
ขอบเขตของการวิจัย.....	6
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	8
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	10
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	12
หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์.....	13
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีการเรียนรู้กับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์.....	17
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด.....	25
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	39
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์.....	52
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	67
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	70
ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย.....	70
รูปแบบการวิจัย.....	70
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	71
การสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	71
วิธีการดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล.....	85

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
3 การวิเคราะห์ข้อมูล.....	85
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	86
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	90
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	90
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	90
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	90
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	122
สรุปผลการวิจัย.....	122
อภิปรายผล.....	123
ข้อเสนอแนะ.....	128
บรรณานุกรม.....	130
ภาคผนวก.....	135
ภาคผนวก ก.....	136
ภาคผนวก ข.....	141
ภาคผนวก ค.....	155
ภาคผนวก ง.....	163
ประวัติย่อของผู้วิจัย.....	205

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า	
2-1	สาระ มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย.....	17
2-2	การสังเคราะห์ขั้นต้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด.....	29
2-3	ตัวอย่างปัญหาปลายเปิด.....	35
2-4	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบองค์รวม ของสิริพร ทิพย์คง.....	47
2-5	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบองค์รวม ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.....	48
2-6	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบแยกส่วน ของสิริพร ทิพย์คง.....	48
2-7	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบแยกส่วน ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.....	49
2-8	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	50
2-9	เกณฑ์การให้คะแนนพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของ อาพันธ์ชนิต เจนจิต.....	62
2-10	เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวมของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของเวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร.....	64
2-11	เกณฑ์การให้คะแนนความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของ สสวท.....	64
2-12	เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการคิดสร้างสรรค์ตามแนวคิดของกิลฟอร์ด.....	65
2-13	เกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์.....	66
3-1	แบบแผนการทดลองแบบ One-group posttest-only design.....	71
3-2	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด.....	72
3-3	การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้และสาระการเรียนรู้.....	74
3-4	การวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ของแบบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	78
3-5	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	79
3-6	การวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ของแบบวัดความคิด สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์.....	82

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
3-7 เกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์.....	83
4-1 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด กับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	91
4-2 ร้อยละของนักเรียนจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา.....	92
4-3 ร้อยละของนักเรียนจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นการวางแผนแก้ปัญหา.....	94
4-4 ร้อยละของนักเรียนจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นการดำเนินการตามแผน.....	96
4-5 ร้อยละของนักเรียนจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นการตรวจสอบย้อนกลับ.....	98
4-6 การเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด กับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	104
4-7 ร้อยละของนักเรียนจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ในด้านคิดคล่อง.....	105
4-8 ร้อยละของนักเรียนจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ในด้านคิดยืดหยุ่น.....	109
4-9 ร้อยละของนักเรียนจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ในด้านคิดริเริ่ม.....	112
4-10 ร้อยละของนักเรียนจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ในด้านคิดละเอียดลออ.....	117
ภาคผนวก ข-1 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1.....	142
ภาคผนวก ข-2 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2.....	143
ภาคผนวก ข-3 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3.....	144
ภาคผนวก ข-4 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4.....	145
ภาคผนวก ข-5 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้.....	146

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
ภาคผนวก ข-6 ค่าดัชนีความสอดคล้อง <i>IOC</i> ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	146
ภาคผนวก ข-7 ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร D.R. Whitney and D.L, Sabers.....	147
ภาคผนวก ข-8 ค่าดัชนีความสอดคล้อง <i>IOC</i> ของแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์.....	147
ภาคผนวก ข-9 ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร D.R. Whitney and D.L, Sabers.....	148
ภาคผนวก ข-10 ค่า $\sum x_i$, $\sum x_i^2$ และ s_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	148
ภาคผนวก ข-11 ค่า $\sum x$, $\sum x^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	149
ภาคผนวก ข-12 ค่า $\sum x_i$, $\sum x_i^2$ และ s_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์.....	152
ภาคผนวก ข-13 ค่า $\sum x$, $\sum x^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์.....	152
ภาคผนวก ค-1 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.....	156
ภาคผนวก ค-2 คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.....	158
ภาคผนวก ค-3 จำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละตามเกณฑ์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	161
ภาคผนวก ค-4 จำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละตามเกณฑ์คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์.....	161

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1-1 กรอบแนวคิดการวิจัย.....	11
2-1 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด.....	27
2-2 นำเสนอปัญหาแบ่งแผ่นกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า.....	32
2-3 นำเสนอปัญหาก่อนหาค้น.....	32
2-4 การสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยใช้ไม้ขีดไฟ.....	33
2-5 แผนภาพกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา.....	41
2-6 พื้นที่แรมเงา.....	59
2-7 ที่ดินของคุณยาย.....	60
4-1 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ที่ได้ 2 คะแนน.....	92
4-2 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ที่ได้ 1 คะแนน.....	93
4-3 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นการวางแผนแก้ปัญหา ที่ได้ 2 คะแนน.....	94
4-4 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นการวางแผนแก้ปัญหา ที่ได้ 1 คะแนน.....	95
4-5 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นการดำเนินการตามแผน ที่ได้ 2 คะแนน.....	96
4-6 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นการดำเนินการตามแผน ที่ได้ 1 คะแนน.....	97
4-7 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นการตรวจสอบย้อนกลับ ที่ได้ 2 คะแนน.....	98
4-8 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นการตรวจสอบย้อนกลับ ที่ได้ 1 คะแนน.....	99
4-9 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นการตรวจสอบย้อนกลับ ที่ได้ 0 คะแนน.....	99

สารบัญญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
4-10 รูปที่กำหนดให้.....	105
4-11 ตัวอย่างการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดคล่อง ที่ได้ 3 คะแนน.....	106
4-12 ตัวอย่างการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดคล่อง ที่ได้ 2 คะแนน.....	107
4-13 ตัวอย่างการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดคล่อง ที่ได้ 1 คะแนน.....	108
4-14 รูปที่กำหนดให้.....	109
4-15 ตัวอย่างการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดยืดหยุ่น ที่ได้ 3 คะแนน.....	110
4-16 ตัวอย่างการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดยืดหยุ่น ที่ได้ 2 คะแนน.....	111
4-17 ตัวอย่างการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดริเริ่ม ที่ได้ 3 คะแนน.....	113
4-18 ตัวอย่างการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดริเริ่ม ที่ได้ 2 คะแนน.....	114
4-19 ตัวอย่างการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดริเริ่ม ที่ได้ 1 คะแนน.....	115
4-20 ตัวอย่างการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดริเริ่ม ที่ได้ 0 คะแนน.....	116
4-21 ตัวอย่างการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดละเอียดลออ ที่ได้ 3 คะแนน.....	118
4-22 ตัวอย่างการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดละเอียดลออ ที่ได้ 2 คะแนน.....	119

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติมฉบับที่ 2 พ.ศ. 2545 ได้กล่าวไว้ว่า การจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่านักเรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่านักเรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้นักเรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2545, หน้า 12) ซึ่งสอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่ได้กำหนดแนวทางในการพัฒนานักเรียนโดยเน้นนักเรียนเป็นสำคัญบนพื้นฐานความเชื่อว่า ทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้เต็มตามศักยภาพ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 4) และมุ่งเน้นพัฒนานักเรียนในทุกระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ให้มีคุณภาพทุก ๆ ด้าน ทั้งด้านความรู้ ด้านทักษะกระบวนการและการพัฒนาตนเองอย่างต่อเนื่อง ตามมาตรฐานการเรียนรู้ ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดสมรรถนะหลายประการดังเช่น ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การคิดเป็นระบบ และการคิดสร้างสรรค์เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้ใหม่ที่มีประโยชน์แก่สังคมและประเทศชาติ อีกทั้งความสามารถในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ โดยใช้หลักการและเหตุผลที่ถูกต้อง รวมไปถึงการประยุกต์องค์ความรู้เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหาในสังคมที่มีการเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลาได้อย่างมีประสิทธิภาพ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 6)

ในการพัฒนาสมรรถนะที่สำคัญของนักเรียนดังกล่าวจึงเป็นหน้าที่ของทุกกลุ่มสาระในการร่วมกันพัฒนานักเรียนให้มีศักยภาพตามที่หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดไว้ โดยในกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ได้กำหนดสาระที่จำเป็นต่อนักเรียนไว้ 6 สาระได้แก่ สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด สาระที่ 3 เรขาคณิต สาระที่ 4 พีชคณิต สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะเห็นได้ว่านอกจากจะเน้นในด้านความรู้และเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในสาระที่ 1 ถึงสาระที่ 5 แล้ว สิ่งที่ทำเป็นอย่างยิ่งสำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์คือสาระที่ 6 ซึ่งก็คือทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพราะนอกเหนือจากนักเรียนจะมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระเป็นอย่างดีแล้ว ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ก็เป็นสิ่งที่นักเรียน

ต้องฝึกเพื่อที่จะสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันและในการศึกษาต่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ประกอบด้วย ทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการให้เหตุผล ทักษะการสื่อสาร ทักษะการเชื่อมโยง และทักษะความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.], 2555, หน้า 1) ซึ่งทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะพื้นฐานและจำเป็น เพื่อนำไปพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ ดังนี้ สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา ได้กำหนดให้ทักษะการแก้ปัญหาเป็นจุดเน้นที่สำคัญของหลักสูตรและเป็นเป้าหมายแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2554, หน้า 15) ซึ่งการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ นักเรียนมีแนวคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความสนใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ตลอดชีวิต (สสวท., 2555, หน้า 6) โดยสภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาได้กล่าวถึงมาตรฐานทางด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า นักเรียนจะต้องสามารถสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ผ่านการแก้ปัญหาได้ แก้ปัญหาทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่น ๆ ได้ เลือกใช้และปรับยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมและหลากหลาย ตรวจสอบและสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ (สสวท., 2555, หน้า 136-137)

นอกจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แล้วความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ก็เป็นอีกหนึ่งทักษะที่สำคัญ ควรเน้นให้นักเรียนได้รับการพัฒนา เนื่องจากความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพราะจะช่วยให้ นักเรียน ได้ฝึกกระบวนการคิดที่หลากหลาย เปิดกรอบแนวคิดออกมาได้อย่างอิสระภายใต้ความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และทำให้เกิดการประยุกต์ได้สิ่งใหม่ที่เป็นประโยชน์ อีกทั้งความคิดสร้างสรรค์ยังสามารถพัฒนาสมองให้มีความเฉียบคม ส่งเสริมให้นักเรียนมีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ อยากรู้อยากเห็น อยากค้นคว้าสิ่งใหม่ ๆ อยู่เสมอ (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2554, หน้า 67) นอกจากนี้ความคิดสร้างสรรค์ยังทำให้เกิดเทคโนโลยีใหม่ ๆ มากมาย ถ้านักวิทยาศาสตร์และนักคณิตศาสตร์ขาดความคิดสร้างสรรค์จะทำให้โลกไม่มีการพัฒนาเลย (สสวท., 2555, หน้า 134) ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ควบคู่ไปกับการเรียนเนื้อหาทั้ง 5 สาระ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

จากผลการประเมินของโครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ (Programme for international student assessment; PISA) ซึ่งชี้ได้ว่าประเทศไทยกำลังประสบปัญหาที่สำคัญในการจัดการศึกษาที่ทำให้นักเรียน “คิดแก้ปัญหาไม่เป็น” หรือ “ไม่ชอบที่จะคิดวิเคราะห์”

(ศศิธร แม่นสงวน, 2555, หน้า 338) และปัจจุบันยังพบว่ามึนักเรียนจำนวนมากที่ยังขาดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ส่งผลทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ประยุกต์ในชีวิตประจำวันได้ (สสวท., 2555, หน้า 1) ซึ่งเห็นได้จากปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีบริบทต่างกัน เช่น ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เป็นประโยคสัญลักษณ์และปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เป็นประโยคภาษา ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้แต่ไม่สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เป็นประโยคภาษาได้ เนื่องจากไม่เข้าใจปัญหา ไม่คุ้นเคยกับปัญหาและยังขาดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปใช้แก้ปัญหา (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 21) และในปัจจุบันนักเรียนไม่มีนิสัยชอบเรียนรู้และกลัวความแตกต่าง ไม่ได้ฝึกคิด และไม่ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ให้กับนักเรียน เพราะห้องเรียนมีแต่การสั่งการ นักเรียนทุกคนต้องทำเหมือนกัน ทำโจทย์เดียวกัน วิธีเดียวกันเพื่อให้ได้คำตอบเดียวกัน (วิริยะ ฤาชัยพาณิชย์, 2553) ซึ่งหนทางที่จะหล่อหลอมความคิดสร้างสรรค์ให้กับนักเรียน ให้นักเรียนใช้ความสามารถของตนเอง ได้ฝึกคิดอย่างอิสระ คือการสอนให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเองได้ โดยที่ครูไม่ควรเน้นกระบวนการหรือคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว (วิทยา มานะวานิชเจริญ, 2556)

จากผลการทดสอบทางการศึกษาในระดับชาติขั้นพื้นฐาน (Ordinary national education test; O-Net) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดป่าประดู่ จังหวัดระยอง ในปี พ.ศ. 2554 -2555 พบว่ามีคะแนนเฉลี่ยของวิชาคณิตศาสตร์ในมาตรฐานที่ ค 2.1 และ ค 2.2 คิดเป็นร้อยละ 20.06 และ 21.35 ตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยในระดับประเทศ โดยคะแนนเฉลี่ยในระดับประเทศในมาตรฐานที่ ค 2.1 และ ค 2.2 เท่ากับ 22.18 และ 21.66 ตามลำดับ ดังนั้นเห็นได้ชัดว่าในมาตรฐานที่ ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และมาตรฐานที่ ค 2.2 การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด ควรเร่งพัฒนา (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน), 2555) นอกจากนี้ในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค32101) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียน วัดป่าประดู่ จังหวัดระยอง เมื่อพิจารณาเนื้อหา พบว่าเนื้อหาที่สอดคล้องกับมาตรฐาน ค 2.1 และ ค 2.2 คือเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ในเนื้อหาการประยุกต์ของตรีโกณมิติซึ่งเป็นการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาระยะทางและความสูง นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถวิเคราะห์ปัญหาและแก้โจทย์ปัญหาได้ โดยเนื้อหาดังกล่าวมีคะแนนเฉลี่ยในปีพ.ศ. 2555 - 2556 เท่ากับ 12.4 และ 11.80 ซึ่งคะแนนดังกล่าวต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ที่โรงเรียนได้กำหนดไว้

การที่นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานและขาดความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์นั้น ส่วนหนึ่งเกี่ยวข้องกับกระบวนการเรียนการสอน วิธีสอนของครู โครงสร้างทางด้านความรู้ความสามารถและปัจจัยจากสภาพแวดล้อมจะมีบทบาทสำคัญต่อการขัดขวางหรือส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน (ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ, 2542, หน้า 100) ซึ่งไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2555) ได้กล่าวว่า วิธีการสอนคณิตศาสตร์ของครูไทยยังไม่ได้สร้างให้เด็กเกิดความคิดในการแก้ปัญหา ครูสนใจแค่คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว โดยมองข้ามและไม่สนใจกระบวนการคิดของนักเรียนทำให้นักเรียนไม่ได้ฝึกคิดแก้ปัญหา ซึ่งจากประเด็นปัญหาของความสามารถในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ ที่กล่าวมาพบว่า นักเรียนคิดแก้ปัญหาไม่เป็นและไม่ชอบที่จะคิดวิเคราะห์นักเรียนเกิดความเคยชินกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เป็นประโยชน์สัญลักษณ์ รวมไปถึงการสอนของครูที่เน้นแค่ผลลัพธ์ที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว เป็นสาเหตุทำให้เกิดอุปสรรคที่สกัดกั้นความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของรอว์ลินสันและนาตยา (รอว์ลินสันและนาตยา ปีลินธานนท์ อ้างถึงใน กรมวิชาการ, 2535, หน้า 17-18) ที่กล่าวไว้ว่า อุปสรรคที่สกัดกั้นความคิดสร้างสรรค์นั้นส่วนหนึ่งเกิดจากการที่นักเรียนต้องการพยายามแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวแล้วมีความพอใจเมื่อได้พบคำตอบนั้นแล้ว อีกทั้งนักเรียนมีความเคยชินกับการแก้ปัญหาในบริบทเดิม ๆ และใช้ประสบการณ์ในการแก้ปัญหาแบบเดิม ๆ มองการแก้ปัญหา ในมิติเดียว ไม่สนใจสิ่งที่ท้าทายความสนใจและความคิด สิ่งเหล่านี้เป็นอุปสรรคที่ทำให้ นักเรียนขาดความคิดสร้างสรรค์

ด้วยเหตุนี้ ครูจะต้องปรับวิธีการจัดการเรียนรู้ใหม่โดยส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกคิด เน้นการคิดที่แตกต่างตามความสามารถของนักเรียนในการคิดแก้ปัญหาและส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย อีกทั้งควรเน้นที่กระบวนการคิด กระบวนการแก้ปัญหามากกว่าผลลัพธ์หรือคำตอบเพียงอย่างเดียว เพื่อให้ให้นักเรียนได้เผชิญกับปัญหาและคิดวิเคราะห์แก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยการนำเสนอปัญหาปลายเปิดกับนักเรียนด้วยการตั้งโจทย์สร้างสถานการณ์ขึ้นมาให้นักเรียนแก้ปัญหา ให้นเวลาค้นคิดวิเคราะห์เอง ซึ่งเป็นวิธีการจัดการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนได้ฝึกคิด (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2555) ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสมเพื่อแก้ปัญหา ดังกล่าวควรเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย ซึ่งผู้วิจัยสนใจการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เนื่องจากเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่จะช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และยังทำให้นักเรียนมีอิสระในการคิดตามความสามารถหรือประสบการณ์ ได้ฝึกการแก้ปัญหาจากปัญหาที่ไม่เคยพบเจอมาก่อน อีกทั้งกระบวนการประเมินยังเน้นที่กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์

ของนักเรียนมากกว่าเน้นคำตอบที่ถูกต้อง (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2547, หน้า 14) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดนั้น เป็นวิธีการจัดการเรียนรู้โดยการนำเสนอปัญหาปลายเปิด ซึ่งเป็นปัญหาที่มีทั้งคำตอบหรือวิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา การนำเสนอปัญหาปลายเปิดให้กับนักเรียนนั้นเพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย จากความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ อีกทั้งส่งเสริมให้นักเรียนได้อภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนได้ประสบการณ์ใหม่ ๆ และมีแนวทางในการพัฒนาแนวทางการแก้ปัญหาของตนเอง จากการวิจัยที่เกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด พบว่า นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทำให้สามารถวางแผนกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาด้วยตนเองได้อย่างอิสระ (ปรีชา เนาว่าเย็นผล, 2544, หน้า 125) ซึ่งปัญหาปลายเปิดจะช่วยให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน มีความกระตือรือร้นในการเรียนและได้แสดงความคิดเห็นอย่างอิสระ นักเรียนได้มีโอกาสได้ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะได้อย่างกว้างขวาง อีกทั้งยังได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็น ยอมรับแนวทางการแก้ปัญหาของผู้อื่นอย่างมีเหตุผลและได้ค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่ ๆ ด้วยตนเอง โดยปัญหาปลายเปิดจะเข้ามาเป็นสิ่งที่กระตุ้นความคิดของนักเรียน (Sawada, 1997, pp. 23-24) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล (2557) ที่ศึกษาเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open approach) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 75.37 และ โนดะ (Nohda, n.d.) ที่ศึกษาเรื่อง การใช้กระบวนการแบบเปิดในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ผลการศึกษาพบว่า ในชีวิตประจำวันที่นักเรียนกำลังเผชิญหน้ากับสถานการณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นจำนวนมากมาย นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้โดยใช้ความหลากหลายของวิธีการแก้ปัญหาเพื่อส่งเสริมความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน รวมถึงงานวิจัย ของนภาพร วรเนตรสุดาทิพย์ และคณะ (2552) ที่ศึกษาเรื่อง การศึกษาชั้นเรียน (Lesson study) และวิธีการแบบเปิด (Open approach): กรณีศึกษาโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น (คณิตศาสตร์) ระดับประถม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีอิสระในการคิดหาคำตอบด้วยตนเอง เกิดทักษะกระบวนการคิด มีความคิดที่หลากหลาย คิดเป็นระบบ คิดสร้างสรรค์และคิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล รู้จักการแก้ปัญหา มีระบบการทำงานเป็นกลุ่ม ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น มีความสุขในการทำกิจกรรม

จากที่กล่าวมา การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดนั้นเป็นแนวทางที่จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งทำให้นักเรียนเกิดสมรรถนะที่สำคัญตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และเกิดประโยชน์ในด้านการสอนคณิตศาสตร์ต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70
2. เพื่อเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70

สมมติฐานของการวิจัย

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70
2. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1. ได้แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติสำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีประสิทธิภาพซึ่งจะทำให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
2. นักเรียนมีโอกาพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
3. เป็นแนวทางสำหรับครูในการพัฒนาและนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดไปประยุกต์ใช้ในวิชาคณิตศาสตร์

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนวัดป่าประดู่ จังหวัดระยอง จำนวน 4 ห้องเรียน ซึ่งจัดแบบละความสามารถ รวมนักเรียนทั้งหมด จำนวน 187 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนวัดป่าประดู่ จังหวัดระยอง จำนวน 42 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยเป็นเนื้อหาเรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ในรายวิชา คณิตศาสตร์ พื้นฐาน ค 32101 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งประกอบด้วยเนื้อหาดังนี้

1. อัตราส่วนตรีโกณมิติ 6 ชั่วโมง
 - 1.1 ไซน์ (Sine)
 - 1.2 โคไซน์ (Cosine)
 - 1.3 แทนเจนต์ (Tangent)
 - 1.4 เซแคนต์ (Secant)
 - 1.5 โคเซแคนต์ (Cosecant)
 - 1.6 โคแทนเจนต์ (Cotangent)
 2. การประยุกต์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ 6 ชั่วโมง
 - 2.1 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทาง
 - 2.2 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความสูง
- รวม 12 ชั่วโมง

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 โดยใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด จำนวน 12 ชั่วโมง และมีการทดสอบหลังเรียน 2 ชั่วโมง รวมใช้เวลาทั้งสิ้น 14 ชั่วโมง

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ปัญหาปลายเปิด หมายถึง สถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกสร้างขึ้นเพื่อให้มีวิธีการแก้ปัญหาหรือมีคำตอบที่หลากหลาย อย่างสมเหตุสมผล
2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด หมายถึง การจัดการเรียนรู้ด้วยการนำเสนอปัญหาปลายเปิดให้กับนักเรียน โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ตามความสามารถของนักเรียน และมีการนำเสนอและเปรียบเทียบแนวคิดในการแก้ปัญหของนักเรียนในชั้นเรียน เพื่อนำไปสู่การปรับปรุงและพัฒนาแนวคิดในการแก้ปัญหของนักเรียนแต่ละคน โดยมีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 6 ขั้นตอน ดังนี้
 - 2.1 ชั้นทบทวนบทเรียน ในชั้นนี้ครูและนักเรียนทบทวนบทเรียนที่ผ่านมาร่วมกัน โดยครูใช้คำถามนำ เพื่อให้นักเรียนตอบคำถามพร้อมกัน
 - 2.2 ชั้นนำเสนอปัญหาปลายเปิด ในชั้นนี้ครูนำเสนอปัญหาปลายเปิด จากนั้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา โดยครูใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์ปัญหา ถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ
 - 2.3 ชั้นเรียนรู้ด้วยตนเอง ในชั้นนี้นักเรียนแต่ละคนวางแผนแก้ปัญหาย่างอิสระ นักเรียนใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ หรืออาจมีการศึกษาแนวคิดเพิ่มเติมเพื่อช่วยในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งบันทึกแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรม โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนมีกระบวนการแก้ปัญหาหรือคำตอบของปัญหาที่หลากหลาย
 - 2.4 ชั้นแก้ปัญหาร่วมกัน ในชั้นนี้ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5-6 คน จากนั้นให้นักเรียนแต่ละคนอธิบายและแลกเปลี่ยนแนวคิดการแก้ปัญหของตนเองภายในกลุ่ม เพื่อหาแนวคิดหรือวิธีแก้ปัญหที่เหมาะสม ซึ่งอาจมีมากกว่า 1 วิธีหรือมากกว่า 1 กลุ่มแนวคิด แล้วลงมือแก้ปัญหาร่วมกัน พร้อมทั้งบันทึกวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมของแต่ละคน
 - 2.5 ชั้นนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา ในชั้นนี้ครูสุ่มตัวแทนกลุ่มของทุกกลุ่ม ออกมานำเสนอแนวคิดการแก้ปัญหของกลุ่มตนเอง พร้อมทั้งเขียนวิธีการแก้ปัญหาย่างละเอียด

ชัดเจนบนกระดาน จากนั้น เปิดโอกาสให้นักเรียนคนอื่น ๆ ชักถามและอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกันภายในชั้นเรียน

2.6 ขั้นสรุปและสร้างปัญหาใหม่ ในขั้นนี้นักเรียนร่วมกันเปรียบเทียบและสรุปแนวคิดการแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่มที่ได้นำเสนอ ไป เพื่อให้นักเรียนพิจารณาแนวคิดการแก้ปัญหาที่เหมาะสมสำหรับปัญหานั้น ๆ ซึ่งอาจมีมากกว่า 1 แนวคิดหรือ 1 คำตอบ จากนั้นนักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสร้างปัญหาใหม่จากปัญหาเดิมโดยอาจเปลี่ยนแปลงหรือเพิ่มเงื่อนไขให้กับปัญหาเดิม พร้อมทั้งร่วมกันแก้ปัญหาแล้วบันทึกลงในใบกิจกรรม ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดแนวคิดที่แปลกใหม่เป็นของตนเอง รวมทั้งให้คำแนะนำ เมื่อนักเรียนสร้างปัญหาปลายเปิดที่ไม่เหมาะสม

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์เดิม เพื่อนำไปใช้ในการหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งกระบวนการแก้ปัญหาประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

3.1 ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นการวิเคราะห์ปัญหาเพื่อให้เข้าใจว่าสิ่งที่ต้องการทราบคืออะไร มีข้อมูลและเงื่อนไขคืออะไรบ้าง จะแก้ปัญหาตามข้อมูลและเงื่อนไขที่มีได้หรือไม่ รวมถึงเงื่อนไขที่ให้มาเพียงพอที่จะหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ ได้หรือไม่

3.2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นการเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลและเงื่อนไขกับสิ่งที่ต้องการทราบ แล้วพิจารณาว่ามีวิธีการแก้ปัญหาใดบ้างที่ถูกต้องเหมาะสมและสอดคล้องกับข้อมูล เงื่อนไขในปัญหานั้น ๆ ซึ่งอาจมีวิธีแก้ปัญหาก็ถูกต้องเหมาะสมหลากหลายวิธี

3.3 ขั้นการดำเนินการตามแผน เป็นขั้นการลงมือทำงานตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบแต่ละขั้นย่อย ๆ ของงานที่ทำว่าถูกต้องหรือไม่

3.4 ขั้นการตรวจสอบย้อนกลับ เป็นขั้นการสรุปและตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่

ซึ่งความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ วัดได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น ซึ่งมีลักษณะเป็นแบบแสดงวิธีทำ ในเนื้อหาเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 3 ข้อ

4. ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิด การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะการคิดที่แปลกใหม่แตกต่างไปจากเดิม เป็นความคิดที่สามารถคิดได้หลากหลายทิศทาง หลากหลายแง่มุม โดยอาศัยความรู้และประสบการณ์ ทำให้เกิดสิ่งแปลกใหม่ที่เป็นประโยชน์ ซึ่งประกอบด้วย 4 องค์ประกอบ ดังนี้

4.1 ความคิดคล่อง เป็นความสามารถในการคิดหาคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาได้ปริมาณมากและรวดเร็ว ภายในเวลาที่กำหนด

4.2 ความคิดยืดหยุ่น เป็นความสามารถในการแสดงกลุ่มแนวคิดในการแก้ปัญหา หรือแสดงคำตอบได้หลากหลายกลุ่มแนวคิด

4.3 ความคิดริเริ่ม เป็นความสามารถในการคิดที่มีลักษณะแปลกใหม่ที่ไม่เหมือนใคร แสดงความเป็นต้นแบบในการแก้ปัญหา

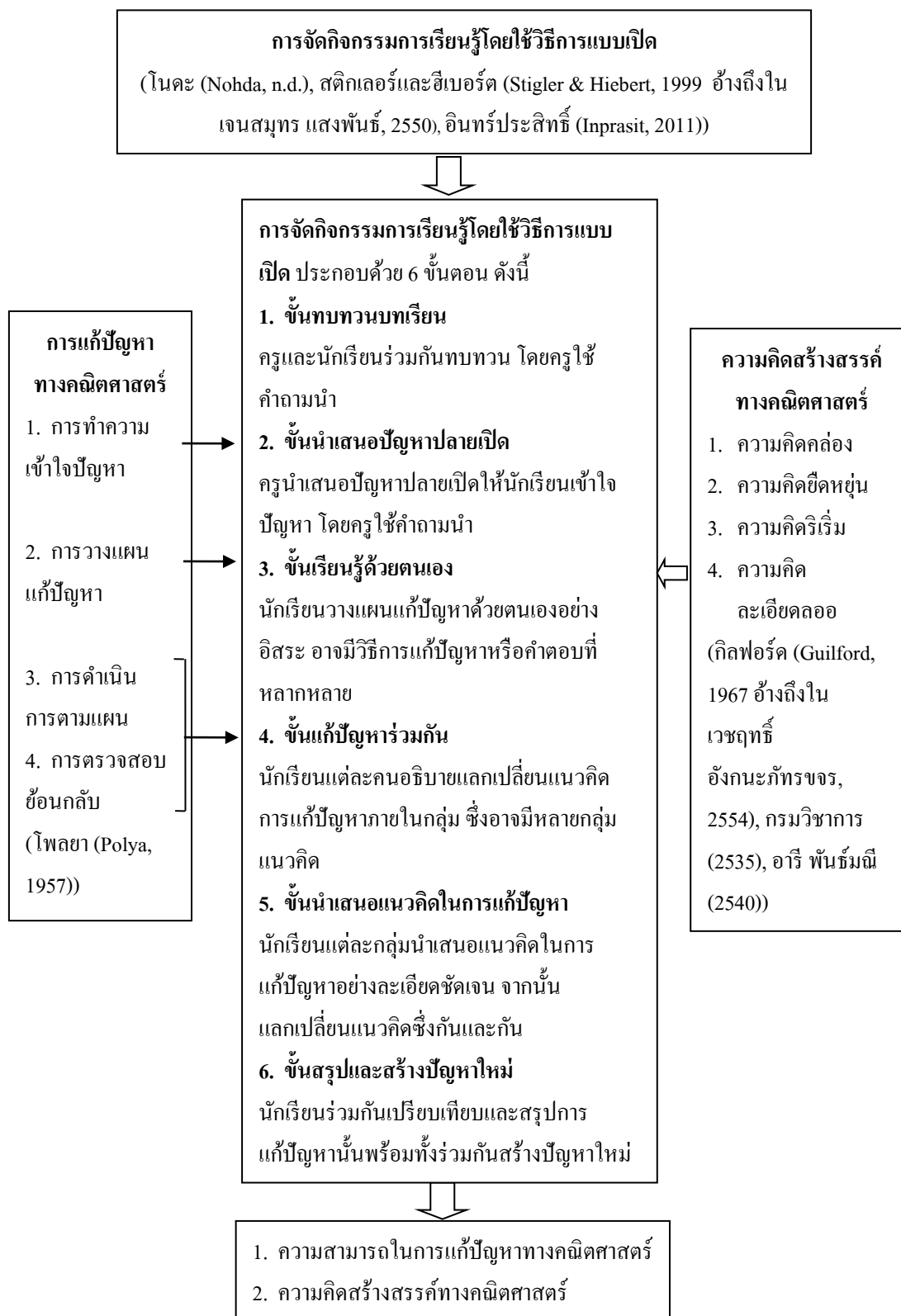
4.4 ความคิดละเอียดลออ เป็นความสามารถในการคิดที่มีการนำเสนอหรืออธิบายแนวคิดได้อย่างละเอียดชัดเจน

ซึ่งความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ วัดได้จากแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น ซึ่งมีลักษณะเป็นแบบแสดงวิธีทำ ในเนื้อหาเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 3 ข้อ

5. เกณฑ์ร้อยละ 70 หมายถึง ข้อกำหนดขั้นต่ำที่ยอมรับว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผ่านเกณฑ์ในระดับดี

กรอบแนวคิดการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ศึกษากระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา และศึกษาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 องค์ประกอบ โดยผู้วิจัยนำเสนอกรอบความคิดในการวิจัย ดังนี้



ภาพที่ 1-1 กรอบแนวคิดการวิจัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.1 คุณภาพผู้เรียน
 - 1.2 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.3 มาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีการเรียนรู้กับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์
 - 2.1 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์
 - 2.2 แนวทางการนำทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์ไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน
 - 2.3 ทฤษฎีการเรียนรู้ของกานเย
 - 2.4 แนวทางการนำทฤษฎีการเรียนรู้ของกานเยไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน
 - 2.5 ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์
 - 2.6 แนวทางการนำทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน
 - 2.7 ทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดิวอี้
 - 2.8 แนวทางการนำทฤษฎีการเรียนรู้ของดิวอี้ไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน
3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด
 - 3.1 ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด
 - 3.2 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด
 - 3.3 ปัญหาปลายเปิด
 - 3.3.1 ความหมายของปัญหาปลายเปิด
 - 3.3.2 ประเภทของปัญหาปลายเปิด
 - 3.3.3 แนวทางการสร้างปัญหาปลายเปิด
 - 3.4 บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีแบบเปิด
 - 3.5 ข้อดีของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 4.1 ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 4.2 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 4.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 4.4 การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 4.5 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
5. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
 - 5.1 ความหมายของความคิดสร้างสรรค์และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
 - 5.2 องค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
 - 5.3 หลักการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
 - 5.4 การวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
 - 5.5 เกณฑ์การประเมินความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ ได้ประกาศใช้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยได้กำหนดจุดมุ่งหมายและมาตรฐานการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

คุณภาพผู้เรียน

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้ระบุคุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 62) ดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ หาค่าประมาณของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังโดยใช้วิธีการคำนวณที่เหมาะสม และสามารถนำสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ได้
2. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้คาดคะเนระยะทาง ความสูงและแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้
3. มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซต การดำเนินการของเซต และใช้ความรู้เกี่ยวกับแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์แสดงเซต ไปใช้แก้ปัญหา และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล
4. เข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้

5. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สามารถใช้ความสัมพันธ์และฟังก์ชันแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
 6. เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต และสามารถหาพจน์ทั่วไปได้ เข้าใจความหมายของผลบวกของ n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต และหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้ได้
 7. รู้และเข้าใจการแก้สมการ และอสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสอง รวมทั้งใช้กราฟของสมการ อสมการ หรือฟังก์ชันในการแก้ปัญหา
 8. เข้าใจวิธีการสำรวจความคิดเห็นอย่างง่าย เลือกใช้ค่ากลางได้เหมาะสมกับข้อมูลและวัตถุประสงค์ สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัชยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลไปช่วยในการตัดสินใจ
 9. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ ประกอบการตัดสินใจ แลแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
 10. ใช้วิธีการที่หลากหลาย ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อสารความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดสร้างสรรค์
- ผู้วิจัยได้มุ่งเน้นพัฒนาคุณภาพผู้เรียนในด้านการนำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ไปใช้คาดคะเนระยะทาง ความสูงและแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด อีกทั้งมุ่งเน้นให้นักเรียนใช้วิธีการที่หลากหลาย ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม และให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 56-57) ดังนี้

1. จำนวนและการดำเนินการ ความคิดรวบยอดและความรู้ลึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

2. การวัด ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัด ระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

3. เรขาคณิต รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนิกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

4. พีชคณิต แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรม เลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้ทางสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

6. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดสร้างสรรค์

มาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการได้กำหนดให้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 62-91) ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและ
การใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและ
ความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้
การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

- มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด
- มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

- มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
- มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนิกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

- มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน
- มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

- มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล
- มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล
- มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจ และแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

- มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ผู้วิจัยได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดในเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งสอดคล้องกับ สาระ มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 2-1

ตารางที่ 2-1 สาระ มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย

สาระ	มาตรฐานการเรียนรู้	ตัวชี้วัดช่วงชั้น ม. 4-6
สาระที่ 2 การวัด	มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด	ค 2.1 ม. 4-6/ 1 ใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมในการคาดคะเนระยะทางและความสูง
สาระที่ 2 การวัด	มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด	ค 2.2 ม. 4-6/ 1 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ
สาระที่ 6 ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์	มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร และการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	ค 6.1 ม. 4-6/ 1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ค 6.1 ม. 4-6/ 2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ค 6.1 ม. 4-6/ 6 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีการเรียนรู้กับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Lall & Lall, 1983, pp. 45-55 อ้างถึงใน นุชลิ อุปถัมภ์, 2555, หน้า 60-69) พัฒนาการทางสติปัญญาของบุคคลเป็นไปตามวัยต่าง ๆ เป็นลำดับขั้น ดังนี้

1. ขั้นประสาทรับรู้และการเคลื่อนไหว (Sensori-motor stage) ขั้นนี้เริ่มตั้งแต่แรกเกิดจนถึง 2 ปี พฤติกรรมของเด็กในวัยนี้ขึ้นอยู่กับ การเคลื่อนไหวเป็นส่วนใหญ่ เช่น การไขว่คว้า การเคลื่อนไหว การมอง การดู ในวัยนี้เด็กแสดงออกทางด้านร่างกายให้เห็นว่ามีสติปัญญาด้วยการกระทำ เด็กสามารถแก้ปัญหาได้ แม้ว่าจะไม่สามารถอธิบายได้ด้วยคำพูด เด็กจะต้องมีโอกาสที่จะปะทะกับสิ่งแวดล้อมด้วย

ตนเอง ซึ่งถือว่าเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการด้านสติปัญญาและความ คิดในขั้นนี้ มีความคิดความ เข้าใจของเด็กจะก้าวหน้าอย่างรวดเร็ว เช่น สามารถประสานงานระหว่างกล้ามเนื้อ และสายตา เด็กในวัยนี้มักจะทำอะไรซ้ำบ่อย ๆ เป็นการเลียนแบบ พยายามแก้ปัญหาแบบลองผิดลองถูก เมื่อสิ้นสุด ระยะเวลาเด็กจะมีการแสดงออกของพฤติกรรมอย่างมีจุดมุ่ง หมายและสามารถแก้ปัญหาโดยการเปลี่ยน วิธีการต่าง ๆ เพื่อให้ได้สิ่งที่ต้องการแต่กิจกรรมการคิดของเด็กวัยนี้ส่วนใหญ่ยังคงอยู่เฉพาะสิ่งที่ สามารถสัมผัสได้เท่านั้น

2. ขั้นก่อนปฏิบัติการคิด (Preoperational stage) ขั้นนี้เริ่มตั้งแต่อายุ 2-7 ปี แบ่งออกเป็น ขั้นย่อยอีก 2 ขั้น คือ

2.1 ขั้นก่อนเกิดสัจกัป (Preconceptual thought) เป็นขั้นพัฒนาการของเด็กอายุ 2-4 ปี เป็นช่วงที่เด็กเริ่มมีเหตุผลเบื้องต้น สามารถจะ โยงความสัมพันธ์ระหว่างเหตุการณ์ 2 เหตุการณ์ หรือมากกว่ามาเป็นเหตุผลเกี่ยวข้องซึ่งกันและกัน แต่เหตุผลของเด็กวัยนี้ยังมีขอบเขตจำกัดอยู่ เพราะเด็กยังคงยึดตนเองเป็นศูนย์กลาง คือถือความคิดตนเองเป็นใหญ่ และมองไม่เห็นเหตุผลของ ผู้อื่น ความคิดและเหตุผลของเด็กวัยนี้ จึงไม่ค่อยถูกต้องตามความเป็นจริงนัก นอกจากนี้ความเข้าใจ ต่อสิ่งต่าง ๆ ยังคงอยู่ในระดับเบื้องต้น เช่น เข้าใจว่าเด็กหญิง 2 คน ชื่อเหมือนกัน จะมีทุกอย่าง เหมือน กันหมด แสดงว่าความคิดรวบยอดของเด็กวัยนี้ยังไม่พัฒนาเต็มที่ แต่พัฒนาการทางภาษา ของเด็กเจริญรวดเร็วมาก

2.2 ขั้นการคิดแบบญาณหยั่งรู้ นึกออกเองโดยไม่ใช้เหตุผล (Intuitive thought) เป็นขั้นพัฒนาการของเด็ก อายุ 4-7 ปี ขั้นนี้เด็กจะเกิดความคิดรวบยอดเกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ รวมตัว ดีขึ้น รู้จักแยกประเภทและแยกชิ้นส่วนของวัตถุ เข้าใจความหมายของจำนวนเลข เริ่มมีพัฒนาการ เกี่ยวกับการอนุรักษ์ แต่ไม่แจ่มชัดนัก สามารถแก้ปัญหาเฉพาะหน้าได้โดยไม่คิดเตรียมล่วงหน้า ไว้ก่อน รู้จักนำความรู้ในสิ่งหนึ่งไปอธิบายหรือแก้ปัญหาอื่นและสามารถนำเหตุผลทั่ว ๆ ไปมาสรุป แก้ปัญหา โดยไม่วิเคราะห์อย่างถี่ถ้วนเสียก่อนการคิดหาเหตุผลของเด็กยังขึ้นอยู่กับสิ่งที่ตนรับรู้ หรือสัมผัสจากภายนอก

3. ขั้นปฏิบัติการคิดด้านรูปธรรม (Concrete operation stage) ขั้นนี้จะเริ่มจากอายุ 7-11 ปี พัฒนาการทางด้านสติปัญญาและความคิดของเด็กวัยนี้สามารถสร้างกฎเกณฑ์และตั้งเกณฑ์ใน การแบ่งสิ่งแวดล้อมออกเป็นหมวดหมู่ได้ เด็กวัยนี้สามารถที่จะเข้าใจเหตุผล รู้จักการแก้ปัญหาสิ่ง ต่าง ๆ ที่เป็นรูปธรรมได้ สามารถที่จะเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องความคงตัวของสิ่งต่าง ๆ โดยที่เด็กเข้าใจว่า ของแข็งหรือของเหลวจำนวนหนึ่งแม้ว่าจะเปลี่ยนรูปร่าง ไปก็ยังมีน้ำหนัก หรือปริมาตรเท่าเดิม สามารถที่จะเข้าใจความสัมพันธ์ของส่วนย่อย ส่วนรวม ลักษณะเด่นของเด็กวัยนี้คือ ความสามารถในการคิดย้อนกลับ นอกจากนั้นความสามารถในการจำของเด็กในช่วงนี้มีประสิทธิภาพขึ้น

สามารถจัดกลุ่มหรือจัดการได้อย่างสมบูรณ์ สามารถสนทนากับบุคคลอื่นและเข้าใจความคิดของผู้อื่นได้

4. ขั้นปฏิบัติการคิดด้วยนามธรรม (Formal operational stage) นี้จะเริ่มจากอายุ 11-15 ปี ในขั้นนี้พัฒนาการทางสติปัญญาและความคิดของเด็กวัยนี้เป็นขั้นสุดยอด คือเด็กในวัยนี้จะเริ่มคิดแบบผู้ใหญ่ ความคิดแบบเด็กจะสิ้นสุดลง เด็กจะสามารถที่จะคิดหาเหตุผลนอกเหนือไปจากข้อมูลที่มีอยู่ สามารถที่จะคิดแบบนักวิทยาศาสตร์ สามารถที่จะตั้งสมมุติฐานและทฤษฎี และเห็นว่าความเป็นจริงที่เห็นด้วยการรับรู้ที่สำคัญเท่ากับความคิดกับสิ่งที่จะเป็นไปได้ เด็กวัยนี้มีความคิดนอกเหนือไปกว่าสิ่งปัจจุบัน สนใจที่จะสร้างทฤษฎีเกี่ยวกับทุกสิ่งทุกอย่างและมีความพอใจที่จะคิดพิจารณาเกี่ยวกับสิ่งที่ไม่มีตัวตน หรือสิ่งที่เป็นนามธรรมพัฒนาการทางการรู้คิดของเด็กในช่วงอายุ 6 ปีแรกของชีวิต ซึ่งเพียเจต์ ได้ศึกษาไว้เป็นประสบการณ์ สำคัญที่เด็กควรได้รับการส่งเสริม มี 6 ขั้น ได้แก่

4.1 ขั้นความรู้แตกต่าง (Absolute differences) เด็กเริ่มรับรู้ในความแตกต่างของสิ่งที่มองเห็น

4.2 ขั้นรู้สิ่งตรงกันข้าม (Opposition) ขั้นนี้เด็กรู้ว่าของต่าง ๆ มีลักษณะตรงกันข้ามเป็น 2 ด้าน เช่น มี-ไม่มี หรือ เล็ก-ใหญ่

4.3 ขั้นรู้หลายระดับ (Discrete degree) เด็กเริ่มรู้จักคิดสิ่งเกี่ยวกับลักษณะที่อยู่ตรงกลางระหว่างปลายสุดสองปลาย เช่น ปานกลาง น้อย

4.4 ขั้นความเปลี่ยนแปลงต่อเนื่อง (Variation) เด็กสามารถเข้าใจเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของสิ่งต่าง ๆ เช่น บอกถึงความเจริญเติบโตของต้นไม้

4.5 ขั้นรู้ผลของการกระทำ (Function) ในขั้นนี้เด็กจะเข้าใจถึงความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนแปลง

4.6 ขั้นการทดแทนอย่างลงตัว (Exact compensation) เด็กจะรู้ว่าการกระทำให้ของสิ่งหนึ่งเปลี่ยนแปลงย่อมมีผลต่ออีกสิ่งหนึ่งอย่างหักเหกัน

แนวทางการนำทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์ไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์มีแนวทางการจัดการเรียนการสอน (เวชฤทธิ์ อังชนะภัทรขจร, 2555, หน้า 44) ดังนี้

1. ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ควรคำนึงถึงพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียน และจัดประสบการณ์ให้สอดคล้องกับนักเรียนให้เหมาะสมกับพัฒนาการนั้น ไม่ควรบังคับให้นักเรียน เรียนในสิ่งที่ยากเกินพัฒนาการตามวัยของตน

2. นักเรียนสามารถเข้าใจและสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง

จากการกระทำตามธรรมชาติโดยใช้วัตถุเป็นสื่อ ดังนั้นในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมเพื่อช่วยในการอธิบายสิ่งที่เป็นนามธรรม รวมทั้งนักเรียนสามารถเข้าใจความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หลังจากที่นักเรียนสามารถเข้าใจสัญลักษณ์และเครื่องหมาย

3. ครูควรเป็นผู้จัดสิ่งแวดล้อมในการเรียนรู้และเป็นผู้ชี้นำมากกว่าเป็นผู้บอกความรู้ และในการสอนครูควรเริ่มจากสิ่งที่นักเรียนคุ้นเคยหรือมีประสบการณ์มาก่อนแล้วจึงเสนอสิ่งใหม่ที่มีความสัมพันธ์กับสิ่งเดิม

4. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด พูด อภิปราย และเปลี่ยนความคิดเห็น และประเมินความคิดของตนเองและผู้อื่น ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจตนเองและผู้อื่น ได้ดีขึ้น รวมทั้งครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้รับประสบการณ์และมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมเนื่องจากการส่งเสริมพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียน

ทฤษฎีการเรียนรู้ของกานเย

กานเย (Gagne, 1974, pp. 121-136 อ้างถึงใน ทิศนา แจมมณี, 2555, หน้า 72-74)

เป็นนักจิตวิทยาและนักการศึกษาในกลุ่มผสมผสานระหว่างพฤติกรรมนิยมกับพุทธรนิยม (Behavior cognitivist) เขาอาศัยทฤษฎีที่หลากหลาย เนื่องจากความรู้มีหลายประเภท บางประเภทสามารถเข้าใจได้อย่างรวดเร็วไม่ต้องใช้ความคิดที่ลึกซึ้ง บางประเภทมีความซับซ้อนมาก จำเป็นต้องใช้ความสามารถในขั้นสูง กานเยได้จัดชั้นการเรียนรู้ซึ่งเริ่มจากง่ายไปหายาก โดยผสมผสานทฤษฎีการเรียนรู้ของกลุ่มพฤติกรรมนิยมและพุทธรนิยมเข้าด้วยกัน

พื้นฐานแนวคิดของทฤษฎี กานเยให้ความสำคัญในการจัดลำดับชั้นการเรียนรู้ เพื่อให้ นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยใช้สิ่งเร้า สิ่งแวดล้อมภายนอกกระตุ้นนักเรียนให้เกิดการเรียนรู้ และสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ว่ามีการตอบสนองอย่างไร เพื่อที่จะจัดลำดับชั้นของการเรียนรู้ให้นักเรียน ได้ถูกต้อง

กานเย ได้จัดการเรียนรู้อย่างเป็นระบบซึ่งเริ่มจากง่ายไปหายากมีทั้งหมด 8 ประเภท ดังนี้

1. การเรียนรู้สัญญาณ (Signal-learning) เป็นการเรียนรู้ที่เกิดจากการตอบสนองต่อสิ่งเร้าที่เป็นไปโดยอัตโนมัติ อยู่นอกเหนืออำนาจจิตใจ นักเรียนไม่สามารถบังคับพฤติกรรมไม่ให้เกิดขึ้นได้

2. การเรียนรู้สิ่งเร้า การตอบสนอง (Stimulus-response learning) เป็นการเรียนรู้ต่อเนื่องจากการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนอง แตกต่างจากการเรียนรู้สัญญาณเพราะนักเรียนสามารถควบคุมพฤติกรรมตนเองได้

3. การเรียนรู้การเชื่อมโยงแบบต่อเนื่อง (Chaining) เป็นการเรียนรู้ที่เกิดจากการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนองติดต่อกันเป็นการเรียนรู้ในด้านทักษะ เช่น การเขียน การอ่าน การพิมพ์ดีดและการเล่นดนตรี เป็นต้น

4. การเชื่อมโยงทางภาษา (Verbal association) เป็นการเรียนรู้ลักษณะคล้ายกับการเรียนรู้การเชื่อมโยงแบบต่อเนื่องแต่เป็นการเรียนรู้เกี่ยวกับการใช้ภาษาโดยออกมาเป็นคำพูด แล้วจึงใช้ตัวอักษร เช่น การเรียนการใช้ภาษารวมทั้งการเขียนตัวอักษรด้วย

5. การเรียนรู้ความแตกต่าง (Discrimination learning) เป็นการเรียนรู้ที่ผู้เรียนสามารถมองเห็นความแตกต่างของสิ่งต่าง ๆ โดยเฉพาะความแตกต่างตามลักษณะของวัตถุ

6. การเรียนรู้ความคิดรวบยอด (Concept learning) เป็นการเรียนรู้ที่ผู้เรียนสามารถจัดกลุ่มสิ่งเร้าที่มีความเหมือนกันหรือแตกต่างกัน

7. การเรียนรู้กฎ (Rule learning) เป็นการเรียนรู้ที่เกิดจากการรวมหรือเชื่อมโยงความคิดรวบยอดตั้งแต่สองอย่างขึ้นไปและตั้งเป็นกฎเกณฑ์ขึ้น

8. การเรียนรู้การแก้ปัญหา (Problem solving) เป็นการเรียนรู้ที่จะแก้ปัญหาโดยการนำกฎเกณฑ์ต่าง ๆ มาใช้ การเรียนรู้นี้เป็นกระบวนการที่เกิดภายในตัวนักเรียน

แนวทางการนำทฤษฎีการเรียนรู้ของกานเยไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้ของกานเย มีแนวทางการจัดการเรียนการสอน (เวชฤทธิ์ อังคะนภัทรขจร, 2555, หน้า 48) ดังนี้

1. ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจภายในการเรียนรู้ด้วยวิธีต่าง ๆ และควรบอกจุดประสงค์ของบทเรียน
2. ครูควรนำเสนอข้อมูลหรือเนื้อหาใหม่ โดยสัมพันธ์กับความรู้พื้นฐานเดิมของนักเรียน
3. ครูควรใช้รูปแบบการสอนที่หลากหลายสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์ของบทเรียน และพัฒนาการของนักเรียน
4. จัดสถานการณ์ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและค้นพบความรู้ด้วยตนเอง โดยวิธีการหลาย ๆ ลักษณะ เช่น การชี้แนะ การใช้คำถามนำ เป็นต้น
5. มีการสนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนนำความรู้ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ที่มีความเกี่ยวข้องกันได้เหมาะสม
6. ตรวจสอบความก้าวหน้าและผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนด้วยวิธีการที่หลากหลายเพื่อให้ได้ข้อมูลที่สอดคล้องกับสภาพจริง

ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์

บรูเนอร์ (Bruner) เป็นนักจิตวิทยาที่สนใจและศึกษาเรื่องของการพัฒนาการทางสติปัญญา ต่อเนื่องจากเพียเจต์ โดยบรูเนอร์เชื่อว่ามนุษย์เลือกที่จะรับรู้สิ่งที่ตนเองสนใจและการเรียนรู้เกิดจากกระบวนการค้นพบด้วยตัวเอง การจัดการเรียนรู้โดยวิธีการค้นพบตัวเองประกอบด้วย (เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2555, หน้า 44-45)

1. การจัดโครงสร้างของความรู้ให้มีความสัมพันธ์ และสอดคล้องกับพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็ก มีผลต่อการเรียนรู้ของเด็ก
2. การจัดหลักสูตรและการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับระดับความพร้อมของนักเรียน และสอดคล้องกับพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียนจะช่วยให้การเรียนรู้เกิดประสิทธิภาพ
3. การคิดแบบหยั่งรู้ (Intuition) เป็นการคิดหาเหตุผลอย่างอิสระที่สามารถช่วยพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ได้
4. แรงจูงใจภายในเป็นปัจจัยสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนรู้นอกจากนี้บรูเนอร์ กล่าวว่าทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของมนุษย์แบ่งได้เป็น 3 ขั้น คือ

1. ขั้นการเรียนรู้จากการกระทำ (Enactive stage) คือ ขั้นของการเรียนรู้จากการใช้ประสาทสัมผัสรับรู้สิ่งต่าง ๆ การลงมือกระทำช่วยให้เด็กเกิดการเรียนรู้ดี การเรียนรู้เกิดจากการกระทำ
2. ขั้นการเรียนรู้จากความคิด (Iconic stage) เป็นขั้นที่เด็กสามารถสร้างมโนภาพในใจได้ และสามารถเรียนรู้จากภาพแทนของจริงได้
3. ขั้นการเรียนรู้สัญลักษณ์และนามธรรม (Symbolic stage) เป็นขั้นการเรียนรู้สิ่งที่ซับซ้อนและเป็นนามธรรมได้

ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ควรสอดคล้องและเหมาะสมกับพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียน เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้จากกระบวนการค้นพบด้วยตนเอง

แนวทางการนำทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน
การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์มีแนวทางการจัดการเรียนการสอน (เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2555, หน้า 46) ดังนี้

1. การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรสอนอย่างเป็นลำดับโดยเริ่มจากการใช้วัตถุจริง แผนภาพ รูปภาพ จนถึงการใช้สัญลักษณ์
2. การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรเน้นให้นักเรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเอง เนื่องจากเป็นกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย

3. ครูควรมีการวิเคราะห์และจัดโครงสร้างเนื้อหาสาระการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับพัฒนาการทางสมองที่สามารถไปถึงได้ของนักเรียน

ทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดีนส์

แนวคิดของดีนส์ (Dienes) เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เชื่อว่า “คณิตศาสตร์เป็นความสัมพันธ์เชิงโครงสร้างระหว่างมโนคติเกี่ยวกับจำนวนกับประยุกต์มโนคติเหล่านั้นเพื่อใช้ในชีวิตประจำวัน” (พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2542, หน้า 19 อ้างถึงใน เวชฤทธิ อังกะภักทรจรรยา, 2555, หน้า 48) ในการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของดีนส์นั้น ครูควรเน้นกระบวนการที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา มากกว่าคำตอบของปัญหา ครูควรให้นักเรียนเกิดการค้นพบโครงสร้าง โดยให้นักเรียนอยู่ในสถานการณ์ที่เป็นนามธรรม นั่นคือ การเรียนการสอนตามแนวคิดของดีนส์ควรเริ่มที่การใช้วัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ ไปสู่การใช้รูปภาพ การสร้างภาพในใจ สุดท้ายถึงเป็นการใช้สัญลักษณ์ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของบรูเนอร์ วิธีการของดีนส์เป็นวิธีที่ต้องมีการวางแผนล่วงหน้า มีโครงสร้าง และตั้งอยู่บนรากฐานของการปฏิบัติจากวัตถุจริง ทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดีนส์ประกอบด้วยกฎหรือหลัก 4 ข้อ ดังนี้ (อัมพร ม้าคอง, 2546, หน้า 2-3 อ้างถึงใน เวชฤทธิ อังกะภักทรจรรยา, 2555, หน้า 48)

1. กฎของภาวะสมดุล (The dynamic principle) กฎนี้กล่าวไว้ว่า ความเข้าใจที่แท้จริงในมโนทัศน์ใหม่นั้นเป็นพัฒนาการที่เกี่ยวข้องกับนักเรียน 3 ชั้น คือ

ขั้นที่ 1 เป็นขั้นพื้นฐานที่นักเรียนประสบกับมโนทัศน์ในรูปแบบที่ไม่มีโครงสร้างใด ๆ เช่นการที่เด็กเรียนรู้จากของเล่นชิ้นใหม่โดยการเล่นของเล่นนั้น

ขั้นที่ 2 เป็นขั้นที่นักเรียนได้พบกับกิจกรรมที่มีโครงสร้างมากขึ้น ซึ่งเป็นโครงสร้างที่คล้ายคลึงกับโครงสร้างของมโนทัศน์ที่นักเรียนจะได้เรียน

ขั้นที่ 3 เป็นขั้นที่นักเรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่จะเห็นได้ถึงการนำมโนทัศน์เหล่านั้นไปใช้ในชีวิตประจำวัน

ขั้นตอนทั้งสามเป็นกระบวนการที่ดีนส์เรียกว่า วัฏจักรการเรียนรู้ (Learning cycle)

ซึ่งเป็นสิ่งที่เด็กต้องประสบในการเรียนรู้มโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ

2. กฎความหลากหลายของการรับรู้ (The perceptual variability principle) กฎนี้เสนอแนะว่าการเรียนรู้มโนทัศน์จะมีประสิทธิภาพดีเมื่อนักเรียนมีโอกาสรับรู้มโนทัศน์เดียวกันในหลาย ๆ รูปแบบ ผ่านบริบททางกายภาพ นั่นคือการจัดสิ่งที่เป็นรูปธรรมที่หลากหลายให้นักเรียน เพื่อให้เข้าใจโครงสร้างทางมโนทัศน์เดียวกันนั้นจะช่วยให้การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี

3. กฎความหลากหลายทางคณิตศาสตร์ (The mathematical variability principle) กฎข้อนี้กล่าวว่า การอ้างอิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หรือการนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้จะมีประสิทธิวิธามากขึ้นถ้าตัวแปรที่ไม่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้นเปลี่ยนไปอย่างเป็นระบบในขณะที่คงไว้ซึ่งตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้น ๆ เช่น การสอนมโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ตัวแปรที่ควรเปลี่ยนไปคือ ขนาดของมุม ความยาวของด้าน แต่สิ่งที่ควรคงไว้คือ ลักษณะสำคัญของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่ต้องมีด้านสี่ด้านและด้านตรงข้ามขนานกัน

4. กฎการสร้าง (The constructivist principle) กฎข้อนี้ให้ความสำคัญกับการสร้างความรู้ ว่า นักเรียนควรได้พัฒนามโนทัศน์จากประสบการณ์ในการสร้างความรู้เพื่อก่อให้เกิดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญและมั่นคงและจากพื้นฐานเหล่านี้ จะนำไปสู่การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ต่อไป กฎข้อนี้เสนอแนะให้ครูจัดสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม เพื่อให้ นักเรียนสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมนั้น และสามารถวิเคราะห์สิ่งที่สร้างนั้นต่อไปได้

แนวทางการนำทฤษฎีการเรียนรู้ของดินส์ไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้ของดินส์มีแนวทางการจัดการเรียนการสอน (เวชฤทธิ์ อังชนะภัทรขจร, 2555, หน้า 49) ดังนี้

1. ครูควรเริ่มต้นการสอนด้วยอุปกรณ์หรือสิ่งของให้นักเรียนได้เล่น ได้จับต้องแล้วตั้งปัญหาให้นักเรียนคิด นั่นคือการเรียนรู้จากสิ่งที่เป็นรูปธรรม แล้วค่อยไปสู่สถานการณ์ที่เป็นนามธรรม ซึ่งเป็นการเรียนการสอนที่ตั้งอยู่บนรากฐานของการปฏิบัติจากวัตถุจริงแล้วค่อยไปสู่การใช้สัญลักษณ์

2. นักเรียนจะเป็นผู้คิดหาทางแก้ปัญหาเอง ครูมีหน้าที่จัดสิ่งแวดล้อมให้เหมาะสมและกระตุ้น ให้คำแนะนำหรือใช้คำถามนำให้นักเรียนเกิดการคิดแก้ปัญหา

จากทฤษฎีการเรียนรู้ที่กล่าวมา ผู้วิจัยนำมาใช้เป็นแนวทางและประยุกต์ใช้กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังนี้

1. การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรจัดให้เหมาะสมกับพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียนไม่ควรบังคับให้นักเรียน เรียนรู้ในสิ่งที่ยากเกินวัยของนักเรียน และควรใช้สื่อที่เป็นรูปธรรมมาช่วยในการอธิบายสิ่งที่เป็นนามธรรมทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งควรจัดสภาพแวดล้อมในการเรียนรู้ให้เอื้อต่อการเรียนรู้ของนักเรียนและควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเพื่อเป็นการส่งเสริมและพัฒนาทางสติปัญญาของนักเรียน

2. การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรกระตุ้นให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจ เพื่อให้ นักเรียนเกิดความใฝ่รู้ใฝ่เรียนและควรคำนึงถึงเนื้อหา จุดประสงค์ของบทเรียน ครูควรเลือกรูปแบบการสอนให้สอดคล้องกับเนื้อหา ใช้วิธีการสอนที่หลากหลายเพื่อให้นักเรียนได้ค้นพบความรู้ได้

ด้วยตนเองอีกทั้งควรมีการสนับสนุนให้นักเรียนได้นำความรู้ไปประยุกต์ใช้ได้จริง และควรตรวจสอบและวัดผลด้วยวิธีการที่หลากหลาย เพื่อจะได้ทราบถึงพัฒนาการของนักเรียน

3. การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรมีลำดับการสอนที่เหมาะสม และเน้นให้นักเรียนเกิดการค้นพบด้วยตนเอง อีกทั้งครูควรจัดโครงสร้างเนื้อหาที่เหมาะสมกับการพัฒนาการทางสมองของนักเรียน

4. การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรให้นักเรียนได้เรียนรู้สิ่งที่เป็นนามธรรมหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์โดยการเรียนรู้จากสิ่งที่เป็นรูปธรรม ผู้สอนอาจสร้างสถานการณ์หรือใช้สิ่งของที่จับต้องได้มาช่วยให้นักเรียนเกิดความรู้และได้เรียนรู้สิ่งที่เป็นนามธรรมได้ง่ายขึ้น อีกทั้งส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดแก้ปัญหาด้วยตนเองโดยการจัดสถานการณ์ปัญหาที่น่าสนใจ การกระตุ้นนักเรียนโดยการใช้คำถามหรือการชี้แนะ เพื่อให้นักเรียนเกิดการคิดแก้ปัญหา

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ดังนี้ เบคเกอร์ และชิมาดะ (Becker & Shimada, 1997, p. 23) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการแบบเปิดนั้นเป็นวิธีการสอนโดยครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาให้กับนักเรียน ซึ่งสถานการณ์ปัญหานั้นไม่จำเป็นที่จะต้องมีการแก้ปัญหาหรือมีคำตอบเพียงอย่างเดียว ครูต้องใช้ความหลากหลายของกระบวนการในปัญหา ที่ทำให้นักเรียนได้ประสบการณ์ในการค้นพบสิ่งใหม่โดยใช้ความรู้ ทักษะและการคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนมีอยู่ กิจกรรมการเรียนรู้ในห้องเรียนจะต้องช่วยให้นักเรียนใช้คณิตศาสตร์กับสถานการณ์อย่างเหมาะสม นักเรียนได้ค้นหากฎหรือความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้และทักษะที่มีอยู่ นักเรียนได้แก้ปัญหา ตรวจสอบผลลัพธ์รวมถึงได้ทราบแนวคิดใหม่จากนักเรียนคนอื่น ๆ และเปรียบเทียบความแตกต่างของแนวคิดนั้นแล้วนำมาปรับปรุงและพัฒนาแนวคิดต่อไป

โนดะ (Nohda, n.d.) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด หมายถึง กระบวนการหรือวิธีการสอนที่กระตุ้นปฏิสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับนักเรียน โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งมีจุดมุ่งหมายเพื่อกระตุ้นความคิดสร้างสรรค์และการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

เพโคเนน (Pehkonen, 1997, p. 7) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด หมายถึง วิธีการสอนที่ใช้ปัญหาปลายเปิดในห้องเรียนเพื่อส่งเสริมการอภิปรายแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547, หน้า 4) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เป็นการสอนเพื่อให้นักเรียนทุกคนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ในแนวทางที่ตอบสนองความสามารถของพวกเขาควบคู่ไปกับระดับของการตัดสินใจด้วยตนเองในการเรียนรู้และสามารถขยายหรือเพิ่มเติมคุณภาพของกระบวนการและผลที่เกิดขึ้นเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้

จากความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ที่กล่าวมา ผู้วิจัยได้สรุปว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เป็นการจัดการเรียนรู้ด้วยการนำเสนอปัญหาปลายเปิดให้กับนักเรียน โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ตามความสามารถของนักเรียน และมีการนำเสนอและเปรียบเทียบแนวคิดในการแก้ปัญหของนักเรียนในชั้นเรียนเพื่อนำไปสู่การปรับปรุงและพัฒนาแนวคิดในการแก้ปัญหของนักเรียนแต่ละคน

ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

นักการศึกษาได้กล่าวถึงขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ดังนี้ โนดะ (Nohda, 1983 อ้างถึงใน ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2547, หน้า 4-5) กล่าวว่า การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. การกำหนดสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูเป็นผู้นำเสนอสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มานำเสนอให้กับนักเรียน

2. การสืบเสาะเพื่อหาแนวทางการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องพยายามค้นพบแนวทางการแก้ปัญหของตนเอง โดยอาศัยประสบการณ์ของตนเอง ครูมีหน้าที่ชี้แนะ ให้นักเรียนได้อภิปรายเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างแนวทางคำตอบที่หลากหลายที่ได้มา เพื่อที่จะสามารถบูรณาการคำตอบ ให้สามารถนำมารวมกันเป็นความรู้ในระดับสูงขึ้นในระยะต่อมา

3. การสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ เป็นการสร้างปัญหาจากสถานการณ์ปัญหาเดิม นักเรียนจะต้องพยายามสร้างปัญหาที่มีความเป็นกรณีทั่วไปมากขึ้น โดยอาศัยพื้นฐานจากกิจกรรมต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องในการสืบเสาะหาแนวทางการแก้ปัญหา และจากการที่ได้แก้ปัญหาเหล่านั้น นักเรียนจะได้รับการคาดหวังว่าจะสามารถค้นพบแนวทางคำตอบที่มีลักษณะเป็นกรณีทั่วไปมากขึ้น

อินทร์ประสิทธิ์ (Inprasit, 2011, pp. 56-59) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ชี้นำเสนอปัญหาปลายเปิด (Posing open-ended problem) เป็นขั้นที่ครูเสนอปัญหาปลายเปิดในชั้นเรียน ครูจะต้องอธิบายปัญหานั้นให้นักเรียนได้เข้าใจถึงความสัมพันธ์ กฎ และเงื่อนไขของปัญหานั้น ๆ เพราะนักเรียนบางคนอาจไม่เข้าใจปัญหาเนื่องจากเป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคย

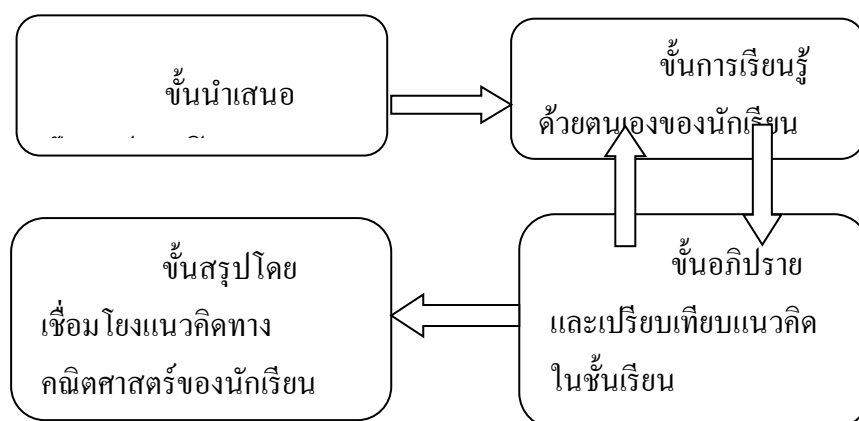
และไม่เคยพบเจอมาก่อน โดยกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของปัญหา อาจใช้สื่อการสอน เพื่อให้นักเรียนเข้าใจยิ่งขึ้นและให้ข้อมูลทั่วไปเพิ่มเติมเพื่อให้เห็นปัญหาที่เป็นรูปธรรมมากขึ้น รวมถึงยกตัวอย่างแนวทางการคิดที่หลากหลายเกี่ยวกับปัญหานั้น ๆ

2. ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน (Student's self-learning) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนแต่ละคนได้ใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์อย่างอิสระในการแก้ปัญหา ครูไม่ควรกำหนดแนวทางการคิดของนักเรียนเพราะเน้นให้นักเรียนได้คิดหาแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งรูปแบบการสอนนี้เป็นการรวมกันของสองสิ่งคือการทำงานของแต่ละบุคคลและการอภิปรายในชั้นเรียน

3. ขั้นอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดในชั้นเรียน (Whole class discussion and comparison) เป็นขั้นที่นักเรียนจะต้องอภิปรายแนวคิดการแก้ปัญหของตนเองในชั้นเรียน สิ่งที่สำคัญคือการบันทึกแนวคิดการแก้ปัญหของนักเรียนในใบกิจกรรมหรือสมุดบันทึกเพื่อให้เห็นถึงแนวคิดของนักเรียนที่เป็นลายลักษณ์อักษร และครูก็จะสามารถประเมินนักเรียนได้จากใบกิจกรรมหรือสมุดบันทึกนั้น ๆ

4. ขั้นสรุปโดยเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Summing-up by connecting students' emergent mathematical ideas) เป็นขั้นที่ครูหรือผู้เรียนควรเขียนแนวคิดของแต่ละคนหรือแต่ละกลุ่มบนกระดานเพื่อให้นักเรียนทุกคนได้เห็นถึงแนวคิดที่หลากหลายนั้น แล้วครูทำการเปรียบเทียบแนวคิดของนักเรียนถึงความเหมือนและความต่างของแนวคิดนั้น ๆ ครูควรส่งเสริมแนวคิดที่หลากหลายของนักเรียนในทางบวก พร้อมทั้งแนะนำและปรับเปลี่ยนตามความคิดเห็นของนักเรียนคนอื่น ๆ

สรุปการขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ดังแผนภาพนี้



ภาพที่ 2-1 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

สติกลอร์และฮีบอร์ต (Stigler & Hiebert, 1999 อ้างถึงใน เจนสมุทรร แสงพันธ์, 2550, หน้า 25) ได้วิเคราะห์รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของประเทศญี่ปุ่นซึ่งสอดคล้องกับการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอน 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทบทวนบทเรียนที่เรียนในคาบที่ผ่านมา (Reviewing the previous lesson) ในขั้นทบทวนนี้จะนำโดยการบรรยายสรุปสั้น ๆ จากครู หรือเป็นการนำอภิปรายที่นำโดยครูร่วมกับนักเรียนในประเด็นหลัก ๆ ที่ได้เรียนไปก่อนหน้า โดยมากแล้วการทบทวนจะนำมาสู่บทเรียนที่จะใช้ในคาบที่จะสอน บางครั้งเป็นการเอาวิธีการที่ได้สร้างไว้ในคาบที่ผ่านมา มาใช้ในการแก้ปัญหาที่จะสอน

2. ขั้นนำเสนอปัญหาของคาบที่จะสอน (Presenting the problem for the day) ปัญหาที่จะใช้ถือเป็นปัญหาที่สำคัญ (Key problem) ที่นำไปสู่ขั้นตอนทั้งหมดของกิจกรรมการสอนในคาบนั้น และปัญหาที่ครูนำเสนอขึ้นนั้นก็มักจะเป็นปัญหาปลายเปิด

3. ขั้นการทำกิจกรรมเดี่ยวหรือกลุ่มของนักเรียน (Students working individually or in groups) หลังจากที่ครูนำเสนอปัญหาของบทเรียนแล้วนักเรียนจะทำหรือแก้ปัญหาด้วยตัวเองของเขาก่อนประมาณไม่เกิน 20 นาที โดยมากประมาณ 5-10 นาที จากนั้นจึงเข้าไปทำงานกับกลุ่มเล็ก ๆ หรือกลุ่มย่อย เพื่อแก้ปัญหาและแสดงวิธีการคิดร่วมกัน ซึ่งส่วนใหญ่ นักเรียนจะแก้ปัญหาคด้วยตัวเองเสร็จไปก่อนที่จะเข้ากลุ่ม

4. ขั้นการอภิปรายวิธีการแก้ปัญหา (Discussing solution methods) หลังจากที่นักเรียนในกลุ่มได้แก้ปัญหาเสร็จแล้ว ในห้องเรียนจะมีการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหของนักเรียนประมาณ 1-2 วิธีการ แล้วอภิปรายร่วมกันถึงวิธีการนั้น ๆ โดยมากแล้วครูมักจะเรียกถามนักเรียน 1 คน หรือมากกว่านั้นเพื่อให้แสดงความคิดเห็นว่าได้ค้นพบอะไรบ้าง ครูมักจะเลือกนักเรียนให้ตอบมากกว่าการขออาสาสมัคร โดยถามถึงวิธีการที่นักเรียนคนนั้นทำ โดยครูจะสังเกตเห็นแล้วในขณะที่เดินดูนักเรียนอยู่รอบ ๆ ห้อง และบางครั้งครูก็อาจนำเสนอวิธีการของตัวเองเพื่อแลกเปลี่ยนกับนักเรียนบ้าง เพื่อให้ นักเรียนได้เรียนรู้ถึงวิธีการของครูที่ต้องการสอนและเมื่อนักเรียนออกมานำเสนอวิธีการเสร็จแล้วนั้น ครูจะทำการสรุปและให้รายละเอียดในตอนท้าย

5. ขั้นสรุปประเด็นสำคัญ (Highlighting and summarizing the major points) ในช่วงท้ายของการสอนหรือระหว่างการทำกิจกรรมนั้น ครูจะบรรยายสรุปสั้น ๆ ในประเด็นที่สำคัญ ที่ครูต้องการให้นักเรียนได้รับในคาบนั้น

จากขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอน 6 ขั้นตอน ดังตารางที่ 2-2

จากตารางที่ 2-2 ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ซึ่งมีขั้นตอน 6 ขั้นตอน โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. ขั้นทบทวนบทเรียน ในขั้นนี้ครูและนักเรียนทบทวนบทเรียนที่ผ่านมาร่วมกัน โดยครูใช้คำถามนำ เพื่อให้นักเรียนตอบคำถามพร้อมกัน
2. ขั้นนำเสนอปัญหาปลายเปิด ในขั้นนี้ครูนำเสนอปัญหาปลายเปิด จากนั้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา โดยครูใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์ปัญหา ถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการ
3. ขั้นเรียนรู้ด้วยตนเอง ในขั้นนี้นักเรียนแต่ละคนวางแผนแก้ปัญหาอย่างอิสระ นักเรียนใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ หรืออาจมีการศึกษาแนวคิดเพิ่มเติมเพื่อช่วยในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งบันทึกแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรม โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนมีแนวทางการแก้ปัญหาหรือคำตอบของปัญหาที่หลากหลาย
4. ขั้นแก้ปัญหาร่วมกัน ในขั้นนี้ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5-6 คน จากนั้นให้นักเรียนแต่ละคนอธิบายและแลกเปลี่ยนแนวคิดการแก้ปัญหาของตนเองภายในกลุ่ม เพื่อหาแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ซึ่งอาจมีมากกว่า 1 วิธี หรือมากกว่า 1 กลุ่มแนวคิด แล้วลงมือแก้ปัญหาร่วมกัน พร้อมทั้งบันทึกวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมของแต่ละคน
5. ขั้นนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้ครูสุ่มตัวแทนกลุ่มของทุกกลุ่มออกมา นำเสนอแนวคิดการแก้ปัญหาของกลุ่มตนเอง พร้อมทั้งเขียนวิธีการแก้ปัญหามาบนกระดาน จากนั้นเปิดโอกาสนักเรียนคนอื่น ๆ ซักถามและอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกันภายในชั้นเรียน
6. ขั้นสรุปและสร้างปัญหาใหม่ ในขั้นนี้นักเรียนร่วมกันเปรียบเทียบและสรุปแนวทางการแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่มที่ได้นำเสนอไป เพื่อให้นักเรียนพิจารณาแนวคิดการแก้ปัญหาที่เหมาะสมสำหรับปัญหานั้น ๆ ซึ่งอาจมีมากกว่า 1 แนวคิด หรือ 1 คำตอบ จากนั้นนักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสร้างปัญหาใหม่จากปัญหาเดิม โดยอาจเปลี่ยนแปลงหรือเพิ่มเงื่อนไขให้กับปัญหาเดิม พร้อมทั้งร่วมกันแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรม ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดแนวคิดที่แปลกใหม่จากเดิม และแนะนำ ถ้านักเรียนสร้างปัญหาที่ไม่เหมาะสม

ปัญหาปลายเปิด

1. ความหมายของปัญหาปลายเปิด

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิด ดังนี้

เบคเกอร์ และชิมาดา (Becker & Shimada, 1997, p. 1) กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิดนั้นไม่ได้สนใจที่คำตอบของปัญหานั้น แต่ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่มีวิธีการหรือการได้มาซึ่งคำตอบที่

หลากหลาย กล่าวคือไม่ได้มีแค่กระบวนการเดียวเท่านั้นแต่มีหลายกรณีหรือหลายวิธีในการแก้ปัญหา

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547, หน้า 6) กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิดเป็นสถานการณ์ที่ถูกสร้างขึ้นเพื่อให้มีกระบวนการหาคำตอบที่หลากหลายหรืออาจมีคำตอบที่หลากหลายอย่างสมเหตุสมผล รวมไปถึงการสร้างปัญหาใหม่จากปัญหาเดิมและหาแนวทางการหาคำตอบที่มีความเป็นกรณีทั่วไป

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544, หน้า 27) กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้หาคำตอบเปิดกว้าง มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ หรือมีวิธีการหรือแนวทางหาคำตอบได้หลายวิธี

ศศิธร แม่นสงวน (2555, หน้า 199) กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิด เป็นปัญหาที่มีหลายคำตอบ มีแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบได้หลายอย่าง เป็นปัญหาที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และศักยภาพของนักเรียน

จากความหมายของปัญหาปลายเปิดที่กล่าวมา ผู้วิจัยได้สรุปว่า ปัญหาปลายเปิด เป็นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ถูกสร้างขึ้นเพื่อให้มีวิธีการแก้ปัญหาหรือมีคำตอบที่หลากหลายอย่างสมเหตุสมผล

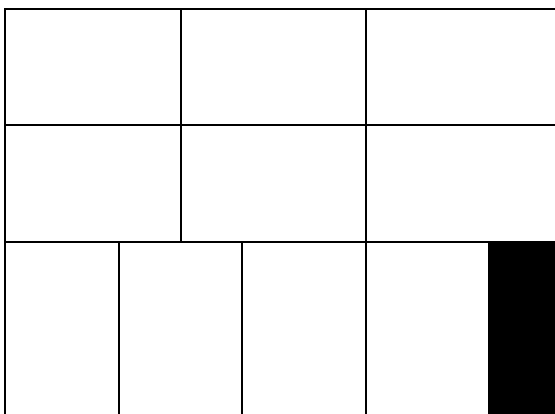
2. ประเภทของปัญหาปลายเปิด

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547, หน้า 6-8) ได้จำแนกปัญหาปลายเปิดออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาปลายเปิดที่มีลักษณะเป็นกระบวนการเปิด เป็นปัญหาที่มีแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เช่น

นักเรียน 37 คน ต้องการทำการ์ัดวันเกิดสำหรับคุณครู ในที่ประชุมตกลงกันว่าจะช่วยกันทำการ์ัด โดยพวกเขาต้องทำการ์ัดขนาดเล็กเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีขนาดยาว 15 เซนติเมตร และกว้าง 10 เซนติเมตร จากกระดาษแผ่นใหญ่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาว 45 เซนติเมตร และกว้าง 35 เซนติเมตร ปัญหาคือ จะทำการ์ัดแผ่นเล็กจากแผ่นใหญ่ได้กี่แผ่น

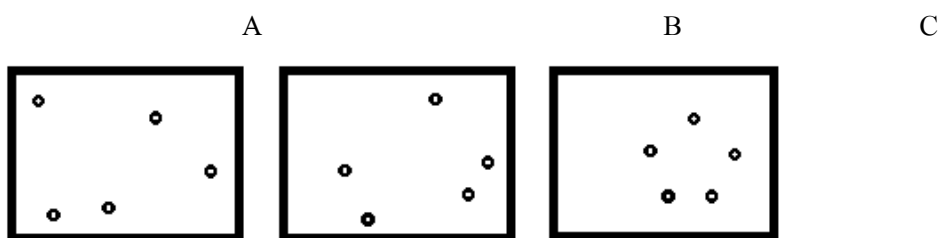
สำหรับปัญหานี้ นักเรียนอาจใช้วิธีแบ่งแผ่นกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่กำหนดให้ออกเป็นทำการ์ัดขนาดเล็กแล้วลองเรียงกันให้ได้ดังภาพที่ 2-2



ภาพที่ 2-2 นำเสนอปัญหาแบ่งแผ่นกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

หรือนักเรียนอาจใช้วิธีคำนวณ $(35 \times 45) \div (15 \times 10)$ ได้คำตอบเป็น 10.5 หรือนักเรียนบางคนอาจคำนวณจาก $(7 \times 9) \div (3 \times 2)$ โดยหารใช้อัตราส่วน ซึ่งแนวทางการหาคำตอบที่หลากหลายจะทำให้นักเรียนดำเนินกิจกรรมได้ตามความสามารถและความสนใจ อีกทั้ง ถ้านักเรียนได้อภิปรายแนวความคิดซึ่งกันและกันจะทำให้ทำให้นักเรียนมีกระบวนการแก้ปัญหาที่ดีกว่าเดิม

2. ปัญหาปลายเปิดที่มีลักษณะเป็นผลลัพธ์เปิด เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องหลากหลายคำตอบขึ้นอยู่กับความเหมาะสมและความสมเหตุสมผลของคำตอบที่นักเรียนได้นำเสนอเช่น ปัญหาก้อนหิน

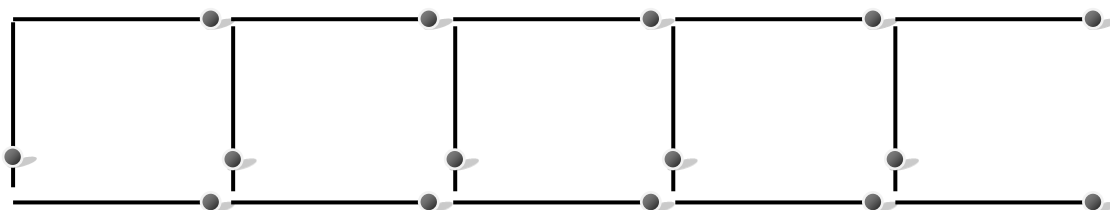


ภาพที่ 2-3 นำเสนอปัญหาก้อนหิน

ภาพนี้แสดงการกระจายของก้อนหินที่โยน โดยนักเรียน 3 คน นักเรียน A นักเรียน B และนักเรียน C ในเกมนักเรียนคนใดที่มีก้อนหินกระจายน้อยที่สุดจะเป็นผู้ชนะ

ในการแก้ปัญหา อาจทำได้หลายวิธี เช่น การวัดพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยม หรือการวัดความยาวของส่วนของเส้นตรงทั้งหมด หรืออาจใช้การวัดรัศมีของวงกลมที่เล็กที่สุดที่รวมจุดทั้งหมดในการกระจาย วิธีต่าง ๆ อาจมีทั้งข้อดีและข้อเสีย ครูควรจะช่วยให้นักเรียนมองเห็นทั้งข้อดีและข้อเสียเพื่อพัฒนาไปสู่แนวทางการหาคำตอบที่เป็นกรณีทั่วไปจากแนวทางต่าง ๆ ที่ได้เสนอมา

3. แนวทางการพัฒนาปัญหาเปิดเป็นการสร้างปัญหาใหม่ด้วยการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขหรือองค์ประกอบของปัญหาเดิม ซึ่งเรียกว่า จากปัญหาสู่ปัญหา ดังตัวอย่างต่อไปนี้ เช่น “สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยใช้ไม้จีดไฟดงภาพ ถ้าต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจำนวนแปดรูป จะต้องใช้ไม้จีดไฟจำนวนเท่าใด”



ภาพที่ 2-4 การสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยใช้ไม้จีดไฟ

คำสั่ง

1. ให้นักเรียนเขียนแนวทางของการแก้ปัญหาและคำตอบของปัญหาข้างต้น
2. ให้นักเรียนสร้างปัญหาของตนเองให้คล้ายกับปัญหาข้างต้น โดยสร้างปัญหาที่หลากหลายเท่าที่นักเรียนจะทำได้ โดยที่ไม่จำเป็นต้องหาคำตอบที่ตนเองสร้างขึ้น
3. ให้นักเรียนเลือกปัญหาที่คิดว่าดีที่สุดจากปัญหาที่สร้างไว้ โดยระบุข้อที่เลือกแล้วให้เหตุผลว่าทำไมจึงคิดว่าเป็นปัญหาที่ดีที่สุด

นักเรียนอาจพัฒนาปัญหาขึ้นมาโดยการเปลี่ยนจำนวนของสี่เหลี่ยม หรืออาจเปลี่ยนเงื่อนไขจากสี่เหลี่ยมเป็นสามเหลี่ยม หรือสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน หรืออาจพัฒนาเกี่ยวกับจำนวนของสี่เหลี่ยมเมื่อกำหนดจำนวนของไม้จีดไฟ เป็นต้น

จากตัวอย่างปัญหาหลายเปิดดังกล่าวจะเห็นได้ว่า ปัญหานั้นมีทั้งแนวทางการหาคำตอบหรือคำตอบที่หลากหลาย รวมถึงการพัฒนาปัญหาเปิด ซึ่งผู้วิจัยได้นำแนวคิดของประเภทของปัญหาหลายเปิดที่มีลักษณะดังกล่าวไปประยุกต์ใช้ในการสร้างปัญหาหลายเปิดที่เกี่ยวกับเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติเพื่อนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด โดยนำปัญหาหลายเปิดซึ่งมี 3 ประเภท คือ กระบวนการเปิด ผลลัพธ์เปิด และแนวทางการพัฒนาปัญหาเปิด ไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยการนำเสนอปัญหาหลายเปิดที่เกี่ยวข้องกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ แล้วให้นักเรียนได้ร่วมกันใช้ความรู้ ในการแก้ปัญหานั้นอย่างอิสระตามความสามารถและประสบการณ์ของนักเรียน อีกทั้งผู้วิจัยใช้ปัญหาหลายเปิดในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

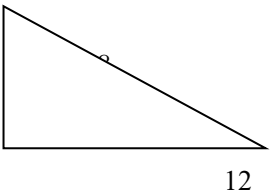
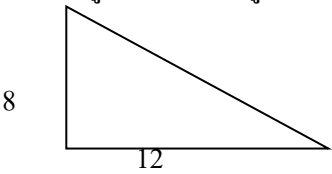
3. แนวทางการสร้างปัญหาปลายเปิด

นักการศึกษาได้กล่าวถึงแนวทางการสร้างปัญหาปลายเปิดไว้ ดังนี้

เบคเกอร์ และชิมาดะ (Becker & Shimada, 1997, pp. 28-31) ได้กล่าวถึงแนวทางในการสร้างปัญหาปลายเปิดไว้ ดังนี้

1. ครูต้องจัดเตรียมสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรเชิงปริมาณ และสามารถสังเกตหรือหาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ของตัวแปรเชิงปริมาณนั้นได้
 2. ครูต้องเปลี่ยนคำถามจากการถามหรือการพิสูจน์โดยตรงให้เป็นคำถามที่นักเรียนสามารถสังเกตเพื่อหาความสัมพันธ์นั้นได้ เช่น จากรูปที่กำหนดให้นักเรียนสามารถหาความสัมพันธ์หรือค้นพบอะไรจากการสังเกตรูปนั้นบ้าง เป็นต้น
 3. การเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎี ครูควรเสนอตัวอย่างที่หลากหลายแต่มีความสัมพันธ์เหมือนกันเพื่อให้นักเรียนได้สังเกตและตั้งคำถาม ซึ่งจะนำไปสู่การคาดเดาหลักการหรือทฤษฎีนั้น ๆ จากตัวอย่างที่ครูนำเสนอ
 4. แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลในรูปแบบ ลำดับ หรือตาราง แล้วตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนได้สังเกตเห็นเป็นรูปธรรมมากขึ้น แล้วค้นหาความสัมพันธ์หรือกฎทางคณิตศาสตร์
 5. แสดงตัวอย่างที่หลากหลายและสามารถจัดกลุ่มของตัวอย่างนั้น ๆ ได้ แล้วชี้ให้นักเรียนสังเกตถึงกลุ่มตัวอย่างนั้น เพื่อนำไปสู่ลักษณะเฉพาะทั่วไปของกลุ่มตัวอย่างนั้น ๆ
 6. แสดงกลุ่มสถานการณ์ปัญหาหรือตัวอย่างทั่ว ๆ ไป แล้วถามนักเรียนถึงกระบวนการแก้ปัญหา เงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอ สามารถนำเสนอสมบัติหรือวิธีที่เป็นไปได้มาใช้แก้ปัญหาได้อะไร
 7. แสดงตัวอย่าง สถานการณ์เชิงกึ่งคณิตศาสตร์ ที่หลากหลายและมีบางสิ่งที่แตกต่างกัน แล้วถามนักเรียนถึงความแตกต่างนั้นจากการสังเกต เพื่อให้นักเรียนใช้คณิตศาสตร์ในการอธิบาย
 8. แสดงให้นักเรียนเห็นถึงโครงสร้างทางพีชคณิตและจำนวนอย่างง่ายเพื่อให้นักเรียนค้นหาสูตรที่เป็นจริงและสอดคล้องกับข้อมูลนั้น
- ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544, หน้า 28) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาที่เป็นแบบฝึกหัดซึ่งนักเรียนทำอยู่เป็นประจำที่เป็นปัญหาปลายปิด ที่มีคำตอบหรือวิธีการหาคำตอบอย่างเฉพาะเจาะจง สามารถพัฒนาปรับปรุงให้เป็นงานที่มีกระบวนการ และท้าทายยิ่งขึ้นกว่าเดิม โดยปรับเปลี่ยนขยายให้เป็นปัญหาปลายเปิด โดยมีวิธีการ เช่น ตัดเงื่อนไขบางประการออกไป การย้ายคำถาม การเพิ่มข้อมูลที่ไม่จำเป็นเข้าไปในปัญหา ดังตารางที่ 2-3

ตารางที่ 2-3 ตัวอย่างปัญหาปลายเปิด

ปัญหาปลายปิด	ปัญหาปลายเปิด
1. $(2+6)-3=?$	1. สร้างจำนวนใดได้บ้างจาก 2, 3 และ 6
2. $3 \times 5 = ?$	2. จงสร้างคำถามให้มีคำตอบเป็น 15
3. จงหาจำนวนต่อไปของลำดับ 1, 2, 4, ...	3. จงอธิบายว่าจำนวนต่อไปของลำดับ 1, 2, 4, ... ควรจะเป็นจำนวนใด
4. จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม	4. จงสร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมรูปนี้
	
5. เราเรียกรูปที่มีห้าด้านว่ารูปอะไร	5. เราสามารถสร้างรูปเรขาคณิตอะไรได้บ้างจากส่วนของเส้นตรงห้าเส้น
6. จงเขียนกราฟของ	6. จงสำรวจศึกษากราฟของ $y = ax + b$ สำหรับค่าต่าง ๆ ของ a และ b
1) $y = 3x + 5$	
2) $y = 2x - 1$	
3) $y = 7 - x$	
7. ตุ๊กตา 12 ตัว จัดใส่ถุง ถุงละ 3 ตัว จัดได้กี่ถุง	7. มีตุ๊กตา 12 ตัว จัดใส่ถุง ถุงละเท่า ๆ กันได้กี่ถุง ถุงละกี่ตัว

สุนีย์ เงินยวง (2546, หน้า 34) ได้กล่าวถึงแนวทางการเปลี่ยนคำถามหรือการสร้างคำถามปลายเปิด ดังนี้

1. คำถามปลายเปิดควรเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เพื่อแสดงให้เห็นนักเรียนเห็นความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ เช่น การตัดสินใจในการเลือกซื้อสินค้าจากร้าน 2 ร้าน โดยมีเงื่อนไขของราคาสินค้า
2. คำถามที่ใช้ควรสร้างให้หลากหลายทั้งวิธีการคิดและคำตอบ
3. คำถามนั้นควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนได้ฝึกการสื่อสารและถ่ายทอดความคิดหรือวิธีการออกมาให้ครูได้ทราบเพื่อวิเคราะห์ถึงข้อบกพร่องแล้วนำไปพัฒนานักเรียนต่อไปตามความสามารถของนักเรียนอย่างเต็มที่และเหมาะสม

4. การสร้างคำถามปลายเปิดนั้นจะต้องมีความชัดเจนในเรื่องของภาษาที่ใช้

5. คำถามปลายเปิดควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สื่อความเข้าใจในเรื่องนั้น ๆ อย่างอิสระ และเต็มความสามารถ ตามกาลเวลาที่เหมาะสม

จากแนวทางการสร้างปัญหาปลายเปิดที่กล่าวมา ผู้วิจัยได้สรุปแนวทางการสร้างปัญหาปลายเปิดดังนี้ โดยจัดเตรียมสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องและสัมพันธ์กับเนื้อหา ปรับเปลี่ยนหรือขยายปัญหาให้มีความน่าสนใจและมีกระบวนการหรือคำตอบที่หลากหลาย ซึ่งผู้วิจัยได้สร้างปัญหาที่มีหลากหลายแนวคิดหรือการสร้างปัญหาที่มีหลากหลายคำตอบ และสร้างปัญหาที่เกี่ยวข้องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ให้นักเรียนได้ฝึกคิดวิเคราะห์แก้ปัญหา โดยสร้างปัญหาปลายเปิดที่มี 3 ลักษณะ คือ กระบวนการเปิด ผลลัพธ์เปิดและการพัฒนาปัญหาเปิด เพื่อนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และใช้ในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

นักการศึกษาได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ดังนี้

วิจารณ์ พานิช (2557) กล่าวว่า บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแบบเปิด มีดังนี้

1. เปิดประตุนักเรียนสู่การเรียนรู้ที่ขับเคลื่อนด้วยตัวนักเรียนเอง
2. ส่งเสริมดูแลเอาใจใส่ให้นักเรียนได้แก้ปัญหาและ/หรือสร้างสรรค์ ภายใต้อารมณ์ของใจอย่างทั่วถึงและต่อเนื่อง โดยการหล่อเลี้ยงแรงขับจั้งประเด็นตั้งคำถามเพิ่มลดหรือปรับประสบการณ์ สนับสนุนอำนวยความสะดวกดูแลความเรียบร้อย แนะนำ ช่วยเพิ่มลดหรือปรับทรัพยากรฯลฯ เพื่อให้นักเรียนได้นำความรู้ความสามารถ ที่สะสมอยู่ออกมาใช้ให้มากที่สุดจนเกิดการสร้างความรู้ความสามารถชุดใหม่ขึ้น (Constructionism) จากการลองผิดลองถูกเปลี่ยนมุมมองและหาทางให้ถึงที่สุดด้วยตนเอง (Heuristics) และพร้อมๆกันนั้นครูยังช่วยจัดวางวิธีบันทึกความคิด ความรู้สึก ความเข้าใจ บันทึกวิธีการ บันทึกผลลัพธ์ที่สัมพันธ์กับวิธีการช่วยตั้งคำถามช่วยตั้งประเด็นให้นักเรียน สังเกตเห็นและประเมินวิธีสร้าง ความเข้าใจและวิธีทำของตนเองในการแก้ปัญหาหรือการ สร้างสรรค์นั้น ๆ (Metacognition)

3. ประเมินนักเรียนในขณะที่เรียนรู้ โดยการมีสติตั้งใจฟังสังเกตและรู้สึกอย่างละเอียดอ่อนลับไวและแม่นยำ เพื่อหยั่งให้ถึงภาวะการนำความรู้ความสามารถออกมาใช้ ภาวะ การสร้างความรู้ความสามารถชุดใหม่แรงบันดาลใจวิธีการเรียนรู้วิธีการเรียนรู้ อารมณ์เข้าใจ ขอบเขตและคุณภาพของความเข้าใจพลังความสามารถและ ข้อจำกัดของนักเรียนแต่ละคนใน

ขณะที่กำลังเรียนรู้ผ่านการแก้โจทย์ หรือการสร้างสรรค์ภายใต้เงื่อนไขของโจทย์ เป็นการประเมิน เพื่อพัฒนาอย่างนับพันทันทีไม่ใช่การประเมินเพื่อตัดสิน

4. ตอบสนองต่อผลการประเมินนั้นอย่างเหมาะสมและทันเวลา โดยการตั้งคำถามจับ ประเด็นให้คำแนะนำ ให้ตัวอย่างอำนวยความสะดวก ฯลฯ ที่เหมาะสมกับนักเรียนแต่ละคนอย่าง สงบ มีสติในจังหวะที่เหมาะสมทันทีเพื่อช่วยให้นักเรียนหลุดจากภาวะติดขัดหรือการเข้าใจผิด หรือช่วยให้นักเรียนเข้าสู่การเรียนรู้ที่กว้างขวาง ลึกซึ้งมากขึ้นและดำเนินการแก้ปัญหาหรือ สร้างสรรค์ต่อไปได้อย่างราบรื่น

5. จับเคลื่อนและปรับพฤติกรรมนักเรียนด้วยวิธีการเชิงบวก เมื่อมีนักเรียนบางคนที่ไม่ อยู่ในภาวะพร้อมเรียนหรือติดขัดอย่างมากหรือมีพฤติกรรมที่ไม่ส่งเสริมการเรียนรู้ หรือรบกวน การเรียนรู้ของเพื่อน ครูจะจับเคลื่อนและปรับพฤติกรรมนักเรียนนั้นด้วยวิธีการเชิงบวก ทั้งนี้ เพื่อรักษาแรงจูงใจด้านบวกของนักเรียนคนนั้นและรักษา บรรยากาศเชิงบวกของชั้นเรียนเอาไว้ให้ ต่อเนื่อง

นภาพร วรเนตรสุดาทิพย์ และคณะ (2552, หน้า 78-79) กล่าวว่า ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกให้กับนักเรียน ครูจัดเตรียมสื่อและสภาพแวดล้อมให้น่าเรียน ใช้คำถามและคำพูดเพื่อ กระตุ้นความคิด นักเรียนมีอิสระทางความคิด กระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาได้หลากหลายและ แตกต่างกัน ครูใช้การสังเกต การตรวจชิ้นงาน การนำเสนอผลงานหน้าชั้นครูบันทึกสิ่งที่เกิดใน ชั้นเรียน ครูมีบทบาทร่วมสรุปและให้แนวความรู้เสริมบ้างในช่วงทำกิจกรรม แต่จะเป็นนักเรียน ลงมือเอง คิดแก้ปัญหาด้วยตนเอง

ศิริสุกร์ ศิริโชคชัยตระกูล และคณะ (2554, หน้า 138) กล่าวว่า ครูมีบทบาทสำคัญอย่าง ยิ่งในการอำนวยความสะดวกโดยการเตรียมกิจกรรม เตรียมสื่อเพื่อใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้ การเรียนรู้ ที่ดีและคงทนย่อมเกิดจากนักเรียนเองดังนั้นครูจะไม่แนะแนวทางในการแก้ปัญหาหรือ หาคำตอบให้กับนักเรียน แต่จะกระตุ้นให้นักเรียนได้เกิดประเด็นที่สงสัย อยากรู้ นำไปสู่ กระบวนการคิดที่หลากหลายเพื่อนำไปสู่คำตอบนั้น

จากบทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่กล่าวมา ผู้วิจัย ได้สรุปว่า บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดมีดังนี้ 1) อำนวยความสะดวกให้กับนักเรียนในการทำกิจกรรม 2) ใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนเกิดแนวคิดในการ แก้ปัญหา 3) สังเกตพฤติกรรมนักเรียนและปรับพฤติกรรมนักเรียนในเชิงบวก เมื่อนักเรียนไม่พร้อม เรียนรู้ 4) ไม่แนะแนวทางการแก้ปัญหาให้กับผู้เรียน 5) ร่วมกันสรุปและเสริมแนวความรู้

ข้อดีของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

นักการศึกษาได้กล่าวถึงข้อดีของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ดังนี้ ชาวาคะ (Sawada, 1997, pp. 23-24) ได้กล่าวถึงข้อดีของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ดังนี้

1. นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียน มีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้และได้แสดงความคิดเห็นอย่างอิสระ
2. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างกว้างขวาง
3. นักเรียนที่มีความสามารถต่ำจะมีโอกาสได้แลกเปลี่ยนความรู้หรือแนวทางการแก้ปัญหาของตนเองกับนักเรียนคนอื่น ๆ
4. นักเรียนทุกคนจะได้รับการกระตุ้นและมีแรงจูงใจภายใน ในการเรียนรู้
5. นักเรียนจะได้ประสบการณ์มากจากการได้รับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นและได้ยอมรับแนวคิดที่แปลกใหม่ที่ไม่เคยรู้มาก่อน

นอกจากนี้ยังมีผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่ได้กล่าวถึงข้อดีของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดดังนี้

สมควร สีสชมพู, ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และเกียรติ แสงอรุณ (ม.ป.ป., หน้า 3) ได้กล่าวไว้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิด จะช่วยกระตุ้นให้นักเรียนได้สะท้อนแนวคิดของตนในการทำกิจกรรมโดยผ่านปัญหาปลายเปิดและยังช่วยให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าการเรียนแบบเดิม

เกษม เปรมประยูร, สุชาติ ลอยฟ้า และไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2554, หน้า 30) ได้ศึกษาการพัฒนาภาษาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดทำให้นักเรียนสามารถพัฒนาภาษาทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนสามารถใช้ภาษาของนักเรียนเองในการอธิบายและให้เหตุผลได้รวมทั้งสื่อถึงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาในกลุ่มย่อยและภาษาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไม่ได้เป็นคำศัพท์ที่เป็นทางการแต่เป็นภาษาที่นักเรียนใช้ในชีวิตประจำวันประกอบไปด้วยแนวคิดทางคณิตศาสตร์การเขียนแสดงแนวคิดด้วยภาพและการใช้ท่าทางของนักเรียน

ปิยภรณ์ สิริมา และปสาสน์ กงตาล (2554, หน้า 91) ได้ศึกษาการสำรวจความคิดเห็นเกี่ยวกับการใช้วัตกรรมการศึกษาชั้นเรียน (Lesson study) และวิธีการแบบเปิด (Open approach) รายวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 พบว่ารูปแบบการสอนที่ใช้วัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดรายวิชาคณิตศาสตร์ช่วยให้ฝึกกระบวนการคิดการแก้ปัญหาอย่างมี

เหตุผลและรูปแบบการสอนช่วยให้เกิดกระบวนการคิดอย่างเป็นระบบมีความคิดเห็นในระดับมากที่สุดความคิดเห็นเกี่ยวกับวิธีการแบบเปิดของนักเรียนพบว่านักเรียนภาคภูมิใจที่ได้แสดงความคิดเห็นภายในกลุ่มซึ่งเป็นความคิดเห็นในระดับมากที่สุดรองลงมาคือนักเรียนชอบเมื่อได้ทำกิจกรรมที่มีสื่ออุปกรณ์อย่างหลากหลายและนักเรียนรู้สึกหวาดกลัวไม่มั่นใจเมื่อครูเรียกไปทำกิจกรรมหน้าชั้นเรียนซึ่งอยู่ในระดับน้อยที่สุด

จากข้อดีของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการแบบเปิดดังกล่าวสรุปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีแบบเปิดนั้นจะช่วยให้ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนมากขึ้น ผู้เรียนมีอิสระในการคิด มีโอกาสได้ใช้ความรู้และประสบการณ์ในการเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น และนักเรียนมีพลังแรงกระตุ้นหรือแรงจูงใจในการเรียนมากขึ้นทำให้เกิดการเรียนรู้ได้ดีอีกทั้งนักเรียนยังได้มีโอกาสได้แลกเปลี่ยนความรู้ ความคิดเห็นกับนักเรียนคนอื่น

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

สสวท. (2550, หน้า 7) เสนอว่า ความสามารถการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/ กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

เวชฤทธิ์ อังกะนัทธจร (2555, หน้า 109) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหาก็จะต้องประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดให้ในปัญหานั้น ๆ

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 112) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ ปัญหาของคน ๆ หนึ่งอาจไม่ใช่ปัญหาของอีกคนหนึ่ง ในการแก้ปัญหาจะต้องมีการวางแผนการรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ การกำหนดสารสนเทศที่ต้องการเพิ่มเติม มีการแสดงความคิดเห็นเสนอแนะแนวทางวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และทดสอบวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

ครูลิก และเรย์ (Kruilik & Reys, 1980 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 39) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นการทำงานโดยใช้กระบวนการที่ยังไม่ทราบมาก่อนล่วงหน้าในการหาคำตอบของปัญหา การแก้ปัญหาเป็นทักษะ ซึ่งเป็นความสามารถพื้นฐาน

ในการทำความเข้าใจปัญหาและการหาคำตอบของปัญหา และกระบวนการ ซึ่งเป็นวิธีหรือขั้นตอนการทำงานที่มีการวิเคราะห์และวางแผนโดยมีการใช้เทคนิคต่าง ๆ ประกอบ

จากความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา ผู้วิจัยได้สรุปว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการในการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และประสบการณ์เดิม เพื่อนำไปใช้ในการหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

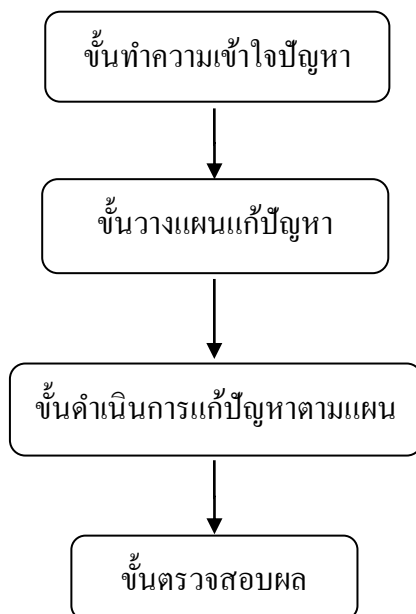
กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จัดเป็นเป้าหมายสูงสุดของการสอนคณิตศาสตร์ โดยมุ่งที่กระบวนการในการแก้ปัญหาหรือการดำเนินการแก้ปัญหา (ชมานาด เชื้อสุวรรณทวิ, 2542, หน้า 100) ซึ่งในปัจจุบันมีนักเรียนจำนวนมากไม่รู้ว่าจะต้องดำเนินการแก้ปัญหานั้นอย่างไร ดังนั้นครูควรปลูกฝังให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับกระบวนการแก้ปัญหานั้นยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย คือ กระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยา (สวาท., 2555, หน้า 7-9) ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินใจว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาและระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูล และเงื่อนไข ในการทำความเข้าใจปัญหานักเรียนต้องพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน โดยใช้วิธีต่าง ๆ ช่วยในการทำความเข้าใจ เช่นการเขียนภาพ การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเอง
2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา และเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา
3. ขั้นดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจนแล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาใหม่
4. ขั้นตรวจสอบผล ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลและกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา แล้วพิจารณาว่ามีคำตอบหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหายังอื่นอีกหรือไม่ สำหรับผู้เรียนที่คาดเดาคำตอบ

ก่อนลงมือปฏิบัติก็สามารถเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่คาดเดาและคำตอบจริงในขั้นตอนนี้ได้

จากขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้นตอน ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ที่ได้กล่าวมานั้น สามารถสรุปได้เป็นแผนภาพดังนี้



ภาพที่ 2-5 แผนภาพกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

ขนาด เชื้อสุวรรณทิว (2542, หน้า 101) กล่าวว่า กระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย

1. ความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้แก้ปัญหจะต้องมีความสามารถในการตีความทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้แยกออกจากกัน จะต้องมองปัญหาให้ชัดเจนว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการ อะไรคือสิ่งที่เราคาดหวังว่าจะพบ และเรามีข้อมูลอะไรอยู่แล้วบ้าง การเขียนภาพอาจจะช่วยให้เราเข้าใจปัญหานั้น ๆ ให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

2. ความสามารถในการวางแผนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหจะต้องค้นหาว่าข้อมูลต่าง ๆ เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างไร สิ่งที่ยังไม่รู้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่รู้แล้วอย่างไร แล้วหาวิธีแก้ปัญหาโดยนำกฎเกณฑ์ หลักการ ทฤษฎีมาใช้ประกอบข้อมูลที่มีอยู่แล้วเสนอออกมาในรูปของวิธีการ

3. ความสามารถในการคำนวณ หมายถึงความสามารถในการหาคำตอบที่ถูกต้อง สมบูรณ์ที่สุดของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยวิธีการตามแผนที่วางไว้ ผู้แก้ปัญหาจะต้องรู้จักวิธีการคำนวณที่เหมาะสมด้วย

จากกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา ผู้วิจัยนำแนวคิดการแก้ปัญหาของ โพลยามาใช้เนื่องจากมีลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ชัดเจน ซึ่งสรุปกระบวนการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นการวิเคราะห์ปัญหาเพื่อให้เข้าใจว่าสิ่งที่ต้องการ ทราบคืออะไร มีข้อมูลและเงื่อนไขคืออะไรบ้าง จะแก้ปัญหาตามข้อมูลและเงื่อนไขที่มีได้หรือไม่ รวมถึงเงื่อนไขที่ให้มาเพียงพอที่จะหาสิ่งที่ต้องการได้หรือไม่

2. ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นการเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลและเงื่อนไขกับสิ่งที่ ต้องการทราบ แล้วพิจารณาว่ามีวิธีการแก้ปัญหาใดบ้างที่ถูกต้องเหมาะสมและสอดคล้องกับข้อมูล เงื่อนไขในปัญหานั้น ๆ ซึ่งอาจมีวิธีแก้ปัญหาที่ถูกต้องเหมาะสมหลากหลายวิธี

3. ขั้นการดำเนินการตามแผน เป็นขั้นการลงมือทำงานตามแผนที่วางไว้ และมีการ ตรวจสอบแต่ละขั้นย่อย ๆ ของงานที่ทำว่าถูกต้องหรือไม่

4. ขั้นการตรวจสอบย้อนกลับ เป็นขั้นการสรุปและตรวจสอบคำตอบที่ได้ ว่าสอดคล้อง กับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่

แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ศศิธร แม้นสงวน (2555, หน้า 171-172) กล่าวว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถใน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ครูอาจจะทำได้โดยให้นักเรียนฝึกการวิเคราะห์ และทำความเข้าใจปัญหา วางแผนการทำงาน ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบคำตอบและความ สมเหตุสมผลในกระบวนการแก้ปัญหา อาจใช้เทคนิคต่าง ๆ ประกอบการคิด เช่น การทำผัง ความคิด การทำแผนภูมิ การทำตาราง การคิดย้อนกลับ การวาดภาพ ในการจัดการเรียนรู้ ครูจะต้อง ให้โอกาสนักเรียนได้มีโอกาสคิดด้วยตนเองให้มาก โดยจัดสถานการณ์หรือปัญหา หรือเกมที่ น่าสนใจ การท้าทายความคิด ครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับนักเรียนในแต่ละกลุ่ม นักเรียนบางกลุ่มอาจต้องใช้ปัญหาที่ซับซ้อนหรือมากกว่าที่กำหนดไว้ในหลายหลักสูตร ในการ พัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะกระบวนการแก้ปัญหา ครูต้องสร้างพื้นฐานให้นักเรียนเกิดความคุ้นเคยกับ กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ได้แก่

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ซึ่งนักเรียนจะต้องมีทักษะการแปล ความหมายทางภาษา การอ่าน โจทย์ปัญหา เพราะถ้านักเรียนอ่านแล้วแปลความหมายไม่ได้ ก็ไม่ สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ นักเรียนควรจะต้องแยกแยะสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการได้

2. ชั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่สำคัญที่สุด ที่ต้องอาศัยความรู้ ความเหมาะสมในการวางแผนแก้ปัญหา เช่น การเขียนแผนภาพ ตาราง การสังเกตหาแบบรูปหรือการหา

ความสัมพันธ์ ในบางปัญหาอาจใช้การคาดการณ์ การคาดเดาคำตอบ ครูต้องสอนขั้นตอนนี้ให้มาก

3. ชั้นดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล

4. ชั้นตรวจสอบหรือการคิดย้อนกลับ ต้องอาศัยในการคำนวณ การประมาณคำตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่หาได้โดยอาศัยความรู้เชิงจำนวนหรือความรู้เชิงปริภูมิ ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ในการจัดการเรียนรู้ ครูสามารถใช้กิจกรรมเพื่อให้นักเรียน ได้เรียนรู้้อย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยกำหนดประเด็นให้คิดหาคำตอบเป็นลำดับเรื่อยไป จนนักเรียนสามารถหาคำตอบได้

บาร์ดี (Baroody, 1993, pp. 2-3 อ้างถึงใน ศศิธร แม้นสงวน, 2555, หน้า 168) ได้กล่าวถึงการสอนการแก้ปัญหาไว้ 3 แนวทาง ได้แก่

1. การสอนโดยใช้การแก้ปัญหา (Teaching by using problem solving) เป็นการสอนที่มุ่งเน้นการประยุกต์ใช้เช่นกัน แนวทางนี้จะใช้ปัญหาเป็นสื่อในการเรียนรู้แนวคิดใหม่ เชื่อมโยงแนวคิดพัฒนาทักษะและสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือใช้ปัญหาในการศึกษาเนื้อหา คณิตศาสตร์กับโลกที่เป็นจริง และใช้ปัญหาในการแนะนำทำความเข้าใจเนื้อหา บางครั้งใช้ปัญหาเป็นการกระตุ้นให้เกิดการอภิปราย การใช้ความรู้ในการแก้ปัญหา

2. การสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนที่เน้นยุทธวิธีการแก้ปัญหาโดยทั่วไป โดยปกติแล้วมักใช้รูปแบบการแก้ปัญหของโพลยา ซึ่งมี 4 ขั้นตอน

3. การสอนการแก้ปัญหา (Teaching for problem solving) เป็นการสอนที่เน้นการประยุกต์ใช้ มักใช้กับปัญหาในชีวิตจริงและสถานการณ์ที่กำหนด นักเรียนสามารถประยุกต์และฝึกใช้ โหมดโนทัศน์และทักษะที่เรียนรู้มาแล้ว เป็นการสอนเนื้อหาสาระหรือทักษะต่าง ๆ ก่อน แล้วจึงเสนอตัวอย่างปัญหา นักเรียนได้รับการฝึกขั้นตอนย่อย ๆ ก่อนที่จะแก้ปัญหา แนวทางนี้ไม่ได้มุ่งเพียงการเรียนรู้ขั้นตอนที่หลากหลาย แต่ยังเรียนรู้การประยุกต์ใช้ความเข้าใจในบริบทที่หลากหลาย

สสวท. (2555, หน้า 145-150) เสนอว่า การเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหานั้นเป็นแนวทางหนึ่งที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการเรียนการสอนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์โดยผ่าน การแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับวัยและพัฒนาการของนักเรียน และให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหด้วยตนเองตามขั้นตอนสำรวจสืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบายและสรุปในกรณีทั่วไปของนักเรียนเอง ซึ่งการเรียนการสอนโดยผ่านปัญหานั้นจะช่วยให้ นักเรียนมีแนวทางในการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น

ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ซึ่งเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน ได้นานตลอดชีวิต โดยปัญหาที่จะช่วยส่งเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์นั้นควรมีลักษณะ ดังนี้

1. ปัญหาที่ดึงดูดความสนใจและท้าทายความสามารถของนักเรียน เป็นปัญหาที่ไม่ง่าย และไม่ยากจนเกินไป เพราะถ้าง่ายเกินไปอาจไม่ดึงดูดความสนใจและไม่ท้าทายแต่ถ้ายากเกินไปจะทำให้นักเรียนท้อถอยก่อนที่จะแก้ปัญหาได้สำเร็จ

2. ปัญหาที่แปลกใหม่และปัญหาที่ไม่คุ้นเคย เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาก่อน เพราะถ้านักเรียนเคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาก่อนแล้วปัญหานั้นก็จะเป็นปัญหาที่ไม่น่าสนใจอีกต่อไป อย่างไรก็ตามสำหรับปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย ครูอาจดัดแปลงหรือกำหนดสถานการณ์ขึ้นใหม่หรือเปลี่ยนแง่มุมของคำถามให้ต่างไปจากเดิม เพื่อให้กลายเป็นปัญหาที่แปลกใหม่สำหรับนักเรียนก็ได้

3. ปัญหาที่มีสถานการณ์ทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่น ๆ เป็นปัญหาที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบ และมีประสบการณ์ในการเชื่อมโยงแนวคิดของศาสตร์อื่น ๆ ตลอดจนเพื่อให้นักเรียนเห็นคุณค่าว่าคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในบริบทอื่น ๆ นอกเหนือจากคณิตศาสตร์ได้

4. ปัญหาในสถานการณ์จริง เป็นปัญหาในสถานการณ์จริง ที่เหมาะกับวัยและระดับพัฒนาการของนักเรียน ซึ่งนักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ การได้ลงมือแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง จะช่วยให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกทักษะกระบวนการด้านการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ตลอดจนได้เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าสามารถประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้อีกด้วย

5. ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

6. ปัญหาที่ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธี เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนเลือกใช้และปรับยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมได้หลากหลาย ตลอดจนเพื่อให้ผู้เรียนตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี

7. ปัญหาที่ส่งเสริมการสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบาย และตัดสินใจข้อสรุปในกรณีทั่วไป เป็นปัญหาที่ช่วยให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการสำรวจ รวบรวมข้อมูล ค้นหาความสัมพันธ์ และแบบรูปที่จะนำไปสู่การสร้างข้อความคาดการณ์ ตรวจสอบข้อความคาดการณ์ และตัดสินใจข้อสรุปในกรณีทั่วไปได้ด้วยตนเอง

8. ปัญหาที่ส่งเสริมขั้นตอนการพัฒนาความคิดของนักเรียนเพื่อนำไปสู่ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เป็นปัญหาที่ส่งเสริมขั้นตอนการพัฒนาความคิดของนักเรียนเพื่อนำไปสู่ความคิดริเริ่ม

สร้างสรรค์ ซึ่งประกอบด้วย การคิด กำหนดปัญหาให้ชัดเจน การคิดหาคำตอบที่หลากหลาย การคิดพิจารณาไตร่ตรอง วิเคราะห์อย่างถี่ถ้วน รอบคอบและสมเหตุสมผล และการตัดสินใจ เพื่อให้นักเรียนได้มีประสบการณ์และคุ้นเคยกับกระบวนการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ที่ถูกต้อง

9. ปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิด และนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสและอธิบายนำเสนอแนวคิดของตนเองได้อย่างอิสระ เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกทักษะในการคิด การให้เหตุผล การสื่อสาร ตลอดจนช่วยให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์เหล่านั้นได้ชัดเจนยิ่งขึ้นด้วย

10. ปัญหาที่ใช้ภาษาที่เหมาะสมกับวัยและระดับพัฒนาการของนักเรียน เป็นปัญหาที่ควรใช้ภาษาที่เหมาะสมกับวัยและระดับพัฒนาการของนักเรียน เพื่อไม่ให้นักเรียนต้องมีปัญหากับภาษาที่ใช้

11. ปัญหาที่มีข้อมูลขาดหาย มีข้อมูลเกิน มีข้อมูลที่ขัดแย้งกันบ้างหรืออาจมีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบ หรือไม่มีคำตอบเลย เป็นปัญหาที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกคิดเกี่ยวกับปัญหา ตัดสินใจได้ว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหาหรืออะไรเป็นสิ่งที่กำหนดมาให้มา มีข้อมูลเพียงพอที่จะแก้ปัญหาได้หรือไม่ หรือมีข้อมูลเกินหรือขัดแย้งกันบ้างหรือไม่ ตลอดจนเพื่อให้นักเรียนตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์อาจมีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบ หรือไม่มีคำตอบเลย นอกจากนี้ สสวท. ได้เสนอข้อควรคำนึงในการจัด การเรียนการสอนของครูมีดังนี้

1. ครูควรตระหนักถึงพัฒนาการของนักเรียนว่าเป็นเรื่องที่ต้องฝึกให้นักเรียนได้คิดและลงมือปฏิบัติจนเกิดความสามารและความชำนาญตามวัยและระดับพัฒนาการของนักเรียน

2. ครูควรให้นักเรียนได้มีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง และต้องใช้เวลาเพื่อให้นักเรียนเกิดทักษะนั้น ควรมีการบูรณาการกับการสอนเนื้อหา และยกตัวอย่างเกร็ดความรู้ต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นถึงลักษณะของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

3. ครูควรวิเคราะห์และวางแผนสถานการณ์ปัญหาหรือกิจกรรมในแต่ละขั้นตอนอย่างรอบคอบเพื่อให้นักเรียนได้มีการใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนครูควรมีความมั่นใจในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน

จากที่กล่าวมา สรุปได้ว่า การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาจำเป็นต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับนักเรียน และเป็นกิจกรรมการเรียนรู้โดยผ่านปัญหาให้นักเรียนได้ฝึกคิด ซึ่งปัญหาที่ใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้นั้นควรใช้ปัญหาที่มีความท้าทาย ดึงดูดความสนใจของนักเรียน เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างอิสระและส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้ยุทธวิธีที่หลากหลาย และให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดของตนเองรวมถึงความเหมาะสมของวัยและพัฒนาการของนักเรียนด้วย

การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้กล่าวถึงการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ ศศิธร แม้นสงวน (2555, หน้า 171) กล่าวว่า การวัดความสามารถการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดกระบวนการที่จะได้มาซึ่งคำตอบจากสถานการณ์ของปัญหาที่นักเรียนพบ จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่แบบทดสอบจะมาจากสถานการณ์ที่มีความหลากหลายเพื่อให้ให้นักเรียนได้แสดงให้เห็นถึงกระบวนการในการแก้ปัญหาที่แตกต่างไปจากเดิม

สสวท. (2546, หน้า 21, 69) เสนอว่า การวัดผลและประเมินผลทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการตรวจสอบคุณภาพของนักเรียนด้วยวิธีการที่หลากหลาย ซึ่งอาจเน้นการวัดด้านความรู้ ความคิด ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ เพื่อให้ได้ข้อมูลที่เพียงพอและตรงตามความเป็นจริง แล้วจึงประเมินผลที่ได้เพื่อสรุปผลงานที่นักเรียนปฏิบัติตามสภาพจริงที่ได้กำหนดไว้ในหลักสูตร อีกทั้งยังได้เสนอว่า การวัดผลและประเมินผลด้วยแบบวัดหรือแบบทดสอบ ในรูปแบบการแสดงวิธีทำ ในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงวิธีการแก้ปัญหาหรือเขียนคำตอบอย่างอิสระ จึงใช้ประเมินได้ครอบคลุมทั้งวิธีการคิด การวางแผนอย่างเป็นขั้นตอน การใช้ความรู้ความสามารถ และประสบการณ์ด้วย ซึ่งนักเรียนอาจใช้วิธีการที่หลากหลาย หรือเลือกใช้วิธีใดวิธีหนึ่ง หรือหลายวิธี ประกอบกันในการแก้ปัญหานั้น อีกทั้งแบบวัด หรือแบบทดสอบในรูปแบบการแสดงวิธีทำ สามารถตรวจให้คะแนนอย่างเป็นปรนัยได้ และควรสร้างแบบวัดให้มีสถานการณ์ปัญหาเพื่อได้คำตอบที่สะท้อนถึงความรู้ความเข้าใจ และการนำไปใช้ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนอย่างครอบคลุม ในแต่ละขั้นตอนอย่างชัดเจน

จากคำกล่าวของนักการศึกษาที่กล่าวมา สรุปได้ว่า การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นการวัดขั้นตอนหรือกระบวนการของการได้มาซึ่งคำตอบ อาจมีขั้นตอนหรือกระบวนการของการได้มาของคำตอบที่หลากหลายขึ้นอยู่กับแนวคิดและความสมเหตุสมผลในการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาไม่ควรใช้แบบวัดผลสัมฤทธิ์ ควรเน้นที่กระบวนการแก้ปัญหของนักเรียน และมีสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายแตกต่างจากเดิม ซึ่งในงานวิจัยครั้งนี้ได้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จึงได้มุ่งเน้นวัดกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นขึ้นอยู่กับ

วัตถุประสงค์ของการประเมินว่าครูต้องการประเมินพัฒนาการของทักษะกระบวนการของนักเรียนในด้านใดและจะเลือกใช้เกณฑ์การประเมินในลักษณะใดเพื่อให้สอดคล้องกับทักษะกระบวนการนั้น ๆ เกณฑ์การประเมินแบบรูบริกเป็นที่นิยมและมีการให้คะแนนที่ชัดเจน มีทั้งเกณฑ์แบบองค์รวมและแบบแยกส่วน เกณฑ์แบบองค์รวมนั้นเป็นการให้คะแนนที่ประเมินนักเรียนโดยการกำหนดระดับคะแนนและระบุรายละเอียดของระดับคะแนนนั้น ๆ เพื่อประเมินนักเรียนในด้านความรู้ ทักษะกระบวนการเป็นภาพรวมโดยไม่มีการแบ่งแยกเป็นด้าน ๆ และเกณฑ์แบบแยกส่วนนั้นเป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบหรือกระบวนการที่ต้องการประเมิน เช่น การประเมินกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถแยกได้เป็น ด้านการทำความเข้าใจปัญหา ด้านการวางแผนแก้ปัญหา ด้านการดำเนินการตามแผนและด้านการตรวจสอบย้อนกลับ เป็นต้น ดังตัวอย่างเกณฑ์ต่อไปนี้

1. ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic rubric)

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 218) ได้กล่าวถึง ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบองค์รวม ดังตารางที่ 2-4

ตารางที่ 2-4 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบองค์รวมของ
สิริพร ทิพย์คง

คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
5	สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่ชัดเจน อธิบายขั้นตอนที่ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง
4	สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง ทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้องและมีการอธิบายคำตอบนั้น
3	สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง แต่มีการคิดคำนวณผิดพลาดเล็กน้อย
2	สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ ถึงแม้จะยังไม่ได้คำตอบ
1	สำหรับการแสดงความพยายามในการแก้ปัญหาบ้าง แต่ไม่แสดงความก้าวหน้าในการหาคำตอบที่ถูกต้อง
0	สำหรับการไม่ได้แสดงความพยายามในการแก้ปัญหาเลย

สสวท. (2546, หน้า 73) ได้กล่าวถึงตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบองค์รวม ดังตารางที่ 2-5

ตารางที่ 2-5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบองค์รวมของ สสวท.

คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
5	คำตอบถูกต้องและแสดงวิธีทำที่มีประสิทธิภาพ โดยแสดงถึงการคิดอย่างเป็นระบบและการคิดวิเคราะห์
3	คำตอบถูกต้องและแสดงวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์
2	คำตอบไม่ถูกต้อง แต่แสดงวิธีทำถูกต้อง
1	คำตอบไม่ถูกต้อง มีการแสดงวิธีทำแต่ยังไม่สมบูรณ์
0	คำตอบไม่ถูกต้อง และแสดงวิธีทำไม่ถูกต้อง

2. ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกส่วน (Analytic rubric)

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 218-220) กล่าวถึงตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 1) การทำความเข้าใจปัญหา 2) การวางแผนในการแก้ปัญหา และ 3) การดำเนินการตามแผนและคำตอบที่ได้ ดังตารางที่ 2-6

ตารางที่ 2-6 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบแยกส่วน ของสิริพร ทิพย์คง

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
การทำความเข้าใจปัญหา	4	สำหรับความเข้าใจในโจทย์ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2	สำหรับความเข้าใจปัญหาในแต่ละส่วนของโจทย์ปัญหา
	0	สำหรับความเข้าใจในโจทย์ปัญหาผิด
การวางแผนในการแก้ปัญหา	4	สำหรับการวางแผนแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ซึ่งจะนำไปสู่การได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง
	2	สำหรับการวางแผนการแก้ปัญหบางส่วนได้ถูกต้อง

ตารางที่ 2-6 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
การดำเนินการตามแผนและคำตอบที่ได้	0	สำหรับการไม่มีความพยายามที่จะแก้ปัญหาหรือการวางแผนไม่เหมาะสม
	3	สำหรับการดำเนินการตามแผนและคำตอบที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2	สำหรับการดำเนินการตามแผนถูกต้องแต่คำตอบผิด
	1	สำหรับการคิดคำนวณไม่ถูกต้อง หรือยกจำนวนมาคิดไม่ถูกต้อง (ขาดความรอบคอบ ทำให้ลอกโจทย์มาคิดผิด) หรือมีบางส่วนของคำตอบถูก
	0	สำหรับคำตอบที่ผิดหรือไม่มีคำตอบ

สสวท. (2546, หน้า 105-106) ได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบแยกส่วน ดังตารางที่ 2-7

ตารางที่ 2-7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบแยกส่วน ของ สสวท.

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. การทำความเข้าใจปัญหา	3 (ดี)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาส่วนใหญ่ไม่ถูกต้อง

ตารางที่ 2-7 (ต่อ)

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
3. การใช้วิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี)	-นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	-นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องเป็นบางครั้ง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้得不ถูกต้อง
4. การสรุปคำตอบ	3 (ดี)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์
	2 (พอใช้)	- สรุปคำตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- ไม่มีการสรุปคำตอบ

จากตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกที่กล่าวมา ผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกส่วน (Analytics rubric) ซึ่งเป็นเกณฑ์การให้คะแนนตามองค์ประกอบย่อยหรือแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหา ในการให้คะแนนแบบแยกส่วน จะสามารถประเมินนักเรียนได้ในแต่ละองค์ประกอบหรือแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหาและสะท้อนผลถึงจุดเด่น จุดด้อยของนักเรียนได้ว่านักเรียนควรปรับปรุงในด้านใดบ้าง

โดยเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหามองหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย

- 1) ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา
- 2) ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา
- 3) ขั้นการดำเนินการตามแผน
- และ 4) ขั้นการตรวจสอบย้อนกลับ ดังตารางที่ 2-8

ตารางที่ 2-8 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหามองหาคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา	2	- เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการได้และแสดงข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้อง ครบถ้วนสมบูรณ์
	1	- เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ แต่แสดงข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องบางส่วน หรือ - เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการไม่ถูกต้อง แต่แสดงข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้อง ครบถ้วนสมบูรณ์

ตารางที่ 2-8 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
ขั้นการวางแผน แก้ปัญหา	0	- เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการและข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดไม่ถูกต้อง หรือ - ไม่ร่องรอยในการทำความเข้าใจปัญหา
	2	- เขียนแนวทางแก้ปัญหา แสดงการเชื่อมโยงข้อมูลหรือเงื่อนไขกับสิ่งที่ต้องการได้ถูกต้อง ครบถ้วนสมบูรณ์
	1	- เขียนแนวทางแก้ปัญหา แสดงการเชื่อมโยงข้อมูลหรือเงื่อนไขกับสิ่งที่ต้องการได้ถูกต้องบางส่วน
ขั้นการดำเนินการ ตามแผน	0	- เขียนแนวทางการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้อง หรือ - ไม่มีร่องรอยในการวางแผนแก้ปัญหา
	2	- ดำเนินการแก้ปัญหตามแนวทางที่วางไว้สำเร็จ ถูกต้องสมบูรณ์
	1	- ดำเนินการแก้ปัญหตามแนวทางที่วางไว้สำเร็จบางส่วน
ขั้นการตรวจสอบ ย้อนกลับ	0	- ดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือ - ไม่มีร่องรอยในการดำเนินการแก้ปัญหา
	2	- มีการตรวจสอบคำตอบกับข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด และคำตอบสอดคล้องกับข้อมูลหรือเงื่อนไข
	1	- มีการตรวจสอบคำตอบกับข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด แต่คำตอบไม่สอดคล้องกับข้อมูลหรือเงื่อนไขนั้น
	0	- ตรวจสอบคำตอบไม่ถูกต้อง หรือ - ไม่มีร่องรอยในการตรวจสอบคำตอบ

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

ความหมายของความคิดสร้างสรรค์และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้ให้ความหมายของความคิดสร้างสรรค์และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

ทอเรนซ์ (Torrance, 1962, p. 16) ได้ให้ความหมายของความคิดสร้างสรรค์ว่าเป็น กระบวนการของความรู้สึกละไหวต่อปัญหาหรือสิ่งที่บกพร่องหายไป หรือสิ่งที่ไม่ประสานกัน และไหวต่อการแยกแยะ ไหวต่อการคิดหาวิธีแก้ปัญห ไหวต่อการคาดเดาหรือตั้งสมมติฐานที่เกี่ยวกับข้อบกพร่องต่อจากนั้นก็ทำการรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ เพื่อทดสอบสมมติฐานนั้น

กิลฟอร์ด (Guilford, 1967 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2554, หน้า 66) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์ เป็นลักษณะการคิดที่แปลกใหม่แตกต่างจากความคิดง่าย ๆ ธรรมดาหรือความคิดที่ไม่ซ้ำกับคนอื่น เป็นลักษณะการคิดที่เกิดขึ้นครั้งแรกที่ไม่มีใครเคยนึกมาก่อนและเป็นความคิดที่เป็นผลประโยชน์ต่อตนเองและคนอื่น ส่วนความคิดสร้างสรรค์เป็นความคิดเอกนัย คือ ความคิดหลายทิศทาง หลายแง่มุม คิดกว้างไกล ลักษณะความคิดเช่นนี้จะนำไปสู่ความคิดการประดิษฐ์สิ่งแปลกใหม่ รวมทั้งการคิดวิธีแก้ปัญหาก็สำเร็จด้วย

ครูลิก และรูดนิค (Krulik & Rudnick, 1993, p. 5) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นความคิดที่เป็นต้นฉบับ สะท้อนสิ่งต่างๆและสร้างผลงานที่ซับซ้อน ซึ่งรวมถึงการสังเคราะห์แนวคิดการสร้างแนวคิดที่แปลกใหม่ และการประยุกต์ใช้แนวคิดเหล่านั้น

ลีคังซูป, ฮวงดง จู และโซ จองจิน (Lee, Hwang, & Seo, 2003, p. 167) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งเป็น 2 ลักษณะ คือ 1) ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถทางปัญญาที่ก่อให้เกิดการคิดสร้างสรรค์ 2) ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่เน้นการสร้างผลงานสิ่งใหม่ ๆ

สุรัช อินทสังข์ (2546, หน้า 37-38) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เป็นการมองเห็นและการแก้ปัญหได้ด้วยวิธีการที่แตกต่างจากเดิม หลากหลายในมุมมอง หลากหลายแนวคิด

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 64) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นความคิดระดับสูง หมายถึงความสามารถของนักเรียนในการคิดออกนอกกรอบความคิดเดิมที่มีอยู่ ทำให้ได้แนวทางใหม่ ๆ ที่ไม่เคยมีมาก่อน จึงเป็นความคิดที่ถูกสร้างขึ้นใหม่โดยไม่มีกรลอกเรียนแบบความคิดอื่น ๆ เป็นความสามารถในการคิดแปลกใหม่ หาแนวทางใหม่ ๆ ในการแก้ปัญห และนำแนวคิดมาผสมผสานเป็นแนวคิดใหม่ที่แตกต่างจากเดิม

สสวท. (2550, หน้า 114) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์ เป็นกระบวนการคิดที่อาศัยความรู้พื้นฐาน จินตนาการ และวิจารณญาณในการพัฒนาหรือคิดค้นองค์ความรู้หรือประดิษฐ์สิ่งใหม่ ๆ ที่มีคุณค่าและเป็นประโยชน์ต่อตนเองและสังคม

เวทฤทธิ์ อังกนะภักทรขจร (2555, หน้า 127) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์ หมายถึง ความสามารถทางความคิดที่มีลักษณะเป็นต้นฉบับแปลกใหม่แตกต่างไปจากเดิมคิดนอกกรอบ คิดหลากหลายทิศทาง มองเห็นสิ่งต่าง ๆ ในแง่มุมใหม่ ๆ โดยอาศัยความรู้พื้นฐาน จินตนาการ และวิจารณญาณของแต่ละบุคคล

ประสาร มาลากุล ณ อยุธยา (2545, หน้า 16) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์ เป็นความคิดที่มุ่งแก้ปัญหาหรือประดิษฐ์คิดค้นในแนวทางที่แปลกใหม่แตกต่างจากเดิมและมีคุณค่าเป็นประโยชน์

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 114) กล่าวว่า การคิดสร้างสรรค์ เป็นกระบวนการใช้ความคิด จินตนาการประยุกต์ เพื่อนำไปสู่การคิดค้นสิ่งประดิษฐ์ที่แปลกใหม่ที่คนอื่น ๆ คาดไม่ถึงหรือมองข้าม

จากความหมายของความคิดสร้างสรรค์และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวสรุปได้ว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิด การแก้ปัญหาที่มีลักษณะการคิดที่แปลกใหม่แตกต่างไปจากเดิม เป็นการคิดที่สามารถคิดได้หลากหลายทิศทาง หลากหลายแง่มุม โดยอาศัยความรู้และประสบการณ์ ทำให้เกิดสิ่งแปลกใหม่ที่เป็ประโยชน์

องค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้กล่าวถึงองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ กิลฟอร์ด (Guilford, 1967 อ้างถึงใน กรมวิชาการ, 2535, หน้า 9-10) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นความสามารถของบุคคลที่ใช้ในการแก้ปัญหา เป็นการคิดที่ก่อให้เกิดสิ่งต่าง ๆ ใหม่ ๆ เป็นความสามารถของบุคคลที่จะประยุกต์ใช้กับงานหลาย ๆ ชนิด ซึ่งประกอบด้วย 4 ลักษณะ ต่อไปนี้

1. ความคิดริเริ่ม (Originality) หมายถึงความคิดลักษณะแปลกใหม่ต่างจากความคิดธรรมดาความคิดริเริ่มเกิดจากการเอาความรู้เดิมมาดัดแปลงและประยุกต์ให้เกิดเป็นสิ่งใหม่ขึ้น เป็นลักษณะที่เกิดขึ้นเป็นครั้งแรก ต้องอาศัยลักษณะความกล้าคิด กล้าลอง เพื่อตอบความคิดของตนบ่อยครั้งต้องอาศัยความคิดจินตนาการ หรือที่เรียกว่า ความคิดจินตนาการประยุกต์ คือไม่ใช่คิดเพียงอย่างเดียวแต่จำเป็นต้องคิดสร้างและหาทางทำให้เกิดผลงานด้วย

ความคิดริเริ่มนั้นสามารถอธิบายได้ตามลักษณะดังนี้ คือ

1.1 ลักษณะทางกระบวนการ คือ เป็นกระบวนการคิด และสามารถต่างความคิดจากของเดิมไปสู่ความคิดแปลกใหม่ ที่ไม่ซ้ำกับของเดิม

1.2 ลักษณะของบุคคล คือ บุคคลที่มีความคิดริเริ่ม จะเป็นบุคคลที่มีเอกลักษณ์ของตนเอง เชื่อมมั่นในตนเอง กล้าคิด กล้าลอง กล้าแสดงออก ไม่ขลาดกลัวต่อความไม่แน่นอน หรือคลุมเครือ แต่เต็มใจและยินดีที่จะประเชิญและเสี่ยงต่อสภาพดังกล่าว บุคคลที่มีความคิดสร้างสรรค์ จึงเป็นบุคคลที่มีสุขภาพจิตดีด้วย

1.3 ลักษณะทางผลิตผล คือ ผลงานที่เกิดจากความคิดริเริ่ม จึงเป็นงานที่แปลกใหม่ที่ไม่เคยปรากฏมาก่อน มีคุณค่าต่อตนเอง และเป็นประโยชน์ต่อสังคมส่วนรวม คุณค่าของงานจึงมีตั้งแต่ระดับต้นเช่นผลงานที่เกิดจากความต้องการของตนเองโดยไม่คำนึงถึงคุณภาพของงาน และค่อย ๆ พัฒนาขึ้นโดยเพิ่มทักษะบางอย่าง ต่อมาจึงเป็นชิ้นงานประดิษฐ์ ซึ่งเป็นสิ่งที่คิดค้นใหม่ซ้ำกับใคร นอกจากนั้นก็พัฒนางานประดิษฐ์ให้ดีขึ้นจนเป็นขั้นสูงสุด

2. ความคิดคล่อง (Fluency) หมายถึงความสามารถของบุคคลในการคิดหาคำตอบได้อย่างคล่องแคล่วรวดเร็ว และมีคำตอบในปริมาณมากในเวลาจำกัด แบ่งออกเป็น

2.1 ความคิดคล่องแคล่วทางด้านถ้อยคำ (Word fluency) ซึ่งเป็นความสามารถในการใช้ถ้อยคำอย่างคล่องแคล่วนั่นเอง

2.2 ความคิดคล่องแคล่วทางการโยงสัมพันธ์ (Associational fluency) เป็นความสามารถที่คิดหาถ้อยคำที่เหมือนกันหรือคล้ายกันได้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ ภายในเวลาที่กำหนด

2.3 ความคิดคล่องทางการแสดงออก (Expressional fluency) เป็นความสามารถในการใช้ลีหรือประโยค คือความสามารถที่จะนำคำมาเรียงกันอย่างรวดเร็วเพื่อให้ได้ประโยคที่ต้องการ

2.4 ความคล่องแคล่วในการคิด (Ideational fluency) เป็นความสามารถที่จะคิดสิ่งที่ต้องการภายในเวลาที่กำหนด เป็นความสามารถอันดับแรกในการที่จะพยายามเลือกเฟ้นให้ได้ความคิดที่ดีและเหมาะสมที่สุด จึงจำเป็นต้องคิด คิดออกมาให้ได้มากหลายอย่างและแตกต่างกัน แล้วจึงนำเอาความคิดที่ได้ทั้งหมดมาพิจารณาแต่ละอย่างเปรียบเทียบกับกันว่าความคิดอันใดจะเป็นความคิดที่ดีที่สุด

3. ความยืดหยุ่นในการคิด (Flexible) หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการคิดหาคำตอบได้หลายประเภทและหลายทิศทาง แบ่งออกเป็น

3.1 ความคิดยืดหยุ่นที่เกิดขึ้นทันที (Spontaneous fluency) เป็นความสามารถที่จะพยายามคิดได้หลายอย่างอย่างอิสระ

3.2 ความคิดยืดหยุ่นทางการดัดแปลง (Adaptive fluency) เป็นความสามารถที่จะคิดได้หลากหลายและสามารถดัดแปลงจากสิ่งหนึ่งไปเป็นหลายสิ่งได้

4. ความคิดละเอียดลออ (Elaboration) คือความคิดในรายละเอียดเพื่อตกแต่งหรือขยายความคิดหลักให้ได้ความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ความคิดละเอียดลออเป็นคุณลักษณะที่จำเป็นในการสร้างผลงานที่มีความแปลกใหม่ให้สำเร็จ

อารี พันธุ์ณี (2545, หน้า 35) กล่าวว่า องค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ 4 ประการ ดังนี้

1. ความคิดริเริ่ม (Originality) หมายถึง ลักษณะความคิดที่แปลกใหม่ แตกต่างจากความคิดธรรมดาหรือความคิดง่าย ๆ ความคิดริเริ่มหรือเรียกว่า Wild idea เป็นความคิดที่เป็นประโยชน์ต่อตนเองและสังคม

2. ความคิดคล่องตัว (Fluency) หมายถึง ปริมาณความคิดที่ไม่ซ้ำกันในเรื่องเดียว

3. ความคิดยืดหยุ่น (Flexibility) หมายถึง ประเภทหรือแบบของความคิด

4. ความคิดรอบคอบและละเอียดลออ (Elaboration) หมายถึง คุณลักษณะที่จำเป็นในการสร้างผลงานที่มีความแปลกใหม่เป็นพิเศษให้สำเร็จ

กรมวิชาการ (2535, หน้า 10) เสนอว่า พฤติกรรมที่เป็นความคิดสร้างสรรค์นี้ เป็นความสามารถด้านหนึ่งของชาวปัญญา เป็นการคิดหลายทิศทาง (Divergent thinking) ที่ประกอบด้วยความคิดริเริ่ม ความคล่องในการคิด ความยืดหยุ่นในการคิด และความคิดละเอียดลออ

จากองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว สรุปได้ว่า องค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์นั้น ประกอบด้วย 4 องค์ประกอบ คือ

1. ความคิดคล่อง เป็นความสามารถในการคิดหาคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาได้ปริมาณมากและรวดเร็ว ภายในเวลาที่กำหนด

2. ความคิดยืดหยุ่น เป็นความสามารถในการแสดงกลุ่มแนวคิดในการแก้ปัญหา หรือแสดงคำตอบได้หลากหลายกลุ่มแนวคิด

3. ความคิดริเริ่ม เป็นความสามารถในการคิดที่มีลักษณะแปลกใหม่ที่ไม่เหมือนใคร แสดงความเป็นต้นแบบในการคิดแก้ปัญหา

4. ความคิดละเอียดลออ เป็นความสามารถในการคิดที่มีการนำเสนอหรืออธิบายแนวคิดได้อย่างละเอียดชัดเจน

หลักการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้เสนอหลักการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

กรมวิชาการ (2535, หน้า 16-17) เสนอว่า การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์อาจทำได้ทั้งทางตรง โดยการสอนและฝึกอบรม หรือทางอ้อม โดยการจัดบรรยากาศและสภาพแวดล้อมที่ส่งเสริมความเป็นอิสระในการเรียนรู้ หลักการส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ในทางอ้อมมีดังนี้

1. ยอมรับคุณค่าและความสามารถของบุคคลอย่างไม่มีเงื่อนไข
2. แสดงและเน้นให้เห็นว่าคุณค่าและสามารถนำไปใช้ให้เกิด

ประโยชน์

3. ให้ความเข้าใจและเห็นใจในตัวของเขาและความรู้สึกของเขา
4. อย่าพยายามกำหนดแบบเพื่อให้ทุกคนมีความคิดและบุคลิกภาพเดียวกัน
5. อย่าสนับสนุนหรือให้รางวัลเฉพาะผลงานที่มีผู้ทดลองทำเป็นที่ยอมรับกันแล้ว

ควรให้ผลงานแปลกใหม่มีโอกาสได้รับรางวัลและคำชมเชยบ้าง

6. ส่งเสริมให้ใช้จินตนาการของตนเอง โดยยกย่องชมเชยเมื่อมีจินตนาการที่แปลก

และมีคุณค่า

7. กระตุ้นและส่งเสริมให้เรียนรู้ด้วยตนเองอย่างต่อเนื่องอยู่เสมอ
8. ส่งเสริมให้ถามและให้ความสนใจต่อคำถาม รวมทั้งชี้แนะแหล่งคำตอบ
9. ตั้งใจและเอาใจใส่ความคิดแปลก ๆ ของเขาด้วยใจเป็นกลาง

10. พึงระลึกเสมอว่า การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์จะต้องใช้เวลาและค่อยเป็นค่อยไป

นอกจากนี้กรมวิชาการยังได้เสนอว่า บรรยากาศที่ก่อให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ควรเป็นบรรยากาศที่เต็มไปด้วยการยอมรับและการกระตุ้นให้แสดงความคิดเห็นอย่างอิสระ จะช่วยให้เขาได้พบความคิดใหม่ ๆ และสามารถพัฒนาศักยภาพด้านความคิดสร้างสรรค์ให้เจริญก้าวหน้าตามขีดความสามารถของเขา แต่เราก็ไม่สามารถคอยให้เขาเกิดความคิดสร้างสรรค์ขึ้นเอง จำเป็นต้องกระตุ้นและส่งเสริมด้วยวิธีการและเทคนิคต่าง ๆ

ศศิธร แม้นสงวน (2555, หน้า 199-201) กล่าวว่า การช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของนักเรียนนั้น ครูควรจัดกิจกรรมหรือใช้ปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดสามารถบอกแนวคิดและแสดงเหตุผลได้ คำตอบที่หาได้อาจมากกว่าหนึ่งคำตอบ ขึ้นอยู่กับความสมเหตุสมผล ครูไม่ควรดูเฉพาะคำตอบที่ถูกต้องเท่านั้น เมื่อนักเรียนได้คำตอบ ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนหาคำตอบหรือแนวคิดอื่น ๆ ครูต้องแสดงให้นักเรียนตระหนักถึงการให้ความสำคัญกับแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบนั้น ด้วยการส่งเสริมและยอมรับแนวคิดหรือวิธีการอย่าง

หลากหลายของนักเรียน การให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลาย ๆ อย่าง เป็นสิ่งที่มีคุณค่ามากกว่าการให้นักเรียนมีประสบการณ์การแก้ปัญหาหลาย ๆ ปัญหาโดยใช้แนวคิดหรือวิธีการเพียงอย่างเดียว นอกจากนี้การให้นักเรียนได้มีโอกาสสร้างสถานการณ์ปัญหาขึ้นเอง โดยอาศัยประสบการณ์ของนักเรียนที่ได้จากการแก้ปัญหาที่คล้ายกัน เป็นการช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหาอย่างแท้จริง และการสอนให้เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์มีแนวทาง ดังนี้

1. เพิ่มจุดมุ่งหมายของการสอนพฤติกรรมสร้างสรรค์ลงในการสอนทุกครั้ง และจัดหา กิจกรรมการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายนั้น
2. ใช้กลวิธีกระตุ้นความคิดสร้างสรรค์แบบต่าง ๆ ในการฝึกนักเรียน
3. ในการทำงานหรือการถามคำถามควรเป็นงานหรือเป็นคำถามที่ไม่จำกัดความคิดว่ามีเพียงหนึ่งคำตอบเท่านั้นที่ถูกต้อง เปิดโอกาสให้นักเรียนอธิบายถึงงานหรือคำตอบของนักเรียนด้วย
4. ในการประเมินความก้าวหน้าของความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนควรให้คะแนนอย่างน้อยที่สุด คือ ความคิดคล่อง ความยืดหยุ่น ความเป็นต้นตำรับและการแสดงรายละเอียด
5. อาจเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมกันตั้งเกณฑ์การประเมินชิ้นงานซึ่งเป็นผลผลิตจากความคิดสร้างสรรค์ขึ้นมา แทนที่จะใช้เกณฑ์ของครูเพียงฝ่ายเดียว

อัมพร ม้าคะนอง (2547, หน้า 105-107) กล่าวว่า การพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในวิชาคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ทำได้ไม่ถนัดนัก เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับสัญลักษณ์ที่หวัดดูรูปธรรมแทนได้ยาก การคิดออกนอกกรอบความคิดทางคณิตศาสตร์นั้นจึงทำได้ยากตามไปด้วย อย่างไรก็ตาม นักการศึกษาคณิตศาสตร์ได้เสนอแนวคิดว่าการลดกรอบความคิด เงื่อนไข และข้อจำกัดของปัญหาหรือกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่ให้นักเรียนทำ จะช่วยให้นักเรียนคิดอย่างมีอิสระมากขึ้น ซึ่งจะทำให้การคิดริเริ่มสร้างสรรค์เกิดขึ้นได้ นอกจากนี้ ครูลิกและรูดนิก ได้เสนออีกหนึ่งแนวคิดว่า หากต้องการพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ครูไม่ควรจบการแก้ปัญหาเพียงเพราะได้คำตอบที่ต้องการ แต่ควรขยายปัญหานั้นให้มากกว่าคำตอบที่ได้ เพื่อที่จะกระตุ้นให้นักเรียนคิดวิเคราะห์และสร้างสรรค์ โดยลักษณะของคำถามหรือกิจกรรมที่เหมาะสมกับการพัฒนาการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คือ 1) การให้หาทางเลือกหรือวิธีการแก้ปัญหาเดิมที่แตกต่างจากวิธีทั่ว ๆ ไป (What's another why ?) และ 2) การให้สถานการณ์ที่นักเรียนต้องตัดสินใจ โดยใช้ความคิดและประสบการณ์ส่วนตัว (What's would you do ?) ซึ่งจากแนวคิดและการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ที่กล่าวมา จะเห็นได้ว่า ลักษณะของการจัดกิจกรรมเป็นส่วนสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะของนักเรียน นักเรียนอาจไม่คุ้นเคยในการทำกิจกรรมลักษณะดังกล่าว แต่หากได้รับการฝึกอย่างต่อเนื่อง นักเรียนจะคุ้นเคยและมีพัฒนาการดีขึ้น ครูจึงควรให้ความสำคัญกับการวางแผนเพื่อจัดกิจกรรมที่เหมาะสมกับการพัฒนาทักษะกระบวนการทาง

คณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนอย่างต่อเนื่อง เพื่อที่นักเรียนจะได้มีทักษะในการทำงานและสามารถแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากหลักการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา สรุปได้ว่า การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์นั้นสามารถทำได้ดังนี้ การจัดบรรยากาศและสภาพแวดล้อมให้เหมาะสมกับการเรียนและนักเรียนยอมรับ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่น่าสนใจและเป็นกิจกรรมที่สามารถเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างอิสระ การส่งเสริมและลดกรอบความคิดนักเรียน และครูจะต้องเข้าใจนักเรียนและเข้าใจกระบวนการคิดของนักเรียน นอกจากนี้การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์นั้น นักเรียนจะต้องได้รับการฝึกฝนอย่างต่อเนื่อง

การวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้เสนอการวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

กรมวิชาการ (2535, หน้า 48-50) เสนอว่า แบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ได้อาศัยหลักการเดียวกันกับความคิดสร้างสรรค์ทางด้านภาษาหรือศิลปะ นั่นคือเน้นให้นักเรียนได้คิดหาแนวทางหรือคำตอบได้หลากหลาย โดยมีตัวอย่างลักษณะของคำถาม ดังนี้

1. แบบให้ตั้งคำถาม เป็นลักษณะที่ต้องการให้นักเรียนได้คิดตั้งคำถามให้ได้มากที่สุดจากข้อมูลหรือเงื่อนไขที่กำหนดให้
2. แบบแบ่งครึ่งรูป เป็นลักษณะที่ต้องการให้นักเรียนได้คิดหาคำตอบ ให้ได้คำตอบที่หลากหลายจากการแบ่งครึ่งรูปเรขาคณิต
3. แบบให้เติมตัวเลข เป็นลักษณะที่ต้องการให้นักเรียนเติมตัวเลขลงในช่องว่างให้ถูกต้องและได้วิธีการมากที่สุดเท่าที่จะมากได้ ซึ่งโจทย์จะกำหนดผลลัพธ์มาให้ โดยคำถามลักษณะนี้จะคล้ายคลึงกับคำถามในลักษณะที่ 1
4. แบบสร้างรูปเรขาคณิต เป็นลักษณะที่ต้องการให้นักเรียนได้คิดสร้างรูปเรขาคณิตจากสิ่งที่กำหนด ให้ได้มากที่สุดภายในเวลาที่กำหนด
5. แบบภาพประกอบ เป็นลักษณะที่ต้องการให้นักเรียนสร้างสรรค์รูปภาพให้ได้มากที่สุดจาก Tangrams ภายในเวลาที่กำหนด

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547, หน้า 8) ได้กล่าวว่า การวัดและประเมินความหลากหลายของแนวทางคำตอบนั้น เพื่อส่งเสริมแนวทางในการคิดทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียน โดยสามารถพิจารณาจากเกณฑ์ต่อไปนี้

1. Fluency เป็นจำนวนของคำตอบหรือแนวทางในการแก้ปัญหาที่นักเรียนแต่ละคนสร้างขึ้น มีมากน้อยเพียงใด

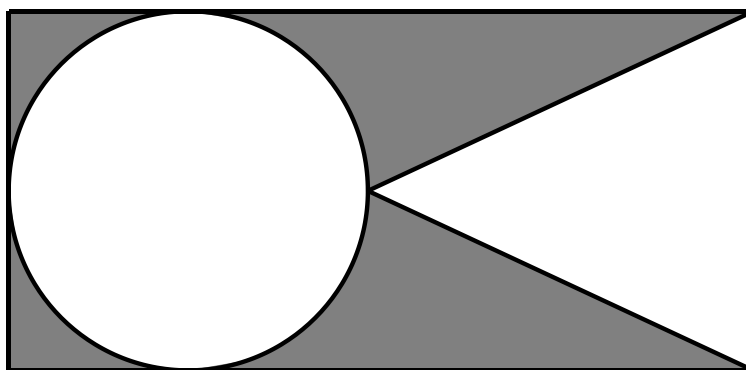
2. Flexibility เป็นความแตกต่างของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนแต่ละคนค้นพบมี
 มากน้อยเพียงใด

3. Originality เป็นระดับของความเป็นต้นแบบหรือแนวคิดริเริ่มของนักเรียนอยู่ในระดับ
 ไหน

4. Elegance เป็นระดับของการนำเสนอของแนวคิดของนักเรียนมีความชัดเจนและง่าย
 เพียงใด

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 182-183) ได้เสนอตัวอย่าง โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่วัด
 ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปต่อไป นี้ จงหาว่าพื้นที่ส่วนแรเงาเท่ากับกี่ตารางหน่วย



ภาพที่ 2-6 พื้นที่แรเงา

โดยที่สี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความกว้าง 8 หน่วยและความยาว 24 หน่วย

ในการแก้ปัญหานี้ นักเรียนอาจใช้วิธีการที่แตกต่างกัน เนื่องจากปัญหาเอื้อให้ใช้วิธีคิดได้
 หลากหลาย เช่น หาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าก่อน แล้วหาพื้นที่ของรูปวงกลมและรูปสามเหลี่ยม
 จากนั้นจึงนำไปลบออกจากพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า หรือหาพื้นที่ที่แรเงาของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู
 ทั้งสองรูป แล้วลบด้วยพื้นที่ของรูปวงกลม นอกจากนี้ นักเรียนอาจคิดวิธีอื่น ๆ ได้อีก

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดเลขโดดให้ 5 ตัว คือ 1, 2, 3, 4 และ 5 ให้ใช้เลขโดดทั้ง 5

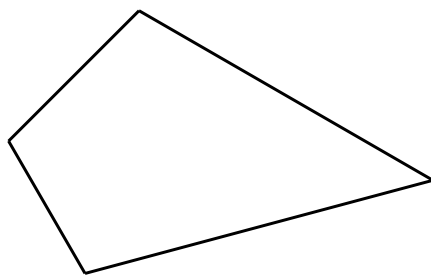
ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ตามที่กำหนดในแต่ละข้อต่อไป

โดยไม่จำเป็นต้องเรียงเลขโดดตามที่กำหนด 1) 111 2) 222 และ 3) 333

กิจกรรมนี้นอกจากจะใช้ประเมินการคิดคล่อง คิดหลากหลายและคิดยืดหยุ่นแล้ว
 ยังใช้ประเมินความรู้สึกเชิงจำนวนด้านการประมาณค่า และด้านผลลัพธ์ของการดำเนินการได้ด้วย

นักเรียนต้องประมาณคร่าว ๆ ก่อนว่า จำนวนขนาดใดบ้างที่จะรวมกันแล้วได้ผลลัพธ์ใกล้เคียงกับที่โจทย์ต้องการ ซึ่งวิธีคิดของนักเรียนจะหลากหลายตามประสบการณ์เกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ ดังตัวอย่างต่อไปนี้ $111 = 135 - 24$, $222 = 214 + 5 + 3$ และ $333 = 345 - 12$ เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 3 คุณยายมีที่ดินอยู่แปลงหนึ่ง แม้มีการระบุพื้นที่ไว้ในโฉนดที่ดิน แต่คุณยายก็มักสงสัยว่าพื้นที่จริงกับพื้นที่ในโฉนดที่ดินเท่ากันหรือไม่ เพราะที่ดินแปลงนี้เป็นมรดกตกทอดมาหลายชั่วอายุคน คุณยายจึงคิดหาวิธีที่จะวัดหาพื้นที่ของที่ดินแปลงนี้ แต่ปัญหาคือที่ดินแปลงนี้ไม่ใช่รูปเรขาคณิตที่คุณยายจะสามารถวัดความกว้างและความยาวแล้วนำมาคำนวณได้ แต่เป็นที่ดินที่มีลักษณะดังรูปข้างล่างนี้ คุณยายควรทำอย่างไร จึงจะหาพื้นที่ของที่ดินแปลงนี้ให้มีความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด มีวิธีใดบ้างที่คุณยายสามารถทำได้เอง โดยไม่ลำบากนัก



ภาพที่ 2-7 ที่ดินของคุณยาย

ในการแก้ปัญหานี้ นักเรียนต้องประมวลความรู้เรื่องรูปเรขาคณิตและการหาพื้นที่มาใช้ในการคิดก่อนที่จะลงมือคำนวณ สิ่งที่ต้องคิดก่อนคือ จะแบ่งที่ดินแปลงนี้ออกเป็นส่วน ๆ อย่างไร จึงจะวัดและคำนวณหาพื้นที่ให้มีความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด ในขณะเดียวกัน ต้องคำนึงถึงความเป็นไปได้ในบริบทที่เจ้าของสามารถวัดเองได้ ในการทำงานนักเรียนจึงต้องใช้การคิดที่หลากหลาย คิดยืดหยุ่น และคิดริเริ่ม

จากแนวทางการวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว ผู้วิจัยได้ประยุกต์ใช้แนวทางการวัดความคิดสร้างสรรค์เพื่อสร้างแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ โดยเน้นให้นักเรียนได้อาศัยประสบการณ์ ใช้ความรู้ความคิดที่หลากหลายในการแก้ปัญหา โดยใช้ปัญหาปลายเปิดหรือสถานการณ์ที่มีลักษณะที่ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ เช่น ปัญหาที่มีแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลายหรือมีคำตอบของปัญหานั้นหลากหลายคำตอบนั้นคือ โจทย์ปัญหานั้นนักเรียนจะสามารถใช้แนวคิดในการแก้ปัญหาที่หลากหลายหรือปัญหานั้นนักเรียนอาจหา

คำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ ซึ่งนักเรียนจะสามารถใช้ความรู้และประสบการณ์ของตนเอง
แก้ปัญหาได้อย่างอิสระ

เกณฑ์การประเมินความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้เสนอเกณฑ์การประเมินความคิดสร้างสรรค์
ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

กรมวิชาการ (2535, หน้า 51) เสนอว่า เกณฑ์การประเมินความคิดสร้างสรรค์ทาง
คณิตศาสตร์ ซึ่งดัดแปลงมาจากของ Torrance โดยวัดทักษะการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
3 ด้าน คือ ด้านการคิดคล่อง ด้านการคิดยืดหยุ่นและด้านการคิดริเริ่ม ดังนี้

1. เกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ด้านการคิดคล่อง
ให้คะแนนการคิดคล่อง พิจารณาจากคำตอบที่เป็นไปได้ตามเงื่อนไขของคำถาม โดยให้คะแนน
คำตอบละ 1 คะแนน ตามปริมาณคำตอบที่ไม่ซ้ำกัน

2. เกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ด้านการคิดยืดหยุ่น
ให้คะแนนการคิดยืดหยุ่น พิจารณาจากคำตอบที่เป็นไปได้ ซึ่งจะจัดกลุ่มหรือประเภทคำตอบของ
นักเรียนแต่ละคน ตามวิธีการคิดที่แตกต่างกันหรือเงื่อนไขที่กำหนดให้ โดยให้คะแนนคำตอบเป็น
กลุ่มหรือประเภทละ 1 คะแนน

3. เกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ด้านการคิดริเริ่ม
ให้คะแนนการคิดริเริ่ม พิจารณาการจากความถี่ของคำตอบของนักเรียนทั้งหมดที่เป็น
ความคิดแปลก แตกต่างไปจากธรรมดาในการตอบของกลุ่มตัวอย่าง โดยกำหนดให้คำตอบที่มี
ความถี่จากกลุ่มตั้งแต่ 2-4.99 เปอร์เซนต์ ให้ 1 คะแนน และถ้าคำตอบไม่ซ้ำกับกลุ่มเลย
ให้ 2 คะแนน แต่ถ้าความถี่ตั้งแต่ 5 เปอร์เซนต์ ขึ้นไป ให้ 0 คะแนน จะไม่ถือว่าเป็นความคิดริเริ่ม
จากนั้นนำคะแนนการคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม มารวมกันเป็น
คะแนนความคิดสร้างสรรค์

ลี และคณะ (Lee et al., 2003, pp. 168-169) กล่าวถึงเกณฑ์การประเมินความคิด
สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. ความคิดยืดหยุ่น ให้คะแนนโดยพิจารณาจากจำนวนของกลุ่มคำตอบที่นักเรียน
สามารถหาได้ โดยแต่ละข้อนักเรียนสามารถเขียนคำตอบได้มากที่สุด 15 คำตอบ เช่น ถ้าคำตอบ
ของนักเรียนสามารถจัดกลุ่มคำตอบได้ 3 กลุ่ม ดังนั้นจะได้คะแนนในด้านความยืดหยุ่นเท่ากับ 3

2. ความคิดคล่อง ให้คะแนนโดยพิจารณาจากจำนวนคำตอบที่หาได้ของแต่ละกลุ่ม
คำตอบ เมื่อนักเรียนสามารถหาคำตอบได้หลากหลายในกลุ่มคำตอบนั้น ๆ จะให้คะแนน
ได้มากที่สุด 5 คะแนนต่อหนึ่งกลุ่มคำตอบ

3. ความคิดริเริ่ม ให้คะแนนโดยพิจารณาจากคำตอบที่แปลกใหม่ ไม่เหมือนนักเรียนคนอื่น ๆ โดยมีการให้คะแนน ดังนี้

3.1 วิเคราะห์ความถี่ของคำตอบ โดยการพิจารณาจำนวนคำตอบที่เหมือนกันและจำนวนคำตอบที่แตกต่างออกไปแล้วนำคำตอบไปจัดเป็นกลุ่มย่อย ๆ

3.2 กำหนดร้อยละของความถี่ ของคำตอบนั้น ๆ เทียบกับจำนวนคำตอบทั้งหมด ให้คะแนนตามร้อยละของความถี่ของคำตอบ ดังนี้ คำตอบเหมือนกัน 3 เปอร์เซ็นต์ ขึ้นไป ให้ 0 คะแนน คำตอบเหมือนกันอยู่ระหว่าง 2 เปอร์เซ็นต์ - 3 เปอร์เซ็นต์ ให้ 1 คะแนน คำตอบเหมือนกันอยู่ระหว่าง 1 เปอร์เซ็นต์ - 2 เปอร์เซ็นต์ ให้ 2 คะแนน และคำตอบเหมือนกันต่ำกว่า 1 เปอร์เซ็นต์ ให้ 3 คะแนน

อาพันธ์ชนิต เจนจิต (2546, หน้า 245-246) กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ได้แก่ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ ดังตารางที่ 2-9

ตารางที่ 2-9 เกณฑ์การให้คะแนนพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของอาพันธ์ชนิต เจนจิต

องค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์	คะแนน/ความหมาย	การแสดงการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
ความคิดยืดหยุ่น	3 ดีมาก	แสดงแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาหรือแสดงคำตอบได้มากกว่าหนึ่งแนวคิด หรือแสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธี
	2 ดี	แสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหาที่เหมาะสมได้หนึ่งวิธี และมีสิ่งบ่งชี้ค่อนข้างชัดเจนถึงความพยายามที่จะแสวงหาแนวคิดหรือวิธีการหาคำตอบอย่างอื่นอีกในแนวทางที่ถูกต้องแต่ยังแสดงได้ไม่สมบูรณ์
	1 พอใช้	มีความพยายามที่จะแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหา มากกว่าหนึ่งแนวคิด หรือแสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหามากกว่าหนึ่งวิธี แต่ยังไม่ถูกต้อง
	0 ต้องแก้ไข	ไม่แสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาให้ได้มากกว่าหนึ่งแนวคิดหรือไม่แสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหาที่

ตารางที่ 2-9 (ต่อ)

องค์ประกอบของ ความคิดสร้างสรรค์	คะแนน/ ความหมาย	การแสดงการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
		เหมาะสมได้ มากกว่าหนึ่งวิธี
ความคิดริเริ่ม	3 ดีมาก	แสดงวิธีการคิดแก้ปัญหาที่แปลกใหม่เป็นของตนเอง แสดงถึงความเป็นต้นแบบในการคิดแก้ปัญหา
	2 ดี	นำแนวคิดในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้มาพัฒนาให้อยู่ ในแนวทางของตนเองและสามารถใช้ในการแก้ปัญหาได้
	1 พอใช้	มีสิ่งบ่งชี้บางอย่างให้เห็นแนวคิดในการแก้ปัญหาที่แปลก ใหม่
	0 ต้องแก้ไข	ไม่ปรากฏแนวคิดในการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่
ความคิด ละเอียดลออ	3 ดีมาก	นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาให้เข้าใจถึงแนวคิดในการ แก้ปัญหาได้อย่างละเอียดชัดเจน มีการใช้ตัวแบบหรือสิ่ง แทนปัญหา เช่น สิ่งของ รูปภาพ แผนภาพ ตาราง
	2 ดี	นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาให้เข้าใจถึงแนวคิดในการ แก้ปัญหาที่ครอบคลุมสาระสำคัญครบถ้วน
	1 พอใช้	นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาให้เข้าใจถึงแนวคิดในการ แก้ปัญหาได้อย่างคร่าว ๆ พอมองเห็นแนวทาง
	0 ต้องแก้ไข	ไม่สามารถนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาให้เข้าใจถึงแนวคิด ในการแก้ปัญหาได้

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2554, หน้า 116-117) กล่าวถึงตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวมของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 2-10

ตารางที่ 2-10 เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวมของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของ
 เวชฤทธิ์ อังกะภักทรจจร

คะแนน (ความหมาย)	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
4 (ดีมาก)	มีแนวคิด/ วิธีการแปลกใหม่และสามารถนำไปปฏิบัติได้ถูกต้องสมบูรณ์ และเมื่อนำไปปฏิบัติแล้วถูกต้องสมบูรณ์
3 (ดี)	มีแนวคิด/ วิธีการแปลกใหม่ที่สามารนำไปปฏิบัติได้ แต่เมื่อนำไปปฏิบัติ แล้วไม่ถูกต้อง
2 (พอใช้)	มีแนวคิด/ วิธีการไม่แปลกใหม่ แต่เมื่อนำไปปฏิบัติแล้วถูกต้องสมบูรณ์
1 (ปรับปรุง)	มีแนวคิด/ วิธีการไม่แปลกใหม่และเมื่อนำไปปฏิบัติแล้วยังไม่ถูกต้อง
0 (ไม่พยายาม)	ไม่มีผลงาน

สสวท. (2546, หน้า 145) ได้เสนอตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
 ทางคณิตศาสตร์ของชิ้นงาน ดังตารางที่ 2-11

ตารางที่ 2-11 เกณฑ์การให้คะแนนความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของ สสวท.

ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
3 (ดี)	มีแนวคิดหรือวิธีการแปลกใหม่ที่สามารนำไปปฏิบัติได้ถูกต้อง
2 (พอใช้)	มีแนวคิดหรือวิธีการไม่แปลกใหม่ แต่ไม่สามารถนำไปปฏิบัติได้ถูกต้อง สมบูรณ์
1 (ต้องปรับปรุง)	มีแนวคิดหรือวิธีการไม่แปลกใหม่ และนำไปปฏิบัติแล้วยังไม่สมบูรณ์

เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการคิดสร้างสรรค์ตามแนวคิดของกิลฟอร์ด (Guilford, 2011, อ้างถึงใน เรดเคเอช, 2554) ได้แบ่งเกณฑ์การประเมินออกเป็น 4 องค์ประกอบ ดังตารางที่ 2-12

ตารางที่ 2-12 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการคิดสร้างสรรค์ตามแนวคิดของกิลฟอร์ด

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4 (ดีมาก)	3 (ดี)	2 (พอใช้)	1 (ปรับปรุง)
คิดคล่องแคล่ว	ตอบได้ตรง ประเด็นถูกต้อง 90% ขึ้นไปในเวลา ที่กำหนด	ตอบได้ตรง ประเด็นถูกต้อง 70% ขึ้นไปในเวลา ที่กำหนด	ตอบได้ตรง ประเด็นถูกต้อง 50% ขึ้นไปในเวลา ที่กำหนด	ตอบได้ตรง ประเด็นถูกต้องต่ำ กว่า 50% ในเวลาที่ กำหนด
คิดยืดหยุ่น	จัดลักษณะ/ ประเภท/ กลุ่ม คำตอบได้อย่าง หลากหลาย	จัดลักษณะ/ ประเภท/ กลุ่ม คำตอบได้อย่าง หลากหลายได้เป็น ส่วนใหญ่	จัดลักษณะ/ ประเภท/ กลุ่ม คำตอบได้อย่าง หลากหลายได้เป็น บางส่วน	จัดลักษณะ/ ประเภท/ กลุ่ม คำตอบได้ไม่ หลากหลาย
คิดริเริ่ม	คิดแปลกใหม่ แตกต่างจากเดิม/ ดัดแปลง/ประยุกต์ และสามารถ นำไปใช้ได้ อย่างถูกต้อง	คิดแปลกใหม่ แตกต่างจากเดิม/ ดัดแปลง/ประยุกต์ และสามารถ นำไปใช้ได้ อย่างถูกต้อง เป็นส่วน ใหญ่	คิดแปลกใหม่ แตกต่างจากเดิม/ ดัดแปลง/ประยุกต์ และสามารถ นำไปใช้ได้เป็น บางส่วน	คิดแปลกใหม่ แตกต่างจากเดิม/ ดัดแปลง/ประยุกต์ และสามารถ นำไปใช้ได้ ถูกต้องเป็น ส่วน น้อย
คิดละเอียดลออ	บอกรายละเอียด เกี่ยวกับคำตอบ และเชื่อมโยง สัมพันธ์สิ่งต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง	บอกรายละเอียด เกี่ยวกับคำตอบ และเชื่อมโยง สัมพันธ์สิ่งต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง เป็นส่วนใหญ่	บอกรายละเอียด เกี่ยวกับคำตอบ และเชื่อมโยง สัมพันธ์สิ่งต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง บางส่วน	บอกรายละเอียด เกี่ยวกับคำตอบ และเชื่อมโยง สัมพันธ์สิ่งต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง เป็นส่วนใหญ่

จากตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนที่กล่าวมา ผู้วิจัยได้ประยุกต์ใช้แนวทางการให้คะแนนของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เพื่อประเมินความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประกอบด้วย 1) ด้านความคิดคล่อง 2) ด้านความคิดยืดหยุ่น 3) ด้านความคิดริเริ่ม และ 4) ด้านความคิดละเอียดลออ ดังตารางที่ 2-13

ตารางที่ 2-13 เกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
1. คิดคล่อง	3	ตอบได้ตรงประเด็นถูกต้อง 70% ขึ้นไปในเวลาที่กำหนด
	2	ตอบได้ตรงประเด็นถูกต้องตั้งแต่ 60%-69% ในเวลาที่กำหนด
	1	ตอบได้ตรงประเด็นถูกต้องตั้งแต่ 50%-59% ในเวลาที่กำหนด
	0	ไม่ตอบหรือตอบได้ตรงประเด็นถูกต้องต่ำกว่า 50% ในเวลาที่กำหนด
2. คิดยืดหยุ่น	3	แสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาหรือแสดงคำตอบได้มากกว่า 2 แนวคิด
	2	แสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาหรือแสดงคำตอบได้ 2 แนวคิด
	1	แสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาหรือแสดงคำตอบได้ 1 แนวคิด
	0	ไม่มีแนวคิดหรือคำตอบที่ถูกต้อง
3. คิดริเริ่ม	3	แสดงวิธีการคิดแก้ปัญหาที่แปลกใหม่เป็นของตนเอง แสดงถึงความเป็นต้นแบบในการคิดแก้ปัญหา
	2	นำแนวคิดในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้มาพัฒนาให้อยู่ในแนวทางของตนเองและสามารถใช้ในการแก้ปัญหาได้
	1	มีสิ่งบ่งชี้บางอย่างให้เห็นแนวคิดในการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่
	0	ไม่ปรากฏแนวคิดในการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่
4. คิดละเอียดลออ	3	นำเสนอหรืออธิบายแนวคิดได้อย่างละเอียดชัดเจนและมีการใช้รูปภาพแทนปัญหาได้สมบูรณ์
	2	- นำเสนอหรืออธิบายแนวคิดได้อย่างละเอียดชัดเจนแต่มีการใช้รูปภาพแทนปัญหาไม่สมบูรณ์หรือไม่มีการใช้รูปภาพแทนปัญหา หรือ - นำเสนอหรืออธิบายแนวคิดได้ไม่ละเอียดชัดเจนแต่มีการใช้รูปภาพแทนปัญหาได้สมบูรณ์

ตารางที่ 2-13 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
	1	นำเสนอหรืออธิบายแนวคิดได้ ไม่ละเอียดชัดเจนและมีการใช้รูปภาพแทนปัญหาแต่ไม่สมบูรณ์หรือไม่มีการใช้รูปภาพแทนปัญหา
	0	ไม่นำเสนอแนวคิดเลย

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

นภาพร วรเนตรสุคาทิพย์ และคณะ (2552) ศึกษาเรื่อง การศึกษาชั้นเรียน (Lesson study) และวิธีการแบบเปิด (Open approach): กรณีศึกษาโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น (ศึกษาศาสตร์) ระดับประถม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีอิสระในการคิดหาคำตอบด้วยตนเอง เกิดทักษะกระบวนการคิด มีความคิดที่หลากหลาย คิดเป็นระบบ คิดสร้างสรรค์และคิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล รู้จักการแก้ปัญหา มีระบบการทำงานเป็นกลุ่ม ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น มีความสุขในการทำกิจกรรม

ดนัย ถนอมจิตร (2553) ศึกษาเรื่อง การจัดการเรียนรู้โดยเน้นคำถามปลายเปิด เพื่อส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวชิรวิทย์ ฝ่ายมัธยม จังหวัดเชียงใหม่ ผลการศึกษาพบว่า ด้านความคิดคล่อง ครูควรสร้างความคุ้นเคยในการตอบคำถามปลายเปิดให้กับนักเรียนก่อน โดยใช้คำถามชี้แนะ กระตุ้นและเสริมแรงทางบวกด้านความคิดยืดหยุ่น ครูยกตัวอย่างคำตอบที่หลากหลาย เปิดโอกาสให้นักเรียนได้อภิปราย เน้นกิจกรรมกลุ่ม และการอภิปรายร่วมกัน ด้านความคิดริเริ่ม ครูควรชี้ให้นักเรียนสังเกตคำตอบที่หลากหลาย แล้วกระตุ้นให้นักเรียนคิดหรืออาจยกตัวอย่างคำตอบที่แสดงถึงความคิดริเริ่ม ด้านความคิดละเอียดลออ ครูควรชี้ให้นักเรียนตระหนักถึงความสมเหตุสมผลหรืออาจยกตัวอย่างของคำตอบที่แสดงถึงความละเอียดลออและไม่ละเอียดลออ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544) ศึกษาเรื่อง กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า 1) กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/ 75 ในระหว่างเรียนความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองค่อย ๆ พัฒนาขึ้นจากการแก้ปัญหที่ต้องใช้การถามกระตุ้นแนะแนวทาง ไปเป็นการแก้ปัญหที่ใช้การถามกระตุ้นคิน้อยลง และในระยะสุดท้ายของการทดลองนักเรียนส่วนใหญ่กลุ่มทดลองสามารถวางแผนกำหนด

แนวคิดในการแก้ปัญหาด้วยตนเองได้อย่างอิสระ 2) ผลการประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาหลังเรียนของนักเรียนในกลุ่มทดลองเกี่ยวกับการสำรวจศึกษา การใช้กลยุทธ์วิธีแก้ปัญหา และความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อสารความคิดในการแก้ปัญหา แต่ละด้านอยู่ในระดับดี

ฉิสร่า สุทธิสังข์ (2555) ศึกษาเรื่องกระบวนการนามธรรมของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดด้วยวิธีการแยกและสร้างจำนวนเพื่อเตรียมเครื่องมือในการสร้างความคิดรวบยอดเรื่องจำนวน ผลการวิจัยพบว่า ภายใต้อันเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดผลักดันให้เกิดกระบวนการนามธรรมของนักเรียนและสามารถพิจารณาวิธีการที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อสร้างความคิดรวบยอดในกรณีเรื่องจำนวน 5 นักเรียนพิจารณาถึงวิธีการที่แตกต่างทั้งหมดที่เกิดขึ้นให้ผลลัพธ์เดียวกันโดยนักเรียนพิจารณาแนวคิดของการแยกจำนวนและสร้างจำนวนจากการใช้วิธีการแยกจำนวน 5

ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล (2557) ศึกษาเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open approach) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนได้แสวงหาความรู้และลงมือปฏิบัติหรือกระทำการแก้ปัญหาจริงจนเกิดความรู้ด้วยตนเอง จากกิจกรรมที่เน้นให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยวิธีและคำตอบที่หลากหลาย โดยนักเรียนได้เผชิญกับทางคณิตศาสตร์ที่เปิดกว้างและมีคำตอบหรือวิธีการหาคำตอบหลายวิธี ทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 75.37

โนดะ (Nohda, n.d.) ศึกษาเรื่อง การใช้กระบวนการแบบเปิดในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ผลการศึกษาพบว่า ในชีวิตประจำวันที่นักเรียนกำลังเผชิญหน้ากับสถานการณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นจำนวนมากมาย นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้ความหลากหลายของวิธีการแก้ปัญหา เพื่อส่งเสริมความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูคณิตศาสตร์ควรเน้นการแก้ปัญหาเพื่อให้นักเรียนค้นพบวิธีที่ดีกว่า ให้นักเรียนฝึกการคิดผ่านการอภิปรายของคำตอบต่าง ๆ ของปัญหานั้น กลุ่มตัวอย่างในการศึกษาครั้งนี้คือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวนทั้งหมด 40 คน โดยมีนักเรียนชาย 18 คนและนักเรียนหญิง 22 คน ได้รับการสอนโดย "วิธีการแบบเปิด" โรงเรียนประถมศึกษาในชนบทใกล้เมืองทสึคุบะสอนโดยครูมาชิโกะ

ลี และคณะ (Lee et al., 2003) ศึกษาเรื่อง การพัฒนาแบบทดสอบความคิดสร้างสรรค์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีกลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

โรงเรียนแทจอน จำนวน 409 คน และกลุ่มอาสาสมัครจาก Hanbat National University in Daejeon จำนวน 53 คน ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ใช้ปัญหาปลายเปิดจำนวน 5 ข้อ ผลการวิจัยพบว่า แบบทดสอบสำหรับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหา สามารถที่จะนำมาใช้ในโรงเรียนเพื่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้เพราะสามารถกระตุ้นให้นักเรียนมีการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และความคิด ที่แตกต่างนอกจากนี้การเรียนการสอนขึ้นอยู่กับวิธีการเรียนรู้ที่เปิดกว้างสามารถช่วยให้นักเรียนพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของพวกเขา วิธีการเรียนการสอนนี้จะส่งเสริมให้นักเรียนได้แก้ปัญหาที่ท้าทายและได้พัฒนาความคิดของนักเรียนอีกด้วย

ควอน, จุง และจี (Kwan, Jung, & Jee, 2006) ศึกษาเรื่อง ผลการใช้กระบวนการแบบปลายเปิดที่มีต่อการคิดอย่างอิสระในวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ปัญหาปลายเปิดสามารถทำให้นักเรียนได้คำตอบต่าง ๆ หรือวิธีการต่าง ๆ ที่หลากหลาย นอกจากนี้ยังสามารถนำไปสู่การพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในระหว่างการพูดคุยหาข้อสรุปที่แตกต่างกันของนักเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาประโยชน์จากปัญหาปลายเปิดนั้นคือทำให้นักเรียนทุกคนไม่ว่าจะเก่งหรืออ่อนในวิชาคณิตศาสตร์สามารถที่จะลองและค้นหาคำตอบของตัวเองเพื่อแก้ปัญหาตามความสามารถของตนเองอย่างอิสระและนี่คือเหตุผลที่ปัญหาปลายเปิดสามารถนำมาใช้ได้ง่ายสำหรับการเรียนการสอนที่นักเรียนมีความแตกต่างกัน

จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่ได้กล่าวมาข้างต้นพบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดส่งผลให้ผู้เรียนในระดับมัธยมได้พัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยเฉพาะทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องนั้นจะเห็นได้ว่านักเรียนมีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากนักเรียนมีอิสระในการคิดทำให้เปิดกรอบความคิดของนักเรียน และนักเรียนมีการแลกเปลี่ยนความคิด ได้อภิปรายร่วมกัน มีการทำงานเป็นกลุ่มรับฟังความคิดเห็นซึ่งกันและกัน อีกทั้งยังทำให้นักเรียนได้ใช้การแก้ปัญหาเพื่อสร้างความคิดรวบยอดด้วยตนเอง

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย
2. รูปแบบการวิจัย
3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. วิธีดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนวัดป่าประดู่ จังหวัดระยอง จำนวน 4 ห้องเรียน ซึ่งจัดแบบความสามารถรวมนักเรียนทั้งหมด จำนวน 187 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนวัดป่าประดู่ จังหวัดระยอง จำนวน 42 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)

รูปแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง เพื่อศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ดำเนินการทดลองแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว (One-group posttest-only design) (องอาจ นัยพัฒน์, 2551, หน้า 270) ซึ่งมีแบบแผนการทดลอง ดังตารางที่ 3-1

ตารางที่ 3-1 แบบแผนการทดลองแบบ One-group posttest-only design

กลุ่ม	ทดลอง	ทดสอบ
E	X	T

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E แทน กลุ่มตัวอย่าง

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

T แทน การทดสอบหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด จำนวน 4 แผน รวมใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมด 12 ชั่วโมง
2. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ แบบแสดงวิธีทำ 1 ชุด รวมทั้งหมดจำนวน 3 ข้อ
3. แบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ แบบแสดงวิธีทำ 1 ชุด รวมทั้งหมดจำนวน 3 ข้อ

การสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้
 - 1.1 ศึกษาสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
 - 1.2 ศึกษาวิธีการสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังตารางที่ 3-2

ตารางที่ 3-2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

ขั้นการจัดกิจกรรม	ลักษณะของกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด
1. ขั้นทบทวนบทเรียน	ในขั้นนี้ครูและนักเรียนทบทวนบทเรียนที่ผ่านมาร่วมกัน โดยครูใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนตอบคำถามพร้อมกัน
2. ขั้นนำเสนอปัญหา ปลายเปิด	ในขั้นนี้ครูนำเสนอปัญหาปลายเปิด จากนั้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา โดยครูใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์ปัญหา ถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ
3. ขั้นเรียนรู้ด้วย ตนเอง	ในขั้นนี้นักเรียนแต่ละคนวางแผนแก้ปัญหาอย่างอิสระ นักเรียนใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ หรืออาจมีการศึกษาแนวคิดเพิ่มเติม เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งบันทึกแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรม โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนมีกระบวนการแก้ปัญหาหรือคำตอบของปัญหาที่หลากหลาย
4. ขั้นแก้ปัญหา ร่วมกัน	ในขั้นนี้ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5-6 คน จากนั้นให้นักเรียนแต่ละคนอธิบายและแลกเปลี่ยนแนวคิดการแก้ปัญหของตนเองภายในกลุ่ม เพื่อหาแนวคิดหรือวิธีแก้ปัญหที่เหมาะสม ซึ่งอาจมีมากกว่า 1 วิธีหรือมากกว่า 1 กลุ่มแนวคิด แล้วลงมือแก้ปัญหาร่วมกัน พร้อมทั้งบันทึกวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมของแต่ละคน
5. ขั้นนำเสนอแนวคิด ในการแก้ปัญหา	ในขั้นนี้ครูสุ่มตัวแทนกลุ่มของทุกกลุ่มออกมานำเสนอแนวคิดการแก้ปัญหากลุ่มตนเอง พร้อมทั้งเขียนวิธีการแก้ปัญหาย่างละเอียดชัดเจนบนกระดาน จากนั้น เปิดโอกาสให้นักเรียนคนอื่น ๆ ซักถามและอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกันภายในชั้นเรียน
6. ขั้นสรุปและสร้าง ปัญหาใหม่	ในขั้นนี้นักเรียนร่วมกันเปรียบเทียบและสรุปแนวคิดการแก้ปัญหากลุ่มที่ได้นำเสนอไป เพื่อให้นักเรียนพิจารณาแนวคิดการแก้ปัญหที่เหมาะสมสำหรับปัญหานั้น ๆ ซึ่งอาจมีมากกว่า 1 แนวคิดหรือ 1 คำตอบ จากนั้นนักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสร้างปัญหาใหม่จากปัญหาเดิมโดยอาจเปลี่ยนแปลงหรือเพิ่มเงื่อนไขให้กับปัญหาเดิม พร้อมทั้งร่วมกันแก้ปัญหาแล้วบันทึกลงในใบกิจกรรม ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดแนวคิดที่แปลกใหม่เป็นของตนเอง รวมทั้งให้คำแนะนำ เมื่อนักเรียนสร้างปัญหาปลายเปิดที่ไม่เหมาะสม

- 1.3 วิเคราะห์ตัวชี้วัดจุดประสงค์การเรียนรู้และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ในการจัดทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด สำหรับชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 5
จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ดังตารางที่ 3-3

1.4 ดำเนินการสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ประกอบด้วย

1.4.1 มาตรฐานการเรียนรู้

1.4.2 ตัวชี้วัด

1.4.3 จุดประสงค์การเรียนรู้

1.4.4 สาระสำคัญ

1.4.5 สาระการเรียนรู้

1.4.6 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีแบบเปิด ซึ่งมี 6 ขั้นตอน ดังนี้

1.4.6.1 ขั้นทบทวนบทเรียน

1.4.6.2 นำเสนอปัญหาปลายเปิด

1.4.6.3 ชั้นเรียนรู้ด้วยตนเอง

1.4.6.4 ชั้นแก้ปัญหาาร่วมกัน

1.4.6.5 ชั้นนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา

1.4.6.6 ชั้นสรุปและสร้างปัญหาใหม่

1.4.5 สื่อ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้

1.4.6 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1.5 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สร้างเสร็จแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องของแผน แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไข

1.6 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่แก้ไขเสร็จแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน เพื่อประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยแบบประเมินความเหมาะสมมีลักษณะเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) 5 ระดับ ดังนี้

5 หมายถึง เหมาะสมมากที่สุด

4 หมายถึง เหมาะสมมาก

3 หมายถึง เหมาะสมปานกลาง

2 หมายถึง เหมาะสมน้อย

1 หมายถึง เหมาะสมน้อยที่สุด

แล้วหาค่าเฉลี่ยจากผลรวมของคะแนนทั้งหมด โดยมีเกณฑ์การพิจารณา ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย 4.51-5.00 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมมากที่สุด

คะแนนเฉลี่ย 3.51-4.50 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมมาก

คะแนนเฉลี่ย 2.51-3.50 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมปานกลาง
 คะแนนเฉลี่ย 1.51-2.50 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมน้อย
 คะแนนเฉลี่ย 1.00 -1.50 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมน้อยที่สุด
 ซึ่งค่าเฉลี่ยของคะแนนประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ควรมีคะแนนเฉลี่ย 3.51 คะแนน ขึ้นไป (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, หน้า 102-103) โดยผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่าแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด ($\bar{x} = 4.69$ และ $s = 0.48$) (รายละเอียดดังภาคผนวก ข ตารางที่ ข-5) และผู้เชี่ยวชาญให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้ 1) ควรปรับเวลาในการนำเสนอหน้าชั้นเรียนให้มากขึ้น 2) ควรให้นักเรียนใช้รูปแบบการนำเสนอที่หลากหลาย เช่น การใช้โมเดล การวาดแผนผัง การใช้แผ่นสาธิตสำเร็จรูป และไม่ควรใช้การเขียนบนกระดานเพียงอย่างเดียวเพราะจะทำให้เสียเวลา

1.4 ปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ โดยผู้วิจัยได้ปรับปรุง ดังนี้ 1) ลดเวลาในขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเอง แล้วเพิ่มเวลาในขั้นการนำเสนอแนวคิดในกรณีปัญหาให้มากขึ้น 2) เปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอแนวการแก้ปัญหาอย่างอิสระ เช่น การใช้แผนภาพในการนำเสนอ เป็นต้น

1.5 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปทดลองใช้กับกลุ่มที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/4 โรงเรียนวัดป่าประดู่ จังหวัดระยอง ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 41 คน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติทำให้สามารถนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาได้ แต่นักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับปัญหาปลายเปิดจึงใช้เวลาในการแก้ปัญหาพอสมควร นักเรียนได้มีโอกาสนำเสนอแนวคิดของตนเองในกระบวนการกลุ่ม ขั้นการแก้ปัญหาร่วมกัน ทำให้เกิดการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกันภายในกลุ่มตนเอง อีกทั้งนักเรียนแต่ละกลุ่มมีโอกาสนำเสนอการแก้ปัญหาย่างอิสระเพื่ออภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดการแก้ปัญหากลางชั้นเรียน ส่วนขั้นการสร้างปัญหาใหม่ นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่คุ้นเคยกับการสร้างปัญหาใหม่ ทำให้ปัญหาที่นักเรียนสร้างขึ้นนั้นยังไม่สมบูรณ์ ดังนั้น ครูจึงต้องอธิบายแนวทางการสร้างปัญหาใหม่และยกตัวอย่างเพิ่มเติมให้นักเรียนได้เข้าใจยิ่งขึ้น

1.6 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขเสร็จแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

2.1 ศึกษาสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2.2 ศึกษาการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยกำหนดแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นแบบอัตนัย

2.3 วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้และสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ดังตารางที่ 3-4

ตารางที่ 3-4 การวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อ
1. อัตราส่วนตรีโกณมิติ	นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับ	2
- ไซน์ (Sine)	อัตราส่วนตรีโกณมิติได้	(1)
- โคไซน์ (Cosine)		
- แทนเจนต์ (Tangent)		
- เซแคนต์ (Secant)		
- โคเซแคนต์ (Cosecant)		
- โคแทนเจนต์ (Cotangent)		
2. การประยุกต์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ	นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับ	2
- โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทาง	ระยะทางโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติได้	(1)
3. การประยุกต์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ	นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับความสูงโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติได้	2
- โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความสูง		(1)
	รวม	6
		(3)

2.4 สร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติแบบอัตนัยจำนวน 6 ข้อ

2.5 กำหนดเกณฑ์วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยใช้เกณฑ์การประเมินรูบริกแบบแยกส่วน (Analytic rubric) ดังตารางที่ 3-5

ตารางที่ 3-5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา	2	- เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการได้และแสดงข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้อง ครบถ้วนสมบูรณ์
	1	- เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ แต่แสดงข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องบางส่วน หรือ - เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการไม่ถูกต้อง แต่แสดงข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้อง ครบถ้วนสมบูรณ์
	0	- เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการและข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดไม่ถูกต้อง หรือ - ไม่มีร่องรอยในการทำความเข้าใจปัญหา
ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา	2	- เขียนแนวทางแก้ปัญหา แสดงการเชื่อมโยงข้อมูลหรือเงื่อนไขกับสิ่งที่ต้องการได้ถูกต้อง ครบถ้วนสมบูรณ์
	1	- เขียนแนวทางแก้ปัญหา แสดงการเชื่อมโยงข้อมูลหรือเงื่อนไขกับสิ่งที่ต้องการได้ถูกต้องบางส่วน
	0	- เขียนแนวทางการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้อง หรือ - ไม่มีร่องรอยในการวางแผนแก้ปัญหา
ขั้นการดำเนินการตามแผน	2	- ดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางที่วางไว้สำเร็จ ถูกต้องสมบูรณ์
	1	- ดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางที่วางไว้สำเร็จบางส่วน
	0	- ดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือ - ไม่มีร่องรอยในการดำเนินการแก้ปัญหา

ตารางที่ 3-5 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
ตรวจสอบย้อนกลับ	2	- มีการตรวจสอบคำตอบกับข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด และคำตอบสอดคล้องกับข้อมูลหรือเงื่อนไข
	1	- มีการตรวจสอบคำตอบกับข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด แต่คำตอบไม่สอดคล้องกับข้อมูลหรือเงื่อนไขนั้น
	0	- ตรวจสอบคำตอบไม่ถูกต้อง หรือ - ไม่มีร่องรอยในการตรวจสอบคำตอบ

2.6 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สร้างเสร็จ เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องและความสอดคล้องระหว่างข้อสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทางคณิตศาสตร์กับจุดประสงค์การเรียนรู้ แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไข

2.7 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การประเมินความสามารถการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 คน เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องตามจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยพิจารณาจากค่าความสอดคล้อง (*IOC*) และมีวิธีการให้คะแนน ดังนี้

+1 หมายถึง ข้อสอบวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่

-1 หมายถึง ข้อสอบวัดได้ไม่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

ซึ่งข้อสอบที่ดีควรมีค่า *IOC* ของแต่ละข้อไม่น้อยกว่า 0.5 (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรจรรยา, 2555, หน้า 159-160) โดยผลการประเมินความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 6 ข้อ มีค่า *IOC* ตั้งแต่ 0.8 ขึ้นไป (รายละเอียดดังตารางภาคผนวก ข-6) และผู้เชี่ยวชาญให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้ 1) ควรมีภาพประกอบสำหรับข้อที่มีความซับซ้อน เพื่อช่วยให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจง่ายขึ้น 2) ควรปรับคำถามในสิ่งที่โจทย์ต้องการให้ชัดเจนมากขึ้น 3) ควรใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มุม 45 องศา ควรใช้ มุม 45°

2.8 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ โดยผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้

1) ใช้ภาพประกอบโจทย์ปัญหาที่มีความซับซ้อน 2) ปรับคำถามในโจทย์ปัญหาให้มีความชัดเจนและสมบูรณ์ขึ้น 3) ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในโจทย์ปัญหา จากนั้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

2.9 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปทดลองใช้กับกลุ่มที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/4 โรงเรียนวัดป่าประดู่ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 41 คน แล้วนำผลการทดลองมาวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบวัด ดังนี้

2.9.1 หาค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้สูตรของวิตนีย์ และซาเบอร์ส (D.R. Whitney & D.L. Sabers) ซึ่งจะเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.2-0.8 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป

2.9.2 คัดเลือกข้อสอบที่มีความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.2-0.8 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป จำนวน 3 ข้อ ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ พบว่า ข้อสอบมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.40 - 0.58 ซึ่งเป็นความยากง่ายที่เหมาะสม และข้อสอบมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.25-0.32 (รายละเอียดดังตารางภาคผนวก ข-7) แล้วนำไปวิเคราะห์หาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach) โดยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.91 (รายละเอียดดังภาคผนวก ข)

2.10 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจคุณภาพแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3. แบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

3.1 ศึกษาสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3.2 ศึกษาการสร้างแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยกำหนดแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เป็นแบบอัตนัย

3.3 วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้และสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ เรื่องการประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อสร้างแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ดังตารางที่ 3-6

ตารางที่ 3-6 การวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ของแบบวัดความคิด
สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	องค์ประกอบของ ความคิดสร้างสรรค์ที่วัด	จำนวน
1. อัตราส่วน ตรีโกณมิติ - ไซน์ (Sine) - โคไซน์ (Cosine) - แทนเจนต์ (Tangent) - เซแคนต์ (Secant) - โคเซแคนต์ (Cosecant) - โคแทนเจนต์ (Cotangent)	นักเรียนสามารถแก้ปัญหา เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ ได้หลายคำตอบหรือ หลากหลายแนวคิด	- คิดคล่อง - คิดยืดหยุ่น	(1)
2. การประยุกต์ของ อัตราส่วนตรีโกณมิติ - โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ระยะทาง	นักเรียนสามารถแสดงการ แก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางได้ อย่างละเอียดชัดเจน	- คิดละเอียดลออ	(1)
3. การประยุกต์ของ อัตราส่วนตรีโกณมิติ - โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ความสูง	นักเรียนสามารถแสดงการ แก้ปัญหาเกี่ยวกับความสูงได้ อย่างละเอียดชัดเจนและแปลก ใหม่	- คิดละเอียดลออ - คิดริเริ่ม	(1)
รวม			(3)

3.4 สร้างแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ
จำนวน 6 ข้อ

3.5 กำหนดเกณฑ์วัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยใช้เกณฑ์
การประเมินรูบริกแบบแยกส่วน (Analytic rubric) ดังตารางที่ 3-7

ตารางที่ 3-7 เกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
1. คิดคล่อง	3	ตอบได้ตรงประเด็นถูกต้อง 70% ขึ้นไปในเวลาที่กำหนด
	2	ตอบได้ตรงประเด็นถูกต้องตั้งแต่ 60% - 69% ในเวลาที่กำหนด
	1	ตอบได้ตรงประเด็นถูกต้องตั้งแต่ 50% - 59% ในเวลาที่กำหนด
	0	ไม่ตอบหรือตอบได้ตรงประเด็นถูกต้องต่ำกว่า 50% ในเวลาที่กำหนด
2. คิดยืดหยุ่น	3	แสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาหรือแสดงคำตอบได้มากกว่า 2 แนวคิด
	2	แสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาหรือแสดงคำตอบได้มากกว่า 1 แนวคิด
	1	แสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาหรือแสดงคำตอบได้ 1 แนวคิด
	0	ไม่มีแนวคิดหรือคำตอบที่ถูกต้อง
3. คิดริเริ่ม	3	แสดงวิธีการคิดแก้ปัญหาที่แปลกใหม่เป็นของตนเอง แสดงถึงความเป็นต้นแบบในการคิดแก้ปัญหา
	2	นำแนวคิดในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้มาพัฒนา ให้อยู่ในแนวทางของตนเองและสามารถใช้ในการแก้ปัญหาได้
	1	มีสิ่งบ่งชี้บางอย่างให้เห็นแนวคิดในการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่
	0	ไม่ปรากฏแนวคิดในการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่
4. คิดละเอียดลออ	3	นำเสนอหรืออธิบายแนวคิดได้อย่างละเอียดชัดเจนและมีการใช้รูปภาพแทนปัญหาได้สมบูรณ์
	2	- นำเสนอหรืออธิบายแนวคิดได้อย่างละเอียดชัดเจนแต่มีการใช้รูปภาพแทนปัญหาไม่สมบูรณ์หรือไม่มีการใช้รูปภาพแทนปัญหาหรือ
	1	- นำเสนอหรืออธิบายแนวคิดได้ไม่ละเอียดชัดเจนแต่มีการใช้รูปภาพแทนปัญหาได้สมบูรณ์
	0	นำเสนอหรืออธิบายแนวคิดได้ ไม่ละเอียดชัดเจนและมีการใช้รูปภาพแทนปัญหาแต่ไม่สมบูรณ์หรือไม่มีการใช้รูปภาพแทนปัญหา
	0	ไม่นำเสนอแนวคิดเลย

3.6 นำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่สร้างเสร็จ เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องและความสอดคล้องระหว่างข้อสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์กับจุดประสงค์การเรียนรู้ แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไข

3.7 นำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องตามจุดประสงค์การเรียนรู้โดยพิจารณาจากค่าความสอดคล้อง (IOC) และมีวิธีการให้คะแนน ดังนี้

+1 หมายถึง ข้อสอบวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่

-1 หมายถึง ข้อสอบวัดได้ไม่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

ซึ่งข้อสอบที่ดีควรมีค่า IOC ของแต่ละข้อไม่น้อยกว่า 0.5 (เวชฤทธิ์ อังณะภักทรจจร, 2555, หน้า 159-160) โดยผลการประเมินความสอดคล้องของแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า แบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 6 ข้อ มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป (รายละเอียดดังตารางภาคผนวก ข-8) และผู้เชี่ยวชาญให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้ 1) ควรปรับข้อความในโจทย์ปัญหาให้มีความชัดเจน 2) ควรปรับข้อความคำถามในโจทย์ปัญหาให้สอดคล้องกับการวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน

3.8 นำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ มาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ โดยผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้ 1) ปรับคำถามในโจทย์ปัญหาให้มีความชัดเจนมากขึ้น 2) ปรับข้อความคำถามให้สอดคล้องกับความคิดสร้างสรรค์ที่ต้องการวัด เช่น ให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบให้ได้มากที่สุด (คิดคล่อง) จากนั้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

3.9 นำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไปทดลองใช้กับกลุ่มที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/4 โรงเรียนวัดป่าประดู่ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 41 คน แล้วนำผลการทดลองมาวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบวัด ดังนี้

3.9.1 หาค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้สูตรของวิทนีย์ และซาเบอร์ส (D.R. Whitney & D.L. Sabers) ซึ่งจะเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.2-0.8 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป

3.9.2 คัดเลือกข้อสอบที่มีความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.2-0.8 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป จำนวน 3 ข้อ ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ พบว่า มีค่าความยากง่าย ตั้งแต่

0.47 - 0.59 ซึ่งเป็นค่าความยากง่ายที่เหมาะสม และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.38 – 0.48 (รายละเอียดแสดงดังตารางภาคผนวก ข-9) แล้วนำไปวิเคราะห์หาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach) โดยแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.90 (รายละเอียดดังภาคผนวก ข)

3.10 นำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจคุณภาพแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

วิธีการดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ทำการสุ่มกลุ่มทดลองจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวัดป่าประดู่ จังหวัดระยอง จากทั้งหมด 4 ห้อง มาจำนวน 1 ห้อง จำนวน 42 คน โดยใช้วิธีการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)
2. ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตนเอง ซึ่งใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมดจำนวน 12 ชั่วโมง
3. เมื่อสิ้นสุดการดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนที่วางไว้แล้วอย่างครบถ้วนสมบูรณ์ จากนั้นทำการทดสอบนักเรียนด้วยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น โดยใช้เวลาในการทดสอบทั้งหมด 2 ชั่วโมง
4. นำผลคะแนนที่ได้จากการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์กับกลุ่มตัวอย่าง มาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางสถิติ

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจากได้รับกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 และเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีแบบเปิด เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติแบบ t-test for one sample

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากผลการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยจำแนกตามขั้นการแก้ปัญหาและตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น

ผู้วิจัยวิเคราะห์ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ จากผลการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยจำแนกตามองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์และตามเกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์จากผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติในแต่ละแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติพื้นฐาน

1. ค่าเฉลี่ยของคะแนน (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณาสายยศ, 2538, หน้า 73) ดังนี้

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

เมื่อ	\bar{x}	แทน	คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	$\sum x$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณาสายยศ, 2538, หน้า 79) ดังนี้

$$s = \sqrt{\frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ	s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
	x	แทน	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน

$\sum x$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
$(\sum x)^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
$\sum x^2$	แทน	ผลรวมคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

สถิติเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือ

1. ค่าความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 160) ดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	IOC	แทน	ดัชนีความสอดคล้อง
	$\sum R$	แทน	ผลรวมคะแนนความสอดคล้องตามการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ
	N	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2. ค่าความยากง่าย และอำนาจจำแนกรายข้อของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ จากการวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัย (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 163, 166) ดังนี้

$$p = \frac{S_h + S_l - (n_r)(X_{\min})}{n_r(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	p	แทน	ค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ
	S_h	แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนเท่านั้นในกลุ่มสูง
	S_l	แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนเท่านั้นในกลุ่มต่ำ
	n_r	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน
	X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุด

$$r = \frac{S_h - S_l}{n(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	r	แทน	ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ
	S_h	แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มสูง
	S_l	แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มต่ำ
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ
	X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุด

3. ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach) (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 161) ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	k	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	S_i^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ
	S_t^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

เปรียบเทียบคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สูตร t-test one sample (กนกทิพย์ พัฒนาพัวพันธ์, 2528, หน้า 4) ดังนี้

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}, df = n - 1$$

เมื่อ	\bar{x}	แทน	คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	μ_0	แทน	คะแนนเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
	s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการแบบเปิด เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลความหมาย ผู้วิจัยได้ใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

n	แทน	จำนวนนักเรียนของกลุ่มตัวอย่าง
k	แทน	คะแนนเต็มของแบบวัด
\bar{x}	แทน	คะแนนเฉลี่ย
s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
t	แทน	การทดสอบที
*	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70
2. ผลการเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for one sample ปรากฏในตารางที่ 4-1

ตารางที่ 4-1 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด กับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่าง	n	k	μ_o	\bar{x}	s	df	t
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	42	24	16.80	18.43	0.94	41	11.22*

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ($t_{\alpha=.05, df=41} = 1.6829$)

จากตารางที่ 4-1 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 18.43 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 76.78 และเมื่อทดสอบสมมติฐาน พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด มีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถจำแนกนักเรียน ตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างได้ขึ้น โดยแบ่งตามขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ดังนี้

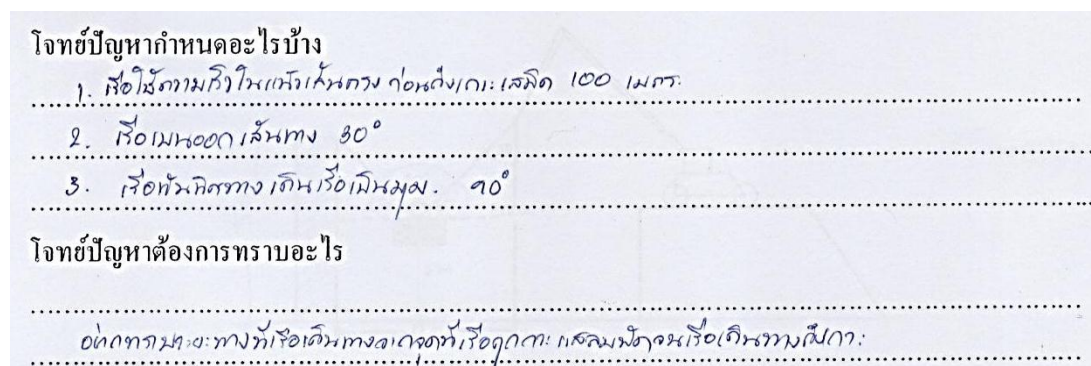
1. ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ในขั้นการทำความเข้าใจปัญหานักเรียนจะต้องวิเคราะห์ปัญหาเพื่อให้เข้าใจว่าสิ่งที่ต้องการทราบคืออะไร มีข้อมูลและเงื่อนไขคืออะไรบ้าง จะแก้ปัญหตามข้อมูลและเงื่อนไขที่มีได้หรือไม่ รวมถึงเงื่อนไขที่นำมาเพียงพอที่จะหาสิ่งที่ต้องการได้หรือไม่ ซึ่งสามารถจำแนกความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นการทำความเข้าใจปัญหาตามเกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละข้อ ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา คิดเป็นร้อยละของนักเรียน แสดงดังตารางที่ 4-2

ตารางที่ 4-2 ร้อยละของนักเรียนจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา
ในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา

ระดับชั้น	คะแนน	ร้อยละของนักเรียน			เฉลี่ย (ร้อยละ)
		ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	
การทำความเข้าใจปัญหา	2	95.24	95.24	100.00	96.83
	1	4.76	4.76	0.00	3.17
	0	0.00	0.00	0.00	0.00

จากตารางที่ 4-2 ร้อยละของนักเรียนในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ได้ 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 96.83 นักเรียนบางส่วนได้ 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 3.17 และไม่มีนักเรียนที่ได้ 0 คะแนน โดยตัวอย่างผลการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นการทำความเข้าใจปัญหาจากโจทย์ “ข้อที่ 2 เรือนำเที่ยวของจังหวัดระยองได้พานักท่องเที่ยวไปเกาะเสม็ด โดยเรือใช้ความเร็วคงที่และวิ่งในแนวเส้นตรง ก่อนถึงเกาะเสม็ด 100 เมตร ปรากฏว่าเกิดกระแสลมแรงทำให้แนวเดินเรือเบนออกนอกเส้นทางทำมุม 30° เมื่อเวลาผ่านไป เรือได้หันทิศทางการเดินเรือเป็นมุม 90° ไปยังเกาะ อยากทราบว่า ระยะทางที่เรือเดินทางจากจุดที่เรือถูกกระแสลมพัดจนเรือเดินทางถึงเกาะเป็นเท่าใด” ดังนี้

1.1 มีนักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน โดยนักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการและแสดงข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้อง ครบถ้วนสมบูรณ์ โดยมีตัวอย่างแสดงดังภาพที่ 4-1



ภาพที่ 4-1 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในขั้นการทำความเข้าใจปัญหาที่
ได้ 2 คะแนน

จากภาพนักเรียนเขียนแสดงข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ดังนี้ 1) เรือใช้ความเร็วคงที่ในแนวเส้นตรงก่อนถึงเกาะเสม็ด 100 เมตร 2) เรือเบนออกเส้นทาง 30° และ 3) เรือหันทิศทางเดินเรือเป็นมุม 90° และนักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ดังนี้ ต้องการระยะทางที่เรือเดินทางจากจุดที่เรือถูกกระแสนลมพัดจนเรือเดินทางถึงเกาะ ซึ่งนักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการและแสดงข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้อง ครบถ้วนสมบูรณ์

1.2 มีนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน โดยนักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ แต่แสดงข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องบางส่วน/เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการไม่ถูกต้อง แต่แสดงข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์ โดยมีตัวอย่างแสดงดังภาพที่ 4-2

โจทย์ปัญหากำหนดอะไรบ้าง

.....

..... 30°

.....

โจทย์ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....

..... ระยะทางที่เรือเดินทางจากจุดที่ถูกกระแสนลมพัดไปจนถึงเกาะ

ภาพที่ 4-2 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในขั้นการทำความเข้าใจปัญหาที่ได้ 1 คะแนน

จากภาพนักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้อง นั่นคือ ระยะทางที่เรือเดินทางจากจุดที่ถูกกระแสนลมพัดไปจนถึงเกาะ แต่นักเรียนเขียนแสดงข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ดังนี้ มุม 30° ซึ่งยังไม่ครบถ้วนสมบูรณ์

1.3 ไม่มีนักเรียนที่ได้ 0 คะแนน

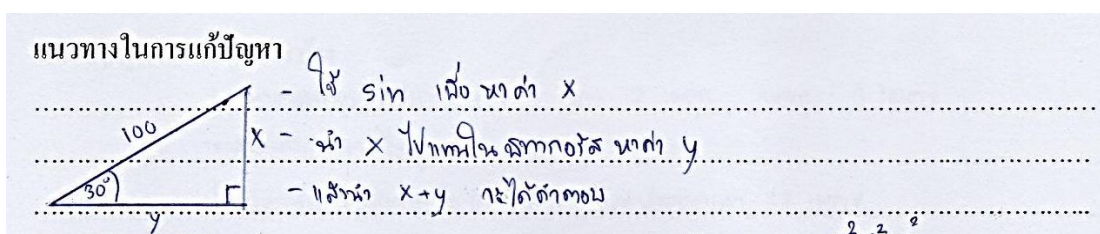
2. ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา ในขั้นการวางแผนแก้ปัญหานักเรียนจะต้องเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลและเงื่อนไขกับสิ่งที่ต้องการทราบ แล้วพิจารณาว่ามีวิธีการแก้ปัญหาใดบ้างที่ถูกต้องเหมาะสมและสอดคล้องกับข้อมูล เงื่อนไขในปัญหานั้น ๆ ซึ่งอาจมีวิธีแก้ปัญหาก็ถูกต้องเหมาะสมหลากหลายวิธี ซึ่งสามารถจำแนกความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นการวางแผนแก้ปัญหตามเกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละข้อ ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา คิดเป็นร้อยละของนักเรียน แสดงดังตารางที่ 4-3

ตารางที่ 4-3 ร้อยละของนักเรียนจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา
ในขั้นการการวางแผนแก้ปัญหา

ระดับชั้น	คะแนน	ร้อยละของนักเรียน			เฉลี่ย (ร้อยละ)
		ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	
การวางแผนแก้ปัญหา	2	40.48	69.05	38.10	49.21
	1	59.52	30.95	61.90	50.79
	0	0.00	0.00	0.00	0.00

จากตารางที่ 4-3 ร้อยละของนักเรียนในขั้นวางแผนแก้ปัญหา พบว่านักเรียนส่วนใหญ่
ได้ 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 50.79 รองลงมานักเรียนได้ 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 49.21 และไม่มี
นักเรียนที่ได้ 0 คะแนน โดยมีตัวอย่างผลการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ ในขั้นวางแผนแก้ปัญหา จากโจทย์ “ข้อที่ 2 เรือนำเที่ยวของจังหวัดระยอง ได้พา
นักท่องเที่ยวไปเกาะเสม็ด โดยเรือใช้ความเร็วคงที่และวิ่งในแนวเส้นตรง ก่อนถึงเกาะเสม็ด 100
เมตร ปรากฏว่าเกิดกระแสน้ำแรงทำให้แนวเดินเรือเบนออกนอกเส้นทางทำมุม 30° เมื่อเวลาผ่านไป
เรือได้หันทิศทางการเดินเรือเป็นมุม 90° ไปยังเกาะ อยากทราบว่า ระยะทางที่เรือเดินทางจากจุด
ที่เรือถูกกระแสน้ำพัดจนเรือเดินทางถึงเกาะเป็นเท่าใด” ดังนี้

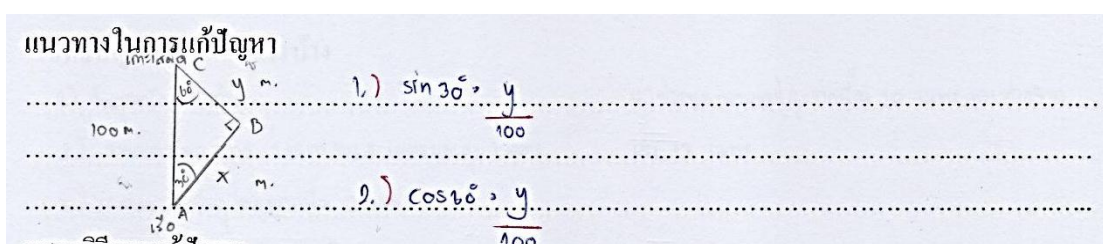
2.1 มีนักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน โดยนักเรียนสามารถเขียนแนวทางแสดง
การเชื่อมโยงข้อมูลหรือเงื่อนไขกับสิ่งที่ต้องการได้ถูกต้อง ครบถ้วนสมบูรณ์ โดยมีตัวอย่างแสดง
ดังภาพที่ 4-3



ภาพที่ 4-3 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในขั้นการวางแผนแก้ปัญหาที่ได้
2 คะแนน

จากภาพนักเรียนใช้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากแทนปัญหา และต้องการหาระยะทาง $x + y$ โดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin \theta$ เพื่อหาค่าของ x จากนั้นใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสเพื่อหาค่าของ y ซึ่งนักเรียนสามารถแสดงการเชื่อมโยงข้อมูลหรือเงื่อนไขกับสิ่งที่ต้องการได้ถูกต้อง ครบถ้วน สมบูรณ์

2.2 มีนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน โดยนักเรียนสามารถเขียนแนวทางการแก้ปัญหา แสดงการเชื่อมโยงข้อมูลหรือเงื่อนไขกับสิ่งที่ต้องการได้ถูกต้องบางส่วน โดยมีตัวอย่างแสดงดังภาพที่ 4-4



ภาพที่ 4-4 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในขั้นการวางแผนแก้ปัญหา ที่ได้ 1 คะแนน

จากภาพนักเรียนใช้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากแทนปัญหา และใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin 30^\circ$ หรือ $\cos 60^\circ$ เพื่อหาค่าของ y แต่ยังไม่แสดงแนวทางการหาค่าของ x ซึ่งนักเรียนสามารถแสดงการเชื่อมโยงข้อมูลหรือเงื่อนไขกับสิ่งที่ต้องการได้ถูกต้องบางส่วน

2.3 ไม่มีนักเรียนได้คะแนน 0 คะแนน

3. ขั้นการดำเนินการตามแผน ในขั้นการดำเนินการตามแผนนักเรียนจะต้องลงมือทำงานตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบแต่ละขั้นย่อย ๆ ของงานที่ทำว่าถูกต้องหรือไม่ ซึ่งสามารถจำแนกความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นการดำเนินการตามแผนตามเกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละข้อ ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา คิดเป็นร้อยละของนักเรียนแสดงดังตารางที่

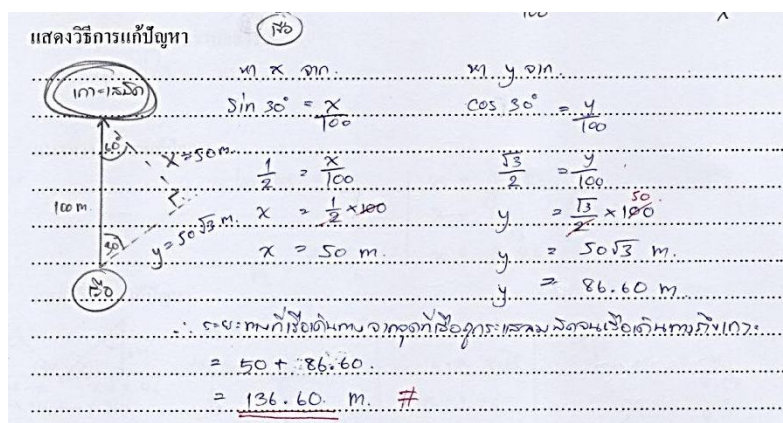
4-4

ตารางที่ 4-4 ร้อยละของนักเรียนจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา
ในขั้นการดำเนินการตามแผน

ระดับชั้น	คะแนน	ร้อยละของนักเรียน			เฉลี่ย (ร้อยละ)
		ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	
การดำเนินการตามแผน	2	71.43	90.48	64.29	75.40
	1	28.57	9.52	35.71	24.60
	0	0.00	0.00	0.00	0.00

จากตารางที่ 4-4 ร้อยละของนักเรียนในขั้นการดำเนินการตามแผน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ได้ 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 75.40 นักเรียนบางส่วนได้ 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 24.60 และ ไม่มีนักเรียนที่ได้ 0 คะแนน โดยมีตัวอย่างผลการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นการดำเนินการตามแผน จากโจทย์ “ข้อที่ 2 เรือนำเที่ยวของจังหวัดระยองได้พานักท่องเที่ยวไปเกาะเสม็ด โดยเรือใช้ความเร็วคงที่และวิ่งในแนวเส้นตรง ก่อนถึงเกาะเสม็ด 100 เมตร ปรากฏว่าเกิดกระแสน้ำแรงทำให้แนวเดินเรือเบนออกนอกเส้นทางทำมุม 30° เมื่อเวลาผ่านไป เรือได้หันทิศทางการเดินเรือเป็นมุม 90° ไปยังเกาะ อยากทราบว่า ระยะทางที่เรือเดินทางจากจุดที่เรือถูกกระแสน้ำพัดจนเรือเดินทางถึงเกาะเป็นเท่าใด” ดังนี้

3.1 มีนักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน โดยนักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางที่วางไว้สำเร็จ ถูกต้องสมบูรณ์ โดยมีตัวอย่างแสดงดังภาพที่ 4-5



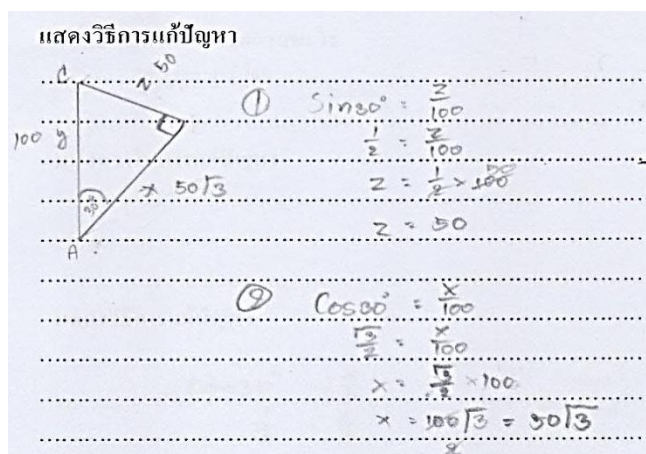
ภาพที่ 4-5 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในขั้นการดำเนินการตามแผนที่ได้
2 คะแนน

จากภาพนักเรียนใช้รูปภาพแทนปัญหาและใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin 30^\circ = \frac{x}{100}$

และ $\cos 30^\circ = \frac{y}{100}$ เพื่อหาค่าของ x และ y แล้วจึงนำ $x + y$ ซึ่งนักเรียนสามารถดำเนินการ

แก้ปัญหตามแนวทางที่วางไว้สำเร็จ ถูกต้องสมบูรณ์

3.2 มีนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน โดยนักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหตามแนวทางที่วางไว้สำเร็จบางส่วน โดยมีตัวอย่างแสดงดังภาพที่ 4-6



ภาพที่ 4-6 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในขั้นการดำเนินการตามแผนที่ได้ 1 คะแนน

จากภาพนักเรียนใช้รูปภาพแทนปัญหาและใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin 30^\circ = \frac{z}{100}$

และ $\cos 30^\circ = \frac{x}{100}$ เพื่อหาค่าของ z และ x แต่นักเรียนไม่ได้นำ $z + x$ เพื่อหาผลลัพธ์ ซึ่งนักเรียน

สามารถดำเนินการแก้ปัญหตามแนวทางที่วางไว้สำเร็จบางส่วน

3.3 ไม่มีนักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน

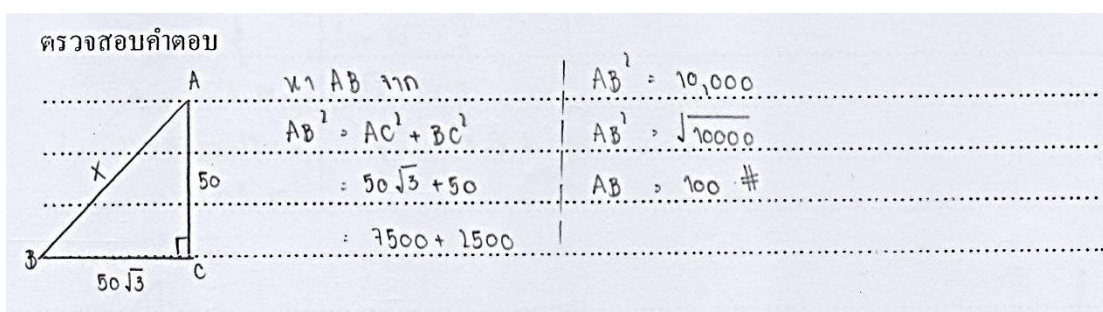
4. ขั้นการตรวจสอบย้อนกลับ ในขั้นการตรวจสอบย้อนกลับนักเรียนจะต้องสรุปและตรวจสอบคำตอบที่ได้ ว่าสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ ซึ่งสามารถจำแนกความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นการตรวจสอบย้อนกลับตามเกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละข้อ ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา คิดเป็นร้อยละของนักเรียนแสดงดังตารางที่ 4-5

ตารางที่ 4-5 ร้อยละของนักเรียนจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา
ในขั้นการตรวจสอบย้อนกลับ

ระดับชั้น	คะแนน	ร้อยละของนักเรียน			เฉลี่ย (ร้อยละ)
		ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	
การตรวจสอบย้อนกลับ	2	66.67	30.96	16.67	38.10
	1	21.43	57.14	54.76	44.44
	0	11.90	11.90	28.57	17.46

จากตารางที่ 4-5 ร้อยละของนักเรียนในขั้นตรวจสอบย้อนกลับ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ได้ 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 44.44 รองลงมานักเรียนได้ 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 38.10 และนักเรียนบางส่วนได้ 0 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 17.46 โดยมีตัวอย่างผลการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นตรวจสอบย้อนกลับ จากโจทย์ “ข้อที่ 2 เรือนำเที่ยวของจังหวัดระยองได้พานักท่องเที่ยวไปเกาะเสม็ด โดยเรือใช้ความเร็วคงที่และวิ่งในแนวเส้นตรง ก่อนถึงเกาะเสม็ด 100 เมตร ปรากฏว่าเกิดกระแสมรแรงทำให้แนวเดินเรือเบนออกนอกเส้นทางทำมุม 30° เมื่อเวลาผ่านไป เรือได้หันทิศทางการเดินเรือเป็นมุม 90° ไปยังเกาะ อยากทราบว่า ระยะทางที่เรือเดินทางจากจุดที่เรือถูกกระแสมรพัดจนเรือเดินทางถึงเกาะเป็นเท่าใด” ดังนี้

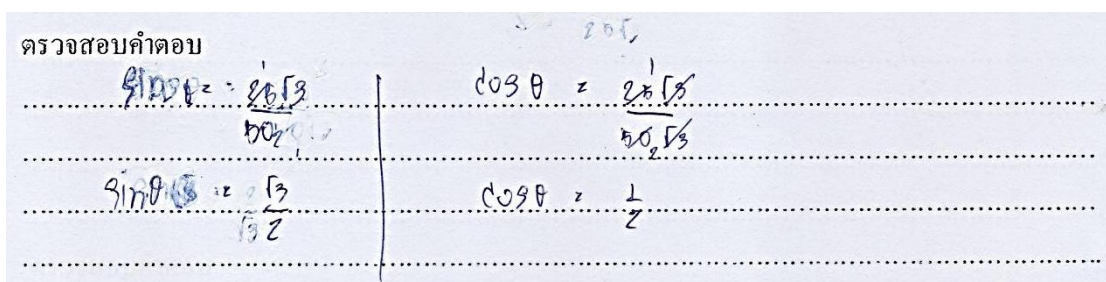
4.1 มีนักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน โดยนักเรียนมีการตรวจสอบคำตอบกับข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดและคำตอบสอดคล้องกับข้อมูลหรือเงื่อนไขนั้น โดยมีตัวอย่างแสดงดังภาพที่ 4-7



ภาพที่ 4-7 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในขั้นการตรวจสอบย้อนกลับที่
ได้ 2 คะแนน

จากภาพนักเรียนนำคำตอบที่ได้ คือ 50 และ $50\sqrt{3}$ แทนลงในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เพื่อหาค่าของด้านตรงข้ามมุมฉาก โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ซึ่งได้ค่าของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ 100 ดังนั้นจึงสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ นั่นคือคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้อง

4.2 มีนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน โดยนักเรียนมีการตรวจสอบคำตอบกับข้อมูล หรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด แต่คำตอบไม่สอดคล้องกับข้อมูลหรือเงื่อนไขนั้น โดยมีตัวอย่างแสดง ดังภาพที่ 4-8

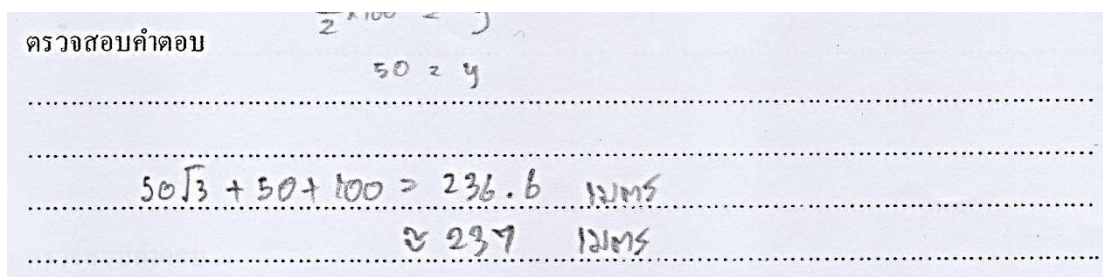


ภาพที่ 4-8 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในขั้นการตรวจสอบย้อนกลับที่ ได้ 1 คะแนน

จากภาพนักเรียนตรวจสอบคำตอบโดยการใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin \theta = \frac{25\sqrt{3}}{50}$

และ $\cos \theta = \frac{25\sqrt{3}}{50\sqrt{3}}$ ซึ่งไม่สอดคล้องกับข้อมูลหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

4.3 มีนักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน โดยนักเรียนไม่มีร่องรอยการตรวจสอบคำตอบ หรือตรวจสอบคำตอบไม่ถูกต้อง โดยมีตัวอย่างแสดงดังภาพที่ 4-9



ภาพที่ 4-9 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในขั้นการตรวจสอบย้อนกลับที่ ได้ 0 คะแนน

จากภาพนักเรียนนำด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากมารวมกันได้ผลลัพธ์ประมาณ 237 เมตร ซึ่งเป็นการตรวจสอบคำตอบที่ไม่ถูกต้อง โดยนักเรียนไม่ได้นำคำตอบที่ได้แทนค่ากลับไปยังเงื่อนไขหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ เพื่อพิจารณาว่าคำตอบที่ได้สอดคล้องกับเงื่อนไขหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือไม่

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด จากแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1-4 โดยผู้วิจัยได้แบ่งการวิเคราะห์ออกเป็น 2 ช่วง คือ ช่วงแรก แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1-2 และช่วงที่สอง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3-4 ผลการวิเคราะห์พบว่า

ช่วงแรก (แผนจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1-2) เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งมีเนื้อหาเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานของอัตราส่วนตรีโกณมิติ ไชน์ โคไซน์ แทนเจนต์ เซแคนต์ โคเซแคนต์ และโคแทนเจนต์ มีผลการวิเคราะห์ดังนี้

ขั้นทบทวนบทเรียน นักเรียนส่วนใหญ่มีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับสามเหลี่ยมมุมฉากและอัตราส่วนตรีโกณมิติพื้นฐานทำให้นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องและรวดเร็ว

ขั้นนำเสนอปัญหาปลายเปิด ในขั้นนี้ผู้วิจัยได้แจกใบกิจกรรมที่ 1 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ (ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์) จากนั้นผู้วิจัยนำเสนอปัญหาปลายเปิดในใบกิจกรรม นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่เข้าใจปัญหา เนื่องจากเป็นปัญหาที่มีแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ผู้วิจัยต้องอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับเกี่ยวกับปัญหานั้นเพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจมากขึ้น แล้วให้นักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการลงในใบกิจกรรม พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องแต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดหรือสิ่งที่โจทย์ต้องการไม่ถูกต้อง จากนั้นให้นักเรียนเขียนแนวทางการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมพบว่านักเรียนบางส่วนเขียนแนวทางการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

ขั้นเรียนรู้ด้วยตนเอง ผู้วิจัยแจกใบความรู้ เพื่อให้นักเรียนได้ศึกษาประกอบ และค้นหาแนวทางการแก้ปัญหา โดยผู้วิจัยใช้การสุ่มถามนักเรียนเกี่ยวกับแนวทางการแก้ปัญหาในใบกิจกรรม ดังนี้ “บริษัทแห่งหนึ่งรับสร้างสระว่ายน้ำทุกรูปแบบ ซึ่งบริษัทจะออกแบบสระว่ายน้ำตามความต้องการของลูกค้า วันหนึ่งลูกค้ามาติดต่อสร้างสระว่ายน้ำ โดยมีพื้นที่ที่สามารถสร้างได้เป็นบริเวณสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 10 เมตร ยาว 15 เมตร ซึ่งลูกค้าต้องการสร้างสระว่ายน้ำเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จำนวนสองสระ โดยที่มุมของสระว่ายน้ำมุมหนึ่งต้องมีขนาด 30° และด้านตรงข้ามมุมฉากสามารถมีความยาวได้ตั้งแต่ 10 ถึง 18 เมตร ทางบริษัทสามารถออกแบบสระว่ายน้ำทั้งสองให้อยู่ในพื้นที่ที่ลูกค้าต้องการได้อย่างไร โดยลูกค้าขอแบบก่อนลงมือสร้างจริง” ซึ่งโจทย์ดังกล่าวสามารถแก้ปัญหาได้ 2 แนวทางคือ 1) ใช้อัตราส่วน $\sin \theta$ ในการแก้ปัญหา และ

2) ใช้อัตราส่วน $\cos \theta$ ในการแก้ปัญหา พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีแนวทางการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง แต่ยังไม่หลากหลายแนวทาง เช่น นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ $\sin \theta$ เป็นแนวทางในการแก้ปัญหา มีนักเรียนบางส่วนที่ใช้ทั้ง $\sin \theta$ และ $\cos \theta$ เป็นแนวทางในการแก้ปัญหา ผู้วิจัยต้องใช้คำถาม กระตุ้นความคิดของนักเรียนเพื่อให้เกิดแนวความคิดการแก้ปัญหาที่หลากหลายมากขึ้น

ขั้นแก้ปัญหาร่วมกัน ผู้วิจัยได้แบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็น 8 กลุ่ม กลุ่มละ 5-6 คน คณะความสามารถ จากนั้นเปิดโอกาสให้สมาชิกกลุ่มได้นำเสนอแนวทางการแก้ปัญหาของตนเอง ภายในกลุ่ม พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี แต่มีนักเรียนบางส่วนที่ไม่ค่อย สนใจกิจกรรมกลุ่ม ผู้วิจัยใช้คำถามกับนักเรียนที่ไม่สนใจทำกิจกรรม เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ร่วม แสดงความคิดภายในกลุ่มของตนเอง จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเลือกแนวทางการ แก้ปัญหาหนึ่งแนวทางแล้วลงมือแก้ปัญหาร่วมกัน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีแนวทางการแก้ปัญหา ที่เหมาะสมและสามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องตามสิ่งที่โจทย์ต้องการ แต่มีนักเรียนบางส่วนที่ไม่ สามารถแก้ปัญหาดตามแนวทางที่เลือกได้ เช่น นักเรียนเลือกใช้ $\tan \theta$ ในการแก้ปัญหา ซึ่งจากโจทย์ ดังกล่าวในชั้นเรียนรู้ด้วยตนเอง ได้กำหนดด้านตรงข้ามมุมฉาก ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหา โดยใช้ $\tan \theta$ ได้ ผู้วิจัยจึงใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนได้ตรวจสอบวิธีการและหาแนวทางการแก้ปัญหา แนวทางใหม่ จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตรวจสอบคำตอบที่ได้กับข้อมูลที่โจทย์กำหนด โดยการตรวจสอบย้อนกลับเพื่อให้นักเรียนได้ตระหนักถึงความสอดคล้องของคำตอบกับข้อมูลที่ โจทย์กำหนด พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังตรวจสอบย้อนกลับไม่ถูกต้อง เช่น นักเรียนไม่ได้ นำ คำตอบที่ได้ไปแทนค่าย้อนกลับ เพื่อดูความสอดคล้องของคำตอบกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ ผู้วิจัย จึงได้ยกตัวอย่างการตรวจสอบย้อนกลับให้นักเรียนทุกคน ได้ลองฝึกคิดย้อนกลับ และเห็นถึงความ สอดคล้องระหว่างข้อมูล แต่มีบางส่วนที่สามารถตรวจสอบย้อนกลับได้อย่างถูกต้อง

ขั้นนำเสนอแนวความคิดการแก้ปัญหา ผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอ การแก้ปัญหา จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถามและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน พบว่ามีนักเรียนบางส่วนที่มีความคิดเห็นแตกต่างและได้นำเสนอแนวความคิดของตนเอง ได้ถูกต้อง แต่นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่กล้าแสดงความคิดเห็น ผู้วิจัยจึงต้องสุ่มถามความคิดเห็นของนักเรียน เพื่อให้เกิดการอภิปรายมากขึ้นพร้อมให้คำชื่นชมนักเรียนหลังจากจบการอภิปราย อีกทั้งผู้วิจัยได้ นำเสนอแนวความคิดของผู้วิจัยเพื่อแลกเปลี่ยนกับนักเรียนภายในชั้นเรียน

ขั้นสรุปและสร้างปัญหาใหม่

ในการสรุป ผู้วิจัยให้นักเรียนร่วมกันสรุป โดยให้นักเรียนอภิปรายข้อแตกต่างของ การแก้ปัญหาในแต่ละกลุ่มและเปรียบเทียบแนวทางการแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่ม พบว่า ส่วนใหญ่มี แนวทางการแก้ปัญหาดคล้ายกัน มีบางกลุ่มที่มีการแก้ปัญหาดที่แตกต่างจากกลุ่มอื่น ๆ ผู้วิจัยใช้คำถาม

กระตุ้นนักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้สังเกตถึงข้อแตกต่าง และความเหมาะสมในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งให้คำแนะนำในแนวทางที่ผิดหรือไม่เหมาะสม

ในการสร้างปัญหาใหม่ ผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสร้างปัญหาใหม่จากปัญหาเดิม โดยอาจเพิ่มหรือลดข้อมูลเงื่อนไขของโจทย์ปัญหา พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถสร้างปัญหาใหม่ได้เนื่องจากยังไม่คุ้นเคยกับการสร้างปัญหา เช่น นักเรียนสร้างปัญหาใหม่โดยใช้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากและกำหนดมุมหนึ่งมุม กำหนดด้านหนึ่งด้านแล้วให้หาด้านที่เหลือ ผู้วิจัยจึงต้องยกตัวอย่างการสร้างปัญหาใหม่จากปัญหาเดิมให้นักเรียน แต่มีนักเรียนบางส่วนที่สามารถสร้างปัญหาใหม่ได้ถูกต้องและสามารถแก้ปัญหานั้นได้จริง เช่น นักเรียนได้สร้างปัญหาที่คล้ายปัญหาเดิมโดยเปลี่ยนเงื่อนไขจากปัญหาเดิมเช่นการเปลี่ยนมุมหรือด้านที่กำหนดให้ จากนั้นเมื่อนักเรียนทุกกลุ่มสร้างปัญหาใหม่เสร็จแล้ว ผู้วิจัยใช้คำถามกับนักเรียนว่าปัญหาที่นักเรียนสร้างขึ้นนั้นสามารถแก้ปัญหานั้นได้จริงหรือไม่ หลังจากนั้นให้นักเรียนแก้ปัญหากลุ่มอื่น ๆ ผู้วิจัยได้เลือกกลุ่มที่สร้างปัญหาที่น่าสนใจ ออกไปนำเสนอหน้าชั้นเรียน พบว่ามี 1-2 กลุ่มที่มีปัญหาที่น่าสนใจและส่วนใหญ่จะมีการสร้างปัญหาใหม่ที่คล้าย ๆ กัน ผู้วิจัยจึงต้องยกตัวอย่างปัญหาที่หลากหลายและเป็นปัญหาปลายเปิด เพื่อให้นักเรียนได้มีแนวทางการสร้างปัญหาที่หลากหลาย จากนั้นผู้วิจัยและนักเรียนสรุปเกี่ยวกับการนำเอาความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ไปใช้ในการแก้ปัญหานั้นได้อย่างถูกต้องเหมาะสม

ช่วงที่สอง (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3-4) เป็นการนำเอาความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ไปใช้ประยุกต์แก้ปัญหานั้นเกี่ยวกับระยะทางและความสูง มีผลการวิเคราะห์ดังนี้

ขั้นทบทวนบทเรียน หลังจากนั้นเรียนได้ทำกิจกรรมในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 และ 2 แล้วนักเรียนมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ ทำให้นักเรียนตอบคำถามเกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติได้ถูกต้องและรวดเร็ว

ขั้นนำเสนอปัญหาปลายเปิด ในขั้นนี้ผู้วิจัยได้แจกใบกิจกรรมให้นักเรียน จากนั้นผู้วิจัยนำเสนอปัญหาปลายเปิดในใบกิจกรรม นักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจปัญหาและทำความเข้าใจได้เร็วขึ้น เนื่องจากนักเรียนคุ้นเคยกับปัญหาปลายเปิดในกิจกรรมที่ผ่านมา ในการวิเคราะห์ปัญหาพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์ จากนั้นให้นักเรียนเขียนแนวทางการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรม พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เขียนแนวทางการแก้ปัญหานั้นถูกต้องและมีแนวทางที่หลากหลาย

ขั้นเรียนรู้ด้วยตนเอง ผู้วิจัยใช้คำถามลุ่มถามนักเรียนเกี่ยวกับแนวทางการแก้ปัญหานั้น พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีแนวทางการแก้ปัญหานั้นที่ถูกต้องและหลากหลายแนวทาง

ขั้นแก้ปัญหาพร้อมกัน ผู้วิจัยได้แบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็น 8 กลุ่ม กลุ่มละ 5-6 คน คละความสามารถ (สมาชิกกลุ่มเหมือนเดิมกับกิจกรรมที่ผ่านมา) จากนั้นเปิดโอกาสให้สมาชิกกลุ่มได้นำเสนอแนวทางการแก้ปัญหาของตนเองภายในกลุ่ม พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีและมีการนำเสนอแนวทางของตนเองได้ครบทุกคน ผู้วิจัยได้ใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนหากนักเรียนไม่สนใจทำกิจกรรม จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเลือกแนวทางการแก้ปัญหาหนึ่งแนวทางแล้วลงมือแก้ปัญหาร่วมกัน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีแนวทางการแก้ปัญหาที่เหมาะสมหลายแนวทางและสามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องตามสิ่งที่โจทย์ต้องการ จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตรวจสอบคำตอบที่ได้กับข้อมูลที่โจทย์กำหนด โดยการตรวจสอบย้อนกลับ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถตรวจสอบย้อนกลับได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์

ขั้นนำเสนอแนวความคิดการแก้ปัญหา ผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอการแก้ปัญหา จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถามและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน พบว่ามีนักเรียนที่มีความคิดเห็นแตกต่างและได้นำเสนอแนวคิดของตนเองได้ถูกต้องและนักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็นมากขึ้น ผู้วิจัยให้คำชื่นชมนักเรียนหลังจากจบการอภิปราย อีกทั้งผู้วิจัยได้นำเสนอแนวคิดของผู้วิจัยเพื่อแลกเปลี่ยนกับนักเรียนภายในชั้นเรียน

ขั้นสรุปและสร้างปัญหาใหม่

ในการสรุป ผู้วิจัยให้นักเรียนร่วมกันสรุป พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีแนวทางการแก้ปัญหาล้ายกัน มีบางกลุ่มที่มีการแก้ปัญหที่แตกต่างจากกลุ่มอื่น ๆ ผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้สังเกตถึงข้อแตกต่าง และความเหมาะสมในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งให้คำแนะนำในแนวทางที่ผิดหรือไม่เหมาะสม

ในการสร้างปัญหาใหม่ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างปัญหาใหม่ได้ แต่มีนักเรียนบางส่วนที่สร้างปัญหาใหม่ไม่ถูกต้องและไม่สามารถแก้ปัญหานั้นได้จริง ผู้วิจัยจึงใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนเห็นถึงข้อผิดพลาดและแก้ไขปัญหานั้นทันที จากนั้นเมื่อนักเรียนทุกกลุ่มสร้างปัญหาใหม่เสร็จแล้ว ผู้วิจัยได้สังเกตและใช้คำถามกับนักเรียนว่าปัญหาที่นักเรียนสร้างขึ้นนั้นสามารถแก้ปัญหาได้จริงหรือไม่ หลังจากนั้นให้นักเรียนแก้ปัญหากลุ่มอื่น ๆ ผู้วิจัยได้สังเกตและเลือกกลุ่มที่สร้างปัญหาได้นำสนใจ ออกไปนำเสนอหน้าชั้นเรียน พบว่า มี 3-4 กลุ่มที่มีปัญหาที่น่าสนใจ จากนั้นผู้วิจัยและนักเรียนสรุปเกี่ยวกับการนำเอาความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม

จากการวิเคราะห์แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1-4 พบว่า นักเรียนมีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหามากขึ้น สังเกตได้จากการทำกิจกรรมในชั้นเรียน ในชั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองและชั้นการแก้ปัญหาร่วมกัน นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์

ต้องการได้อย่างถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์ อีกทั้งนักเรียนยังมีแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม สามารถแก้ปัญหาได้ตรงตามแนวทางที่วางไว้ และนักเรียนยังสามารถตรวจสอบคำตอบที่ได้ โดยการตรวจสอบย้อนกลับ อีกทั้งผู้วิจัยได้ตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาใน ใบกิจกรรมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 นักเรียนมี คะแนนเฉลี่ย 9.8 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 61.25 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 นักเรียนมี คะแนนเฉลี่ย 10.5 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 65.62 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 นักเรียนมี คะแนนเฉลี่ย 12.2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 76.25 และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 นักเรียนมี คะแนนเฉลี่ย 13 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81.25 เนื่องจากนักเรียนได้ฝึกแก้ปัญหาตามขั้นตอน 4 ขั้นตอนของโพลยา ทำให้นักเรียนมีขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจน และนักเรียนยังได้ฝึก แก้ปัญหาจากปัญหาปลายเปิดทำให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ที่มีอยู่มาแก้ปัญหาได้อย่างอิสระ

2. ผลการเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัด กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for one sample ปรากฏในตารางที่ 4-6

ตารางที่ 4-6 การเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัด กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด กับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่าง	<i>n</i>	<i>k</i>	μ_0	\bar{x}	<i>s</i>	<i>df</i>	<i>t</i>
ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์	42	15	10.50	11.05	1.32	41	2.70*

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ($t_{\alpha=.05,df=41} = 1.6829$)

จากตารางที่ 4-6 พบว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการ จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 11.05 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 73.67 และเมื่อทดสอบสมมติฐาน พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการ แบบเปิด มีคะแนนเฉลี่ยความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

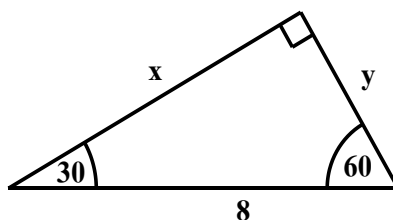
ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากแบบวัดความคิด สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถจำแนกนักเรียน ตามเกณฑ์การให้คะแนนความคิด สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างได้ขึ้น โดยแบ่งตามองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ ซึ่งมี 4 องค์ประกอบ ดังนี้

1. คัดลอก ความคิดสร้างสรรค์ในด้านคิดคล่องนักเรียนจะต้องคิดหาคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาได้ปริมาณมากและรวดเร็วในเวลาที่กำหนด (10 นาที) ซึ่งสามารถจำแนกความคิดสร้างสรรค์ในด้านคิดคล่องตามเกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละข้อของแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ คิดเป็นร้อยละของนักเรียน แสดงดังตารางที่ 4-7

ตารางที่ 4-7 ร้อยละของนักเรียนจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์
ในด้านคิดคล่อง

ความคิดสร้างสรรค์	คะแนน	ร้อยละของนักเรียน		
		ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3
คิดคล่อง	3	23.81	-	-
	2	59.52	-	-
	1	16.67	-	-
	0	0.00	-	-

จากตารางที่ 4-7 ร้อยละของนักเรียนในด้านคิดคล่อง พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ได้ 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 59.52 รองลงมาได้ 3 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 23.81 นักเรียนบางส่วนได้ 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 16.67 และไม่มีนักเรียนที่ได้ 0 คะแนน โดยมีตัวอย่างผลการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดคล่อง จากโจทย์ “ข้อที่ 1 จากรูปที่กำหนดให้



ภาพที่ 4-10 รูปที่กำหนดให้

จงหาค่า x และ y ให้ถูกต้อง โดยแสดงแนวคิดในการหาคำตอบให้ได้มากที่สุด” ดังนี้

1.1 มีนักเรียนที่ได้คะแนน 3 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 23.81 โดยนักเรียนสามารถตอบได้ตรงประเด็นถูกต้อง 70 เปอร์เซ็นต์ขึ้นไป (9 วิธี ขึ้นไปจากทั้งหมด 12 วิธี) ในเวลาที่กำหนด โดยมีตัวอย่างแสดงดังภาพที่ 4-11

$\sin 60^\circ = \frac{y}{8}$ $\frac{1}{2} = \frac{y}{8}$ $y = 4$ หา x จาก $8^2 = x^2 + 4^2$ $64 = x^2 + 16$ $x^2 = 64 - 16$ $x = 4\sqrt{3}$	$\sin 60^\circ = \frac{x}{8}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{8}$ $x = \frac{4\sqrt{3}}{1}$ $x = 4\sqrt{3}$ หา y จาก $8^2 = (4\sqrt{3})^2 + y^2$ $y^2 = 64 - 16(3)$ $y = \sqrt{16}$ $y = 4$	$\cos 60^\circ = \frac{x}{8}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{8}$ $x = 4\sqrt{3}$ หา y จาก $8^2 = (4\sqrt{3})^2 + y^2$ $y^2 = 64 - 16(3)$ $y = \sqrt{16}$ $y = 4$
$\cos 60^\circ = \frac{y}{8}$ $\frac{1}{2} = \frac{y}{8}$ $y = 4$ หา x จาก $8^2 = x^2 + 4^2$ $64 = x^2 + 16$ $x^2 = 64 - 16$ $x = 4\sqrt{3}$	$\tan 30^\circ = \frac{y}{x}$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{y}{x}$ $x = \sqrt{3}y$ $x = 4\sqrt{3}$ หา y จาก $8^2 = (\sqrt{3}y)^2 + y^2$ $64 = 3y^2 + y^2$ $y^2 = 16$ $y = 4$	$\tan 60^\circ = \frac{x}{y}$ $\sqrt{3} = \frac{x}{y}$ $x = \sqrt{3}y$ $x = 4\sqrt{3}$ หา y จาก $8^2 = (\sqrt{3}y)^2 + y^2$ $64 = 3y^2 + y^2$ $y^2 = 16$ $y = 4$
$\operatorname{cosec} 60^\circ = \frac{8}{y}$ $2 = \frac{8}{y}$ $y = 4$ หา x จาก $8^2 = 4^2 + x^2$ $64 = 16 + x^2$ $x^2 = 48$ $x = 4\sqrt{3}$	$\operatorname{cosec} 60^\circ = \frac{8}{x}$ $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{8}{x}$ $x = \frac{8\sqrt{3}}{2}$ $x = 4\sqrt{3}$ หา y จาก $8^2 = (4\sqrt{3})^2 + y^2$ $64 = 4^2(3) + y^2$ $y^2 = 64 - 48$ $y = \sqrt{16} = 4$	$\sec 30^\circ = \frac{8}{x}$ $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{8}{x}$ $x = \frac{8\sqrt{3}}{2}$ $x = 4\sqrt{3}$ หา y จาก $8^2 = y^2 + (4\sqrt{3})^2$ $64 = y^2 + 16(3)$ $y^2 = 16$ $y = 4$
$\sec 60^\circ = \frac{8}{y}$ $2 = \frac{8}{y}$ $y = 4$ หา x จาก $8^2 = 4^2 + x^2$ $64 = 16 + x^2$ $x^2 = 64 - 16$ $x = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$	$\cot 30^\circ = \frac{x}{y}$ $\sqrt{3} = \frac{x}{y}$ $x = \sqrt{3}y$ $x = 4\sqrt{3}$ หา y จาก $8^2 = (\sqrt{3}y)^2 + y^2$ $64 = 3y^2 + y^2$ $4y^2 = 64$ $y = 4$	$\cot 60^\circ = \frac{y}{x}$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{y}{x}$ $x = y\sqrt{3}$ หา y จาก $8^2 = (y\sqrt{3})^2 + y^2$ $64 = 3y^2 + y^2$ $4y^2 = 64$ $y = \sqrt{16} = 4$

ภาพที่ 4-11 ตัวอย่างการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดคล่องที่ได้

3 คะแนน

จากภาพนักเรียนสามารถแสดงการแก้ปัญหาได้ทั้งหมด 12 วิธี (100 เปอร์เซ็นต์) โดยนักเรียนใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin 30^\circ$, $\cos 30^\circ$, $\tan 30^\circ$, $\operatorname{cosec} 30^\circ$, $\sec 30^\circ$, $\cot 30^\circ$ และ $\sin 60^\circ$, $\cos 60^\circ$, $\tan 60^\circ$, $\operatorname{cosec} 60^\circ$, $\sec 60^\circ$, $\cot 60^\circ$ ในการแก้ปัญหภายในเวลาที่กำหนด

1.2 มีนักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 59.52 โดยนักเรียนสามารถตอบได้ตรงประเด็นถูกต้องตั้งแต่ 60 เปอร์เซ็นต์ – 69 เปอร์เซ็นต์ (8 วิธี จากทั้งหมด 12 วิธี) ในเวลาที่กำหนด โดยมีตัวอย่างแสดงดังภาพที่ 4-12

<p>วิธี cos 30° แทน x</p> $\cos 30^\circ = \frac{\text{ข้าง}}{\text{ وتر}}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{8}$ $x = 4\sqrt{3}$	<p>วิธีพีทาโกรัสแทน y</p> $AC^2 = AB^2 + BC^2$ $8^2 = y^2 + (4\sqrt{3})^2$ $y^2 = 64 - 48$ $y^2 = 16 - 48$ $y = 4$	<p>วิธี sin 30° แทน y</p> $\sin 30^\circ = \frac{\text{ตรงข้าม}}{\text{ وتر}}$ $\frac{1}{2} = \frac{y}{8}$ $y = 4$	<p>วิธีพีทาโกรัสแทน x</p> $AC^2 = AB^2 + BC^2$ $8^2 = 4^2 + x^2$ $64 = 16 + x^2$ $x^2 = 64 - 16$ $x^2 = 48$ $x = 4\sqrt{3}$	<p>วิธีแทน 30° แทน x</p>
<p>วิธี cosec 30° แทน y</p> $\text{cosec } 30^\circ = \frac{\text{ وتر}}{\text{ ข้าง}}$ $2 = \frac{8}{y}$ $2y = 8$ $y = 4$	<p>วิธีพีทาโกรัส</p> $AC^2 = AB^2 + BC^2$ $8^2 = 4^2 + x^2$ $x^2 = 48$ $x = 4\sqrt{3}$	<p>วิธี sec 30° แทน x</p> $\sec 30^\circ = \frac{\text{ وتر}}{\text{ ข้าง}}$ $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{8}{x}$ $x = 4\sqrt{3}$	<p>$AC^2 = AB^2 + BC^2$</p> $8^2 = y^2 + (4\sqrt{3})^2$ $y^2 = 64 - 48$ $y = 4$	<p>วิธี cot. 30°</p>
<p>วิธี sin 60°</p> $\sin 60^\circ = \frac{\text{ตรงข้าม}}{\text{ وتر}}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{8}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = x$ $x = 4\sqrt{3}$	<p>วิธีพีทาโกรัสแทน y</p> $AC^2 = AB^2 + BC^2$ $8^2 = y^2 + (4\sqrt{3})^2$ $y^2 = 64 - 48 = 16$ $y = 4$	<p>วิธี cos 60°</p> $\cos 60^\circ = \frac{\text{ข้าง}}{\text{ وتر}}$ $\frac{1}{2} = \frac{y}{8}$ $y = \frac{1}{2} \times 8$ $y = 4$	<p>วิธีพีทาโกรัสแทน x</p> $AC^2 = AB^2 + BC^2$ $8^2 = 4^2 + x^2$ $x^2 = 64 - 16$ $x^2 = 48$ $x = 4\sqrt{3}$	
<p>วิธี cosec 60°</p> $\text{cosec } 60^\circ = \frac{\text{ وتر}}{\text{ ข้าง}}$ $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{8}{x}$ $x = 4\sqrt{3}$	<p>วิธีพีทาโกรัสแทน y</p> $AC^2 = AB^2 + BC^2$ $8^2 = 4^2 + (4\sqrt{3})^2$ $y^2 = 64 - 48 = 16$ $y = 4$	<p>วิธี sec 60°</p> $\sec 60^\circ = \frac{\text{ وتر}}{\text{ ข้าง}}$ $\frac{2}{1} = \frac{8}{y}$ $2y = 8$ $y = \frac{8}{2}$ $y = 4$	<p>วิธีพีทาโกรัสแทน x</p> $AC^2 = AB^2 + BC^2$ $8^2 = 4^2 + x^2$ $x^2 = 64 - 16$ $x^2 = 48$ $x = 4\sqrt{3}$	

ภาพที่ 4-12 ตัวอย่างการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดคล่องที่ได้

2 คะแนน

จากภาพนักเรียนสามารถแสดงการแก้ปัญหาได้ทั้งหมด 8 วิธี โดยนักเรียนใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin 30^\circ$, $\cos 30^\circ$, $\text{cosec } 30^\circ$, $\sec 30^\circ$ และ $\sin 60^\circ$, $\cos 60^\circ$, $\text{cosec } 60^\circ$, $\sec 60^\circ$ ในการแก้ปัญหาภายในเวลาที่กำหนด

1.3 มีนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 16.67 โดยนักเรียนสามารถตอบได้ตรงประเด็นถูกต้องตั้งแต่ 50 เปอร์เซ็นต์ – 59 เปอร์เซ็นต์ (6-7 วิธี จากทั้งหมด 12 วิธี) ในเวลาที่กำหนด โดยมีตัวอย่างแสดงดังภาพที่ 4-13

ภาพ					
<p>นท ย จาก.</p> $\sin 30^\circ = \frac{y}{8}$ $\frac{1}{2} = \frac{y}{8}$ $y = 8 \times \frac{1}{2}$ $y = 4$	<p>นท x จาก. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p> $8^2 - 4^2 = x^2$ $64 - 16 = x^2$ $48 = x^2$ $x = \sqrt{48}$ $x = 6.93$	<p>นท x จาก</p> $\sin 60^\circ = \frac{x}{8}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{8}$ $x = \frac{8\sqrt{3}}{2}$ $x = 4\sqrt{3}$ $x = 6.93$	<p>นท y จาก.</p> $(6.93)^2 - 8^2 = y^2$ $48 - 64 = y^2$ $16 = y^2$ $y = \sqrt{16}$ $y = 4$	<p>นท y จาก.</p> $\sec 30^\circ = \frac{8}{y}$ $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{8}{y}$ $y = \frac{8\sqrt{3}}{2}$ $y = 4\sqrt{3}$ $y = 6.93$	<p>นท x จาก.</p> $8^2 - 8^2 = x^2$ $16 - 64 = x^2$ $48 = x^2$ $x = \sqrt{48}$ $x = 6.93$
<p>นท y จาก.</p> $\cos 60^\circ = \frac{y}{8}$ $\frac{1}{2} = \frac{y}{8}$ $y = 8 \times \frac{1}{2}$ $y = 4$	<p>นท x จาก ทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p> $8^2 - 4^2 = x^2$ $64 - 16 = x^2$ $x = \sqrt{48}$ $x = 6.93$	<p>นท x จาก</p> $\cos 30^\circ = \frac{x}{8}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{8}$ $x = \frac{8\sqrt{3}}{2}$ $x = 4\sqrt{3} = 6.93$	<p>นท y จาก.</p> $(6.93)^2 - 8^2 = y^2$ $48 - 64 = y^2$ $16 = y^2$ $y = \sqrt{16}$ $y = 4$	<p>นท x จาก.</p> $\operatorname{cosec} 30^\circ = \frac{8}{x}$ $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{8}{x}$ $x = \frac{8\sqrt{3}}{2}$ $x = 4\sqrt{3} = 6.93$	<p>นท y จาก.</p> $y^2 = 8^2 - (6.93)^2$ $= 64 - 48$ $y = 16$ $y = \sqrt{16}$ $y = 4$
<p>นท x จาก.</p> $\sec 60^\circ = \frac{8}{x}$ $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{8}{x}$ $x = \frac{8\sqrt{3}}{2}$ $x = 4\sqrt{3} = 6.93$	<p>นท x จาก ทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p> $y^2 = 8^2 - (6.93)^2$ $= 64 - 48$ $y = 16$ $y = \sqrt{16}$ $y = 4$	<p>นท y จาก</p> $\cos 60^\circ = \frac{y}{8}$ $\frac{1}{2} = \frac{y}{8}$ $y = 8 \times \frac{1}{2}$ $y = 4$	<p>นท x จาก ทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p> $x^2 = 8^2 - 4^2$ $= 64 - 16$ $= 48$ $x = \sqrt{48}$ $x = 6.93$	<p>นท y จาก.</p> $\tan 30^\circ = \frac{y}{x}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{y}{x}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}x = y$	

ภาพที่ 4-13 ตัวอย่างการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดคล่องที่ได้ 1 คะแนน

จากภาพนักเรียนสามารถแสดงการแก้ปัญหาได้ทั้งหมด 7 วิธี (มีการแก้ปัญหาซ้ำหนึ่งวิธี) โดยนักเรียนใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin 30^\circ$, $\cos 30^\circ$, $\operatorname{cosec} 30^\circ$, $\sec 30^\circ$ และ $\sin 60^\circ$, $\cos 60^\circ$, $\sec 60^\circ$ ในการแก้ปัญหภายในเวลาที่กำหนด

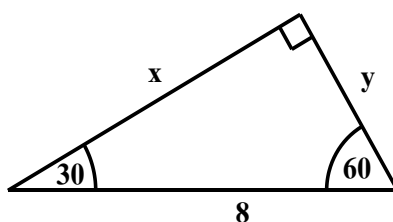
1.4 ไม่มีนักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน

2. ความคิดยืดหยุ่น ความคิดสร้างสรรค์ในด้านคิดยืดหยุ่นนักเรียนจะต้องแสดงกลุ่มแนวคิดในการแก้ปัญหาได้หลากหลายกลุ่มแนวคิด ซึ่งสามารถจำแนกความคิดสร้างสรรค์ในด้านคิดยืดหยุ่นตามเกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละข้อของแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ คิดเป็นร้อยละของนักเรียน แสดงดังตารางที่ 4-8

ตารางที่ 4-8 ร้อยละของนักเรียนจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ในด้านคิดยืดหยุ่น

ความคิดสร้างสรรค์	คะแนน	ร้อยละของนักเรียน		
		ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3
คิดยืดหยุ่น	3	59.52	-	-
	2	40.48	-	-
	1	0.00	-	-
	0	0.00	-	-

จากตารางที่ 4-8 ร้อยละของนักเรียนในด้านคิดยืดหยุ่น พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ได้ 3 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 59.52 รองลงมานักเรียนได้ 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 40.48 และไม่มีนักเรียนที่ได้ 1 และ 0 คะแนน โดยแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในองค์ประกอบด้านความคิดยืดหยุ่น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีลักษณะดังนี้ “ข้อที่ 1 จากรูปที่กำหนดให้



ภาพที่ 4-14 รูปที่กำหนดให้

จงหาค่า x และ y ให้ถูกต้อง โดยแสดงแนวคิดในการหาคำตอบให้ได้มากที่สุด” และแบบวัดความคิดยืดหยุ่นในข้อดังกล่าว นักเรียนสามารถหาคำตอบได้ 12 วิธี โดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin 30^\circ$, $\cos 30^\circ$, $\tan 30^\circ$, $\operatorname{cosec} 30^\circ$, $\sec 30^\circ$, $\cot 30^\circ$ และ $\sin 60^\circ$, $\cos 60^\circ$, $\tan 60^\circ$, $\operatorname{cosec} 60^\circ$, $\sec 60^\circ$, $\cot 60^\circ$ ซึ่งผู้วิจัยได้จัดกลุ่มแนวคิดในการหาคำตอบ ออกเป็น 3 กลุ่ม ดังนี้

กลุ่มแนวคิดที่ 1 ใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin \theta, \operatorname{cosec} \theta$

กลุ่มแนวคิดที่ 2 ใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\cos \theta, \sec \theta$

กลุ่มแนวคิดที่ 3 ใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\tan \theta, \cot \theta$ โดยมีตัวอย่างผลการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดยืดหยุ่น ดังนี้

2.1 มีนักเรียนที่ได้คะแนน 3 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 59.52 โดยนักเรียนสามารถแสดง กลุ่มแนวคิดในการแก้ปัญหาได้มากกว่า 2 แนวคิด โดยมีตัวอย่างแสดงดังภาพที่ 4-15

$\sin 30^\circ = \frac{y}{8}$ $\frac{1}{2} = \frac{y}{8}$ $y = 4$ หา x จาก $8^2 = x^2 + 4^2$ $64 = x^2 + 16$ $x^2 = 64 - 16$ $x = 4\sqrt{3}$	$\sin 60^\circ = \frac{x}{8}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{8}$ $x = \frac{4\sqrt{3}}{1}$ $x = 4\sqrt{3}$ หา y จาก $8^2 = (4\sqrt{3})^2 + y^2$ $y^2 = 64 - 16(3)$ $y = \sqrt{16}$ $y = 4$	$\cos 30^\circ = \frac{x}{8}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{8}$ $x = 4\sqrt{3}$ หา y จาก $8^2 = (4\sqrt{3})^2 + y^2$ $y^2 = 64 - 16(3)$ $y = \sqrt{16}$ $y = 4$
$\cos 60^\circ = \frac{y}{8}$ $\frac{1}{2} = \frac{y}{8}$ $y = 4$ หา x จาก $8^2 = x^2 + 4^2$ $64 = x^2 + 16$ $x^2 = 64 - 16$ $x = 4\sqrt{3}$	$\tan 30^\circ = \frac{y}{x}$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{y}{x}$ $x = \sqrt{3}y$ $x = 4\sqrt{3}$ หา y จาก $8^2 = (\sqrt{3}y)^2 + y^2$ $64 = 3y^2 + y^2$ $y^2 = 16$ $y = 4$	$\tan 60^\circ = \frac{x}{y}$ $\sqrt{3} = \frac{x}{y}$ $x = \sqrt{3}y$ $x = 4\sqrt{3}$ หา y จาก $8^2 = (\sqrt{3}y)^2 + y^2$ $64 = 3y^2 + y^2$ $y^2 = 16$ $y = 4$
$\operatorname{cosec} 30^\circ = \frac{8}{y}$ $2 = \frac{8}{y}$ $y = 4$ หา x จาก $8^2 = 4^2 + x^2$ $64 = 16 + x^2$ $x^2 = 48$ $x = 4\sqrt{3}$	$\operatorname{cosec} 60^\circ = \frac{8}{x}$ $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{8}{x}$ $x = \frac{8\sqrt{3}}{2}$ $x = 4\sqrt{3}$ หา y จาก $8^2 = (4\sqrt{3})^2 + y^2$ $64 = 4^2(3) + y^2$ $y^2 = 64 - 48$ $y = \sqrt{16} = 4$	$\sec 30^\circ = \frac{8}{x}$ $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{8}{x}$ $x = \frac{8\sqrt{3}}{2}$ $x = 4\sqrt{3}$ หา y จาก $8^2 = y^2 + (4\sqrt{3})^2$ $64 = y^2 + 16(3)$ $y^2 = 16$ $y = 4$
$\sec 60^\circ = \frac{8}{y}$ $2 = \frac{8}{y}$ $y = 4$ หา x จาก $8^2 = 4^2 + x^2$ $64 = 16 + x^2$ $x^2 = 64 - 16$ $x = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$	$\cot 30^\circ = \frac{x}{y}$ $\sqrt{3} = \frac{x}{y}$ $x = \sqrt{3}y$ $x = 4\sqrt{3}$ หา y จาก $8^2 = (\sqrt{3}y)^2 + y^2$ $64 = 3y^2 + y^2$ $4y^2 = 64$ $y = 4$	$\cot 60^\circ = \frac{y}{x}$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{y}{x}$ $x = y\sqrt{3}$ หา y จาก $8^2 = (y\sqrt{3})^2 + y^2$ $64 = y^2 + 3y^2$ $4y^2 = 64$ $y = \sqrt{16} = 4$

ภาพที่ 4-15 ตัวอย่างการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดยืดหยุ่นที่ได้

3 คะแนน

จากภาพนักเรียนสามารถแสดงแนวคิดในการหาคำตอบได้ทั้งหมด 3 กลุ่มแนวคิด
ดังนี้

กลุ่มแนวคิดที่ 1 ใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin 30, \operatorname{cosec} 30$ และ $\sin 60, \operatorname{cosec} 60$

กลุ่มแนวคิดที่ 2 ใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\cos 30, \sec 30$ และ $\cos 60, \sec 60$

กลุ่มแนวคิดที่ 3 ใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\tan 30, \cot 30$ และ $\tan 60, \cot 60$

2.2 มีนักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 40.48 โดยนักเรียนสามารถแสดงกลุ่มแนวคิดในการแก้ปัญหาได้ 2 กลุ่มแนวคิด โดยมีตัวอย่างแสดงดังภาพที่ 4-16

$\sin 30^\circ = \frac{\text{ข้าง}}{\text{ฉาก}}$ $\frac{1}{2} = \frac{y}{8}$ $y = \frac{1}{2} \times 8 = 4$	หรือ X $C^2 = A^2 + B^2$ $8^2 = X^2 + 4^2$ $X^2 = 8^2 - 4^2$ $X^2 = 48$ $X = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$	$\cos 30^\circ = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{8}$ $x = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$	หรือ Y $C^2 = A^2 + B^2$ $8^2 = 4\sqrt{3}^2 + y^2$ $y^2 = 8^2 - 4\sqrt{3}^2$ $y^2 = 16 - 12 = 4$ $y = 4$	
$\sin 60^\circ = \frac{\text{ข้าง}}{\text{ฉาก}}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{8}$ $x = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$	หรือ Y $C^2 = A^2 + B^2$ $8^2 = 4\sqrt{3}^2 + y^2$ $y^2 = 8^2 - 4\sqrt{3}^2$ $y^2 = 16 - 12 = 4$ $y = 4$	$\cos 60^\circ = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}}$ $\frac{1}{2} = \frac{y}{8}$ $y = \frac{1}{2} \times 8 = 4$	หรือ X $C^2 = A^2 + B^2$ $8^2 = x^2 + 4^2$ $x^2 = 8^2 - 4^2$ $x^2 = 48$ $x = 4\sqrt{3}$	
$\sin 30^\circ = \frac{\text{ข้าง}}{\text{ฉาก}}$ $\frac{1}{2} = \frac{y}{8}$ $y = \frac{1}{2} \times 8 = 4$	หรือ X $\tan 30^\circ = \frac{\text{ข้าง}}{\text{ชิด}}$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4}{x}$ $x = 4\sqrt{3}$	$\cos 30^\circ = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{8}$ $x = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$	หรือ Y $\tan 30^\circ = \frac{\text{ข้าง}}{\text{ชิด}}$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{y}{4\sqrt{3}}$ $y = 4$	
$\sin 60^\circ = \frac{\text{ข้าง}}{\text{ฉาก}}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{8}$ $x = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$	หรือ Y $\tan 60^\circ = \frac{\text{ข้าง}}{\text{ชิด}}$ $\sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{y}$ $y = 4$	$\cos 60^\circ = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}}$ $\frac{1}{2} = \frac{y}{8}$ $y = \frac{1}{2} \times 8 = 4$	หรือ Y $\tan 60^\circ = \frac{\text{ข้าง}}{\text{ชิด}}$ $\sqrt{3} = \frac{x}{4}$ $x = 4\sqrt{3}$	

ภาพที่ 4-16 ตัวอย่างการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดยืดหยุ่นที่ได้

2 คะแนน

จากภาพนักเรียนสามารถแสดงแนวคิดในการหาคำตอบได้ทั้งหมด 2 กลุ่มแนวคิด
ดังนี้

กลุ่มแนวคิดที่ 1 ใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin 30$ และ $\sin 60$

กลุ่มแนวคิดที่ 2 ใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\cos 30$ และ $\cos 60$

2.3 ไม่มีนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน

2.4 ไม่มีนักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน

3. ความคิดริเริ่ม ความคิดสร้างสรรค์ในด้านคิดริเริ่มนักเรียนจะต้องแสดงการคิดที่มีลักษณะแปลกใหม่ที่ไม่เหมือนใคร แสดงความเป็นต้นแบบในการแก้ปัญหา ซึ่งสามารถจำแนกความคิดสร้างสรรค์ในด้านคิดริเริ่มตามเกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละข้อของแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ คิดเป็นร้อยละของนักเรียน แสดงดังตารางที่ 4-9

ตารางที่ 4-9 ร้อยละของนักเรียนจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์
ในด้านคิดริเริ่ม

ความคิดสร้างสรรค์	คะแนน	ร้อยละของนักเรียน		
		ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3
ด้านคิดริเริ่ม	3	-	-	7.14
	2	-	-	28.58
	1	-	-	59.52
	0	-	-	4.76

จากตารางที่ 4-9 ร้อยละของนักเรียนในด้านคิดริเริ่ม พบว่านักเรียนได้ 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 59.52 รองลงมามีนักเรียนได้ 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 28.58 และนักเรียนบางส่วนได้ 3 และ 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 7.14 และ 4.76 ตามลำดับ โดยมีตัวอย่างผลการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดริเริ่ม จากโจทย์ “ข้อที่ 3 บอลลูกโยนมาในแนวเส้นผ่านศูนย์กลาง 5 เมตร ผูกไว้ข้างตึกสูง 24 เมตร ช่วงบ่ายวันหนึ่งมีกระแสลมพัดบอลลูก ทำให้โคนเชือกที่ผูกติดกับพื้นเอียงทำมุมไม่เกิน 120° อยากทราบว่าควรผูกบอลลูกให้ห่างจากตึกกี่เมตรและสูงจากพื้นกี่เมตร เพื่อป้องกันไม่ให้บอลลูกโดนลมพัดชนตึก แต่บอลลูกยังสามารถมองเห็นได้ในระยะไกล” ดังนี้

3.1 มีนักเรียนที่ได้คะแนน 3 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 7.14 โดยนักเรียนสามารถแสดงวิธีการคิดแก้ปัญหาที่แปลกใหม่เป็นของตนเอง และแสดงถึงความเป็นต้นแบบในการคิดแก้ปัญหา โดยมีตัวอย่างแสดงดังภาพที่ 4-17

แสดงวิธีทำ

จากสมมติให้ ยอดลูนชนตึกพอดี ได้วางดังนี้

จาก $\tan 60^\circ = \frac{24}{x}$

$\sqrt{3} = \frac{24}{x}$

$x = \frac{24 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$

$x = 8\sqrt{3}$ ม.

จาก y จาก \tan ที่ตั้งไว้คือ

$24^2 + (8\sqrt{3})^2 = y^2$

$576 + 192 = y^2$

$768 = y^2$

$\sqrt{768} = y$

ม. $16\sqrt{3} = y$

แต่เพื่อจะหา ยอดลูนจะได้เห็นผ่านหน้าต่างตึก 5m

คงสูง ตึกลูนวาง เรือ 6 + ยอดลูน

คือ $16\sqrt{3} + 5$ เมตร

ดังนั้น ถ้าดูยอดลูนชนตึกพอดี 5 เมตร

$16\sqrt{3} + 5 =$ ยอดลูน - ยอดหน้าต่างตึก $8\sqrt{3}$ เมตร

ดังนั้น $16\sqrt{3} + 5$ เมตร

ภาพที่ 4-17 ตัวอย่างการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดริเริ่มที่ได้ 3 คะแนน

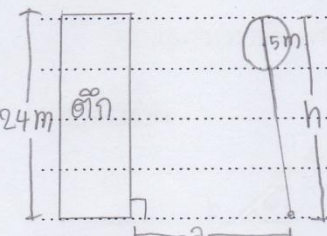
จากภาพ โจทย์ปัญหาต้องการทราบว่าควรผูกบอลลูนให้ห่างจากตึกกี่เมตรและสูงจากพื้นกี่เมตร เพื่อป้องกันไม่ให้บอลลูนโดนลมพัดชนตึกแต่บอลลูนยังสามารถมองเห็นได้ในระยะไกล ซึ่งนักเรียนมีการใช้วิธีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ โดยนักเรียนสมมติให้บอลลูนชนตึกพอดี แล้วใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติเพื่อหาระยะห่างจากตึกและความยาวของเชือกที่ใช้ผูกบอลลูน อีก

ทั้งนักเรียนยังพิจารณาเส้นผ่านศูนย์กลางของบอลลูก เพื่อให้บอลลูกยังสามารถมองเห็นได้ในระยะไกล ซึ่งเป็นการคิดแก้ปัญหาที่แปลกใหม่เป็นแนวทางของตนเองแตกต่างจากการแก้ปัญหาของนักเรียนส่วนใหญ่

3.2 มีนักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 28.58 โดยนักเรียนสามารถนำแนวคิดในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้มาพัฒนาให้อยู่ในแนวทางของตนเองและสามารถใช้ในการแก้ปัญหาได้ โดยมีตัวอย่างแสดงดังภาพที่ 4-18

แสดงวิธีทำ

① ตานบอลลูกเอียงทำมุม 30°



$$\sin 30^\circ = \frac{24}{h_1}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{24}{h_1}$$

$$h_1 = 48 \text{ m}$$

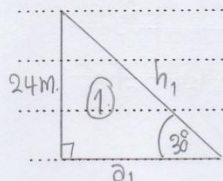
$$\tan 30^\circ = \frac{24}{a_1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{24}{a_1}$$

$$a_1 = 24\sqrt{3} \text{ m}$$

∴ ความสูงห่างจากตึก $24\sqrt{3} \text{ m}$ และสูงจากพื้น 48 m

② ตานบอลลูกเอียงทำมุม 45°



$$\sin 45^\circ = \frac{24}{h_2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{24}{h_2}$$

$$h_2 = \frac{48}{\sqrt{2}}$$

$$h_2 = 24\sqrt{2} \text{ m}$$

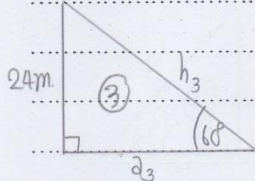
$$\tan 45^\circ = \frac{24}{a_2}$$

$$1 = \frac{24}{a_2}$$

$$a_2 = 24 \text{ m}$$

∴ ความสูงห่างจากตึก 24 m และสูงจากพื้น $24\sqrt{2} \text{ m}$

③ ตานบอลลูกเอียงทำมุม 60°



$$\sin 60^\circ = \frac{24}{h_3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{24}{h_3}$$

$$h_3 = \frac{48}{\sqrt{3}}$$

$$h_3 = 16\sqrt{3} \text{ m}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{24}{a_3}$$

$$\sqrt{3} = \frac{24}{a_3}$$

$$a_3 = \frac{24}{\sqrt{3}}$$

$$a_3 = 8\sqrt{3} \text{ m}$$

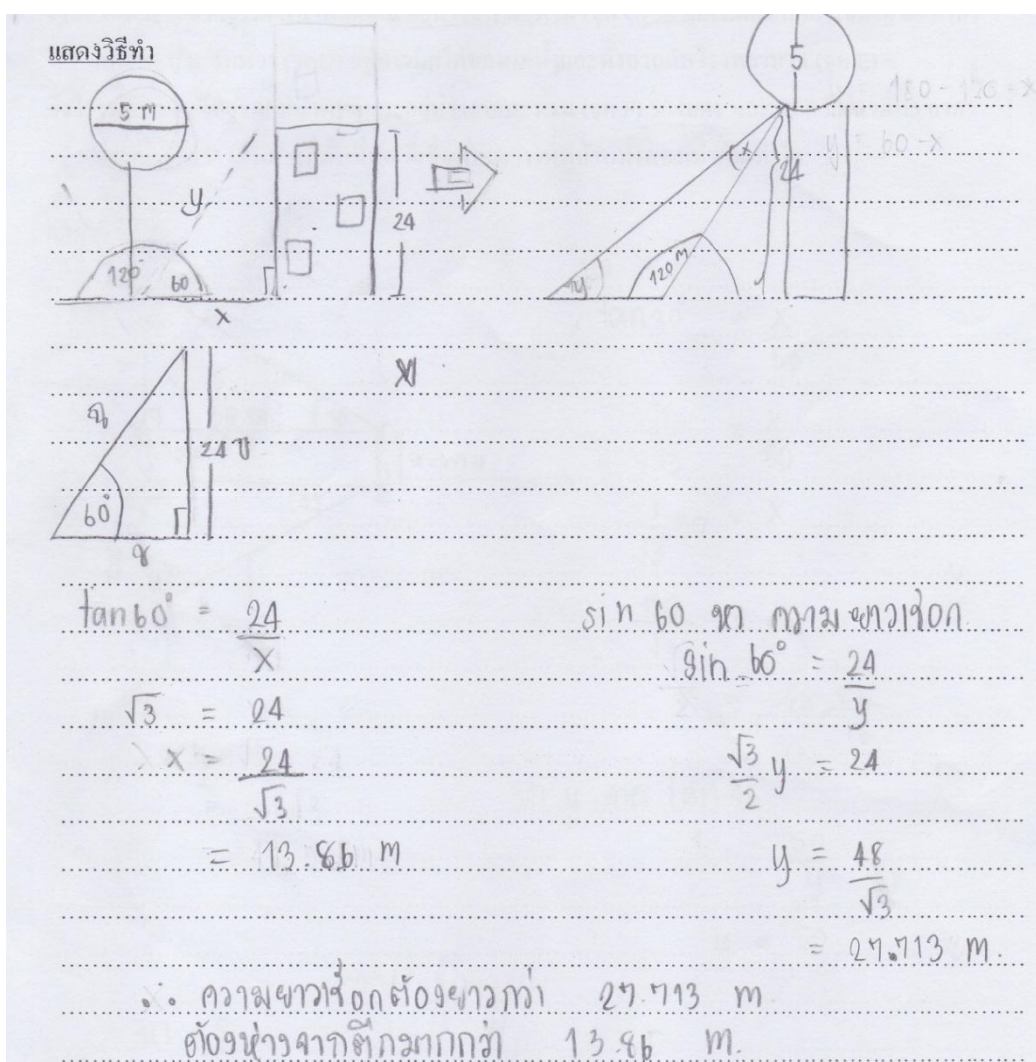
∴ ความสูงห่างจากตึก $8\sqrt{3} \text{ m}$ และสูงจากพื้น $16\sqrt{3} \text{ m}$

ภาพที่ 4-18 ตัวอย่างการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดริเริ่มที่ได้

2 คะแนน

จากภาพนักเรียนมีการพิจารณามุมที่หลากหลาย ซึ่งให้เห็นว่า นักเรียนสามารถนำแนวคิดในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้มาพัฒนา ให้อยู่ในแนวทางของตนเองและสามารถใช้ในการแก้ปัญหาได้เนื่องจากโจทย์ปัญหากำหนดว่า เมื่อบอลลูกโคนลมพัดจะเอียงทำมุมได้ไม่เกิน 120° โดยนักเรียนพิจารณาที่มุม 30° , 45° และ 60° ซึ่งเป็นการนำเอาความรู้เกี่ยวกับมุมและอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เรียนมาแก้ปัญหาได้ทำให้ได้คำตอบที่หลากหลายอีกด้วย

3.3 มีนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 59.52 โดยนักเรียนมีสิ่งบ่งชี้บางอย่างให้เห็นแนวคิดในการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ แสดงดังภาพที่ 4-19

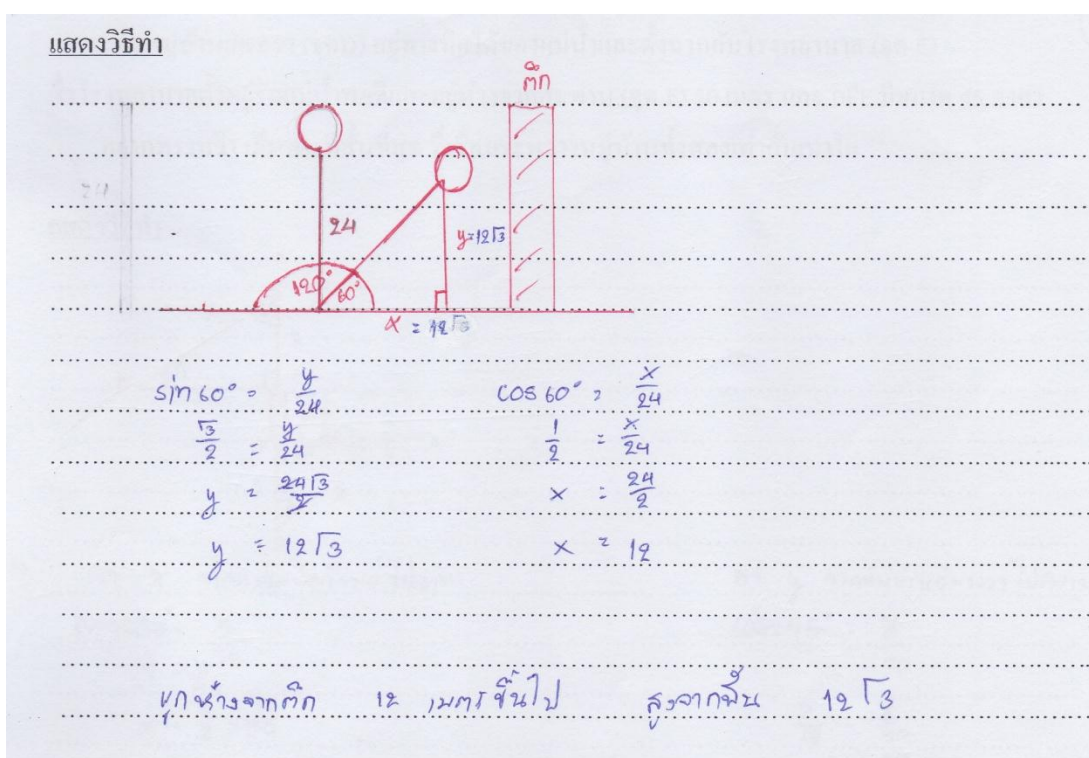


ภาพที่ 4-19 ตัวอย่างการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดริเริ่มที่ได้

1 คะแนน

จากภาพนักเรียนใช้รูปภาพแทนปัญหาแสดงลำดับเหตุการณ์ที่บอลลูกโคนลมพัด และแปลงรูปภาพเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งลักษณะคำตอบเป็นสิ่งบ่งชี้บางอย่างให้เห็น แนวคิดในการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ โดยนักเรียนตอบว่า “ยาวกว่า” และ “มากกว่า” เพื่อให้มั่นใจว่า บอลลูกจะไม่ชนตึกอย่างแน่นอน

3.4 มีนักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 4.76 โดยนักเรียนไม่ปรากฏ แนวคิดในการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ แสดงดังภาพที่ 4-20



ภาพที่ 4-20 ตัวอย่างการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดริเริ่มที่ได้ 0 คะแนน

จากภาพนักเรียนใช้รูปภาพแทนปัญหาและใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติเพื่อหาระยะห่างจากตึกและความสูง โดยยังมีข้อผิดพลาดบางประการและยังไม่ปรากฏแนวคิดในการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่

4. ความคิดละเอียดลออ ความคิดสร้างสรรค์ในด้านคิดละเอียดลออนักเรียนจะต้องแสดง การคิด ที่มี การนำเสนอหรืออธิบายแนวคิดได้อย่างละเอียดชัดเจน ซึ่งสามารถจำแนกความคิด สร้างสรรค์ในด้านคิดละเอียดลออตามเกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละข้อของแบบวัดความคิด สร้างสรรค์ คิดเป็นร้อยละของนักเรียน แสดงดังตารางที่ 4-10

ตารางที่ 4-10 ร้อยละของนักเรียนจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ ในด้านคิดละเอียดลออ

ความคิด สร้างสรรค์	คะแนน	ร้อยละของนักเรียน			เฉลี่ย (ร้อยละ)
		ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	
คิดละเอียดลออ	3	-	52.38	52.38	52.38
	2	-	42.86	47.62	45.24
	1	-	4.76	0.00	0.00
	0	-	0.00	0.00	0.00

จากตารางที่ 4-10 ร้อยละของนักเรียนในด้านคิดละเอียดลออ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ได้ 3 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 52.38 รองลงมามีนักเรียนได้ 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 45.24 และไม่มีนักเรียนที่ได้ 1 และ 0 คะแนน โดยมีตัวอย่างผลการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ในด้านคิดค่อง จากโจทย์ “ข้อที่ 2 ผู้ใหญ่บ้านต้องการสร้างเส้นทางที่สั้นที่สุด เชื่อมระหว่าง หมู่บ้านอิทธิมิตรและหมู่บ้านอัมพวา ซึ่งมีสะพานข้ามแม่น้ำกว้าง 10 เมตร คั่นระหว่างหมู่บ้านทั้งสอง โดยที่หมู่บ้านอิทธิมิตร (จุด A) อยู่ทางทิศเหนือของแม่น้ำและตั้งฉากกับสถานีตำรวจ (จุด B) ซึ่ง สถานีตำรวจตั้งอยู่ริมแม่น้ำพอดีและอยู่ห่างจากสะพาน (จุด C) 50 เมตร และ \widehat{BAC} มีขนาด 60° และหมู่บ้านอัมพวา (จุด D) อยู่ทางทิศใต้ของแม่น้ำและตั้งฉากกับโรงพยาบาล (จุด E) ซึ่ง โรงพยาบาลตั้งอยู่ริมแม่น้ำพอดีและอยู่ห่างจากสะพาน (จุด F) 50 เมตร และ \widehat{DFE} มีขนาด 45° อยากทราบว่าเส้นทางที่สั้นที่สุด ที่เชื่อมระหว่างหมู่บ้านทั้งสองเท่ากับเท่าใด” ดังนี้

4.1 มีนักเรียนที่ได้คะแนน 3 คะแนน โดยนักเรียนนำเสนอหรืออธิบายแนวคิดได้อย่างละเอียดชัดเจนและมีการใช้รูปภาพแทนปัญหาได้สมบูรณ์ แสดงดังภาพที่ 4-21

แสดงวิธีทำ

หาค่า b จากสามเหลี่ยมที่ 1 ดัง

$$\sin 60^\circ = \frac{50}{b}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{50}{b}$$

$$b = \frac{100}{\sqrt{3}}$$

$$b = \frac{100 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$b = \frac{100\sqrt{3}}{3} \text{ m.}$$

หาค่า e จากสามเหลี่ยมที่ 2 ดัง

$$\cos 45^\circ = \frac{50}{e}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{50}{e}$$

$$e = \frac{50 \times 2}{\sqrt{2}}$$

$$e = \frac{100}{\sqrt{2}} \text{ m.}$$

∴ เส้นทางการวิ่งที่สั้นที่สุดที่เรือจะวิ่งผ่านทั้งต้องวิ่งผ่านหน้าตึก = $b + 10 + e$

แทนค่า $\frac{100\sqrt{3}}{3} + 10 + \frac{100}{\sqrt{2}} = 57.74 + 10 + 70.71$

$$= 138.45 \text{ m.}$$

ดังนั้นเส้นทางการวิ่งที่สั้นที่สุดคือใช้เรือวิ่งผ่าน 2 หน้าตึก = 138.45 เมตร

ภาพที่ 4-21 ตัวอย่างการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดละเอียดลออที่ได้ 3 คะแนน

จากภาพนักเรียนใช้รูปภาพแทนปัญหา มีการกำหนดระยะทางและจุดที่ตั้งของสถานที่ต่างๆ ได้อย่างชัดเจน ตามข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด และใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติเพื่อหาระยะทางได้ถูกต้อง อีกทั้งนักเรียนเขียนอธิบายแสดงวิธีการหาคำตอบได้เป็นขั้นตอนที่ละเอียดชัดเจน

4.2 มีนักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน โดยนักเรียนนำเสนอหรืออธิบายแนวคิดได้อย่างละเอียดชัดเจนแต่มีการใช้รูปภาพแทนปัญหาไม่สมบูรณ์หรือไม่มีการใช้รูปภาพแทนปัญหา แสดงดังภาพที่ 4-22

แสดงวิธีทำ

ภาพได้

หาก X จาก $\sin 60^\circ = \frac{50}{X}$
 $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{50}{X}$
 $\sqrt{3}X = 100$
 $X = \frac{100}{\sqrt{3}} = \frac{100\sqrt{3}}{3} \text{ ม.}$
 $X = 198.446 \text{ ม.}$

หาก y จาก $\cos 45^\circ = \frac{50}{y}$
 $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{50}{y}$
 $y = \frac{100}{\sqrt{2}} = \frac{100\sqrt{2}}{2}$
 $y = 70.71 \text{ ม.}$

หาทางเชื่อมกันที่ ๕๑
 $= \frac{100\sqrt{3}}{3} + 50\sqrt{2} + 10 \text{ ม.}$
 $= 198.446 \text{ ม.}$

ภาพที่ 4-22 ตัวอย่างการทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านคิดละเอียดลออที่ได้ 2 คะแนน

จากภาพนักเรียนใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติแก้ปัญหได้อย่างละเอียดชัดเจนเป็นขั้นตอน แต่สังเกตจากรูปใช้แทนปัญหา ยังขาดแม่น้ำที่คั่นระหว่างหมู่บ้านที่มีความกว้าง 10 เมตร ซึ่งยังใช้รูปแทนปัญหาได้ไม่สมบูรณ์

4.3 ไม่มีนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน

4.4 ไม่มีนักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด จากแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1-4 ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ส่งเสริมให้มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 องค์ประกอบ คือ ความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ ซึ่งความคิดคล่องและความคิดยืดหยุ่นจะเน้นในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 และ 2 ส่วนความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออจะเน้นในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 และ 4 ผลจากการวิเคราะห์ พบว่า

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 (คิดคล่อง, คิดยืดหยุ่น) ในชั้นเรียนรู้ด้วยตนเอง เมื่อผู้วิจัยได้นำเสนอปัญหาปลายเปิดให้กับนักเรียนแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนเขียนแนวทางการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนแนวทางการแก้ปัญหาได้ถูกต้องแต่ยังมีปริมาณน้อยและไม่หลากหลายแนวคิด ไม่เกิน 2 แนวคิด อาจเนื่องมาจากนักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่คุ้นเคยกับปัญหาปลายเปิด ผู้วิจัยใช้คำถามนำ เพื่อให้นักเรียนได้แนวทางการหาคำตอบปริมาณมากที่สุดและหลากหลายแนวทาง เนื่องจากปัญหาปลายเปิดที่ผู้วิจัยนำเสนอในใบกิจกรรมนั้นสามารถใช้แนวทางการหาคำตอบได้ปริมาณมากและหลากหลายแนวทาง เช่น นักเรียนอาจใช้ $\sin \theta$, $\cos \theta$ หรือ $\tan \theta$ ในการหาคำตอบได้ แต่มีนักเรียนบางส่วนสามารถเขียนแนวทางการหาคำตอบได้ปริมาณมากและหลายแนวทาง

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 (คิดคล่อง, คิดยืดหยุ่น) ในชั้นเรียนรู้ด้วยตนเอง หลังจากที่นักเรียนได้ฝึกหาแนวทางการแก้ปัญหาในกิจกรรมที่ผ่านมา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนแนวทางการแก้ปัญหาได้ปริมาณมากและหลากหลายแนวทาง ดังนี้ นักเรียนส่วนใหญ่เขียนแนวทางในการแก้ปัญหาโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$, $\operatorname{cosec} \theta$, $\sec \theta$ และ $\cot \theta$ นักเรียนสามารถเลือกใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติได้อย่างเหมาะสม แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ยังเขียนแนวทางการแก้ปัญหาได้ในปริมาณน้อยและไม่หลากหลายแนวทาง ผู้วิจัยใช้ยกตัวอย่างประกอบให้นักเรียนเห็นชัดเจนและได้ฝึกคิดหาแนวทางอื่น ๆ

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 (คิดละเอียดลออ) ในชั้นแก้ปัญหาร่วมกัน ผู้วิจัยแบ่งกลุ่มนักเรียนแบบละความสามารถออกเป็น 8 กลุ่ม กลุ่มละ 5-6 คน แล้วให้นักเรียนนำเสนอแนวทางการแก้ปัญหของตนในกลุ่มและร่วมกันแก้ปัญหา พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้ปัญหาดตามแนวทางที่วางไว้ได้ แต่ยังไม่ละเอียดชัดเจนและยังไม่สมบูรณ์ และส่วนใหญ่มีการใช้รูปภาพแทนปัญหาเพื่อให้ง่ายต่อการแก้ปัญหา มีนักเรียนบางส่วนที่ไม่ใช้รูปภาพแทนปัญหา ผู้วิจัยยกตัวอย่างการใช้ภาพแทนปัญหาให้กับนักเรียนเพื่อให้นักเรียนเข้าใจโจทย์มากขึ้น อีกทั้งฝึกให้นักเรียนเขียนอธิบายการแก้ปัญหาย่างเป็นขั้นตอนตามข้อมูลหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 (คิดละเอียดลออ, คิดริเริ่ม) ในชั้นการแก้ปัญหา ร่วมกัน ด้านความคิดละเอียดลออ นักเรียนส่วนใหญ่มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน มากขึ้น และได้ร่วมกันแก้ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์ มีการเขียนอธิบายการแก้ปัญหาได้อย่างเป็น ขั้นตอนมากขึ้น มีการอธิบายแนวคิดได้ละเอียดชัดเจน และใช้รูปภาพแทนปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์ แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่สามารถแก้ปัญหาได้แต่ยังเขียนอธิบายไม่ละเอียดชัดเจน ผู้วิจัยใช้คำถาม นำเพื่อให้นักเรียนได้เห็นถึงจุดที่นักเรียนยังเขียนอธิบายไม่ชัดเจน ด้านความคิดริเริ่ม มีนักเรียน บางส่วน 1-2 กลุ่ม ที่มีแนวคิดในการแก้ปัญหาแปลกใหม่แตกต่างจากกลุ่มอื่น ๆ และสามารถ แก้ปัญหาได้สำเร็จ นักเรียนส่วนใหญ่มีแนวคิดการแก้ปัญหาที่คล้ายกันและยังไม่แปลกใหม่

จากการวิเคราะห์แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1-4 พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์มากขึ้น เห็นได้จากการทำกิจกรรมในชั้นเรียน ในชั้น เรียนรู้ด้วยตนเองและชั้นแก้ปัญหาร่วมกัน ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนแนวทางใน การแก้ปัญหาได้ปริมาณมากและหลากหลายแนวทาง สามารถเลือกใช้แนวทางการแก้ปัญหาได้ อย่างเหมาะสม อีกทั้งนักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนอธิบายการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นขั้นตอน ละเอียดชัดเจน มีการใช้รูปภาพแทนปัญหาที่สมบูรณ์ และเมื่อสังเกตนักเรียนบางกลุ่มพบว่านักเรียน มีแนวคิดในการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่แตกต่างจากกลุ่มอื่น ๆ และผู้วิจัยได้ตรวจให้คะแนนความคิด สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในใบกิจกรรมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1-4 พบว่า แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยด้านความคิดคล่อง 1.9 คะแนนและ ความคิดยืดหยุ่น 2.21 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 63.33 และ 73.67 ตามลำดับ แผนการจัดกิจกรรม การเรียนรู้ที่ 2 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยด้านความคิดคล่อง 2.38 คะแนน และความคิดยืดหยุ่น 2.4 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 79.33 และ 80 ตามลำดับแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 นักเรียนมี คะแนนเฉลี่ยด้านความคิดละเอียดลออ 2.38 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 79.33 และแผนการจัดกิจกรรม การเรียนรู้ที่ 4 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยด้านความคิดละเอียดลออ 2.45 คะแนน และความคิดริเริ่ม 1.5 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81.67 และ 50 ตามลำดับ

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด กับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่าง ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/3 โรงเรียนวัดป่าประดู่ จังหวัดระยอง ปีการศึกษา 2558 จำนวน 42 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ 1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวนทั้งหมด 4 แผน ซึ่งมีความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด ($\bar{x} = 4.69$, $s = 0.48$) 2) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นแบบแสดงวิธีทำโดยมุ่งวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอนของโพลยาในเนื้อหาเรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 4 ข้อ ซึ่งมีค่าความยากตั้งแต่ 0.40-0.58 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.25-0.32 และค่าความเชื่อมั่น 0.91 3) แบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นแบบแสดงวิธีทำโดยมุ่งวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 4 องค์ประกอบ คือ ความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ ในเนื้อหาเรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 4 ข้อ ซึ่งมีค่าความยากตั้งแต่ 0.47-0.59 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.38-0.48 และค่าความเชื่อมั่น 0.90 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบที (t-test for one sample)

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สรุปผลได้ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผล

จากผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ มีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เนื่องจาก

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดเป็นการจัดการเรียนรู้ด้วยการนำเสนอปัญหาปลายเปิดให้กับนักเรียน ให้นักเรียนได้ใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ในการแก้ปัญหานั้นและให้โอกาสนักเรียนได้คิดแก้ปัญหาด้วยตนเองมากขึ้น ได้ฝึกการวิเคราะห์ ทำความเข้าใจปัญหา วางแผนการแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนและมีการตรวจสอบย้อนกลับ ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา โดยอภิปรายผลดังนี้

ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ผู้วิจัยได้นำเสนอปัญหาปลายเปิดให้กับนักเรียนอธิบายให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจปัญหาปลายเปิดและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ ซึ่งปัญหาปลายเปิดนั้นมีเงื่อนไขหรือข้อมูลที่ที่น่าสนใจ ทำให้นักเรียนสนใจที่จะแก้ปัญหาและได้ฝึกวิเคราะห์ปัญหาแล้วเขียนอธิบายสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการ อีกทั้งนักเรียนได้ใช้รูปภาพประกอบการทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งจากการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนข้อมูล เงื่อนไขและสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์ ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของสคิธร แม็นสวอน (2555, หน้า 171-172) กล่าวว่า การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ครูอาจทำได้โดยให้นักเรียนฝึกวิเคราะห์ปัญหาและอาจใช้การวาดภาพประกอบการคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดด้วยตนเองมากขึ้น โดยจัดสถานการณ์ปัญหาที่น่าสนใจท้าทายความคิดของนักเรียน

ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา ผู้วิจัยให้นักเรียนได้ฝึกวางแผนการแก้ปัญหาปลายเปิด โดยให้นักเรียนใช้ความรู้เขียนแนวทางการแก้ปัญหาด้วยตนเองและเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ซึ่งปัญหาปลายเปิดนั้นช่วยกระตุ้นให้นักเรียนได้นำความรู้

ประสบการณ์ที่มีอยู่ผนวกกับข้อมูลหรือเงื่อนไขของปัญหา แก้ปัญหาได้อย่างอิสระซึ่งนักเรียนอาจมีการแก้ปัญหาที่หลากหลายแนวทาง อีกทั้งผู้วิจัยให้นักเรียนฝึกกำหนดตัวแปรให้แทนข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้และใช้รูปภาพแทนปัญหา ซึ่งทำให้การแก้ปัญหานักเรียนมีความถูกต้องและมีประสิทธิภาพมากขึ้น และจากผลการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่เขียนแนวทางแก้ปัญหา แสดงการเชื่อมโยงข้อมูลหรือเงื่อนไขกับสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องบางส่วน อาจเนื่องมาจากนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับปัญหาปลายเปิด ที่ต้องใช้ประสบการณ์ของตนเองในการวางแผนแก้ปัญหาที่มีหลายแนวทาง ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ โนดะ (Nohda, 1983, อ้างถึงใน ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2547, หน้า 4-5) กล่าวว่า การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด ในขั้นวางแผนหาแนวทางการแก้ปัญหา นักเรียนต้องพยายามค้นพบแนวทางการแก้ปัญหของตนเอง โดยอาศัยประสบการณ์ของตนเอง ครูมีหน้าที่ชี้แนะ ให้นักเรียนได้อภิปรายเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างแนวทางการหาคำตอบที่หลากหลาย เพื่อสามารถนำไปพัฒนาเป็นความรู้ในระดับสูงต่อไป

ขั้นการดำเนินการตามแผน ผู้วิจัยใช้วิธีการแบบเปิดให้นักเรียนแต่ละคนนำเสนอแนวคิดในขั้นการวางแผนแก้ปัญหของตนเองให้กับสมาชิกในกลุ่ม ในขั้นนี้จะเกิดการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกันภายในกลุ่มและนักเรียนแต่ละคนจะได้ทราบแนวคิดอื่น ๆ เพื่อร่วมกันหาแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหที่เป็นไปได้และเหมาะสมที่สุด นักเรียนสามารถนำแนวคิดของสมาชิกกลุ่มมาประยุกต์ใช้กับแนวคิดของตนเองในการแก้ปัญหาลงครั้งต่อไป และจากผลการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์นักเรียนส่วนใหญ่ดำเนินการแก้ปัญหาดังตามแนวทางที่วางไว้สำเร็จถูกต้องสมบูรณ์ ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของสติกลเลอร์และฮีบเบิร์ต (Stigler & Hiebert, 1999 อ้างถึงใน เจนสมุทร แสงพันธ์, 2550, หน้า 25) กล่าวว่า การแก้ปัญหาดียวหรือกลุ่มของนักเรียน หลังจากครูได้นำเสนอปัญหาปลายเปิดแล้ว นักเรียนจะมีแนวคิด การวางแผนแก้ปัญหเป็นของตนเองก่อน หลังจากนั้นเข้ากลุ่มอภิปรายแลกเปลี่ยนหรือนำเสนอแนวคิดของตนเพื่อร่วมกันแก้ปัญหหรือแสดงวิธีการคิดภายในกลุ่ม

ขั้นการตรวจสอบย้อนกลับ ผู้วิจัยให้นักเรียนได้ตระหนักถึงคำตอบหรือผลลัพธ์ที่ได้จากปัญหาปลายเปิด ว่าสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหรือไม่ ซึ่งปัญหาปลายเปิดนั้นสามารถมีแนวทางการแก้ปัญหาคำตอบที่หลากหลายจึงจำเป็นต้องตรวจสอบย้อนกลับโดยผู้วิจัยให้นักเรียนเขียนคำตอบหรือผลลัพธ์ที่ได้ ใช้รูปภาพประกอบพร้อมทั้งร่วมกันเขียนอธิบายการตรวจสอบย้อนกลับอย่างละเอียด โดยการแทนคำตอบย้อนกลับไปหาข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้เพื่อความสมเหตุสมผลของกระบวนการแก้ปัญห และจากผลการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์นักเรียนส่วนใหญ่มีการตรวจสอบคำตอบกับ

ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดแต่คำตอบไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขหรือข้อมูลนั้นและมีนักเรียนที่ตรวจสอบคำตอบไม่ถูกต้อง อาจเนื่องมาจากความไม่คุ้นเคยกับการตรวจสอบย้อนกลับ อีกทั้งกระบวนการแทนคำตอบย้อนกลับและการคำนวณที่ผิดพลาดบางส่วนของนักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของศศิธร แม้นสงวน (2555, หน้า 171-172) กล่าวว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรมีการตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลในกระบวนการแก้ปัญหาอาจใช้การคิดย้อนกลับ การวาดภาพ เพื่อให้ นักเรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา

ด้วยเหตุผลดังกล่าวข้างต้นจึงส่งผลให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่ง สอดคล้องกับผลการวิจัยของ ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล (2557) ศึกษาเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open approach) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 75.37 และสอดคล้องกับผลการวิจัยของปรีชา เนาว่าเอ็นผล (2544) ศึกษาเรื่อง กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด ความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองค่อย ๆ พัฒนาขึ้นจากการแก้ปัญหาที่ต้องใช้การถามกระตุ้นแนะแนวทาง ไปเป็นการแก้ปัญหาที่ใช้การถามกระตุ้นคิदन้อยลง และในระยะสุดท้ายของการทดลองนักเรียนส่วนใหญ่กลุ่มทดลองสามารถวางแผนกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหได้ด้วยตนเองได้อย่างอิสระ

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ มีคะแนนเฉลี่ยความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เนื่องจาก

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดเป็นการจัดการเรียนรู้ด้วยการนำเสนอปัญหาปลายเปิดให้กับนักเรียน โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ตามประสบการณ์และความสามารถของนักเรียน ซึ่งปัญหาปลายเปิดอาจมีแนวทางการแก้ปัญหาหรือคำตอบที่หลากหลาย ทำให้นักเรียนสามารถหาคำตอบได้ปริมาณที่มาก หลากหลายแนวคิดและได้

ประสบการณ์ในการค้นพบสิ่งใหม่รวมถึงการได้นำเสนอหรืออภิปรายแนวคิดอย่างละเอียดชัดเจน โดยอภิปรายผล ดังนี้

ความคิดคล่อง ผู้วิจัยให้นักเรียนได้คิดหาคำตอบหรือแนวทางการแก้ปัญหาให้ได้ ปริมาณมากภายในเวลาที่กำหนด จากปัญหาปลายเปิดที่ผู้วิจัยได้นำเสนอให้กับนักเรียนในกิจกรรม

การเรียนรู้ โดยผู้วิจัยให้นักเรียนเขียนแนวทางการแก้ปัญหาให้มากที่สุดพร้อมหาคำตอบ ทำให้นักเรียนได้ฝึกความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านความคิดคล่อง และจากผลการทำ แบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนแนวทางการหาคำตอบ และตอบได้ถูกต้อง 60 เปอร์เซ็นต์ขึ้นไปในเวลาที่กำหนด ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของศศิธร แม้นสงวน (2555, หน้า 199-201) กล่าวว่า การช่วยส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียน ครูควร จัดกิจกรรมหรือใช้ปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด สามารถบอกแนวคิดและเหตุผลได้ คำตอบที่หาได้อาจมากกว่าหนึ่งคำตอบ

ความคิดยืดหยุ่น ผู้วิจัยได้นำเสนอปัญหาปลายเปิดที่มีกลุ่มแนวคิดการแก้ปัญหาที่หลากหลายกลุ่มแนวคิด ซึ่งเป็นปัญหาที่ไม่ง่ายและไม่ยากจนเกินไปและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ เลือกใช้กลุ่มแนวคิดการแก้ปัญหาที่เหมาะสมได้หลากหลายมากกว่าหนึ่งกลุ่มแนวคิด และจากผล การทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแสดงแนวคิด การแก้ปัญหาได้มากกว่า 2 แนวคิด ซึ่งนักเรียนได้แสดงให้เห็นถึงแนวคิดการแก้ปัญหาที่หลากหลายจากปัญหาปลายเปิด นักเรียนมีความคิดที่อิสระ เน้นแนวทางการคิดมากกว่าคำตอบที่ได้ สิ่งเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนได้ฝึกและพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านความคิด ยืดหยุ่น ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ เบคเกอร์ และชิมาดา (Becker & Shimada, 1997, p. 23) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการแบบเปิด ครูนำเสนอปัญหาปลายเปิด ซึ่งเป็นปัญหา ที่ไม่จำเป็นต้องมีวิธีการแก้ปัญหาหรือคำตอบเพียงคำตอบเดียว ครูต้องใช้ความหลากหลายของ กระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาที่หลากหลาย ได้ประสบการณ์ โดยใช้ ความรู้และทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่

ความคิดริเริ่ม ผู้วิจัยนำเสนอปัญหาปลายเปิด ซึ่งปัญหาปลายเปิดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อ พัฒนาความคิดริเริ่มนั้นมีขอบเขตของปัญหาที่ค่อนข้างกว้างพอสมควรและไม่ได้เน้นเพียงแค่ คำตอบเพียงอย่างเดียว โดยผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้น เช่น “นักเรียนคิดว่าจะมีวิธีการแก้ปัญหาอื่น ๆ ที่แปลกใหม่หรือไม่ อย่างไร” เพื่อให้นักเรียนได้นำความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ของนักเรียนมา ประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาอย่างอิสระ เกิดแนวคิดที่แปลกใหม่เป็นของตนเอง และจากผลการทำ

แบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์นักเรียนส่วนใหญ่มีสิ่งบ่งชี้บางอย่างที่ทำให้เห็นแนวคิดในการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ และมีนักเรียนบางส่วนที่สามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่เป็นของตนเอง แสดงถึงความเป็นต้นแบบในการคิดแก้ปัญหา ทั้งนี้เนื่องจากลักษณะของปัญหาปลายเปิดที่มีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ไม่เน้นคำตอบเพียงอย่างเดียว ประกอบกับการใช้คำถามกระตุ้นของผู้วิจัย กระตุ้นการคิดของนักเรียนให้มีวิธีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ เบคเกอร์ และชิมาดะ (Becker & Shimada, 1997, p. 23) กล่าวว่า การสอนโดยการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาให้กับนักเรียน ซึ่งสถานการณ์ปัญหานั้นไม่จำเป็นที่จะต้องมีการแก้ปัญหาหรือมีคำตอบเพียงอย่างเดียว ครูต้องใช้ความหลากหลายของกระบวนการในปัญหาที่ทำให้นักเรียนได้ประสบการณ์ในการค้นพบสิ่งใหม่ โดยใช้ความรู้ ทักษะที่นักเรียนมีอยู่ แต่ยังมีนักเรียนที่ไม่ปรากฏแนวคิดการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ อาจเนื่องจากเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่จะส่งเสริมความคิดริเริ่มมีน้อย และขอบเขตทางด้านเนื้อหาเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติทำให้นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่เกิดการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่และเป็นต้นแบบของตนเองมากนัก ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของอัมพร ม้าคนอง (2547, หน้า 105-107) กล่าวว่า การพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในวิชาคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ทำได้ไม่ถนัดนัก เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับสัญลักษณ์ที่หาวัตถุรูปธรรมแทนได้ยาก การคิดออกนอกกรอบความคิดทางคณิตศาสตร์นั้นจึงทำได้ยากตามไปด้วย ลักษณะของการจัดกิจกรรมเป็นส่วนสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะของนักเรียน นักเรียนอาจไม่คุ้นเคยในการทำกิจกรรมลักษณะดังกล่าว แต่หากได้รับการฝึกอย่างต่อเนื่อง นักเรียนจะคุ้นเคยและมีพัฒนาการดีขึ้น นอกจากนี้ ครูลิกและรุคินิก (Kruklik & Rudnick, n.d. อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2547, หน้า 105-107) กล่าวว่า หากต้องการพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ครูไม่ควรจบการแก้ปัญหาเพียงเพราะได้คำตอบที่ต้องการ แต่ควรขยายปัญหานั้นให้มากกว่าคำตอบที่ได้ เพื่อที่จะกระตุ้นให้นักเรียนคิดวิเคราะห์และสร้างสรรค์ โดยลักษณะของคำถามหรือกิจกรรมที่เหมาะสมกับการพัฒนาการคิดริเริ่มสร้างสรรค์คือการให้หาทางเลือกหรือวิธีการแก้ปัญหาเดิมที่แตกต่างจากวิธีทั่ว ๆ ไปและการให้สถานการณ์ที่นักเรียนต้องตัดสินใจ โดยใช้ความคิดและประสบการณ์ส่วนตัว

ความคิดละเอียดลออ ผู้วิจัยให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำของปัญหาปลายเปิดอย่างเป็นขั้นตอนและเขียนอธิบายแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหาซึ่งกันและกัน เพื่อนำแนวคิดนั้นมาปรับปรุงเพิ่มเติมรายละเอียดในการแก้ปัญหามาของตนเองให้สมบูรณ์มากขึ้น ผู้วิจัยได้สังเกตจากสิ่งที่นักเรียนเขียนอธิบายเพื่อชี้แนะหรือเพิ่มเติมในสิ่งที่ยังไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ อีกทั้งฝึกให้นักเรียนใช้รูปภาพแทนปัญหาเพื่อให้ง่ายต่อการแก้ปัญหาและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบายแสดงผลในสิ่งที่นักเรียนแก้ปัญหาหรือคำตอบของนักเรียนพร้อมทั้งส่งเสริมแนวคิดของนักเรียน และจากผล

การทำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์นักเรียนส่วนใหญ่เขียนอธิบายแนวคิดได้อย่างละเอียดชัดเจนและมีการใช้รูปภาพแทนปัญหาได้สมบูรณ์ ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ

ศศิธร แม่นสงวน (2555, หน้า 199-201) กล่าวว่า การช่วยส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนนั้น ครูควรจัดกิจกรรมหรือใช้ปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด สามารถบอกแนวคิดและแสดงเหตุผลได้ และครูต้องแสดงให้เห็นนักเรียนตระหนักถึงการให้ความสำคัญกับแนวคิดหรือวิธีการใน การหาคำตอบนั้น ด้วยการส่งเสริมและยอมรับแนวคิดของนักเรียน

ด้วยเหตุผลดังกล่าวข้างต้นจึงส่งผลให้ความคิดสร้างสรรค์คณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการแบบเปิด เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของนภาพร วรเนตรสุดาทิพย์ และคณะ (2552) ศึกษาเรื่อง การศึกษาชั้นเรียน (Lesson study) และวิธีการแบบเปิด (Open approach): กรณีศึกษาโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น (คณิตศาสตร์) ระดับประถม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีอิสระในการคิดหาคำตอบด้วยตนเอง เกิดทักษะกระบวนการคิด มีความคิดที่หลากหลาย คิดเป็นระบบ คิดสร้างสรรค์และคิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล รู้จักการแก้ปัญหา มีระบบการทำงานเป็นกลุ่ม ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น มีความสุขในการทำกิจกรรมและจากการที่คณะครูร่วมสังเกตการณ์ในชั้นเรียนทำให้ได้เห็นแนวคิดของนักเรียนแต่ละคน

ข้อเสนอแนะ

จากการดำเนินการวิจัยและผลการวิจัย เรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยได้สรุปข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้และสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1. ครูควรอธิบายในชั้นวางแผนการแก้ปัญหาให้ละเอียดชัดเจน เนื่องจากนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับปัญหาปลายเปิด ซึ่งมีแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และนักเรียนส่วนใหญ่เขียนแนวทางการแก้ปัญหายังไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ ครูอาจยกตัวอย่างประกอบให้มากขึ้น เพื่อให้ นักเรียนได้เขียนแนวทางการแก้ปัญหา เชื่อมโยงข้อมูลกับสิ่งที่โจทย์ต้องการให้ถูกต้อง ครบถ้วนสมบูรณ์
2. ครูควรให้นักเรียนตระหนักถึงการตรวจสอบย้อนกลับ ว่าคำตอบที่ได้นั้นเหมาะสมหรือสอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดหรือไม่ เนื่องจากนักเรียนส่วนใหญ่ตรวจสอบย้อนกลับ

ไม่ถูกต้องและมีกระบวนการตรวจสอบย้อนกลับผิดพลาดบางส่วน ครูควรชี้แจงวิธีการตรวจสอบย้อนกลับให้ชัดเจน เพื่อนักเรียนเข้าใจถึงกระบวนการตรวจสอบย้อนกลับมากขึ้น

3. ครูควรสนับสนุนนักเรียนในทางบวก ชื่นชมแนวความคิดการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ ของนักเรียน ใช้คำถามนำกระตุ้นให้นักเรียนเกิดประเด็นที่สงสัยและครูไม่ควรชี้แนะแนวทางหรือคำตอบให้กับนักเรียนในระหว่างทำกิจกรรม เพื่อให้นักเรียนได้เกิดความคิดริเริ่มเป็นของตนเอง

4. ครูควรสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนอย่างถี่ถ้วนในการทำกิจกรรมกลุ่ม ซึ่งอาจมีนักเรียนที่ไม่สนใจหรือไม่ตั้งใจเรียน ครูควรเข้าไปกระตุ้นนักเรียนโดยการใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสเสนอแนวคิด

5. ครูควรใช้เวลาในชั้นการนำเสนอการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละกลุ่มให้มากขึ้น เพื่อให้นักเรียนได้มีเวลาในการอภิปรายและเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน

6. ครูควรเพิ่มเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดให้มากขึ้นและจัดกิจกรรมอย่างต่อเนื่อง เพื่อพัฒนาให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

การวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป ดังนี้

1. การทำวิจัยครั้งต่อไปควรมีการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด กับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่หลากหลายและทุกระดับชั้น

2. การทำวิจัยครั้งต่อไปควรนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดไปใช้กับทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

3. การทำวิจัยครั้งต่อไปควรนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดไปใช้ในรายวิชาอื่น ๆ เช่น วิทยาศาสตร์ เป็นต้น

บรรณานุกรม

- กนกทิพย์ พัฒนาพิวพันธ์. (2528). *การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณทางการวิจัยการศึกษาระดับสูง*.
 เชียงใหม่: ภาควิชาการประเมินผลและการวิจัยทางการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์
 มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- กรมวิชาการ. (2535). *ความคิดสร้างสรรค์ หลักการ. ทฤษฎีการเรียนการสอน. การวัดผลประเมินผล*
 (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*.
 กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2554). *หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่*
4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค.
 ลาดพร้าว.
- เกษม เปรมประยูร, สุดาตต์ ลอยฟ้า และไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2554). การพัฒนาภาษาทาง
 คณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยวิธีการแบบเปิด. ใน *เอกสารการประชุมทางวิชาการ*
ประจำปีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น 9-10 กันยายน 2554 (หน้า 30-36).
 ขอนแก่น: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- เจนสมุทร แสงพันธ์. (2550). *การศึกษากาให้เหตุผลทางเรขาคณิต ในการแก้ปัญหาปลายเปิด:*
เน้นการแก้ปัญหาในกลุ่มย่อย. เชียงใหม่: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). *การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
 คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ฉิศรา สุทธิสังข์. (2555). กระบวนการนามธรรมของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและ
 วิธีการแบบเปิดด้วยวิธีการแยกและสร้างจำนวนเพื่อเตรียมเครื่องมือในการสร้างความคิด
 รวบรวมเรื่องจำนวน. *วารสารวิชาการศึกษาศาสตร์*, 13(1), 46-64.
- คณัฏ ถนอมจิตร. (2553). *การจัดการเรียนรู้โดยเน้นการใช้คำถามปลายเปิด เพื่อส่งเสริมความคิด*
สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวชิรวิทย์ฝ่าย
มัธยม จังหวัดเชียงใหม่. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์
 ศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

- ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล. (2557). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open approach) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชามัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ.
- ทิสนา เขมมณี. (2555). ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ (พิมพ์ครั้งที่ 16). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นภาพร วรเนตรสุดาทิพย์ และคณะ. (2552). การศึกษาชั้นเรียน (Lesson study) และวิธีการแบบเปิด (Open approach): กรณีศึกษามหาวิทยาลัยขอนแก่น (ศึกษาศาสตร์) ระดับประถม. วารสารการศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น, 32(2), 76-80.
- นุชลี อุปภัย. (2555). จิตวิทยาการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2545). การวิจัยเบื้องต้น. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ประสาร มาลากุล ณ อยุธยา. (2545). ความคิดสร้างสรรค์: พรสวรรค์ที่พัฒนาได้ (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินูญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ปิยภรณ์ ศิริมา และปาสาน์ กงตาล. (2554). การสำรวจความคิดเห็นเกี่ยวกับการใช้นวัตกรรม การศึกษาชั้นเรียน (Lesson study) และวิธีการแบบเปิด (Open approach) รายวิชาคณิตศาสตร์ ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสนามบิน. ใน เอกสารการประชุมทางวิชาการประจำปีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น 9-10 กันยายน 2554 (หน้า 91-100). ขอนแก่น: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคนอง. (2547). ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2547). การสอน โดยใช้วิธีการแบบเปิดในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ของญี่ปุ่น. ขอนแก่น: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2555). เด็กไทยรั้งท้ายผลสอบ PISA นักวิชาการชี้ขาดคิดวิเคราะห์. เข้าถึงได้จาก www.bangkokbiznews.com/home/news/politics/education

- เรดเคเอช. (2554). *แบบประเมินทักษะการคิดสร้างสรรค์ตามแนวคิดของกิลฟอร์ด*. เข้าถึงได้จาก www.scribd.com/doc/74659952/
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- วิจารณ์ พานิช. (2557). *Open approach: วิธีประยุกต์การจัดการเรียนรู้แบบ Active learning ผู้การเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21*. เข้าถึงได้จาก www.gotoknow.org/posts/568714.
- วิทยา มานะวานิชเจริญ. (2556). *ทักษะเด็กไทยในอนาคต ตอนที่ 7*. เข้าถึงได้จาก www.taamkru.co/th/ทักษะเด็กไทย-ในอนาคต-ตอนที่7
- วิริยะ ฤาชัยพาณิชย์. (2553). *ห้องเรียนไทย...ทำลาย ความคิดสร้างสรรค์ จริงหรือ?*. เข้าถึงได้จาก www.jsfutureclassroom.com/news_detail.php?nid=212
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2554). *เอกสารคำสอนวิชา 410514 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical skills and processes)*. ชลบุรี: ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องความรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์ หลักสูตร การสอนและการวิจัย*. กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์การพิมพ์.
- ศศิธร แม้นสงวน. (2555). *พฤติกรรมกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ศิริศุภร์ ศิริโชคชัยตระกูล และคณะ. (2554). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open approach) ด้วยนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียน (Lesson study)*. ขอนแก่น: โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น (ศึกษาศาสตร์) ระดับประถม.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). (2555). *ผลการทดสอบทางการศึกษาในระดับชาติขั้นพื้นฐาน*. เข้าถึงได้จาก <http://www.niets.or.th/>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2546). *คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2550). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2555). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3)*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

- สมควร สีชมพู่, ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และเกียรติ แสงอรุณ. (ม.ป.ป.). *การบูรณาการคณิตศาสตร์ ด้วยเรขาคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนไทย โดยใช้แนวคิดจากประเทศญี่ปุ่นเรื่อง “สถานการณ์ปัญหาปลายเปิด”*. กรุงเทพฯ: ศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์ สำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2545). *พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545*. กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.).
- สุณีย์ เงินขวง. (2546). ปฏิรูปการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ด้วยคำถามปลายเปิด. *วารสารการศึกษา วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี*, 31(122), 32-36.
- สุรัช อินทสังข์. (2546). ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์. *วารสารศึกษาศาสตร์* *คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี*, 31(124), 37-38.
- องอาจ นัยพัฒน์. (2551). *วิธีวิทยาการวิจัยเชิงปริมาณและคุณภาพทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สามลดา.
- อัมพร ม้าคนอง. (2547). *หลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและการบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อาพันธ์ชนิต เจนจิต. (2546). *กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์*. ปรินญาณิพนธ์การศึกษาคุญฉีบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อารี พันธุ์ฉนิ. (2540). *ความคิดสร้างสรรค์กับการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: คอมเพสท์ พรินท์.
- Becker, J. P., & Shimada, S. (1997). *The open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Inprasit, M. (2011). One feature of adaptive lesson Study in Thailand: Designing learning unit. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 34(1), 47-66.
- Jerry, P. B., & Shigeru, S. (1997). *The open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics*, Verginia. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

- Krulik, S., & Rudnick, J. (1993). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers*. Massachusetts: Allyn and Bacon.
- Kwan, S. P., Jung, S. P., & Jee, H. P. (2006). Cultivating divergent thinking in mathematics through an open-end. *Approach*, 7(1), 56-61.
- Lee, K. S., Hwang, D., & Seo, J. J. (2003). A development of the test for mathematical creative problem solving ability. *Journal of the Korea Society of Mathematical Education*, 7(3), 163-189.
- Nohda, N. (n.d.). *A study of "open approach" method in school mathematics teaching: Focus on mathematical problem solving activities & emclesh*. Ibaraki: Institute of Education, University of Tsukuba.
- Pehkonen, E. (1997). *Use of open-ended problems in mathematics classroom*. Helsinki: Department of Teacher Education University of Helsinki.
- Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2nd ed.). New York: Doubleday & Company.
- Sawada, S. (1997). *The open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Tipparat, N. (2005). Developing instruction based on open approach and its impact on level of geometric thinking and geometric achievement of eighth-grade study. *Cmu Journal*, 4(3), 335-343.
- Torrance, E. P. (1962). *Guiding creative talent*. USA: Prentice-Hall.
- Toshio, S. (1997). *Developing lesson plans*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- ราชานามผู้เชี่ยวชาญในการตรวจเครื่องมือ
- หนังสือขอความอนุเคราะห์ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือ
- หนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือการวิจัย
- หนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

1. ดร.เซวง ช้อนบุญ
 อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาระดับมัธยมศึกษา
 ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
 คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
2. ดร.สมคิด อินเทพ
 อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์
 ภาควิชาคณิตศาสตร์
 คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
3. นางสาวพนีย์ เถิงจำง
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 ครูโรงเรียนสาธิตพิบูลบำเพ็ญ จังหวัดชลบุรี
4. นางสาวจันทนา อัสวเสถียร
 ตำแหน่ง ครู คศ. 3
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 ครูโรงเรียนวัดป่าประดู่ จังหวัดระยอง
5. นางวีราภรณ์ จีรวรรณาภรณ์
 ตำแหน่ง ครู คศ. 3
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 ครูโรงเรียนวัดป่าประดู่ จังหวัดระยอง

(สำเนา)

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ว.๑๔

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

๑๖๕ ถ. ลาดยาวบางแสน ต.แสนสุข

อ. เมือง จ. ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๓ มกราคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอบขออนุญาตในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย คำขอโครงการวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนายพัทธยากร บุษสยา นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต

สาขาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ

ดร.คงรัฐ นวลแปง ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบพระคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

ดร.เชษฐ สิริวิสุทธิ์

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน

คณะศึกษาศาสตร์ รักษาการแทน

ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๕

โทรสาร ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๕-๕๑๖๕๕๕๒

(สำเนา)

ที่ ศธ ๖๖๒๑/๑๓๑๐

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

๑๖๕ ถ. ลาดยาวบางแสน ต.แสนสุข

อ. เมือง จ. ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑ กรกฎาคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียนวัดป่าประดู่

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนายพัทธยากร บุษสยา นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต

สาขาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผล
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิด
สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕” อยู่ในความควบคุมดูแลของดร.คงรัฐ นวลแปง ประธานกรรมการ มีความประสงค์ ขออำนาจความสะดวกในการ
เก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ โรงเรียนวัดป่าประดู่ จังหวัดระยอง โดยผู้วิจัยจะ
ขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๑๓ กรกฎาคม พ.ศ. ๒๕๕๘ – ๓๑
กรกฎาคม พ.ศ. ๒๕๕๘ อนึ่ง โครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนพิจารณาทางจริยธรรมของมหาวิทยาลัย
บูรพาเรียบร้อยแล้วจึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคง
จะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบพระคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน

คณะศึกษาศาสตร์ รักษาการแทน

ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๕

โทรสาร ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๕-๕๑๖๕๕๕๒

(สำเนา)

ที่ ศธ ๖๖๒๑/๑๓๑๓

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

๑๖๕ ถ. ลาดยาวบางแสน ต.แสนสุข

อ. เมือง จ. ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑ กรกฎาคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียนวัดป่าประดู่

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนายพัทธยากร บุษสยา นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต

สาขาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผล
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิด
สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕” อยู่ในความควบคุมดูแลของดร.คงรัฐ นวลแปง ประธานกรรมการ มีความประสงค์ ขออำนาจความสะดวกในการ
เก็บรวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ โรงเรียนวัดป่าประดู่ จังหวัดระยอง
ขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๒๗ กรกฎาคม พ.ศ. ๒๕๕๘ –
๑๔ สิงหาคม พ.ศ. ๒๕๕๘ อนึ่ง โครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนพิจารณาทางจริยธรรมของ
มหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้วจึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคง
จะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบพระคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน

คณะศึกษาศาสตร์ รักษาการแทน

ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๕

โทรสาร ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๕-๕๑๖๕๕๕๒

ภาคผนวก ข

- ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด
- ค่าดัชนีความสอดคล้อง *IOC* ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
- ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
- ค่า x และ x^2 ในการหาความแปรปรวนของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α – *Coefficient*)
- ค่า s_r^2 ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α – *Coefficient*) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

ตารางภาคผนวก ข-1 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1

ข้อ	รายการประเมิน	\bar{x}	s	ระดับ
1	มาตรฐานการเรียนรู้	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
2	ตัวชี้วัด	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3	จุดประสงค์การเรียนรู้	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
4	สาระสำคัญ	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
5	สาระการเรียนรู้	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
6	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้			
6.1	ขั้นทบทวนบทเรียน	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
6.2	ขั้นนำเสนอปัญหาปลายเปิด	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
6.3	ขั้นเรียนรู้ด้วยตนเอง	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
6.4	ขั้นแก้ปัญหาร่วมกัน	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
6.5	ขั้นนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
6.6	ขั้นสรุปและสร้างปัญหาใหม่	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
7	สื่อ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
8	การวัดและประเมินผลการเรียนรู้	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
9	ระยะเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
	เฉลี่ย	4.73	0.43	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางภาคผนวก ข-1 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด ($\bar{x} = 4.73$, $s = 0.43$) และเมื่อพิจารณาความเหมาะสมรายข้อ พบว่าทุกรายการประเมินอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางภาคผนวก ข-2 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2

ข้อ	รายการประเมิน	\bar{x}	s	ระดับ
1	มาตรฐานการเรียนรู้	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
2	ตัวชี้วัด	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3	จุดประสงค์การเรียนรู้	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
4	สาระสำคัญ	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
5	สาระการเรียนรู้	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
6	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้			
	6.1 ขั้้นทบทวนบทเรียน	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
	6.2 ขั้้นนำเสนอปัญหาปลายเปิด	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
	6.3 ขั้้นเรียนรู้ด้วยตนเอง	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
	6.4 ขั้้นแก้ปัญหาร่วมกัน	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
	6.5 ขั้้นนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
	6.6 ขั้้นสรุปและสร้างปัญหาใหม่	4.40	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
7	สื่อ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
8	การวัดและประเมินผลการเรียนรู้	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
9	ระยะเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
	เฉลี่ย	4.71	0.45	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางภาคผนวก ข-2 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด ($\bar{x} = 4.71$, $s = 0.45$) และเมื่อพิจารณาความเหมาะสมรายข้อ พบว่ารายการประเมินส่วนใหญ่อยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางภาคผนวก ข-3 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3

ข้อ	รายการประเมิน	\bar{x}	s	ระดับ
1	มาตรฐานการเรียนรู้	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
2	ตัวชี้วัด	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3	จุดประสงค์การเรียนรู้	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
4	สาระสำคัญ	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
5	สาระการเรียนรู้	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
6	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้			
	6.1 ชั้นทบทวนบทเรียน	4.40	0.89	เหมาะสมมาก
	6.2 ชั้นนำเสนอปัญหาปลายเปิด	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
	6.3 ชั้นเรียนรู้ด้วยตนเอง	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
	6.4 ชั้นแก้ปัญหาร่วมกัน	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
	6.5 ชั้นนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
	6.6 ชั้นสรุปและสร้างปัญหาใหม่	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
7	สื่อ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
8	การวัดและประเมินผลการเรียนรู้	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
9	ระยะเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
	เฉลี่ย	4.66	0.52	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางภาคผนวก ข-3 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด ($\bar{x} = 4.66$, $s = 0.52$) และเมื่อพิจารณาความเหมาะสมรายข้อ พบว่ารายการประเมินส่วนใหญ่อยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางภาคผนวก ข-4 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4

ข้อ	รายการประเมิน	\bar{x}	s	ระดับ
1	มาตรฐานการเรียนรู้	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
2	ตัวชี้วัด	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3	จุดประสงค์การเรียนรู้	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
4	สาระสำคัญ	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
5	สาระการเรียนรู้	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
6	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้			
	6.1 ชั้นทบทวนบทเรียน	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
	6.2 ชั้นนำเสนอปัญหาปลายเปิด	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
	6.3 ชั้นเรียนรู้ด้วยตนเอง	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
	6.4 ชั้นแก้ปัญหาร่วมกัน	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
	6.5 ชั้นนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
	6.6 ชั้นสรุปและสร้างปัญหาใหม่	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
7	สื่อ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
8	การวัดและประเมินผลการเรียนรู้	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
9	ระยะเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
	เฉลี่ย	4.66	0.52	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางภาคผนวก ข-4 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด ($\bar{x} = 4.66$, $s = 0.52$) และเมื่อพิจารณาความเหมาะสมรายข้อ พบว่ารายการประเมินส่วนใหญ่อยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางภาคผนวก ข-5 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

แผนที่	\bar{x}	s	ระดับ
1	4.73	0.43	เหมาะสมมากที่สุด
2	4.71	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
3	4.66	0.52	เหมาะสมมากที่สุด
4	4.66	0.52	เหมาะสมมากที่สุด
เฉลี่ย	4.69	0.48	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางภาคผนวก ข-5 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด ($\bar{x} = 4.69, s = 0.48$)

ตารางภาคผนวก ข-6 ค่าดัชนีความสอดคล้อง *IOC* ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้					$IOC = \frac{\sum R}{N}$	ผลการวิเคราะห์
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	+1	0	0.8	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	+1	0	0.8	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	+1	0	0.8	ใช้ได้

จากตารางภาคผนวก ข-6 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 6 ข้อ มีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

ตารางภาคผนวก ข-7 ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร D.R. Whitney and D.L, Sabers.

ข้อที่	ค่าดัชนีความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ผลการพิจารณา	ผลการคัดเลือก
1	0.45	0.25	ใช้ได้	คัดเลือก
2	0.33	0.18	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
3	0.80	0.22	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
4	0.58	0.32	ใช้ได้	คัดเลือก
5	0.40	0.30	ใช้ได้	คัดเลือก
6	0.58	0.24	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก

จากตารางภาคผนวก ข-7 ผู้วิจัยคัดเลือกแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งข้อสอบที่สามารถคัดเลือกได้ตามเกณฑ์มีทั้งหมด 5 ข้อ โดยผู้วิจัยคัดเลือกแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ข้อ ที่มีความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.2-0.8 และอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป และครอบคลุมจุดประสงค์ พบว่าข้อที่มีความยากง่าย ตั้งแต่ 0.40-0.58 ซึ่งเป็นความยากเหมาะสม ไม่ยากหรือไม่ง่ายจนเกินไป และคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.25-0.32 ได้แก่ ข้อ 1, 4, และ 5 ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

ตารางภาคผนวก ข-8 ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ของแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้					$IOC = \frac{\sum R}{N}$	ผลการวิเคราะห์
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	+1	0	0.8	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	-1	0	0.6	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	+1	0	0.8	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	+1	0	0.8	ใช้ได้

จากตารางภาคผนวก ข-8 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า แบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 6 ข้อ มีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

ตารางภาคผนวก ข-9 ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร D.R. Whitney and D.L. Sabers.

ข้อที่	ค่าดัชนีความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ผลการพิจารณา	ผลการคัดเลือก
1	0.49	0.38	ใช้ได้	คัดเลือก
2	0.59	0.37	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
3	0.59	0.48	ใช้ได้	คัดเลือก
4	0.51	0.48	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
5	0.47	0.44	ใช้ได้	คัดเลือก
6	0.39	0.42	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก

จากตารางภาคผนวก ข-9 ผู้วิจัยคัดเลือกแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งข้อสอบที่สามารถคัดเลือกได้ตามเกณฑ์มีทั้งหมด 5 ข้อ โดยผู้วิจัยคัดเลือกแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ข้อ ที่มีความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.2-0.8 และอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไปและครอบคลุมจุดประสงค์ พบว่าข้อที่มีความยากง่าย ตั้งแต่ 0.47 - 0.59 ซึ่งเป็นความยากเหมาะสม และคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.38 - 0.48 ได้แก่ ข้อ 1, 3 และ 5 ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

ตารางภาคผนวก ข-10 ค่า $\sum x_i$, $\sum x_i^2$ และ s_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	$\sum x_i$	$\sum x_i^2$	s_i^2
1	196	950	0.33
4	229	1,305	0.65
5	232	1,326	0.33

ตารางภาคผนวก ข-10 (ต่อ)

ข้อที่	$\sum x_i$	$\sum x_i^2$	s_i^2
	รวม		$\sum s_i^2 = 1.31$

ตารางภาคผนวก ข-11 ค่า $\sum x$, $\sum x^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัด
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คนที่	x	x^2
1	17	289
2	19	361
3	15	225
4	17	289
5	17	289
6	15	225
7	15	225
8	18	324
9	17	289
10	13	169
11	17	289
12	13	169
13	17	289
14	13	169
15	17	289
16	20	400
17	17	289
18	17	289
19	14	196
20	16	256

ตารางภาคผนวก ข-11 (ต่อ)

คนที่	x	x^2
21	17	289
22	17	289
23	17	289
24	14	196
25	20	400
26	17	289
27	14	196
28	17	289
29	15	225
30	14	196
31	17	289
32	17	289
33	14	196
34	14	196
35	17	289
36	17	289
37	14	196
38	17	289
39	14	196
40	17	298
41	14	196
รวม	$\sum x = 658$	$\sum x^2 = 10,692$

ค่าความแปรปรวนของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ใช้ใน
การหาค่าความเชื่อมั่น (α -Coefficient)

$$s_t^2 = \frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}$$

$$s_i^2 = \frac{41(10,692) - (658)^2}{41(40)}$$

$$s_i^2 = \frac{438,372 - 432,964}{1,640}$$

$$s_i^2 = \frac{5,408}{1,640}$$

$$s_i^2 = 3.30$$

เมื่อ	$\sum x^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
	$(\sum x)^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง

ค่าความเชื่อมั่น (α -Coefficient) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum_{i=1}^k s_i^2}{s_t^2} \right\}$$

$$\alpha = \frac{3}{3-1} \left\{ 1 - \frac{1.31}{3.30} \right\}$$

$$\alpha = \frac{3}{2} \{1 - 0.39\}$$

$$\alpha = 1.50\{0.61\}$$

$$\alpha = 0.91$$

เมื่อ	k	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ
	s_t^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

ตารางภาคผนวก ข-12 ค่า $\sum x_i$, $\sum x_i^2$ และ s_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัด
ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	$\sum x_i$	$\sum x_i^2$	s_i^2
1	160	718	1.15
3	91	219	0.43
5	141	559	1.85
รวม			$\sum s_i^2 = 3.43$

ตารางภาคผนวก ข-13 ค่า $\sum x$, $\sum x^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัด
ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

คนที่	x	x^2
1	7	49
2	14	196
3	7	49
4	12	144
5	6	36
6	9	91
7	7	49
8	14	196
9	11	121
10	9	81
11	8	64
12	10	100
13	7	49
14	9	81
15	13	169
16	15	225

ตารางภาคผนวก ข-13 (ต่อ)

คนที่	x	x^2
17	5	25
18	12	144
19	5	25
20	9	81
21	10	100
22	9	81
23	14	196
24	6	36
25	15	225
26	14	196
27	9	91
28	11	121
29	9	81
30	10	100
31	12	144
32	8	64
33	9	81
34	14	196
35	7	49
36	13	169
37	9	81
38	9	81
39	4	16
40	9	81
41	8	64
รวม	$x = 398$	$\sum x^2 = 4,208$

ค่าความแปรปรวนของแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α -Coefficient)

$$s_t^2 = \frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}$$

$$s_i^2 = \frac{41(4,208) - (398)^2}{41(40)}$$

$$s_i^2 = \frac{172,528 - 158,404}{1,640}$$

$$s_i^2 = \frac{14,124}{1,640}$$

$$s_i^2 = 8.61$$

เมื่อ	$\sum x^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
	$(\sum x)^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง

ค่าความเชื่อมั่น (α -Coefficient) ของแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum_{i=1}^k s_i^2}{s_t^2} \right\} \\ &= \frac{3}{3-1} \left\{ 1 - \frac{3.43}{8.61} \right\} \\ &= \frac{3}{2} \{1 - 0.40\} \\ &= 1.50\{0.60\} \\ &= 0.90 \end{aligned}$$

เมื่อ	k	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ
	s_t^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

ภาคผนวก ก

- คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- จำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- จำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละตามเกณฑ์การให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ตารางภาคผนวก ค-1 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัด
กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คนที่	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน (x)	x^2
	(คะแนนเต็ม 24)	
1	18	324
2	23	529
3	19	361
4	19	361
5	18	324
6	18	324
7	18	324
8	18	324
9	20	400
10	18	324
11	18	324
12	20	400
13	18	324
14	18	324
15	18	324
16	18	324
17	18	324
18	19	361
19	18	324
20	19	361
21	18	324
22	19	361
23	18	324
24	18	324

ตารางภาคผนวก ก-1 (ต่อ)

คนที่	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน (x) (คะแนนเต็ม 24)	x^2
25	18	324
26	18	324
27	18	324
28	18	324
29	19	361
30	20	400
31	18	324
32	18	324
33	19	361
34	18	324
35	18	324
36	18	324
37	18	324
38	18	324
39	18	324
40	18	324
41	18	324
42	18	324
รวม	$\sum x = 774$	$\sum x^2 = 14,300$

เปรียบเทียบคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลัง
ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กับเกณฑ์
ร้อยละ 70 (16.80 คะแนน) โดยใช้สูตร t-test one sample ดังนี้

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}, df = n - 1$$

$$t = \frac{18.43 - 16.80}{\frac{0.94}{\sqrt{42}}}$$

$$t = \frac{1.63}{0.14}$$

$$t = 11.22, df = 41$$

ดังนั้น $t = 11.22$, $df = 41$

ค่าวิกฤตจากการเปิดตาราง t เท่ากับ 1.6829 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05,

$$df = 42 - 1 = 41$$

จะเห็นว่าค่า t ที่คำนวณมากกว่าค่า t จากการเปิดตาราง ($11.22 > 1.6829$) สรุปได้ว่าคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ตารางภาคผนวก ค-2 คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คนที่	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน (x)	x^2
	(คะแนนเต็ม 15)	
1	11	121
2	12	144
3	11	121
4	11	121
5	10	100
6	14	196
7	13	169
8	13	169
9	10	100
10	12	144
11	11	121

ตารางภาคผนวก ก-2 (ต่อ)

คนที่	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน (x)	x^2
	(คะแนนเต็ม 15)	
12	14	196
13	9	91
14	12	144
15	10	100
16	11	121
17	11	121
18	13	169
19	10	100
20	10	100
21	11	121
22	12	144
23	10	100
24	10	100
25	9	81
26	13	169
27	11	121
28	10	100
29	10	100
30	11	121
31	10	100
32	11	121
33	11	121
34	13	169
35	10	100
36	12	144

ตารางภาคผนวก ก-2 (ต่อ)

คนที่	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน (x) (คะแนนเต็ม 15)	x^2
37	11	121
38	10	100
39	12	144
40	11	121
41	9	81
42	9	81
รวม	$\sum x = 464$	$\sum x^2 = 5,198$

เปรียบเทียบคะแนนจากแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กับเกณฑ์ร้อยละ 70 (10.50 คะแนน) โดยใช้สูตร t-test one sample ดังนี้

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}, df = n - 1$$

$$t = \frac{11.05 - 10.50}{\frac{1.32}{\sqrt{42}}}$$

$$t = \frac{0.55}{0.20}$$

$$t = 2.70, df = 41$$

ดังนั้น $t = 2.70$, $df = 41$

ค่าวิกฤตจากการเปิดตาราง t เท่ากับ 1.6829 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05,

$$df = 42 - 1 = 41$$

จะเห็นว่าค่า t ที่คำนวณมากกว่าค่า t จากการเปิดตาราง ($2.70 > 1.6829$) สรุปได้ว่าคะแนนเฉลี่ยความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ตารางภาคผนวก ค-3 จำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละตามเกณฑ์คะแนนความสามารถใน
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการแก้ปัญหา	คะแนน	ร้อยละของจำนวนนักเรียน			เฉลี่ย (ร้อยละ)
		ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	
ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา (ร้อยละ)	2	95.24	95.24	100.00	96.83
	1	4.76	4.76	0.00	3.17
	0	0.00	0.00	0.00	0.00
ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา (ร้อยละ)	2	40.48	69.05	38.10	49.21
	1	59.52	30.95	61.90	50.79
	0	0.00	0.00	0.00	0.00
ขั้นการดำเนินการตามแผน (ร้อยละ)	2	71.43	90.48	64.29	75.40
	1	28.57	9.52	35.71	24.60
	0	0.00	0.00	0.00	0.00
ขั้นการตรวจสอบย้อนกลับ (ร้อยละ)	2	66.67	30.96	16.67	38.10
	1	21.43	57.14	54.76	44.44
	0	11.90	11.90	28.57	17.46

ตารางภาคผนวก ค-4 จำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละตามเกณฑ์คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทาง
คณิตศาสตร์

องค์ประกอบของความคิด สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์	คะแนน	ร้อยละของจำนวนนักเรียน			เฉลี่ย (ร้อยละ)
		ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	
คิดคล่อง (ร้อยละ)	3	23.81	-	-	23.81
	2	59.52	-	-	59.52
	1	16.67	-	-	16.67
	0	0.00	-	-	0.00

ตารางภาคผนวก ก-4 (ต่อ)

องค์ประกอบของความคิด สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์	คะแนน	ร้อยละของจำนวนนักเรียน			เฉลี่ย (ร้อยละ)
		ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	
คิดยืดหยุ่น (ร้อยละ)	3	59.52	-	-	59.52
	2	40.48	-	-	40.48
	1	0.00	-	-	0.00
	0	0.00	-	-	0.00
คิดริเริ่ม (ร้อยละ)	3	-	-	7.14	7.14
	2	-	-	28.58	28.58
	1	-	-	59.52	59.52
	0	-	-	4.76	4.76
คิดละเอียดลออ (ร้อยละ)	3	-	52.38	52.38	52.38
	2	-	42.86	47.62	45.24
	1	-	4.76	0.00	0.00
	0	-	0.00	0.00	0.00

ภาคผนวก ง

- ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ (ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์)
- แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา ค32101

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 1

ปีการศึกษา 2558

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ (ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์) เวลา 3 ชั่วโมง

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

ค 2.1 ม.4-6/ 1 ใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมในการคาดคะเนระยะทางและความสูง

ค 6.1 ม.4-6/ 1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ค 6.1 ม.4-6/ 2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหา สถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

ค 6.1 ม.4-6/ 6 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ (ไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์)

ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของไซน์ (sine) โคไซน์ (cosine) และแทนเจนต์ (tangent) ได้อย่างถูกต้อง

ด้านทักษะกระบวนการ

2. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติได้

3. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติได้หลายคำตอบหรือ

หลากหลายแนวคิด

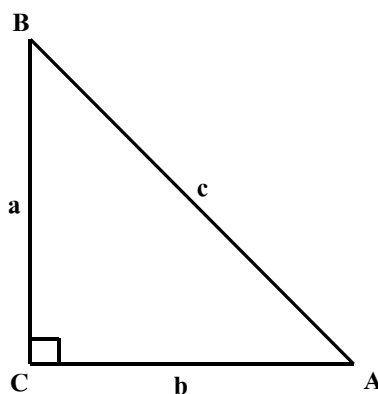
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

4. ใฝ่เรียนรู้

สาระสำคัญ

อัตราส่วนตรีโกณมิติ สามารถนำไปใช้ในการหาระยะทาง พื้นที่ มุม และทิศทางที่ยากต่อการวัดโดยตรง เช่น การหาความสูงของภูเขา ความกว้างของแม่น้ำ เป็นต้น โดยใช้ความสัมพันธ์ของอัตราส่วนระหว่างความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนี้

กำหนด ABC ให้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีมุม C เป็นมุมฉาก และความยาวของด้านตรงข้ามมุม A, B และ C เป็น a, b และ c ตามลำดับ ดังรูป



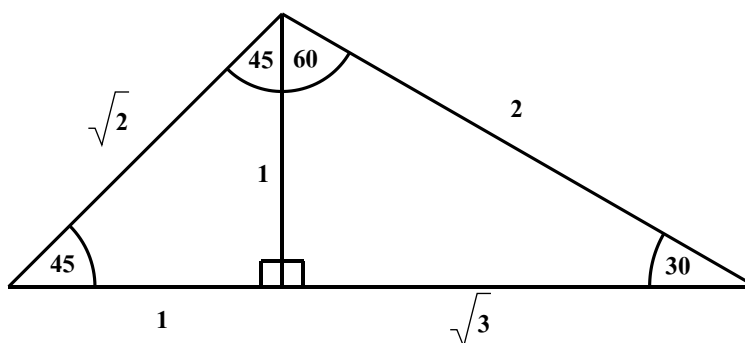
อัตราส่วนของความยาวด้านตรงข้ามมุม A ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก หรือ $\frac{a}{c}$ เรียกว่า ไซน์ (sine) ของมุม A

อัตราส่วนของความยาวด้านประชิดมุม A ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก หรือ $\frac{b}{c}$ เรียกว่า โคไซน์ (cosine) ของมุม A

อัตราส่วนของความยาวด้านตรงข้ามมุม A ต่อความยาวของด้านประชิดมุม A หรือ $\frac{a}{b}$ เรียกว่า แทนเจนต์ (tangent) ของมุม A

ซึ่งอัตราส่วนทั้งสามอัตราส่วนนี้ เรียกว่า อัตราส่วนตรีโกณมิติ และค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A จะขึ้นอยู่กับขนาดของมุม A

ในสมัยกรีกโบราณ ทอเลมี (Ptolemy) ได้แสดงอัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งเป็นค่าคงตัว ดังนี้



จากรูปสามารถสรุปได้เป็นตารางค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° และ 60° ดังนี้

ขนาดของมุม	30°	45°	60°
ไซน์ (sin)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
โคไซน์ (cos)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
แทนเจนต์ (tan)	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

สาระการเรียนรู้

อัตราส่วนตรีโกณมิติ

- ไซน์ (sine)
- โคไซน์ (cosine)
- แทนเจนต์ (tangent)

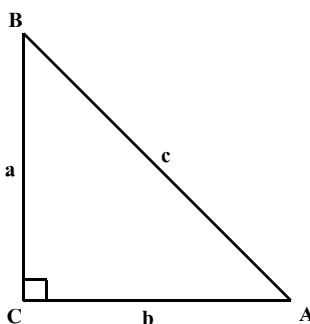
กิจกรรมการเรียนรู้

(ชั่วโมงที่ 1)

ขั้นทบทวนบทเรียน

1. นักเรียนร่วมกันอภิปรายและแลกเปลี่ยนความรู้ เพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยครูใช้คำถามนำ ดังนี้

- 1) มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ มีขนาดเท่าใด
- 2) รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีลักษณะอย่างไร
- 3) กำหนด สามเหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป



เมื่อนักเรียนพิจารณามุม A

จะเรียกด้าน a ว่า “ด้าน.....” (ด้านตรงข้ามมุม A)

จะเรียกด้าน b ว่า “ด้าน.....” (ด้านประชิดมุม A)

และจะเรียกด้าน c ว่า “ด้าน.....” (ด้านตรงข้ามมุมฉาก)

ขั้นนำเสนอปัญหาปลายเปิด

2. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ (ไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์) ให้กับนักเรียนทุกคน จากนั้นครูนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในใบกิจกรรมที่ 1 พร้อมทั้งใช้คำถามดังนี้

- จากปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในใบกิจกรรม โจทย์ปัญหานั้นกำหนดอะไรบ้าง (1. บริษัทสามารถสร้างสระว่ายน้ำได้ทุกรูปแบบ 2. พื้นที่ที่สามารถสร้างสระว่ายน้ำกว้าง 10 เมตร ยาว 15 เมตร)

- จากปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในใบกิจกรรม โจทย์ปัญหาต้องการทราบอะไร (1. ต้องการสร้างสระว่ายน้ำรูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองสระ โดยแต่ละสระต้องมีมุม มุมหนึ่งขนาด 30° และด้านตรงข้ามมุมฉากสามารถมีความยาวตั้งแต่ 10 เมตร ถึง 18 เมตร)

3. นักเรียนแต่ละคนพิจารณาปัญหา ในใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ (ไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์) แล้วให้นักเรียนตอบคำถามข้อที่ 1 พร้อมทั้งบันทึกคำตอบลงในใบกิจกรรม

4. ให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นว่าต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใดบ้าง จึงจะแก้ปัญหาดังกล่าวได้ จากนั้นบันทึกแนวทางการแก้ปัญหาลงในข้อ 2 ของใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ (ไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์)

ขั้นเรียนรู้ด้วยตนเอง

5. ให้นักเรียนศึกษา ใบความรู้ที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ (ไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์) พร้อมทั้งเติมคำตอบในช่องว่างให้ถูกต้อง

6. ครูตรวจสอบคำตอบที่นักเรียนเติมลงในใบความรู้ โดยครูใช้การสุ่มถามนักเรียนเป็นรายบุคคล

7. ให้นักเรียนแต่ละคนคิดหาแนวทางการแก้ปัญหาของตนเองให้มากที่สุด แล้วบันทึกแนวทางการแก้ปัญหาลงในข้อ 2.1 ของใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ (ไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์)

ขั้นแก้ปัญหาร่วมกัน

8. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็น 8 กลุ่ม จำนวนกลุ่มละ 5-6 คน โดยแบ่งแบบกระจายความสามารถ

9. นักเรียนแต่ละคนนำเสนอแนวทางการแก้ปัญหาของตนเองที่บันทึกในใบกิจกรรมที่ 1 ข้อ 2.1 ให้กับสมาชิกกลุ่ม

10. สมาชิกกลุ่มแต่ละกลุ่มอภิปรายเพื่อแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันภายในกลุ่มตนเอง จากนั้นร่วมกันเลือกแนวทางการแก้ปัญหาที่เหมาะสมมาหนึ่งแนวทาง พร้อมกับบันทึกแนวทางการแก้ปัญหาที่เลือกลงในใบกิจกรรมที่ 1 ข้อ 2.2

11. สมาชิกกลุ่มร่วมกันแก้ปัญหตามแนวทางการแก้ปัญหาที่เลือก พร้อมทั้งแสดงวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมที่ 1 ข้อ 3

12. นักเรียนร่วมกัน อธิบายความสอดคล้องของคำตอบที่ได้ กับข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ พร้อมทั้งบันทึกลงในใบกิจกรรมที่ 1 ข้อ 4

(ชั่วโมงที่ 2)

ขั้นนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา

13. นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมาเขียนกระบวนการแก้ปัญหาของกลุ่มตนเองบนกระดาน และให้อธิบายถึงกระบวนการแก้ปัญหานั้นอย่างละเอียด ทุกกลุ่ม โดยครูสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในชั้นเรียน ระหว่างที่ตัวแทนกลุ่มกำลังอธิบายการแก้ปัญหา

14. ครูสุ่มถามนักเรียน หลังจากตัวแทนกลุ่มอธิบายเสร็จ โดยให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นหรือแนวคิดของตนเองเกี่ยวกับการแก้ปัญหา และครูอาจแสดงความคิดเห็นหรือแนวทางการแก้ปัญหาเพื่อแลกเปลี่ยนแนวคิดกับนักเรียน

ขั้นสรุปและสร้างปัญหาใหม่

15. นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายถึงข้อดี ข้อควรปรับปรุงในการแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่ม พร้อมทั้งร่วมกันเสนอแนะและแสดงความคิดเห็นอย่างอิสระ โดยครูใช้คำถาม “การแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่ม มีข้อดีและข้อควรปรับปรุง อย่างไร”

16. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเปรียบเทียบกระบวนการแก้ปัญหาของกลุ่มอื่น ๆ ถึงแนวคิดและข้อแตกต่างของแต่ละกลุ่ม โดยครูใช้คำถาม “การแก้ปัญหากลุ่มเหมือนหรือแตกต่างกัน อย่างไร”

17. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปว่า การแก้ปัญหาหรือแนวคิดของกลุ่มใดมีความเหมาะสมกับปัญหาที่กำหนดให้ พร้อมกับอธิบายเหตุผลประกอบ ซึ่งอาจมีมากกว่า 1 แนวคิด

(ชั่วโมงที่ 3)

18. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสร้างปัญหาใหม่จากปัญหาเดิม โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มอาจเพิ่มหรือลดข้อมูล เงื่อนไขในสถานการณ์ปัญหานั้น พร้อมทั้งบันทึกลงในใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง

การสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยครูทำหน้าที่ตรวจสอบความถูกต้องและให้ข้อเสนอแนะในการสร้างปัญหาของนักเรียนแต่ละกลุ่ม

19. นักเรียนแต่ละกลุ่มแก้ปัญหาใหม่ที่กลุ่มอื่นสร้างขึ้น ทั้งหมด 8 สถานการณ์ปัญหา (8 กลุ่ม) ดังนี้

กลุ่มที่ 1 แก้ปัญหาของกลุ่มที่ 2

กลุ่มที่ 2 แก้ปัญหาของกลุ่มที่ 3

กลุ่มที่ 3 แก้ปัญหาของกลุ่มที่ 4

กลุ่มที่ 4 แก้ปัญหาของกลุ่มที่ 5

กลุ่มที่ 5 แก้ปัญหาของกลุ่มที่ 6

กลุ่มที่ 6 แก้ปัญหาของกลุ่มที่ 7

กลุ่มที่ 7 แก้ปัญหาของกลุ่มที่ 8

กลุ่มที่ 8 แก้ปัญหาของกลุ่มที่ 1

20. ครูเลือกกลุ่มที่มีการสร้างปัญหาที่น่าสนใจและกลุ่มที่แก้ปัญหาในข้อนั้น ออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน

21. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปประเด็น เกี่ยวกับการแก้ปัญหาและการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้แก้ปัญหา ได้เหมาะสมหรือไม่ อย่างไร

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

- ใบความรู้ที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ (ไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์)
- ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ (ไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์)
- ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง การสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
ด้านความรู้ 1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของไซน์ (sine) โคไซน์ (cosine) และแทนเจนต์ (tangent) ได้อย่างถูกต้อง	การตอบคำถามของนักเรียนในชั้นเรียน	คำถามในชั้นเรียน	ตอบคำถามได้ถูกต้อง
ด้านทักษะกระบวนการ 2. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติได้ 3. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติได้หลายคำตอบหรือหลากหลายแนวคิด	การตรวจใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ (ไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์) และ ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง การสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่	ใบกิจกรรมที่ 1 และ 2	คะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ 4. ใฝ่เรียนรู้	การสังเกตพฤติกรรม	แบบสังเกตพฤติกรรม	มีผลการประเมินอยู่ในระดับดีขึ้นไป

บันทึกหลักการใช้แผนการจัดการเรียนรู้

1. ผลการสอน

ขั้นทบทวนบทเรียน นักเรียนส่วนใหญ่มีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับสามเหลี่ยมมุมฉากและอัตราส่วนตรีโกณมิติพื้นฐาน ทำให้นักเรียนสามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง

ขั้นนำเสนอปัญหาปลายเปิด นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการและแนวทางการแก้ปัญหาได้ถูกต้องแต่นักเรียนบางส่วนที่เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการและแนวทางการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง อาจเนื่องมาจากนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับปัญหาปลายเปิด

ขั้นเรียนรู้ด้วยตนเอง นักเรียนได้ศึกษาเอกสารประกอบและค้นหาแนวทางการแก้ปัญหาด้วยตนเอง นักเรียนส่วนใหญ่มีแนวทางการแก้ปัญหาที่ถูกต้องแต่ยังไม่หลากหลาย

ขั้นแก้ปัญหาร่วมกัน นักเรียนส่วนใหญ่ได้แลกเปลี่ยนแนวความคิดการแก้ปัญหาของตนเองและให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี แต่มีนักเรียนบางส่วนที่ไม่ค่อยสนใจการทำกิจกรรมกลุ่ม นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันแก้ปัญหตามแนวทางการแก้ปัญหาได้ถูกต้องแต่นักเรียนบางกลุ่มที่ไม่สามารถแก้ปัญหตามแนวทางการแก้ปัญหาที่เลือกได้

ขั้นนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่กล้าที่จะแสดงความคิดเห็น แต่มีนักเรียนบางส่วนที่มีการนำเสนอแนวคิดได้ถูกต้องและนักเรียนบางกลุ่มมีแนวคิดที่แตกต่างจากกลุ่มอื่น ๆ

ขั้นสรุปและสร้างปัญหาใหม่ นักเรียนส่วนใหญ่มีแนวทางการแก้ปัญหาที่คล้ายกันและมีนักเรียนบางส่วนที่มีแนวทางการแก้ปัญหาแตกต่างจากกลุ่มอื่น ในการสร้างปัญหาใหม่นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถสร้างปัญหาใหม่ได้เนื่องจากนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการสร้างปัญหา แต่มีนักเรียนบางส่วนที่สามารถสร้างปัญหาใหม่และสามารถแก้ปัญหานั้นได้จริง

2. ปัญหาและอุปสรรค

นักเรียนส่วนใหญ่ไม่คุ้นเคยกับปัญหาปลายเปิด และไม่กล้าแสดงความคิดเห็นในการทำกิจกรรมกลุ่ม เวลาในการนำเสนอแนวทางการแก้ปัญหามีน้อยเกินไป ทำให้มีนักเรียนบางกลุ่มนำเสนอแนวทางการแก้ปัญหาไม่ครบถ้วนสมบูรณ์

3. ข้อเสนอแนะ แนวทางแก้ไข

ครูควรอธิบายปัญหาปลายเปิดให้กับนักเรียนอย่างละเอียดเพื่อให้นักเรียนเข้าใจปัญหาปลายเปิดมากขึ้น พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นให้มากเพื่อให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นหรือแนวคิดของตนเองและควรเพิ่มเวลาในการนำเสนอแนวทางการแก้ปัญหา

แบบสังเกตพฤติกรรม

คำชี้แจง ให้ทำเครื่องหมาย ✓ ลงในแบบสังเกตพฤติกรรมตามความคิดเห็นของท่าน ซึ่งมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

- | | | |
|---|---------|-----------------------------------|
| 4 | หมายถึง | นักเรียนแสดงพฤติกรรมอย่างสม่ำเสมอ |
| 3 | หมายถึง | นักเรียนแสดงพฤติกรรมค่อนข้างบ่อย |
| 2 | หมายถึง | นักเรียนแสดงพฤติกรรมค่อนข้างน้อย |
| 1 | หมายถึง | นักเรียนไม่แสดงพฤติกรรมเลย |

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	ดีมาก(4)	ดี(3)	พอใช้(2)	ปรับปรุง(1)
ใฝ่เรียนรู้ -สนใจเข้าร่วมกิจกรรมต่าง ๆ				
-บันทึกความรู้ วิเคราะห์ตรวจสอบจากสิ่งที่เรียนรู้ สรุปเป็นองค์ความรู้				
-แลกเปลี่ยนความรู้ด้วยวิธีการต่าง ๆ และนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน				

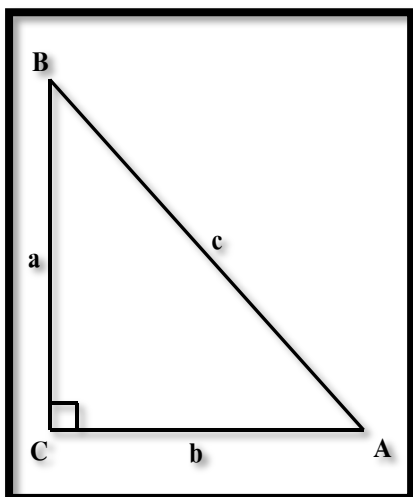
เกณฑ์การประเมิน

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
10 – 12	มีผลการประเมินในระดับดีมาก
7 – 9	มีผลการประเมินในระดับดี
5 – 6	มีผลการประเมินในระดับพอใช้
3 – 4	มีผลการประเมินในระดับปรับปรุง

ใบความรู้ที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ (ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์)

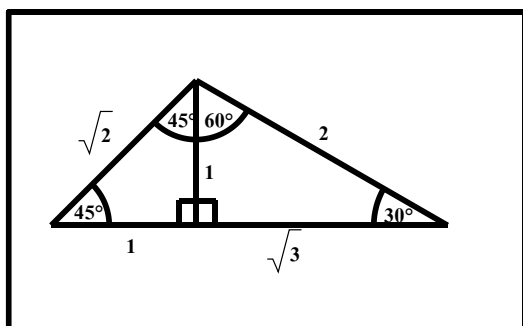
อัตราส่วนตรีโกณมิติ สามารถนำไปใช้ในการหาระยะทาง พื้นที่ มุม และทิศทางที่ยากต่อการวัดโดยตรง เช่น การหาความสูงของภูเขา ความกว้างของแม่น้ำ เป็นต้น โดยใช้ความสัมพันธ์ของอัตราส่วนระหว่างความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนี้

กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีมุม C เป็นมุมฉาก ดังรูปที่ 1



อัตราส่วนของความยาวด้านตรงข้ามมุม A ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก หรือ $\frac{a}{c}$ เรียกว่า **ไซน์** ของมุม A ($\sin A$)
 อัตราส่วนของความยาวด้านประชิดมุม A ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก หรือ $\frac{b}{c}$ เรียกว่า **โคไซน์** ของมุม A ($\cos A$)
 อัตราส่วนของความยาวด้านตรงข้ามมุม A ต่อความยาวของด้านประชิดมุม A หรือ $\frac{a}{b}$ เรียกว่า **แทนเจนต์** ของมุม A ($\tan A$)

ในสมัยกรีกโบราณ ทอเลมี (Ptolemy) ได้แสดงอัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งเป็นค่าคงตัว ดังนี้



$$\sin 30^\circ = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } 30^\circ}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } 45^\circ}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } 60^\circ}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } 60^\circ} = \sqrt{3}$$

จากรูปสามารถสรุปได้เป็นตารางของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° และ 60° ดังนี้

ขนาดของมุม	30°	45°	60°
ไซน์ (sin)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
โคไซน์ (cos)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
แทนเจนต์ (tan)	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ
(ไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์)

คำสั่ง ให้นักเรียนพิจารณาปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่อไปนี้

บริษัทแห่งหนึ่งรับสร้างสระว่ายน้ำทุกรูปแบบ ซึ่งบริษัทจะออกแบบสระว่ายน้ำตามความต้องการของลูกค้า วันหนึ่งมีลูกค้ามาติดต่อสร้างสระว่ายน้ำ โดยมีพื้นที่ที่สามารถสร้างได้เป็นบริเวณสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 10 เมตร ยาว 15 เมตร ซึ่งลูกค้าต้องการสระว่ายน้ำเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จำนวนสองสระ โดยที่มุมของสระมุมหนึ่งต้องมีขนาด 30° และด้านตรงข้ามมุมฉากสามารถมีความยาวได้ตั้งแต่ 10 ถึง 18 เมตร ทางบริษัทสามารถออกแบบสระว่ายน้ำทั้งสองให้อยู่ในพื้นที่ที่ลูกค้าต้องการได้อย่างไร โดยลูกค้าขอแบบก่อนลงมือสร้างจริง

1. วิเคราะห์ปัญหา: ให้นักเรียนอ่านและทำความเข้าใจปัญหาแล้วเขียนอธิบายสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการแก้ปัญหาอย่างละเอียด

1.1 โจทย์ปัญหากำหนดอะไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.2 โจทย์ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง การสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์

คำตั้ง ให้นักเรียนร่วมกันสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์ใหม่จากปัญหาเดิม
ปัญหาทางคณิตศาสตร์ใหม่

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแก้ปัญหา ดังนี้
ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (กลุ่มที่.....)

.....

.....

.....

.....

.....

1. วิเคราะห์ปัญหา: ให้นักเรียนอ่านและทำความเข้าใจปัญหาแล้วเขียนอธิบายสิ่งที่โจทย์
กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการแก้ปัญหาอย่างละเอียด

1.1 โจทย์ปัญหาคำหนดอะไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

.....

1.2 โจทย์ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. วางแผนแก้ปัญหา: ให้นักเรียนเขียนอธิบายถึงแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหา

2.1 แนวทางการแก้ปัญหา (ตอบได้มากกว่า 1 แนวทาง)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.2 เลือกแนวทางการแก้ปัญหาที่เหมาะสมมาหนึ่งแนวทาง

.....

.....

.....

.....

.....

**3. ดำเนินการตามแผน: ให้นักเรียนแก้ปัญหาตามแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เลือก
แสดงวิธีการแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ (ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์)

คำสั่ง ให้นักเรียนพิจารณาปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่อไปนี้

บริษัทแห่งหนึ่งรับสร้างสระว่ายน้ำทุกรูปแบบ ซึ่งบริษัทจะออกแบบสระว่ายน้ำตามความต้องการของลูกค้า วันหนึ่งมีลูกค้ามาติดต่อสร้างสระว่ายน้ำ โดยมีพื้นที่ที่สามารถสร้างได้เป็นบริเวณสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 10 เมตร ยาว 15 เมตร ซึ่งลูกค้าต้องการสระว่ายน้ำเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จำนวนสองสระ โดยที่มุมของสระมุมหนึ่งต้องมีขนาด 30° และด้านตรงข้ามมุมฉากสามารถมีความยาวได้ตั้งแต่ 10 ถึง 18 เมตร ทางบริษัทสามารถออกแบบสระว่ายน้ำทั้งสองให้อยู่ในพื้นที่ที่ลูกค้าต้องการได้อย่างไร โดยลูกค้าต้องการขอออกแบบ ก่อนลงมือสร้างจริง

1. วิเคราะห์ปัญหา: ให้นักเรียนอ่านและทำความเข้าใจปัญหาแล้วเขียนอธิบายสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการแก้ปัญหาลงอย่างละเอียด

1.1 โจทย์ปัญหาคำหนดอะไรบ้าง

- บริษัทแห่งหนึ่งรับสร้างสระว่ายน้ำทุกรูปแบบ
- พื้นที่ที่สามารถสร้างสระว่ายน้ำ เป็นบริเวณสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 10 เมตร ยาว 15 เมตร
- ต้องการสระว่ายน้ำเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จำนวนสองสระ
- มุมของสระมุมหนึ่งต้องมีขนาด 30°
- ด้านตรงข้ามมุมฉากสามารถมีความยาวได้ตั้งแต่ 10 ถึง 18 เมตร

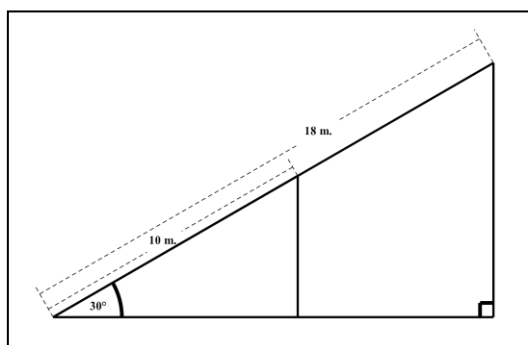
1.2 โจทย์ปัญหาต้องการทราบอะไร

ต้องการออกแบบสระว่ายน้ำทั้งสองให้อยู่ในพื้นที่ที่ลูกค้าต้องการ

2. วางแผนแก้ปัญหา: ให้นักเรียนเขียนอธิบายถึงแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหา

2.1 แนวทางการแก้ปัญหา (ตอบได้มากกว่า 1 แนวทาง)

พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ดังนี้

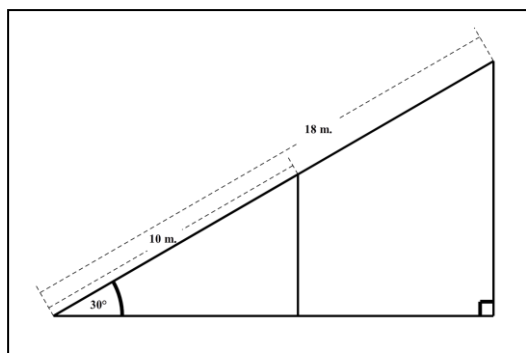


กำหนดความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก ตั้งแต่ 10 ถึง 18 เมตร
 แนวทางที่ 1 ใช้ $\sin 30^\circ$ เพื่อหาความยาวของด้านประกอบมุมฉาก
 แนวทางที่ 2 ใช้ $\sin 60^\circ$ เพื่อหาความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

แนวทางที่ 3 ใช้ $\cos 30^\circ$ เพื่อหาความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

แนวทางที่ 4 ใช้ $\cos 60^\circ$ เพื่อหาความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

2.2 เลือกแนวทางการแก้ปัญหาที่เหมาะสมมาหนึ่งแนวทาง



กำหนดความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก ตั้งแต่ 10 ถึง 18 เมตร

เลือกใช้แนวทางที่ 1 ในการแก้ปัญหา

ใช้ $\sin 30^\circ$ เพื่อหาความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

3. ดำเนินการตามแผน: ให้นักเรียนแก้ปัญหาตามแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เลือก แสดงวิธีการแก้ปัญหา

กำหนดให้ ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ 10 เมตร

(สามารถกำหนดได้หลายค่า)

$$\text{พิจารณา } \sin 30^\circ = \frac{y}{10}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{y}{10}$$

ดังนั้น $y = 5$ เมตร

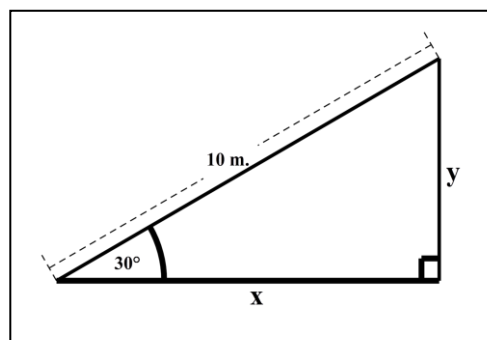
ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส หาค่า x

จะได้ว่า

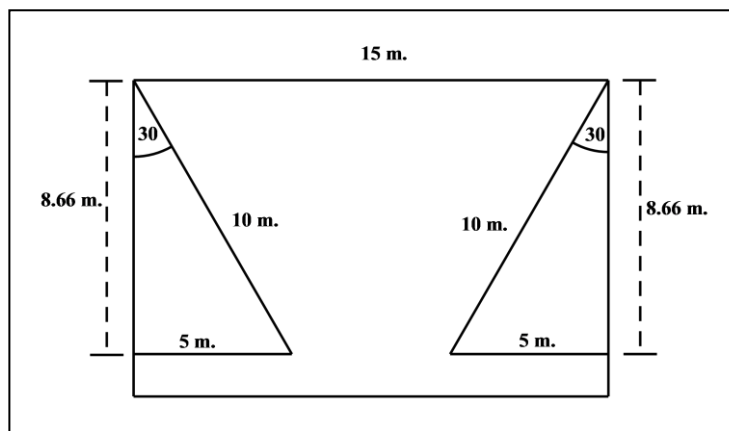
$$x^2 = 10^2 - 5^2$$

ดังนั้น $x = \sqrt{75}$ เมตร

หรือประมาณ 8.66 เมตร

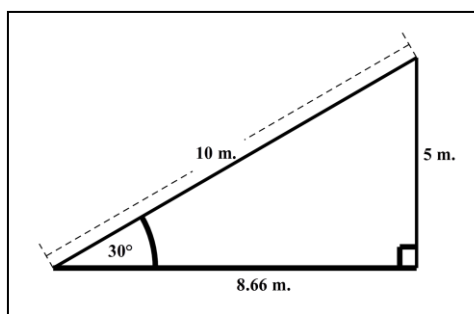


เนื่องจากโจทย์ต้องการสระว่ายนํ้า 2 สระ เราสามารถสร้างสระที่ 2 ได้ในทำนองเดียวกัน และเมื่อพิจารณาแบบก่อนลงมือสร้างจริง (นักเรียนอาจออกแบบได้หลากหลาย) จะเห็นได้ว่าสามารถสร้างสระว่ายนํ้า 2 สระให้อยู่ในพื้นที่สี่เหลี่ยมแน่นอน ดังรูป



4. ตรวจสอบย้อนกลับ: ให้นักเรียนตรวจสอบผลการแก้ปัญหาที่ได้พร้อมให้เหตุผลประกอบ

4.1 เขียนคำตอบหรือผลลัพธ์ที่ได้



สรว่ายน้ำรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
มีด้านตรงข้ามมุมฉาก ยาว 10 เมตร
ด้านประกอบมุมฉากยาว 5 เมตร
และ 8.66 เมตร
มีลักษณะเหมือนกันทั้งสองสรว

4.2 คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ได้ สอดคล้องกับปัญหาหรือไม่ อย่างไร

กำหนดให้ ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ 10 เมตร

และเนื่องจาก $y = 5$ เมตร $x = \sqrt{75}$ เมตร

$$\text{พิจารณา } \sin z = \frac{y}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$\sin z = \frac{5}{10}$$

$$\text{ดังนั้น } \sin z = \frac{1}{2}$$

จะได้ว่า $z = 30^\circ$ ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขในการสร้างสรว่ายน้ำ

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ
 วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค32101) ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ

1. กรมการท่องเที่ยวแห่งจังหวัดระยอง ต้องการสร้างสถานที่ท่องเที่ยวแห่งใหม่ จากการลงทุนมหาศาลเพื่อถมอ่าวที่มีความลึกคงที่ 10 เมตร เป็นบริเวณสามเหลี่ยม ABC โดยที่ มุม A มีขนาด 30° AC มีระยะทาง 40 เมตร และ AB มีระยะทาง 50 เมตร ทางจังหวัดระยองจะต้องใช้ดินปริมาณเท่าใด ในการถมอ่าว

โจทย์ปัญหากำหนดอะไรบ้าง

.....

โจทย์ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....

แนวทางในการแก้ปัญหา

.....

2. เรือนำเที่ยวของจังหวัดระยอง ได้พานักท่องเที่ยวไปเกาะเสม็ด โดยเรือใช้ความเร็วคงที่และวิ่งในแนวเส้นตรง ก่อนถึงเกาะเสม็ด 100 เมตร ปรากฏว่าเกิดกระแสลมแรงทำให้แนวเดินเรือเบนออกนอกเส้นทางทำมุม 30° เมื่อเวลาผ่านไป เรือได้หันทิศทางการเดินเรือเป็นมุม 90° ไปยังเกาะ อยากรทราบว่าระยะทางที่เรือเดินทางจากจุดที่เรือถูกกระแสลมพัดจนเรือเดินทางถึงเกาะ เป็นเท่าใด
โจทย์ปัญหากำหนดอะไรบ้าง

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

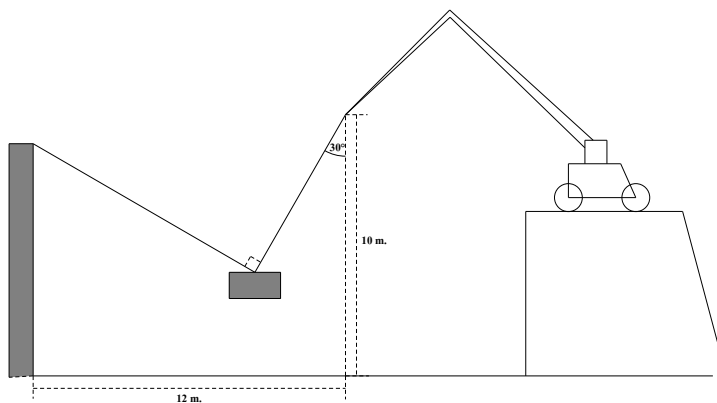
โจทย์ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....
.....
.....
.....
.....
.....

แนวทางในการแก้ปัญหา

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3. การขนย้ายวัตถุหนัก 1 ตัน ที่มีขนาดของวัตถุ กว้าง 1 เมตร ยาว 2 เมตรและสูง 1 เมตร จำเป็นต้องใช้รถเพื่อช่วยยกวัตถุ โดยจะต้องผูกมัดสลิงขนาดใหญ่ ติดกับวัตถุและปลายของเสาอีกด้านหนึ่ง ซึ่งรถสามารถยกวัตถุได้สูงจากพื้น 3 เมตร และปลายคานยกอยู่สูงจากพื้น 10 เมตร และห่างจากเสา 12 เมตร ดังรูป อยากรทราบว่เสาสูงเท่าใด



โจทย์ปัญหากำหนดอะไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

โจทย์ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางในการแก้ปัญหา

.....

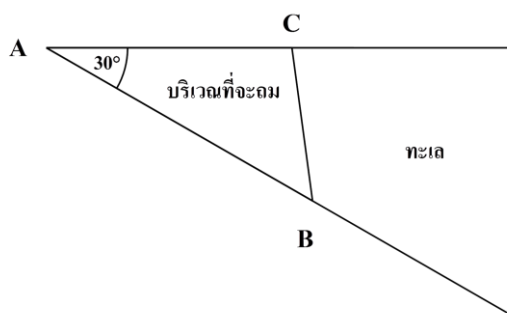
.....

.....

.....

เฉลยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

1. กรมท่องเที่ยวแห่งจังหวัดระยอง ต้องการสร้างสถานที่ท่องเที่ยวแห่งใหม่ จากการลงทุนมหาศาลเพื่อถมอ่าวที่มีความลึกคงที่ 10 เมตร เป็นบริเวณสามเหลี่ยม ABC โดยที่ มุม A มีขนาด 30° AC มีระยะทาง 40 เมตร และ AB มีระยะทาง 50 เมตร ทางจังหวัดระยองจะต้องใช้ดินปริมาณเท่าใด ในการถมอ่าว



วิธีทำ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

1. อ่าวที่มีความลึก 10 เมตร เป็นบริเวณสามเหลี่ยม
2. AC มีระยะทาง 40 เมตร และ AB มีระยะทาง 50 เมตร
3. มุม 30°

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

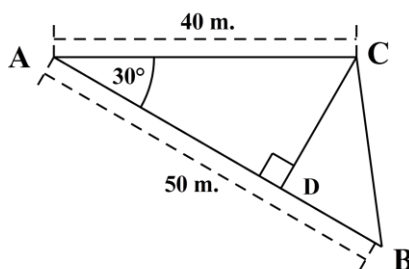
จะต้องใช้ดินปริมาณเท่าใด ในการถมอ่าว

แนวทางการแก้ปัญหา

จากโจทย์กำหนด AC มีระยะทาง 40 เมตร และ AB มีระยะทาง 50 เมตร

หาระยะ CD โดยใช้ ไซน์ (sine) เพื่อคำนวณหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC

โดยพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับ $\frac{1}{2} \times AB \times CD$



วิธีการแก้ปัญหา

$$\text{พิจารณา } \sin 30^\circ = \frac{CD}{AC}$$

จากโจทย์ กำหนด AC มีระยะทาง 40 เมตร

$$\text{ดังนั้น } \sin 30^\circ = \frac{CD}{40}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{CD}{40}$$

$$CD = 20 \text{ เมตร}$$

จากนั้น หาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC

$$\text{โดยพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม } ABC \text{ เท่ากับ } \frac{1}{2} \times AB \times CD$$

และจากโจทย์กำหนด AB มีระยะทาง 50 เมตร

$$\text{ดังนั้น พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม } ABC \text{ เท่ากับ } \frac{1}{2} \times 50 \times 20 = 500 \text{ ตารางเมตร}$$

แต่โจทย์ต้องการทราบว่า จะต้องใช้ดินปริมาณเท่าใด

จากโจทย์ กำหนด อ่าวมีความลึก 10 เมตร

$$\text{ดังนั้น จะต้องใช้ดิน เท่ากับ } 500 \times 10 = 5,000 \text{ ลูกบาศก์เมตร}$$

ดังนั้นสรุปได้ว่า

จะต้องใช้ดิน เท่ากับ $500 \times 10 = 5,000$ ลูกบาศก์เมตร ในการถมอ่าวเพื่อทำ
สถานที่ท่องเที่ยว

ตรวจสอบคำตอบ

$$\text{พิจารณา } \sin x = \frac{CD}{AC}$$

จากโจทย์ กำหนด AC มีระยะทาง 40 เมตร

$$\text{และ } CD = 20 \text{ เมตร}$$

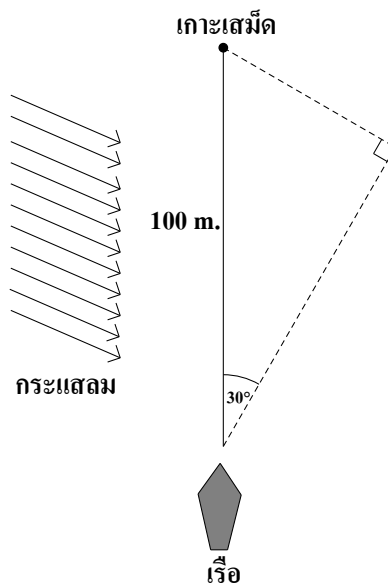
$$\text{ดังนั้น } \sin x = \frac{20}{40}$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = 30^\circ$$

ซึ่งคำตอบที่ได้ สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

2. เรือนำเที่ยวของจังหวัดระยอง ได้พานักท่องเที่ยวไปเกาะเสม็ด โดยเรือใช้ความเร็วคงที่และวิ่งในแนวเส้นตรง ก่อนถึงเกาะเสม็ด 100 เมตร ปรากฏว่าเกิดกระแสน้ำแรงทำให้แนวเดินเรือเบนออกนอกเส้นทางทำมุม 30° เมื่อเวลาผ่านไป เรือได้หันทิศทางการเดินเรือเป็นมุม 90° ไปยังเกาะ อยากทราบว่าระยะทางที่เรือเดินทางจากจุดที่เรือถูกกระแสน้ำพัดจนเรือเดินทางถึงเกาะเป็นเท่าใด



วิธีทำ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

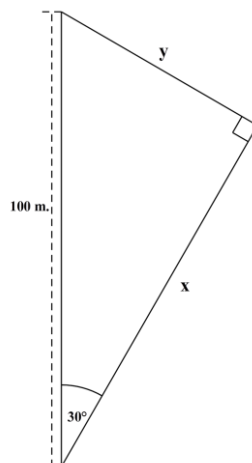
1. เรือนำเที่ยวของจังหวัดระยอง ได้พานักท่องเที่ยวไปเกาะเสม็ด
2. เรือใช้ความเร็วคงที่และวิ่งในแนวเส้นตรง
3. ก่อนถึงเกาะเสม็ด 100 เมตร ปรากฏว่าเกิดกระแสน้ำแรงทำให้แนวเดินเรือเบนออกนอกเส้นทางทำมุม 30°
4. เมื่อเวลาผ่านไป เรือได้หันทิศทางการเดินเรือเป็นมุม 90° ไปยังเกาะ

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

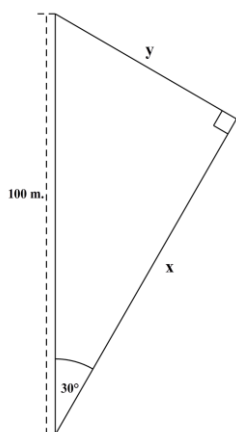
ระยะทางที่เรือเดินทางจากจุดที่เรือถูกกระแสน้ำพัดจนเรือเดินทางถึงเกาะ เป็นเท่าใด

แนวทางการแก้ปัญหา

จากโจทย์กำหนดแนวเดินเรือก่อนถึงเกาะเสม็ด 100 เมตร ปรากฏว่าเกิดกระแสน้ำแรงทำให้แนวเดินเรือเบนออกนอกเส้นทางทำมุม 30° จึงใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ (โคไซน์ (cosine) และไซน์ (sine)) เพื่อหาระยะทาง ดังรูป



วิธีการแก้ปัญหา



จากรูป จะได้ว่า

$$\cos 30^\circ = \frac{x}{100}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{100}$$

ดังนั้น จะได้ $x = 50\sqrt{3}$ เมตร

จากนั้น หา y โดย

$$\sin 30^\circ = \frac{y}{100}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{y}{100}$$

ดังนั้น จะได้ $y = 50$ เมตร

ดังนั้น จะได้ระยะทางรวม $x + y = 50\sqrt{3} + 50$ เมตร

หรือระยะทางประมาณ 136.6 เมตร

ดังนั้นสรุปได้ว่า

เมื่อถึงเกาะแล้วระยะทางจากจุดที่เรือถูกกระแสนลมพัดจนเรือเดินทางถึงเกาะ

เท่ากับ $50\sqrt{3} + 50$ เมตร หรือ ประมาณ 136.6 เมตร

ตรวจสอบคำตอบ

ระยะทางในแนวตรง เท่ากับ 100 เมตร และ $x = 50\sqrt{3}$ เมตร

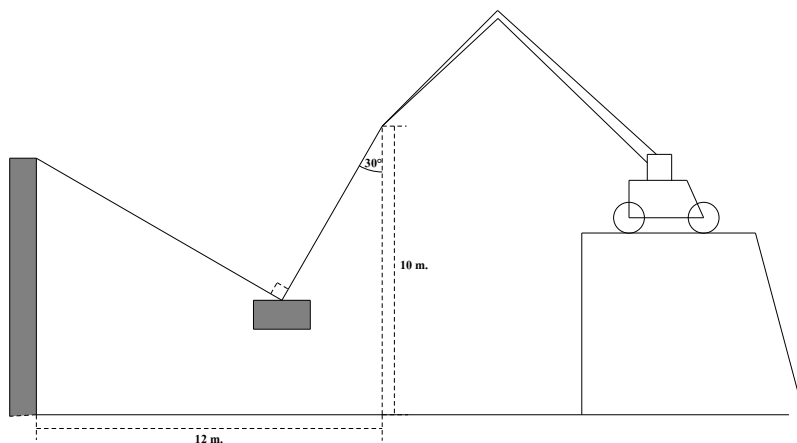
$$\text{ดังนั้น } \cos z = \frac{x}{100}$$

$$\cos z = \frac{50\sqrt{3}}{100}$$

จะได้ว่า $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ นั่นคือ $x = 30^\circ$

ซึ่งคำตอบที่ได้ สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

3. การขนย้ายวัตถุหนัก 1 ตัน ที่มีขนาดของวัตถุ กว้าง 1 เมตร ยาว 2 เมตรและสูง 1 เมตร จำเป็นต้องใช้รถเพื่อช่วยยกวัตถุ โดยจะต้องผูกสลิงขนาดใหญ่ ติดกับวัตถุและปลายของเสาอีกด้านหนึ่ง ซึ่งรถสามารถยกวัตถุได้สูงจากพื้น 3 เมตร และปลายคานยกอยู่สูงจากพื้น 10 เมตร และห่างจากเสา 12 เมตร ดังรูป อยากรทราบว่เสาสูงเท่าใด



วิธีทำ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

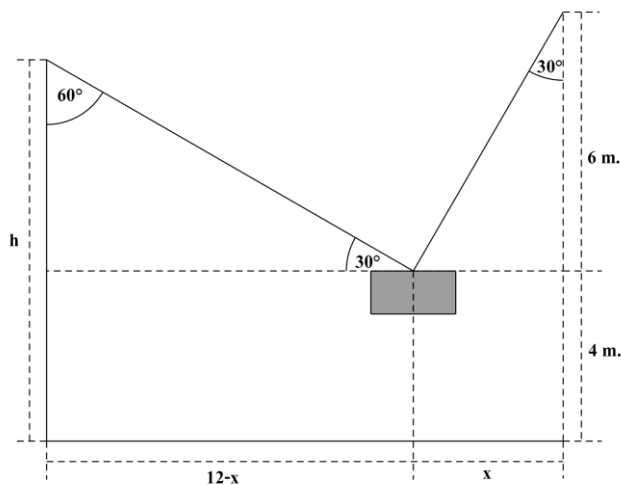
1. วัตถุหนัก 1 ตัน ที่มีขนาดของวัตถุ กว้าง 1 เมตร ยาว 2 เมตรและสูง 1 เมตร
2. รถยกวัตถุ ผูกสลิงขนาดใหญ่ ติดกับวัตถุและปลายของเสาอีกด้านหนึ่ง
3. รถสามารถยกวัตถุได้สูงจากพื้น 3 เมตร
4. ปลายคานยกอยู่สูงจากพื้น 10 เมตร และห่างจากเสา 12 เมตร

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

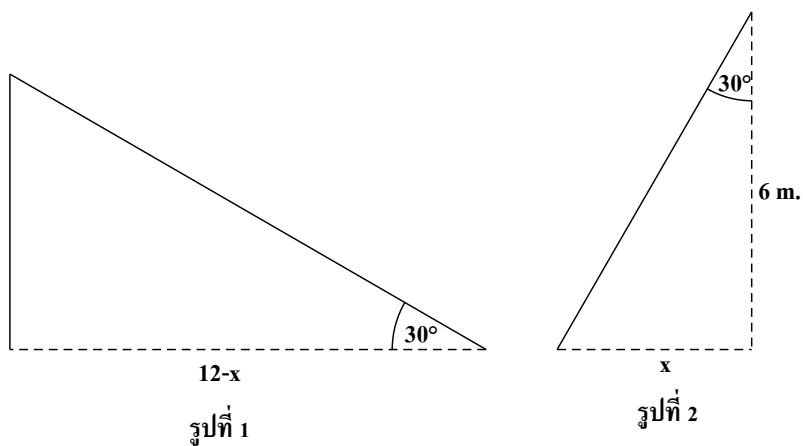
ต้องการทราบความสูงของเสา

แนวทางการแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ สามารถใช้รูปภาพประกอบแนวคิด เพื่อหาความสูง h ดังนี้



และเพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณ เราสามารถแบ่งออกเป็นรูปสามเหลี่ยม 2 รูป ดังนี้



วิธีการแก้ปัญหา

จากรูปที่ 2 ต้องการหาค่า x โดยใช้ $\tan 30^\circ = \frac{x}{6}$

$$\text{จะได้ว่า } \tan 30^\circ = \frac{x}{6}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{6}$$

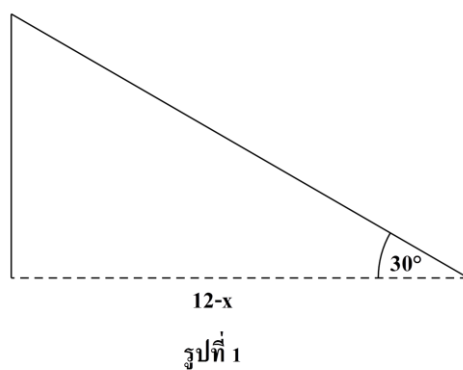
$$x = \frac{6}{\sqrt{3}} \text{ เมตร}$$

ต่อไปพิจารณา รูปที่ 1

จะได้ว่า

$$12 - x = 12 - \frac{6}{\sqrt{3}} \text{ เมตร}$$

ดังรูป



พิจารณา

$$\tan 30^\circ = \frac{y}{12 - \frac{6}{\sqrt{3}}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{y}{12 - \frac{6}{\sqrt{3}}}$$

$$y = \frac{12}{\sqrt{3}} - 2 \text{ เมตร}$$

$$\text{ดังนั้น ความสูงของเสา } h = y + 4 = \frac{12}{\sqrt{3}} - 2 + 4 = \frac{12}{\sqrt{3}} + 2 \text{ เมตร}$$

หรือประมาณ 8.9 เมตร

ดังนั้นสรุปได้ว่า

ความสูงของเสา เท่ากับ $\frac{12}{\sqrt{3}} + 2$ เมตร หรือประมาณ 8.9 เมตร

ตรวจสอบคำตอบ

เนื่องจาก $y = h - 4$ และ $h = \frac{12}{\sqrt{3}} + 2$

$$\text{ดังนั้น } y = \frac{12}{\sqrt{3}} - 2$$

$$\text{พิจารณา } \tan z = \frac{y}{12 - \frac{6}{\sqrt{3}}}$$

$$\tan z = \frac{\frac{12}{\sqrt{3}} - 2}{12 - \frac{6}{\sqrt{3}}}$$

$$\tan z = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

ดังนั้น $z = 30^\circ$ ซึ่งคำตอบที่ได้ สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

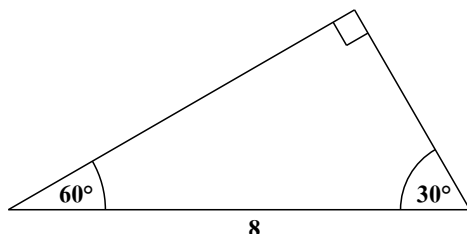
แบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ
วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค32101) ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ

1. จากรูปที่กำหนดให้ จงหาค่า x และ y ให้ถูกต้อง โดยแสดงแนวคิดในการหาคำตอบให้ได้มากที่สุด (10 นาที)

เฉลยแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

1. จากรูปที่กำหนดให้ จงหาค่า x และ y ให้ถูกต้อง โดยแสดงแนวคิดในการหาคำตอบให้ได้มากที่สุด (10 นาที)



วิธีทำ พิจารณา มุม 30°

$\sin 30^\circ = \frac{y}{8}$ $\frac{1}{2} = \frac{y}{8}$ <p>ดังนั้น $y = 4$</p> <p>ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p> <p>จะได้ว่า</p> $x^2 = 8^2 - 4^2 = 48$ <p>ดังนั้น $x = \sqrt{48}$</p>	$\cos 30^\circ = \frac{x}{8}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{8}$ <p>ดังนั้น $x = 4\sqrt{3}$</p> <p>ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p> <p>จะได้ว่า</p> $y^2 = 8^2 - (4\sqrt{3})^2 = 16$ <p>ดังนั้น $y = 4$</p>	$\tan 30^\circ = \frac{y}{x}$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{y}{x}$ <p>ดังนั้น $x = \sqrt{3}y$</p> <p>ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p> <p>จะได้ว่า</p> $8^2 = (\sqrt{3}y)^2 + y^2 = 4y^2$ <p>ดังนั้น $y = 4$ และ $x = 4\sqrt{3}$</p>
$\operatorname{cosec} 30^\circ = \frac{8}{y}$ $\frac{2}{1} = \frac{8}{y}$ <p>ดังนั้น $y = 4$</p> <p>ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p> <p>จะได้ว่า</p> $x^2 = 8^2 - 4^2 = 48$ <p>ดังนั้น $x = \sqrt{48}$</p>	$\sec 30^\circ = \frac{8}{x}$ $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{8}{x}$ <p>ดังนั้น $x = 4\sqrt{3}$</p> <p>ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p> <p>จะได้ว่า</p> $y^2 = 8^2 - (4\sqrt{3})^2 = 16$ <p>ดังนั้น $y = 4$</p>	$\cot 30^\circ = \frac{x}{y}$ $\sqrt{3} = \frac{x}{y}$ <p>ดังนั้น $x = \sqrt{3}y$</p> <p>ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p> <p>จะได้ว่า</p> $8^2 = (\sqrt{3}y)^2 + y^2 = 4y^2$ <p>ดังนั้น $y = 4$ และ $x = 4\sqrt{3}$</p>

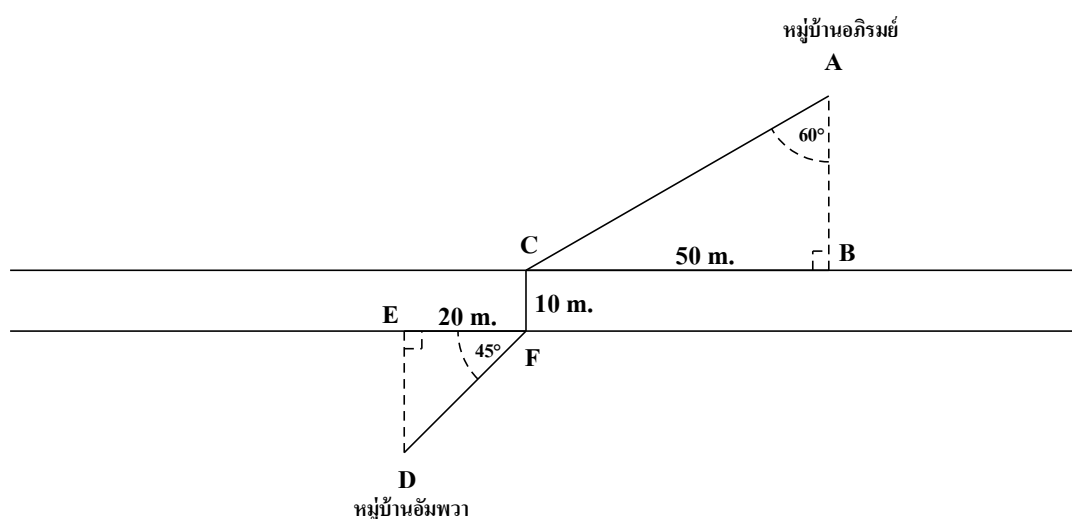
พิจารณา มุม 60 องศา

$\sin 60^\circ = \frac{x}{8}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{8}$ <p>ดังนั้น $x = 4\sqrt{3}$</p> <p>ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p> <p>จะได้ว่า</p> $y^2 = 8^2 - (4\sqrt{3})^2 = 16$ <p>ดังนั้น $y = 4$</p>	$\cos 60^\circ = \frac{y}{8}$ $\frac{1}{2} = \frac{y}{8}$ <p>ดังนั้น $y = 4$</p> <p>ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p> <p>จะได้ว่า</p> $x^2 = 8^2 - 4^2 = 48$ <p>ดังนั้น $x = \sqrt{48}$</p>	$\tan 60^\circ = \frac{x}{y}$ $\sqrt{3} = \frac{x}{y}$ <p>ดังนั้น $x = \sqrt{3}y$</p> <p>ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p> <p>จะได้ว่า</p> $8^2 = (\sqrt{3}y)^2 + y^2 = 4y^2$ <p>ดังนั้น $y = 4$ และ $x = 4\sqrt{3}$</p>
$\operatorname{cosec} 60^\circ = \frac{8}{x}$ $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{8}{x}$ <p>ดังนั้น $x = 4\sqrt{3}$</p> <p>ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p> <p>จะได้ว่า</p> $y^2 = 8^2 - (4\sqrt{3})^2 = 16$ <p>ดังนั้น $y = 4$</p>	$\sec 60^\circ = \frac{8}{y}$ $2 = \frac{8}{y}$ <p>ดังนั้น $y = 4$</p> <p>ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p> <p>จะได้ว่า</p> $x^2 = 8^2 - 4^2 = 48$ <p>ดังนั้น $x = \sqrt{48}$</p>	$\cot 60^\circ = \frac{y}{x}$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{y}{x}$ <p>ดังนั้น $x = \sqrt{3}y$</p> <p>ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p> <p>จะได้ว่า</p> $8^2 = (\sqrt{3}y)^2 + y^2 = 4y^2$ <p>ดังนั้น $y = 4$ และ $x = 4\sqrt{3}$</p>

2. ผู้ใหญ่บ้านต้องการสร้างเส้นทางที่สั้นที่สุด เชื่อมระหว่างหมู่บ้านอภิรมย์และหมู่บ้านอัมพวา ซึ่งมีสะพานข้ามแม่น้ำกว้าง 10 เมตร คั่นระหว่างหมู่บ้านทั้งสอง โดยที่ หมู่บ้านอภิรมย์ (จุด A) อยู่ทางทิศเหนือของแม่น้ำและตั้งฉากกับสถานีตำรวจ (จุด B) ซึ่งสถานีตำรวจตั้งอยู่ริมแม่น้ำพอดีและอยู่ห่างจากสะพาน (จุด C) 50 เมตร และ $\angle BAC$ มีขนาด 60°

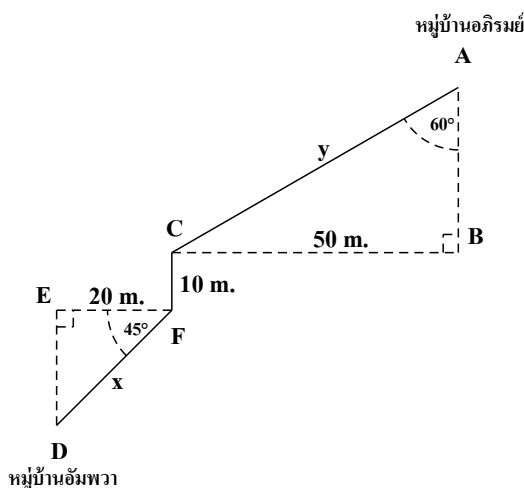
และหมู่บ้านอัมพวา (จุด D) อยู่ทางทิศใต้ของแม่น้ำและตั้งฉากกับโรงพยาบาล (จุด E) ซึ่งโรงพยาบาลตั้งอยู่ริมแม่น้ำพอดีและอยู่ห่างจากสะพาน (จุด F) 20 เมตร และ $\angle DFE$ มีขนาด 45° อยากทราบว่า เส้นทางที่สั้นที่สุด ที่เชื่อมระหว่างหมู่บ้านทั้งสองเท่ากับเท่าใด

จากสถานการณ์ปัญหาสามารถเขียนเป็นแผนภาพจำลองได้ ดังนี้



วิธีทำ

จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สามารถหาระยะทางจากหมู่บ้านอภิรมย์ถึงหมู่บ้านอัมพวา ดังนี้



ซึ่งระยะทางทั้งหมด เท่ากับ $x+10+y$ เมตร และหาค่า x, y ได้ดังนี้

$$\text{หา } x \text{ ได้จาก } \cos 45^\circ = \frac{20}{x}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{20}{x}$$

$$\text{ดังนั้น } x = 20\sqrt{2} \text{ เมตร}$$

$$\text{หา } y \text{ ได้จาก } \sin 60^\circ = \frac{50}{y}$$

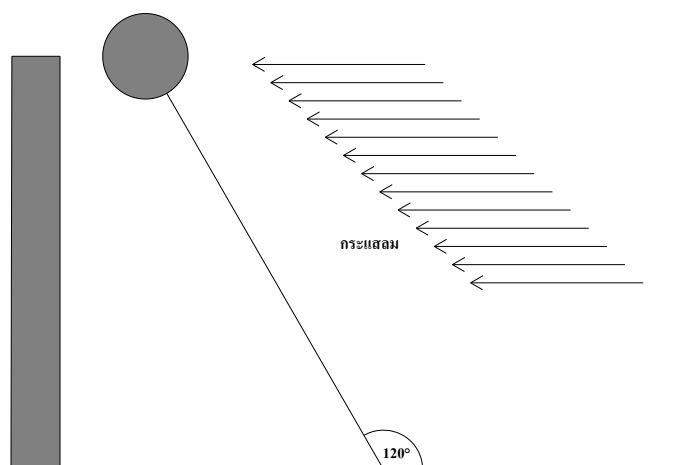
$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{50}{y}$$

$$\text{ดังนั้น } y = \frac{100}{\sqrt{3}} \text{ เมตร}$$

$$\text{ดังนั้น ระยะทางทั้งหมด เท่ากับ } x+10+y = 20\sqrt{2} + 10 + \frac{100}{\sqrt{3}} \text{ เมตร}$$

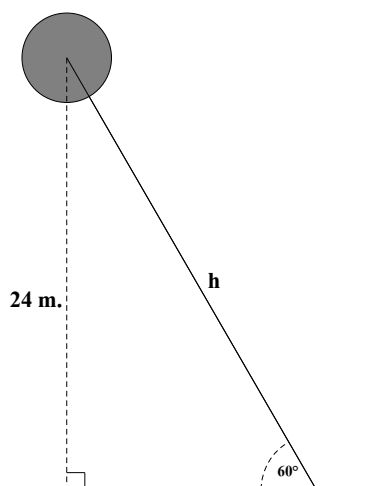
หรือประมาณ 96 เมตร

3. บอลลูกโยธนาสินค้าขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5 เมตร ผูกไว้ข้าง ๆ ตึกสูง 24 เมตร ช่วงบ่ายวันหนึ่งมีกระแสลมพัดบอลลูก ทำให้โคจรเชือกที่ผูกติดกับพื้นเอียงทำมุมไม่เกิน 120° อยากทราบว่าควรผูกบอลลูกให้ห่างจากตึกกี่เมตรและสูงจากพื้นกี่เมตร เพื่อป้องกันไม่ให้บอลลูกโดนลมพัดชนตึก แต่บอลลูกยังสามารถมองเห็นได้ชัดเจนในระยะไกล



วิธีทำ

พิจารณาจากโจทย์กำหนดให้ สามารถใช้รูปภาพประกอบได้ ดังนี้



ซึ่งสามารถคำนวณหาค่า h ได้จาก $\sin 60^\circ = \frac{24}{h}$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } h &= \frac{24}{\sin 60^\circ} \\ h &= \frac{24 \times 2}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$h = \frac{48}{\sqrt{3}} \text{ เมตร}$$

แต่เนื่องจาก บอลลูก โฆษณาเส้นค่าขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5 เมตร
 ดังนั้น ควรผูกเชือกบอลลูกให้สูงจากพื้น $h - 2.5$ เมตรหรือประมาณ 25.21 เมตร
 ต่อไปพิจารณาระยะห่างระหว่างตึกและจุดผูกเชือกดังนี้

$$\cos 60^\circ = \frac{s}{\frac{48}{\sqrt{3}}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{s}{\frac{48}{\sqrt{3}}}$$

$$\text{ดังนั้น } s = \frac{24}{\sqrt{3}} \text{ เมตร หรือประมาณ } 13.86 \text{ เมตร}$$

นั่นคือ ผูกบอลลูกให้ห่างจากตึกมากกว่า $13.86 + 2.5 = 16.36$ เมตร เพื่อป้องกันไม่ให้
 บอลลูก โดนลมพัดชนตึก