

การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยง
ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

พาวา พงษ์พันธ์ุ

คุณฉันทิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษาคุณฉันทิพนธ์

สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

กรกฎาคม 2559

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา


คณะกรรมการควบคุมคุณวุฒิพนธ์และคณะกรรมการสอบคุณวุฒิพนธ์ ได้พิจารณา
คุณวุฒิพนธ์ของ พาวา พงษ์พันธุ์ ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษาคุณวุฒิบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมคุณวุฒิพนธ์



..... อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก *
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิจิต สุรัตน์เรืองชัย)



..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต)

คณะกรรมการสอบคุณวุฒิพนธ์


..... ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต)


..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิจิต สุรัตน์เรืองชัย)


..... กรรมการ
(ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต)


..... กรรมการ
(ดร.ผลาด สุวรรณโพธิ์)

คณะศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับคุณวุฒิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษาคุณวุฒิบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ของมหาวิทยาลัยบูรพา


..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ *
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิจิต สุรัตน์เรืองชัย)

วันที่ 25 เดือน กรกฎาคม พ.ศ. 2559

กิตติกรรมประกาศ

คุษฎีนิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จลงได้ด้วยความกรุณาและความช่วยเหลือเป็นอย่างดีจาก รองศาสตราจารย์ ดร.วิจิต สุรัตน์เรืองชัย ประธานกรรมการที่ปรึกษาคุษฎีนิพนธ์ และ ดร. อาพันธ์ชนิต เจนจิต กรรมการที่ปรึกษาคุษฎีนิพนธ์ ที่กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำแนวทาง ที่ถูกต้องด้วยความเมตตา ยิ่ง ทำให้ผู้วิจัยได้แนวทางในการศึกษาค้นคว้าอย่างกว้างขวาง ตลอดจน แก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่ด้วยดีเสมอมา รวมทั้งคณะกรรมการสอบคุษฎีนิพนธ์ ประกอบด้วย ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต และ ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์ ที่กรุณาให้ ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไขจนทำให้คุษฎีนิพนธ์ฉบับนี้มีความถูกต้องและสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง และขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เสวตมาลัย ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์ รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร และ ดร.คมสัน ตรีไพบูลย์ ผู้เชี่ยวชาญที่ให้ข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์และให้ความอนุเคราะห์ ในการตรวจแก้ไขข้อบกพร่องของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยให้มีคุณภาพ และนอกจากนี้ ยังได้รับความอนุเคราะห์จากท่านผู้อำนวยการ โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา ตลอดจน อาจารย์และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 ที่ให้ความร่วมมือ เป็นอย่างดีในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยทำให้คุษฎีนิพนธ์นี้สำเร็จได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณแม่สมจิตต์ ศรีรักษ์ น้องสาว และเพื่อนร่วมรุ่นนิสิตปริญญาเอก สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ที่คอยให้กำลังใจและช่วยเหลือทุกอย่างด้วยดีเสมอมา ตลอดระยะเวลาที่ทำวิจัย

คุณค่าและประโยชน์ของคุษฎีนิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูกตเวทิตาแด่ บพภารี บูรพาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านที่ทำให้ข้าพเจ้าเป็นผู้มีการศึกษาและประสบความสำเร็จ มาจนตราบเท่าทุกวันนี้

พาวา พงษ์พันธุ์

54810109: สาขาวิชา: หลักสูตรและการสอน; กศ.ด. (หลักสูตรและการสอน)

คำสำคัญ: รูปแบบการจัดการเรียนรู้/ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์/
นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

พาวา พงษ์พันธ์ุ: การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 (DEVELOPMENT OF INSTRUCTIONAL MODEL FOR ENHANCING MATHEMATICAL KNOWLEDGE CONNECTION ABILITY FOR MATHAYOMSUKSA 2 STUDENTS) คณะกรรมการควบคุมคุรุวิชาชีพ: วิจิต สุรัตน์เรืองชัย, กศ.ด., อापันธ์ชนิด เจนจิต, กศ.ด. 228 หน้า. พ.ศ. 2559.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ ศึกษาผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 การดำเนินการวิจัยประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน ขั้นตอนที่ 2 การออกแบบรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ขั้นตอนที่ 3 การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ ขั้นตอนที่ 4 การทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ ขั้นตอนที่ 5 การประเมินผลการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จำนวน 26 คน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสถิติทดสอบ t - test

ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่พัฒนาขึ้น ประกอบด้วยองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนรู้ ดังนี้แนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ของดีนส์ (Dienes) หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้วัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้สาระการเรียนรู้ขั้นตอนการเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนรู้และการประเมินผลรูปแบบการจัดการเรียนรู้ผลการประเมินคุณภาพรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญ พบว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสม (IOC) ตามเกณฑ์ที่กำหนด
2. ผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงทางหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 80% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 80% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

54810109: MAJOR: CURRICULUM AND INSTRUCTION; Ed.D.

(CURRICULUM AND INSTRUCTION)

KEYWORD: INSTRUCTIONAL MODEL/ MATHEMATICAL KNOWLEDGE

CONNECTION ABILITY/ MATHAYOMSUKSA 2 STUDENTS

PAWA PONGPAN: DEVELOPMENT OF INSTRUCTIONAL MODEL FOR ENHANCING MATHEMATICAL KNOWLEDGE CONNECTION ABILITY FOR MATHAYOMSUKSA 2 STUDENTS. ADVISORY COMMITTEE: VICHIT SURATREUNGCHAI, Ed.D., APUNCHANIT JENJIT, Ed.D. 228 P. 2016.

The purposes of the research were to develop an instructional model for enhancing mathematical knowledge connection ability for Mathayomsuksa 2 students, and to investigate the result of the utilization of the instructional model for enhancing mathematical knowledge connection ability for Mathayomsuksa 2 students. There were 5 steps of the research: 1) The study and the analysis of the fundamental data, 2) the design of the instructional model, 3) development the developed instructional model, 4) trying out of the instructional model and 5) evaluating the instructional model. The sample consisted of 26 Mathayomsuksa 2 students at Piboonbumpen Demonstration School Burapha University, who they studied in the first semester of the 2015 academic year. The statistics used for data analysis were; means, standard deviation and *t*-test.

The results of the research were:

1. The instructional model for enhancing mathematical knowledge connection ability for Mathayomsuksa 2 students developed by the author consisted of the following instructional models elements: Dienes's theory of learning mathematics principles, purposes of instructional models learning contents, learning processes, and steps and step of the instruction, and implementation. The evaluation of the instructional model by the experts revealed that the index of consistency of instructional model according to the criteria.

2. The results of the implementation of the instructional model showed that the students possessed a higher mathematical knowledge connection ability after studying with the lesson with a statistical significance at .05 level . The students possessed a mathematical knowledge connection ability higher than the set 80% criterion after studying the lesson with statistical significance at .05 level. Students' mathematics learning achievement after learning was higher than before learning with statistical significance at .05 level. Students' mathematics learning achievement was higher than the set 80% criterion after learning with the developed model with statistical significance at .05 level.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญภาพ.....	ฅ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	6
สมมติฐานของการวิจัย.....	7
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	7
ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย.....	8
ขอบเขตของการวิจัย.....	8
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	9
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	11
หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551	
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.....	12
กระบวนการเรียนการสอน.....	17
การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.....	18
การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์.....	29
ทฤษฎีการเรียนรู้ที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.....	40
รูปแบบการจัดการเรียนรู้.....	51
การวิจัยและพัฒนาทางการศึกษา.....	59
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	65
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	69

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
3	วิธีดำเนินการวิจัย..... 73
	ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน..... 73
	ขั้นตอนที่ 2 ออกแบบรูปแบบการจัดการเรียนรู้..... 75
	ขั้นตอนที่ 3 พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้..... 77
	ขั้นตอนที่ 4 การทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้..... 93
	ขั้นตอนที่ 5 การประเมินผลการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้..... 94
4	ผลการวิจัย..... 96
	ผลการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้..... 96
5	สรุปผลและอภิปรายผล..... 99
	สรุปผลการวิจัย..... 99
	อภิปรายผล..... 100
	ข้อเสนอแนะ..... 106
	บรรณานุกรม..... 108
	ภาคผนวก..... 114
	ภาคผนวก ก..... 115
	ภาคผนวก ข..... 117
	ภาคผนวก ค..... 125
	ภาคผนวก ง..... 131
	ภาคผนวก จ..... 178
	ภาคผนวก ฉ..... 216
	ประวัติย่อของผู้วิจัย..... 228

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
1 ความสัมพันธ์ระหว่างความใกล้/ไกลจากจุดตรวจกับจำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรม.....	35
2 การสังเคราะห์ขั้นตอน หลักการ แนวคิดทฤษฎีขององค์ประกอบกระบวนการเรียนการสอนรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์.....	79
3 จำนวนชั่วโมง เนื้อหา สาระที่เชื่อมโยงของแผนการจัดการเรียนรู้.....	84
4 การวิเคราะห์สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ พฤติกรรมที่ต้องการวัดและจำนวนแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์เรื่องสมการกำลังสองตัวแปรเดียว.....	90
5 การเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนเรียนและหลังเรียน.....	97
6 การเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนกับเกณฑ์.....	97
7 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนเรียนและหลังเรียน.....	98
8 การเปรียบเทียบการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนกับเกณฑ์.....	98
9 ผลการประเมินคุณภาพความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้เชี่ยวชาญ.....	217
10 ผลการประเมินคุณภาพความสอดคล้องของแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้เชี่ยวชาญ.....	218
11 ค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	222
12 ค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์.....	224

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	7
2 รูปแบบทั่วไปของการออกแบบและพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน (Generic model).....	58
3 รูปแบบการวิจัยและพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนของ Dick และ Carey.....	62
4 ขั้นตอนของการวิจัยและพัฒนา.....	63
5 กระบวนการวิจัยและพัฒนา.....	64
6 รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2.....	82

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนามนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ใน ชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผล กระบวนการคิด และการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่ช่วยเสริมสร้างให้นักเรียนเป็นคนมีเหตุผล มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณและเป็นระบบ ตลอดจนมีทักษะการแก้ปัญหา ทำให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ซึ่งเป็นประโยชน์ในชีวิตประจำวัน ยิ่งกว่านั้นคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือสำคัญในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ ทำให้มีการพัฒนาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีอย่างมากมาย ในทุกวันนี้ ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา แม้ว่านักเรียนจะมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระเป็นอย่างดี แต่นักเรียนจำนวนมากไม่น้อยยังคงมีความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล การสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่าง ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในชีวิตประจำวัน และในการศึกษาต่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, [สสวท.], 2550, หน้า 1)

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 ได้กำหนดแนวทางการจัดการศึกษาไว้ส่วนนี้ว่า การจัดกระบวนการเรียนรู้ให้สถานศึกษาและหน่วยงานที่เกี่ยวข้องดำเนินการจัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของผู้เรียนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ฝึกทักษะ กระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์และการประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ไขปัญหา

ซึ่งการจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2545)

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดกรอบสาระมาตรฐานการเรียนรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับต่าง ๆ เพื่อให้สถานศึกษานำไปใช้เป็นหลักฐานของการจัดทำสาระการเรียนรู้ทั้งพื้นฐานและเพิ่มเติม กำหนดผลการเรียนรู้เป็นรายปีหรือรายภาค และจัดการศึกษาให้เหมาะสมกับบริบทของสถานศึกษา และความต้องการของผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และพัฒนาความรู้ความสามารถด้านคณิตศาสตร์อย่างเต็มศักยภาพ สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ในการพัฒนาการคิดและแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน รวมทั้งใช้เป็นพื้นฐานและเครื่องมือในการเรียนรู้ในระดับที่สูงขึ้น (สสวท., 2555, หน้า 1)

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มี 6 สาระ 14 มาตรฐาน ซึ่งในสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียด ดังนี้ มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2551) จากทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ข้างต้นนี้ จะเห็นว่าหลายทักษะในทักษะชีวิตและทักษะการทำงานเป็นส่วนหนึ่งของทักษะทางคณิตศาสตร์ที่ประเทศต่าง ๆ ทั่วโลกตระหนักว่าผู้เรียนในทุกระดับจำเป็นต้องมี เป็นต้นว่า การแก้ปัญหา การสื่อสาร การคิดสร้างสรรค์ และทักษะเลขคณิต/ คณิตศาสตร์ การพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ จะทำให้ผู้เรียนมีทักษะชีวิตที่ดี และสามารถทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ เพราะทักษะทางคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องและจำเป็นสำหรับกิจกรรมต่าง ๆ ของมนุษย์ในแต่ละวัน เช่น การใช้เงิน การวัดการประมาณการทำงานประมาณ การใช้สถิติ เป็นต้น (อัมพร ม้าคะนอง, 2554, หน้า 11)

ผลการทดสอบของโครงการ TIMSS 2011 เป็นการศึกษาแนวโน้มการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับนานาชาติ พ.ศ. 2554 (Trends in International Mathematics and Science Study 2011; TIMSS 2011) เป็นโครงการที่สมาคมนานาชาติประเมินสัมฤทธิ์ผลทางการศึกษา (International Association for the Evaluation of Educational Achievement: IEA) ดำเนินการร่วมกับประเทศสมาชิกเพื่อประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 (Grade 4) และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (Grade 8) ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีประเทศที่เข้าร่วมโครงการ 45 ประเทศ และรัฐที่เข้าร่วมเปรียบเทียบกับอีก 14 รัฐ ซึ่งการประเมินของโครงการ TIMSS นั้นได้ประเมินผู้เรียนในด้านเนื้อหา (Content domain)

และด้านพุทธิพิสัย (Cognitive domain) เนื้อหาที่ใช้ประเมินผู้เรียน ได้แก่ จำนวน พืชชนิด ราชอาณาจักร และข้อมูลและโอกาส ส่วนด้านพฤติกรรมกรเรียนรู้ประเมินในด้าน ความรู้ การประยุกต์ใช้ความรู้และการให้เหตุผล ผลการประเมินเป็นคะแนนเฉลี่ยแยกตามรายวิชา โดยเทียบกับค่ากลางของการประเมิน คือ 500 คะแนน ผลการประเมินในครั้งนี้ประเทศไทย มีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 427 คะแนน จัดอยู่ในลำดับที่ 28 จากประเทศที่เข้ารับการประเมินทั้งหมด 45 ประเทศ จะเห็นได้ว่า คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของประเทศไทยนั้น ต่ำกว่าค่ากลางของการประเมิน และผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ระหว่าง ค.ศ. 2007 กับ ค.ศ. 2011 ประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยลดลง จากผลการวิจัยการประเมินของ โครงการ TIMSS 2011 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ปัจจัยที่ส่งผลต่อคะแนนเฉลี่ยที่ลดลง คือ ความพร้อมของครูทั้งในด้านเนื้อหาและกระบวนการจัดการเรียนรู้ จะส่งผลในเชิงบวกต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน (สสวท., 2556) ผลการทดสอบ การศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O – NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2555 คะแนนเฉลี่ย วิชาคณิตศาสตร์ระดับประเทศ เท่ากับ 26.95 ระดับสังกัด เท่ากับ 43.97 ระดับจังหวัด เท่ากับ 27.76 และของโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 38.40 ซึ่งมี คะแนนเฉลี่ยสูงกว่าในระดับประเทศและสูงกว่าระดับจังหวัด แต่เมื่อเทียบกับระดับสังกัดสำนักงาน คณะกรรมการการอุดมศึกษานั้นคะแนนเฉลี่ยจะต่ำกว่า และเมื่อพิจารณาคะแนนเฉลี่ยตามมาตรฐาน การเรียนรู้ของโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา มีคะแนนเฉลี่ยในมาตรฐาน ค 6.1 เท่ากับ 23.36 ซึ่งต่ำกว่าระดับสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา และจากมาตรฐาน การเรียนรู้ทั้งหมดของวิชาคณิตศาสตร์นั้น ในมาตรฐานนี้ทางโรงเรียนได้คะแนนเฉลี่ยน้อยเป็น อันดับที่ 3 ของมาตรฐานการเรียนรู้ทั้งหมด ซึ่งมาตรฐานการเรียนรู้ ค 6.1 เป็นมาตรฐานการเรียนรู้ ที่วัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา การ ให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ จะเห็น ได้ว่าการทดสอบระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O – NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2555 นักเรียนโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา มีคะแนนเฉลี่ยในมาตรฐานนี้ยังต่ำอยู่ และจากการทดสอบระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O – NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2556 คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ระดับประเทศ เท่ากับ 25.45 ระดับสังกัด เท่ากับ 44.32 ระดับจังหวัด เท่ากับ 26.47 และของโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 38.51 ซึ่งมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่าในระดับประเทศและสูงกว่าระดับจังหวัด แต่เมื่อเทียบกับระดับ สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษานั้นคะแนนเฉลี่ยจะต่ำกว่า และเมื่อพิจารณาคะแนน

เฉลี่ยของโรงเรียน ซึ่งในปี พ.ศ. 2556 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา มีคะแนนเฉลี่ยของโรงเรียนสูงเกินกว่าในปี พ.ศ. 2555 เล็กน้อย และในปี พ.ศ. 2556 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา มีคะแนนเฉลี่ยในมาตรฐานการเรียนรู้ ค 6.1 (มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์) เท่ากับ 28.31 ซึ่งถือว่ามีความเฉลี่ยอยู่ในระดับที่น้อยอยู่เมื่อเทียบกับมาตรฐานการเรียนรู้มาตรฐานอื่น ๆ ของวิชาคณิตศาสตร์ จากผลการทดสอบระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O – NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2555 และปีการศึกษา 2556 นั้น ซึ่งให้คะแนนเฉลี่ยในมาตรฐานการเรียนรู้ ค 6.1 ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดสร้างสรรค์ของผู้เรียนยังน้อยอยู่ (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน), 2555) จากผลการประเมินระดับชาติและระดับโรงเรียน จะเห็นได้ว่าความสามารถในการประยุกต์ใช้ความรู้และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ยังต่ำอยู่ ซึ่งปัจจัยที่ส่งผลต่อคะแนนเฉลี่ยที่ลดลง คือ ความพร้อมของครูทั้งในด้านเนื้อหาและกระบวนการจัดการเรียนรู้จะส่งผลในเชิงบวกต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน จากการทำวิจัยได้ทำการสำรวจสภาพปัญหาและความต้องการในการจัดการเรียนการสอนของครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ของโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา พบว่า ในด้านการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนครูผู้สอนต้องการให้มีรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ แต่เนื่องจากผู้เรียนไม่สามารถนำเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนไปแล้วไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้จากปัญหาดังกล่าวผู้วิจัยจึงได้คิดหาแนวทางในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ของครู เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยการศึกษาทฤษฎี รูปแบบการสอน กระบวนการต่าง ๆ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

การเชื่อมโยงเป็นองค์ประกอบที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง เนื่องจากสิ่งที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงไม่ได้จำกัดว่าเกี่ยวข้องกับวิชาใดวิชาหนึ่ง เราต้องใช้ความรู้และทักษะจากหลาย ๆ วิชามาร่วมกันในการแก้ปัญหา (National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM.], 1991) นอกจากนี้การเชื่อมโยงจะช่วยให้นักเรียน

มองคณิตศาสตร์ แบบบูรณาการ โดยมองเป็นภาพรวม ไม่ได้แยกวิชาคณิตศาสตร์ออกเป็นเนื้อหาย่อย จะทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย และการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่และความรู้เดิม จะช่วยให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจในคณิตศาสตร์ได้ (Dossey, John., & et al., 2002, pp. 81 – 83) ซึ่งสอดคล้องกับสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000, pp. 64 – 66) ที่ระบุว่า การเชื่อมโยงจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งและยาวนานขึ้น สามารถสร้างความเข้าใจในเนื้อหาเดิมได้ดีขึ้น และช่วยให้นักเรียนได้รับความรู้ในลักษณะที่เห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหา อีกทั้งเบิร์คฮาร์ดท์ (Burkhardt, 2001) กล่าวถึง ประโยชน์ของการเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์ ทำให้นักคณิตศาสตร์ไปใช้ได้มากขึ้น ทำให้ลดช่องว่างในการเรียนรู้ และทำให้หลักสูตรเกิดความสมดุล

การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะกระบวนการที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝน ทักษะ และพัฒนาให้ เกิดขึ้นในตัวนักเรียน เพราะการที่นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จะส่งเสริมให้นักเรียนเห็น ความสัมพันธ์ของเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ทำให้นักเรียน เข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งและยาวนานขึ้น ตลอดจนช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มี คุณค่า น่าสนใจ และสามารถนำไปใช้ ประโยชน์ในชีวิตจริงได้ การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามลักษณะการเชื่อมโยงได้เป็น 2 แบบ คือ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ กับศาสตร์อื่น ๆ การจำแนกในแต่ละลักษณะข้างต้น ได้รวมเอาการนำความรู้และทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้กับสถานการณ์ในชีวิตจริงด้วย (สสวท., 2550, หน้า 82 – 84)

การจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนมีการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์นั้น ซึ่งปัจจัยที่สำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยง คือ ผู้สอน ทักษะการเชื่อมโยง เป็นทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญมากทักษะหนึ่ง ประโยชน์ของการเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์ ที่มีผู้กล่าวไว้ได้แก่ ทำให้นักเรียนเข้าใจ เนื้อหาได้ลึกซึ้งขึ้นและยาวนานขึ้น เห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหา ลดช่องว่างในการเรียนรู้ มองคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีชีวิตชีวา และนำไปใช้ในชีวิตจริงได้ และทำให้หลักสูตรเกิดความสมดุล (NCTM, 2000, pp. 64 – 66; Coxfox, 1995, p. 3; Burkhardt, 2001; Owens, 2001) งานวิจัยของ ลอสันและไมฮัน (Lawson & Monhan, 2000; Owens, 2001) พบว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงของนักเรียนมีอิทธิพลต่อการประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา มากกว่าการรู้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถสูงและนักเรียนที่มีความสามารถต่ำ จากประโยชน์ของ การเชื่อมโยงดังกล่าว จึงควรส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะการเชื่อมโยงมากขึ้นเพื่อช่วยให้นักเรียนเห็น ความสัมพันธ์ของเนื้อหาได้ดีขึ้น

เบล (Bell, 1983, pp. 125 – 127) ได้กล่าวถึงทฤษฎีของดienes (Dienes) เชื่อว่า แนวความคิดทางคณิตศาสตร์ได้รับการเรียนรู้เป็นลำดับขั้นตอนซึ่งมีบางสิ่งคล้ายกับขั้นตอน เพียเจต์ของการพัฒนาทางปัญญา เขาพัฒนาขั้นตอนในการเรียนการสอนและการเรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ 6 ขั้น ดังนี้ 1) การเล่นอย่างอิสระ 2) เกมส์ 3) ค้นหาลักษณะร่วมกัน 4) การใช้ตัวแทน 5) การใช้สัญลักษณ์ และ 6) การทำให้เป็นทางการ จากขั้นตอนในการสอนและการเรียนรู้ของดienes 6 ขั้นตอน เขาได้พัฒนาขั้นตอนเป็นหลักการของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ 4 หลักการ ได้แก่ หลักการแบบไดนามิก (Dynamic principle) หลักการสร้าง (Constructivity principle) หลักการหลากหลายทางคณิตศาสตร์ (Mathematical variability principle) และหลักการหลากหลายของการรับรู้ (Perceptual variability principle or multiple embodiment principle)

จากเหตุผลที่กล่าวในข้างต้นผู้วิจัยจะพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา ซึ่งเป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ในการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์โดยผู้วิจัยสังเคราะห์จากแนวคิดของดienes (Dienes) ซึ่งประกอบด้วยกฎหรือหลัก 4 ข้อ ดังนี้ กฎของสภาวะสมดุล กฎความหลากหลายของการรับรู้ กฎความหลากหลายทางคณิตศาสตร์ และกฎการสร้าง เพื่อเป็นแนวทางในการให้ผู้เรียนนั้นเกิดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างมีคุณค่าและเป็นผู้ที่มีศักยภาพในการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ การพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้วิจัยได้เลือกเนื้อหา เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นรายวิชาคณิตศาสตร์สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพราะในเนื้อหาเรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวใช้องค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์หลายในสาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการและสาระที่ 4 พิชคณิต

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

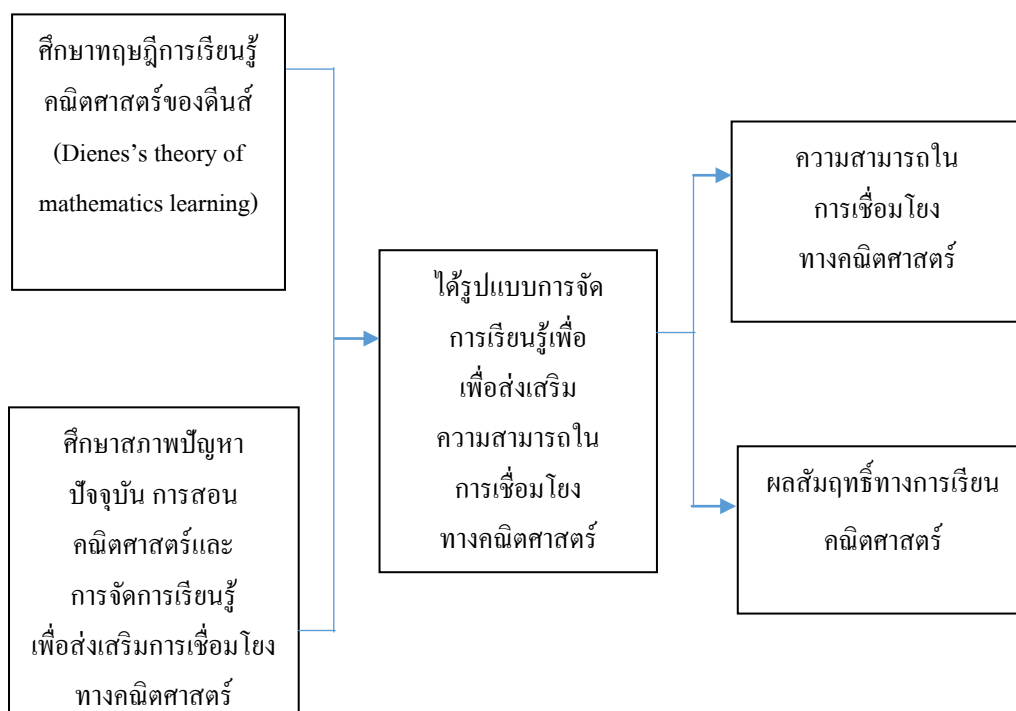
1. เพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. เพื่อศึกษาผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในประเด็น ดังนี้
 - 2.1 ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

สมมติฐานของการวิจัย

1. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

กรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสร้างกรอบแนวคิดในการวิจัย เพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้ ดังนี้



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1. ได้รู้รูปแบบการจัดการเรียนรู้สำหรับครูเพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. เป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนในการนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปใช้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2
3. เป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนไปปรับประยุกต์ใช้กับการจัดการเรียนการสอนในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับชั้นอื่น ๆ

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
 - 1.1 ประชากร
 - 1.1.1 เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 7 ห้อง มีนักเรียนจำนวน 220 คน
 - 1.2 กลุ่มตัวอย่าง
 - 1.2.1 เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จำนวน 26 คน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 ได้มาโดยใช้วิธีการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)
2. เนื้อหา
 - 2.1 รายวิชาคณิตศาสตร์สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม (ค 22241) เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
3. ตัวแปรที่ศึกษา
 - 3.1 ตัวแปรต้น
 - 3.1.1 การเรียนรู้ด้วยรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 ตัวแปรตาม
 - 3.2.1 ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 3.2.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ หมายถึง แบบแผนของการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ออกแบบและสร้างขึ้นโดยผู้วิจัย ตามขั้นตอนการพัฒนาการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย แนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดีนส์ (Dienes) หลักการของรูปแบบ วัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ขั้นตอนการเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ และการประเมินผลจัดการเรียนรู้
2. การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ หมายถึง การสร้างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้า เอกสาร และสังเคราะห์ออกมาเป็นรูปแบบที่เหมาะสม หลังจากนั้น นำไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านต่าง ๆ ตรวจสอบคุณภาพแล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขจนได้รูปแบบที่สมบูรณ์
3. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การผสมผสานแนวคิด ความรู้ทั้งแนวคิดและกระบวนการภายในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์กับศาสตร์สาขาวิชาอื่น หรือคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
4. องค์ประกอบของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในด้านดังต่อไปนี้ เชื่อมโยงและสัมพันธ์ความรู้เชิงมโนทัศน์กับความกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาหรือความรู้คณิตศาสตร์ที่หลากหลาย วิเคราะห์ปัญหาและอธิบายผลโดยใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงวิธีการที่แตกต่างกันที่ใช้ในการแสดงมโนทัศน์เดียว
5. แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ซึ่งแบบทดสอบเป็นแบบอัตนัยจำนวน 15 ข้อ ซึ่งวัดทางด้านทักษะกระบวนการเชื่อมโยงและความถูกต้องของคำตอบ
6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวของผู้เรียน จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ โดยวัดพฤติกรรมในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทางพุทธิพิสัยเป็น 4 ระดับ คือ ความรู้/ ความจำ/ กิศจำนวน ความเข้าใจ การนำไปใช้และการวิเคราะห์

7. เกณฑ์การพิจารณาผลการประเมิน หมายถึง เกณฑ์ที่ใช้ในการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ใช้เกณฑ์ ดังนี้

7.1 คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด 80%

7.2 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด 80%

8. เกณฑ์ หมายถึง สิ่ง que แสดงว่าผู้เรียน ได้แสดงพฤติกรรมออกมาซึ่งถือว่าเป็นความสามารถขั้นต่ำที่แสดงว่าผู้เรียนได้บรรลุจุดประสงค์นั้น ซึ่งในการวิจัยนี้ผู้วิจัยได้กำหนดเกณฑ์ให้ผู้เรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด 80%

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่อง การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.1 หลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา ในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. กระบวนการเรียนการสอน
 - 2.1 ความหมายของกระบวนการเรียนการสอน
 - 2.2 องค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน
3. การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
 - 3.1 ปรัชญาการสอนและหลักการสอนคณิตศาสตร์
 - 3.2 ลักษณะและธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์
 - 3.3 หลักการสอนคณิตศาสตร์
 - 3.4 การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
4. การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 4.1 ความหมายของการเชื่อมโยง
 - 4.2 การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 4.3 ประเภทของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 4.4 แนวทางการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 4.5 ประโยชน์ของการเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์
 - 4.6 การประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
5. ทฤษฎีการเรียนรู้ที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
 - 5.1 ทฤษฎีการเรียนรู้ที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
 - 5.2 การนำทฤษฎีการเรียนรู้มาประยุกต์ใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
6. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ (รูปแบบการสอน)
 - 6.1 รูปแบบการจัดการเรียนรู้ (รูปแบบการสอน)

- 6.2 การพัฒนารูปแบบ
- 7. การวิจัยและพัฒนาทางการศึกษา
 - 7.1 ความหมายของการวิจัยและพัฒนาทางการศึกษา
 - 7.2 กระบวนการวิจัยและพัฒนาทางการศึกษา
- 8. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
- 9. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 9.1 งานวิจัยภายในประเทศ
 - 9.2 งานวิจัยในต่างประเทศ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 1 – 4)

1. องค์ความรู้ ทักษะสำคัญและคุณลักษณะในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน แต่ละกลุ่มสาระการเรียนรู้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดองค์ความรู้ ทักษะสำคัญและคุณลักษณะที่สำคัญ ที่เป็นจุดเน้นในการพัฒนาผู้เรียน โดยจุดเน้นของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คือ การนำความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา การดำเนินชีวิต และศึกษาต่อ การมีเหตุมีผล มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ พัฒนาการคิดอย่างเป็นระบบและสร้างสรรค์

2. เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ดังนี้

จำนวนและการดำเนินการ ความคิดรวบยอดและความรู้ลึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

การวัด ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร และความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

เรขาคณิต รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนึ่งภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีทางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

พีชคณิต แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซต และการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น การกำหนดประเด็น การเขียนข้อความ การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ ในการดำเนินชีวิตประจำวัน

ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3. สารและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด และคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึ่งภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

4. คุณภาพผู้เรียน

จบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

- มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

- มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

- สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียนและสันตรง อธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้

- มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (Geometric

transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และนำไปใช้ได้

- สามารถนึกภาพและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
- สามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือปัญหาและสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและกราฟในการแก้ปัญหาได้
- สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อความเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิรูปร่างกลม หรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้
- เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัชฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ
- เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
- ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

หลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา ในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โปรแกรมเน้นวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยเนื้อหา ดังต่อไปนี้

ภาคเรียนที่ 1 รหัสวิชา ค 22241 ชื่อรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้น ม.2
จำนวน 1.5 หน่วยกิต จำนวน 3 ชั่วโมง/ สัปดาห์

คำอธิบายรายวิชา เพิ่มเติม

ศึกษา ค้นคว้า ฝึกทักษะ/ กระบวนการเกี่ยวกับเรื่องดังต่อไปนี้

การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ การแยกตัวประกอบของพหุนาม ดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ การแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลต่างของกำลังสาม การแยกตัว

ประกอบของพหุนามที่เป็นผลบวกของกำลังสาม การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีมากกว่าสอง และสมการกำลังสองตัวแปรเดียว

รวมทั้งมีความใฝ่เรียน มุ่งมั่นในการทำงาน มีความรับผิดชอบ มีความรอบคอบ มีเหตุผล เห็นคุณค่า และมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

ผลการเรียนรู้

1. แยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง
2. แยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์
3. แยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลต่างของกำลังสาม
4. แยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลบวกของกำลังสาม
5. แยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีมากกว่าสอง
6. แยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีมากกว่าสองที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม

โดยใช้ทฤษฎีเศษเหลือ

7. แก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้
8. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้
9. ใช้ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาต่าง ๆ ได้
10. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

ภาคเรียนที่ 2 รหัสวิชา ค 22242 ชื่อรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้น ม.2
จำนวน 1.5 หน่วยกิต จำนวน 3 ชั่วโมง/ สัปดาห์

คำอธิบายรายวิชา

ศึกษา ค้นคว้า ฝึกทักษะ/ กระบวนการเกี่ยวกับเรื่องดังต่อไปนี้

เศษส่วนของพหุนาม การดำเนินการของเศษส่วนของพหุนาม การแก้สมการเศษส่วนของพหุนาม โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม อัตราส่วนตรีโกณมิติ และการแปรผัน รวมทั้งมีความใฝ่เรียน มุ่งมั่นในการทำงาน มีความรับผิดชอบ มีความรอบคอบ มีเหตุผล เห็นคุณค่า และมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

ผลการเรียนรู้

1. ดำเนินการของเศษส่วนของพหุนามได้
2. แก้สมการเศษส่วนของพหุนาม
3. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม
4. ใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมในการคาดคะเนระยะทางและความสูงได้
5. เขียนสมการการแปรผันตรงได้

6. หาคำตอบของสมการการแปรผันตรงได้
 7. เขียนสมการการแปรผกผันได้
 8. หาคำตอบของสมการการแปรผกผันได้
 9. เขียนสมการการแปรผันเกี่ยวเนื่องได้
 10. หาคำตอบของสมการการแปรผันเกี่ยวเนื่องได้
 11. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหา
ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม
 12. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และ
การนำเสนอได้อย่างถูกต้อง
- ผู้วิจัยได้เลือกเนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง
การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว และเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนต้องนำมาเชื่อมโยงใน
การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ได้แก่ การบวก ลบ คูณและหารจำนวนเต็ม การแก้สมการ
เชิงเส้นตัวแปรเดียว การบวก ลบ คูณและหาร พหุนาม และการแยกตัวประกอบของสมการกำลัง
สองตัวแปรเดียว

กระบวนการเรียนการสอน

การศึกษาเกี่ยวกับกระบวนการสอน ซึ่งประกอบด้วยความหมายของกระบวนการเรียน
การสอนและองค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน ดังนี้

1. ความหมายของกระบวนการเรียนการสอน มีนักการศึกษากล่าวถึงความหมายของ
กระบวนการเรียนการสอนไว้ ดังนี้

ทิตินา แจมมณี, ศศิธร วิฑยะสิรินันท์ และพัมพันธ์ เตชะคุปต์ (2544, หน้า 4) กล่าวว่า
กระบวนการเรียนการสอนเป็นขั้นตอนและวิธีการดำเนินการ ที่ช่วยให้บุคคลอื่นเกิดการเรียนรู้
ซึ่งต้องอาศัยความรู้ ความเชื่อ เกี่ยวกับกระบวนการเรียนรู้ของมนุษย์

อรทัย มูลคำ และสุวิทย์ มูลคำ (2544, หน้า 12) ได้ให้ความหมายของกระบวนการ
เรียนการสอนว่า กระบวนการเรียนการสอน หมายถึง ลักษณะลำดับขั้นตอนของรูปแบบการสอน
แบบต่าง ๆ ซึ่งประกอบด้วยกิจกรรม 2 ลักษณะ คือ กิจกรรมของครูและกิจกรรมของนักเรียน
กิจกรรมของครู ได้แก่ การวางแผนการสอน การเตรียมการสอน การเตรียมสื่อ การจัด
สภาพแวดล้อมในห้องเรียน การจัดกิจกรรมในห้องเรียน เป็นต้น กิจกรรมของนักเรียน ได้แก่
กิจกรรมที่นักเรียนลงมือปฏิบัติขณะมีการเรียนการสอน

กู๊ด (Good, 1973, p. 37) กล่าวว่า กระบวนการเรียนการสอน คือ วิธีการเรียนการสอน ที่นำไปสู่การเปลี่ยนแปลงหรือการเรียนรู้ที่ต้องการ

วิน (Winn, 1993, p. 16) ให้ความหมายของกระบวนการเรียนการสอนว่า เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่เริ่มจากปัจจัยนำเข้า ได้แก่ ครูและแหล่งการเรียนรู้ที่ส่งผลให้เกิดการกระทำสู่ นักเรียน โดยมีเป้าหมายที่เฉพาะเจาะจงทั้งคุณลักษณะทางจิตวิทยาและพฤติกรรม

สรุปได้ว่า กระบวนการเรียนการสอน หมายถึง ลักษณะลำดับขั้นตอนและวิธีการ ดำเนินการที่ช่วยให้บุคคลอื่นเกิดการเรียนรู้

2. องค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน

ในการศึกษาองค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน พิจารณาได้จากแนวคิดของ นักการศึกษา ดังนี้

อาเรนด์ (Arends, 1998, p. 6) อธิบายว่าองค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน ประกอบด้วย ครู จุดประสงค์ นักเรียน สิ่งแวดล้อมการเรียนการสอน วิธีการสอน การประเมินผล

ไรเกอร์ธ (Reigeruth, 1983 cited in Winn, 1993, p. 16) อธิบายว่า องค์ประกอบของ กระบวนการเรียนการสอนมีความสัมพันธ์กับการออกแบบการสอน ซึ่งเป็นกระบวนการที่จะ คัดเลือกวิธีสอนเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ภายใต้เงื่อนไขที่ตั้งไว้

ดังนั้น องค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอนจึงประกอบด้วย ผู้สอน ผู้เรียน รูปแบบวิธีการสอนและการประเมินผล ซึ่งสิ่งเหล่านั้นเป็นขั้นตอนของการเรียนการสอนเพื่อ พัฒนาผู้เรียน

การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ปรัชญาการสอนและหลักการสอนคณิตศาสตร์

ปรัชญาการสอนคณิตศาสตร์ หมายถึง หลักแห่งความรู้และความจริงที่จะยึดถือ เพื่อเป็น แนวทางในการสอนคณิตศาสตร์ (ยุพิน พิพิธกุล, 2530, หน้า 48) ซึ่งประกอบด้วย

1. สอนให้นักเรียนคิดและค้นพบด้วยตนเอง ครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะและผู้อำนวยการ

ความสะดวก

2. สอนโดยยึดโครงสร้าง มีระบบระเบียบ แต่ควรใช้วิธีสอนหลาย ๆ วิธีอย่างมีการยืดหยุ่น ให้เหมาะสมตามเนื้อหา

3. ไม่มุ่งสอนแต่เนื้อหาคณิตศาสตร์อย่างเดียว ควรจะแทรกสอดจริยธรรม

ฝึกความมีวินัยไปในตัว ฝึกความเป็นเหตุเป็นผล การสอนคณิตศาสตร์นั้นครูควรรู้หลักการการสอน เพื่อช่วยให้การสอนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ยุพิน พิพิธกุล (2530, หน้า 49) และอัมพร ม้าคอง

(2546, หน้า 8) ได้ให้หลักการสอนคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกันกล่าวโดยสรุปได้ ดังนี้

- 3.1 สอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์หรือความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการคิดสรุปด้วยตนเอง และมีส่วนร่วมในการค้นคว้า สรุปกฎเกณฑ์ และกิจกรรมกับผู้อื่น
 - 3.2 ใช้ความสนใจของนักเรียนเป็นจุดเริ่มต้น โดยใช้ความคิดและคำถามของนักเรียนในการนำเข้าสู่บทเรียนหรือเป็นประเด็นในการอภิปราย
 - 3.3 สอนให้นักเรียนเห็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์และความต่อเนื่องของเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่องที่สัมพันธ์กันควรสอนไปพร้อมกัน เช่น เซตที่เท่ากันกับเซตที่เทียบเท่ากัน ยูเนียนกับอินเตอร์เซกชัน
 - 3.4 สอนโดยการใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมอธิบายนามธรรม หรือการทำสิ่งที่เป็นนามธรรมมาก ๆ ให้เป็นนามธรรมที่ง่ายขึ้น
 - 3.5 สอนจากเรื่องง่ายไปสู่ยาก และไม่ควรสอนเรื่องที่ยากเกินความสามารถของนักเรียน
 - 3.6 สอนผ่านประสาทสัมผัสหลายอย่าง ทั้งการดู การฟัง การเขียน การพูด และการปฏิบัติ
 - 3.7 สอนโดยคำนึงถึงประสบการณ์เดิมและความรู้พื้นฐานของนักเรียน กิจกรรมใหม่ควรต่อเนื่องจากกิจกรรมเดิม
 - 3.8 ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติในสิ่งที่ทำได้ และสอนให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์ในห้องเรียนและคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน ความสัมพันธ์ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น ๆ โดยจัดโอกาสให้นักเรียนได้นำความคิดทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ อย่างกว้างขวาง
 - 3.9 สอนโดยคำนึงว่าจะให้นักเรียนเรียนอะไร และเรียนอย่างไร นั่นคือต้องคำนึงถึงทั้งเนื้อหาวิชาและกระบวนการเรียน
 - 3.10 ครูควรมีความกระตือรือร้นและตื่นตัวอยู่เสมอ สอนให้นักเรียนมีความสุขในการเรียนคณิตศาสตร์ สนุกสนานในการทำกิจกรรม
 - 3.11 ครูควรศึกษาธรรมชาติและศักยภาพของนักเรียน เพื่อจัดกิจกรรมการสอนให้สอดคล้องกับนักเรียน
- กล่าวได้ว่า การสอนคณิตศาสตร์นั้นนอกจากครูต้องเป็นผู้ที่มีความรู้ความชำนาญในเนื้อหาคณิตศาสตร์แล้วยังต้องมีความรู้ทางด้านปรัชญาการสอนและหลักการสอนคณิตศาสตร์

เพื่อเป็นพื้นฐานในการจัดการเรียนรู้แก่นักเรียน ทั้งปรัชญาและหลักการสอนคณิตศาสตร์ต่างให้ความสำคัญกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ จุดประสงค์ของการเรียนการสอน ลักษณะของกิจกรรม บทบาทครูและบทบาทความรู้ความสามารถของนักเรียนในกระบวนการเรียนรู้ ซึ่งทุกส่วนจะต้องมีความสอดคล้องและส่งเสริมซึ่งกันและกัน

ลักษณะและธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์ตามความรู้สึกและเข้าใจของคนส่วนใหญ่ อาจหมายถึงตัวเลขและการคำนวณ ซึ่งเป็น ผลมาจากความคุ้นเคยในการเรียนรู้และการใช้งานของคณิตศาสตร์ สิ่งที่คุณทั่วไปเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งที่มาจากประสบการณ์การเรียนรู้และใช้งานคณิตศาสตร์ ซึ่งมักจะเกี่ยวข้องกับตัวเลข การคำนวณ และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม ทำให้ความหมายและขอบเขตของคณิตศาสตร์แตกต่างกันไปตามมุมมองในแต่ละยุคสมัย แต่ลักษณะและธรรมชาติของคณิตศาสตร์ที่ยังคงเป็นจริงในทุกยุคสมัย ดังนี้

อัมพร ม้าคะนอง (2554, หน้า 2) ได้กล่าวถึง ลักษณะและธรรมชาติของคณิตศาสตร์ที่ยังคงเป็นจริงในทุกยุคสมัย ดังนี้

1. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ในการสื่อความหมาย เช่น การใช้จำนวนในการสื่อปริมาณว่ามากน้อยเพียงใด การใช้เครื่องหมายบวก (+) แทนการรวมกันของสิ่งของ
 2. คณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความแม่นยำและสามารถพิสูจน์ได้ เช่น การพิสูจน์ว่า จำนวนคู่หารลงตัวด้วย 2 การพิสูจน์ว่า ในเรขาคณิตแบบยูคลิด ผลรวมของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมเป็น 180 องศา
 3. คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์แห่งความรู้ที่เป็นระบบ มีโครงสร้าง และแบบแผนที่ชัดเจน เช่น ระบบจำนวนเป็นระบบที่ประกอบด้วยจำนวนประเภทต่าง ๆ โดยมีโครงสร้างแสดงความสัมพันธ์ระหว่างประเภทของจำนวนชัดเจน
 4. คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ การคิด และการแก้ปัญหา เช่น การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ กรสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา
 5. คณิตศาสตร์มีความเป็นสากล สามารถใช้งานได้อย่างกว้างขวาง เช่น คำอธิบายเกี่ยวกับจุด เป็นที่เข้าใจตรงกันทั่วโลก วิธีแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ใช้กันเป็นสากลทั่วไป
- เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร (2555, หน้า 1 – 2) ได้กล่าวว่า คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้การคำนวณ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างเหมาะสม การเรียนรู้เนื้อหา

คณิตศาสตร์เป็นการเรียนรู้สิ่งที่เป็นตัวแทนวัตถุจริงในโลก เนื่องจากวัตถุที่อยู่ในกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์เป็นเพียงสัญลักษณ์ที่ใช้แทนวัตถุจริง ดังนั้นการคิดทางคณิตศาสตร์จึงถือเป็นการคิดระดับสูง เมื่อเทียบกับการคิดในระดับทั่วไป ประกอบด้วย 1) การคิดเกี่ยวกับวัตถุจริงที่สามารถรับรู้และเข้าถึงได้ 2) การคิดที่เกี่ยวข้องกับวัตถุจริง แต่ไม่สามารถเข้าถึงสิ่งเหล่านั้นได้ 3) การคิดที่อยู่ในจินตนาการ แต่สามารถใช้วัตถุจริงอธิบายได้ และ 4) การคิดสิ่งที่เป็นนามธรรม และไม่มีการเชื่อมโยงโดยตรงกับโลกแห่งความเป็นจริง การคิดทางคณิตศาสตร์ถือเป็นการคิดในระดับที่ 4 ซึ่งเป็นกระบวนการคิดที่ซับซ้อน โดยวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะและธรรมชาติ ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง มีระบบ และแบบแผนที่ชัดเจน
2. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับความคิด การคำนวณและการใช้สติปัญญาของมนุษย์ ซึ่งความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดที่เกิดจากการสรุปความคิดที่เหมือน ๆ กัน หรือเป็นความคิดที่ได้จากปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น ความคิดเช่นนี้เรียกว่า ความคิดรวบยอด หรือ มโนทัศน์ (Concept)

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ใช้สัญลักษณ์แทนการคิด เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการ คิดมีการสร้างสัญลักษณ์แทนความคิดและใช้สัญลักษณ์นั้นภายใต้เหตุการณ์ที่ตกลงกันหรืออาจกล่าวได้ว่า คณิตศาสตร์เป็นภาษาประเภทหนึ่งที่ใช้สัญลักษณ์แทนการคิด เช่น $2x = x + x$

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีการแสดงความเป็นเหตุเป็นผลต่อกัน โดยขั้นตอนทุกขั้นตอนมีความสัมพันธ์กันอย่างแยกไม่ออกซึ่งเกี่ยวข้องกับกฎและสมบัติทางคณิตศาสตร์

5. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา และมีแนวทางในการหาคำตอบ

6. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง เช่นเดียวกับศิลปะอื่น ๆ ความงดงามของคณิตศาสตร์ก็คือความมีระเบียบ ความกลมกลืน และการค้นพบสิ่งใหม่ ๆ หรือ ความรู้ใหม่ ๆ ซึ่งจัดเป็นความงามเชิงสร้างสรรค์ประเภทหนึ่ง

7. คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่สร้างสรรค์และเป็นสิ่งที่ถูกนำไปใช้ในชีวิตประจำวันมากมาย เช่น การรับรู้ข้อมูลต่าง ๆ ในรูปของตาราง แผนผัง กราฟ การซื้อ – ขายสินค้า การเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิ เป็นต้น

สรุปได้ว่า ลักษณะและธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์นั้น มีลักษณะเป็นนามธรรม เป็นศาสตร์แห่งความรู้ที่เป็นระบบ มีโครงสร้าง เป็นวิชาที่ใช้สัญลักษณ์แทนการคิด คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ การคิด และการแก้ปัญหา

หลักการสอนคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 8 – 10) ได้กล่าวถึง หลักการสอนคณิตศาสตร์ที่สำคัญดังต่อไปนี้

1. สอนให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์หรือได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการคิดและมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกับผู้อื่น ใช้ความคิดและคำถามที่นักเรียนสงสัยเป็นประเด็นในการอภิปรายเพื่อให้ได้แนวคิดที่หลากหลาย และเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

2. สอนให้ผู้เรียนเห็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์และความต่อเนื่องของเนื้อหาคณิตศาสตร์

3. สอนโดยคำนึงว่าจะให้นักเรียนเรียนอะไร (What) และเรียนอย่างไร (How) นั่นคือต้องคำนึงถึงทั้งเนื้อหาวิชาและกระบวนการเรียน

4. สอนโดยการใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมอธิบายนามธรรม หรือการทำให้สิ่งที่เป็นนามธรรมมาก ๆ เป็นนามธรรมที่ง่ายขึ้นหรือพอที่จะจินตนาการได้มากขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บางอย่างไม่สามารถหาสื่อมาอธิบายได้

5. จัดกิจกรรมการสอน โดยคำนึงถึงประสบการณ์และความรู้พื้นฐานของนักเรียน

6. สอนโดยใช้การฝึกหัดให้ผู้เรียนเกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งการฝึกรายบุคคล การฝึกเป็นกลุ่ม การฝึกทักษะย่อยทางคณิตศาสตร์ และการฝึกทักษะรวมเพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น

7. สอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิดวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหา สามารถให้เหตุผล เชื่อมโยง สื่อสาร และคิดอย่างสร้างสรรค์ ตลอดจนเกิดความอยากรู้อยากเห็นและนำไปคิดต่อ

8. สอนให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์ในห้องเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน

9. ผู้สอนควรศึกษาธรรมชาติและศักยภาพของผู้เรียน เพื่อจะได้กิจกรรมการสอนให้สอดคล้องกับผู้เรียน

10. สอนให้ผู้เรียนมีความสุขในการเรียนคณิตศาสตร์ รู้สึกว่าวิชาคณิตศาสตร์ไม่ยาก และมีความสนุกสนานในการทำกิจกรรม

11. สังเกต และประเมินการเรียนรู้ และความเข้าใจของผู้เรียนขณะเรียนในห้อง โดยใช้ คำถามสั้น ๆ หรือการพูดคุยปกติ

นอกจากนี้ ยูพิน พิพิธกุล (2530) ยังได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่า

1. ควรสอนจากเรื่องง่ายไปสู่เรื่องยาก

2. เปลี่ยนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ในเรื่องที่สามารถใช้สื่อการเรียนการสอนรูปธรรมประกอบ

3. สอนให้สัมพันธ์ความคิด เมื่อครูจะทบทวนเรื่องใดก็ควรจะทบทวนให้หมด การรวบรวมเรื่องที่เหมือนกันเข้าเป็นหมวดหมู่จะช่วยให้ นักเรียนเข้าใจ และจำได้แม่นยำ

4. เปลี่ยนวิธีการสอน ไม่ซ้ำซากน่าเบื่อหน่าย ผู้สอนควรจะสอนให้สนุกสนานและ น่าสนใจซึ่งอาจจะมี กลอน เพลง เกม การเล่าเรื่อง การทำภาพประกอบ การ์ตูน ปริศนา ต้องรู้จัก สอดแทรกสิ่งละอันพันละน้อย เพื่อให้บทเรียนน่าสนใจ

5. ใช้ความสนใจของนักเรียนเป็นจุดเริ่มต้น เป็นแรงคลไจที่จะเรียน ด้วยเหตุนี้ ในการสอน จึงมีการนำเข้าสู่บทเรียนเร้าใจเสียก่อน

6. ควรจะค้ำประกันประสบการณ์เดิม และทักษะเดิมที่นักเรียนมีอยู่ กิจกรรมใหม่ควรจะต่อเนื่อง กับกิจกรรมเดิม

7. เรื่องที่มีความสัมพันธ์กันก็ควรสอนไปพร้อม ๆ กัน

8. ให้ผู้เรียนมองเห็น โครงสร้างไม่ใช่เน้นแต่เนื้อหา

9. ไม่ควรเป็นเรื่องยากเกินไป ผู้สอนบางคนชอบให้โจทย์ยาก ๆ เกินสาระการเรียนรู้ ที่กำหนดไว้ซึ่งอาจทำให้ผู้เรียนที่เรียนอ่อนท้อถอย แต่ถ้าผู้เรียนเก่งก็อาจจะชอบ ควรจะส่งเสริม เป็นรายไปในการสอนต้องคำนึงถึงหลักสูตรและเลือกเนื้อหาเพิ่มเติมให้เหมาะสมทั้งนี้เพื่อส่งเสริม ศักยภาพ

10. สอนให้นักเรียนสามารถหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง การยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง จนนักเรียนเห็นรูปแบบ จะช่วยให้นักเรียนสรุปได้ อย่างริบบอกเกินไปควรเลือกวิธีการต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับเนื้อหา

11. ให้ผู้เรียนปฏิบัติในสิ่งที่ทำได้ ลงมือปฏิบัติจริงและประเมินการปฏิบัติจริง

12. ผู้สอนควรมีอารมณ์ขัน เพื่อช่วยให้บรรยากาศในห้องเรียนน่าเรียนยิ่งขึ้น วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เรียนหนัก ครูจึงไม่ควรจะเคร่งเครียดให้นักเรียนเรียนด้วยความสนุกสนาน

13. ผู้สอนควรมีความกระตือรือร้น และตื่นตัวอยู่เสมอ

14. ผู้สอนควรหมั่นหาความรู้เพิ่มเติม เพื่อจะนำสิ่งแปลก และใหม่มาถ่ายทอดให้ผู้เรียน และผู้สอนควรจะเป็นผู้ที่มีความศรัทธาในอาชีพของตนจึงจะทำให้สอนได้ดี

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2535) ได้เสนอแนวการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้ ประสบความสำเร็จโดยให้นักเรียนมองเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความหมาย จากการมีการจัด ประสบการณ์การเรียนรู้ให้แก่ นักเรียน 3 ประเภท คือ

1. ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม (Concrete learning experience) หรือ การเรียนรู้ชั้น “ลงมือกระทำ” เป็นประสบการณ์ที่นักเรียนได้กระทำกับวัตถุสิ่งของต่าง ๆ ควบคู่ ไปกับสัญลักษณ์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเห็นว่าสัญลักษณ์นั้นมีความหมาย

2. ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นกึ่งรูปธรรม (Semi concrete learning experience) หรือการเรียนรู้ชั้น “การเกิดภาพในใจ” เป็นการจัดประสบการณ์ที่ให้นักเรียนได้รับสิ่งเร้าทางสายตา ควบคู่ไปกับสัญลักษณ์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเห็นว่าสัญลักษณ์นั้นมีความหมาย นักเรียนไม่ต้องกระทำ กับวัตถุแต่สังเกตหรือคุณภาพของวัตถุ

3. ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นนามธรรม (Abstract learning experience) หรือ การเรียนรู้ชั้น “คิดนามธรรม” เป็นประสบการณ์ที่นักเรียนได้รับโดยใช้สัญลักษณ์เพียงอย่างเดียว ไม่ต้องการกระทำกับวัตถุหรือรับสิ่งเร้าทางสายตา

สรุปหลักการสอนคณิตศาสตร์ที่ทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ประสบความสำเร็จ ควรจัดประสบการณ์เรียนให้แก่แก่นักเรียน ดังนี้ จัดประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม สอนให้ ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์หรือได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการคิดและมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกับ ผู้อื่น จัดกิจกรรมการสอน โดยคำนึงถึงประสบการณ์และความรู้พื้นฐานของนักเรียนและสอนให้ ผู้เรียนมีความสุขในการเรียนคณิตศาสตร์ รู้สึกว่าวิชาคณิตศาสตร์ไม่ยากและมีความสนุกสนานใน การทำกิจกรรม

การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

การประเมินผลการเรียนรู้ทำให้ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ได้สารสนเทศที่มีคุณค่าและเป็น ประโยชน์ที่จะนำมาใช้ในการพัฒนาความสามารถในการเรียนรู้ของผู้เรียนในด้านต่าง ๆ และ ปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ของครูผู้สอนให้มีประสิทธิภาพและเหมาะสมกับผู้เรียนมากที่สุด ซึ่งหลักการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีดังต่อไปนี้

เวชฤทธิ์ อังกะภักขจร (2555, หน้า 143) ได้กล่าวถึง การวัดและประเมินผล การเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีหลักการที่สำคัญ ดังนี้

1. การวัดและประเมินผล เป็นกระบวนการที่ต้องทำอย่างต่อเนื่องและควบคู่ไปกับการ จัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งการวัดและประเมินผลไม่ใช่เพียงแต่การสอบเท่านั้น แต่ผู้สอน สามารถวัดและประเมินผลได้จากการสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียน รวมทั้งผู้สอนควรใช้กิจกรรม การเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นสิ่งเร้าที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ โดยอาจใช้คำถาม เพื่อตรวจสอบและส่งเสริมความเข้าใจด้านเนื้อหา และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่าง คำถาม เช่น “นักเรียนแก้ปัญหาได้อย่างไร” “นักเรียนคิดว่าคำตอบของนักเรียนถูกต้องและสมบูรณ์ หรือไม่” “สามารถตอบคำถามอื่นได้อีกหรือไม่ อย่างไร” “คำตอบและเหตุผลของนักเรียน มีความสอดคล้องกันหรือไม่” “ใครมีวิธีการนอกเหนือไปจากนี้บ้าง” เป็นต้น การใช้คำถามเพื่อ กระตุ้นให้ผู้เรียนคิดจะทำให้เกิดการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน และผู้เรียนด้วยตนเอง รวมทั้งสามารถวัดความรู้ กระบวนการคิด และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ อีกด้วย

2. การวัดและประเมินผลต้องสอดคล้องกับคุณภาพของผู้เรียนที่ระบุไว้ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษา อีกทั้งต้องครอบคลุมทั้งทางด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ทั้งนี้ผู้สอนต้องมีการกำหนดเครื่องมือและวิธีการวัดและประเมินผลเพื่อใช้ตรวจสอบคุณภาพของผู้เรียนอย่างเหมาะสม เช่น การทดสอบ การสังเกต การสัมภาษณ์ การจัดทำแฟ้มสะสมงาน การทำโครงการ การทำการบิน การเขียนแบบบันทึกทางคณิตศาสตร์ การประเมินตนเอง เป็นต้น ผลของการประเมินช่วยให้ผู้สอนได้ทราบว่าผู้เรียนได้บรรลุผลการเรียนรู้ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่กำหนดไว้หรือไม่ และควรมีการแจ้งผลของการเรียนในแต่ละเรื่องให้ผู้เรียนทราบทั้งทางตรงและทางอ้อม เพื่อเป็นข้อมูลที่ทำให้ผู้เรียนใช้ในการพัฒนาและปรับปรุงตนเอง

3. การวัดและประเมินผลทำให้ได้ข้อมูลสารสนเทศที่เป็นประโยชน์ในด้านต่าง ๆ ดังนี้

3.1 ประโยชน์ทางการเรียนการสอน

3.1.1 ใช้ในการจัดตำแหน่ง ผลจากการวัดและประเมินผลจะบอกตำแหน่งที่ของผู้เรียนว่ามีความรู้ความสามารถอยู่ในระดับใดของกลุ่ม หรือเปรียบเทียบกับเกณฑ์แล้วอยู่ในระดับใด โดยใช้แบบสอบชนิดต่าง ๆ เช่น แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ แบบวัดเจตคติ แบบวัดความพร้อม เป็นต้น การจัดตำแหน่งของผู้เรียนมักใช้ในวัตถุประสงค์ 2 ประการ คือ ใช้สำหรับคัดเลือกและใช้สำหรับแยกประเภท

3.1.2 ใช้ในการวินิจฉัย เป็นการนำผลจากการวัดและประเมินผลเพื่อค้นหาจุดเด่น – จุดด้อยของผู้เรียนจากการสังเกต การสัมภาษณ์ หรือการวัดด้วยแบบสอบวินิจฉัยการเรียน การวินิจฉัยการเรียนนี้มักใช้ในวัตถุประสงค์ 2 ประการ คือ 1) ใช้ในการปรับปรุงการเรียน และ 2) ใช้ในการปรับปรุงการสอน

3.1.3 ใช้ในการประเมินผลเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน เป็นการนำผลจากการวัดและประเมินผลเพื่อเป็นข้อมูลย้อนกลับแก่ผู้สอนว่าผู้เรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แค่ไหน และเพื่อนำไปสู่การพัฒนาการเรียนการสอนของผู้สอนต่อไป

3.1.4 ใช้ในการประเมินผลเพื่อเปรียบเทียบ เป็นการนำผลจากการวัดและประเมินผลเพื่อเปรียบเทียบพัฒนาการด้านต่าง ๆ ของผู้เรียนว่าเพิ่มขึ้นจากเดิมเพียงใด

3.1.5 ใช้ในการเพิ่มแรงจูงใจ ทำให้ผู้เรียนและผู้เรียนและผู้สอนมีแรงจูงใจเพิ่มขึ้น เป็นการเสริมแรงจากผลจากการวัดและประเมินผล

3.2 ประโยชน์ในการแนะแนว คือช่วยให้ผู้สอนทราบเกี่ยวกับปัญหาและข้อบกพร่องของผู้เรียน และสามารถช่วยเหลือให้ผู้เรียนปรับตัวได้ถูกต้องตามประเด็น

นอกจากนั้นข้อมูลที่ได้จะเป็นเครื่องมือช่วยในการพิจารณาวินิจฉัยความสามารถ ความถนัด และความสนใจของผู้เรียน และนำไปใช้แนะแนวอาชีพให้ผู้เรียนได้เรียนในสิ่งที่ตนเองถนัด

3.3 ประโยชน์ในการบริหาร คือช่วยให้ผู้บริหารเห็นข้อบกพร่องต่าง ๆ ของการเรียนการสอน เพื่อจะได้ทำการแก้ไขปรับปรุงต่อไป ตลอดจนช่วยในการประเมินผลการปฏิบัติงานของครูในโรงเรียนและเป็นเครื่องชี้ถึงสถานภาพทางการศึกษาที่แท้จริงของสถานศึกษานั้น ๆ

3.4 ประโยชน์ในการวิจัย ข้อมูลที่ได้จากการวัดและประเมินผล เป็นข้อมูลที่สำคัญอย่างหนึ่งของการวิจัย ที่จะใช้ในการเลือก การตัดสินใจ และการปรับปรุงเปลี่ยนแปลง เช่น ในการพัฒนาหลักสูตร หรือการพัฒนาวิธีสอน เป็นต้น

4. การวัดและประเมินผลควรทำอย่างสม่ำเสมอและควบคู่ไปกับการเรียนการสอนโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อนำผลมาใช้ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้ ปรับปรุงการเรียนรู้ของผู้เรียน และปรับปรุงการสอนของผู้สอน ซึ่งแบ่งการวัดและประเมินผลเป็น 3 ระยะ ดังนี้

4.1 การวัดและประเมินผลก่อนเรียน เป็นการประเมินผลก่อนเริ่มต้นสอนในแต่ละหน่วยการเรียนรู้หรือแต่ละบทเรียน เพื่อดูความรู้ ความสามารถพื้นฐานก่อนเรียนของผู้เรียน

4.2 การวัดและประเมินผลระหว่างเรียน เป็นการประเมินผลที่กำหนดไว้ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้หรือแต่ละบทเรียน เพื่อดูพัฒนาการทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

4.3 การวัดและประเมินผลหลังเรียน เป็นการวัดและประเมินผลสรุปรวบยอดหลังจากจบหน่วยการเรียนรู้ เพื่อตัดสินผลการเรียนของผู้เรียน

ชานนท์ จันทรา (2555, หน้า 11 – 14) ได้กล่าวถึง หลักการประเมินผลการเรียนรู้อคณิตศาสตร์โดยทั่วไปมีหลักการที่สำคัญ ดังนี้

1. การประเมินผลการเรียนรู้ต้องกระทำอย่างต่อเนื่องควบคู่ไปกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้สอนควรใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เร้าที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ โดยอาจใช้คำถามเพื่อตรวจสอบและส่งเสริมความรู้ความเข้าใจด้านเนื้อหา ส่งเสริมให้เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังตัวอย่างคำถามต่อไปนี้ “นักเรียนแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร” “ใครมีวิธีการนอกเหนือไปจากนี้บ้าง” “นักเรียนคิดอย่างไรกับวิธีการที่เพื่อนเสนอ” การกระตุ้นด้วยคำถามที่เน้นการคิดจะทำให้เกิดการปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียน ด้วยกันเองและระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน ผู้เรียนได้มีโอกาสแลกเปลี่ยนเรียนรู้และได้แสดงความคิดเห็น นอกจากนี้ผู้สอนยังสามารถใช้คำตอบของผู้เรียนเป็นข้อมูลเพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจและพัฒนา ด้าน ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ได้อีกด้วย

2. การประเมินผลการเรียนรู้ต้องสอดคล้องกับคุณภาพของผู้เรียนที่ระบุไว้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และจะต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ซึ่งได้กำหนดไว้ในหลักสูตร ที่สถานศึกษาใช้เป็นแนวทาง ในการจัดการเรียน ทั้งนี้ผู้สอนจะต้องกำหนดวิธีการวัดและ ประเมินผลการเรียนรู้ เพื่อใช้ตรวจสอบว่าผู้เรียนได้บรรลุผลการเรียนรู้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ และตัวชี้วัดที่กำหนดไว้ และต้องแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละเรื่องให้ผู้เรียนได้ทราบทั้ง ทางตรงหรือทางอ้อม เพื่อให้ผู้เรียนได้ทราบจุดมุ่งหมายในการเรียนแต่ละคาบและปรับปรุงพัฒนา ตนเองเพื่อให้บรรลุตามจุดมุ่งหมายนั้น

3. การประเมินต้องครอบคลุมทั้งด้านความรู้ ความคิด ทักษะและกระบวนการทาง คณิตศาสตร์ ในด้านความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์และกานำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยง คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่ม สร้างสรรค์และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ เช่น การทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง ตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ตามสาระ การเรียนรู้ที่จัดไว้ในหลักสูตรของสถานศึกษา โดยเน้นการเรียนรู้ด้วยการทำงานหรือทำกิจกรรม ที่ส่งเสริมให้เกิดสมรรถภาพทั้งสามด้าน งานหรือกิจกรรมดังกล่าวควรมีลักษณะ ดังนี้

3.1 สาระในงานหรือกิจกรรมต้องใช้ในการเชื่อมโยงความรู้หลายเรื่อง

3.2 วิธีการหรือทางเลือกในการดำเนินงานหรือการแก้ปัญหาามีหลายวิธี

3.3 เงื่อนไขหรือสถานการณ์ของปัญหามีลักษณะเป็นปลายเปิด เพื่อให้ผู้เรียนได้มี

โอกาสแสดงความสามารถตามศักยภาพของตนเอง

3.4 งานหรือกิจกรรมต้องเอื้ออำนวยให้ผู้เรียนได้ใช้การสื่อสาร การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ เช่น การพูด การเขียน การวาดรูป การใช้ แผนภูมิ กราฟ ตาราง

3.5 งานหรือกิจกรรมควรใกล้เคียงกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริง เพื่อช่วยให้ผู้เรียน ได้เห็นความเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง ซึ่งจะก่อให้เกิดความตระหนักในคุณค่าของ คณิตศาสตร์

4. การประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ต้องช่วยให้ได้สารสนเทศเกี่ยวกับตัวผู้เรียน ซึ่งสามารถทำได้โดยใช้เครื่องมือและวิธีการที่เหมาะสมอย่างหลากหลาย เช่น การมอบหมายงานให้ ทำเป็นการบ้าน การทดสอบ การสังเกต การสัมภาษณ์ การจัดทำแฟ้มสะสมงาน การสร้างชิ้นงาน การทำกิจกรรมกลุ่ม การทำโครงการ รวมทั้งการผู้เรียนได้ประเมินตนเอง นำผลที่ได้ไปตรวจสอบ กับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ เพื่อช่วยผู้สอนได้มีข้อมูลเกี่ยวกับผู้เรียนอย่างครบถ้วน การประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้ข้อมูลดังกล่าวสามารถทำได้ 3 ลักษณะ ดังนี้

4.1 การประเมินเพื่อวินิจฉัยผู้เรียน มีจุดประสงค์เพื่อตรวจสอบความรู้ความสามารถ และค้นหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของผู้เรียนด้วยการสังเกต การสอบปากเปล่า หรือการใช้แบบทดสอบ เพื่อการวินิจฉัย ทั้งนี้คำถามหรืองานที่มอบหมายควรมีความสัมพันธ์กับเนื้อหาสาระที่เป็นพื้นฐานของการเรียนรู้และครอบคลุมทักษะและกระบวนการหรือความสามารถทางคณิตศาสตร์ด้วย

4.2 การประเมินเพื่อให้ได้ข้อมูลย้อนกลับ มีจุดประสงค์เพื่อตรวจสอบผู้เรียนถึงการบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้โดยเน้นการประเมินตามสภาพจริงที่ครอบคลุมทั้งการทดสอบ การนำเสนอผลงานในชั้นเรียน การทำโครงการ การแก้ปัญหา การอภิปรายในชั้นเรียนหรือ การทำภาระงานที่ได้รับมอบหมาย

4.3 การประเมินเพื่อตัดสินผลการเรียน มีจุดประสงค์เพื่อตรวจสอบความรู้ ความเข้าใจ การประยุกต์ใช้ความรู้และความสามารถของผู้เรียนในวิชานั้น ๆ วิธีการประเมินควร พิจารณาจากการปฏิบัติงานและการทดสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ของรายวิชา

5. การประเมินผลการเรียนรู้เป็นกระบวนการที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิด ความกระตือรือร้นในการปรับปรุงความสามารถทางคณิตศาสตร์ โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อนำผลที่ได้ จากการประเมินมาใช้ในการเตรียมการสอนและวางแผนการจัดการเรียนรู้ ปรับปรุงกระบวนการ เรียนรู้ของผู้เรียน รวมทั้งปรับปรุงการสอนของผู้สอนให้มีประสิทธิภาพ จึงต้องทำการประเมิน อย่างสม่ำเสมอ และนำผลที่ได้มาใช้ในการพัฒนาการจัดการเรียนรู้ซึ่งจะแบ่งการประเมินผล เป็น 3 ระยะ ดังนี้

5.1 การประเมินก่อนเรียน เป็นการประเมินที่กำหนดไว้ก่อนเริ่มต้นการสอนใน แต่ละหน่วยหรือ แต่ละบทตามจุดประสงค์ของการสอน

5.2 การประเมินระหว่างเรียนหรือการประเมินเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน เป็นการประเมินความรู้ความสามารถของผู้เรียนตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ได้กำหนดไว้สำหรับ การเรียนรู้ในแต่ละบทหรือ แต่ละหน่วยการเรียน

5.3 การประเมินหลังเรียน เพื่อนำผลที่ได้ไปใช้สรุปผลการเรียนรู้หรือเป็น การประเมินแบบสรุปรวบยอดหลังจากจบหน่วยการเรียน/ ภาคการศึกษา/ ปีการศึกษา

6. ผู้สอนควรบอกแนวทางและเกณฑ์ที่ใช้ในการประเมิน ตลอดจนแนวทางใน การปฏิบัติให้ผู้เรียนได้ทราบล่วงหน้าก่อนปฏิบัติกิจกรรม เพื่อความชัดเจนในการปฏิบัติ และก่อให้เกิดความเข้าใจที่ตรงกัน

จากการศึกษาหลักการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น การประเมินผล การเรียนรู้ต้อง กระทำอย่างต่อเนื่องควบคู่ไปกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้สอนควรใช้กิจกรรม การเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เร้าที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ การวัดและ

ประเมินผลต้องสอดคล้องกับคุณภาพของผู้เรียนที่ ระบุไว้ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดของ หลักสูตรและการวัดและประเมินผลควรทำอย่างสม่ำเสมอและ ควบคุมไปกับการเรียนการสอนโดย มีวัตถุประสงค์เพื่อนำผลมาใช้ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้

การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ต้องการให้นักเรียนมีความรู้และมีพื้นฐานเพียงพอที่จะนำไป ศึกษาต่อ นั้น จำเป็นต้องบูรณาการหรือเชื่อมโยงเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ เข้าด้วยกัน นักการศึกษาหลายคนได้นำเสนอความหมายของการเชื่อมโยง ดังนี้

1. ความหมายของการเชื่อมโยง

ประเวศ วะสี (2547, หน้า 18 – 21) และเกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546, หน้า 7) ได้ให้ความหมายของ การเชื่อมโยงว่า เป็นการทำให้สิ่งหนึ่งหรือหลายสิ่งมาเชื่อมกับสิ่งหนึ่งที่อยู่ใน ลักษณะเป็นแกนกลาง ทำให้เกิด การเชื่อมโยงเป็นเครือข่ายแสดงถึงความเกี่ยวพัน มีความสัมพันธ์ เชิงเหตุผลระหว่างกัน

สมาคมครูคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000, p. 64) ได้ให้ความหมายของ การเชื่อมโยงว่า การเชื่อมโยง หมายถึง การผสมผสานแนวคิดที่เกี่ยวข้องกันให้รวมเป็น องค์ประกอบเดียวกัน

โฟการ์ตี (Fogarty, 1991, p. 61) ให้ความหมายของการเชื่อมโยงว่า เป็นการมองหา ความสัมพันธ์ของแต่ละรายวิชา แล้วนำมาเชื่อมกัน โดยใช้ หัวข้อ ทักษะ เจตคติ หรือ ความคิดรวบยอด หรือ สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหา

สรุปได้ว่า การเชื่อมโยง หมายถึง การเชื่อมความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ โดยใช้ หัวข้อ ทักษะ เจตคติ ความคิดรวบยอด หรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหา

2. การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

เคนเนดีและทิปส์ (Kennedy & Tipps, 1994, pp. 194 – 198) กล่าวว่า การเชื่อมโยง ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญ นักเรียนจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่เป็นรูปธรรม ได้แก่ รูปภาพ แผนภาพ สัญลักษณ์ และมโนคติ กับกระบวนการรวมเนื้อหาและวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน และจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง การเชื่อมโยงควรสร้างให้เกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอในระหว่างการเรียนการสอน คือ ให้นักเรียน ปฏิบัติงานหรือทำกิจกรรมแล้วแปลงกิจกรรมเหล่านั้นออกมาเป็นรูปภาพ แผนภาพ แผนภูมิ แผนผัง กราฟ และสัญลักษณ์ต่าง ๆ

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555, หน้า 124) ได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง การผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันภายในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์กับศาสตร์สาขาวิชาอื่น หรือคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, หน้า 83 – 84) ให้ความหมายของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และหลักการทางคณิตศาสตร์มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้และทักษะ กระบวนการที่มีในเนื้อหาคณิตศาสตร์กับงานที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา และการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น

อัมพร ม้าคะนอง (2554, หน้า 61) ได้กล่าวไว้ว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของผู้เรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนมากับความรู้ ปัญหา หรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ การเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม ผู้เรียนได้เรียนรู้และพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

จากความหมายของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาในข้างต้น พอสรุปได้ว่าการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การผสมผสานแนวคิด ความรู้ทั้งแนวคิดและกระบวนการภายในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์กับศาสตร์สาขาวิชาอื่น หรือคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน

3. ประเภทของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555, หน้า 124 – 125) ได้กล่าวไว้ว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์แบ่งได้ เป็น 3 ประเภท ได้แก่

1. การเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เป็นการนำความรู้และทักษะ กระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผลทำให้สามารถแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธีและทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีความหมายมากขึ้น ตัวอย่างการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1.1 การเชื่อมโยงระหว่างการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น การลบเป็นการดำเนินการตรงข้ามของการบวก การคูณเป็นการบวกซ้ำ ๆ การคูณและการหารเป็นการดำเนินการตรงกันข้าม

1.2 การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาการวิเคราะห์ข้อมูล เรื่อง การเขียนกราฟกับเนื้อหาพีชคณิตในเรื่อง สมการ และการแก้สมการ โดยการเขียนกราฟ

2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์ต่าง ๆ เป็นการนำความรู้และทักษะ กระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผลกับเนื้อหาและความรู้ของศาสตร์อื่น ๆ เช่น

2.1 คณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ เช่น การจับบันทึกอุณหภูมิ การวัดความเร็วลม แรงดันอากาศ การส่งมนุษย์ไปดวงจันทร์ การโคจรของดาวเคราะห์ การกำหนดมาตราส่วน และการสร้างแบบจำลองของระบบสุริยะจักรวาล

2.2 คณิตศาสตร์กับสังคมศึกษา เช่น การสร้างพีระมิดในอียิปต์ การศึกษาการออกแบบด้วยขามและตะกร้าที่ใช้หลักสมมาตรและทรงลูกบาศก์

2.3 คณิตศาสตร์กับศิลปะ เช่น การวัดระยะของกระดาดเพื่อติดขอบผนัง การกำหนดมาตราส่วนของฉากละคร การวาดภาพทิวทัศน์ต่างๆ

2.4 คณิตศาสตร์กับสุขศึกษา เช่น การวัดความสูงของนักเรียน การบันทึกผลในรูปแบบตารางและกราฟ การหาปริมาณแคลอรีจากการอ่านฉลากข้อมูลโภชนาการข้างกล่องผลิตภัณฑ์ การวัดระดับคอเลสเทอรอล

2.5 คณิตศาสตร์กับการอ่าน และศิลปะทางภาษา เช่น การหารูปแบบของคำ การแยกประเภทของคำ การวิจัยรากศัพท์ของภาษาคณิตศาสตร์ การวิจัยและเขียนเรื่องราวของนักคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียง การวิเคราะห์ข้อความเพื่อบอกจำนวนพยัญชนะ

2.6 คณิตศาสตร์กับการศึกษาทางกายภาพ เช่น การนับจำนวนรอบของการกระโดดเชือก การจัดวางพื้นที่ของการเล่น การจับเวลาระหว่างการแข่งขัน

3. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง เช่น

3.1 การนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ในการตกแต่งบ้าน เช่น ถ้าจะปูกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 20×20 ตารางเซนติเมตร ให้พอดีกับพื้นห้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่ 16 ตารางเมตร จะต้องใช้กระเบื้องจำนวนกี่แผ่น

3.2 การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการซื้อสินค้า เช่น ถ้าซื้อไข่ไก่ 3 ฟอง ราคา 10 บาท แต่ถ้าซื้อไข่ไก่ 5 ฟอง ราคา 15 บาท ควรจะซื้ออย่างไรจึงจะได้ไข่ไก่ราคาถูกที่สุด

3.3 การนำความรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล ไปใช้ในการพิจารณาแนวโน้มของข้อมูลในชีวิตจริงที่อยู่ในรูปกราฟต่างๆ เช่น แนวโน้มทางด้านเศรษฐกิจ สภาพอากาศ ปัญหาการจัดการขยะมูลฝอยที่เกิดจากรถยนต์ ของเสียจากโรงงานอุตสาหกรรม

อัมพร ม้าคะนอง (2554, หน้า 60) ได้กล่าวไว้ว่า การเชื่อมโยงอาจทำได้หลากหลาย แต่ที่นิยมทำในห้องเรียนคณิตศาสตร์มี 3 ลักษณะ ดังนี้

1. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ เป็นการเชื่อมโยงเนื้อหาสาระ องค์ความรู้หรือกระบวนการภายในคณิตศาสตร์ เช่น การเชื่อมโยงความรู้เรื่องเส้นจำนวน ระบบ พิกัดฉาก คู่อันดับ กราฟ ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

2. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น เป็นการเชื่อมโยงความรู้หรือ กระบวนการทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ในเรื่องที่เกี่ยวข้องกัน เช่น การเชื่อมโยงความรู้เรื่อง สถิติคณิตศาสตร์กับนาโนเทคโนโลยี และการแบ่งตัวของแบคทีเรีย

3. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน เป็นการเชื่อมโยงความรู้หรือ กระบวนการทางคณิตศาสตร์กับสิ่งที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน เช่น การใช้ความรู้เรื่องทฤษฎี บทพิทาโกรัสอธิบายว่าการเดินทางลัดเป็นการเดินในระยะที่สั้นกว่าการเดินทางปกติ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2550, หน้า 83) ได้ระบุว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ อาจจำแนกตามลักษณะการเชื่อมโยงได้เป็น 2 แบบ ดังนี้

1. การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เป็นการนำความรู้และทักษะ/ กระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผล ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้ หลากหลายวิธีหรือกระทัดรัดขึ้น และทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีความหมายสำหรับ นักเรียนมากยิ่งขึ้น

2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นนำ เป็นการความรู้และทักษะ/ กระบวนการ ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผลกับเนื้อหาและความรู้ของศาสตร์อื่น ๆ เช่น วิทยาศาสตร์ ดาราศาสตร์ พันธุกรรมศาสตร์ จิตวิทยา และเศรษฐศาสตร์ เป็นต้น ทำให้ การเรียนคณิตศาสตร์ มีความหมาย และนักเรียนเห็นความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์แบ่งได้ เป็น 3 ประเภท ได้แก่ การเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์ต่าง ๆ และ การเชื่อมโยง ระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

4. แนวทางการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

แนวทางการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่ช่วยให้ผู้เรียนสร้าง และพัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีนักการศึกษาหลายคนได้นำเสนอแนวทางการพัฒนาทักษะ การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร (2555, หน้า 125 – 126) ได้กล่าวไว้ว่า ทักษะการเชื่อมโยง เป็นสิ่งที่พัฒนาได้ ซึ่งปัจจัยที่สำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนากิจกรรม การเชื่อมโยง คือ ผู้สอน โดยผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงของ ผู้เรียน ดังนี้

1. ผู้สอนควรเลือกปัญหาที่เป็นการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งภายในและภายนอกและภายในวิชาคณิตศาสตร์ รวมไปถึงการช่วยให้ผู้เรียนสร้างและพัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนไม่ควรสอนแบบรวบรัด แต่ควรมีการร่วมกันคิดร่วมกันทำ และผู้สอนจำเป็นต้องกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้คำหรือเครื่องหมายในการสนับสนุนความเข้าใจในความคิดรวบยอดใหม่ของพวกเขา

2. ผู้สอนควรให้ผู้เรียนปฏิบัติงานหรือกิจกรรมแล้วแปลงกิจกรรมเหล่านั้นออกมาเป็นรูปภาพ แผนภูมิ กราฟ หรือสัญลักษณ์ต่าง ๆ

3. ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่และความรู้ส่วนหนึ่งที่เคยเรียนรู้มาแล้ว เพื่อนำไปสู่การพัฒนาความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง โดยการใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปราย เช่น “ปัญหานี้หรือเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องนี้เหมือนกับปัญหาอื่นหรือเรื่องที่เคยเรียนมาก่อนหรือไม่ อย่างไร” “ทำไมจึงคิดเช่นนั้น” “คำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่น่าจะเป็นไปได้หรือหรือไม่” “เราเคยเห็นคำถามแบบนี้ที่ไหนหรือไม่” “แนวคิดเหล่านี้สัมพันธ์กันอย่างไร” “มีใครมีความคิดเห็นที่แตกต่างจากนี้หรือไม่” “งานที่เราทำวันนี้สัมพันธ์กับงานที่เราทำเมื่อวันก่อนหรือไม่อย่างไร”

4. ผู้สอนควรจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม และแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงที่พวกเขาสนใจ เนื่องจากการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงเข้ากับความเป็นส่วนตัวของผู้เรียนจะส่งเสริมให้ผู้เรียนสนุกกับการเรียนรู้ และผู้เรียนได้ทำงานอย่างมีความหมาย อีกทั้งกิจกรรมหรือปัญหาที่ควรเป็นปัญหาปลายเปิดเพื่อให้ผู้เรียนได้คิดและแสดงเหตุผลได้

5. ผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนหาข้อมูลนอกห้องเรียน เนื่องจากการช่วยให้พวกเขาเชื่อมโยงความรู้กับชีวิตจริง การเก็บรวบรวมข้อมูลเหล่านั้นเป็นการเพิ่มความสามารถของนักเรียนให้สามารถเชื่อมโยงความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์สาขาอื่น ๆ และชีวิตจริงรวมทั้งนักเรียนจะมีความรู้เกี่ยวกับสิ่งที่มีอยู่รอบตัวเช่น จำนวน ขนาด รูปร่าง และแบบรูป โดยผ่านการเก็บรวบรวมข้อมูล

6. ผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีการนำความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อฝึกให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และชีวิตจริงโดยทำควบคู่กับการสอนเนื้อหาปกติ

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000, pp. 277 – 278)

กล่าวถึงในการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงให้นักเรียนสร้างแนวคิดสำหรับนักเรียนในเกรด 6 – 8 ว่าครูต้องมีบทบาทในการเลือกปัญหาที่เป็นการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งภายในและภายนอกหลักสูตร รวมไปถึงการช่วยให้นักเรียนสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และพัฒนา

แนวคิดใหม่ โดยครูต้องตระหนักและเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกพัฒนาขึ้น ไม่ควรสอนแบบรวบรัด แต่ควรมีการร่วมกันคิดร่วมกันทำ และจำเป็นต้องตัดสินใจได้อย่างรวดเร็ว ซึ่งเป็นสิ่งที่กระตุ้นให้ผู้เรียนใช้คำหรือเครื่องหมายที่เหมาะสมในการสนับสนุนความเข้าใจ ความคิดรวบยอดใหม่ของพวกเขา เช่น ในเรื่องสัดส่วนและพีชคณิต ครูสามารถเพิ่มความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนด้วยการใช้สาขาวิชาอื่นเป็นแหล่งข้อมูลปัญหาที่หลากหลาย ตัวอย่างเช่น การศึกษาวิทยาศาสตร์และวิชาสังคมศึกษาเป็นการเพิ่มโอกาสในการเรียนรู้เกี่ยวกับการวัดข้อมูลและพีชคณิต โดยศิลปะสามารถนำมาใช้สร้างความเข้าใจในเรื่องเกี่ยวกับรูปทรงสมมาตร ความคล้าย และการถ่ายทอดของแบบรูปของการอ้างเหตุผล และข้อเท็จจริงอันเป็นลักษณะเฉพาะทางคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (2545, หน้า 200 – 205) ได้ระบุว่า องค์ประกอบที่ช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ มีดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
2. มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์ต่าง ๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี
3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องระหว่างความรู้และทักษะ/ กระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้อง
4. มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์ต่าง ๆ
5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่หาได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้น ๆ อย่างสมเหตุผล

อัมพร ม้าคนอง (2547, หน้า 101 – 102) ได้กล่าวถึง การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงว่า อาจเริ่มต้นง่าย ๆ จากการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน และระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์ด้วยกัน ดังตัวอย่างของกิจกรรมเพื่อฝึกการเชื่อมโยงต่อไปนี้

“ในหมู่บ้านของท่านมีการประชุมเพื่อแสดงความคิดเห็นว่าควรจะเสนอทางราชการ ได้จัดตั้งจุดตรวจในหมู่บ้านหรือไม่ ในการประชุมมีบางกลุ่มที่เชื่อว่า การมีจุดตรวจของตำรวจ อยู่ใกล้หมู่บ้านจะช่วยลดปัญหาอาชญากรรม ในขณะที่บางกลุ่มเชื่อว่าความใกล้/ไกลจากจุดตรวจ ไม่ใช่ปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อการเกิดอาชญากรรม ที่ประชุมจึงได้ขอข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรมในปีที่ผ่านมาจากสถานีตำรวจท้องที่ โดยได้ข้อมูลดังตารางต่อไปนี้”

ตารางที่ 1 ความสัมพันธ์ระหว่างความใกล้/ไกลจากจุดตรวจกับจำนวนครั้งของการเกิด
อาชญากรรม

จำนวนกิโลเมตรที่จุดเกิดเหตุห่างจากจุดตรวจ	จำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรมต่อกิโลเมตร
1 – 5	13
6 – 10	14
มากกว่า 10	16

หมายเหตุ ที่มา: การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (อัมพร ม้าคะนอง, 2547, หน้า 102)

1. จากข้อมูลดังกล่าว ท่านคิดว่าที่ประชุมควรสรุปความสัมพันธ์ระหว่างความใกล้/ไกลจากจุดตรวจกับจำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรมต่อกิโลเมตรอย่างไร เพราะเหตุใด

2. มีบางคนในที่ประชุมพยายามใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้ เพื่อให้ข้อสรุปเชื่อถือได้มากขึ้น ท่านจะช่วยคนเหล่านั้นได้อย่างไร

การทำกิจกรรมในลักษณะนี้ ช่วยให้ผู้เรียนเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์กับปัญหาในชีวิตประจำวัน และเชื่อมโยงระหว่างความรู้คณิตศาสตร์ต่าง ๆ ที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหา เพื่อจะตัดสินใจแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม การเชื่อมโยงในปัญหานี้ ผู้เรียนจะต้องคิดว่าจะใช้ความรู้คณิตศาสตร์อะไรที่ตนมีอยู่ในการตรวจสอบความสัมพันธ์ของข้อมูล เนื่องจากข้อมูลในตัวอย่างนี้แตกต่างจากข้อมูลประเภทเดียวกันที่เคยพบในหนังสือเรียน หรือที่ผู้สอนสมมติขึ้น ผู้เรียนต้องใช้การคิดวิเคราะห์เพื่อจะได้อธิบายข้อมูลอย่างเป็นเหตุเป็นผล และได้ข้อสรุปที่น่าเชื่อถือ โดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือ

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้เนื้อหาสาระและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้กับชีวิตประจำวันและผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีการนำความรู้ และทักษะทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ด้วย

5. ประโยชน์ของการเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์

การเชื่อมโยงเป็นจุดเน้นสำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่จะทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ มีประสิทธิภาพดีขึ้น ดังที่มिनนักการศึกษาได้กล่าวถึงประโยชน์ของการเชื่อมโยง ดังนี้

ค็อกฟอร์ด (Coxford, 1995, pp. 3) ได้กล่าวถึงความจำเป็นในการนำทักษะการเชื่อมโยงมาช่วยในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ว่ามี เหตุผลอยู่สองประการคือ เพื่อส่งเสริมให้มีการใช้แนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ในวิชาอื่น และเพื่อให้นักเรียนมองวิชาคณิตศาสตร์ว่าเป็นสิ่งที่มีความสำคัญต่อชีวิตจริง ไม่ใช่เนื้อหาที่แยกอยู่โดดเดี่ยวซึ่งสอดคล้องกับ ชเทน โกล เฮาส์ บอสและไมเกล (Shteingold, 2001; House, 1995; Boss & Micharl, 2003, pp. 105 - 114) ที่กล่าวว่า การเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนสร้างภาพของเนื้อหาคณิตศาสตร์แบบที่แยกจากกันมาเป็นเนื้อหาที่มีลักษณะซับซ้อนและเชื่อมโยงกัน นั่นคือถ้านักเรียนมองคณิตศาสตร์ว่ามีความสำคัญและมีความสัมพันธ์กันแล้ว จะทำให้นักเรียนมีความสนุกสนานและมีความสุขในการเรียนรู้ ดังที่เมอร์โนและโอเวน (Merlino, 2000; Owens, 2001) กล่าวถึงประโยชน์ของการเชื่อมโยงในเนื้อหาคณิตศาสตร์ว่าทำให้นักเรียนมองคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่น่าสนใจ ซึ่งสอดคล้องกับเวนตูรา (Ventura, 2001) ที่กล่าวว่า การเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนตระหนักว่าคณิตศาสตร์มีอยู่ในชีวิตจริงและมีอยู่รอบตัวเรา และเบิร์คฮาร์ดท์ (Burkhardt, 2001) กล่าวถึงประโยชน์ของการเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์ ดังนี้ ทำให้นักคณิตศาสตร์ไปใช้ได้มากขึ้น ทำให้ไม่มีช่องว่างในการเรียนรู้ ทำให้หลักสูตรเกิดความสมดุล และสนับสนุนความเสมอภาค

จากที่กล่าวมาสรุปประโยชน์ของการเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์ได้ดังนี้ เป็นการให้มีการใช้แนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ในสาขาวิชาอื่น ทำให้นักเรียนมองคณิตศาสตร์ว่าเป็นสิ่งที่มีความสำคัญต่อชีวิตจริง ไม่ใช่เนื้อหาที่แยกอยู่โดดเดี่ยว และทำให้ไม่มีช่องว่างในการเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยใช้การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์โดยประเภทการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์เป็นการเชื่อมโยงระหว่างการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์ เนื่องจากการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เป็นการนำความรู้และทักษะ กระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผล ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธีและทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีความหมายมากขึ้น

6. การประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

การประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ส่วนใหญ่ประเมินการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ และระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งมีนักการศึกษาหลายคนได้นำเสนอแนวทางการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ มี 3 ประเภท (อัมพร ม้าคนอง, 2554, หน้า 181) ดังนี้

1. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ เป็นการเชื่อมโยงหรือแสดงความสัมพันธ์กันเองเนื้อหาสาระ องค์ความรู้ หรือกระบวนการภายในคณิตศาสตร์
2. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น เป็นการแสดงความสัมพันธ์หรือเชื่อมโยงความรู้หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ในเรื่องเดียวกันหรือเรื่องที่เกี่ยวข้องกัน
3. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน เป็นการเชื่อมคณิตศาสตร์กับสิ่งใกล้ตัวหรือสิ่งที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน

การประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงนั้น ส่วนใหญ่ประเมินการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ และระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยจะประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ในด้านเนื้อหา องค์ความรู้ และกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การประเมินผลที่มีเกณฑ์การให้คะแนนที่เป็นระบบและชัดเจน จะช่วยให้ผู้สอนสามารถพิจารณาและตัดสินใจได้ว่า ผู้เรียนของตนมีความรู้ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนอยู่ในระดับใด เกณฑ์การให้คะแนนที่ยอมรับและนำมาใช้กันแพร่หลายในปัจจุบัน คือ การให้คะแนนแบบรูบริก (Rubric scoring) ซึ่งเป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลจากผลงานที่นักเรียนทำหรือพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก มีการกำหนดระดับคะแนนพร้อมระบุรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของผู้เรียนไว้อย่างชัดเจนและเป็นรูปธรรม ซึ่งจะกล่าวรายละเอียด ต่อไปนี้

เวทฤทธิ อังกะนัทรขจร (2555, หน้า 184) กล่าวว่าไว้ว่า เกณฑ์การให้คะแนนเป็นเครื่องมือที่ช่วยประเมินเชิงคุณภาพเกี่ยวกับความรู้และการปฏิบัติงานของผู้เรียน ซึ่งสามารถแยกแยะความสำเร็จในการเรียนหรือคุณภาพการปฏิบัติงานของผู้เรียน โดยต้องมีการกำหนดมาตรฐานวัดและรายการของคุณลักษณะที่บรรยายถึงความสามารถในการแสดงออกของแต่ละระดับ/ กลุ่ม ในมาตรฐานวัดไว้อย่างชัดเจน ประเภทของเกณฑ์การคะแนนแบบรูบริก โดยทั่วไปการให้คะแนนแบบรูบริกมี 2 รูปแบบ คือ

1. การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินความรู้และผลงานของผู้เรียนโดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมระบุรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของผู้เรียนเป็นภาพรวม โดยไม่มีการแยกเป็นด้าน ๆ การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการตัดสินใจหรือสรุปผลการเรียนของผู้เรียน
2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง

การวิเคราะห์ข้อมูล อาจแยกพิจารณาเป็นด้านเก็บรวบรวมข้อมูล ด้านการนำเสนอข้อมูล และด้านการอ่าน เปรียบเทียบ และวิเคราะห์แนวโน้มของข้อมูล การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ใน การประเมินผลการเรียนรู้ที่จุดประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของผู้เรียนในแต่ละด้าน

กูดริช (Goodrich, 1997, pp. 14 – 17 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังคะภักทรจรรยา, 2555, หน้า 184) ได้กล่าวถึงสาเหตุที่ทำให้การให้คะแนนแบบรูบริคเป็นสิ่งที่น่าสนใจสำหรับผู้สอนและ ผู้เรียน ดังนี้

1. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสูงสำหรับการสอน สามารถสะท้อนและช่วยให้ผู้เรียนปรับปรุงการทำงานได้ตลอดเวลาเหมือนกับการตรวจตราของ ผู้สอน เกณฑ์ที่สร้างขึ้นจะช่วยให้ผู้เรียนได้เห็นถึงแนวทางในการทำงานที่จะทำให้บรรลุ จุดมุ่งหมายของเนื้อหา นั้น ๆ ได้ดีขึ้น ดังนั้น สิ่งที่สำคัญที่สุดของการให้คะแนนแบบรูบริคก็คือ การนิยามเกณฑ์หรือระดับของคุณภาพ

2. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค จะทำให้ผู้เรียนมีความละเอียดรอบคอบใน การตัดสินคุณภาพของตนเองและผู้อื่น ทำให้ตระหนักถึงความแตกต่างระหว่างงานที่เสร็จกับงาน ที่มีคุณภาพ

3. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคจะช่วยลดเวลาของผู้สอนในการประเมินชิ้นงานและ เมื่อมีเกณฑ์ที่ชัดเจน ผู้เรียนก็สามารถวิเคราะห์และประเมินชิ้นงานของตนเองและผู้อื่นได้อย่าง เทียบตรง มีความยุติธรรม เป็นที่ยอมรับของคนอื่นในชั้นเรียน

4. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคเป็นสิ่งที่ง่ายต่อการใช้และการอธิบายแก่ผู้อื่นให้ เข้าใจการประเมินหรือการให้คะแนนของตนเอง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2550, หน้า 169 – 171) ระบุว่า การให้คะแนนแบบรูบริค เป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลจากผลงานที่นักเรียนทำหรือ พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก ซึ่งไม่ได้พิจารณาที่คำตอบหรือผลสัมฤทธิ์สุดท้ายเพียงอย่างเดียว แต่ยังพิจารณาที่ขั้นตอนการทำงานของนักเรียนด้วย ตลอดจนมีการกำหนดระดับคะแนนพร้อม ระบุรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนไว้อย่างชัดเจนและเป็นรูปธรรม เกณฑ์ การให้คะแนนแบบรูบริคสามารถปรับเปลี่ยนได้ตามความเหมาะสม การให้คะแนนแบบรูบริคเป็น เครื่องมือช่วยให้ครูพิจารณาและตัดสินระดับความสามารถของนักเรียนด้านความรู้ แนวคิดทาง คณิตศาสตร์ ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์และการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำผลที่ได้มาใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้นตลอดจนการให้ คะแนนแบบรูบริคยังเป็นเครื่องมือช่วยให้นักเรียนประเมินผล ระดับความสามารถด้านคณิตศาสตร์

ของตนเอง แล้วนำผลที่ได้มาปรับปรุงและพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตนให้ดียิ่งขึ้นด้วย ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบรูบริกที่นิยมใช้มี 2 แบบ คือ

1. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อต้องการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา อาจแยกพิจารณาในความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาและการสรุปคำตอบของปัญหา ในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้าน แล้วรายงานผลโดยจำแนกเป็นด้าน ๆ และอาจสรุปรวมคะแนนทุกด้านด้วยก็ได้ ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบวิเคราะห์มักนำมาใช้ในการประเมินผล ที่มีวัตถุประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน แล้วหาผลของการประเมินที่ได้ไปส่งเสริมจุดเด่นหรือแก้ไขจุดด้อยเหล่านั้น หรือใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนให้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพก่อนที่นักเรียนจะเรียนเนื้อหาใหม่ต่อไป การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบวิเคราะห์จะมีประสิทธิภาพมากขึ้น เมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม

2. การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic scoring) เป็นการให้คะแนนแบบรูบริกที่ประเมินผลงานของนักเรียน โดยการกำหนดระดับคะแนนหรือบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรจะมี เป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมด ไม่ต้องแยกแยะเป็นด้าน ๆ ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบองค์รวมมักนำไปใช้ในการประเมินที่มีวัตถุประสงค์เพื่อตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบองค์รวมเป็นการประเมินที่เหมาะสมสำหรับการประเมินที่มีพิสัยกว้าง ๆ และต้องการผลที่เป็นภาพรวมกว้าง ๆ และจะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม

อัมพร ม้าคะนอง (2554, หน้า 194 – 195) กล่าวว่า เกณฑ์การให้คะแนน (Scoring rubric) เป็นเกณฑ์ที่กำหนดเพื่อใช้ในการให้คะแนนผลงานหรือคุณภาพการปฏิบัติงานของผู้เรียน โดยทั่วไปมี 2 แบบ ดังนี้

1. แบบเกณฑ์รวม (Holistic scoring) เป็นเกณฑ์การให้คะแนนงานหรือการแก้ปัญหา โดยพิจารณาภาพรวมของคุณภาพของผลงานที่ได้ ซึ่งอาจมองหลายมิติหรือหลายด้านรวมกัน มีการจำแนกระดับคะแนนให้เห็นความแตกต่างของคุณภาพงาน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ระดับคะแนน	คุณภาพงาน
4	แสดงวิธีทำชัดเจน และตอบถูกต้อง
3	แสดงวิธีทำชัดเจน แต่ตอบไม่ถูกต้อง

2	แสดงวิธีทำบางส่วน แต่ตอบถูกต้อง
1	แสดงวิธีทำบางส่วน แต่ตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ
0	ไม่แสดงวิธีทำ และตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ

2. แบบเกณฑ์ย่อยหรือเกณฑ์เฉพาะ (Analytic scoring) เป็นเกณฑ์การให้คะแนนเฉพาะ ขึ้นเฉพาะงานย่อย หรือเฉพาะด้าน โดยกำหนดระดับคะแนนตามความแตกต่างของคุณภาพงานใน ชิ้นงานย่อย หรือด้านที่พิจารณา ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ด้านวิธีการ

ระดับคะแนน	คุณภาพงาน
3	ใช้วิธีการเหมาะสม และดำเนินการถูกต้อง
2	ใช้วิธีการเหมาะสม แต่ยังไม่ดำเนินการไม่ถูกต้อง
1	ใช้วิธีการไม่เหมาะสม ทำให้ดำเนินการไม่ถูกต้อง
0	ไม่มีการใช้วิธีการและไม่มีการดำเนินการ

ด้านการอธิบาย

ระดับคะแนน	คุณภาพงาน
3	เขียนอธิบายงานทั้งหมดได้ชัดเจน และสมเหตุสมผล
2	เขียนอธิบายงานได้ชัดเจนเป็นส่วนใหญ่
1	เขียนอธิบายงานได้บางส่วน แต่ยังไม่ชัดเจน
0	เขียนอธิบายงานไม่ได้ หรือไม่เขียน

สรุปได้ว่า การประเมินผลที่มีเกณฑ์การให้คะแนนที่เป็นระบบและชัดเจน จะช่วยให้ ผู้สอนสามารถพิจารณาและตัดสินได้ว่า ผู้เรียนของตนมีความรู้ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับใด งานวิจัยนี้ผู้วิจัยเลือกการให้คะแนนแบบรูปกรอกใน แบบการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) ในการวัดความสามารถในการเชื่อมโยง ความรู้ทางคณิตศาสตร์

ทฤษฎีการเรียนรู้ที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

1. ทฤษฎีการเรียนรู้ที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

การพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพนั้น มักมีการใช้ทฤษฎีที่ เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งทฤษฎีการเรียนรู้ที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ใน การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1.1 ทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของคินส์

ดienes (Dienes, 1971) ทฤษฎีส่วนมากเกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนและการเรียนรู้ของคณิตศาสตร์มากกว่าการเรียนการสอนและการเรียนรู้โดยทั่วไป ประกอบด้วยหลักการ 4 ข้อ ดังนี้

1. หลักการของภาวะสมดุล (Dynamic principle) เป็นกิจกรรมโครงสร้างที่ใช้วัสดุที่เป็นรูปธรรมเพื่อให้ประสบการณ์ที่จำเป็นจากแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่สามารถสร้างขึ้นในที่สุดภายหลังจากทำกิจกรรมสามารถนำแนวคิดไปใช้ในทางเดียวกัน

2. หลักการสร้าง (Constructivity principle) เน้นการสร้างกิจกรรมการสร้างความคิดรวบยอดในการดำเนินการวิเคราะห์

3. หลักการหลากหลายทางคณิตศาสตร์ (Mathematical variability principle) แนวคิดที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรที่ควรจะได้เรียนรู้จากประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องกับจำนวนที่เป็นไปได้ของตัวแปร

4. หลักการหลากหลายของการรับรู้ (Perceptual Variability or Multiple Embodiment Principle) ขอบเขตมากที่สุดเท่าที่เป็นไปได้สำหรับการเปลี่ยนแปลงในแต่ละแนวคิดและการที่ชักจูงให้เด็กรวบรวมรวบรวมสาระสำคัญทางคณิตศาสตร์ของนามธรรม โครงสร้างมโนทัศน์เดียวกันควรจะนำเสนอในรูปแบบของการรับรู้ที่เท่ากัน

เบล (Bell, 1983, pp 125 – 127) ได้กล่าวถึงทฤษฎีของดienes (Dienes) เชื่อว่าแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ได้รับการเรียนรู้เป็นลำดับขั้นตอนซึ่งมีบางสิ่งที่คล้ายกับขั้นตอนเพียเจต์ของการพัฒนาทางปัญญา เขาพัฒนาขั้นตอนในการเรียนการสอนและการเรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ 6 ขั้น ดังนี้ 1) การเล่นอย่างอิสระ 2) เกมส์ 3) ค้นหาลักษณะร่วมกัน 4) การใช้ตัวแทน 5) การใช้สัญลักษณ์ และ 6) การทำให้เป็นทางการ

1. การเล่นอย่างอิสระ (Free play)

ขั้นตอนการเล่นอย่างอิสระของการเรียนรู้ ประกอบด้วย กิจกรรมที่ไม่มีโครงสร้างและไม่มีทิศทางที่จะอนุญาตให้นักเรียนในการทดลองและจัดการกับการเป็นตัวแทนทางกายภาพและนามธรรมขององค์ประกอบ บางส่วนของแนวคิดที่จะเรียนรู้ ขั้นตอนของการเรียนรู้ตามแนวความคิดนี้ควรจะทำอย่างเป็นอิสระและไม่มีโครงสร้าง แต่ครูควรให้ความหลากหลายของอุปกรณ์การเล่นให้เหมาะสมกับนักเรียน แม้ว่าช่วงเวลานี้เป็นการอุ่นว่ายของการเล่นอย่างอิสระ อาจมีค่าเล็กน้อยจากมุมมองของครูที่จะคุ้นเคยกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการที่มีโครงสร้างมาก หากแต่ถือเป็นขั้นตอนที่สำคัญในการเรียนรู้แนวคิด เป็นครั้งแรกที่นักเรียนได้สัมผัสกับหลายองค์ประกอบของแนวคิดใหม่ผ่านการมีปฏิสัมพันธ์กับสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ที่มีการนำเสนอที่เป็นรูปธรรมของแนวคิด ในขั้นตอนนี้ นักเรียนในรูปแบบโครงสร้างทางจิตใจและทัศนคติที่เตรียมความพร้อม ให้พวกเขาเข้าใจแนวคิดของโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

2. เกม (Games)

หลังจากช่วงเวลาของการเล่นอย่างอิสระกับตัวแทนของแนวคิด นักเรียนจะเริ่มต้นในการสังเกตรูปแบบและแบบแผนซึ่งจะเป็นตัวเป็นตนในแนวคิด พวกเขาจะสังเกตเห็นว่าบางกฎระเบียบควบคุมเหตุการณ์ที่ทำให้บางสิ่งไม่สามารถเป็นไปได้ เมื่อนักเรียนได้พบกฎระเบียบและคุณสมบัติที่กำหนดเหตุการณ์พวกเขาก็พร้อมที่จะเล่นเกมและทดลองกับกฎระเบียบของครู เล่นเกมส์และสร้างเกมส์ขึ้นเอง เกมส์อนุญาตให้นักเรียนได้ทดสอบกับพารามิเตอร์และรูปแบบภายในแนวคิดและจะเริ่มต้นวิเคราะห์โครงสร้างทางการคำนวณของแนวคิด เกมส์ที่มีการนำเสนอแนวคิดที่แตกต่างกัน จะช่วยให้นักเรียนค้นพบองค์ประกอบตรรกะและการคำนวณของแนวคิด

3. ค้นหาลักษณะร่วมกัน (Searching for communalities)

แม้หลังจากที่เล่นหลายเกมที่ใช้เป็นตัวแทนทางกายภาพที่แตกต่างกันของแนวคิด นักเรียนอาจไม่ได้ค้นพบโครงสร้างทางการคำนวณซึ่งเป็นเรื่องธรรมดาสำหรับตัวแทนของแนวคิด จนกว่านักเรียนจะตระหนักถึงคุณสมบัติทั่วไปในการเป็นตัวแทนพวกเขาจะไม่สามารถที่จะจำแนกตัวอย่างและตัวอย่างที่ไม่ใช่แนวคิด ดีนส์ (Dienes) แนะนำว่าครูผู้สอนสามารถช่วยให้นักเรียนเห็นความร่วมมือกันของโครงสร้างในตัวอย่างของแนวคิดด้วยการแสดงวิธีการที่แต่ละตัวอย่างสามารถถูกตีความในทุกตัวอย่างอื่น ๆ โดยไม่ต้องเปลี่ยนคุณสมบัตินามธรรมซึ่งเป็นเรื่องธรรมดาต่อทุกตัวอย่าง จำนวนที่จะชี้ให้เห็นคุณสมบัติทั่วไปพบได้ในแต่ละตัวอย่างโดยพิจารณาหลายตัวอย่างในขณะเดียวกัน

4. การใช้ตัวแทน (Representation)

หลังจากที่นักเรียนได้สังเกตองค์ประกอบร่วมกันในแต่ละตัวอย่างของแนวคิด ความต้องการที่จะพัฒนาหรือได้รับจากครู เป็นตัวแทนหนึ่งของแนวคิดที่ส่งเสริมทุกองค์ประกอบร่วมกันที่พบในแต่ละตัวอย่าง ตัวแสดงนี้อาจเป็นได้ทั้งภาพของแนวคิด ตัวแสดงด้วยวาจาหรือเป็นตัวอย่างรวม นักศึกษาต้องการตัวแสดงในการที่จะเรียงลำดับองค์ประกอบร่วมที่มีอยู่ในทุกตัวอย่างของแนวคิด ตัวแสดงของแนวความคิดมักจะเป็นนามธรรมมากขึ้นกว่าตัวอย่างและจะทำให้ นักเรียนเข้าใจโครงสร้างทางการคำนวณนามธรรมพื้นฐานแนวคิดมากขึ้น

5. การใช้สัญลักษณ์ (Symbolization)

ในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะต้องมีการกำหนดสัญลักษณ์ทางวาจาและทางการคำนวณที่เหมาะสมในการอธิบายถึงตัวแสดงของแนวคิดของเขาหรือเธอ มันเป็นเรื่องที่ดีสำหรับนักเรียนที่จะคิดค้นการเป็นตัวแทนสัญลักษณ์ของตัวเองของแต่ละแนวคิด แต่เพื่อประโยชน์ของความสอดคล้องกับในตำราเรียน ครูอาจจะไปแทรกแซงนักเรียนในการเลือกระบบสัญลักษณ์ มันอาจจะดีที่จะอนุญาตให้นักเรียนเริ่มจากคิดตัวแสดงสัญลักษณ์ของตัวเองและจากนั้นพวกเขาได้เปรียบเทียบการใช้

สัญลักษณ์กับสิ่งที่อยู่ในตำราเรียน นักเรียนควรจะแสดงค่าของระบบสัญลักษณ์ที่ดีในการแก้ไขปัญหา การพิสูจน์ทฤษฎี และการอธิบายแนวความคิด

6. การทำให้เป็นทางการ (Formalization)

หลังจากที่นักเรียนได้เรียนรู้แนวคิดและที่เกี่ยวข้องกับโครงสร้างทางการคำนวณ พวกเขาจะต้องลำดับ คุณสมบัติของแนวคิดและการพิจารณาผลที่ตามมา คุณสมบัติพื้นฐานในโครงสร้างทางการคำนวณที่เป็นสัจพจน์ของระบบ คุณสมบัติที่ได้มาเป็นทฤษฎีและวิธีการไปจากหลักการที่จะทฤษฎีบทที่มีการพิสูจน์ทางการคำนวณ ในขั้นตอนนี้ นักเรียนตรวจสอบผลกระทบของแนวคิดและใช้แนวคิดในการแก้ปัญหาและประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์บริสุทธิ์

หลักการของการเรียนรู้แนวคิดของดินส์

สรุประบบของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในสี่หลักการทั่วไปของการเรียนการสอน ดังนี้

1. หลักการแบบไดนามิก (Dynamic principle) ในหลักเบื้องต้น โครงสร้างและการปฏิบัติ และ/ หรือการสะท้อนกลับของเกมสัทธิเป็นประสบการณ์ที่จะต้องถูกนำเสนอจนกว่าแนวคิดการคำนวณจะถูกสร้างขึ้นตรงเท่าที่เกมแต่ละประเภทถูกแนะนำในเวลาที่เหมาะสม แม้ว่าเด็กเหล่านี้จะยังมีอายุน้อย เกมเหล่านี้จะต้องเป็นเกมที่มีอุปกรณ์ สำหรับเกมที่ไม่ใช้อุปกรณ์ซึ่งเป็นเกมทางจิตจะถูกแนะนำในการทำการวิจัยทางคณิตศาสตร์

2. หลักการสร้าง (Constructivity principle) ในโครงสร้างของเกมควรจะนำร่องการวิเคราะห์ห้ก่อน ซึ่งเกือบทั้งหมดหายไปจากการเรียนรู้ของเด็กจนอายุ 12 ปี

3. หลักการหลากหลายทางคณิตศาสตร์ (Mathematical variability principle) แนวความคิดที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรควรจะได้เรียนรู้จากประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องกับจำนวนที่เป็นไปได้ที่ใหญ่ที่สุดของตัวแปร

4. หลักการหลากหลายของการรับรู้ (Perceptual variability principle or multiple embodiment principle) เพื่อให้ชอบเขตมากที่สุดเท่าที่เป็นไปได้สำหรับการเปลี่ยนแปลงแต่ละแนวคิด – การก่อตัวเช่นเดียวกับที่ก่อให้เกิดเด็กที่จะรวบรวมสาระสำคัญของคณิตศาสตร์ของนามธรรม โครงสร้างแนวคิดเดียวกันควรจะนำเสนอในรูปแบบของการรับรู้เทียบเท่าให้มากที่สุดเท่าที่เป็นไปได้

เวซฤทธิ อังกะภทรขจร (2555, หน้า 48 – 49) ได้กล่าวเกี่ยวกับแนวคิดของดินส์ (Dienes) ไว้ว่าแนวคิดของดินส์ (Dienes) เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เชื่อว่า “คณิตศาสตร์เป็นความสัมพันธ์เชิงโครงสร้างระหว่างมโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวนกับการประยุกต์

มโนทัศน์เหล่านั้นเพื่อใช้ในการชีวิตประจำวัน” ในการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของดินส์นั้น ผู้สอนควรเน้นกระบวนการที่ผู้เรียนใช้ในการแก้ปัญหา มากกว่าคำตอบของปัญหา ผู้สอนควรนำให้ผู้เรียนเกิดการค้นพบโครงสร้าง โดยให้ผู้เรียนอยู่ในสถานการณ์ที่แวดล้อมด้วยโครงสร้างที่เป็นรูปธรรมแล้วค่อยเข้าไปสู่สถานการณ์ที่เป็นนามธรรม นั่นคือ การเรียนการสอนตามแนวคิดของดินส์ควรเริ่มที่การใช้วัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ ไปสู่การใช้รูปภาพ การสร้างภาพในใจสุดท้ายถึงเป็นการใช้สัญลักษณ์ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของบรูเนอร์ วิธีการของดินส์เป็นวิธีที่ต้องมีการวางแผนล่วงหน้า มีโครงสร้าง และตั้งอยู่บนรากฐานของการปฏิบัติจากวัตถุจริง ทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดินส์ประกอบด้วยกฎหรือหลัก 4 ข้อ ดังนี้

1. กฎของภาวะสมดุล (The dynamic principle) กฎนี้กล่าวไว้ว่าความเข้าใจที่แท้จริงในมโนทัศน์ใหม่นั้นเป็นพัฒนาการที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียน 3 ชั้น คือ

ขั้นที่ 1 เป็นขั้นพื้นฐานที่ผู้เรียนประสบกับมโนทัศน์ในรูปแบบที่ไม่มีโครงสร้างใด ๆ เช่น การที่เด็กรู้จักของเล่นชิ้นใหม่โดยการเล่นของเล่นนั้น

ขั้นที่ 2 เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้พบกับกิจกรรมที่มีโครงสร้างมากขึ้น ซึ่งเป็นโครงสร้างที่คล้ายคลึง กับโครงสร้างของมโนทัศน์ที่ผู้เรียนจะได้เรียน

ขั้นที่ 3 เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ทางมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่จะเห็นได้ถึงการนำมโนทัศน์เหล่านั้นไปใช้ในการชีวิตประจำวัน

ขั้นตอนทั้งสามเป็นกระบวนการที่ดินส์เรียกว่า วัฏจักรการเรียนรู้ (Learning cycle) ซึ่งเป็นสิ่งที่เด็กจะต้องประสบในการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ

2. กฎความหลากหลายของการรับรู้ (The perceptual variability principle) กฎนี้เสนอแนะว่าการเรียนมโนทัศน์จะมีประสิทธิภาพดีเมื่อผู้เรียนมีโอกาส รับรู้มโนทัศน์เดียวกันในหลาย ๆ รูปแบบผ่านบริบททางกายภาพ นั่นคือ การจัดสิ่งที่เป็นรูปธรรมที่หลากหลายให้ผู้เรียนเพื่อให้เข้าใจโครงสร้างทางมโนทัศน์เดียวกันนั้น จะช่วยในการได้มาซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี

3. กฎความหลากหลายทางคณิตศาสตร์ (The mathematical variability principle) กฎข้อนี้กล่าวว่า การอ้างอิงคณิตศาสตร์ หรือการนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้จะมีประสิทธิภาพมากขึ้น ถ้าตัวแปรที่ไม่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้น เปลี่ยนไปอย่างเป็นระบบในขณะที่คงไว้ซึ่งตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้น ๆ เช่น การสอนมโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ตัวแปรที่ควรเปลี่ยนไป คือ ขนาดของมุม ความยาวของด้าน แต่สิ่งที่ควรคงไว้คือลักษณะของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่ต้องมีสี่ด้านและด้านตรงข้ามขนานกัน

4. กฎการสร้าง (The constructivity principle) กฎนี้ให้ความสำคัญกับการสร้างความรู้ว่าผู้เรียนควรได้พัฒนาโน้ตค้นจากประสบการณ์ในการสร้างความรู้เพื่อก่อให้เกิดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญและมั่นคง และจากพื้นฐานความมั่นคงเหล่านั้น จะนำไปสู่การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ต่อไป กฎข้อนี้เสนอแนะให้ผู้สอนจัดสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม เพื่อให้ผู้เรียนสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมนั้น และสามารถวิเคราะห์สิ่งที่สร้างนั้นต่อไปได้

ทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไคค์

เวชททธี อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 50) ได้กล่าวเกี่ยวกับทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไคค์ไว้ว่า ทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไคค์ (Thorndike) เป็นความสัมพันธ์เชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้ากับการตอบสนองโดยการลองผิดลองถูก ธอร์นไคค์ทดลองโดยนำแมวที่หิวไปไว้ในกรงกล วางปลาไว้หน้าประตูกรง โดยที่แมวเอื้อมไปเฉียดไม่ถึง แล้วสังเกตปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นกับแมว และจดบันทึกพฤติกรรมการลองผิดลองถูก เพื่อหาทางออกจากกรงของแมว จนแมวใช้เท้ากดคันและออกจากกรงมากินปลาได้สำเร็จ หลังจากแมวหาทางออกจากกรงได้ครั้งหนึ่งแล้วก็ทำการทดลองซ้ำจนพบว่า แมวเกิดการเรียนรู้ที่จะหาทางออกจากกรงโดยใช้เวลาน้อยลง และทุกครั้งที่แมวออกจากกรงได้แมวจะได้กินปลาเสมอ จากการทดลองของธอร์นไคค์นำมาซึ่งกฎแห่งการเรียนรู้ ดังนี้

1. กฎแห่งความพร้อม (Law of readiness) การเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้เมื่อผู้เรียนมีความพร้อมทั้งร่างกายและจิตใจ
2. กฎแห่งการฝึกหัด (Law of exercise) การฝึกหัดหรือการกระทำซ้ำบ่อย ๆ ด้วยความเข้าใจจะทำให้การเรียนรู้นั้นคงทนถาวรและจดจำได้นาน
3. กฎแห่งการใช้ (Law of use and disuse) การเรียนจะเกิดความมั่นคงก็ต่อเมื่อได้มีการนำความรู้นั้นไปใช้บ่อย ๆ
4. กฎแห่งผล (Law of effect) การได้รับผลที่พึงพอใจเป็นปัจจัยที่สำคัญของการเรียนรู้

ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์

เวชททธี อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 44 – 46) ได้สรุปเกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ว่า ทฤษฎีนี้เกี่ยวข้องกับโดยตรงกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยบรูเนอร์ (Bruner) เชื่อว่า ความอยากรู้อยากเห็นเป็นแรงผลักดันทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้โดยการค้นพบ นอกจากนี้ในการจัดการเรียนการสอนต้องเน้นให้ผู้เรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเองและให้ความสำคัญที่สมดุล

ระหว่างกระบวนการเรียนการสอนกับผลลัพธ์ที่ถูกต้อง บรูเนอร์เสนอหลักสำคัญสำหรับการเรียนรู้ โดยวิธีการค้นพบว่าประกอบด้วย 1) โครงสร้างของบทเรียนต้องเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน 2) ความพร้อมที่จะเรียนรู้ 3) การหยั่งรู้ เป็นการคาดเดาและคิดหาเหตุผลอย่างมีหลักเกณฑ์ และ 4) แรงจูงใจภายในของผู้เรียน ผู้สอนต้องมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีกับผู้เรียน จัดสิ่งแวดล้อมและสนับสนุนให้ผู้เรียนเกิดความมั่นใจในตนเอง นอกจากนี้บรูเนอร์ได้แบ่งกระบวนการที่เกี่ยวข้องกับการคิด และสติปัญญาของมนุษย์เป็น 3 ระดับ ดังนี้

1. ระดับที่มีประสบการณ์ตรงและสัมผัสได้ (Enactive stage) เป็นการเรียนรู้ด้วยการกระทำและมีประสบการณ์โดยตรงจากการจับต้องเทียบได้กับขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหวของเพียเจต์ เช่น ผู้เรียนใช้สื่อที่เป็นรูปธรรมในการรวมของ 3 ชิ้น กับ 5 ชิ้น เพื่อเป็นของ 8 ชิ้น

2. ระดับของการใช้ภาพเป็นสื่อในการมองเห็น (Iconic stage) เป็นขั้นที่การคิดหรือตัดสินใจโดยใช้รูปภาพ ไดอะแกรม หรือสื่อทางตาที่เห็นเป็นหลัก เทียบได้กับขั้นเตรียมพร้อมปฏิบัติการของเพียเจต์ เช่น ผู้เรียนดูภาพแรกเป็นภาพรถ 3 คัน ผู้เรียนดูภาพที่สองเป็นภาพรถ 5 คัน และภาพสุดท้ายเป็นภาพรถ 8 คัน ซึ่งเป็นผลรวมของสองภาพแรก

3. ระดับของการสร้างความสัมพันธ์และใช้สัญลักษณ์ (Symbolic stage) เป็นขั้นที่ใช้สัญลักษณ์แทนภาพหรือสิ่งที่สัมผัสได้ เทียบได้กับขั้นปฏิบัติการที่เป็นรูปธรรมต่อเนื่องกับขั้นปฏิบัติการที่เป็นแบบแผนของเพียเจต์ เช่น การใช้สัญลักษณ์ $3 + 5 = 8$ แทนแผนภาพ

จากการเปรียบเทียบดังกล่าวแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ของทฤษฎีทั้ง 2 ทฤษฎีนี้ว่ามีความสัมพันธ์ และมีส่วนที่คล้ายคลึงกันในการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้ผู้เรียน แต่มีส่วนที่ต่างกัน คือ เพียเจต์เชื่อว่าพัฒนาการทางสมองของเด็กมีขั้นตอนซึ่งขึ้นอยู่กับช่วงอายุในแต่ละช่วงวัย แต่บรูเนอร์ไม่ได้คำนึงถึงช่วงอายุ บรูเนอร์คำนึงถึงพัฒนาการทางสมองในแง่ของกระบวนการที่ต่อเนื่องกันไปตลอดชีวิต โดยเชื่อว่ากิจกรรมต่างๆ ที่เด็กทำนั้นสืบเนื่องมาจากพัฒนาการทางสมองในช่วงแรกของชีวิต และนำไปสู่การแก้ปัญหาในช่วงต่อไปของชีวิต

แนวคิดของบรูเนอร์ปรากฏอยู่ในผลงานของเลช (Lesh) เลชใช้แนวคิดข้างต้นของบรูเนอร์ในการสร้างโมเดลที่แสดงว่าผู้เรียนสามารถใช้วิธีแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ได้หลายรูปแบบ ได้แก่ จากความรู้ที่เกิดจากการใช้สื่อรูปธรรม สามารถแสดงความรู้ในลักษณะของรูปภาพ ไดอะแกรม ภาษาเขียน ภาษาพูด และสถานการณ์จริง โมเดลนี้ทำให้เกิดการพัฒนาในด้านอื่น ๆ ที่ผู้สอนควรคำนึงถึง เช่น การให้ผู้เรียนได้พูดและได้เขียนมากขึ้น การพูดและการเขียนเป็นการเปลี่ยนวิธีแสดงความคิดที่สะท้อนถึงความเข้าใจของผู้เรียน

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์

อัมพร ม้าคะนอง (2546, หน้า 1 - 2) กล่าวไว้ว่า เพียเจต์ เป็นนักจิตวิทยาชาวสวิสเซอร์แลนด์ที่มีบทบาทในวิชาจิตต่าง ๆ มากในช่วงปี ค.ศ. 1930 - 1980) เพียเจต์เชื่อว่าพัฒนาการทางสติปัญญาของมนุษย์พัฒนาขึ้นเป็นลำดับ 4 ขั้น โดยแต่ละขั้นแตกต่างกันในกลุ่มคนและอายุที่กลุ่มคนเข้าสู่แต่ละขั้นจะแตกต่างกันไปตามลักษณะทางพันธุกรรมและสิ่งแวดล้อม ลำดับขั้นทั้งสี่ของเพียเจต์ คือ ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensory - motor stage) ขั้นเตรียมพร้อมปฏิบัติการ (Preoperational stage) ขั้นปฏิบัติการที่เป็นรูปธรรม (Concrete operational stage) และขั้นปฏิบัติการที่เป็นแบบแผน (Formal operational stage) พัฒนาการของมนุษย์จะเป็นไปตามลำดับขั้นและต่อเนื่องกัน ทฤษฎีนี้มีประโยชน์ต่อการศึกษา เนื่องจากขั้นทั้งสี่กล่าวถึงข้อเท็จจริงว่า วิธีคิด ภาษา ปฏิกริยา และพฤติกรรมของเด็กแตกต่างจากผู้ใหญ่ทั้งในเชิงปริมาณและคุณภาพ ดังนั้น การจัดการศึกษาให้เด็กจึงต้องมีรูปแบบที่แตกต่างจากผู้ใหญ่ และสิ่งที่มีความหมายมากที่นักการศึกษาได้รับจากงานของเพียเจต์คือแนวคิดที่ว่าเด็กที่มีอายุน้อย ๆ จะเรียนได้ดีที่สุดจากกิจกรรมที่ใช้สื่อรูปธรรม (Ginsburg & Opper, 1969) หากแนวคิดนี้ถูกนำไปใช้ในห้องเรียน ผู้สอนจะต้องเป็นผู้จัดสิ่งแวดล้อมในการเรียนรู้และแนะนำผู้เรียนมากกว่าผู้เรียนมากกว่าเป็นผู้สอนโดยตรงตามทฤษฎีของเพียเจต์ เมื่อเด็กโตขึ้นและเข้าสู่ลำดับขั้นที่สูงกว่าเด็กจะต้องการการเรียนรู้จากกิจกรรมลดลง เนื่องจากพัฒนาการของสติปัญญาที่ซับซ้อนและทันสมัยขึ้น แต่มิได้หมายความว่าเด็กจะไม่ต้องการทำกิจกรรมเลย การเรียนรู้โดยการทำกิจกรรมยังคงอยู่ในทุกลำดับขั้นตอนของการพัฒนา นอกจากนี้ เพียเจต์ยังเน้นว่า ปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียนมีบทบาทเป็นอย่างมากต่อการพัฒนาสติปัญญาทั้งในเชิงปริมาณและคุณภาพ การให้ผู้เรียนได้คิด พูด อภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และประเมินความคิดของตนเองและผู้อื่นจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจตนเองและผู้อื่นได้ดีขึ้น เพียเจต์เรียกกระบวนการนี้ว่าการกระจายความคิด (Decentration) ซึ่งเป็นความสามารถของเด็กที่จะต้องได้รับการพัฒนาให้ขึ้นไปตามลำดับขั้นเพื่อพิจารณาสิ่งต่าง ๆ จากมุมมองของผู้อื่น ซึ่งประเด็นนี้ การศึกษาจะเข้ามามีบทบาทสำคัญในการจัดสภาพแวดล้อมในห้องเรียนเพื่อส่งเสริมความสามารถนี้

ทฤษฎีการเรียนรู้ของกานเย

อัมพร ม้าคะนอง (2546, หน้า 4 - 5) กล่าวไว้ว่า ทฤษฎีการเรียนรู้ของ กานเย มีสาระสำคัญเกี่ยวข้องกับการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากกานเยใช้คณิตศาสตร์เป็นสื่อสำหรับการใช้ทฤษฎีของเขาอธิบายการเรียนรู้ กานเยจำแนกสาระในการเรียนคณิตศาสตร์เป็น 4 ประเภท

1. ข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ (Mathematical facts) เป็นข้อเท็จจริงที่พบในทางคณิตศาสตร์ เช่น ตัวเลขสาม (3) เป็นสัญลักษณ์แทนจำนวนหรือของสามสิ่ง เครื่องหมายลบ (-) เป็นสัญลักษณ์สำหรับการดำเนินการหักออกหรือการลดลง
2. ทักษะทางคณิตศาสตร์ (Mathematical skills) เป็นการกระทำตามขั้นตอนการทำงานที่ผู้เรียนทำด้วยความถูกต้องและรวดเร็ว ทักษะเฉพาะใด ๆ อาจถูกนิยามได้จากกฎหรือลำดับขั้นตอนการทำงานที่เรียกว่า ขั้นตอนหรือวิธีการ (Algorithms)
3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical concepts) เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุหรือเหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับลักษณะของสามเหลี่ยม เป็นต้น
4. กฎหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical principles) เป็นขั้นตอนในมโนทัศน์หรือความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ต่าง เช่น รูปสามเหลี่ยมสองรูปจะเท่ากันทุกประการก็ต่อเมื่อรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีด้านสองด้านเท่ากัน และมุมระหว่างด้านคู่ที่เท่ากันนั้นเท่ากันด้วย กานเย แบ่งการเรียนรู้ออกเป็น 8 ประเภท คือ
 - 4.1 การเรียนรู้สัญญาณ (Signal learning)
 - 4.2 การเรียนรู้สิ่งเร้า/ การตอบสนอง (Stimulus – response learning)
 - 4.3 การเรียนแบบลูกโซ่ (Chaining)
 - 4.4 การเรียนโดยใช้การสัมพันธ์ทางภาษา (Verbal association)
 - 4.5 การเรียนแบบจำแนกความแตกต่าง (Discrimination learning)
 - 4.6 การเรียนมโนทัศน์ (Concept learning)
 - 4.7 การเรียนกฎ (Rule learning)
 - 4.8 การเรียนการแก้ปัญหา (Problem learning)

กานเย เชื่อว่าการเรียนรู้ทั้ง 8 ชนิดข้างต้น เกิดขึ้นในผู้เรียนเป็นลำดับ 4 ขั้นตอน ดังนี้

 1. ขั้นรับหรือจับใจความ (Apprehending phase) เป็นขั้นที่ผู้เรียนตระหนักถึงสิ่งเร้าที่ตนเองประสบ ทำให้รับรู้ลักษณะของสิ่งเร้าเหล่านั้น ซึ่งผู้เรียนแต่ละคนอาจรับรู้ในสิ่งเดียวกันแตกต่างกัน การเรียนรู้ในขั้นนี้จึงสามารถอธิบายได้ว่า เพราะเหตุใดเมื่อผู้สอนสอนสิ่งเดียวกันนักเรียนจึงตีความสิ่งนั้นแตกต่างกัน
 2. ขั้นการได้มาซึ่งความรู้ (Acquisition phase) เป็นขั้นที่ผู้เรียนรับและครอบครองความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง ทักษะ มโนทัศน์ และกฎหรือหลักการ ที่ตนเรียน ภายหลังจากการได้สัมผัสกับสิ่งเร้าในขั้นที่

3. **ขั้นการจัดเก็บความรู้ (Storage phase)** เป็นขั้นที่ผู้เรียนจำหรือจัดเก็บสิ่งที่เรียนรู้อยู่มา เป็นความจำ ซึ่งมี 2 ชนิด คือ ความจำระยะสั้น (Short – term memory) และความจำระยะยาว (Long – Term memory)

4. **ขั้นการระลึกถึงหรือดึงความรู้มาใช้ (Retrieval phase)** เป็นขั้นที่ผู้เรียนระลึกถึงหรือดึงข้อมูลที่เก็บไว้ในความจำออกมา ซึ่งขั้นตอนนี้มีความซับซ้อนทางสมองมากกว่าขั้นตอนอื่น ๆ

จากทฤษฎีการเรียนรู้ที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนจิตศาสตร์ ที่กล่าวไว้ข้างต้นนี้ สรุปได้ว่า ทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไดค์ เน้นกฎแห่งการเรียนรู้โดยการเรียนรู้จะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนมีความพร้อม มีการลงมือกระทำบ่อย ๆ การนำไปใช้และผลที่ได้รับจากการเรียนรู้ ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์เน้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้โดยการค้นพบความรู้ด้วยตนเองและให้ความสำคัญระหว่างกระบวนการเรียนการสอนกับผลลัพธ์ที่ถูกต้อง ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ เน้นเกี่ยวกับพัฒนาการมนุษย์เป็นไปตามลำดับขั้นและต่อเนื่องกัน ทฤษฎีการเรียนรู้ของ กานเย เน้นการเรียนรู้ในด้าน ขั้นรับรู้และจับใจความ ขั้นการได้มาซึ่งความรู้ ขั้นการจัดเก็บความรู้ และขั้นการระลึกถึงหรือดึงความรู้มาใช้และทฤษฎีการเรียนรู้จิตศาสตร์ของดีนส์ (Dienes) เน้นกระบวนการที่ให้ผู้เรียนใช้ในการแก้ปัญหา มากกว่าคำตอบของปัญหาและให้ความสำคัญกับการกระตุ้นให้ผู้เรียนมีบทบาทและกระตือรือร้นในกระบวนการเรียนรู้ ได้ผู้วิจัยได้นำทฤษฎีการเรียนรู้จิตศาสตร์ของดีนส์มาใช้ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางจิตศาสตร์เพราะการเชื่อมโยงทางจิตศาสตร์เป็นทักษะและกระบวนการ ส่วนทฤษฎีการเรียนรู้จิตศาสตร์ของดีนส์ก็เน้นกระบวนการเรียนรู้เหมือนกัน

2. การนำทฤษฎีการเรียนรู้มาประยุกต์ใช้ในการเรียนการสอนจิตศาสตร์

การนำทฤษฎีการเรียนรู้ประยุกต์ใช้ในการเรียนการสอนจิตศาสตร์ ทำให้ผู้สอนมีแนวทางและหลักการที่จะนำทฤษฎีการเรียนรู้ไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 44 – 50) ดังนี้

1. การประยุกต์ใช้ทฤษฎีการเรียนรู้จิตศาสตร์ของดีนส์ในการเรียนการสอนจิตศาสตร์

1.1 ผู้สอนควรเริ่มต้นสอนด้วยอุปกรณ์หรือสิ่งของให้ผู้เรียนได้เล่น ได้จับต้องสำรวจแล้วตั้งปัญหาให้ผู้เรียนคิด นั่นคือการเรียนการสอนที่ตั้งอยู่บนรากฐานของการปฏิบัติจากวัตถุจริงแล้วค่อยก้าวไปสู่การใช้สัญลักษณ์

1.2 ผู้เรียนจะเป็นผู้คิดหาทางแก้ปัญหาเอง ผู้สอนมีหน้าที่จัดสิ่งแวดล้อมให้เหมาะสมและกระตุ้น ให้คำแนะนำหรือใช้คำถามนำให้ผู้เรียนเกิดการคิดแก้ปัญหา

2. การประยุกต์ใช้ทฤษฎีการเรียนรู้จิตศาสตร์ของธอร์นไดค์ในการเรียนการสอนจิตศาสตร์

- 2.1 ผู้สอนควรเปิดโอกาสและให้เวลาแก่ผู้เรียนในการลองผิดลองถูก เพื่อค้นหาความรู้ด้วยตนเอง
 - 2.2 ควรมีการสำรวจความพร้อมหรือสร้างความพร้อมแก่ผู้เรียนก่อนทำการสอนเสมอ
 - 2.3 เมื่อผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหา บทเรียนแล้ว ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ฝึกฝนการใช้ความรู้ที่น้อย ๆ และต่อเนื่อง
 - 2.4 การให้ผู้เรียนได้รับผลที่พึงพอใจเมื่อผู้เรียนเกิดการเรียนรู้เป็นสิ่งจำเป็นในการจัดการเรียนการสอน
3. การประยุกต์ใช้ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
 - 3.1 การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรสอนอย่างเป็นลำดับ โดยเริ่มจากการใช้วัตถุจริง แผนภาพ รูปภาพ จนถึงขั้นการใช้สัญลักษณ์
 - 3.2 การจัดการเรียนการสอนควรเน้นให้ผู้เรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเอง เนื่องจากเป็นกระบวนการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย
 - 3.3 ผู้สอนควรมีการวิเคราะห์และจัดโครงสร้างเนื้อหาสาระการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับพัฒนาการทางสมองที่สามารถไปถึงได้ของผู้เรียน
 4. การประยุกต์ใช้ทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
 - 4.1 ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ควรคำนึงพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียน และจัดประสบการณ์ให้สอดคล้องกับผู้เรียนอย่างเหมาะสมกับพัฒนาการนั้น ไม่ควรบังคับให้เด็กเรียนในสิ่งที่ยากเกินพัฒนาการตามวัยของตน เช่น ในการสอนเนื้อหาพีชคณิตที่เป็นนามธรรมควรสอนเมื่อผู้เรียนอายุ 11 – 12 ปี หรืออยู่ในชั้นที่ 4 ตามทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์
 - 4.2 ผู้เรียนสามารถเข้าใจและสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเองจากการกระทำตามธรรมชาติโดยใช้วัตถุเป็นสื่อ ดังนั้นในการสอนคณิตศาสตร์ควรใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรม เพื่อช่วยอธิบายสิ่งที่เป็นนามธรรม รวมทั้งผู้เรียนสามารถเข้าใจความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หลังจากที่เด็กสามารถเข้าใจสัญลักษณ์และเครื่องหมาย
 - 4.3 ผู้สอนควรเป็นผู้จัดสิ่งแวดล้อมในการเรียนรู้และเป็นผู้ชี้แนะผู้เรียนมากกว่าเป็นผู้บอกความรู้ และในการสอนผู้สอนควรเริ่มจากสิ่งที่ผู้สอนควรเริ่มจากสิ่งที่ผู้เรียนคุ้นเคยหรือมีประสบการณ์มาก่อน แล้วจึงเสนอสิ่งใหม่ที่มีความสัมพันธ์กับสิ่งเดิม เช่น การสอนเรื่อง ฟังก์ชัน ผู้สอนควรสอนโดยเชื่อมโยงกับเรื่องความสัมพันธ์ที่ผู้เรียนเรียนไปแล้ว

4.4 ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด พูด อภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และ ประเมินความคิดของตนเองและของผู้อื่นซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจตนเองและผู้อื่นได้ดีขึ้น รวมทั้ง ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนรับประสบการณ์และมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม เนื่องจากเป็น การส่งเสริมพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียน

5. การประยุกต์ใช้ทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทางสติปัญญาของของกานเยในการเรียน การสอนคณิตศาสตร์

5.1 ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจภายในในการเรียนด้วยวิธีการต่าง ๆ และ ควรบอกจุดประสงค์ของบทเรียน

5.2 ผู้สอนควรนำเสนอข้อมูลหรือเนื้อหาใหม่โดยสัมพันธ์กับความรู้พื้นฐานเดิมของ ผู้เรียน

5.3 ใช้รูปแบบการสอนที่หลากหลายสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์ของบทเรียน และพัฒนาการของผู้เรียน

5.4 จัดสถานการณ์ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและค้นพบความรู้ด้วยตนเองโดยวิธีการ ในหลาย ๆ ลักษณะ เช่น การชี้แนะ การใช้คำถามนำ เป็นต้น

5.5 มีการสนับสนุนและส่งเสริมให้ผู้เรียนนำความรู้ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ที่มี ความเกี่ยวข้องกันได้เหมาะสม

5.6 ตรวจสอบความก้าวหน้าและผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนด้วยวิธีการที่หลากหลาย เพื่อให้ได้ข้อมูลที่สอดคล้องกับสภาพจริง

จากการศึกษาหลักการการประยุกต์ใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของทฤษฎี การเรียนรู้ สำหรับงานวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยเลือกใช้หลักการการประยุกต์ใช้ในการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ของทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดินส์ ซึ่งเป็นหลักการที่เน้นการเรียนการสอนที่ตั้ง อยู่บนรากฐานของการปฏิบัติจากวัตถุประสงค์แล้วค่อยก้าวไปสู่การใช้สัญลักษณ์และเน้นให้ผู้เรียนจะ เป็นผู้คิดหาทางแก้ปัญหาเอง ส่วนผู้สอนมีหน้าที่จัดสิ่งแวดล้อมให้เหมาะสมและกระตุ้น ให้ คำแนะนำหรือใช้คำถามนำให้ผู้เรียนเกิดการคิดแก้ปัญหา

รูปแบบการจัดการเรียนรู้

1. รูปแบบการจัดการเรียนรู้

ในประเด็นรูปแบบการสอน ในที่นี้ ผู้วิจัยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้ศึกษา ประเด็นต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับรูปแบบการสอน ได้แก่ ความหมายของรูปแบบ การจัดหมวดหมู่ของ รูปแบบการสอน การพัฒนารูปแบบการสอน มีรายละเอียด ดังนี้

ความหมายของรูปแบบการสอน

Saylor, William and Arthur (1981, p. 271) ให้ความหมายของรูปแบบการสอนไว้ว่า รูปแบบการสอนหมายถึง แบบหรือแผนของการสอนที่มีการจัดกระทำพฤติกรรมขึ้นจำนวนหนึ่ง ซึ่งมีความแตกต่างกันเพื่อ จุดหมายหรือจุดเน้นเฉพาะเจาะจงอย่างใดอย่างหนึ่ง

Joyce, Weil and Calhoun (2004, p. 7) ให้ความหมายของรูปแบบการสอนไว้ว่ารูปแบบการสอน หมายถึง แผนหรือแบบที่สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน หรือเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนของครู ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้รับความรู้ ความคิด ทักษะ ค่านิยม วิธีการคิดและวิธีการแสดงออกในการเรียนรู้ของตนเองได้ง่ายและมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ทิสนา แคมมณี (2553, หน้า 477) กล่าวว่า รูปแบบการสอนหรือรูปแบบการเรียนการสอนคือแบบแผนการดำเนินการสอนที่ได้รับการจัดเป็นระบบอย่างสัมพันธ์สอดคล้องกับ ทฤษฎี/ หลักการการเรียนรู้หรือการสอนที่รูปแบบนั้นยึดถือและได้รับการพิสูจน์ ทดสอบว่ามี ประสิทธิภาพสามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดมุ่งหมายเฉพาะของรูปแบบนั้น ๆ โดยทั่วไปแบบแผนการดำเนินการสอนดังกล่าว มักประกอบด้วย ทฤษฎี/ หลักการที่รูปแบบนั้น ยึดถือ และกระบวนการสอนที่มีลักษณะเฉพาะอันจะนำผู้เรียน ไปสู่จุดมุ่งหมายเฉพาะที่รูปแบบนั้น กำหนด ซึ่งผู้สอนสามารถนำไปใช้เป็นแบบแผนหรือแบบอย่างในการจัดและดำเนินการสอนอื่น ๆ ที่มีจุดมุ่งหมายเฉพาะเช่นเดียวกันได้

จากความหมายของรูปแบบการสอน ที่กล่าวมาสรุปได้ว่า หมายถึง แผนหรือแบบ ที่สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน ที่ได้รับการจัดเป็นระบบสอดคล้องกับทฤษฎี หลักการ การสอนที่รูปแบบนั้นยึดถือ และได้รับการพิสูจน์ ทดสอบว่ามีประสิทธิภาพสามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดมุ่งหมายเฉพาะของรูปแบบนั้น ๆ

การจัดหมวดหมู่ของรูปแบบการสอน

การจัดหมวดหมู่ของรูปแบบการสอนของนักการศึกษาแต่ละคนมีความแตกต่างกัน ซึ่งมีรายละเอียด ดังต่อไปนี้

Saylor, Willian and Arthur. (1981, pp. 272 – 294) ได้จัดหมวดหมู่ของรูปแบบการสอนตามแบบของหลักสูตร 5 แบบ โดยพิจารณาความเกี่ยวข้องสอดคล้องของรูปแบบการสอนกับ หลักสูตรแต่ละประเภท รูปแบบการสอนตามแนวคิดนี้ จัดเป็น 5 หมวดหมู่ ได้แก่

1. หมวดหมู่ที่เหมาะสมสำหรับหลักสูตรที่เน้นเนื้อหาวิชา (Models associated with Subject matter/ Discipline) เช่น การบรรยาย การอภิปราย การถามคำถาม เป็นต้น
2. หมวดหมู่ที่เหมาะสมสำหรับหลักสูตรที่เน้นสมรรถภาพ (Models associated with pecific computer/ Technology) เช่น การทำแบบฝึกหัด การทบทวน และบทเรียนโปรแกรม เป็นต้น

3. หมวดหมู่ที่เหมาะสมสำหรับหลักสูตรที่เน้นคุณลักษณะ (Models associated with human traits/ Processes) เช่น การค้นคว้าเป็นกลุ่ม การเรียนแบบสืบสวนสอบสวน เป็นต้น

4. หมวดหมู่ที่เหมาะสมสำหรับหลักสูตรที่เน้นกิจกรรมและปัญหาสังคม (Models associated with social functions/ Activities) เช่น การร่วมกิจกรรมกับชุมชน

5. หมวดหมู่ที่เหมาะสมสำหรับหลักสูตรที่เน้นความต้องการและความสนใจของผู้เรียน (Models associated with interests and needs/ Activities) เช่น การเรียนแบบเอกเทศ หรือ การเรียนด้วยตนเอง

Joyce, Weil and Calhoun (2004, pp. 24 – 34) ได้เสนอการจัดหมวดหมู่ของรูปแบบการสอนไว้เป็น 4 หมวด ได้แก่

1. หมวดหมู่ที่เน้นการประมวลผลข้อมูล (The information processing family) รูปแบบการสอนในหมวดนี้ เน้นการค้นหาและประมวลผลข้อมูล ให้รู้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหา และให้ผู้เรียนได้พัฒนาความคิดและสร้างมโนทัศน์ รูปแบบการสอนในหมวดนี้บางรูปแบบเน้นให้ผู้เรียนสร้างมโนทัศน์และทดสอบสมมติฐาน บางรูปแบบมุ่งที่การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ บางรูปแบบมุ่งส่งเสริมความสามารถทางสติปัญญา โดยทั่วไป ตัวอย่างของรูปแบบการสอนในหมวดนี้ เช่น รูปแบบพินิจหมวดหมู่ (Inductive thinking) ของ ทาบ (Taba) รูปแบบเพาะมโนทัศน์ (Concept attainment) ของ บรูเนอร์ (Bruner) เป็นรูปแบบการสอนที่มุ่งให้ผู้เรียนสร้างมโนทัศน์ทางความคิด รูปแบบสร้างสรรค์ความคิด (Synectics) ของ การ์ดดอน (Gordon) เป็นรูปแบบการสอนที่มุ่งให้ผู้เรียนเกิดและมีความคิดสร้างสรรค์ในสิ่งที่เรียนรู้ รูปแบบการสอนจำ (Mnemonics) ของ เพรสเลย์ (Pressley) เลวิน (Levin) และ แอนเดอร์สัน (Anderson) จะเป็นรูปแบบการสอนที่เน้นยุทธวิธีในการจำข้อมูลต่าง ๆ เป็นต้น

2. หมวดหมู่ที่เน้นปฏิสัมพันธ์ทางสังคม (The social family) รูปแบบการสอนในหมวดนี้มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้มีความสัมพันธ์อันดีกับบุคคลอื่น และยอมรับความแตกต่างระหว่างบุคคล เน้นการใช้กระบวนการประนีประนอมในการแก้ปัญหา เน้นการมีส่วนร่วมกับผู้อื่น โดยใช้หลักการและวิถีประชาธิปไตย ตัวอย่างของรูปแบบการสอนในหมวดนี้ เช่น รูปแบบร่วมรู้สืบเสาะ (Group investigation) ของ ดิวอี้ (Dewey) และ ทาเร็น (Thelen) รูปแบบการตัดสินใจอย่างชาญฉลาด (Jurisprudential inquiry) ของ โอลิวอร์ (Oliver) และ เชฟเวอร์ (Shaver) เป็นต้น

3. หมวดหมู่ที่เน้นตัวบุคคล (The personal family) รูปแบบการสอนในหมวดนี้มุ่งพัฒนาตัวบุคคล พัฒนาทัศนคติและค่านิยมที่ดีงาม เพื่อให้บุคคลมีความเข้าใจในตนเองดีขึ้น

มีความรับผิดชอบต่อการกระทำของตนเอง มีความสามารถสร้างสรรค์เพื่อยกระดับคุณภาพชีวิตให้สูงขึ้น ตัวอย่างของรูปแบบการสอนในหมวดนี้ เช่น รูปแบบการสอนโดยอ้อม (Nondirective Teaching) ของ โรเจอร์ส (Rogers) เป็นต้น

4. หมวดหมู่ที่เน้นการปรับพฤติกรรม (The behavioral systems family) รูปแบบการสอนในหมวดนี้มุ่งพัฒนาพฤติกรรมของผู้เรียนและทักษะในการปฏิบัติ ทฤษฎีพื้นฐานที่รองรับรูปแบบการสอนในกลุ่มนี้ ได้แก่ ทฤษฎีการเรียนรู้ทางสังคม (Social learning theory) ซึ่งเป็นที่รู้จักกันในนามของการปรับพฤติกรรม (Behavior modification) การบำบัดพฤติกรรม (Behavior therapy) การกำหนดงานและแจ้งผลความก้าวหน้าให้ผู้เรียนทราบอย่างชัดเจน ตัวอย่างรูปแบบการสอนในหมวดนี้ เช่น รูปแบบการเรียนรู้แบบรอบรู้ (Mastery learning) ของ บลูม (Bloom) และ บล็อก (Block) รูปแบบการสอนโดยตรง (Direct instruction) ของ กูด (Good) โบรฟี (Brophy) และคณะ เป็นต้น

ทิสนา แจมมณี (2553, หน้า 224 – 271) ได้ประมวลรูปแบบการสอนต่าง ๆ ที่ได้รับการยอมรับว่ามีประสิทธิภาพ และนำมาจัดแบ่งได้เป็น 5 หมวด ดังนี้

1. หมวดหมู่ที่เน้นการพัฒนาด้านพุทธิพิสัย (Cognitive domain) ซึ่งเป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่มุ่งช่วยให้ผู้เรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระต่าง ๆ ที่อาจอยู่ในรูปของข้อมูล ข้อเท็จจริง มโนทัศน์ หรือความคิดรวบยอด ตัวอย่างรูปแบบการเรียนการสอนในหมวดนี้ เช่น รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ (Concept attainment model) รูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดของกานเย (Gagne's instructional model) รูปแบบการเรียนการสอนโดยการนำเสนอ มโนทัศน์กว้างล่วงหน้า (Advance organizer model) รูปแบบการเรียนการสอนเน้นความจำ (Memory model) และรูปแบบการเรียนการสอนโดยใช้ผังกราฟิก (Graphic organizer instructional model)

2. หมวดหมู่ที่เน้นการพัฒนาด้านจิตพิสัย (Affective domain) เป็นรูปแบบที่มุ่งช่วยพัฒนาผู้เรียนให้เกิดความรู้สึก เจตคติ ค่านิยม คุณธรรม และจริยธรรมที่พึงประสงค์ ตัวอย่างรูปแบบการเรียนการสอนในหมวดนี้ เช่น รูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการพัฒนาจิตพิสัยของ แครทวอล บลูม และมาเซีย (Instructional model based on affective domain by krathwohl, Bloom ang Masia) รูปแบบการเรียนการสอนโดยการชกค้ำ (Jurisprudential model) และรูปแบบการเรียนการสอนโดยใช้บทบาทสมมติ (Role playing model) เป็นต้น

3. หมวดหมู่ที่เน้นการพัฒนาด้านทักษะพิสัย (Psycho – Motor domain) เป็นรูปแบบที่มุ่งช่วยพัฒนาความสามารถของผู้เรียนในด้านการปฏิบัติ การกระทำ หรือการแสดงออกต่าง ๆ ตัวอย่างรูปแบบการเรียนการสอนในหมวดนี้ เช่น รูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการพัฒนา

ทักษะปฏิบัติของซิมป์สัน (Instructional model on simpson's processes for psych –Motor skill development) รูปแบบการเรียนการสอนทักษะปฏิบัติตามองค์ประกอบของทักษะ (Instructional model for psychomotor domain based on skill components) และ รูปแบบการเรียนการสอนทักษะปฏิบัติของเดฟ (Dave's instructional model for psychomotor domain) เป็นต้น

4. หมวดหมู่ที่เน้นการพัฒนาทักษะกระบวนการ (Process skills) เป็นรูปแบบที่มุ่งเน้นการพัฒนาทักษะที่เกี่ยวข้องกับวิธีดำเนินการต่าง ๆ ซึ่งอาจเป็นกระบวนการทางสติปัญญา เช่น กระบวนการสืบสอบแสวงหาความรู้ หรือกระบวนการคิดต่าง ๆ กระบวนการทางสังคม เช่น กระบวนการทำงานร่วมกัน เป็นต้น รูปแบบการเรียนการสอนในหมวดนี้มีอยู่หลายรูปแบบ เช่น รูปแบบการเรียนการสอนกระบวนการสืบสอบและแสวงหาความรู้เป็นกลุ่ม (Group investigation instructional model) รูปแบบการเรียนการสอนกระบวนการคิดอุปนัย (Inductive thinking instructional model) รูปแบบการเรียนการสอนกระบวนการคิดสร้างสรรค์ (Synectics instructional model) และรูปแบบการเรียนการสอนกระบวนการแก้ปัญหาอนาคตตามแนวคิดของ ทอร์เรนซ์ (Torrance's future problem solving instructional model) เป็นต้น

5. หมวดหมู่ที่เน้นบูรณาการ (Integration) เป็นรูปแบบที่เน้นการพัฒนาการเรียนรู้ด้านต่าง ๆ ของผู้เรียนไปพร้อม ๆ กัน โดยใช้การบูรณาการทั้งด้านเนื้อหาสาระและวิธีการ ตัวอย่างรูปแบบการเรียนการสอนในหมวดนี้ เช่น รูปแบบการเรียนการสอนทางตรง (Direct instructional model) รูปแบบการเรียนการสอนโดยการสร้างเรื่อง (Storyline model) รูปแบบการเรียนการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 Mat และรูปแบบการเรียนการสอนของการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Instructional models of cooperative learning) เป็นต้น

จากข้อมูลการจัดหมวดหมู่ของรูปแบบการเรียนการสอน สรุปได้ว่า การจัดหมวดหมู่ของรูปแบบการเรียนการสอนนั้น นักการศึกษาแต่ละคนต่างก็ยึดวัตถุประสงค์เฉพาะในการพัฒนาผู้เรียนเป็นหลัก ส่วนความแตกต่างในการจัดเข้าเป็นหมวดหมู่นั้นขึ้นอยู่กับความละเอียดในการแจกแจงวัตถุประสงค์ของรูปแบบแต่ละหมวด ฉะนั้น ในการพัฒนารูปแบบนั้นต้องให้ความสำคัญกับวัตถุประสงค์เฉพาะในการพัฒนาผู้เรียนเป็นอย่างมาก ไม่เช่นนั้น รูปแบบการสอนที่พัฒนาขึ้นมานั้นอาจไม่เหมาะสำหรับการนำไปใช้จริงหรืออาจทำให้รูปแบบที่พัฒนาขึ้นมานั้นขาดประสิทธิภาพ

2. การพัฒนารูปแบบการสอน

การพัฒนารูปแบบการสอน

การพัฒนารูปแบบการสอนมีนักการศึกษาหลายท่านได้นำเสนอไว้ ดังนี้

การพัฒนารูปแบบการสอนของ จอยส์ วิล และแคลเฮน (Joyce, Weil & Calhoun, 2004, p. 23) มีสาระสำคัญสรุป ได้ดังนี้

1. รูปแบบการสอน ควรต้องมีทฤษฎีรองรับ เช่น ทฤษฎีด้านจิตวิทยาการเรียนรู้
2. เมื่อพัฒนารูปแบบการสอนแล้ว ก่อนนำไปใช้อย่างแพร่หลายต้องมีการวิจัยเพื่อทดสอบทฤษฎี และตรวจสอบคุณภาพในเชิงการใช้ในสถานการณ์จริงและนำข้อค้นพบมาปรับปรุงแก้ไขอยู่เรื่อย ๆ การเสนอรูปแบบการสอนแต่ละรูปแบบของจอยส์ เวลและกาลฮูน ได้มีการนำไปทดลองใช้ในห้องเรียน มีงานวิจัยรองรับมากมายจนเป็นหลักประกันได้ว่าสามารถใช้ได้สะดวก และได้ผลดี

3. การพัฒนารูปแบบการสอน อาจะออกแบบใช้ได้กว้างขวาง หรือเพื่อวัตถุประสงค์เฉพาะเจาะจงอย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้

4. การพัฒนารูปแบบการสอน จะมีจุดมุ่งหมายหลักที่ถือเป็นตัวตั้ง ในการพิจารณาเลือกรูปแบบไปใช้ กล่าวคือ ถ้าผู้ใช้นำรูปแบบการสอนไปใช้ตรงกับจุดมุ่งหมายหลักจะทำให้เกิดผลสูงสุด แต่ก็สามารถนำรูปแบบนั้นไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่นได้ ถ้าพิจารณาเห็นว่าเหมาะสมแต่ก็อาจทำให้ได้ผลสำเร็จลดน้อยลงไป

การพัฒนารูปแบบการสอนของ ทิศนา ขัมมณี (2553, หน้า 201 – 204) ได้ใช้แนวคิดของการจัดระบบซึ่งสามารถสรุปได้ ดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายการพัฒนารูปแบบการสอนให้ชัดเจน
2. ศึกษาหลักการ/ ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดองค์ประกอบและเห็นแนวทางในการจัดความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่าง ๆ ของรูปแบบการสอน
3. ศึกษาสภาพการณ์และปัญหาที่เกี่ยวข้องเพื่อช่วยในการค้นหาองค์ประกอบที่สำคัญที่จะช่วยให้รูปแบบมีประสิทธิภาพเมื่อนำไปใช้จริง ปัญหาและอุปสรรคต่าง ๆ เป็นสิ่งที่ต้องนำมาพิจารณาในการจัดองค์ประกอบต่าง ๆ และจัดความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่าง ๆ และจัดความสัมพันธ์ขององค์ประกอบทั้งหลาย การนำข้อมูลจากความเป็นจริงมาใช้ในการสร้างรูปแบบจะช่วยขจัด หรือป้องกันปัญหาซึ่งจะทำให้รูปแบบนั้นขาดประสิทธิภาพ
4. กำหนดองค์ประกอบของรูปแบบ ได้แก่ การพิจารณาว่ามีอะไรบ้างที่สามารถช่วยให้เป้าหมายหรือจุดมุ่งหมายบรรลุผลสำเร็จ ในขั้นตอนนี้อาศัยประสบการณ์ ความคิดสร้างสรรค์และความละเอียดรอบคอบ จึงจะสามารถกำหนดองค์ประกอบที่จะเอื้อให้รูปแบบนั้นประสบความสำเร็จได้
5. นำองค์ประกอบต่าง ๆ มาจัดเป็นหมวดหมู่เพื่อความสะดวกในการคิดและดำเนินการในขั้นต่อไป

6. จัดความสัมพันธ์ขององค์ประกอบ โดยพิจารณาว่าองค์ประกอบใดเป็นเหตุและเป็นผลขึ้นต่อกันในลักษณะใด สิ่งใดควรมาก่อนมาหลัง สิ่งใดสามารถดำเนินการก่อนนานไปได้ ขั้นนี้เป็นขั้นที่อาจใช้เวลาในการพิจารณามาก

7. สร้างความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่าง ๆ โดยแสดงให้เห็นถึงผังจำลองขององค์ประกอบต่าง ๆ

8. ทดลองใช้รูปแบบเพื่อศึกษาผลที่เกิดขึ้น

9. ประเมินผล โดยการศึกษาผลที่เกิดขึ้นจากการทดลองใช้รูปแบบว่าได้ผลตามเป้าหมายหรือไม่ใกล้เคียงกับเป้าหมายมากน้อยเพียงใด

10. ปรับปรุงรูปแบบ โดยนำผลการทดลองมาปรับปรุงแบบให้ดียิ่งขึ้น

รูปแบบทั่วไปของการออกแบบและพัฒนาการเรียนการสอน (Generic model) หรือเรียกทับศัพท์ว่า ADDIE Model ของ เซค (Clark, 2003, p. 12 อ้างถึงใน วิจิต สุรัตน์เรืองชัย, 2549, หน้า 173 - 174) ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

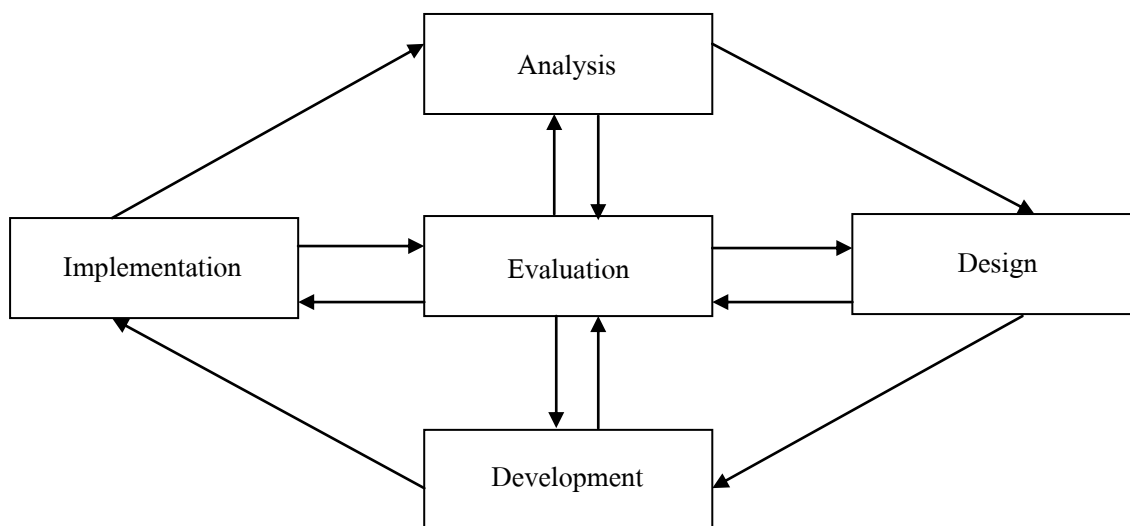
ขั้นตอนที่ 1 การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นขั้นตอนของการวิเคราะห์และประเมินความต้องการจำเป็น (Needs assessment) ประกอบด้วย การวิเคราะห์การเรียนการสอน การวิเคราะห์ผู้เรียน การวิเคราะห์ภาระงาน และการประเมินความต้องการจำเป็นเพื่อให้ทราบว่า มีปัญหาอะไรบ้างที่เป็นความจำเป็นที่แท้จริงต้องปรับปรุงแก้ไข ผลจากการวิเคราะห์และประเมินความต้องการจำเป็นจะนำไปสู่การกำหนดเป้าหมายของการพัฒนา

ขั้นตอนที่ 2 การออกแบบ (Design) เป็นขั้นตอนการออกแบบการเรียนการสอนเพื่อการบรรลุเป้าหมาย ประกอบด้วย การกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ คำอธิบายและภาระงาน สื่อและวิธีการจัดการเรียนการสอน เครื่องมือวัดการปฏิบัติ

ขั้นตอนที่ 3 การพัฒนา (Development) เป็นขั้นตอนการดำเนินการพัฒนาแผนการจัดการเรียนการสอนและผลิตภัณฑ์ทางการศึกษาที่จำเป็นต้องใช้ตลอดจนเครื่องมือวัดและประเมินผลตามรายละเอียดที่ออกแบบไว้ จากนั้นนำสิ่งที่พัฒนาขึ้นไปตรวจสอบคุณภาพเบื้องต้นด้วยการให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ ทดลองใช้กับกลุ่ม ตัวอย่างแบบตัวต่อตัว ทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก ทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ และดำเนินการปรับปรุงแก้ไขจนได้แผนการเรียนการสอนและผลิตภัณฑ์ทางการศึกษารวมทั้งเครื่องมือวัดการปฏิบัติที่มีคุณภาพ พร้อมทั้งจะนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 4 การนำไปใช้ (Implementation) เป็นขั้นตอนของการนำผลิตภัณฑ์ที่พัฒนาขึ้นไปใช้ ภาคสนามกับกลุ่มเป้าหมายที่แท้จริง

ขั้นตอนที่ 5 การประเมินผล (Evaluation) เป็นขั้นตอนของการประเมินความก้าวหน้า และประสิทธิผลของการใช้ผลิตภัณฑ์ หากผลที่ได้ไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดต้องมีการปรับปรุงแก้ไขและดำเนินการทดลองใช้ใหม่จนกระทั่งได้ผลเป็นที่น่าพึงพอใจ แสดงได้ ดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 รูปแบบทั่วไปของการออกแบบและพัฒนาการเรียนการสอน (Generic model)

จากข้อมูลเกี่ยวกับการพัฒนาการเรียนการสอนดังกล่าวแสดงให้เห็นว่า การพัฒนารูปแบบนั้นต้องมี จุดมุ่งหมายที่ชัดเจน มีทฤษฎีรองรับ ที่สำคัญคือ ต้องผ่านกระบวนการพัฒนา และการทดลองใช้อย่างเป็นระบบ สำหรับงานงานวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยเลือกใช้วิธีการพัฒนารูปแบบ การจัดการเรียนรู้ตามแนวการพัฒนาการเรียนการสอนของ ADDIE Model ซึ่งเป็นแนวพัฒนารูปแบบการสอนที่มีขั้นตอนชัดเจน เป็นระบบสามารถนำไปสู่การปฏิบัติจริงได้ โดยมี 5 ขั้นตอน ดังนี้

- ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน (Analysis)
- ขั้นตอนที่ 2 ออกแบบรูปแบบการจัดการเรียนรู้ (Design)
- ขั้นตอนที่ 3 พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ (Development)
- ขั้นตอนที่ 4 การทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ (Implementation)
- ขั้นตอนที่ 5 การประเมินผลการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ (Evaluation)

การวิจัยและพัฒนาทางการศึกษา

การวิจัยและพัฒนา (Research & Development) เรียกย่อ ๆ ว่า R & D เป็นการวิจัยเชิงประเมิน (Evaluation research) ประเภทหนึ่งที่มีการใช้มานานทั้งในวงการอุตสาหกรรม การเกษตร และวงการอื่น ๆ ของสหรัฐอเมริกา มีการใช้การวิจัยเพื่อช่วยเพิ่มประสิทธิภาพการทำงานให้สูงขึ้น การวิจัยและพัฒนาเป็นเสมือนสะพานเชื่อมโยงระหว่างความรู้ทางวิทยาศาสตร์ที่ได้จากการวิจัยในมหาวิทยาลัยไปสู่โรงงานอุตสาหกรรม ท้องนา และชุมชน การวิจัยและพัฒนาทางการศึกษา (Education Research & Development) ก็มีบทบาทเช่นเดียวกัน คือศึกษาความรู้เทคโนโลยีใหม่ ๆ เพื่อใช้พัฒนาคุณภาพการศึกษา เป็นการช่วยนักการศึกษาและผู้บริหารให้สามารถนำความรู้สู่การปฏิบัติในโรงเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ (วิชิต สุรัตน์เรืองชัย, 2549, หน้า 167)

1. ความหมายของการวิจัยและพัฒนาทางการศึกษา

จากการศึกษาความหมายของการวิจัยและพัฒนาทางการศึกษา มีนักการศึกษาหลายท่านได้นำเสนอไว้ ดังนี้

รัตนะ บัวสนธิ์ (2552, หน้า 13) ได้กล่าวไว้ว่า การวิจัยและพัฒนาตรงคำว่า “Research and development” ซึ่งนิยมเรียกย่อ ๆ ว่า R and D หมายถึง การพัฒนานวัตกรรม (หรือบางทีก็เรียกว่าผลิตภัณฑ์) โดยใช้กระบวนการวิจัยเป็นเครื่องมือดำเนินการในแต่ละขั้นตอนทางการพัฒนา ทั้งนี้เป้าหมายของการวิจัยและพัฒนา คือ การได้นวัตกรรมที่เป็นต้นแบบสามารถนำไปใช้หรือแก้ปัญหาได้จริง

วิชิต สุรัตน์เรืองชัย (2549, หน้า 168) ได้กล่าวไว้ว่า การวิจัยและพัฒนาการศึกษา หมายถึง กระบวนการเพื่อการค้นพบ การพัฒนา และการยืนยันว่าข้อค้นพบและวิธีปฏิบัติใหม่ ๆ นั้นสามารถนำไปใช้ความต้องการของผู้ปฏิบัติการสอน เช่น ต้องการปรับปรุงการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของนักเรียน ต้องการป้องกันปัญหาการออกกลางคันของนักเรียน หรือต้องการสร้างความสัมพันธ์อันดีระหว่างบ้านกับโรงเรียน

วรฉนิ โสมประยูร (2546, หน้า 12) ได้กล่าวไว้ว่า การวิจัยและพัฒนา หรือ R & D หมายถึง วิจัยที่นำองค์ความรู้เดิมจากผลการวิจัยประเภทต่าง ๆ หรือนำสิ่งประดิษฐ์ที่มีอยู่แล้วไปจัดกระทำต่อเป็นระบบอย่างต่อเนื่องทั้งในกระบวนการวิจัยและกระบวนการพัฒนาที่เชื่อมโยงเข้าด้วยกันเป็นชุดโครงการวิจัยที่มีหลายโครงการวิจัยอย่างสมบูรณ์ เพื่อเป็นการต่อยอดของเดิมให้เพิ่มผลผลิตที่มีคุณค่าสูงเด่นชัดเจนแน่นอน อันเป็นที่เชื่อถือ หรือยอมรับทางวิชาการและเป็นประโยชน์ต่อผู้ที่ให้นำผลการวิจัยไปใช้ในสังคมได้อย่างแท้จริง

จากความหมายของการวิจัยและพัฒนา หรือ R & D ที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การวิจัยและพัฒนา หมายถึง การพัฒนานวัตกรรม โดยใช้กระบวนการวิจัยเป็นเครื่องมือดำเนินการในแต่ละขั้นตอนทางการพัฒนา เพื่อการค้นพบ การพัฒนา และการยืนยันว่าข้อค้นพบและวิธีปฏิบัติใหม่ ๆ นั้นสามารถนำไปใช้ความต้องการของผู้ปฏิบัติการสอน ซึ่งในการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยใช้รูปแบบการวิจัยและพัฒนา (Research and development) ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

2. กระบวนการวิจัยและพัฒนาทางการศึกษา

เนื่องจากการวิจัยและพัฒนาเป็นกระบวนการนาระเบียบวิธีวิจัยไปใช้พัฒนาผลิตภัณฑ์หรือนวัตกรรม ทางการศึกษาเพื่อนำผลิตภัณฑ์หรือนวัตกรรมทางการศึกษานั้นไปใช้ประโยชน์ในทางการศึกษา เป็นการทำงานร่วมกันระหว่างวิธีการวิจัยกับวิธีการพัฒนา ดังนั้น กระบวนการวิจัยและพัฒนาที่นักวิจัยและนักการศึกษากำหนดขึ้นจึงอาจมีรูปแบบ (Models) ที่แตกต่างกันบ้าง แต่รูปแบบการวิจัยและพัฒนาทางการศึกษาที่มีการนำไปใช้ อย่างกว้างขวางรูปแบบหนึ่ง (วิชิต สุรัตน์เรืองชัย, 2549, หน้า 171) ได้แก่

รูปแบบเชิงระบบ (Systems approach model) ที่ออกแบบโดย ดิกค์ และแคเรย์ (Dick & Carey) (Gall, Borg & Gall, 1996 อ้างถึงใน วิชิต สุรัตน์เรืองชัย, 2549, หน้า 171 – 172) เป็นรูปแบบที่ใช้สำหรับวิจัยและพัฒนาโปรแกรมการเรียนการสอนประกอบไปด้วย 10 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดเป้าหมายของการเรียนการสอน (Identify instructional goals) เป็นขั้นตอนของการนิยามเป้าหมายของโปรแกรมการเรียนการสอน วิธีการที่จะช่วยให้นิยามเป้าหมายของโปรแกรมการเรียนการสอนได้อย่างชัดเจนและเหมาะสมทำได้โดยการประเมินความต้องการจำเป็น (Needs assessment) ซึ่งจะช่วยให้ได้ข้อมูลเกี่ยวกับปัญหาและอุปสรรคในการจัดการเรียนการสอนที่แท้จริงรวมทั้งความต้องการของผู้เรียน ซึ่งจะนำไปสู่การกำหนดเป้าหมายของโปรแกรมการเรียนการสอนที่ต้องการพัฒนาได้อย่างเหมาะสม

ขั้นตอนที่ 2 ดำเนินการวิเคราะห์การเรียนการสอน (Conduct instructional goals) เป็นขั้นตอนของการวิเคราะห์การเรียนการสอนเพื่อให้ได้ข้อมูลเกี่ยวกับขั้นตอนการปฏิบัติการสอนและภารกิจการเรียนรู้ของผู้เรียนในระบบการเรียนการสอน

ขั้นตอนที่ 3 กำหนดพฤติกรรมก่อนเรียนและคุณลักษณะที่พึงประสงค์ (Identify entry behaviors, characteristics) เป็นขั้นตอนของการนำข้อมูลจากการวิเคราะห์การเรียนการสอนมา กำหนดเป็นพฤติกรรมทักษะและคุณลักษณะอื่น ๆ ที่จะนำไปสู่การบรรลุเป้าหมายของการเรียนการสอน ขั้นตอนนี้มักจะดำเนินการไปพร้อม ๆ กับขั้นตอนที่ 2 เนื่องจากเกี่ยวข้องและต่อเนื่องกัน

ขั้นตอนที่ 4 เขียนวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม (Write performance objectives) เป็นขั้นตอนของการแปลงเป้าหมายเชิงพฤติกรรมที่ชัดเจน วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมจะเป็นตัวกำหนดวิธีการเรียนการสอนที่เหมาะสมกับผู้เรียนระดับต่าง ๆ เป็นพื้นฐานในการวางแผนสร้างแบบทดสอบ สร้างสื่อการเรียนการสอนและระบบการเรียนการสอน

ขั้นตอนที่ 5 พัฒนาข้อทดสอบอิงเกณฑ์ (Develop criterion – referenced test item) ข้อทดสอบที่พัฒนาขึ้นสามารถใช้สำหรับวินิจฉัยเพื่อจัดกลุ่มผู้เรียน ใช้ตรวจสอบความก้าวหน้าของผู้เรียนและใช้สำหรับประเมินประสิทธิผลของโปรแกรมการเรียนการสอน

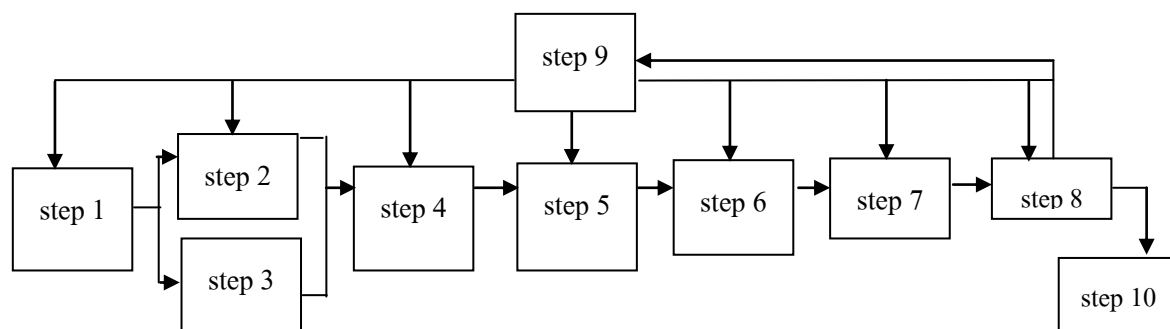
ขั้นตอนที่ 6 พัฒนายุทธศาสตร์การเรียนการสอน (Develop instructional strategy) เป็นขั้นตอนของการกำหนดยุทธศาสตร์หรือแนวทางการเรียนการสอนเพื่อช่วยให้ผู้เรียนบรรลุวัตถุประสงค์การเรียนการสอน

ขั้นตอนที่ 7 พัฒนาและเลือกสื่อการเรียนการสอน (Develop and select instructional materials) เป็นขั้นตอนการพัฒนาสื่อการเรียนการสอนซึ่งอาจจะรวมถึงสื่อสิ่งพิมพ์ เช่น แบบเรียน คู่มือการฝึกอบรมหรือสื่ออื่น ๆ เช่น เทปบันทึกเสียง เทปบันทึกภาพ คู่มือครู แผนการสอน

ขั้นตอนที่ 8 ออกแบบและดำเนินการประเมินเพื่อปรับปรุง (Design and conducts formative evaluation) เป็นขั้นตอนการประเมินระหว่างดำเนินการเรียนการสอนตลอดโปรแกรม เพื่อนำข้อมูลไปใช้ตัดสินใจปรับปรุงการเรียนการสอนในขั้นที่ 9 การประเมินในขั้นนี้มักจะดำเนินการโดยเจ้าของโปรแกรมการเรียนการสอนซึ่งใกล้ชิดกับการดำเนิน โปรแกรมตลอดเวลา

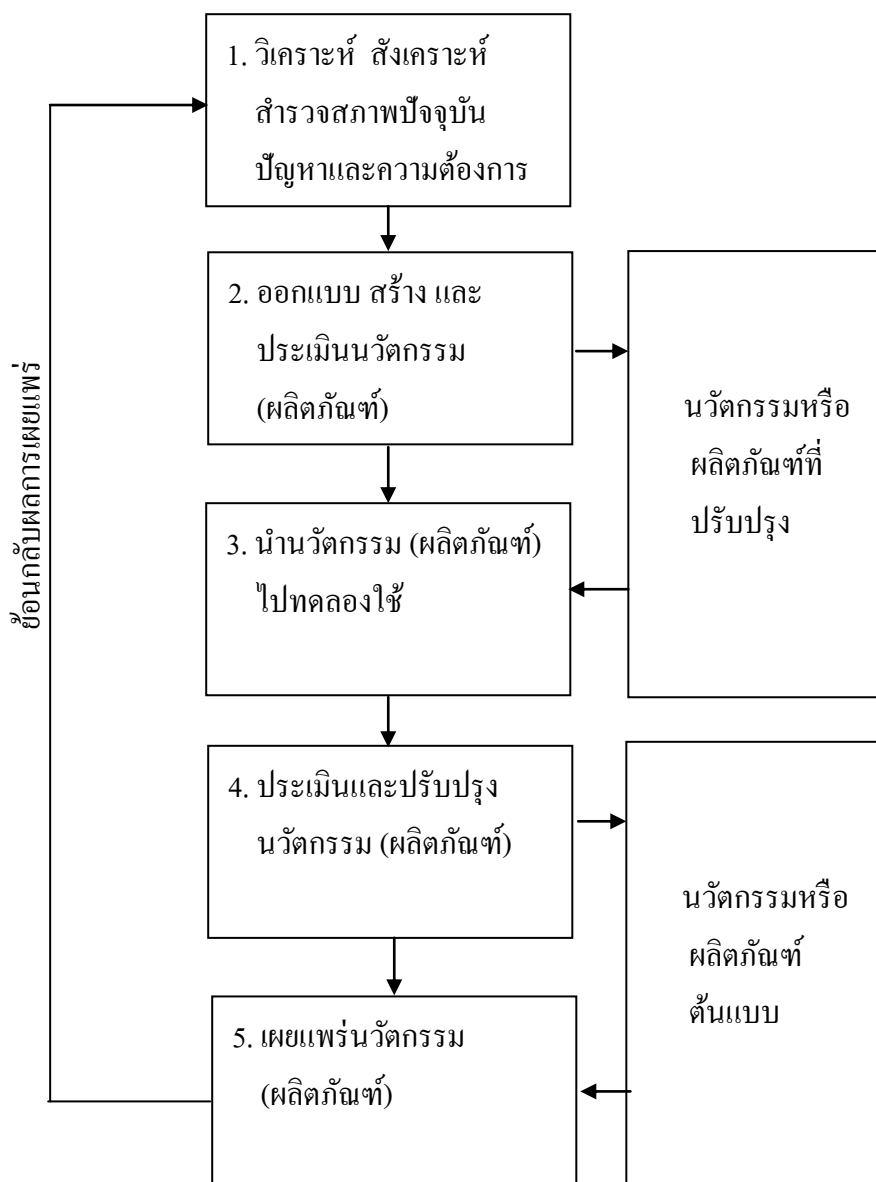
ขั้นตอนที่ 9 ปรับปรุงการเรียนการสอน (Revise instructional) เป็นขั้นตอนของการนำผลการประเมินระหว่างดำเนินการมาใช้ปรับปรุงการเรียนการสอน โดยอาจพิจารณาปรับปรุงได้ตั้งแต่ขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ 7 แล้วแต่ผลการประเมินว่าจะต้องปรับปรุงในขั้นตอนใด อาจเป็นการปรับปรุงเป้าหมายการเรียนการสอน การวิเคราะห์การเรียนการสอน พฤติกรรมที่ต้องการ วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม แบบทดสอบ ยุทธศาสตร์การเรียนการสอน และสื่อการเรียนการสอน

ขั้นตอนที่ 10 ออกแบบและดำเนินการประเมินสรุปผล (Design and conduct summative evaluation) เป็นขั้นตอนการประเมินเมื่อจบการเรียนการสอนตามโปรแกรมแล้ว เพื่อตัดสินคุณค่าของโปรแกรมการเรียนการสอนโดยอาจเปรียบเทียบกับโปรแกรมอื่น ๆ ที่คล้ายคลึงกัน การประเมินเพื่อสรุปผลนี้ควรดำเนินการโดยผู้ประเมินที่ไม่ใช่เจ้าของโปรแกรมการเรียนการสอน แสดงได้ดังภาพที่ 3



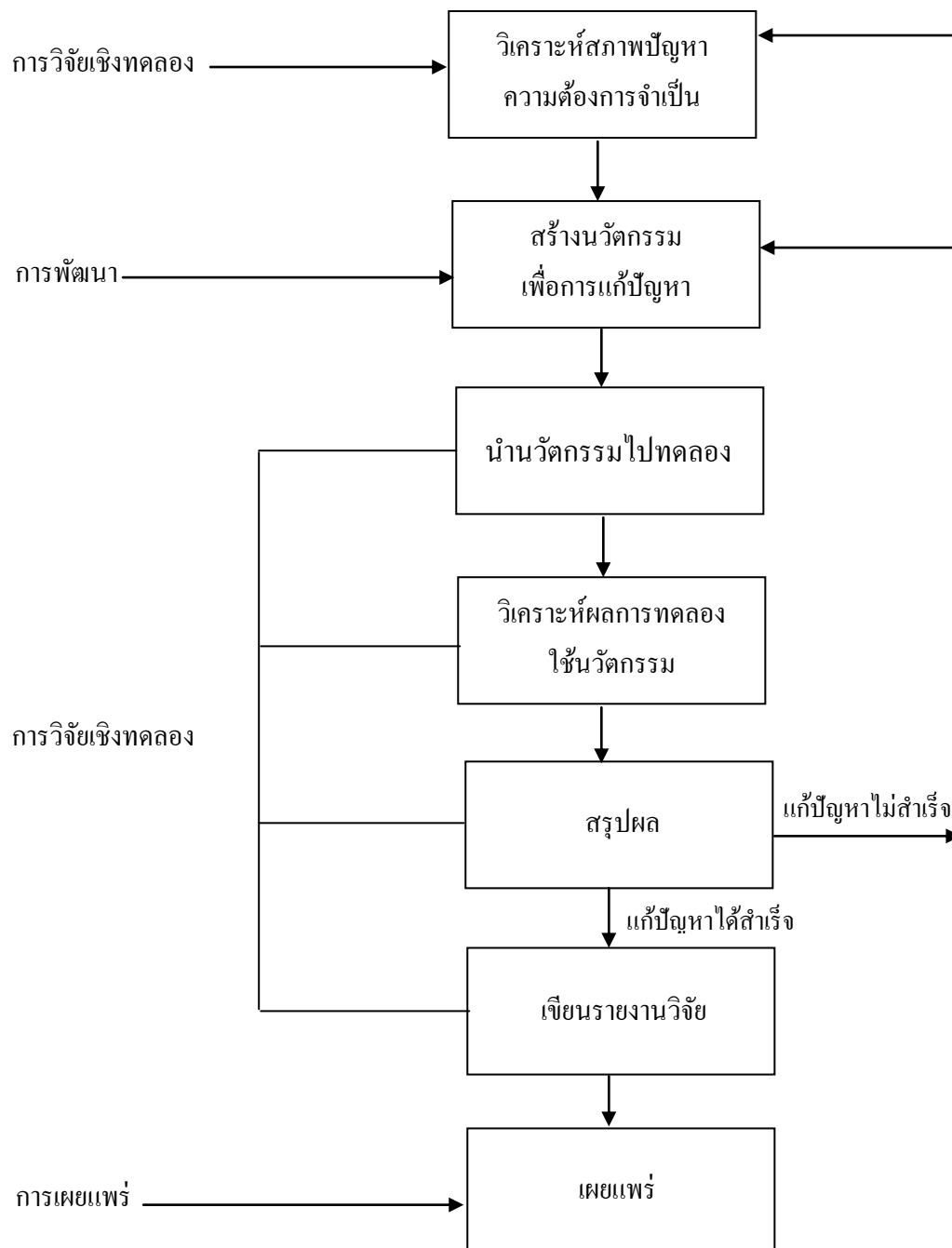
ภาพที่ 3 รูปแบบการวิจัยและพัฒนาการเรียนการสอนของ ดิกค์ (Dick) และแคเรย์ (Carey)

รัตนะ บัวสนธ์ (2552, หน้า 13) ได้กล่าวถึง การวิจัยและพัฒนาเป็นกระบวนการดำเนินงานที่มีขั้นตอนต่อเนื่องกันตามลำดับ กล่าวคือ ผลที่ได้จากการดำเนินงานในแต่ละขั้นตอน จะได้รับการนำไปใช้สำหรับดำเนินงานในขั้นตอนต่อ ๆ ไปทั้งนี้จะไม่แยกกันโดยเด็ดขาด แต่จะมีความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน โดยทั่วไปแล้วการวิจัยและพัฒนาจะประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอนที่ 1 การวิเคราะห์ สังเคราะห์ สำนวณสภาพปัจจุบัน ปัญหาและความต้องการ ขั้นตอนที่ 2 การออกแบบการสร้างและประเมินนวัตกรรม ขั้นตอนที่ 3 การนำนวัตกรรมไปทดลองใช้ ขั้นตอนที่ 4 การประเมินและปรับปรุงนวัตกรรม ขั้นตอนที่ 5 การเผยแพร่วัตกรรม ความสัมพันธ์ของขั้นตอนทั้ง 5 ของการวิจัยและพัฒนา แสดงได้ดังภาพที่ 4



ภาพที่ 4 ขั้นตอนของการวิจัยและพัฒนา

ธนศ ขำเกิด (2540, หน้า 158) ได้กล่าวถึง กระบวนการของการวิจัยและพัฒนาเป็น กระบวนการ แสดงได้ดังภาพที่ 5



ภาพที่ 5 กระบวนการวิจัยและพัฒนา

จากการศึกษากระบวนการวิจัยและพัฒนาทางการศึกษา ที่กล่าวมาสรุปได้ว่า กระบวนการวิจัยและพัฒนาทางการศึกษาเป็นกระบวนการวิจัยเพื่อพัฒนานวัตกรรมหรือผลิตภัณฑ์ทางการศึกษาสำหรับนำไปใช้ประโยชน์ในการพัฒนา ปรับปรุง เปลี่ยนแปลง หรือแก้ปัญหาทางการศึกษา สามารถดำเนินการวิจัยได้ทั้งในระดับการเรียนการสอนในชั้นเรียน การบริหารโรงเรียน การบริหารระดับเขตพื้นที่หรือระดับนโยบายของชาติ โดยในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิดของการพัฒนารูปแบบการวิจัยและพัฒนาดังกล่าวข้างต้นเป็นแนวทางและได้ปรับปรุกรูปแบบให้มีความสอดคล้องกับหลักการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับสถานการณ์ ในการวิจัยและพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ครั้งนี้ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 วิเคราะห์สภาพปัญหา (Analysis)

1.1 การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน

1.2 ศึกษาสภาพปัญหาการเรียนการสอนและความต้องการของผู้สอนและผู้เรียน

ขั้นตอนที่ 2 ออกแบบรูปแบบการจัดการเรียนรู้ (Design)

ขั้นตอนที่ 3 พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ (Development)

3.1 สร้างและตรวจสอบคุณภาพรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

3.2 สร้างและตรวจสอบคุณภาพแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

3.3 สร้างและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือเก็บรวบรวมข้อมูล

ขั้นตอนที่ 4 การทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ (Implementation)

ขั้นตอนที่ 5 การประเมินผลการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ (Evaluation)

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนี้

วิลสัน (Wilson, 1971, pp. 643 - 685) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางด้านสติปัญญา (Cognitive domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งจำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางด้านพุทธิพิสัย ตามกรอบแนวคิดของบลูม (Bloom's taxonomy) ไว้ 4 ระดับ ดังนี้

1. การคิดคำนวณด้านความรู้ความจำ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำสุด แบ่งออกเป็น 3 ชั้น ดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of specific facts)

เป็นความสามารถที่ระลึกถึงข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามที่วัดความสามารถในระดับนี้จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริงตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลาอันยาวนานแล้ว

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of terminology)

เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่าง ๆ ได้ ซึ่งคำถามที่วัดความสามารถในด้านนี้จะถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้ แต่ไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคำนวณ (Ability to carry out algorithm)

เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มา ซึ่งคำถามที่วัดความสามารถในด้านนี้จะต้องเป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่างนักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับความคิดคำนวณแต่ซับซ้อนกว่า แบ่งออกเป็น 6 ชั้น ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of concepts) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนคติเป็นนามธรรมที่ประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างมโนคตินั้น โดยใช้คำพูดของตนหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ ซึ่งเขียนในรูปแบบหรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่าง ๆ ไปจากที่เคยเรียน

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of principles, Rules and generalization) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหาถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรกอาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of mathematical structure) เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนแปลงรูปแบบปัญหา จากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to transform problem elements from one mode to another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่คำนึงถึงกระบวนการแก้ปัญหา (Algorithms)

2.5 ความสามารถในการคิดตามแนวของเหตุผล (Ability to follow a line of reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่ว ๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to read and interpret a problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้ อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่น ๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหาซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยเพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน หรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนต้องเลือกกระบวนการแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหาได้โดยไม่ต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวกับระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ขั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to solve routine problem) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหานั้นได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to make comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้ อาจต้องใช้วิธีการคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to analyze data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง พิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วน ๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะ โครงสร้างที่เหมือนกันและสมมาตร (Ability to recognize patterns, Isomorphism, and symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาให้พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตเนื้อหาที่เรียนการแก้โจทย์ปัญหาคงกล่าวต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to solve non – Routine problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่างนักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจ โนมตี นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to construct proofs) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นมาใหม่เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้วมาใช้กับข้อมูลใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to construct proofs) เป็นความสามารถในการสร้างภาษาเพื่อยืนยันข้อความทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลโดยอาศัยนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ (Ability to criticize proofs) เป็นความสามารถที่ควบคู่กับความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ อาจเป็นพฤติกรรมที่มีความซับซ้อนน้อยกว่าพฤติกรรมในการสร้างข้อพิสูจน์ พฤติกรรมในขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนสามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่

4.5 ความสามารถในการสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้อง ให้มีผลใช้ได้เป็นกรณีทั่วไป (Ability to formulate and validate generalizations) เป็นความสามารถในการค้นพบสูตรหรือกระบวนการแก้ปัญหา และพิสูจน์ว่าใช้เป็นกรณีทั่วไปได้

กู๊ด (Good, 1973, p. 103) ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความรู้ที่ได้รับหรือทักษะที่พัฒนามาจากการเรียนในสถานศึกษาโดยปกติ วัดจากคะแนนที่ครูเป็นผู้ให้หรือจากแบบทดสอบหรืออาจรวมทั้งคะแนนที่ครูเป็นผู้ให้และคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบ

จากการศึกษาค้นคว้าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สรุปได้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางด้านสติปัญญา หรือความสำเร็จในด้านต่าง ๆ เช่น ความรู้ ทักษะในการแก้ปัญหา ความสามารถในการนำไปใช้ และการวิเคราะห์เป็นต้น รวมถึง

ประสิทธิภาพที่ได้จากการเรียนรู้ การฝึกฝน หรือประสบการณ์ต่าง ๆ ซึ่งวัดได้จากการตอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สร้างขึ้น

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยภายในประเทศ

จากการศึกษาค้นคว้างานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

นงลักษณ์ แก้วมาลา (2547) ได้สร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงเรื่อง การแก้ปัญหโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผลการศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การแก้ปัญหโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

รัชดา ยাত্রา (2549) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการปฏิบัติกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงสูงกว่าก่อนเข้าร่วมกิจกรรมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังจากปฏิบัติกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 80 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ลิลดา ดลภาค (2549) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนเรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงสามารถสอบผ่านเกณฑ์ที่ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุรางคณา ยาหิ (2549) ได้พัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ช่วงชั้นที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า 1) ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 มีประสิทธิภาพ 80/ 80 โดยมีค่า 96.88/ 97.36 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 3) ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 4) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้นผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 65 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 5) ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงเรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 65 ขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บุญญา แซ่หล่อ (2550) ได้ทำวิจัยเรื่อง การบูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหา คณิตศาสตร์ในเรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิตโดยใช้สถานการณ์ ในชีวิตจริงสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนย่านตาขาวรัฐชนูปถัมภ์ จังหวัดตรัง จำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลของการใช้ การบูรณาการด้านความสามารถในการเชื่อมโยงพบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำ แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยง ภายหลังจากทดลองมากกว่าก่อนการทดลอง ที่ระดับนัยสำคัญ .01

เวชฤทธิ์ อังกะภักทขจร (2551) ได้ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบ การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษา สำหรับนักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนเข้มวิทยการ จังหวัดราชบุรี จำนวน 45 คน ผลการวิจัยพบว่า ด้านทักษะการเชื่อมโยง พบว่า นักเรียนมีคะแนน เฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังจากทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01 นักเรียนสามารถนำข้อมูลที่กำหนดให้มาเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริงเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อมได้ โดยในการเชื่อมโยงมีการใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ และบอกได้ว่าสถานการณ์ด้านสิ่งแวดล้อมจาก ข้อมูลที่กำหนดให้เป็นเช่นไร

ณัฐกานต์ รักนาค (2552) ได้ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตาม แนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา

การให้เหตุผลและการเชื่อมโยงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบการวิจัยสรุปได้ดังนี้ รูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น ประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นการสร้างประสบการณ์ 2) ขั้นการฝึกปฏิบัติการใช้ความรู้ 3) ขั้นการถ่ายโยงการเรียนรู้ 4) ขั้นสะท้อนความคิด และรูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพ สามารถพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยง

2. งานวิจัยในต่างประเทศ

เดรีกเซล (Drexel, 1997, pp. 2119 – A) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงระหว่างเศษส่วนธรรมดา (Common fraction) กับเศษส่วนทศนิยม (Decimal fraction) หรือเศษส่วนที่มีพหุคูณของ 10 เริ่มต้นที่เลือกนักเรียน 9 คน ซึ่งเป็นนักเรียนเกรด 6 ที่อยู่ต่างห้องเรียนกันมาทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงเศษส่วนธรรมดาและเศษส่วนทศนิยม โดยให้ทำข้อสอบแบบเขียนตอบ และสัมภาษณ์ถึงการเรียนเรื่องเศษส่วนที่ผ่านมา เพื่อจะได้ทราบระดับความรู้และมโนคติเรื่องเศษส่วนของนักเรียน ปรากฏว่ามโนคติเรื่องเศษส่วนของนักเรียนมีอยู่จำกัด ดังนั้นผู้วิจัยจึงใช้บทเรียน 6 บทในการปูพื้นฐานมโนคติและทักษะเรื่องเศษส่วน และใช้บทเรียนเพียง 2 บทในการเชื่อมโยงมโนคติของเศษส่วนธรรมดาและเศษส่วนทศนิยมกับกลุ่มตัวอย่าง หลังจากใช้บทเรียนก็ทำการสัมภาษณ์นักเรียนเป็นรายบุคคล ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถจำแนก เปรียบเทียบ ดำเนินการบวกและลบเศษส่วนทศนิยมได้ สามารถนำหลักการของเศษส่วนธรรมดาไปใช้กับเศษส่วนทศนิยมได้ ซึ่งข้อจำกัดนี้ชี้ว่า ความรู้ของนักเรียนยังมีปัญหาต่อการนำไปใช้ แต่จากการที่นักเรียนสามารถเชื่อมโยงเศษส่วนธรรมดาและเศษส่วนทศนิยมมาสัมพันธ์กันได้ อาจมีความหมายต่อความเข้าใจมโนคติ และการดำเนินการในทศนิยม

Shama and Layman (1997) ได้ศึกษารูปแบบของการเชื่อมโยงระหว่างการทดลอง สถานการณ์ กราฟและสมการทางพีชคณิตของนักศึกษาฝึกหัดครูในรัฐแมริแลนด์ จำนวน 29 คน โดยที่ทุกคนผ่านการลงทะเบียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมหาวิทยาลัยมาแล้ว 1 รายวิชาและยังไม่เคยลงทะเบียนเรียนวิชาฟิสิกส์ระดับมหาวิทยาลัย ผลการศึกษาพบว่า ลักษณะของการแปลงเกิดขึ้นได้ 12 รูปแบบคือ จากการทดลองไปสู่กราฟ เรื่องและสมการ จากกราฟสู่การทดลอง สถานการณ์และสมการ และพบว่า นักศึกษาเลี้ยงที่จะแปลงจากสมการเป็นกราฟแต่ชอบที่จะแปลงสถานการณ์เป็นการทดลองแล้วจึงอธิบายผลการทดลองรูปของกราฟ

อีริค (Eric, 2000, pp. 500 – 508) ได้ศึกษาการสร้างการเชื่อมโยงระบบพิกัดฉากจากความเข้าใจของนักเรียน ตัวแทนที่หลากหลายของฟังก์ชันที่มีอยู่ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ของโรงเรียนมัธยมศึกษามีนักเรียนจำนวนมากที่มีความบกพร่องในความเข้าใจการเชื่อมโยง โดยเฉพาะความเข้าใจการเชื่อมโยงระหว่างตัวแทนทางพีชคณิตและกราฟของฟังก์ชัน จากนักเรียน 178 คน ที่ลงทะเบียนเรียนพีชคณิตทางแคลคูลัส ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีการเชื่อมโยงความรู้

โดยการใช้ตัวแทนพีชคณิตและตัวแทนเชิงกราฟของฟังก์ชันในการแก้ปัญหาของนักเรียน มีความถูกต้องในการเชื่อมโยงความรู้ของนักเรียนได้มากกว่า

ไคล้ แมคอินไต้ย์ และมัวร์ (Kyle, Mcintyre & Moore, 2001, pp. 80 – 86) ได้พัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันของนักเรียน โดยใช้วิธีเข้าไปเยี่ยมชมครอบครัวของนักเรียน ใช้การพูดคุยแบบไม่เป็นทางการและการสัมภาษณ์ที่มีโครงสร้าง หลังจากนั้นจึงรวบรวมข้อมูลและจัดรูปแบบของสิ่งที่นักเรียนสนใจและทักษะการปฏิบัติของแต่ละครอบครัว ซึ่งบางอย่างเกี่ยวกับขั้นตอนการทำงาน การเกษตร การเลี้ยงสัตว์ การฝีมือ การดูทีวี และการทำอาหาร หลังจากนั้นผู้วิจัยได้นำเสนอข้อมูลนั้นมาพัฒนาเป็นปัญหาที่มีความหลากหลาย และมีขั้นตอนการแก้ปัญหาหลายขั้นตอน แล้วนำมาให้นักเรียนแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่า ผู้ปกครองมีความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์มากขึ้นจากที่เคยคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องยากและช่วยให้ครูผู้สอนสามารถนำความรู้ที่บ้านของนักเรียนมาช่วยส่งเสริมการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้น นอกจากนั้นแล้ว ไคล้และคณะ ยังเชื่อว่าการให้นักเรียนได้ทำงานที่มีความหมาย การให้แก้ปัญหาในสถานการณ์จริง เป็นแนวทางที่ดีที่สุดในการส่งเสริมความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนและนักเรียนจะได้รับการส่งเสริมอย่างเต็มที่ถ้าการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นได้เชื่อมโยงเข้ากับความเป็นอยู่ส่วนตัวของพวกเขา

จากงานวิจัยดังกล่าว การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์นั้นทำให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้น ผู้วิจัยได้นำมาเป็นแนวทางเพื่อให้เกิดประโยชน์ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ทางด้านการส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ต่อไป

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยและพัฒนา (Research and development) โดยใช้กระบวนการพัฒนานวัตกรรมการเรียนสอน ADDIE Model มีวัตถุประสงค์เพื่อการพัฒนาแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน (Analysis)

1.1 ศึกษาข้อมูลพื้นฐาน

1.2 ศึกษาสภาพปัญหาการเรียนการสอนและความต้องการของผู้สอนและผู้เรียน

ขั้นตอนที่ 2 ออกแบบรูปแบบการจัดการเรียนรู้ (Design)

ขั้นตอนที่ 3 พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ (Development)

3.1 สร้างและตรวจสอบคุณภาพรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

3.2 สร้างและตรวจสอบคุณภาพแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

3.3 สร้างและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือเก็บรวบรวมข้อมูล

ขั้นตอนที่ 4 การทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ (Implementation)

ขั้นตอนที่ 5 การประเมินผลการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ (Evaluation)

ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน

ในขั้นตอนนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานเกี่ยวกับรูปแบบการสอน การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ แนวคิดเกี่ยวกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดเป็น โครงสร้างและสังเคราะห์เป็นองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งมีรายละเอียด ดังต่อไปนี้

1. ผู้วิจัยได้ศึกษาความหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ซึ่งหมายถึง แผนการจัดการเรียนการสอนที่ได้รับการจัดเป็นระบบอย่างสัมพันธ์สอดคล้องกับทฤษฎีหลักการเรียนรู้หรือ

การที่รูปแบบนั้นยึดถือ และได้รับการพิสูจน์ทดสอบว่ามีประสิทธิภาพ สามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดมุ่งหมายของรูปแบบนั้น ๆ รูปแบบการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย หลักการ จุดมุ่งหมาย เนื้อหา กระบวนการเรียนการสอน การวัดและ ประเมินผล ในการพัฒนารูปแบบ การจัดการเรียนรู้จำเป็นต้องศึกษาสภาพและปัญหาที่เกี่ยวข้องก่อน หลังจากนั้นก็ต้องกำหนด วัตถุประสงค์ให้ชัดเจน ต้องศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง และสร้างความสัมพันธ์ขององค์ประกอบ ต่าง ๆ รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นมาต้องมีทฤษฎีรองรับ ต้องผ่านกระบวนการ ทดสอบหาคุณภาพแล้วนำข้อบกพร่องมาปรับปรุงแก้ไขอยู่เรื่อย ๆ เพื่อพัฒนารูปแบบ การจัดการเรียนรู้ให้ดียิ่งขึ้น

2. ศึกษาเกี่ยวกับสภาพปัญหาการเรียนการสอนและความต้องการในการแก้ปัญหา การเรียนการสอน ของผู้สอนและผู้เรียน ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา โดยการสำรวจเอกสาร ประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 และใช้แบบสอบถามความคิดเห็น แบบปลายเปิดของผู้สอนและผู้เรียนเกี่ยวกับสภาพปัญหาการเรียนการสอนและความต้องการ ในการแก้ปัญหการเรียนการสอน ดังนี้

2.1 ผลของการใช้แบบสอบถามความคิดเห็นแบบปลายเปิดของผู้สอน พบว่า

2.1.1 ปัญหาในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้สมการกำลังสอง ตัวแปรเดียว มีดังนี้ นักเรียนไม่สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองได้ นักเรียน ดำเนินการในเรื่องการบวก ลบ คูณ และหารจำนวนเต็มได้ผลลัพธ์ไม่ถูกต้อง นักเรียนไม่สามารถนำ เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนไปแล้วไปใช้ในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ได้สาเหตุเนื่องจาก นักเรียนไม่ได้ทบทวนเนื้อหาที่ได้เรียนมาแล้ว นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาตามลำดับ ขั้นตอนได้และนักเรียนไม่ได้ทำแบบฝึกหัดด้วยตนเอง

2.1.2 ความต้องการในการแก้ปัญหการเรียนการสอนดังกล่าวของผู้สอนพบว่า ควรมีการปรับพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ให้แก่ นักเรียนเรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่เกี่ยวกับเนื้อหาที่จะนำไปใช้ในการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว มีการฝึกทักษะการคิดคำนวณให้กับนักเรียนเพื่อจะได้มีความแม่นยำมากขึ้นและมีรูปแบบการจัด การเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2.1.2.1 ผลของการใช้แบบแบบสอบถามความคิดเห็นแบบปลายเปิดของ ผู้เรียน พบว่า

2.1.2.1 ปัญหาในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว มีดังนี้ เนื้อหายากและซับซ้อน เวลาสอนผู้สอนให้ทำโจทย์น้อยเกินไป ผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานน้อยและผู้เรียนไม่เข้าใจวิธีดำเนินการแก้สมการและแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียว

2.1.2.2 ส่วนความต้องการในการแก้ปัญหาการเรียนการสอนดังกล่าวของผู้เรียนพบว่า ผู้เรียนต้องการให้ผู้สอนใช้วิธีสอนที่ทำให้เข้าใจง่าย ๆ และฝึกการวิเคราะห์โจทย์สมการกำลังสองและ โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวให้มาก ๆ

ขั้นตอนที่ 2 ออกแบบรูปแบบการจัดการเรียนรู้

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากข้อ 1.2 เกี่ยวกับปัญหาและความต้องการของผู้สอนการเรียนการสอนวิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว คือ นักเรียนไม่สามารถนำเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนไปแล้วไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้และต้องการให้มีรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ส่วนปัญหาและความต้องการของผู้เรียน คือ ความรู้พื้นฐานน้อยและไม่เข้าใจ วิธีดำเนินการแก้สมการและแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวและต้องการให้ผู้สอนใช้วิธีสอนที่ทำให้เข้าใจง่าย ๆ มาดำเนินการออกแบบรูปแบบการจัดการเรียนรู้ส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยศึกษาแนวทางการออกแบบรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสม โดยผู้วิจัยได้ใช้แนวทางการออกแบบของ จอยส์ วิล และแคลเฮน (Joyce, Weil & Calhoun, 2004, p. 7) เป็นหลัก โดยกำหนดองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนรู้ ดังนี้

1. แนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดีนส์ (Dienes)

ดีนส์เชื่อว่าแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ได้รับการเรียนรู้เป็นขั้นตอนซึ่งมีบางสิ่งที่คล้ายกับขั้นตอนของเพียเจต์ ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญา เขาได้พัฒนาขั้นตอนในการเรียนการสอนและการเรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ 6 ขั้น ดังนี้ Free play (การเล่นอย่างอิสระ) Games (เกม) Searching for communalities (ค้นหา ลักษณะร่วมกัน) Representation (การใช้ตัวแทน) Symbolization (การใช้สัญลักษณ์) และ Formalization (การทำให้เป็นทางการ) ประกอบด้วยหลักการ 4 หลักการ คือ หลักการแบบไดนามิก (Dynamic principle) โครงสร้าง และการปฏิบัติ และ/ หรือการสะท้อนกลับของเกมถือเป็นประสบการณ์ที่จะต้องถูกนำเสนอจนกว่าแนวคิดการคำนวณจะถูกสร้างขึ้นตรงเท่ากับที่เกมแต่ละประเภทถูกแนะนำในเวลาที่เหมาะสม หลักการ Constructivity ในโครงสร้างของเกมควรจะนำร่องการวิเคราะห์ก่อน ซึ่งเกือบจะทั้งหมดหายไปจากการเรียนรู้ของเด็กจนอายุ 12 ปี หลักการแปรปรวนทางคณิตศาสตร์ (Mathematical variability

Principle) แนวความคิดที่เกี่ยวข้องกับตัวแปร ควรจะได้เรียนรู้จากประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องกับจำนวนที่เป็นไปได้ที่ใหญ่ที่สุดของตัวแปร หลักการรับรู้หรือความแปรปรวนหลายศูนย์รวมหลักการ (Perceptual variability principle or multiple embodiment principle) เพื่อให้ขอบเขตมากที่สุดเท่าที่เป็นไปได้สำหรับการเปลี่ยนแปลงแต่ละแนวคิด – การก่อตัวเช่นเดียวกับที่ทำให้เด็กที่จะรวบรวมสาระสำคัญของทฤษฎีของนามธรรม โครงสร้างแนวคิดเดียวกันควรจะนำเสนอในรูปแบบของการรับรู้เทียบเท่าให้มากที่สุดเท่าที่เป็นไปได้ แนวคิดทฤษฎีของคินส์นั้น การเน้นการเรียนรู้เป็นขั้นตอน เน้นกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา มากกว่าคำตอบของปัญหา และวิธีการของคินส์เป็นวิธีที่ต้องมีการวางแผนล่วงหน้า ซึ่งแนวคิดทฤษฎีของคินส์สามารถนำมาใช้ในการส่งเสริมความสามารถการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เพราะการเชื่อมโยงเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยง เนื้อหาทางคณิตศาสตร์เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

จากแนวคิดและทฤษฎีของรูปแบบ นำมาเป็นหลักการของการจัดการเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีหลักการ ดังนี้

2.1 พัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์ จากการเชื่อมโยงเนื้อหาเดิมและเนื้อหาใหม่ทางคณิตศาสตร์ โดยผู้สอนจะเน้นให้ผู้เรียนใช้กระบวนการในการแก้ปัญหามากกว่าการหาคำตอบของปัญหา

2.2 ผู้เรียนต้องค้นหาวิธีการที่ทำให้ตนเข้าใจอยู่ในกรอบที่จะนำไปสู่ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อผู้เรียนจะได้เชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้

2.3 เป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาผู้เรียนให้ขึ้นไปตามขั้นวิธีการสอนที่สอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของคินส์ ซึ่งจะเป็นการพัฒนาผู้เรียนให้สามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

3. วัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

3.1 เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

3.2 เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ในสาระที่ 1 และสาระที่ 4

4. ขั้นตอนการเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ขั้นตอนการเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยง ความรู้ทางคณิตศาสตร์ สักระยะจากขั้นตอนในการเรียนการสอนและการเรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ 6 ขั้น หลักการ 4 หลักการจากแนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของคินส์ มีขั้นตอน ดังนี้

- ขั้นที่ 1 สำรวจความรู้เดิม
 - ขั้นที่ 2 วิเคราะห์โจทย์
 - ขั้นที่ 3 เลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์
 - ขั้นที่ 4 นำความรู้ไปประยุกต์ใช้
 - ขั้นที่ 5 เสนอผลงาน
5. การประเมินผลการจัดการเรียนรู้

5.1 ทดสอบตามสภาพจริงโดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5.2 ทดสอบตามสภาพจริงโดยใช้แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ขั้นตอนที่ 3 พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้

1. ผู้วิจัยสร้างรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ดังนี้

1.1 สังเคราะห์จากขั้นตอนในการเรียนการสอนและการเรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ 6 ขั้น หลักการ 4 หลักการจากแนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้ของดินส์ เพื่อกำหนดเป็นขั้นตอนการเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ซึ่งขั้นตอนการสอนของรูปแบบมี 5 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 สำรวจความรู้เดิม

- เป็นขั้นตอนที่ให้ผู้เรียนเชื่อมโยงความรู้เดิมโดยใช้กิจกรรมกลุ่มในการทำกิจกรรมฐานความรู้ ซึ่งเป็นการวางฐานกิจกรรม เมื่อผู้เรียนทำกิจกรรมเสร็จแล้ว ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มสรุปผลที่ได้จากการทำกิจกรรมพร้อมทั้งนำเสนอด้วย

ขั้นที่ 2 วิเคราะห์โจทย์

- เป็นขั้นตอนที่ให้ผู้เรียนทบทวนความรู้โดยผู้สอนยกตัวอย่างโจทย์ แล้วให้ผู้เรียนร่วมกันวิเคราะห์โจทย์และสรุปผลที่ได้จากการวิเคราะห์โจทย์ และให้นักเรียนทำกิจกรรมเชื่อมโยงความรู้โดยใช้กิจกรรมกลุ่ม เพื่อผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์และนำไปสู่วิธีการที่จะไปหาคำตอบ

ขั้นที่ 3 เลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์

- เป็นขั้นตอนที่ให้ผู้เรียนเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์แล้วเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับโจทย์ที่กำหนดให้เพื่อหาคำตอบ โดยผู้สอนใช้กิจกรรมการสอนแบบ

ร่วมกันอภิปรายพร้อมยกตัวอย่างประกอบ แล้วให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมด้วย หลังจากนั้นให้ผู้เรียนทำกิจกรรมเชื่อมโยงความรู้โดยใช้กิจกรรมกลุ่ม เมื่อผู้เรียนทำกิจกรรมเสร็จแล้ว ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มสรุปผลที่ได้จากการทำกิจกรรมพร้อมทั้งนำเสนอ

ขั้นที่ 4 นำความรู้ไปประยุกต์ใช้

- ขั้นตอนนี้เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนนำความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการเชื่อมโยงความรู้มาประยุกต์ใช้กับโจทย์ที่หลากหลาย และให้ผู้เรียนทำกิจกรรมซึ่งเป็นกิจกรรมที่หาคำตอบโดยการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ ซึ่งเป็นการให้ผู้เรียนทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม

ขั้นที่ 5 เสนอผลงาน

- ขั้นตอนนี้เป็นกระบวนการที่ให้ผู้เรียนนำเสนอวิธีการหาคำตอบจากการทำกิจกรรมในขั้นที่ 4 โดยผู้สอนซักถามและให้ข้อเสนอแนะ เพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจให้ถูกต้อง สักเคราะห์ขั้นตอนการสอนของรูปแบบดังกล่าว แสดงได้ดังตารางที่ 2

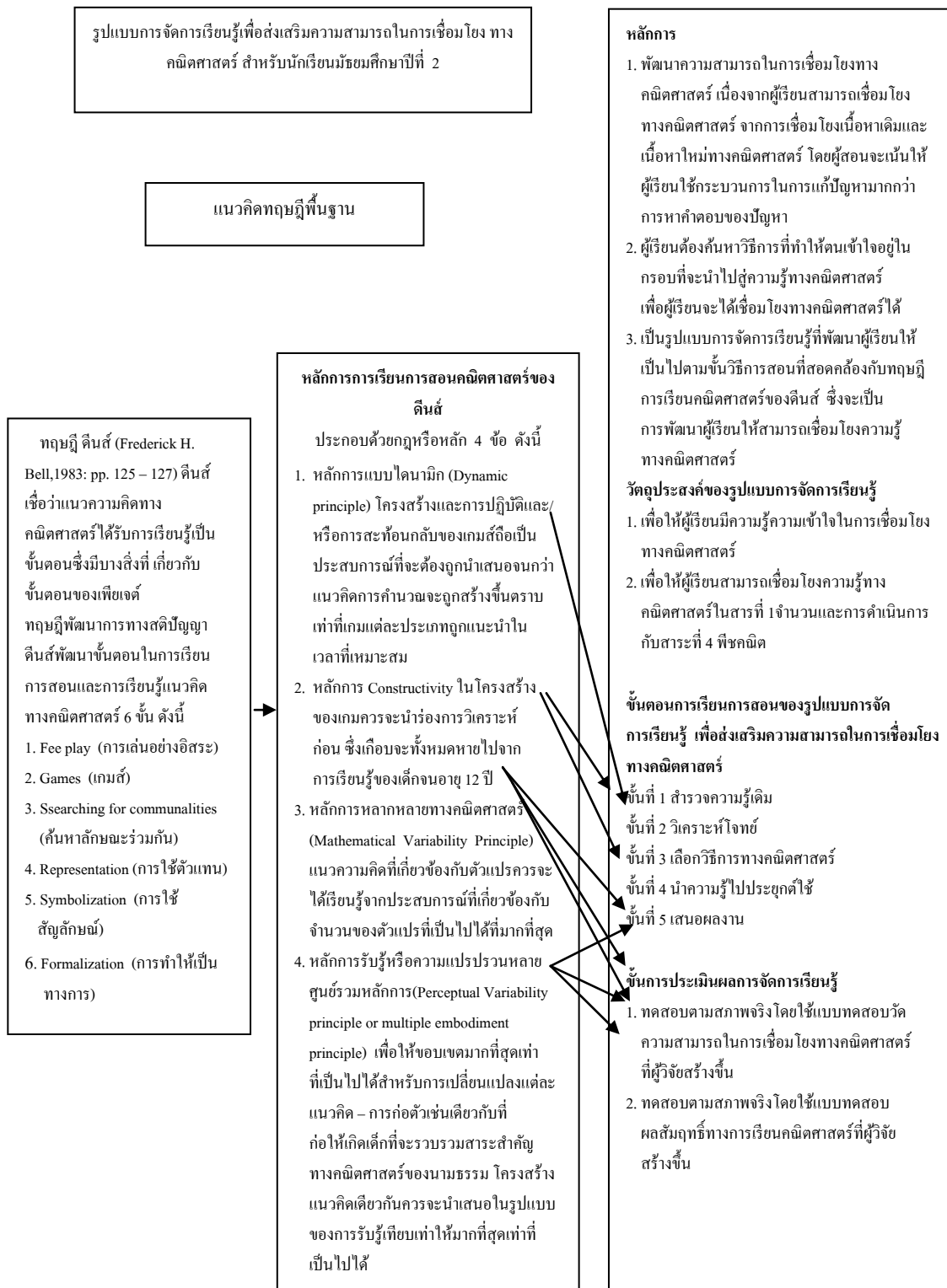
ตารางที่ 2 การสังเคราะห์ขั้นตอน หลักการ แนวคิดทฤษฎีขององค์ประกอบกระบวนการเรียนการสอนรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สาระสำคัญของหลักการ/ แนวคิด/ ทฤษฎี	หลักการ/ แนวคิดในการจัดการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์	ขั้นตอนการสอนของรูปแบบ					
		ดำรงความรู้เดิม	วิเคราะห์โจทย์	เลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์	นำความรู้ไปประยุกต์ใช้	เสนอผลงาน	
ทฤษฎีของคินส์ คินส์พัฒนาขั้นตอนในการเรียนการสอนและการเรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ 6 ขั้น ดังนี้ 1. Free play (การเล่นอย่างอิสระ) 2. Games (เกม) 3. Searching for communalities (ค้นหาลักษณะร่วมกัน)	1. หลักการแบบไดนามิก (Dynamic principle) โครงสร้างและการปฏิบัติและ/ หรือการสะท้อนกลับของเกมถือเป็นประสบการณ์ที่จะต้องถูกนำเสนอจนกว่าแนวคิดการคำนวณจะถูกสร้างขึ้นตรงบทบาทที่เกมแต่ละประเภทถูกแนะนำในเวลาที่เหมาะสม 2. หลักการโครงสร้าง (Constructivity principle) ในโครงสร้างของเกมควรจะนำร่องการวิเคราะห์ก่อน ซึ่งเกือบทั้งหมดหายไปจากการเรียนรู้ของเด็กจนอายุ 12 ปี	√					
		√	√				

ตารางที่ 2 (ต่อ)

สาระสำคัญของหลักการ/แนวคิด/ ทฤษฎี	หลักการ/ แนวคิดในการจัดการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์	ขั้นตอนการสอนของรูปแบบ				
		สำรวจความรู้เดิม	วิเคราะห์โจทย์	เลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์	นำความรู้ไปประยุกต์ใช้	เสนอผลงาน
4. Representation (ตัวแสดง)	3. หลักการหลากหลายทางคณิตศาสตร์ (Mathematical variability principle) แนวความคิดที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรควรจะได้เรียนรู้จาก			✓	✓	✓
5. Symbolization (การใช้สัญลักษณ์)						
6. Formalization (การทำให้เป็นทางการ)	4. หลักการรับรู้หรือความแปรปรวนหลายศูนย์รวมหลักการ (Perceptual variability principle or multiple embodiment principle) เพื่อให้ขอบเขตมากที่สุดเท่าที่เป็นไปได้สำหรับการเปลี่ยนแปลงแต่ละแนวคิด – การก่อตัวเช่นเดียวกับที่ทำให้เด็กที่จะรวบรวมสาระสำคัญทางคณิตศาสตร์ของนามธรรม โครงสร้างแนวคิดเดียวกันควรจะนำเสนอในรูปแบบของการรับรู้เทียบเท่าให้มากที่สุดเท่าที่เป็นไปได้			✓	✓	✓

1.2 ขกร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทาง
คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามรายละเอียดที่ได้ออกแบบไว้ในขั้นตอนที่ 2 โดยให้
สอดคล้องกับข้อมูลพื้นฐานที่ศึกษาไว้ในขั้นตอนที่ 1 และสอดคล้องกับขั้นตอนการจัดการเรียนรู้
ของดีนส์ (Dienes) ดังภาพที่ 6



ภาพที่ 6 รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

1.3 ผู้วิจัยนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วนำเสนอต่อที่ปรึกษาคุษฎีนิพนธ์เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามแนะนำ ที่ปรึกษาคุษฎีนิพนธ์ให้ปรับองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนรู้โดยให้ตัดหัวข้อขึ้นการนำไปทดลองใช้ออกเนื่องจากเป็นส่วนหนึ่งของขั้นตอนของการพัฒนารูปแบบแล้ว

1.4 ผู้วิจัยนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน (รายชื่อในภาคผนวก ก) เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้จากการประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียน (IOC) โดยผู้เชี่ยวชาญพบว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้มีค่าความเหมาะสมตามเกณฑ์ที่กำหนด

2. สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยดำเนินการ ดังนี้

2.1 กำหนดสาระการเรียนรู้โดยใช้เนื้อหา รายวิชาคณิตศาสตร์ (ค 22241) สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 วิเคราะห์ผลการเรียนรู้ และเนื้อหาที่จะดำเนินการสอน

2.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย มาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ/ ความคิดรวบยอด สาระการเรียนรู้ สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน คุณลักษณะอันพึงประสงค์ กิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ของดินส์ การวัดและประเมินผล และสื่อ/ แหล่งการเรียนรู้ ซึ่งมีแผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 7 แผน จำนวน 14 ชั่วโมง ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 จำนวนชั่วโมง เนื้อหา สาระที่เชื่อมโยง ของแผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่	เนื้อหา	สาระที่เชื่อมโยง	จำนวน (ชั่วโมง)	
1	เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติการแจกแจง , วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม ดีกรีสองในรูป $ax^2 + bx + c$ โดยที่ $a = 1$ และ $a \neq 1$ และ วิธีการแยกตัวประกอบของ พหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสอง สมบูรณ์ $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)(a \pm b)$	การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ในรูปแบบต่อไปนี้ - วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม ดีกรีสองโดยใช้สมบัติการแจกแจง $ax^2 + bx = x(ax + b)$ เมื่อ x เป็นตัวประกอบร่วม - วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม ดีกรีสองในรูป $ax^2 + bx + c$ โดยที่ $a = 1$ และ $a \neq 1$ - วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม ดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์	สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ กับ สาระที่ 4 พิสูจน์	2
2	การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยวิธีการแยกตัวประกอบของ พหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของ กำลังสอง $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$	$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)(a \pm b)$ การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ในรูปแบบต่อไปนี้ - วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$	สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ กับ สาระที่ 4 พิสูจน์	2
3	การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยวิธีการแยกตัวประกอบโดยจัด พหุนามให้อยู่ในรูปกำลังสอง สมบูรณ์โดยใช้การเพิ่มพจน์สุดท้าย	การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ในรูปแบบต่อไปนี้ - วิธีการแยกตัวประกอบโดยทำเป็น กำลังสองสมบูรณ์	สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ กับ สาระที่ 4 พิสูจน์	2

ตารางที่ 3 (ต่อ)

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่	เนื้อหา	สาระที่ เชื่อมโยง	จำนวน (ชั่วโมง)
4	การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดย การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยใช้สูตร $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	สาระที่ 1 จำนวน และ การดำเนินการ กับ สาระที่ 4 พิชคณิต	2
5	การแก้โจทย์ปัญหาการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน	การแก้ โจทย์ปัญหาของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว เกี่ยวกับจำนวน การแก้ โจทย์ปัญหาของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว เกี่ยวกับความยาวและพื้นที่ การแก้ โจทย์ปัญหาของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว เกี่ยวกับความยาวและพื้นที่ (ต่อ)	2
6	เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับความยาวและพื้นที่	สาระที่ 1 จำนวน และ การดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด และ สาระที่ 4 พิชคณิต	2
7	เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับความยาวและพื้นที่ (ต่อ)	สาระที่ 1 จำนวนและ การดำเนินการ สาระที่ 2 การวัดและ สาระที่ 4 พิชคณิต	2

2.3 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นเสนอ ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 ท่าน (รายชื่อในภาคผนวก ก) ตรวจสอบความสอดคล้อง ด้านเนื้อหา สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์ การเรียนรู้ และขั้นตอนการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น มีความสอดคล้องทางด้านเนื้อหา สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ มีค่าความสอดคล้องของ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามเกณฑ์ที่กำหนด และผู้วิจัยได้ปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ตาม คำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้ ให้ระบุชื่อเรื่องในแต่ละแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ชัดเจน และขึ้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ปรับภาษาที่ใช้ให้เหมาะสมและแยกให้ชัดเจนว่าผู้สอนมีบทบาท อะไรบ้างและผู้เรียนมีบทบาทอะไรบ้าง

2.4 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นที่ตรวจสอบความสอดคล้อง ด้าน เนื้อหา สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และขั้นตอนการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ และ ปรับปรุงตามคำแก้ไขของที่ปรึกษาคุณุณิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญแล้ว ผู้วิจัยนำไปทดลองใช้กับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 25 คน ผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขภาษาที่ใช้ในใบกิจกรรมให้กระชับและให้ผู้เรียนอ่านแล้ว เข้าใจง่ายขึ้น

3. สร้างเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

3.1 แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยดำเนินการสร้าง ดังนี้

3.1.1 ศึกษาหลักสูตรคณิตศาสตร์สาระเพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของโรงเรียน “สาธิต พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา

3.1.2 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบวัดความสามารถใน การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

3.1.3 กำหนดประเด็นในการทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์

3.1.4 รวบรวมข้อมูลและแนวคิดที่ได้ศึกษามาเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัด ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

3.1.5 สร้างแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัย จำนวน 15 ข้อ แล้วนำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัย

สร้างขึ้น เสนอต่อที่ปรึกษาคุณิพนธ์พิจารณาให้ความคิดเห็นและข้อเสนอแนะในการแก้ไขปรับปรุง ที่ปรึกษาคุณิพนธ์ให้ปรับภาษาที่ใช้ใน โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียว เพื่อให้อ่านแล้วเข้าใจง่ายขึ้น

3.1.6 นำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน (รายชื่อในภาคผนวก ก) ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัด โดยใช้ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) พบว่า แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงมีค่าดัชนีความสอดคล้องในแต่ละข้อมีค่าเท่ากับ .60 และผู้วิจัยได้ปรับปรุงและแก้ไขแบบวัดความสามารถตามผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้ ในแต่ละข้อได้ระบุว่าเป็นการเชื่อมโยงสาระอะไรบ้างและปรับภาษาที่ใช้ให้กระชับและเข้าใจง่ายขึ้น

3.1.7 ปรับปรุงและแก้ไขแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จำนวน 46 คน วิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (p) โดยใช้เทคนิค 50% กลุ่มสูง – กลุ่มต่ำ โดยเลือกข้อคำถามที่มีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.2 – 0.80 และวิเคราะห์หาค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 50% กลุ่มสูง – กลุ่มต่ำ โดยเลือกข้อคำถามที่มีค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง .30 – .60 โดยคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร, 2555, หน้า 163; หน้า 166)

$$p = \frac{S_h + S_l - (n_t)(X_{\min})}{n_t(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	p	คือ	ค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ
	S_h	คือ	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มสูง
	S_l	คือ	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มต่ำ
	n_t	คือ	จำนวนผู้เรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

X_{\max} คือ คะแนนสูงสุด

X_{\min} คือ คะแนนต่ำสุด

$$r = \frac{S_h - S_l}{n(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ r คือ ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ

S_h คือ ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มสูง

S_l คือ ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มต่ำ

n คือ จำนวนผู้เรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

X_{\max} คือ คะแนนสูงสุด

X_{\min} คือ คะแนนต่ำสุด

จากผลการวิเคราะห์ค่าความยากง่ายและค่าอำนาจของแบบวัดแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้ค่าความยากง่ายของแต่ละข้อตั้งแต่ .23 – .81 และได้ค่าอำนาจจำแนกแต่ละข้อตั้งแต่ .30 – .62

3.1.8 ปรับปรุงและแก้ไขแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ แล้วนำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จำนวน 46 คน เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถ โดยหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) ดังนี้ (พวงรัตน์ ทวีรัตน์, 2540, หน้า 125) สูตร ดังนี้

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right\}$$

เมื่อ α หมายถึง สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

n หมายถึง จำนวนข้อ

S_i^2 หมายถึง คะแนนความแปรปรวนแต่ละข้อ

S_t^2 หมายถึง คะแนนความแปรปรวนทั้งฉบับ

จากการคำนวณค่าความเชื่อมั่นโดยหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.92

3.1.9. เกณฑ์การให้คะแนนของแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ใช้เกณฑ์การให้คะแนน (Scoring rubric) เป็นเกณฑ์ที่กำหนดเพื่อใช้ในการให้คะแนนผลงานหรือคุณภาพการปฏิบัติงานของผู้เรียน ผู้วิจัยเลือกแบบเกณฑ์รวม (Holistic scoring) เป็นเกณฑ์การให้คะแนนงานหรือการแก้ปัญหาโดยพิจารณาภาพรวมของคุณภาพของผลงานที่ได้ ซึ่งอาจมองหลายมิติหรือหลายด้านรวมกัน มีการจำแนกระดับคะแนนให้เห็นความแตกต่างของคุณภาพงาน (อัมพร ม้าคนอง, 2554, หน้า 194 – 195)

ระดับคะแนน	คุณภาพงาน
4	นักเรียนสามารถเชื่อมโยงสาระที่ 1 กับสาระที่ 4 ได้ชัดเจน และตอบถูกต้อง
3	นักเรียนสามารถเชื่อมโยงสาระที่ 1 กับสาระที่ 4 ได้ชัดเจน แต่ตอบไม่ถูกต้อง
2	นักเรียนสามารถเชื่อมโยงสาระที่ 1 กับสาระที่ 4 ได้บางส่วน แต่ตอบถูกต้อง
1	นักเรียนสามารถเชื่อมโยงสาระที่ 1 กับสาระที่ 4 ได้บางส่วน แต่ตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ
0	นักเรียนไม่สามารถเชื่อมโยงสาระที่ 1 กับสาระที่ 4 ได้ และตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ

3.2 สร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

1. ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบอิงเกณฑ์จากหนังสือการวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของ พร้อมพรรณ อุคมสิน (2544, หน้า 10)

2. สร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ และวิเคราะห์แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จำแนกตามจุดประสงค์ทางการศึกษา มาแบ่งเป็นพฤติกรรมในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทางพุทธิพิสัย (Cognitive domain) ออกเป็น 4 ระดับ (Wilson, 1971 อ้างถึงใน พร้อมพรรณ อุคมสิน, 2544, หน้า 60 – 75) ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 การวิเคราะห์สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ พฤติกรรมที่ต้องการ วัดและจำนวนแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์เรื่องสมการกำลังสองตัวแปรเดียว

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	พฤติกรรมที่ต้องการวัด (จำนวนข้อ)				รวม (จำนวนข้อ)	จำนวน ข้อที่ใช้จริง
		ความรู้/ ความจำ/ คิดคำนวณ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์		
สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	1. นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยใช้สมบัติ การแจกแจง		2 (2)			2	2
	2. นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูป $ax^2 + bx + c$ โดยที่ $a = 1$ ได้	2 (2)	4 (4)			6	6
	3. นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูป $ax^2 + bx + c$ โดยที่ $a = 1$ และ $a \neq 1$	3 (3)	4 (4)	1 (1)	2 (2)	10	10
	4. นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสอง สมบูรณ์ $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)(a \pm b)$		1 (1)	2 (2)	2 (1)	5	4

ตารางที่ 4 (ต่อ)

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	พฤติกรรมที่ต้องการวัด (จำนวนข้อ)				รวม (จำนวนข้อ)	จำนวน ข้อที่ใช้จริง
		ความรู้/ ความจำ/ คิดคำนวณ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์		
	5. นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่าง ของกำลังสอง $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$		1 (0)		1 (1)	2	1
	6. นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยทำเป็น กำลังสมบูรณ์ $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)(a \pm b)$ และใช้สูตร $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$				7 (3)	7	3
โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ กำลังสองตัวแปรเดียว	1. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาการแก้สมการกำลังสอง ตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนได้			2 (1)	3 (2)	5	3
	2. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาการแก้สมการกำลัง สองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับความยาวและพื้นที่ได้				3 (1)	3	1
						รวม	รวม
						40	30

3. นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอต่อเสนอต่อที่ปรึกษา คณาจารย์พิจารณาให้ความคิดเห็นและข้อเสนอแนะในการแก้ไขปรับปรุง ที่ปรึกษาคณาจารย์ ให้ปรับภาษาที่ใช้ในโจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเพื่อให้อ่านแล้วเข้าใจง่ายขึ้น และให้จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ใช้วัดในแต่ละข้อของแบบทดสอบ

4. นำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน (รายชื่อในภาคผนวก ก) เพื่อประเมินความสอดคล้อง (IOC) ประเมินความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และข้อบกพร่องต่าง ๆ โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้ (พร้อมพรรณ อุคมสิน, 2544, หน้า 116) โดยใช้สูตร

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC คือ ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์

$\sum R$ คือ ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

ให้คะแนน +1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบวัดจุดประสงค์ข้อสอบนั้นได้

ให้คะแนน 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบวัดจุดประสงค์ข้อสอบนั้นได้หรือไม่

ให้คะแนน -1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบวัดจุดประสงค์ข้อสอบนั้นไม่ได้

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ประเมินความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้เกณฑ์การยอมรับความสอดคล้องของข้อสอบกับจุดประสงค์ (IOC) เป็น .50 (พร้อมพรรณ อุคมสิน, 2544, หน้า 117) จากคำนวณหาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ แบบทดสอบมีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ .60 – .80 และได้ปรับแก้ไขภาษาที่ใช้ในแต่ละข้อตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญเพื่อให้ผู้เรียนอ่านแล้ว เข้าใจได้เร็วขึ้น

5. นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จำนวน 46 คน เพื่อหาค่าความยาก (p) คัดเลือกข้อสอบที่มีความยากง่ายอยู่ระหว่าง .20 ถึง .80 ค่าอำนาจจำแนก (r) คัดเลือกข้อสอบที่มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 ขึ้นไป และหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัด ด้วยวิธีหาค่าจากสูตร KR – 20 ของ คูเดอร์ – ริชาร์ดสัน เพื่อประเมินคุณภาพของข้อสอบ โดยใช้สูตร ดังนี้ (พวงรัตน์ ทวีรัตน์, 2540, หน้า 129 – 130)

$$p = \frac{R}{N} \quad , \quad r = \frac{R_u - R_e}{\frac{N}{2}}$$

- เมื่อ p หมายถึง ค่าความยากของข้อสอบแต่ละข้อ
 r หมายถึง ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ
 R หมายถึง จำนวนผู้ตอบถูกในแต่ละข้อ
 R_u หมายถึง จำนวนผู้ตอบถูกในข้อนั้นในกลุ่มเก่ง
 R_e หมายถึง จำนวนผู้ตอบถูกในข้อนั้นในกลุ่มอ่อน
 N หมายถึง จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด

(พวงรัตน์ ทวีรัตน์, 2540, หน้า 123)

$$r_u = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{S_t^2} \right\}$$

- เมื่อ r_u หมายถึง ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
 n หมายถึง จำนวนข้อ
 p หมายถึง สัดส่วนของคนที่ทำถูกในแต่ละข้อ
 q หมายถึง สัดส่วนของคนที่ทำผิดในแต่ละข้อ เท่ากับ $1 - p$
 S_t^2 หมายถึง ความแปรปรวนของคะแนนทั้งฉบับ

ผลจากการวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนกและค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ ผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่มีความยากง่ายอยู่ระหว่าง .52 ถึง .83 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .22 ขึ้นไป จำนวน 30 ข้อ มีค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ เท่ากับ .91

ขั้นตอนที่ 4 การทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้

1. รูปแบบการทดลอง

การทดลองครั้งนี้ ใช้แบบแผนการทดลองแบบ One Group Pretest - Posttest design (วิชิต สุรัตน์เรืองชัย, 2549, หน้า 90) ดังนี้

สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
T_1	X	T_2

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการทดลอง

- X แทน การสอนโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
- T_1 แทน วัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนการทดลอง
- T_2 แทน วัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการทดลอง

2. วิธีดำเนินการทดลอง

- 2.1 นำหนังสือจากคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา เพื่อขออนุญาตทำการวิจัย และเก็บข้อมูลในโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา
- 2.2 ทดสอบก่อนเรียน (Pretest) โดยใช้แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์กับกลุ่มตัวอย่าง
- 2.3 ดำเนินการทดลอง นำรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทดลองสอนกับกลุ่มตัวอย่าง ระยะเวลาในการสอน 14 ชั่วโมง ชั่วโมงละ 60 นาที รวมทั้งสิ้น 5 สัปดาห์
- 2.4 เมื่อเสร็จสิ้นการทดลองแล้ว ทำการทดสอบหลังเรียน (Posttest) โดยใช้แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ชุดเดิม
- 2.5 ตรวจสอบผลสอบแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

3. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองเพื่อประเมินผลการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ มีดังนี้ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่

- 3.1 แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์
- 3.2 แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้พัฒนาแล้วในขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 5 การประเมินผลการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้

1. นำผลการทดลองจากแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ไปวิเคราะห์ข้อมูลและประเมิน โดยการเปรียบเทียบคะแนนก่อนและหลังการทดลอง โดยใช้สูตร t -test dependent (พวงรัตน์ ทวีรัตน์, 2540, หน้า 161 - 165)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}$$

เมื่อ D แทน	ผลต่างของคะแนนในแต่ละคู่
n แทน	จำนวนคู่
df แทน	ที่ใช้ในการอ่านค่าจากตาราง มีค่าเท่ากับ $n-1$

2. นำผลการทดลองจากแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ไปวิเคราะห์ข้อมูลและประเมิน โดยการเปรียบเทียบ คะแนนหลังการทดลองสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด 80% โดยใช้สูตร t -test one group (พวงรัตน์ ทวีรัตน์, 2540, หน้า 161)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

μ_0	หมายถึง	เกณฑ์ 80% ของคะแนน
\bar{X}	หมายถึง	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
s	หมายถึง	ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
n	หมายถึง	จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 และเพื่อศึกษาผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ดำเนินการพัฒนารูปแบบตามขั้นตอนการวิจัยและพัฒนา โดยได้ผ่านการตรวจสอบคุณภาพจากผู้เชี่ยวชาญ พร้อมทั้งมีการ ทดลองใช้เพื่อศึกษาความเป็นไปได้ก่อนการใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่าง หลังจากปรับปรุงแก้ไขรูปแบบการจัดการเรียนรู้ให้สมบูรณ์แล้ว ผู้วิจัยได้นำไปใช้ทดลองกับกลุ่มตัวอย่างเพื่อประเมินรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น โดยสามารถแสดงผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

ผลการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้

1. ผลการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ซึ่งประกอบด้วยองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนรู้ ดังนี้ แนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดีนส์ (Dienes) หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ วัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ขั้นตอนการเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ และการประเมินผลการจัดการเรียนรู้ ผลการประเมินคุณภาพรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญ พบว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้มีค่าความเหมาะสมตามเกณฑ์ที่กำหนด ซึ่งแสดงว่ารูปแบบการจัดการเรียนรู้ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีความเหมาะสม

2. ผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้สถิติ t -test ผลการวิเคราะห์ดังตาราง

ตารางที่ 5 การเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนเรียนและหลังเรียน

กลุ่มผู้เรียน	<i>n</i>	คะแนนเต็ม	ก่อนการทดลอง		หลังการทดลอง		<i>t</i>	<i>p</i>
			\bar{X}	<i>SD</i>	\bar{X}	<i>SD</i>		
กลุ่มตัวอย่าง	26	60	32.12	14.09	52.00	4.42	7.43*	0.00

* $p < .05$

จากตารางที่ 5 พบว่า หลังจากการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนเรียนมีคะแนนเฉลี่ย (\bar{X}) เท่ากับ 32.12 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*SD*) เท่ากับ 14.09 หลังเรียนมีคะแนนเฉลี่ย (\bar{X}) เท่ากับ 52.00 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*SD*) เท่ากับ 4.42 และเมื่อทดสอบค่า *t*-test ของคะแนนหลังเรียนกับก่อนเรียน พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตารางที่ 6 การเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนกับเกณฑ์

กลุ่มตัวอย่าง	<i>n</i>	คะแนนเต็ม	เกณฑ์ (ร้อยละ 80)	\bar{X}	<i>SD</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
หลังเรียน	26	60	48	52.00	4.42	4.62*	0.00

* $p < .05$

จากตารางที่ 6 พบว่า หลังจากการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีคะแนนเฉลี่ย (\bar{X}) เท่ากับ 52.00 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*SD*) เท่ากับ 4.42 และเมื่อทดสอบค่า *t*-test ของคะแนนหลังเรียนกับเกณฑ์ พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 80% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตารางที่ 7 แสดงการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนเรียนและหลังเรียน

กลุ่มผู้เรียน	<i>n</i>	คะแนนเต็ม	ก่อนการทดลอง		หลังการทดลอง		<i>t</i>	<i>p</i>
			\bar{X}	<i>SD</i>	\bar{X}	<i>SD</i>		
กลุ่มตัวอย่าง	26	30	20.27	6.39	27.27	2.24	6.75*	0.00

* $p < .05$

จากตารางที่ 7 พบว่า หลังจากการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนเรียนมีคะแนนเฉลี่ย (\bar{X}) เท่ากับ 20.27 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*SD*) เท่ากับ 6.39 หลังเรียนมีคะแนนเฉลี่ย (\bar{X}) เท่ากับ 27.27 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*SD*) เท่ากับ 2.24 และเมื่อทดสอบค่า *t*-test ของคะแนนหลังเรียนกับก่อนเรียน พบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตารางที่ 8 การเปรียบเทียบการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
หลังเรียนกับเกณฑ์

กลุ่มตัวอย่าง	<i>n</i>	คะแนนเต็ม	เกณฑ์ (ร้อยละ 80)	\bar{X}	<i>SD</i>	<i>t</i>	<i>p</i>

* $p < .05$

จากตารางที่ 8 พบว่า หลังจากการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีคะแนนเฉลี่ย (\bar{X}) เท่ากับ 27.27 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*SD*) เท่ากับ 2.24 และเมื่อทดสอบค่า *t*-test ของคะแนนหลังเรียนกับเกณฑ์ พบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 80% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

บทที่ 5

สรุปผลและอภิปรายผล

การวิจัยเรื่อง การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 และเพื่อศึกษาผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งการ ขั้นตอนการวิจัยแบ่งเป็น 5 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน (Analysis) ขั้นตอนที่ 2 การออกแบบรูปแบบการจัดการเรียนรู้ (Design) ขั้นตอนที่ 3 การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ (Development) ขั้นตอนที่ 4 การทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ (Implementation) และ ขั้นตอนที่ 5 การประเมินผลการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ (Evaluation) โดยเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย รูปการจัดการเรียนรู้ส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลได้แก่ สถิติทดสอบ t - test

สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยตามขั้นตอนการวิจัยที่ได้กล่าวไว้ข้างต้น สรุปได้ดังนี้

1. ผลการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ซึ่งประกอบด้วย องค์ประกอบของรูปแบบการเรียนรู้ ดังนี้ แนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดีนส์ (Dienes) หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ วัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ขั้นตอน การเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ และการประเมินผลการจัดการเรียนรู้ ผลการประเมินคุณภาพรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญ พบว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ มีค่าความเหมาะสม (IOC) ตามเกณฑ์ที่กำหนด ซึ่งแสดงว่ารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัย สร้างขึ้นมีความเหมาะสม

2. ผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีดังนี้

2.1 นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2.2 นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 80% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2.3 นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2.4 นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 80% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผล

การวิจัยเรื่อง การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากผลการวิจัยมีประเด็นในการอภิปรายผล ดังนี้

1. ผลการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้

ได้รูปแบบได้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ซึ่งประกอบด้วยองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนรู้ 5 องค์ประกอบ ได้แก่ แนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดีนีส (Dienes) หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ วัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ขั้นตอนการเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ และการประเมินผลการจัดการเรียนรู้ ซึ่งมีผลการประเมินคุณภาพรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญอยู่ในระดับค่าความเหมาะสม (IOC) ตามเกณฑ์ที่กำหนด ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่า

1.1 รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นเป็นรูปแบบที่มีแนวคิดและทฤษฎีพื้นฐานที่ชัดเจนและเหมาะสม กล่าวคือ ผู้วิจัยได้พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้จากการศึกษาความหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ แนวคิดเกี่ยวกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ สำหรับด้านข้อมูลพื้นฐานและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยได้ศึกษาเกี่ยวกับสภาพปัญหาการเรียนการสอนและความต้องการในการแก้ปัญหาการเรียนการสอนของผู้สอนและผู้เรียน ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่แท้จริง รวมถึงได้ศึกษาหลักการและแนวคิดทฤษฎีของ

นักการศึกษาหลายท่าน ได้แก่ ทฤษฎีการเรียนรู้ของคินส์ ทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไคด์ ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ และทฤษฎีการเรียนรู้ของ กานเย ที่ได้นำเสนอไว้เกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และ คีกรูปแบบทั่วไปของการออกแบบและพัฒนาการเรียนการสอน (Generic model) หรือเรียก ทั้ศัพท์ว่า ADDIE Model ของ เชค (Clark, n.d. อ้างถึงใน วิจิต สุรัตน์เรืองชัย, 2549, หน้า 173 – 174) เพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางในการกำหนดรูปแบบการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ ในครั้งนี้

1.2 รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นได้ผ่านกระบวนการพัฒนาอย่างเป็น ระบบ ซึ่งในแต่ละขั้นตอนของการพัฒนามีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกัน โดยเริ่มจากการศึกษาข้อมูล พื้นฐานเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน ทั้งในสภาพปัญหาการเรียนการสอนและความต้องการใน การแก้ปัญหาการเรียนการสอนของผู้สอนและผู้เรียน ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อนำมาเป็นข้อมูลพื้นฐาน และเป็นแนวทางในการพัฒนารูปแบบ การจัดการเรียนรู้ให้ตรงกับสภาพปัญหาและความต้องการที่เกิดขึ้นในการเรียนการสอนอย่าง แท้จริง และในด้านรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้ศึกษาความหมาย การจัดหมวดหมู่ ของรูปแบบการสอนและแนวทางการพัฒนารูปแบบการสอน ซึ่งมีหลักการแนวคิดของการพัฒนา รูปแบบการสอนจากนักการศึกษาหลายท่าน อาทิ การพัฒนารูปแบบการสอนของ จอยส์, วิลและแคลเฮาน์ (Joyce, Weil & Calhoun, 2004, p. 23) และการพัฒนารูปแบบ การสอนของทิสนา แชมมณี (2553, หน้า 201 – 204) อีกทั้ง ได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อศึกษาและทำความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ และกระบวนการในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ เมื่อได้ข้อมูลเบื้องต้นและหลักการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้แล้ว จากนั้นผู้วิจัยได้ศึกษา หลักการ แนวคิด และทฤษฎีของรูปแบบทฤษฎีการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะกระบวนการ เชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์ เพื่อนำมากำหนดองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ซึ่งได้ องค์ประกอบหลักของรูปแบบ ได้แก่ แนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้ของคินส์ (Dienes) หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ วัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ขั้นตอน การเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ และการประเมินผลการจัดการเรียนรู้ หลังจากได้ องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้แล้ว ผู้วิจัยเขียนรายละเอียดขององค์ประกอบแต่ละ ส่วนให้ชัดเจนเพื่อพัฒนาเป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ แล้วนำเสนอให้ที่ปรึกษาคุณุณิพนธ์ได้ ตรวจสอบ พร้อมทั้งนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไขก่อนที่จะนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ตรวจสอบคุณภาพ หลังจากผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบรูปแบบการจัดการเรียนรู้พบว่า ผลการประเมิน คุณภาพรูปแบบการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมตามเกณฑ์ที่กำหนด ซึ่งแสดงว่ารูปแบบ

การจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีความเหมาะสมและผู้วิจัยได้นำข้อเสนอแนะในบางประเด็นของผู้เชี่ยวชาญมาพิจารณาและปรับปรุงแก้ไขรูปแบบการจัดการเรียนรู้ให้สมบูรณ์ แล้วนำไปทดลองใช้เพื่อพิจารณาความเป็นไปได้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จากนั้นนำผลที่ได้มาจากการทดลองใช้มาปรับปรุงรูปแบบการจัดการเรียนรู้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้นก่อนนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ไปทดลองใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งสอดคล้องกับกระบวนการวิจัยตามรูปแบบการวิจัยและพัฒนา (Research and development) รูปแบบที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพจากผู้เชี่ยวชาญว่ารูปแบบนี้มีความเหมาะสมสามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้ตามวัตถุประสงค์ของรูปแบบที่กำหนด

1.3 รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น ได้มีการนำเอาแนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้ที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งมีความสัมพันธ์ในการพัฒนารูปแบบการเรียนรู้ที่เหมาะสม ดังนั้นรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 จึงเป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ได้รับการพัฒนามาจากทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของ ดีนส์ (Dienes) ซึ่งแนวคิด ทฤษฎีนี้เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนและการเรียนรู้ของคณิตศาสตร์มากกว่าการเรียนการสอนและการเรียนรู้ โดยทั่วไป ประกอบด้วยขั้นตอนในการเรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ 6 ขั้น ดังนี้ 1) การเล่นอย่างอิสระ 2) เกม 3) ค้นหาลักษณะร่วมกัน 4) การใช้ตัวแทน 5) การใช้สัญลักษณ์ และ 6) การทำให้เป็นทางการและหลักการ 4 ข้อ ได้แก่ หลักการของภาวะสมดุล (Dynamic principle) หลักการสร้าง (Constructivity principle) หลักการหลากหลายทางคณิตศาสตร์ (Mathematical variability principle) และหลักการหลากหลายของการรับรู้ (Perceptual variability or multiple embodiment principle) จากที่กล่าวมาข้างต้นแสดงให้เห็นว่า การนำแนวคิดทฤษฎีที่เกี่ยวข้องในรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นจะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ทั้งเนื้อหาสาระ และ ด้าน ทักษะกระบวนการได้

2. ผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

จากผลของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า

2.1 นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้สมการกำลังสอง ตัวแปรเดียว หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .92 มีค่าความยากง่าย

ของแต่ละข้อตั้งแต่ .23 – .81 และค่าอำนาจจำแนกแต่ละข้อตั้งแต่ .30 – .62 จากผลการวิจัยนี้แสดงให้เห็นว่ารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นนี้สามารถส่งเสริมให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้ ทั้งนี้ อาจอธิบายได้ว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นนี้มีหลักการพัฒนาด้านความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับแนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดีนส์ (Dienes) ที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเป็นแนวคิดทฤษฎีพื้นฐานที่มีความชัดเจนและเหมาะสมกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนของการเรียนการสอนของรูปแบบตลอดจนเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ในขั้นตอนการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน คือ สืบหาความรู้เดิม วิเคราะห์โจทย์ เลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ นำความรู้ไปประยุกต์ใช้และเสนอผลงาน ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีเบล (Bell, 1983, pp. 125 – 127) ที่เขาพัฒนาขั้นตอนในการเรียนการสอนและการเรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ 6 ขั้นตอน ดังนี้ 1) การเล่นอย่างอิสระ 2) เกม 3) ค้นหาลักษณะร่วมกัน 4) การใช้ตัวแทน 5) การใช้สัญลักษณ์ และ 6) การทำให้เป็นทางการ การจัดการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นนี้จึงทำให้นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ บุญญิสสา แซ่หล่อ (2550) ได้ทำวิจัยเรื่อง การบูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิตโดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริงสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนย่านตาขาวรัฐชนูปถัมภ์ จังหวัดตรัง จำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลของการใช้การบูรณาการด้านความสามารถในการเชื่อมโยง พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01

2.2 นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 80% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากผลการวิจัยนี้แสดงให้เห็นว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นนี้สามารถส่งเสริมให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้ ทั้งนี้ อาจอธิบายได้ว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นนี้มีหลักการพัฒนาด้านความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับแนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของ ดีนส์ (Dienes) ที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเป็นแนวคิดทฤษฎีพื้นฐานที่มีความชัดเจนและเหมาะสมกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนของการเรียนการสอนของรูปแบบตลอดจนเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ในขั้นตอนการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน คือ สืบหาความรู้เดิม วิเคราะห์โจทย์ เลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ นำความรู้ไปประยุกต์ใช้และเสนอผลงาน

ซึ่งสอดคล้องของทฤษฎีเบล (Bell, 1983, pp. 125 – 127) ที่เขาพัฒนาขั้นตอนในการเรียนการสอน และการเรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ 6 ชั้น ดังนี้ 1) การเล่นอย่างอิสระ 2) เกม 3) ค้นหา ลักษณะร่วมกัน 4) การใช้ตัวแทน 5) การใช้สัญลักษณ์ และ 6) การทำให้เป็นทางการในรูปแบบ การจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น แต่ละแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ได้มีกิจกรรมให้นักเรียน ทบทวนความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนไปแล้วเพื่อที่จะได้นำความรู้ดังกล่าวมาใช้ในการ ดำเนินการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว การจัดการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการจัด การเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นนี้จึงทำให้นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 80% ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ รัชดา ยাত্রา (2549) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมขบวนการคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงที่มี ต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งผลการศึกษา พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลัง การปฏิบัติกิจกรรมขบวนการคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงสูงกว่าก่อนเข้าร่วมกิจกรรม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังจากปฏิบัติกิจกรรมขบวนการคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงสูงกว่า เกณฑ์ร้อยละ 80 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ บุญญาธิ ชาญหล่อ (2550) ได้ทำวิจัยเรื่อง การบูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่องการวิเคราะห์ ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิตโดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริงสำหรับนักเรียนชั้นมัธยม ศึกษปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนย่านตาขาวรัฐชนูปถัมภ์ จังหวัดตรัง จำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลของการใช้การบูรณาการด้านความสามารถ ในการเชื่อมโยง พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการเชื่อมโยงภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01

2.3 นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้สมการกำลังสอง ตัวแปรเดียว หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งแบบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ความยากง่ายอยู่ระหว่าง .52 ถึง .83 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .22 ขึ้นไป จำนวน 30 ข้อ และมีค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ เท่ากับ .91 จากผลการวิจัยนี้ แสดงให้เห็นว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นนี้สามารถส่งเสริมให้ผู้เรียนพัฒนา ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้ ทั้งนี้ อาจอธิบายได้ว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ ที่พัฒนาขึ้นนี้มีหลักการพัฒนาด้านความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับ แนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดิเนส (Dienes) ที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเป็นแนวคิดทฤษฎีพื้นฐาน

ที่มีความชัดเจนและเหมาะสมกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนของการเรียนการสอนของรูปแบบตลอดจนเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ สอดคล้องของทฤษฎีเบล (Bell, 1983, pp. 125 – 127) ที่เขาพัฒนาขั้นตอนในการเรียนการสอนและการเรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ 6 ขั้น ดังนี้ 1) การเล่นอย่างอิสระ 2) เกม 3) ค้นหาลักษณะร่วมกัน 4) การใช้ตัวแทน 5) การใช้สัญลักษณ์ และ 6) การทำให้เป็นทางการในรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นนั้น ได้จัดกิจกรรมเน้นให้นักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนแล้วนำมาประยุกต์ใช้เพื่อจะได้วิธีการที่จะใช้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว การจัดการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นนี้จึงทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ บุญญา แซ่หล่อ (2550) ได้ทำวิจัยเรื่อง การบูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิตโดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริงสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนย่านตาขาวรัฐชนูปถัมภ์ จังหวัดตรัง จำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่าผลของการใช้การบูรณาการด้านความสามารถในการเชื่อมโยง พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

2.4 นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 80% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากผลการวิจัยนี้แสดงให้เห็นว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นนี้สามารถส่งเสริมให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้ ทั้งนี้ อาจอธิบายได้ว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นนี้มีหลักการพัฒนาด้านความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับแนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดีนส์ (Dienes) ที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเป็นแนวคิดทฤษฎีพื้นฐานที่มีความชัดเจนและเหมาะสมกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนของการเรียนการสอนของรูปแบบตลอดจนเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ สอดคล้องของทฤษฎีเบล (Bell, 1983, pp. 125 – 127) ที่เขาพัฒนาขั้นตอนในการเรียนการสอนและการเรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ 6 ขั้น ดังนี้ 1) การเล่นอย่างอิสระ 2) เกม 3) ค้นหาลักษณะร่วมกัน 4) การใช้ตัวแทน 5) การใช้สัญลักษณ์ และ 6) การทำให้เป็นทางการในรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นนั้น ได้จัดกิจกรรมเน้นให้นักเรียนมีการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยง เช่น ก่อนเรียนเนื้อหาใหม่ทุกครั้งนักเรียนจะได้ทำกิจกรรมเพื่อทบทวนความรู้เดิมเสมอเพื่อเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ได้ ซึ่งจะทำให้

นักเรียนสามารถเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้แก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว การจัดการเรียน การสอนด้วยรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นนี้จึงทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 80% ซึ่ง สอดคล้องกับผลการวิจัยของ รัชดา ยাত্রา (2549) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมขบวนการคณิตศาสตร์ โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการปฏิบัติกิจกรรมขบวนการคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยง สูงกว่าก่อนเข้าร่วมกิจกรรมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการใช้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังจากปฏิบัติกิจกรรมขบวนการ คณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 80 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ บุญญิสา แซ่หล่อ (2550) ได้ทำวิจัยเรื่องการบูรณาการแบบ เชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิตโดยใช้ สถานการณ์ในชีวิตจริงสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับ มัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนย่านตาขาวรัฐชนูปถัมภ์ จังหวัดตรัง จำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลของการใช้การบูรณาการด้านความสามารถในการเชื่อมโยง พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจาก การทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลอง ที่ระดับนัยสำคัญ .01

ข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะที่จะช่วยให้การนำผลการวิจัยไปใช้ให้เกิดประโยชน์ สูงสุด ดังนี้

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1.1 ผู้สอนที่จะนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ไปใช้ ควรศึกษาเพื่อทำความเข้าใจ องค์ประกอบต่าง ๆ ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ก่อนนำไปใช้ แต่ทั้งนี้ สามารถปรับเปลี่ยนเนื้อหา ได้ตามความเหมาะสม

1.2 เนื่องจากผลการดำเนินการในครั้งนี้ ผลการวิจัย รูปแบบการจัดการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้วิจัย พัฒนาขึ้นสามารถส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จึงเสนอแนะให้ครูผู้สอน วิชาคณิตศาสตร์ในระดับต่าง ๆ ได้นำรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถใน การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนมีการพัฒนาความสามารถ ในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ตามรูปแบบ

1.3 ในระหว่างการจัดการเรียนการสอนตามรูปแบบที่พัฒนาขึ้นนี้ ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิด ทบทวนความรู้เดิมอย่างสม่ำเสมอทุกขั้นตอนเพื่อทำให้ผู้เรียนเกิดการเชื่อมโยงความคิดอย่างเป็นระบบได้อย่างอัตโนมัติ

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยต่อไป

2.1 ควรนำการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการศึกษาในเนื้อหาอื่น ๆ เช่น เรขาคณิต ตรีโกณมิติ การวัด เป็นต้น

2.2 ควรนำไปใช้ในการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ได้แก่ การให้เหตุผลการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ เป็นต้น

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2545). *หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.). เอกสารประกอบ.
- เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2546). *การคิดเชิงบูรณาการ (Integrative Thinking)*. กรุงเทพฯ: ชัคเชสมิเดีย.
- ชานนท์ จันทรา. (2555). *การประเมินในชั้นเรียนคณิตศาสตร์: จากแนวคิดสู่การปฏิบัติ*. กรุงเทพฯ: อาร์ แอนด์ เอ็น ปรีนท์.
- ชัยพร วิชชาวุธ. (2534). *จิตวิทยาฉบับประสบการณ์*. กรุงเทพฯ: สारมวลดชน.
- ณัฐิกานต์ รัตนาค. (2552). *การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยงของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปริญญาครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.*
- ดวงเดือน อ่อนน่วม. (2535). *การสร้างเสริมสมรรถภาพการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทิสนา แจมมณี. (2545). *ศาสตร์การสอน*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทิสนา แจมมณี. (2553). *ศาสตร์การสอน องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ ที่มีประสิทธิภาพ* (พิมพ์ครั้งที่ 13). กรุงเทพฯ: ด้านสุทธาการพิมพ์.
- ทิสนา แจมมณี, ศศิธร วิทยะสิรินันท์ และพิมพ์พันธ์ เตชะคุปต์. (2544). *วิทยาการด้านการคิด*. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์.
- ธนศ ขำเกิด. (2540). การวิจัยและพัฒนา (R & D) กระบวนการศึกษาค้นคว้าสู่คุณภาพ. *วารสารเทคโนโลยี*, 24(134), 156 – 158.
- นงลักษณ์ แก้วมาลา. (2547). *ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้ ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.*

- บุญญา สา แซ่หล่อ. (2550). การบูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่องการวิเคราะห์ข้อมูลการนำเสนอข้อมูล และพีชคณิต โดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริงสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานิพนธ์การศึกษาคุญบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- ประเวศ วะสี. (2547). *ธรรมชาติของสรรพสิ่ง: การเข้าถึงความจริงทั้งหมด*. กรุงเทพฯ: มูลนิธิสดศรี - สฤษดิ์วงศ์.
- พรรณี ชูทัย เจนจิต. (2538). *จิตวิทยาการเรียนการสอน*. กรุงเทพฯ: ต้นอ้อ แกรมมี.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). *การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พวงรัตน์ ทวีรัตน์. (2540). *วิธีการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 7)*. กรุงเทพฯ: สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2523). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2530). *การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- รัชดา ยাত্রา. (2549). *ผลของการจัดกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงที่มีผลต่อความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปรินูญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- รัตนะ บัวสนธิ์. (2552). *การวิจัยและพัฒนาวัตกรรมการศึกษา*. กรุงเทพฯ: แอล.ที.เพรส.
- ลิลลา ดลภาค. (2549). *กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินูญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วรรณิ โสภประยูร. (2546). *การวิจัยและพัฒนาทางการศึกษา*. *วารสารวิชาการ*, 6(6), 10 – 14.
- วิจิต สุรัตน์เรืองชัย. (2549). *การวิจัยขั้นสูงทางด้านหลักสูตรและการสอน*. ชลบุรี: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยบูรพา. เอกสารคำสอน วิชา 409713.
- วิชัย วงษ์ใหญ่. (2532). *การเรียนการสอนความคิดรวบยอดและหลักการ*. *วารสารวิจัยทางการศึกษา*, 19(กรกฎาคม – กันยายน), 18 – 32.

- เวชฤทธิ์ อังกะภักทขจร. (2551). *การพัฒนารูปแบบการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. ปริญญาโทศึกษาศาสตร์ศึกษาศาสตร์บัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- เวชฤทธิ์ อังกะภักทขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องความรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตร การสอนและการวิจัย*. กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์สินทวงศ์การพิมพ์.
- วีชรา เล่าเรียนดี. (2554). *รูปแบบและกลยุทธ์การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการคิด (พิมพ์ครั้งที่ 7)*. นครปฐม. โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). (2555). *รายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาดขั้นพื้นฐาน (O-NET)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2550). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). *สรุปผลการวิจัย โครงการ TIMSS 2011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. กรุงเทพฯ: แอดวานซ์ พรินติ้ง เซอร์วิส.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.
- สมพร แมลงภู. (2541). *การพัฒนารูปแบบเพื่อพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ*. ปริญญาโทศึกษาศาสตร์ศึกษาศาสตร์บัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- สุธีรักษ์ อริเดช. (2540). *ผลของการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างความคิดรวบยอดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3*. ปริญญาโทศึกษาศาสตร์ศึกษาศาสตร์บัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- สุรางคณา ยาหิ. (2549). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4*. ปริญญาโทศึกษาศาสตร์ศึกษาศาสตร์บัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

- โสภาพรรณ ชื่นทองคำ. (2545). งานวิจัยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบบูรณาการโดยใช้เทคโนโลยี. เข้าถึงได้จาก <http://mail.google.com/mail/h/6lgluivrf88x/>
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2545). *พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 และพระราชบัญญัติการศึกษา ภาคบังคับ พ.ศ. 2545*. กรุงเทพฯ: อักษรไทย.
- อรทัย มูลคำ และสุวิทย์ มูลคำ. (2544). *Child centered: Storyline method: การบูรณาการหลักสูตรและการเรียนการสอนโดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ*. กรุงเทพฯ: ดวงกมลสมัย.
- อัมพร ม้าคะนอง. (2546). *คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคะนอง. (2547). การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. ใน *ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. หน้า 94 – 107. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.
- อัมพร ม้าคะนอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Arends, R. L. (1998). *Learning to teach*. New York: McGraw – Hill.
- Bell, F. H. (1983). *Teaching and learning mathematics (In Secondary School)* (4th ed.). New York: United states of america.
- Boss, M. J. (2003, Winter). The beauty of and? and or?: connections within mathematics for students with learning differences. *Mathematics and computer education*, 37(1), 105 – 114.
- Burkhardt, H. (2001). *The Emperor's old clothes, or how the world see It*. Retrieved from www.nctm.org/dialogues/2001-01/default_all_print.htm
- Coxford, A. F. (1995). *The case for connection*. In *Connecting mathematics across the curriculum* (pp. 3 – 12) . Virginian: National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).
- De Bono, E. (1976). *Teaching thinking*. London: Penguin books.
- Dienes, Z. P. (1971). *Building up mathematics* (4th ed.). London: Hutchinson.

- Dossey, John A., et al. (2002). *Mathematics method and modeling for today's mathematics classroom*. A contemporary approach to teaching grade 7 – 12. Pacific grove: Brooks/Cole.
- Drexel, R. E. (1997). *Connection common and decimal fraction concepts: A common fraction perspective*. *Dissertation abstracts international*, 58(6), 2119 - A.
- Eric, K. J. (2000, January). *Understanding connections between equations and graphs*. *The mathematics teacher*, 93(1), 48 – 53.
- Fisher, R. (1998). *Teaching thinking*. London: Cassell.
- Fogarty, R. (1991). *Ten ways to integrate curriculum*. *Educational leadership*, 49(2), 61-65.
- Ginsburg, H., & Opper, S. (1969). *Piaget's theory of intellectual development: An Introduction Englewood Cliffs*. NJ: Prentice – Hall.
- Good, C. V. (1973). *Dictionary of education*. New York: McGraw – Hill Book.
- Goodrich, H. (1997). Understanding rubrics. *Teaching for authentic student performance*, 54(4), 14 – 17.
- House, P. A. (1995). *Connecting Mathematics across the Curriculum (1995 Yearbook)*. Preface. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Joyce, B., Weil, M., & Calhoun, E. (2004). *Models of teaching* (7th ed.). Boston: Allyn and Bacon.
- Kennedy, L. M., & Tipps, S. (1994). *Guiding children's learning of mathematics* (7th ed.). California: Wadsworth.
- Kyle, D. W., Mcintyre, E., & Moore, G. H. (2001). *Connecting mathematics instruction with the families of young children*. *Teaching children mathematics*, 8(2), 80 – 86.
- Lawson, M. J., & Mohan, C. (2000, January). *Knowledge connectedness in geometry problem solving*. *Journal for research in mathematics education*, 31(1), 26 – 43.
- Merlino, F. J. (2000). *Understanding integrate mathematics using living metaphors*. Retrieved from www.nctm.org/dialogues/2001-01/default_all_print.htm
- National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching mathematics* reston. VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Owens, K. (2001). *An integrated approach for young students*. Retrieved from www.nctm.org/dialogues/2001-01/default_all_print.htm
- Saylor, J. G., William, M. A., & Arthur, J. L. (1981). *Curriculum planning for better teaching and learning* (7th ed.). New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Shama, G., & Layman, J. (1997). *The role of representations in learning and interdisciplinary mathematics and physics university course*. Retrieved from <http://www.physics.umd.edu/perg/paper/layman/sh81.html>
- Shteingold, N. (2001). *Isolate, then integrate*. Retrieved from www.nctm.org/dialogues/2001-01/default_all_print.htm
- Ventura, J. (2001). *Integrate literature, mathematics, and Science*. Retrieved from www.nctm.org/dialogues/2001-01/default_all_print.htm
- Wilson, J. W. (1971). *Evaluation of learning in secondary school mathematics, in handbook on formative and summative evaluation of student learning*. New York : McGraw – Hill Book.
- Winn, W. (1993). *Instructional design and situated learning: Paradox or partnership* *Educational technology*, 33, 16 – 21 .

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือ

- | | |
|---|--|
| 1. รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เสวตมมาลย์ | เป็นข้าราชการเกษียณอายุราชการ |
| 2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล | รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ
โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ปทุมวัน |
| 3. ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์ | รองคณบดีฝ่ายบริหาร คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยบูรพา |
| 4. รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร | รองคณบดีฝ่ายวิชาการ คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยบูรพา |
| 5. ดร.คมสัน ศรีไพบูลย์ | ประธานหลักสูตรการศึกษาระดับบัณฑิต
การสอนคณิตศาสตร์
ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยบูรพา |

ภาคผนวก ข

- หนังสือขอความอนุเคราะห์ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย
- หนังสือขอความอนุเคราะห์เก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือการวิจัย
- หนังสือขอความอนุเคราะห์เก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

ที่ ศษ ๖๖๒๑/ว.๑๑๖๔

(สำเนา)

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๕ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑๘ มิถุนายน ๒๕๕๘

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เสวตมาลย์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวพาวา พงษ์พันธุ์ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำคุณนิพนธ์เรื่อง “การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ ๒” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร.วิจิต สุรัตน์เรืองชัย ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ลงชื่อ)

เชษฐ ศิริสวัสดิ์

(ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน

ผู้อำนวยการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๕

โทรสาร ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๑-๖๘๓๓๓๗๗๐

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ว.๑๑๖๔

(สำเนา)

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๕ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑๘ มิถุนายน ๒๕๕๘

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ติลาจรัสกุล

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวพาวา พงษ์พันธุ์ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำคุณนิพนธ์เรื่อง “การพัฒนาแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ ๒” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร.วิจิต สุวัฒน์เรืองชัย ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ลงชื่อ)

เชษฐ ศิริสวัสดิ์

(ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน

ผู้อำนวยการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๕

โทรสาร ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๑-๖๘๓๓๓๗๗๐

(สำเนา)



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๕, ๒๐๖๕
 ที่ ศษ ๖๖๒๑/ว. ๑๘๗๔ วันที่ ๑๘ มิถุนายน พ.ศ. ๒๕๕๘
 เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือในการทำวิจัย

เรียน ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์

ด้วยนางสาวพาวา พงษ์พันธุ์ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ ๒” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร.วิจิต สุรัตน์เรืองชัย ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิต ในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

(ลงชื่อ) เศษฐ์ ศิริสวัสดิ์

(ดร.เศษฐ์ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
 คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

(สำเนา)



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๕, ๒๐๖๕
 ที่ ศษ ๖๖๒๑/ว. ๑๘๗๔ วันที่ ๑๘ มิถุนายน พ.ศ. ๒๕๕๘
 เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือในการทำวิจัย

เรียน รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร

ด้วยนางสาวพาวา พงษ์พันธุ์ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ ๒” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร.วิจิต สุรัตน์เรืองชัย ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิต ในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

(ลงชื่อ) เศษฐ์ ศิริสวัสดิ์

(ดร.เศษฐ์ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
 คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

(สำเนา)



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๕, ๒๐๖๕
 ที่ ศษ ๖๖๒๑/ว. ๑๘๗๔ วันที่ ๑๘ มิถุนายน พ.ศ. ๒๕๕๘
 เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือในการทำวิจัย

เรียน ดร.คมสัน ตรีไพบูลย์

ด้วยนางสาวพาวา พงษ์พันธุ์ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ ๒” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร.วิจิต สุรัตน์เรืองชัย ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิต ในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

(ลงชื่อ) เศษฐ์ ศิริสวัสดิ์

(ดร.เศษฐ์ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
 คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

(สำเนา)



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๕, ๒๐๖๕

ที่ ศธ ๖๖๒๑/๒๕๓๘

วันที่ ๔ กันยายน พ.ศ. ๒๕๕๘

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา

ด้วยนางสาวพาวา พงษ์พันธุ์ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษาคุณวุฒิ
บัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำคุณวุฒินิพนธ์
เรื่อง “การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้
ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์
ดร.วิจิต สุรัตน์เรืองชัย ประธานกรรมการ มีความประสงค์ขออำนวยความสะดวกในการเก็บ
รวบรวมข้อมูลจาก นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒/๗ โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วย
ตนเอง ระหว่างวันที่ ๕ - ๑๑ กันยายน ๒๕๕๘ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนการพิจารณา
ทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่ง
ว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

(ลงชื่อ) **เชษฐ ศิริสวัสดิ์**

(ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

(สำเนา)



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๕, ๒๐๖๕
 ที่ ศธ ๖๖๒๑๒๕๓๕/ วันที่ ๔ กันยายน พ.ศ. ๒๕๕๘
 เรื่อง ขอกวามอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา

ด้วยนางสาวพาวา พงษ์พันธุ์ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษาคุณวุฒิ
 บัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์
 เรื่อง “การพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้
 ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์
 ดร.วิจิต สุรัตน์เรืองชัย ประธานกรรมการ มีความประสงค์ขออำนาจความสะดวกในการเก็บ
 รวบรวมข้อมูลจาก นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒/๖ โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูล
 ด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๑๔ กันยายน พ.ศ. ๒๕๕๘ – ๒๕ กันยายน พ.ศ. ๒๕๕๘
 อนึ่ง โครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพา
 เรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคง
 จะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

(ลงชื่อ) **เชษฐ ศิริสวัสดิ์**

(ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
 คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

ภาคผนวก ค

รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
มัธยมศึกษาปีที่ 2

รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ผู้วิจัยดำเนินการออกแบบ รูปแบบการจัดการเรียนรู้ส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยศึกษาแนวทางการออกแบบรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสม โดยผู้วิจัยได้ใช้แนวทางการออกแบบของ Joyce and Weil (2004, p. 7) เป็นหลัก โดยกำหนดองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนรู้ ดังนี้

แนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดienes (Dienes)

ดienesเชื่อว่าแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ได้รับการเรียนรู้ในขั้นตอนที่ก้าวหน้าซึ่งมีบางสิ่งที่คล้ายกับขั้นตอนเพียเจต์ของการพัฒนาทางปัญญา เขาพัฒนาขั้นตอนในการเรียนการสอนและการเรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ 6 ขั้น (Bell ,1983, pp 125 – 127) ดังนี้

1. Free play (การเล่นอย่างอิสระ)

ขั้นตอนการเล่นอย่างอิสระของการเรียนรู้ประกอบด้วยกิจกรรมที่ไม่มีโครงสร้างและไม่มีทิศทางที่อนุญาตให้นักเรียนในการทดลองและจัดการกับการเป็นตัวแทนทางกายภาพและนามธรรมขององค์ประกอบบางส่วนแนวคิดที่จะเรียนรู้ ขั้นตอนของการเรียนรู้ตามแนวความคิดนี้ควรจะทำอย่างอิสระและไม่มีโครงสร้าง แต่ครูควรให้ความหลากหลายของอุปกรณ์การเล่นให้เหมาะสมกับนักเรียน แม้ว่าช่วงเวลานี้เป็นการวุ่นวายของการเล่นอย่างอิสระ อาจมีค่าเล็กน้อยจากมุมมองของครูที่จะคุ้นเคยกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการที่มีโครงสร้างมาก หากแต่ถือเป็นขั้นตอนที่สำคัญในการเรียนรู้แนวคิด เป็นครั้งแรกที่นักเรียนได้สัมผัสกับหลายองค์ประกอบของแนวคิดใหม่ผ่านการมีปฏิสัมพันธ์กับสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ที่มีการนำเสนอที่เป็นรูปธรรมของแนวคิด ในขั้นตอนนี้นักเรียนในรูปแบบโครงสร้างทางจิตใจและทัศนคติที่เตรียมความพร้อมให้พวกเขาเข้าใจแนวคิดของโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

2. Games (เกม)

หลังจากช่วงเวลาของการเล่นอย่างอิสระกับตัวแทนของแนวคิด นักเรียนจะเริ่มต้นในการสังเกตรูปแบบและแบบแผนซึ่งจะเป็นตัวเป็นตนในแนวคิด พวกเขาจะสังเกตเห็นว่าบางกฎระเบียบควบคุมเหตุการณ์ที่ทำให้บางสิ่งไม่สามารถเป็นไปได้ เมื่อนักเรียนได้พบกฎระเบียบ

และคุณสมบัติที่กำหนดเหตุการณ์พวกเขาที่พร้อมที่จะเล่นเกมและทดลองกับกฎระเบียบของครู เล่นเกมและสร้างเกมขึ้นเอง เกมอนุญาตให้นักเรียนได้ทดสอบกับพารามิเตอร์และรูปแบบภายใน แนวคิดและจะเริ่มต้นวิเคราะห์โครงสร้างทางการคำนวณของแนวคิด เกมที่มีการนำเสนอแนวคิด ที่แตกต่างกัน จะช่วยให้นักเรียนค้นพบองค์ประกอบตรรกะและการคำนวณของแนวคิด

3. Searching for commonalities (ค้นหาลักษณะร่วมกัน)

แม้หลังจากที่เล่นหลายเกมที่ใช้เป็นตัวแทนทางกายภาพที่แตกต่างกันของแนวคิด นักเรียนอาจไม่ได้ค้นพบโครงสร้างทางการคำนวณซึ่งเป็นเรื่องธรรมดาสำหรับตัวแทนของแนวคิด จนกว่านักเรียนจะตระหนักถึงคุณสมบัติทั่วไปในการเป็นตัวแทนพวกเขาจะไม่สามารถที่จะจำ จำแนกตัวอย่างและ ตัวอย่างที่ไม่ใช่แนวคิด dienes แนะนำว่าครูผู้สอนสามารถช่วยให้นักเรียนเห็น ความร่วมกันของโครงสร้างในตัวอย่างของแนวคิดด้วยการแสดงวิธีการที่แต่ละตัวอย่างสามารถถูก ตีความในทุกตัวอย่างอื่น ๆ โดยไม่ต้องเปลี่ยนคุณสมบัตินามธรรมซึ่งเป็นเรื่องธรรมดาต่อ ทุกตัวอย่าง จำนวนที่จะชี้ให้เห็นคุณสมบัติทั่วไปพบได้ในแต่ละตัวอย่าง โดยพิจารณาหลายตัวอย่าง ในขณะเดียวกัน

4. Representation (ตัวแสดง)

หลังจากที่นักเรียนได้สังเกตองค์ประกอบร่วมกันในแต่ละตัวอย่างของแนวคิด ความต้องการที่จะพัฒนาหรือได้รับจากครู เป็นตัวแทนหนึ่งของแนวคิดที่ส่งเสริมทุกองค์ประกอบ ร่วมกันที่พบในแต่ละตัวอย่าง ตัวแสดงนี้อาจเป็นไปได้ทั้งภาพของแนวคิด ตัวแสดงด้วยวาจาหรือเป็น ตัวอย่างรวม นักศึกษาต้องการตัวแสดงในการที่จะเรียงลำดับองค์ประกอบร่วมที่มีอยู่ในทุกตัวอย่าง ของแนวคิด ตัวแสดงของแนวความคิดมักจะเป็นนามธรรมมากขึ้นกว่าตัวอย่างและจะทำให้ นักเรียนเข้าใจโครงสร้างทางการคำนวณนามธรรมพื้นฐานแนวคิดมากขึ้น

5. Symbolization (การใช้สัญลักษณ์)

ในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะต้องมีการกำหนดสัญลักษณ์ทางวาจาและทางการคำนวณ ที่เหมาะสมในการอธิบายถึงตัวแสดงของแนวคิดของเขาหรือเธอ มันเป็นเรื่องที่ดีสำหรับนักเรียน ที่จะคิดค้นการเป็นตัวแสดงสัญลักษณ์ของตัวเองของแต่ละแนวคิด แต่เพื่อประโยชน์ของความ สอดคล้องกับในตำราเรียน ครูอาจจะไปแทรกแซงนักเรียนในการเลือกระบบสัญลักษณ์ มันอาจจะดี ที่จะอนุญาตให้นักเรียนเริ่มจากคิดตัวแสดงสัญลักษณ์ของตัวเองและจากนั้นพวกเขาได้เปรียบเทียบ การใช้สัญลักษณ์กับสิ่งที่อยู่ในตำราเรียน นักเรียนควรจะแสดงค่าของระบบสัญลักษณ์ที่ดีในการ แก้ไขปัญหา การพิสูจน์ทฤษฎี และการอธิบายแนวความคิด

6. Formalization (การทำให้เป็นทางการ)

หลังจากที่นักเรียนได้เรียนรู้แนวคิดและที่เกี่ยวข้องกับโครงสร้างทางการคำนวณ พวกเขาจะต้องลำดับ คุณสมบัติของแนวคิดและการพิจารณาผลที่ตามมา คุณสมบัติพื้นฐานในโครงสร้างทางการคำนวณที่เป็นสัจพจน์ของระบบ คุณสมบัติที่ได้มาเป็นทฤษฎีและวิธีการไปจากหลักการที่จะทฤษฎีบทที่มีการพิสูจน์ทางการคำนวณ ในขั้นตอนนี้ นักเรียนตรวจสอบผลกระทบของแนวคิดและใช้แนวคิดในการแก้ปัญหาและประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์บริสุทธิ์ หลักการของการเรียนรู้แนวคิดของดินส์

ดินส์สรุปหลักการของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จากขั้นตอนของการเรียนรู้แนวคิด ทั้ง 6 ขั้นตอนนี้ ได้รับการปรับให้เป็นที่หลักการ ดังนี้

1. หลักการแบบไดนามิก (Dynamic principle) ในหลักเบื้องต้น โครงสร้างและการปฏิบัติและ/ หรือการสะท้อนกลับของเกมสกีถือเป็นประสบการณ์ที่จะต้องถูกนำเสนอจนกว่าแนวคิดการคำนวณจะถูกสร้างขึ้นตรงเท่าที่เกมแต่ละประเภทถูกแนะนำในเวลาที่เหมาะสม แม้ว่าเด็กเหล่านี้จะยังมีอายุน้อย เกมเหล่านี้จะต้องเป็นเกมที่มีอุปกรณ์ สำหรับเกมที่ไม่ใช้อุปกรณ์ซึ่งเป็นเกมทางจิต จะถูกแนะนำในการทำการวิจัยทางคณิตศาสตร์

2. หลักการสร้าง (Constructivity principle) ในโครงสร้างของเกมควรจะนำร่องการวิเคราะห์ก่อน ซึ่งเกือบทั้งหมดหายไปจากการเรียนรู้ของเด็กจนอายุ 12 ปี

3. หลักการแปรปรวนทางคณิตศาสตร์ (Mathematical variability principle) แนวความคิดที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรควรจะได้เรียนรู้จากประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องกับจำนวนที่เป็นไปได้ที่ใหญ่ที่สุดของตัวแปร

4. หลักการรับรู้หรือความแปรปรวนหลายศูนย์รวมหลักการ (Perceptual variability principle or multiple embodiment principle) เพื่อให้ขอบเขตมากที่สุดเท่าที่เป็นไปได้สำหรับการเปลี่ยนแปลงแต่ละแนวคิด – การก่อตัวเช่นเดียวกับที่ก่อให้เกิดเด็กที่จะรวบรวมสาระสำคัญทางคณิตศาสตร์ของนามธรรม โครงสร้างแนวคิดเดียวกันควรจะนำเสนอในรูปแบบของการรับรู้เทียบเท่าให้มากที่สุดเท่าที่เป็นไปได้

หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

จากแนวคิดและทฤษฎีของรูปแบบ นำมาเป็นหลักการของการจัดการเรียนการสอนของรูปแบบ การจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีหลักการ ดังนี้

1. พัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จากการเชื่อมโยงเนื้อหาเดิมและเนื้อหาใหม่ทางคณิตศาสตร์ โดยผู้สอนจะเน้นให้ผู้เรียนใช้กระบวนการในการแก้ปัญหา มากกว่าการหาคำตอบของปัญหา
2. ผู้เรียนต้องค้นหาวิธีการที่ทำให้ตนเข้าใจอยู่ในกรอบที่จะนำไปสู่ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อผู้เรียนจะได้เชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้
3. เป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาผู้เรียนให้ขึ้นไปตามขั้นวิธีการสอนที่สอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดินส์ ซึ่งจะเป็นการพัฒนาผู้เรียนให้สามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

วัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

1. เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในการเชื่อมโยงความรู้ทาง คณิตศาสตร์
2. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ในสาระที่ 1 และสาระที่ 4

ขั้นตอนการเรียนการสอนของรูปแบบ

ขั้นตอนการเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยง ความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 สำรวจความรู้เดิม

- เป็นขั้นตอนที่ให้ผู้เรียนเชื่อมโยงความรู้เดิมโดยใช้กิจกรรมกลุ่มในการทำกิจกรรมฐานความรู้ ซึ่งเป็นการวางแผนกิจกรรม เมื่อผู้เรียนทำกิจกรรมเสร็จแล้ว ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มสรุปผลที่ได้จากการทำกิจกรรมพร้อมทั้งนำเสนอด้วย

ขั้นที่ 2 วิเคราะห์โจทย์

- เป็นขั้นตอนที่ให้ผู้เรียนทบทวนความรู้โดยผู้สอนยกตัวอย่างโจทย์ แล้วให้ผู้เรียนร่วมกันวิเคราะห์โจทย์และสรุปผลที่ได้จากการวิเคราะห์โจทย์ และให้นักเรียนทำกิจกรรมเชื่อมโยงความรู้โดยใช้กิจกรรมกลุ่ม เพื่อผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์และนำไปสู่วิธีการที่จะไปหาคำตอบ

ขั้นที่ 3 เลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์

- เป็นขั้นตอนที่ให้ผู้เรียนเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์แล้วเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับโจทย์ที่กำหนดให้เพื่อหาคำตอบ โดยผู้สอนใช้กิจกรรมการสอนแบบร่วมกันอภิปรายพร้อมยกตัวอย่างประกอบ แล้วให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมด้วย หลังจากนั้นให้

ผู้เรียนทำกิจกรรมเชื่อมโยงความรู้โดยใช้กิจกรรมกลุ่ม เมื่อผู้เรียนทำกิจกรรมเสร็จแล้ว ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มสรุปผลที่ได้จากการทำกิจกรรมพร้อมทั้งนำเสนอด้วย

ขั้นที่ 4 นำความรู้ไปประยุกต์ใช้

- ขั้นตอนนี้เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนนำความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการเชื่อมโยงความรู้มาประยุกต์ใช้กับโจทย์ที่หลากหลาย และให้ผู้เรียนทำกิจกรรมซึ่งเป็นกิจกรรมที่หาคำตอบโดยการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ ซึ่งเป็นการให้ผู้เรียนทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม

ขั้นที่ 5 เสนอผลงาน

- ขั้นตอนนี้เป็นกระบวนการที่ให้ผู้เรียนนำเสนอวิธีการหาคำตอบจากการทำกิจกรรมในขั้นที่ 4 โดยผู้สอนซักถามและให้ข้อเสนอแนะ เพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจให้ถูกต้อง

การประเมินผลการจัดการเรียนรู้

1. ทดสอบตามสภาพจริงโดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
2. ทดสอบตามสภาพจริงโดยใช้แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ภาคผนวก ง
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

แผนจัดการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัส ค 22241 วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

เรื่อง การแก้สมการกำลังสอง
ตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติการ
แจกแจง, วิธีการแยกตัวประกอบ
ของพหุนามดีกรีสองในรูป
 $ax^2 + bx + c$ โดยที่ $a=1$
และ $a \neq 1$ และวิธีการแยกตัว
ประกอบของพหุนามดีกรีสอง
ที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)(a + b)$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)(a - b)$$

ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558

จำนวน 2 ชั่วโมง

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
(mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้
แก้ปัญหา ผลการเรียนรู้

1. บอกได้ว่าสมการที่กำหนดให้เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียวหรือไม่
2. แก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าสมการกำลังสองที่กำหนดให้นั้นมีกี่คำตอบ
2. นักเรียนสามารถแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้
3. นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้

ด้านทักษะ/ กระบวนการ

1. นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความรับผิดชอบ
2. ทำงานอย่างมีระบบส่งงานครบทุกชิ้น และตามเวลาที่กำหนด
3. มีส่วนร่วมในการตอบคำถาม และแสดงความคิดเห็นอย่างมีเหตุผล

สาระสำคัญ/ ความคิดรวบยอด

แก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ($ax^2 + bx + c = 0$) โดยใช้สมบัติการแจกแจง

$ax^2 + bx = x(ax + b)$ เมื่อ x เป็นตัวประกอบร่วม, วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง
ในรูป $ax^2 + bx + c$ โดยที่ $a=1$ และ $a \neq 1$ และวิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่
เป็นกำลังสองสมบูรณ์ $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)(a+b)$, $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)(a-b)$

สาระการเรียนรู้

แก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ($ax^2 + bx + c = 0$)

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

- ความสามารถในการสื่อสาร ความสามารถในการคิด ความสามารถในการแก้ปัญหา
 ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

- รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์ ซื่อสัตย์สุจริต วินัย ใฝ่เรียนรู้
 อยู่อย่างพอเพียง มุ่งมั่นในการทำงาน รักความเป็นไทย มีจิตสาธารณะ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (รูปแบบการสอน/วิธีสอน)

ขั้นตอนการเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ มีขั้นตอน ดังนี้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นที่ 1 สืบค้นความรู้เดิม (30 นาที)

1.1 ผู้สอนให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 5 คน ทำกิจกรรมโดยใช้กิจกรรมกลุ่มในการทำ
กิจกรรมฐานความรู้ ซึ่งเป็นการวนฐานกิจกรรม ผู้สอนจัดเตรียมฐานกิจกรรม 4 ฐาน ดังนี้ ฐานที่ 1
ระบบจำนวนเต็ม ฐานที่ 2 เลขยกกำลัง ฐานที่ 3 การบวก ลบ คูณ และหาร เอกนามและพหุนาม
และฐานที่ 4 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวพร้อมกับทำใบกิจกรรมที่ 1

1.2 เมื่อผู้เรียนทำกิจกรรมในข้อ 1.1 เสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่ม
ออกมา นำเสนอผลที่ได้จากการทำกิจกรรมในข้อ 1.1

ขั้นที่ 2 วิเคราะห์โจทย์ (30 นาที)

2.1 ผู้สอนกำหนดโจทย์เกี่ยวกับพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวและสมการกำลังสองตัว
แปรเดียว

บนกระดานพร้อมกับซักถาม ผู้เรียนว่า พหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวกับสมการกำลัง
สองตัวแปรเดียวเหมือนกันหรือต่างกันอย่างไร ดังนี้

พหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว

1. $2x^2 + 5$

2. $x^2 - x + 2$

3. $3x^2 + 2x - 2$

สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

1. $3x^2 + 5 = 0$

2. $2x^2 - x + 1 = 0$

3. $2x^2 - 2x + 3 = 0$

ถ้าผู้เรียนยังตอบไม่ได้ ผู้สอนให้นักเรียนยกตัวอย่างพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวบนกระดานแล้วให้ผู้เรียนสังเกตรูปแบบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวกับพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว จนกระทั่งนักเรียนสามารถบอกได้ว่าพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเหมือนกันคือ มีตัวแปรหนึ่งตัวและตัวแปรมีเลขชี้กำลังสูงสุดคือ 2

2.2 ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อหาข้อสรุปที่ได้จากข้อ 2.1 โดยการผู้สอนใช้คำถามนำเข้าสู่การสรุป

สรุปได้ว่า สมการกำลังสองตัวแปรเดียว คือ สมการซึ่งมี x เป็นตัวแปรและมีรูปทั่วไปเป็น $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$

2.3 ผู้สอนให้ผู้เรียนทำกิจกรรมกลุ่มโดยใช้กลุ่มเดิม (ใบกิจกรรมที่ 2) โดยผู้สอนจะให้คำแนะนำกับผู้เรียนเมื่อผู้เรียนไม่เข้าใจโจทย์ในขณะที่ทำใบกิจกรรมที่ 2 หลังจากที่ผู้เรียนทำกิจกรรมเสร็จแล้ว ให้แต่ละกลุ่มนำเสนอผลที่ได้จากการทำกิจกรรมเพื่อแลกเปลี่ยนการเรียนรู้ซึ่งกันและกัน

2.4 ผู้สอนแจกใบงานที่ 1 ให้ผู้เรียนไปทำเป็นการบ้าน แล้วนำมาส่งในวันต่อมา

ชั่วโมงที่ 2
ชั้นที่ 3 เลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ (30 นาที)

3.1 ผู้สอนกับผู้เรียนอภิปรายร่วมกัน โดยผู้สอนซักถามความเข้าใจและปัญหาในการทำใบงานที่ 1 ที่แจกให้ผู้เรียนไปทำเป็นการบ้าน

3.2 ผู้สอนกำหนดโจทย์สมการกำลังสองตัวแปรเดียวจำนวน 5 ข้อบนกระดานแล้วผู้สอนอธิบายโจทย์ข้อที่ 1 และข้อที่ 2 พร้อมซักถามผู้เรียนเป็นรายบุคคลว่าควรจะใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ในเรื่องใดมาแก้สมการเพื่อหาคำตอบ ดังนี้

1. $x^2 - 4x = 0$

วิธีทำ $x^2 - 4x = 0$

$x(x - 4) = 0$ (ใช้สมบัติการแจกแจง เมื่อ x เป็นตัวประกอบร่วม)

ดังนั้น $x = 0$ หรือ $x - 4 = 0$ (สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่า ถ้ามีจำนวนจริงสองจำนวนคูณกันเท่ากับศูนย์แล้วจำนวนจริงอย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเท่ากับศูนย์)

จะได้ $x=0$ หรือ $x=4$ (ใช้สมบัติการเท่ากันในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว)

ตรวจสอบ 1. แทน x ด้วย 0 ในสมการ $x^2 - 4x = 0$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad 0^2 - 4(0) &= 0 \\ 0 &= 0 \quad \text{เป็นสมการที่เป็นจริง} \end{aligned}$$

2. แทน x ด้วย 4 ในสมการ $x^2 - 4x = 0$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad 4^2 - 4(4) &= 0 \\ 16 - 16 &= 0 \\ 0 &= 0 \quad \text{เป็นสมการที่เป็นจริง} \end{aligned}$$

ดังนั้น 0 และ 4 เป็นคำตอบของสมการ $x^2 - 4x = 0$

$$2. -x^2 = 3x - 4$$

วิธีทำ $-x^2 = 3x - 4$

$$-x^2 - 3x + 4 = 0$$

นำ -1 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ (ใช้สมบัติของการเท่ากัน)

$$\text{จะได้} \quad (-1)(-x^2 - 3x + 4) = (-1)(0)$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x+4)(x-1) = 0 \quad \begin{array}{l} \text{(การแยกตัวประกอบของ} \\ \text{พหุนามดีกรีสองในรูป} \\ \text{ax}^2 + \text{bx} + \text{c โดยที่ a=1)} \end{array}$$

ดังนั้น $x+4=0$ หรือ $x-1=0$

จะได้ $x=-4$ หรือ $x=1$ (ใช้สมบัติการเท่าในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว)

ตรวจสอบ 1. แทน x ด้วย -4 ในสมการ $-x^2 = 3x - 4$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad -(-4)^2 &= 3(-4) - 4 \\ -16 &= -12 - 4 \\ -16 &= -16 \quad \text{เป็นสมการที่เป็นจริง} \end{aligned}$$

2. แทน x ด้วย 1 ในสมการ $-x^2 = 3x - 4$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad -1^2 &= 3(1) - 4 \\ -1 &= 3 - 4 \\ -1 &= -1 \end{aligned}$$

ดังนั้น -4 และ 1 เป็นคำตอบของสมการ $-x^2 = 3x - 4$

3.3 ผู้สอนให้ผู้เรียนออกมาทำโจทย์ โจทย์ข้อ 3 $2x^2 + 7x + 6 = 0$,

ข้อ 4 $x^2 - 10x + 25 = 0$ และ ข้อ 5 $4x^2 + 12x + 9 = 0$ ที่กระดานเป็นรายบุคคล แล้วให้ผู้เรียนร่วมกันอภิปรายวิธีการหาคำตอบและคำตอบที่ได้ โดยผู้สอนเป็นผู้เลือกผู้เรียนออกมาทำโจทย์ที่กระดาน และผู้สอนซักถามผู้เรียนโดยใช้ถาม เช่น วิธีการการแยกตัวประกอบของพหุนามดิกรีสองใน

รูป $ax^2 + bx + c$ โดยที่ $a \neq 1$ และ $a \neq 0$ ผู้เรียนแยกตัวประกอบอย่างไร เป็นต้น

$$3. 2x^2 + 7x + 6 = 0$$

วิธีทำ $2x^2 + 7x + 6 = 0$

$$(x+2)(2x+3) = 0 \quad (\text{การแยกตัวประกอบของพหุนามดิกรีสองในรูป } ax^2 + bx + c \text{ โดยที่ } a \neq 1 \text{ และ } a \neq 0)$$

ดังนั้น $x+2=0$ หรือ $2x+3=0$

จะได้ $x=-2$ หรือ $2x=-3$

$$x=-2 \text{ หรือ } x=-\frac{3}{2} \quad (\text{ใช้สมบัติการเท่าในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว})$$

ตรวจสอบ 1. แทน x ด้วย -2 ในสมการ $2x^2 + 7x + 6 = 0$

จะได้ $2(-2)^2 + 7(-2) + 6 = 0$

$$2(4) - 14 + 6 = 0$$

$$14 - 14 = 0$$

$$0 = 0 \text{ เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

2. แทน x ด้วย $-\frac{3}{2}$ ในสมการ $2x^2 + 7x + 6 = 0$

จะได้ $2\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 7\left(-\frac{3}{2}\right) + 6 = 0$

$$2\left(\frac{9}{4}\right) - \frac{21}{2} + 6 = 0$$

$$\frac{9}{2} - \frac{21}{2} + 6 = 0$$

$$-6 + 6 = 0$$

$$0 = 0 \text{ เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น -2 และ $-\frac{3}{2}$ เป็นคำตอบของสมการ $2x^2 + 7x + 6 = 0$

$$4. x^2 - 10x + 25 = 0$$

วิธีทำ $x^2 - 10x + 25 = 0$

$$(x-5)(x-5) = 0 \quad (\text{การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ในรูป } ax^2 + bx + c \text{ โดยที่ } a=1)$$

ดังนั้น $x-5=0$

$$x=5 \quad (\text{ใช้สมบัติการเท่าในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว})$$

หรือ $x^2 - 10x + 25 = 0$

$$x^2 - 2(x)(5) + 5^2 = 0 \quad (\text{การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ในรูป } a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)(a-b)$$

$$(x-5)(x-5) = 0$$

ดังนั้น $x-5=0$ (ใช้สมบัติการเท่าในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว)

$$x=5$$

ตรวจสอบ แทน x ด้วย 5 ในสมการ $x^2 - 10x + 25 = 0$

$$\text{จะได้ } 5^2 - 10(5) + 25 = 0$$

$$25 - 50 + 25 = 0$$

$$50 - 50 = 0$$

$$0 = 0 \quad \text{เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น 5 เป็นคำตอบของสมการ $x^2 - 10x + 25 = 0$

$$5. 4x^2 + 12x + 9 = 0$$

วิธีทำ $4x^2 + 12x + 9 = 0$

$$(2x+3)(2x+3) = 0 \quad (\text{การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ในรูป } ax^2 + bx + c \text{ โดยที่ } a \neq 1 \text{ และ } a \neq 0)$$

ดังนั้น $2x+3=0$

$$2x = -3$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

(ใช้สมบัติการเท่าในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว)

หรือ $4x^2 + 12x + 9 = 0$

$$(2x)^2 + 2(2x)(3) + 3^2 = 0 \quad (\text{การแยกตัวประกอบของพหุนาม$$

คือกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)(a+b)$$

$$(2x+3)(2x+3)=0$$

ดังนั้น $2x+3=0$

$$2x = -3$$

$$x = -\frac{3}{2} \text{ (ใช้สมบัติการเท่าในการแก้สมการเชิงเส้น$$

ตัวแปรเดียว)

ตรวจสอบ แทน x ด้วย $-\frac{3}{2}$ ในสมการ $4x^2 + 12x + 9 = 0$

จะได้ $4\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 12\left(-\frac{3}{2}\right) + 9 = 0$

$$4\left(\frac{9}{4}\right) - \frac{36}{2} + 9 = 0$$

$$9 - 18 + 9 = 0$$

$0 = 0$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น $-\frac{3}{2}$ เป็นคำตอบของสมการ $4x^2 + 12x + 9 = 0$

3.4 ผู้สอนกับผู้เรียนร่วมกันอภิปรายผลที่ได้จากตัวอย่างข้างต้น ในการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยใช้วิธีการอะไรบ้าง โดยผู้สอนเป็นผู้ซักถามผู้เรียน

ขั้นที่ 4 นำความรู้ไปประยุกต์ใช้ (15 นาที)

ผู้สอนแจกใบกิจกรรมที่ 3 ให้ผู้เรียนทำกิจกรรมกลุ่มโดยใช้กลุ่มเดิม โดยผู้เรียนนำความรู้ที่ได้จากการทำกิจกรรมในขั้นที่ 3 มาทำใบกิจกรรมที่ 3 แล้วให้แต่ละกลุ่มออกมานำเสนอผลที่ได้จากการทำกิจกรรมเพื่อแลกเปลี่ยนการเรียนรู้ซึ่งกันและกัน

ขั้นที่ 5 เสนอผลงาน (15 นาที)

5.1 ผู้เรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอวิธีการหาคำตอบจากการทำกิจกรรมในขั้นที่ 4 โดยผู้สอนซักถาม และให้ข้อเสนอแนะ เพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจให้ถูกต้อง

5.2 ให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดเรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ใบงานที่ 2) เป็นการบ้านการวัดและประเมินผล (ด้านความรู้, ด้านกระบวนการ, ด้านคุณลักษณะ)

รายการ	วิธีวัด	เครื่องมือ	เกณฑ์การวัด
<p>ด้านความรู้</p> <p>1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าสมการกำลังสองที่กำหนดให้ นั้นมีกี่คำตอบ</p> <p>2. นักเรียนสามารถแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้</p>	สังเกตจากการตอบคำถามและการตรวจใบงานที่ 1 – 2	ใบกิจกรรม 1 – 2 และ ใบงานที่ 1 – 2	นักเรียนทำใบงานถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป
<p>ด้านกระบวนการ</p> <p>นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้</p>	สังเกตจากการตอบคำถามและการตรวจใบกิจกรรมที่ 3	ใบกิจกรรมที่ 3	นักเรียนทำใบงานถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป
<p>ด้านคุณลักษณะ</p> <p>1. มีความรับผิดชอบ</p>	สังเกตพฤติกรรมขณะที่ดำเนินการเรียน	การสังเกต	มีผลการประเมินในระดับดีขึ้นไป
<p>2. ทำงานอย่างมีระบบส่งงานครบทุกชิ้น และตามเวลาที่กำหนด</p>	การสอน		
<p>ทุกชิ้น และตามเวลาที่กำหนด</p> <p>3. มีส่วนร่วมในการตอบคำถาม และแสดงความคิดเห็นอย่างมีเหตุผล</p>			

ชื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้

ใบกิจกรรมที่ 1 – 3 และใบงานที่ 1 – 2

บันทึกหลังจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (ผลการจัดการเรียนรู้, ปัญหา/อุปสรรค, แนวทางแก้ไข)

.....

.....

ลงชื่อ.....อาจารย์ผู้สอน

...../...../.....

พฤติกรรม	การส่งงานตรงตามเวลา			การมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม			การรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น			การตอบคำถาม			ความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย			รวมคะแนน
	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	
ชื่อ - สกุล	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	10
23																
24																
25																
26																

เกณฑ์การประเมิน

ให้ผลรวมคะแนน 0 – 4 อยู่ในระดับต้องปรับปรุง

ให้ผลรวมคะแนน 5 – 7 อยู่ในระดับพอใช้

ให้ผลรวมคะแนน 8 – 10 อยู่ในระดับดี

ชื่อ

(.....)

ผู้ประเมิน

ใบกิจกรรมที่ 1

กิจกรรมสำรวจตรวจสอบ

จุดประสงค์

1. เพื่อสำรวจและทบทวนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนได้เรียนรู้มาแล้ว
2. เพื่อฝึกทักษะการคิด

เวลาที่ใช้

ใช้เวลาในการทำกิจกรรม 30 นาที

กิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้เรียนต้องทำ

1. ผู้สอนให้ผู้เรียนแบ่งกลุ่มๆ ละ 5 คน พร้อมเลือกหัวหน้ากลุ่ม เข้าศึกษาฐานการเรียนรู้ที่ผู้สอนได้จัดไว้ในห้องเรียน โดยใช้กิจกรรมกลุ่มในการทำกิจกรรมฐานความรู้ ซึ่งเป็นการวางฐานกิจกรรม ฐานละ 5 นาที ดังนี้

ฐานที่ 1 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม

ฐานที่ 2 เรื่อง เลขยกกำลัง

ฐานที่ 3 เรื่อง บวก ลบ คูณ และหารเอกนามและพหุนาม

ฐานที่ 4 เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2. ผู้เรียนดำเนินการทำกิจกรรมตามใบงานที่อยู่ในฐาน โดยผู้สอนจะใช้สัญญาณนกหวีดบอกหมดเวลาทำกิจกรรมแต่ละฐาน (ใช้เวลา 20 นาที)

3. ผู้เรียนทำกิจกรรมตามใบงานที่อยู่ในแต่ละฐาน เมื่อผู้เรียนเข้าครบทุกฐานแล้วให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มนำใบงานที่ทำมาส่งผู้สอน

4. ผู้เรียนแต่ละกลุ่มออกมาสรุปผลที่ได้จากการทำกิจกรรม (ใช้เวลา 10 นาที)

การวัดผลและประเมินผล

สังเกตจากพฤติกรรมการทำกิจกรรมของผู้เรียนในด้านต่าง ๆ ดังนี้

1. มีความรับผิดชอบ
2. ทำงานอย่างมีระบบส่งงานครบทุกชิ้น และตามเวลาที่กำหนด
3. มีส่วนร่วมในการตอบคำถาม และแสดงความคิดเห็นอย่างมีเหตุผล
4. การนำเสนอผลงานจากการทำกิจกรรม

ระบบจำนวนเต็ม

การบวกจำนวนเต็ม

1. ผลบวกระหว่างจำนวนเต็มบวก 2 จำนวน หรือ จำนวนเต็มลบ 2 จำนวน จะมีค่าเท่ากับค่าบวกหรือค่าลบของผลบวกค่าสัมบูรณ์ตามลำดับ
2. ผลบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ คือ ผลต่างระหว่างค่าสัมบูรณ์ทั้งสองโดยใช้ค่าสัมบูรณ์มากกว่าเป็นตัวตั้ง แล้วใส่เครื่องหมายตามตัวมากกว่า

ตัวอย่างเช่น

$$\begin{aligned} 5 + 4 &= 9, & 5 + (-4) &= 1 \\ (-5) + 4 &= -1, & (-5) + (-4) &= -9 \end{aligned}$$

การลบจำนวนเต็ม

ตัวตั้ง - ตัวลบ = ตัวตั้ง + จำนวนตรงข้ามของตัวลบ

หลักการคำนวณใช้หลักการเหมือนกับการบวกจำนวนเต็ม

ตัวอย่างเช่น

$$\begin{aligned} 5 - 4 &= 5 + (-4) = 1, & 5 - (-4) &= 5 + 4 = 9 \\ (-5) - 4 &= (-5) + (-4) = -9, & (-5) - (-4) &= (-5) + 4 = -1 \end{aligned}$$

การคูณจำนวนเต็ม

หลักเกณฑ์การคูณจำนวนเต็ม มีดังนี้

1. การคูณจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มบวก ใช้วิธีเดียวกับการคูณจำนวนนับด้วยจำนวนนับ ซึ่งจะได้ คำตอบเป็นจำนวนเต็มบวก
2. การคูณจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มลบ จะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณ ของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น
3. การคูณจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มบวก จะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณ ของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น
4. การคูณจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบจะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มบวก มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของ ค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น

การหารจำนวนเต็ม

หลักเกณฑ์การหารจำนวนเต็ม มีดังนี้

1. ถ้าตัวตั้งและตัวหารเป็นจำนวนเต็มบวกทั้งคู่ ใช้วิธีเดียวกับการหารจำนวนนับด้วยจำนวนนับ ซึ่งจะได้ คำตอบเป็นจำนวนเต็มบวก
2. ถ้าตัวตั้งและตัวหารเป็นจำนวนเต็มลบทั้งคู่ ให้นำค่าสัมบูรณ์ของตัวตั้งและค่าสัมบูรณ์ของตัวหารมาหารกัน แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มบวก
3. ถ้าตัวตั้งหรือตัวหารตัวใดตัวหนึ่งเป็นจำนวนเต็มลบ โดยที่อีกตัวหนึ่งเป็นจำนวนเต็มบวก ให้นำค่าสัมบูรณ์ของตัวตั้งและค่าสัมบูรณ์ของตัวหารมาหารกัน แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มลบ

ฐานที่ 2 เลขยกกำลัง

ความหมายของเลขยกกำลัง

ถ้า a เป็นจำนวนใดๆ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก a ยกกำลัง n หรือ a กำลัง n เขียนแทนด้วย a^n มีความหมาย ดังนี้

$$a^n = a \times a \times a \times \dots \times a \text{ ทั้งหมด } n \text{ ตัว}$$

เรียก a ว่า ฐาน เรียก n ว่า เลขชี้กำลัง

เช่น 3^2 อ่านว่า สามยกกำลังสอง หรือสามกำลังสอง

เรียก 3 ว่า ฐาน เรียก 2 ว่า เลขชี้กำลัง

3^2 หมายความว่า 3×3 มีค่าเท่ากับ 9

สมบัติของเลขยกกำลัง

ให้ a เป็นจำนวนใดๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ และ m, n เป็นจำนวนเต็ม

1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$

2. $a^m \div a^n = a^{m-n}$

3. $a^0 = 1$

4. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

5. $(a^m)^n = a^{mn}$

6. $(a^m b^n)^k = a^{mk} b^{nk}$

7. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนใดๆที่ไม่ใช่ศูนย์

8. $\left(\frac{a^m}{b^n}\right)^n = \frac{a^{mn}}{b^{mn}}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนใดๆที่ไม่ใช่ศูนย์

ตัวอย่าง $\frac{(3^2 x^4 y^{-2} z^4)^2}{(3x^2 y^5 z^3)^{-1}}$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

วิธีทำ $\frac{(3^2 x^4 y^{-2} z^4)^2}{(3x^2 y^5 z^3)^{-1}} = \frac{3^4 x^8 y^{-4} z^8}{3^{-1} x^{-2} y^{-5} z^{-3}}$ (ใช้สมบัติของเลขยกกำลังข้อ 6)

$$= 3^{4-(-1)} x^{8-(-2)} y^{-4-(-5)} z^{8-(-3)} \text{ (ใช้สมบัติของเลขยกกำลังข้อ 2)}$$

$$= 3^5 x^{10} y^1 z^{11}$$

ฐานที่ 3

การบวกและการลบของเอกนามและพหุนาม

การหาผลบวกและผลลบของเอกนามและพหุนาม มีหลักเกณฑ์ ดังนี้

การหาผลบวกของพหุนามทำได้โดยนำพหุนามมาเขียนในรูปการบวก และถ้ามีพจน์ที่คล้ายกันให้บวกพจน์ที่คล้ายกันเข้าด้วยกัน (การบวกพจน์ที่คล้ายกันให้นำสัมประสิทธิ์ของแต่ละพจน์มาบวกกัน)

การหาผลลบของพหุนามทำได้โดยบวกพหุนามตัวตั้ง ด้วยพจน์ตรงข้ามของแต่ละพจน์ของพจน์ตัวลบ (การบวกพจน์ที่คล้ายกันให้นำสัมประสิทธิ์ของแต่ละพจน์มาบวกกัน)

การคูณเอกนามกับพหุนาม

การหาผลคูณของเอกนามกับพหุนาม มีหลักเกณฑ์ ดังนี้

การหาผลคูณระหว่างเอกนามกับพหุนามทำได้โดยนำเอกนามไปคูณแต่ละพจน์ของพหุนามแล้วนำผลคูณเหล่านั้นมาบวกกัน

การหารพหุนามด้วยเอกนาม

การหารพหุนามด้วยเอกนาม มีหลักเกณฑ์ ดังนี้

การหาผลหารของพหุนามด้วยเอกนามที่ไม่ใช่ศูนย์ ทำได้โดยหารแต่ละพจน์ของพหุนามด้วยเอกนาม แล้วนำผลหารเหล่านั้นมาบวกกัน

การคูณพหุนามด้วยพหุนาม

การหาผลคูณของพหุนามกับพหุนาม ทำได้โดยคูณแต่ละพจน์ของพหุนามหนึ่งกับทุกพจน์ ของอีกพหุนามหนึ่ง แล้วให้นำพจน์ที่คล้ายกันมาบวกกัน

ตัวอย่าง

1. $(3y+2)(2y^2+5y-3)$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

วิธีทำ

$$\begin{aligned}(3y+2)(2y^2+5y-3) &= (3y)(2y^2) + (3y)(5y) - (3y)(3) + 2(2y^2) + 2(5y) - (2)(3) \\ &= 6y^3 + 15y^2 - 9y + 4y^2 + 10y - 6 \\ &= 6y^3 + 19y^2 + y - 6\end{aligned}$$

2. $\frac{5x^3y^2-10x^5y^4}{5x^3y^2}$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

วิธีทำ $\frac{5x^3y^2-10x^5y^4}{5x^3y^2} = \frac{5x^3y^2}{5x^3y^2} - \frac{10x^5y^4}{5x^3y^2} = 1 - 2x^2y^2$

ฐานที่ 4

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

สมการเป็นประโยคที่แสดงการเท่ากันของจำนวน โดยมีสัญลักษณ์ "=" บอกการเท่ากัน สมการที่มีตัวแปรหนึ่งตัว ในที่นี้ตัวแปร คือ x และมีรูปทั่วไป คือ $ax+b=0$ เมื่อ a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เรียกว่าสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำตอบของสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการ แล้วทำให้สมการเป็นจริง

การแก้สมการ คือ การหาคำตอบของสมการ

วิธีการหาคำตอบของสมการมีได้หลายวิธี เช่น การทดลองแทนค่า หรือการใช้สมบัติการเท่ากัน ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ เพื่อช่วยในการหาคำตอบของสมการ

สมบัติการเท่ากัน เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนจริงใดๆ

1. สมบัติการสมมาตร ถ้า $a=b$ แล้ว $b=a$
2. สมบัติถ่ายทอด ถ้า $a=b$ และ $b=c$ แล้ว $a=c$
3. สมบัติการบวก ถ้า $a=b$ แล้ว $a+c=b+c$
4. สมบัติการคูณ ถ้า $a=b$ แล้ว $ac=bc$

การแก้โจทย์ปัญหาสมการ มีขั้นตอน ดังนี้

1. อ่านและวิเคราะห์โจทย์
2. กำหนดตัวแปร
3. เขียนสมการ
4. แก้สมการ
5. ตรวจสอบคำตอบ
6. แสดงคำตอบ

ตัวอย่าง จงแก้สมการต่อไปนี้ พร้อมทั้งตรวจคำตอบ

$$1. 5x+2(3x-6)=21$$

วิธีทำ $5x+2(3x-6)=21$

$$5x+6x-12=21$$

$$11x-12=21$$

$$11x=21+12$$

$$11x=33$$

$$x=3$$

ตรวจคำตอบ $5(3)+2[3(3)-6]=21$

$$15+2(9-6)=21$$

$$15+2(3)=21$$

$$21=21$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ 3

ฐานที่ 4

2. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 5 เซนติเมตร ถ้ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 58 เซนติเมตร รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้มีด้านยาวยาวกี่เซนติเมตร

วิธีทำ สิ่งที่โจทย์ถาม คือ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้มีด้านยาวยาวกี่เซนติเมตร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ 1. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 5 เซนติเมตร

2. สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 58 เซนติเมตร

กำหนดตัวแปร คือ 1. ให้ด้านกว้างยาว x เซนติเมตร

ดังนั้นจากสิ่งที่ได้สิ่งที่กำหนดให้ในข้อ 1 จะได้ 2. ให้ด้านยาวยาว $x + 5$ เซนติเมตร

และจากสิ่งโจทย์กำหนดให้และการกำหนดตัวแปร จะได้สมการ

$$\text{คือ } [x + (x + 5)] \times 2 = 58$$

$$[x + (x + 5)] \times 2 = 58$$

$$[x + x + 5] \times 2 = 58$$

$$[2x + 5] \times 2 = 58$$

$$2x + 5 = \frac{58}{2}$$

$$2x + 5 = 29$$

$$2x = 29 - 5$$

$$2x = 24$$

$$x = 12$$

ตรวจคำตอบ จะได้ว่า รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้มีความกว้าง เท่ากับ 12 เซนติเมตร

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้มีความยาว เท่ากับ $12 + 5 = 17$ เซนติเมตร

เนื่องจาก ความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = (กว้าง + ยาว) $\times 2$

$$58 = (12 + 17) \times 2$$

$$58 = 29 \times 2$$

$$58 = 58 \text{ ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์}$$

ดังนั้น รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้มีด้านยาวยาว 17 เซนติเมตร

ใบกิจกรรมที่ 1

ชื่อกลุ่ม.....

ฐานที่ 1 ระบบจำนวนเต็ม

ให้นักเรียนหาผลลัพธ์ของจำนวนต่อไปนี้

- $(-19) - [15 + (-9)] =$
- $-[11 + (-33)] + 53 =$
- $-|(-28) + 12| + |14 - 41| =$
- $[(-63) \div \{(-9) \times (-7)\}] - 36 =$
- $[(-11)(-18) \div (-3)] - (-4) =$

ฐานที่ 2 เลขยกกำลัง

ให้นักเรียนหาผลลัพธ์ของจำนวนต่อไปนี้

- $(ab^3)^2 (2a^2)^4 =$
- $3^3 a^4 b^2 \times 3^4 a^2 b^3 =$
- $\frac{5^4 a^3 b^5}{5^3 a^4 b^2} =$
- $2^{-5} \times 64^2 \times 8^{-2}$
- $3^{-2-n} \times 3^{-n} \times 27^{n+2}$

ฐานที่ 3 บวก ลบ คูณ และหารเอกนามและพหุนาม

ให้นักเรียนหาผลลัพธ์ของจำนวนต่อไปนี้

- $\frac{(-4x^5 y^3)(8x^2 y^2 + 4xy - x)}{2x^2 y^2} =$
- $\left(\frac{18x^3 - 27x^2}{-3x}\right) - \left(\frac{-15x^3 + 35x^2}{5x^2}\right) =$
- $(5x^2 - 6x + 9) - [(2x^3 + x^2 - 13x - 5) \div (2x - 5)] =$
- $(2x - 3)^2 (2x + 5) =$
- $(15x^3 + x^2 + 63x + 55) \div (2x + 7) =$

ใบกิจกรรม

ชื่อกลุ่ม

ฐานที่ 4 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ให้นักเรียนหาผลลัพธ์ของจำนวนต่อไปนี้

1. $3x + 4x - 6 = 29$

2. $5x + 2(3x - 6) = 21$

3. $\frac{1}{15}x - 4 = -\frac{8}{3}$

4. สองเท่าของจำนวนหนึ่งน้อยกว่า 6 อยู่ 4 จงหาจำนวนนั้น (แสดงวิธีทำ)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. บอสเลี้ยงเป็ดและหมูรวมกัน 35 ตัว เมื่อนับขาหมูและขาเป็ดดูปรากฏว่าขาเป็ดมากกว่าขาหมู 4 ขา จงหาว่าบอสเลี้ยงเป็ดมากกว่าหมูกี่ตัว (แสดงวิธีทำ)

.....

.....

.....

.....

.....

กิจกรรมที่ 2

ชื่อกลุ่ม

ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มๆ ละ 5 คน แยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวต่อไปนี้

1. $3xy - 12yz + xyz =$

2. $2x^4 - 8x^3y + 4x^2y^2 =$

3. $2ax^2 + 3axy - 2bxy - 3by =$

4. $ad - 5ac - 3bd + 15bc =$

5. $x^2 - 3x - 10 =$

6. $x^2 + 5x - 14 =$

7. $84 + 5x - x^2 =$

8. $-3x^2 + 2x + 5 =$

9. $4x^2 + 17x + 15 =$

10. $3x^2 + 13x - 10 =$

11. $x^2 + 6x + 9 =$

12. $x^2 - 50x + 625 =$

13. $0.25x^2 - 0.3x + 0.09 =$

14. $45x^2 + 120x + 80 =$

15. $\frac{4}{9}x^2 - 2xy + \frac{9}{4}y^2 =$

ใบงานที่ 1

ชื่อ - นามสกุล ชั้น เลขที่

แบบฝึกหัด เรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว

ให้นักเรียน แยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว ต่อไปนี้

1. $9x^2y^2 - 3x^2z =$

2. $4a^2 + 8a =$

3. $-4a^3b^2 + 2a^2b^2 =$

4. $x^2 - 24x + 108 =$

5. $14x^2 + 11x - 15 =$

6. $x^2 - 22x - 75 =$

7. $4x^2 + 3xy - 10y^2 =$

8. $16x^2 + 8x + 1 =$

9. $9y^2 - 30y + 25 =$

10. $25x^2 - 30xy + 9y^2 =$

11. $36x^2 + 60x + 25 =$

12. $16x^2 - 24xy + 9y^2 =$

13. $16(x-3)^2 - 56(x-3) + 49 =$

14. $(25y^2 - 40y + 6) - 196 =$

15. $(81y^2 + 180y + 100) - 49y^2 =$

$$3. 2x^2 - \frac{5}{3}x = 7$$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$4. x^2 - 26x + 169 = 0$$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$5. 4x - 16x^2 = 25$$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบงานที่ 2

แบบฝึกหัด

ชื่อ - นามสกุล.....ชั้น..... เลขที่

ให้นักเรียน แก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวต่อไปนี้และบอกด้วยว่าในแต่ละขั้นตอนของการแก้สมการนั้นใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใดพร้อมทั้งตรวจคำตอบด้วย

1. $3x^2 = 30x$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. $3x^2 + 9x = 0$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. $a^2 - 7a + 12 = 0$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. $\frac{1}{2}x^2 = 7x - 12$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. $x^2 - x = \frac{3}{4}$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. $6x^2 + 12 = 17x$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. $16 + 8x + x^2 = 0$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8. $x^2 - 30x + 225 = 0$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9. $4 + 3.9x + 0.9x^2 = 0$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10. $49x^2 + 9 = 42x$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

แผนจัดการเรียนรู้ที่ 2

รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัส ค 22241 วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง การแก้สมการกำลังสอง
ตัวแปรเดียวโดยวิธีการแยกตัว
ประกอบของพหุนามดีกรี
สองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง
$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558

จำนวน 2 ชั่วโมง

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
(mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้
แก้ปัญหา

ผลการเรียนรู้

1. แก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้
2. นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ

1. นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความรับผิดชอบ
2. ทำงานอย่างมีระบบส่งงานครบทุกชิ้น และตามเวลาที่กำหนด
3. มีส่วนร่วมในการตอบคำถาม และแสดงความคิดเห็นอย่างมีเหตุผล

สาระสำคัญ / ความคิดรวบยอด

แก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ($ax^2 + bx + c = 0$) โดยวิธีการแยกตัวประกอบของ
พหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

สาระการเรียนรู้

แก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ($ax^2 + bx + c = 0$) โดยพจน์กลางมีค่าเท่ากับ 0

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

- ความสามารถในการสื่อสาร ความสามารถในการคิด ความสามารถในการแก้ปัญหา
 ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

- รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์ ซื่อสัตย์สุจริต วินัย ใฝ่เรียนรู้
 อยู่อย่างพอเพียง มุ่งมั่นในการทำงาน รักความเป็นไทย มีจิตสาธารณะ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (รูปแบบการสอน/วิธีสอน)

ขั้นตอนการเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ มีขั้นตอน ดังนี้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นที่ 1 ตำรวจความรู้เดิม (30 นาที)

1.1 ผู้สอนให้นักเรียนทำกิจกรรมโดยใช้กลุ่มเดิมในการทำกิจกรรมกลุ่มซึ่งเป็นกิจกรรมฐานความรู้ ซึ่งเป็นการวางฐานกิจกรรม โดยผู้สอนจัดเตรียมใบกิจกรรมไว้ที่ฐานกิจกรรม ดังนี้ การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง $ax^2 + bx = x(ax + b)$, วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูป $ax^2 + bx + c$ โดยที่ $a=1$ และ $a \neq 1$ และวิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)(a+b), a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)(a-b)$$

(ใบกิจกรรมที่ 4)

1.2 เมื่อผู้เรียนทำกิจกรรมในข้อ 1.1 เสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอผลที่ได้จากการทำกิจกรรมในข้อ 1.1

ขั้นที่ 2 วิเคราะห์โจทย์ (30 นาที)

2.1 ผู้สอนกำหนดโจทย์เกี่ยวกับการแยกตัวประกอบของพหุนาดีกรีสองบนกระดานจำนวน 5 ข้อ พร้อมซักถามผู้เรียนถึงวิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม เช่น

1. $x^2 - 64$
2. $49x^2 - 196$
3. $(x+1)^2 - 36$
4. $(x-2)^2 - (x+3)^2$
5. $25(x+2)^2 - 144x^2$

2.2 ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อหาข้อสรุปที่ได้จากข้อ 2.1 โดยการผู้สอนใช้คำถามนำเข้าสู่การสรุป

สรุปได้ว่า การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองข้างต้นนี้ เป็นการแยกตัวประกอบโดยวิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

2.3 ผู้สอนให้ผู้เรียนทำกิจกรรมกลุ่มโดยใช้กลุ่มเดิม (ใบกิจกรรมที่ 5) โดยผู้สอนจะให้คำแนะนำกับผู้เรียนเมื่อผู้เรียนไม่เข้าใจโจทย์ในขณะที่ทำใบกิจกรรมที่ 5 หลังจากที่ทำกิจกรรมเสร็จให้แต่ละกลุ่ม นำเสนอผลที่ได้จากการทำกิจกรรมเพื่อแลกเปลี่ยนการเรียนรู้ซึ่งกันและกัน

2.4 ผู้สอนแจกใบงานที่ 3 ให้ผู้เรียนไปทำเป็นการบ้าน แล้วนำมาส่งในวันต่อมา

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นที่ 3 เลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ (30 นาที)

3.1 ผู้สอนกับผู้เรียนอภิปรายร่วมกัน โดยผู้สอนซักถามความเข้าใจและปัญหาในการทำใบงานที่ 3 ที่แจกให้ผู้เรียนไปทำเป็นการบ้าน

3.2 ผู้สอนกำหนดโจทย์สมการกำลังสองตัวแปรเดียวจำนวน 5 ข้อบนกระดานแล้วผู้สอน อธิบายโจทย์ข้อที่ 1 และข้อที่ 2 พร้อมซักถามผู้เรียนเป็นรายบุคคลว่าควรจะใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ในเรื่องใดมาแก้สมการเพื่อหาคำตอบ ดังนี้

$$1. x^2 - 225 = 0$$

วิธีทำ $x^2 - 225 = 0$

$$x^2 - 15^2 = 0 \quad (\text{ใช้วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง})$$

ดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(x - 15)(x + 15) = 0$$

ดังนั้น $x - 15 = 0$ หรือ $x + 15 = 0$

$$x = 15 \quad \text{หรือ} \quad x = -15 \quad (\text{ใช้สมบัติการเท่าในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว})$$

ตรวจสอบ 1. แทน x ด้วย 15 ในสมการ $x^2 - 225 = 0$

จะได้ $15^2 - 225 = 0$

$$225 - 225 = 0$$

$$0 = 0 \quad \text{เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

2. แทน x ด้วย -15 ในสมการ $x^2 - 225 = 0$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } (-15)^2 - 225 &= 0 \\ 225 - 225 &= 0 \\ 0 &= 0 \text{ เป็นสมการที่เป็นจริง} \end{aligned}$$

ดังนั้น 15 และ -15 เป็นคำตอบของสมการ $x^2 - 225 = 0$

$$2. 4x^2 - 9 = 0$$

วิธีทำ $4x^2 - 9 = 0$

$$(2x)^2 - 3^2 = 0 \quad (\text{ใช้วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม}$$

$$\text{ดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง}$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b))$$

$$(2x-3)(2x+3) = 0$$

$$\text{ดังนั้น } 2x-3=0 \quad \text{หรือ} \quad 2x+3=0$$

$$2x=3 \quad \text{หรือ} \quad 2x=-3$$

$$x = \frac{3}{2} \quad \text{หรือ} \quad x = -\frac{3}{2} \quad (\text{ใช้สมบัติการเท่าในการแก้}$$

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว)

ตรวจสอบ 1. แทน x ด้วย $\frac{3}{2}$ ในสมการ $4x^2 - 9 = 0$

$$\text{จะได้ } 4\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 9 = 0$$

$$4\left(\frac{9}{4}\right) - 9 = 0$$

$$9 - 9 = 0$$

$$0 = 0 \text{ เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

2. แทน x ด้วย $-\frac{3}{2}$ ในสมการ $4x^2 - 9 = 0$

$$\text{จะได้ } 4\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 9 = 0$$

$$4\left(-\frac{9}{4}\right) - 9 = 0$$

$$9 - 9 = 0$$

$$0 = 0 \text{ เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น $\frac{3}{2}$ และ $-\frac{3}{2}$ เป็นคำตอบของสมการ $4x^2 - 9 = 0$

3.3 ผู้สอนให้ผู้เรียนออกมาทำโจทย์ ข้อ 3 $(x-3)^2 = 4$, ข้อ 4 $5x^2 - 45 = 0$

และ ข้อ 5 $-48 + 3x^2 = 0$ ที่กระดานเป็นรายบุคคล โดยผู้สอนเป็นผู้เลือกผู้เรียนออกมาทำโจทย์

ที่กระดาน และผู้สอนซักถามผู้เรียนโดยใช้ถาม เช่น วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ ผู้เรียนแยกตัวประกอบอย่างไร เป็นต้น

$$3. (x-3)^2 = 4$$

วิธีทำ $(x-3)^2 = 4$

$$(x-3)^2 - 4 = 0$$

$$(x-3)^2 - 2^2 = 0$$

(ใช้วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$)

$$(x-3-2)(x-3+2) = 0$$

$$(x-5)(x-1) = 0$$

(ใช้การบวกและการลบจำนวนเต็ม)

ดังนั้น $x-5=0$ หรือ $x-1=0$

$$x=5 \text{ หรือ } x=1$$

(ใช้สมบัติการเท่าในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว)

ตรวจสอบ 1. แทน x ด้วย 5 ในสมการ $(x-3)^2 = 4$

จะได้ $(5-3)^2 = 4$

$$2^2 = 4$$

$$4 = 4$$

เป็นสมการที่เป็นจริง

2. แทน x ด้วย 1 ในสมการ $(x-3)^2 = 4$

จะได้ $(1-3)^2 = 4$

$$(-2)^2 = 4$$

$$4 = 4$$

เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น 5 และ 1 เป็นคำตอบของสมการ $(x-3)^2 = 4$

$$4. 5x^2 - 45 = 0$$

วิธีทำ $5x^2 - 45 = 0$

$$5(x^2 - 9) = 0$$

(ใช้สมบัติการแจกแจง เมื่อ 5 เป็นตัวประกอบร่วม)

นำ 5 มาหารทั้งสองข้างของสมการ (ใช้สมบัติของการเท่ากัน)

จะได้ $\frac{5(x^2 - 9)}{5} = \frac{0}{5}$

$$x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 - 3^2 = 0$$

(ใช้วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม

ดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(x - 3)(x + 3) = 0$$

ดังนั้น $x - 3 = 0$ หรือ $x + 3 = 0$

$$x = 3 \text{ หรือ } x = -3$$

(ใช้สมบัติการเท่าในการแก้สมการเชิงเส้น
ตัวแปรเดียว)

ตรวจสอบ 1. แทน x ด้วย 3 ในสมการ $5x^2 - 45 = 0$

จะได้ $5(3)^2 - 45 = 0$

$$5(9) - 45 = 0$$

$$45 - 45 = 0$$

$$0 = 0 \text{ เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

2. แทน x ด้วย -3 ในสมการ $5x^2 - 45 = 0$

จะได้ $5(-3)^2 - 45 = 0$

$$5(9) - 45 = 0$$

$$45 - 45 = 0$$

$$0 = 0 \text{ เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น 3 และ -3 เป็นคำตอบของสมการ $5x^2 - 45 = 0$

$$5. -48 + 3x^2 = 0$$

วิธีทำ $-48 + 3x^2 = 0$

$$3x^2 - 48 = 0$$

(ใช้สมบัติการสลับที่ของการบวก)

$$3(x^2 - 16) = 0$$

(ใช้สมบัติการแจกแจง เมื่อ 3

เป็นตัวประกอบร่วม)

นำ 3 มาหารทั้งสองข้างของสมการ (ใช้สมบัติของการเท่ากัน)

จะได้ $\frac{3(x^2 - 16)}{3} = \frac{0}{3}$

$$x^2 - 16 = 0$$

(ใช้วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม

$$x^2 - 4^2 = 0$$

ดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(x - 4)(x + 4) = 0$$

ดังนั้น $x-4=0$ หรือ $x+4=0$

$x=4$ หรือ $x=-4$ (ใช้สมบัติการเท่าในการแก้สมการเชิงเส้น
ตัวแปรเดียว)

ตรวจสอบ 1. แทน x ด้วย 4 ในสมการ $-48+3x^2=0$

$$\text{จะได้ } -48+3(4)^2=0$$

$$-48+3(16)=0$$

$$-48+48=0$$

$$0=0 \quad \text{เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

2. แทน x ด้วย -4 ในสมการ $-48+3x^2=0$

$$\text{จะได้ } -48+3(-4)^2=0$$

$$-48+3(16)=0$$

$$-48+48=0$$

$$0=0 \quad \text{เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น 4 และ -4 เป็นคำตอบของสมการ $-48+3x^2=0$

3.4 ผู้สอนกับผู้เรียนร่วมกันอภิปรายผลที่ได้จากตัวอย่างข้างต้น ในการหาคำตอบ
ของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยใช้วิธีการอะไรบ้างโดยผู้สอนเป็นผู้ซักถามผู้เรียน

ขั้นที่ 4 นำความรู้ไปประยุกต์ใช้ (15 นาที)

ผู้สอนแจกใบกิจกรรมที่ 6 ให้ผู้เรียนทำกิจกรรมกลุ่มโดยใช้กลุ่มเดิม โดยผู้เรียนนำความรู้
ที่ได้จากการจากทำกิจกรรมในขั้นที่ 3 มาทำใบกิจกรรมที่ 6 แล้วให้แต่ละกลุ่มออกมานำเสนอผล
ที่ได้จากการทำกิจกรรมเพื่อแลกเปลี่ยนการเรียนรู้ซึ่งกันและกัน

ขั้นที่ 5 เสนอผลงาน (15 นาที)

5.1 ผู้เรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอวิธีการหาคำตอบจากการทำกิจกรรมในขั้นที่ 4
โดยผู้สอนซักถาม และให้ข้อเสนอแนะ เพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจให้ถูกต้อง

5.2 ให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดเรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว (ใบงานที่ 4)
เป็นการบ้าน

การวัดและประเมินผล (ด้านความรู้, ด้านกระบวนการ, ด้านคุณลักษณะ)

รายการ	วิธีวัด	เครื่องมือ	เกณฑ์การวัด
<p>ด้านความรู้</p> <ol style="list-style-type: none"> นักเรียนสามารถบอกได้ว่าสมการกำลังสองที่กำหนดให้นั้นมีกี่คำตอบ นักเรียนสามารถแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้ นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้ 	สังเกตจากการตอบคำถามและการตรวจใบงานที่ 3-4	ใบกิจกรรมที่ 4-5 และ ใบงานที่ 3-4	นักเรียนทำใบงานถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป
<p>ด้านกระบวนการ</p> <p>นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ได้</p>	สังเกตการตรวจใบกิจกรรมที่ 6	ใบกิจกรรมที่ 6	นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 6 ถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป
<p>ด้านคุณลักษณะ</p> <ol style="list-style-type: none"> มีความรับผิดชอบ ทำงานอย่างมีระบบส่งงานครบทุกชิ้น และตามเวลาที่กำหนด มีส่วนร่วมในการตอบคำถาม และแสดงความคิดเห็นอย่างมีเหตุผล 	สังเกตพฤติกรรมขณะที่ดำเนินการเรียนการสอน	การสังเกต	มีผลการประเมินในระดับดีขึ้นไป

สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้

ใบกิจกรรมที่ 4-6 และใบงานที่ 3-4

บันทึกหลังจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (ผลการจัดการเรียนรู้, ปัญหา/อุปสรรค, แนวทางแก้ไข)

.....

.....

ลงชื่อ.....อาจารย์ผู้สอน

...../...../.....

พฤติกรรม	การส่งงานตรงตามเวลา			การมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม			การรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น			การตอบคำถาม			ความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย			รวมคะแนน
	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	
ชื่อ - สกุล	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	10
23																
24																
25																
26																

เกณฑ์การประเมิน

ให้ผลรวมคะแนน 0 – 4 อยู่ในระดับต้องปรับปรุง

ให้ผลรวมคะแนน 5 – 7 อยู่ในระดับพอใช้

ให้ผลรวมคะแนน 8 – 10 อยู่ในระดับดี

ชื่อ

(.....)

ผู้ประเมิน

ใบกิจกรรมที่ 4

ชื่อกลุ่ม

ฐานที่ 1 การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง $ax^2 + bx = x(ax + b)$
ให้นักเรียนหาผลลัพธ์ของจำนวนต่อไปนี้

1. $10x + 4 =$

2. $7x - 14 =$

3. $-9x + 3 =$

4. $-8 - 12x =$

5. $14y + 26z =$

ฐานที่ 2 วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูป $ax^2 + bx + c$ โดยที่ $a = 1$ และ $a \neq 1$

ให้นักเรียนหาผลลัพธ์ของจำนวนต่อไปนี้

1. $x^2 + 9x + 14 =$

2. $x^2 + 15x + 14 =$

3. $y^2 + 10y + 24 =$

4. $x^2 + 7x - 18 =$

5. $x^2 - 9x + 20 =$

ฐานที่ 3 วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์
 $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)(a + b), a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)(a - b)$

ให้นักเรียนหาผลลัพธ์ของจำนวนต่อไปนี้

1. $x^2 + 12x + 36 =$

2. $x^2 + 16x + 64 =$

3. $x^2 + 34x + 289 =$

4. $x^2 + 40x + 400 =$

5. $x^2 + 46x + 529 =$

ใบกิจกรรมที่ 5

ชื่อกลุ่ม

ให้นักเรียนแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวต่อไปนี้

1. $x^2 - 625 =$

2. $4y^2 - 169 =$

3. $169x^2 - 36y^2 =$

4. $x^2y^2 - 36z^2 =$

5. $100x^2 - 729 =$

6. $16x^2y^2 - 49 =$

7. $64x^2 - 625y^2 =$

8. $16 - (x - y)^2 =$

9. $(2x - 3y)^2 = (3x + y)^2$

10. $(x - 2)^2 - 16 =$

11. $x^2y^2 - 25 =$

12. $x^2 - 64 =$

13. $100 - 49x^2 =$

14. $x^2y^2 - 36y^2 =$

15. $(3x - y)^2 - (2x - 3y)^2 =$

ใบงานที่ 3

ชื่อ - นามสกุล ชั้น เลขที่

แบบฝึกหัด เรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว

ให้นักเรียน แยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว ต่อไปนี้

1. $x^2 - 169 =$

2. $81x^2 - 49y^2 =$

3. $144x^2 - 25y^2 =$

4. $49x^2 - 225y^2 =$

5. $1,225x^2 - 49 =$

6. $x^2y^2 - 144y^2 =$

7. $9x^2 - (x - y)^2 =$

8. $(x - y)^2 - 1 =$

9. $4(x + 2)^2 - (x - 1)^2 =$

10. $121x^2 - 625 =$

11. $9x^2 - 25 =$

12. $81x^2 - 36 =$

13. $64y^2 - x^2 =$

14. $81(x - 1)^2 - (x - 2)^2 =$

15. $169x^2 - (2x + 3)^2 =$

3. $225 - x^2 = 0$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. $(x-1)^2 = 4$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. $81 - (x+5)^2 = 0$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. $9x^2 - 16 = 0$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. $(2x-1)^2 - (x+2)^2 = 0$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. $(x+1)^2 = 36$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. $9(x+1)^2 = 16(x-1)^2$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. $324x^2 - 100x^2y^2 = 0$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8. $(5x-2)^2 = 16x^2$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก จ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
- แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์

เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

คำชี้แจง แบบทดสอบฉบับนี้ใช้เวลาในการสอบ 60 นาที ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องแล้ว
กาเครื่องหมาย x ลงในกระดาษคำตอบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยการแยกตัวประกอบ
ของพหุนามดีกรีสองโดยใช้ใช้สมบัติการแจกแจง

1. คำตอบของสมการ $(x-3)x-(x-3)=0$ คือข้อใด (วัดความเข้าใจ)

- | | |
|------------|------------|
| ก. 0 | ข. 3 |
| ค. 1 และ 3 | ง. 0 และ 3 |

2. คำตอบของสมการ $x(5x-4)=x(3x+8)$ คือข้อใด (วัดความเข้าใจ)

- | | |
|------------|-------------------------------------|
| ก. 0 | ข. 6 |
| ค. 0 และ 6 | ง. $\frac{4}{5}$ และ $-\frac{8}{3}$ |

นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยการแยกตัวประกอบ
ของพหุนามดีกรีสองในรูป ax^2+bx+c โดยที่ $a=1$ ได้

3. คำตอบของสมการ $x^2-10x-24=0$ คือข้อใด (วัดความรู้/ความจำ/การคิดคำนวณ)

- | | |
|--------------|--------------|
| ก. 4 และ -6 | ข. -4 และ 6 |
| ค. 2 และ -12 | ง. -2 และ 12 |

4. คำตอบของสมการ $a^2-5a=2a-6$ คือข้อใด (วัดความรู้/ความจำ/การคิดคำนวณ)

- | | |
|--------------|-------------|
| ก. -1 และ -6 | ข. -1 และ 6 |
| ค. 1 และ -6 | ง. 1 และ 6 |

5. คำตอบของสมการ $(x+2)(x-1)=4$ คือข้อใด (วัดความเข้าใจ)

- | | |
|-------------|--------------|
| ก. 2 และ 3 | ข. -2 และ 3 |
| ค. 2 และ -3 | ง. -2 และ -3 |

6. คำตอบของสมการ $(x-5)^2=39-5x$ คือข้อใด (วัดความเข้าใจ)

- | | |
|--------------|-------------|
| ก. -7 และ -2 | ข. -7 และ 2 |
| ค. 7 และ -2 | ง. 7 และ 2 |

25. คำตอบของสมการ $3x^2 + 7x - 1 = 0$ คือข้อใด (วัดการวิเคราะห์)

ก. $\frac{-3 \pm \sqrt{37}}{14}$

ข. $\frac{3 \pm \sqrt{37}}{14}$

ค. $\frac{-7 \pm \sqrt{61}}{6}$

ง. $\frac{7 \pm \sqrt{61}}{6}$

26. คำตอบของสมการ $4x^2 + 4x - 25 = 0$ คือข้อใด (วัดการวิเคราะห์)

ก. $\frac{-(1 - \sqrt{26})}{2}$

ข. $\frac{-(1 + \sqrt{26})}{2}$

ค. $\frac{-1 \pm \sqrt{26}}{2}$

ง. ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ

นักเรียนสามารถแก้โจทย์การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนได้

27. ผลคูณของจำนวนเต็มบวกสองจำนวนเรียง เท่ากับ 992 จงหาจำนวนที่มีค่ามาก (วัดการนำไปใช้)

ก. -31

ข. -32

ค. 31

ง. 32

28. พี่น้องสองคนมีเงินรวมกัน 30 บาท โดยพี่มีเงินมากกว่าน้อง ถ้าผลคูณของเงินของคนทั้งสอง เป็น 216 บาท พี่มีเงินมากกว่าน้องกี่บาท (วัดการวิเคราะห์)

ก. 4 บาท

ข. 6 บาท

ค. 8 บาท

ง. 10 บาท

29. ถ้าปัจจุบันเด็กชายเอมีอายุมากกว่าเด็กชายบีอยู่ 5 ปี และเมื่อสามปีที่แล้วผลคูณของอายุ ของเด็กชายทั้งสอง เท่ากับ 14 จงหาอายุปัจจุบันของเด็กชายเอ (วัดการวิเคราะห์)

ก. 1 ปี

ข. 9 ปี

ค. 10 ปี

ง. 11 ปี

นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับความยาวและพื้นที่ได้

30. สนามเทนนิสรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีพื้นที่เท่ากับ 180 ตารางเมตร มีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง อยู่ 11 เมตร จงหาความยาวรอบรูปของสนามเทนนิสนี้ (วัดการวิเคราะห์)

ก. 48 เมตร

ข. 49 เมตร

ค. 50 เมตร

ง. 58 เมตร

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์**เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว**

- | | |
|-------|-------|
| 1. ง | 16. ค |
| 2. ข | 17. ข |
| 3. ต | 18. ง |
| 4. ง | 19. ก |
| 5. ข | 20. ง |
| 6. ก | 21. ค |
| 7. ก | 22. ง |
| 8. ข | 23. ค |
| 9. ก | 24. ก |
| 10. ก | 25. ก |
| 11. ก | 26. ก |
| 12. ก | 27. ง |
| 13. ข | 28. ข |
| 14. ข | 29. ก |
| 15. ก | 30. ก |

ชื่อ – นามสกุล ชั้น เลขที่.....

แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

คำชี้แจง แบบทดสอบฉบับนี้ใช้เวลาในการสอบ 60 นาที ให้นักเรียนแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวต่อไปนี้โดยแสดงวิธีทำลงในแบบทดสอบและระบุว่าในแต่ละขั้นตอนของการแก้สมการนั้นใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใด

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ในสาระที่ 1 (จำนวนและการดำเนินการ) และ สาระที่ 4 (พีชคณิต) ในเรื่องของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ กับการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยใช้สมบัติการแจกแจง , การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)(a+b), a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)(a-b) \text{ และใช้สูตร}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

1. $3x^2 - x = 0$

.....

.....

.....

.....

2. $4x^2 - 2x = 0$

.....

.....

.....

.....

นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ในสาระที่ 1 (จำนวนและการดำเนินการ) และ สาระที่ 4 (พีชคณิต) ในเรื่องของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ต่างๆ กับการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูป $ax^2 + bx + c$ โดยที่ $a=1$, การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)(a+b)$, $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)(a-b)$ และใช้สูตร

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3. $x(x+10) = 24$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. $x^2 - 3x - 23 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. $(x-4)^2 - 2(x-4) - 8 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ในสาระที่ 1 (จำนวนและการดำเนินการ) และ สาระที่ 4 (พีชคณิต) ในเรื่องของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ต่างๆกับการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูป ax^2+bx+c โดยที่ $a \neq 1$ และ $a \neq 0$, การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ $a^2+2ab+b^2=(a+b)(a+b)$, $a^2-2ab+b^2=(a-b)(a-b)$ และ ใช้สูตร

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

6. $5x^2 + 11x = 12$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. $11 - 12x = 13x^2 - 14x$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ในสาระที่ 1 (จำนวนและการดำเนินการ) และ สาระที่ 4 (พีชคณิต) ในเรื่องของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ต่างๆกับการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ $a^2+2ab+b^2=(a+b)(a+b)$, $a^2-2ab+b^2=(a-b)(a-b)$ และ ใช้สูตร

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

8. $9x^2 = 30x - 25$

.....

.....

.....

นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ในสาระที่ 1 (จำนวนและการดำเนินการ) และ สาระที่ 4 (พีชคณิต) ในเรื่องของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ กับ การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่าง

ของกำลังสอง $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ และใช้สูตร $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

9. $4x^2 + 9x = 9x + 25$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10. $9(x+1)^2 = 25(x-1)^2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ในสาระที่ 1 (จำนวนและการดำเนินการ) และ สาระที่ 4 (พีชคณิต) ในเรื่องของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ กับ การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสอง

สมบูรณ์ $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)(a+b)$, $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)(a-b)$ และ ใช้สูตร

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

11. $3x^2 + 7x - 1 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

12. $-9x^2 + 7x - 2 = -4x^2 = 3x$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยใช้การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ในสาระที่ 1 (จำนวนและการดำเนินการ) และ สาระที่ 4 (พีชคณิต) ในเรื่องของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ กับการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูป $ax^2 + bx + c$ โดยที่ $a=1$, การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)(a+b)$, $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)(a-b)$ และใช้สูตร

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

13. จำนวนเต็มบวกสองจำนวนเรียงกันมีผลคูณเท่ากับ 182 จงหาจำนวนเต็มบวกสองจำนวนนั้น

.....

.....

.....

.....

.....

.....

14. เด็กสองคนอายุรวมกันได้ 18 ปี และผลคูณของอายุเด็กทั้งสองเป็น 56 ปี จงหาอายุของเด็กที่มีอายุน้อยกว่า

.....

.....

.....

.....

.....

.....

15. ลวดเส้นหนึ่งยาว 44 เซนติเมตร นำมาตัดแบ่งเป็น 2 เส้น แต่ละเส้นนำมาขดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้ผลบวกของพื้นที่เท่ากับ 61 ตารางเซนติเมตร จงหาความยาวของลวดเส้นที่สั้นกว่า

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

คำชี้แจง แบบทดสอบฉบับนี้ใช้เวลาในการสอบ 60 นาที ให้นักเรียนแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวต่อไปนี้โดยแสดงวิธีทำลงในแบบทดสอบและระบุด้วยว่าในแต่ละขั้นของการแก้สมการนั้นใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใด

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้

1. $3x^2 - x = 0$

วิธีที่ 1 $3x^2 - x = 0$

$$x(3x-1) = 0$$

(ใช้สมบัติการแจกแจง เมื่อ x เป็นตัวประกอบร่วม)

จะได้ $x = 0$ หรือ $3x-1 = 0$

(สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้ามีจำนวนจริง สองจำนวนคูณกันเท่ากับศูนย์แล้วจำนวนจริง อย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเท่ากับศูนย์)

$$x = 0 \text{ หรือ } 3x = 1$$

$$x = 0 \text{ หรือ } x = \frac{1}{3}$$

(ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว)

∴ คำตอบของสมการ คือ 0 และ $\frac{1}{3}$

วิธีที่ 2 $3x^2 - x = 0$

นำ 3 มาหารทั้งสองข้างของสมการ (ใช้สมบัติของการเท่ากัน)

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \frac{3x^2}{3} - \frac{x}{3} &= \frac{0}{3} \\ x^2 - \frac{1}{3}x &= 0 \end{aligned}$$

$$\left[x^2 - 2\left(\frac{1}{6}\right)(x) + \left(\frac{1}{6}\right)^2 \right] - \left(\frac{1}{6}\right)^2 = 0 \quad (\text{ใช้การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรี$$

สองในรูป $a^2 \pm 2ab + b^2 =$

$$(a \pm b)(a \pm b)$$

$$\text{จะได้} \quad \left(x - \frac{1}{6}\right)^2 - \left(\frac{1}{6}\right)^2 = 0 \quad (\text{ใช้วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม$$

ดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$\left(x - \frac{1}{6} - \frac{1}{6}\right)\left(x - \frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) = 0$$

$$\left(x - \frac{2}{6}\right)(x - 0) = 0$$

จะได้ $x - \frac{2}{6} = 0$ หรือ $x - 0 = 0$ (สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้ามีจำนวน

จริงสองจำนวนคูณกันเท่ากับศูนย์แล้ว

จำนวนจริงอย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้อง

เท่ากับ ศูนย์)

$$x = \frac{2}{6} \text{ หรือ } \frac{1}{3}x = 0 \quad (\text{ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว})$$

∴ คำตอบของสมการ คือ 0 และ $\frac{1}{3}$

วิธีที่ 3 $3x^2 - x = 0$

$$a = 3, b = -1, c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(3)(0)}}{2(3)} \quad (\text{บวก ลบ และคูณจำนวนเต็ม})$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-0}}{6}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1}}{6} \quad (\text{การหารากที่สอง})$$

$$x = \frac{1 \pm 1}{6}$$

$$x = \frac{1+1}{6} \text{ หรือ } x = \frac{1-1}{6}$$

$$x = \frac{2}{6} \text{ หรือ } x = \frac{0}{6} = 0$$

∴ คำตอบของสมการ คือ 0 และ $\frac{1}{3}$

$$2. 4x^2 - 2x = 0$$

วิธีที่ 1 $4x^2 - 2x = 0$

$$2x(2x-1) = 0 \quad (\text{ใช้สมบัติการแจกแจง เมื่อ } 2x \text{ เป็นตัวประกอบร่วม})$$

จะได้ $2x = 0$ หรือ $2x-1 = 0$ (สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้ามีจำนวนจริงสองจำนวนคูณกันเท่ากับศูนย์แล้วจำนวนจริงอย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเท่ากับศูนย์)

$$x = \frac{0}{2} \text{ หรือ } 2x = 1$$

$$x = 0 \text{ หรือ } x = \frac{1}{2} \quad (\text{ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว})$$

∴ คำตอบของสมการ คือ 0 และ $\frac{1}{2}$

วิธีที่ 2 $4x^2 - 2x = 0$

นำ 4 มาหารทั้งสองข้างของสมการ (ใช้สมบัติของการเท่ากัน)

จะได้
$$\frac{4x^2}{4} - \frac{2x}{4} = \frac{0}{4}$$

$$x^2 - \frac{x}{2} = 0$$

$$\left[x^2 - 2\left(\frac{1}{4}\right)(x) + \left(\frac{1}{4}\right)^2 \right] - \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 0 \quad (\text{ใช้การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรี$$

สองในรูป $a^2 \pm 2ab + b^2 =$

$$(a \pm b)(a \pm b)$$

จะได้
$$\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 0 \quad (\text{ใช้วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม$$

ดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b))$$

$$\left(x - \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right)\left(x - \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) = 0$$

$$\left(x - \frac{2}{4}\right)(x - 0) = 0$$

จะได้ $x - \frac{2}{4} = 0$ หรือ $x - 0 = 0$ (สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้า

มีจำนวนจริงสองจำนวนคูณกันเท่ากับศูนย์แล้ว จำนวนจริงอย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเท่ากับ ศูนย์)

$$x = \frac{1}{4} \text{ หรือ } x = 0 \quad (\text{ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว})$$

$$\therefore \text{คำตอบของสมการคือ } 0 \text{ และ } \frac{1}{2}$$

วิธีที่ 3

$$4x^2 - 2x = 0$$

$$a = 4, \quad b = -2, \quad c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(4)(0)}}{2(4)} \quad (\text{บวก ลบ และคูณจำนวนเต็ม})$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4}}{8}$$

$$x = \frac{2 \pm 2}{8} \quad (\text{การหารากที่สอง})$$

$$x = \frac{2+2}{8} \text{ หรือ } x = \frac{2-2}{8}$$

$$x = \frac{4}{8} \text{ หรือ } x = \frac{0}{8} = 0$$

$$\therefore \text{คำตอบของสมการคือ } 0 \text{ และ } \frac{1}{2}$$

3. $x(x + 10) = 24$

วิธีที่ 1

$$x(x+10) = 24$$

$$x^2 + 10x = 24$$

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$(x+12)(x-2) = 0 \quad (\text{การแยกตัวประกอบของ พหุนามดีกรีสองในรูป } ax^2 + bx + c \text{ โดยที่ } a = 1)$$

จะได้ $x+12=0$ หรือ $x-2=0$ (สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้ามีจำนวนจริงสองจำนวนคูณกันเท่ากับศูนย์แล้วจำนวนจริงอย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเท่ากับศูนย์)

$$x = -12 \text{ หรือ } x = 2 \quad (\text{ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว})$$

$$\therefore \text{คำตอบของสมการคือ } -12 \text{ และ } 2$$

วิธีที่ 2

$$x(x+10) = 24$$

$$x^2 + 10x = 24$$

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$[x^2 + 2(5)(x) + 5^2] - 5^2 - 24 = 0 \quad (\text{ใช้การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรี}$$

สองในรูป $a^2 \pm 2ab + b^2 =$

$$(a \pm b)(a \pm b)$$

จะได้ $(x+5)^2 - 25 - 24 = 0$

$$(x+5)^2 - 49 = 0$$

$$(x+5)^2 - 7^2 = 0$$

(ใช้วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม
ดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(x+5-7)(x+5+7) = 0$$

$$(x-2)(x+12) = 0$$

จะได้ $x-2 = 0$ หรือ $x+12 = 0$

(สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้ามี
จำนวนจริงสองจำนวนคูณกันเท่ากับ
ศูนย์แล้วจำนวนจริงอย่างน้อยหนึ่ง
จำนวนต้องเท่ากับ ศูนย์)

$$x = 2 \quad \text{หรือ} \quad x = -12$$

(ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว)

\therefore คำตอบของสมการ คือ -12 และ 2

วิธีที่ 3

$$x(x+10) = 24$$

$$x^2 + 10x = 24$$

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$a = 1, \quad b = 10, \quad c = -24$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4(1)(-24)}}{2(1)} \quad (\text{บวก ลบ และคูณจำนวนเต็ม})$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 96}}{2}$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{196}}{2} \quad (\text{การหารากที่สอง})$$

$$x = \frac{-10 \pm 14}{2}$$

$$x = \frac{-10 + 14}{2} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{-10 - 14}{2}$$

$$x = \frac{4}{2} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{-24}{2}$$

∴ คำตอบของสมการ คือ 2 และ -12

$$4. x^2 - 3x - 23 = 0$$

วิธีที่ 1

$$x^2 - 3x - 23 = 0$$

$$\left[x^2 - 2\left(\frac{3}{2}\right)x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \right] - \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 23 = 0 \quad (\text{ใช้การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรี}$$

สองในรูป $a^2 \pm 2ab + b^2 =$

$$(a \pm b)(a \pm b)$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} - 23 = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} - \frac{92}{4} = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{101}{4} = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{101}}{2}\right)^2 = 0 \quad (\text{ใช้วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม}$$

ดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b))$$

$$\left(x - \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{101}}{2}\right)\left(x - \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{101}}{2}\right) = 0$$

จะได้ $x - \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{101}}{2} = 0$ หรือ $x - \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{101}}{2} = 0$ (สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้า

มีจำนวนจริงสองจำนวนคูณกัน

เท่ากับศูนย์แล้วจำนวนจริงอย่าง

น้อยหนึ่งจำนวนต้องเท่ากับศูนย์)

$$x = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{101}}{2} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{101}}{2} \quad (\text{ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว})$$

$$x = \frac{3 + \sqrt{101}}{2} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{3 - \sqrt{101}}{2}$$

∴ คำตอบของสมการ คือ $\frac{3 + \sqrt{101}}{2}$ และ $\frac{3 - \sqrt{101}}{2}$

วิธีที่ 2

$$x^2 - 3x - 23 = 0$$

$$a = 1, b = -3, c = -23$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-23)}}{2(1)} \quad (\text{บวก ลบ และคูณจำนวนเต็ม})$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+92}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{101}}{2} \quad (\text{การหารากที่สอง})$$

$$x = \frac{3 - \sqrt{101}}{2} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{3 + \sqrt{101}}{2}$$

$$\therefore \text{คำตอบของสมการ คือ } \frac{3 - \sqrt{101}}{2} \quad \text{และ} \quad \frac{3 + \sqrt{101}}{2}$$

5. $5x^2 + 11x = 12$

วิธีที่ 1

$$5x^2 + 11x = 12$$

$$5x^2 + 11x - 12 = 0$$

$$(x+3)(5x-4) = 0 \quad (\text{การแยกตัวประกอบของ พหุนามดีกรีสองในรูป } ax^2 + bx + c \text{ โดยที่ } a \neq 1 \text{ และ } a \neq 0)$$

จะได้ $x+3=0$ หรือ $5x-4=0$ (สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้ามีจำนวนจริงสองจำนวนคูณกันเท่ากับศูนย์แล้วจำนวนจริงอย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเท่ากับศูนย์)

$$x = -3 \quad \text{หรือ} \quad 5x = 4$$

$$x = -3 \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{4}{5} \quad (\text{ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว})$$

$$\therefore \text{คำตอบของสมการ คือ } -3 \quad \text{และ} \quad \frac{4}{5}$$

วิธีที่ 2

$$5x^2 + 11x = 12$$

$$5x^2 + 11x - 12 = 0$$

นำ 5 มาหารทั้งสองข้างของสมการ (ใช้สมบัติของการเท่ากัน)

$$\text{จะได้ } \frac{15x^2}{5} + \frac{11x}{5} - \frac{12}{5} = \frac{0}{5}$$

$$x^2 + \frac{11x}{5} - \frac{12}{5} = 0$$

$$\left[x^2 + 2\left(\frac{11}{10}\right)(x) + \left(\frac{11}{10}\right)^2 \right] - \left(\frac{11}{10}\right)^2 - \frac{12}{5} = 0 \quad (\text{ใช้การแยกตัวประกอบของพหุนาม})$$

ดีกรีสองในรูป $a^2 \pm 2ab + b^2 =$

$$(a \pm b)(a \pm b)$$

$$\text{จะได้ } \left(x + \frac{11}{10}\right)^2 - \frac{121}{100} - \frac{12}{5} = 0$$

$$\left(x + \frac{11}{10}\right)^2 - \frac{121}{100} - \frac{240}{100} = 0$$

$$\left(x + \frac{11}{10}\right)^2 - \frac{361}{100} = 0$$

$$\left(x + \frac{11}{10}\right)^2 - \left(\frac{19}{10}\right)^2 = 0 \quad (\text{ใช้วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม}$$

ดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$\left(x + \frac{11}{10} - \frac{19}{10}\right)\left(x + \frac{11}{10} + \frac{19}{10}\right) = 0$$

$$\left(x - \frac{8}{10}\right)\left(x + \frac{30}{10}\right) = 0$$

$$\text{จะได้ } x - \frac{8}{10} = 0 \quad \text{หรือ} \quad x + 3 = 0 \quad (\text{สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้ามีจำนวน}$$

จริงสองจำนวนคูณกันเท่ากับศูนย์แล้ว

จำนวนจริงอย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเท่ากับศูนย์)

$$x = \frac{8}{10} \quad \text{หรือ} \quad x = -3 \quad (\text{ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว})$$

$$\therefore \text{คำตอบของสมการ คือ } \frac{4}{5} \quad \text{และ} \quad -3$$

วิธีที่ 3

$$5x^2 + 11x = 12$$

$$5x^2 + 11x - 12 = 0$$

$$a = 5, \quad b = 11, \quad c = -12$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{11^2 - 4(5)(-12)}}{2(5)} \quad (\text{บวก ลบ และคูณจำนวนเต็ม})$$

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{121 + 240}}{10}$$

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{361}}{10} \quad (\text{การหารากที่สอง})$$

$$x = \frac{-11 - 19}{10} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{-11 + 19}{10}$$

$$x = \frac{-30}{10} \text{ หรือ } x = \frac{8}{10}$$

∴ คำตอบของสมการ คือ -3 และ $\frac{4}{5}$

$$6. 11 - 12x = 13x^2 - 14x$$

วิธีที่ 1

$$11 - 12x = 13x^2 - 14x$$

$$13x^2 - 14x + 12x - 11 = 0$$

$$13x^2 - 2x - 11 = 0$$

$$(x-1)(13x+11) = 0 \quad (\text{การแยกตัวประกอบของ พหุนามดีกรีสองในรูป } ax^2 + bx + c \text{ โดยที่ } a \neq 1 \text{ และ } a \neq 0)$$

จะได้ $x-1=0$ หรือ $13x+11=0$ (สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้ามีจำนวนจริงสองจำนวนคูณกันเท่ากับศูนย์แล้วจำนวนจริงอย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเท่ากับศูนย์)

$$x = 1 \text{ หรือ } 13x = -11$$

$$x = 1 \text{ หรือ } x = -\frac{11}{13} \quad (\text{ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว})$$

$$\therefore \text{ คำตอบของสมการ คือ } 1 \text{ และ } -\frac{11}{13}$$

วิธีที่ 2

$$11 - 12x = 13x^2 - 14x$$

$$13x^2 - 14x + 12x - 11 = 0$$

$$13x^2 - 2x - 11 = 0$$

นำ 13 มาหารทั้งสองข้างของสมการ (ใช้สมบัติของการเท่ากัน)

$$\text{จะได้ } \frac{13x^2}{13} - \frac{2x}{13} - \frac{11}{13} = \frac{0}{13}$$

$$x^2 - \frac{2x}{13} - \frac{11}{13} = \frac{0}{13}$$

$$\left[x^2 - 2\left(\frac{2}{26}\right)(x) + \left(\frac{2}{26}\right)^2 \right] - \left(\frac{2}{26}\right)^2 - \frac{11}{13} = 0 \quad (\text{ใช้การแยกตัวประกอบของพหุนาม})$$

$$\text{ดีกรีสองในรูป } a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)(a \pm b)$$

$$\text{จะได้ } \left(x - \frac{2}{26}\right)^2 - \frac{4}{676} - \frac{11}{13} = 0$$

$$\left(x - \frac{2}{26}\right)^2 - \frac{4}{676} - \frac{572}{676} = 0$$

$$\left(x - \frac{2}{26}\right)^2 - \left(\frac{24}{26}\right)^2 = 0 \quad (\text{ใช้วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม$$

ดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b))$$

$$\left(x - \frac{2}{26} - \frac{24}{26}\right)\left(x - \frac{2}{26} + \frac{24}{26}\right) = 0$$

$$\left(x - \frac{26}{26}\right)\left(x + \frac{22}{26}\right) = 0$$

จะได้ $x - \frac{26}{26} = 0$ หรือ $x + \frac{22}{26} = 0$ (สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้ามี

จำนวนจริงสองจำนวนคูณกันเท่ากับศูนย์

แล้วจำนวนจริงอย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้อง

$$x = \frac{1}{\cancel{26}} \quad \text{หรือ} \quad x = -\frac{11}{\cancel{26}} \quad \begin{array}{l} \text{เท่ากับศูนย์} \\ \text{(ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัว} \end{array}$$

แปรเดียว)

∴ คำตอบของสมการ คือ 1 และ $-\frac{11}{13}$

วิธีที่ 3

$$11 - 12x = 13x^2 - 14x$$

$$13x^2 - 14x + 12x - 11 = 0$$

$$13x^2 - 2x - 11 = 0$$

$$a = 13, \quad b = -2, \quad c = -11$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(13)(-11)}}{2(13)} \quad (\text{บวก ลบ และคูณจำนวน$$

เต็ม)

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 572}}{26}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{576}}{26} \quad (\text{การหารากที่สอง})$$

$$x = \frac{2 - 24}{26} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{2 + 24}{26}$$

11

1

$$x = \frac{-22}{26} \text{ หรือ } x = \frac{26}{26}$$

$$\therefore \text{คำตอบของสมการ คือ } -\frac{11}{13} \text{ และ } 1$$

7. $9x^2 = 30x - 25$

วิธีที่ 1

$$9x^2 = 30x - 25$$

$$9x^2 - 30x + 25 = 0$$

$$(3x)^2 - 2(3x)(5) + 5^2 = 0$$

$$(3x-5)(3x-5) = 0$$

(การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง
ที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์)

$$a^2 \pm 2a + b^2 =$$

$$(a \pm b)(a \pm b)$$

$$3x-5 = 0 \text{ หรือ } 3x-5 = 0$$

(สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้ามีจำนวนจริง
สองจำนวนคูณกันเท่ากับศูนย์แล้วจำนวนจริง
อย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเท่ากับศูนย์)

$$3x = 5 \text{ หรือ } 3x = 5$$

$$x = \frac{5}{3} \text{ หรือ } x = \frac{5}{3}$$

(ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว)

$$\therefore \text{คำตอบของสมการ คือ } \frac{5}{3}$$

วิธีที่ 2

$$9x^2 = 30x - 25$$

$$9x^2 - 30x + 25 = 0$$

$$a = 9, b = -30, c = 25$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-30) \pm \sqrt{(-30)^2 - 4(9)(25)}}{2(9)} \quad (\text{บวก ลบ และคูณจำนวนเต็ม})$$

$$x = \frac{30 \pm \sqrt{900 - 900}}{18}$$

$$x = \frac{30 \pm \sqrt{0}}{18} \quad (\text{การหารากที่สอง})$$

$$x = \frac{30-0}{18} \text{ หรือ } x = \frac{30+0}{18}$$

$$x = \frac{30}{18} \text{ หรือ } x = \frac{30}{18}$$

$$x = \frac{5}{3} \text{ หรือ } x = \frac{5}{3}$$

∴ คำตอบของสมการ คือ $\frac{5}{3}$

$$8. (x-4)^2 - 2(x-4) - 8 = 0$$

วิธีที่ 1 $(x-4)^2 - 2(x-4) - 8 = 0$

$$[(x-4)-4][(x-4)+2] = 0 \text{ (การแยกตัวประกอบของ พหุนามดีกรีสองในรูป)}$$

$$ax^2 + bx + c \text{ โดยที่ } a = 1)$$

$$(x-8)(x-2) = 0$$

จะได้ $x-8 = 0$ หรือ $x-2 = 0$ (สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้ามีจำนวนจริงสองจำนวนคูณกันเท่ากับศูนย์แล้วจำนวนจริงอย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเท่ากับศูนย์)

$$x = 8 \text{ หรือ } x = 2 \text{ (ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว)}$$

∴ คำตอบของสมการ คือ 8 และ 2

วิธีที่ 2 $(x-4)^2 - 2(x-4) - 8 = 0$

$$[(x-4)^2 - 2(x-4)(1) + 1^2] - 1^2 - 8 = 0 \text{ (ใช้การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรี}$$

$$\text{สองในรูป } a^2 \pm 2ab + b^2 =$$

$$(a \pm b)(a \pm b)$$

$$\text{จะได้ } [(x-4)-1]^2 - 1 - 8 = 0$$

$$(x-5)^2 - 9 = 0$$

$$(x-5)^2 - 3^2 = 0$$

(ใช้วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b))$$

$$(x-5-3)(x-5+3) = 0$$

$$(x-8)(x-2) = 0$$

จะได้ $x-8 = 0$ หรือ $x-2 = 0$ (สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้ามีจำนวนจริงสองจำนวนคูณกันเท่ากับศูนย์แล้วจำนวนจริงอย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเท่ากับศูนย์)

$$x = 8 \text{ หรือ } x = 2 \text{ (ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว)}$$

∴ คำตอบของสมการ คือ 8 และ 2

วิธีที่ 3

$$(x-4)^2 - 2(x-4) - 8 = 0$$

$$\text{ให้ } x-4 = y$$

$$\text{จะได้ } y^2 - 2y - 8 = 0$$

$$a = 1, b = -2, c = -8$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-8)}}{2(1)} \quad (\text{บวก ลบ และคูณจำนวนเต็ม})$$

$$y = \frac{2 \pm \sqrt{4+32}}{2}$$

$$y = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2} \quad (\text{การหารากที่สอง})$$

$$y = \frac{2-6}{2} \text{ หรือ } y = \frac{2+6}{2}$$

$$y = -\frac{4}{2} \text{ หรือ } y = \frac{8}{2}$$

$$y = -2 \text{ หรือ } y = 4$$

$$\text{จะได้ } x-4 = -2 \text{ หรือ } x-4 = 4$$

$$x = -2+4 \text{ หรือ } x = 4+4 \quad (\text{ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว})$$

$$x = 2 \text{ หรือ } x = 8$$

∴ คำตอบของสมการ คือ 2 และ 8

9. $4x^2 + 9x = 9x + 25$

วิธีที่ 1

$$4x^2 + 9x = 9x + 25$$

$$4x^2 + \cancel{9x} - \cancel{9x} - 25 = 0$$

$$4x^2 - 25 = 0$$

$$(2x)^2 - 5^2 = 0$$

(ใช้วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม

ดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$(2x-5)(2x+5) = 0$$

$$\text{จะได้ } 2x-5 = 0 \text{ หรือ } 2x+5 = 0 \quad (\text{สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้ามีจำนวนจริง$$

สองจำนวนคูณกันเท่ากับศูนย์แล้วจำนวนจริง

อย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเท่ากับศูนย์)

$$2x = 5 \text{ หรือ } 2x = -5$$

$$x = \frac{5}{2} \text{ หรือ } x = -\frac{5}{2} \quad (\text{ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว})$$

∴ คำตอบของสมการ คือ $\frac{5}{2}$ และ $-\frac{5}{2}$

วิธีที่ 2

$$4x^2 + 9x = 9x + 25$$

$$4x^2 + \cancel{9x} - \cancel{9x} - 25 = 0$$

$$4x^2 - 25 = 0$$

$$a = 4, b = 0, c = -25$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(0) \pm \sqrt{(0)^2 - 4(4)(-25)}}{2(4)} \quad (\text{บวก ลบ และคูณจำนวนเต็ม})$$

$$x = \frac{0 \pm \sqrt{0 + 400}}{8}$$

$$x = \frac{0 \pm \sqrt{400}}{8} \quad (\text{การหารากที่สอง})$$

$$x = \frac{0 \pm 20}{8}$$

$$x = \frac{0 - 20}{8} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{0 + 20}{8}$$

$$x = -\frac{20}{8} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{20}{8}$$

$$x = -\frac{5}{2} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{5}{2}$$

∴ คำตอบของสมการ คือ $-\frac{5}{2}$ และ $\frac{5}{2}$

10. $9(x+1)^2 = 25(x-1)^2$

วิธีทำ $9(x+1)^2 = 25(x-1)^2$

$$9(x+1)^2 - 25(x-1)^2 = 0$$

$$[3(x-1)]^2 - [5(x+1)]^2 = 0$$

(สมบัติเลขยกกำลัง)

$$(3x-3)^2 - (5x+5)^2 = 0$$

(ใช้วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม

ดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$[(3x+3) - (5x-5)][(3x+3) + (5x-5)] = 0$$

$$(3x+3-5x+5)(3x+3+5x-5) = 0$$

$$(-2x+8)(8x-2) = 0$$

จะได้ $-2x+8=0$ หรือ $8x-2=0$ (สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้ามีจำนวนจริงสองจำนวนคูณกันเท่ากับศูนย์แล้วจำนวนจริงอย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเท่ากับศูนย์)

$$-2x = -8 \quad \text{หรือ} \quad 8x = 2$$

$$x = \frac{-8}{-2} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{2}{8} \quad (\text{ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว})$$

$$x = 4 \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{1}{4}$$

\therefore คำตอบของสมการ คือ 4 และ $\frac{1}{4}$

11. $3x^2 + 7x - 1 = 0$

วิธีที่ 1

$$3x^2 + 7x - 1 = 0$$

นำ 3 มาหารทั้งสองข้างของสมการ (ใช้สมบัติของการเท่ากัน)

$$\text{จะได้} \quad \frac{3}{3}x^2 + \frac{7}{3}x - \frac{1}{3} = \frac{0}{3}$$

$$x^2 + \frac{7}{3}x - \frac{1}{3} = 0$$

$$\left[x^2 + 2(x)\left(\frac{7}{6}\right) + \left(\frac{7}{6}\right)^2 \right] - \left(\frac{7}{6}\right)^2 - \frac{1}{3} = 0 \quad (\text{การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง})$$

ที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ $a^2 \pm 2a + b^2 = (a \pm b)(a \pm b)$

$$\left(x + \frac{7}{6}\right)^2 - \frac{49}{36} - \frac{1}{3} = 0$$

$$\left(x + \frac{7}{6}\right)^2 - \frac{49}{36} - \frac{12}{36} = 0 \quad (\text{การบวกและลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน})$$

$$\left(x + \frac{7}{6}\right)^2 - \frac{61}{36} = 0$$

$$\left(x + \frac{7}{6}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{61}}{6}\right)^2 = 0 \quad (\text{สมบัติของรากที่สอง})$$

$$\left(x + \frac{7}{6} - \frac{\sqrt{61}}{6}\right)\left(x + \frac{7}{6} + \frac{\sqrt{61}}{6}\right) = 0 \quad (\text{ใช้วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง})$$

ดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

จะได้ $x + \frac{7}{6} - \frac{\sqrt{61}}{6} = 0$ หรือ $x + \frac{7}{6} + \frac{\sqrt{61}}{6} = 0$ (สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้ามี

จำนวนจริง สองจำนวนคูณกันเท่ากับศูนย์แล้วจำนวนจริง อย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเท่ากับศูนย์)

$$x = -\frac{7}{6} + \frac{\sqrt{61}}{6} \text{ หรือ } x = -\frac{7}{6} - \frac{\sqrt{61}}{6} \quad (\text{ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว})$$

$$x = \frac{-7 + \sqrt{61}}{6} \text{ หรือ } x = \frac{-7 - \sqrt{61}}{6}$$

∴ คำตอบของสมการ คือ $\frac{-7 + \sqrt{61}}{6}$ และ $\frac{-7 - \sqrt{61}}{6}$

วิธีที่ 2

$$3x^2 + 7x - 1 = 0$$

$$a = 3, \quad b = 7, \quad c = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4(3)(-1)}}{2(3)} \quad (\text{บวก ลบ และคูณจำนวนเต็ม})$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 12}}{6}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{61}}{6} \quad (\text{การหารากที่สอง})$$

$$x = \frac{-7 - \sqrt{61}}{6} \text{ หรือ } x = \frac{-7 - \sqrt{61}}{6}$$

∴ คำตอบของสมการ คือ $\frac{-7 - \sqrt{61}}{6}$ และ $\frac{-7 - \sqrt{61}}{6}$

12. $-9x^2 + 7x - 2 = -4x^2 - 3x$

วิธีที่ 1

$$-9x^2 + 7x - 2 = -4x^2 - 3x$$

$$-4x^2 - 3x + 9x^2 - 7x + 2 = 0$$

$$5x^2 - 10x + 2 = 0$$

นำ 5 มาหารทั้งสองข้างของสมการ (ใช้สมบัติของการเท่ากัน)

จะได้ $\frac{5}{5}x^2 - \frac{10}{5}x + \frac{2}{5} = \frac{0}{5}$

$$x^2 - 2x + \frac{2}{5} = 0$$

$$[x^2 - 2(x)(1) + 1^2] - 1^2 + \frac{2}{5} = 0$$

(การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง
ที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ $a^2 \pm 2a + b^2 =$
 $(a \pm b)(a \pm b)$)

$$(x-1)^2 - 1 + \frac{2}{5} = 0$$

$$(x-1)^2 - \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = 0 \quad (\text{การบวกและลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน})$$

$$(x-1)^2 - \frac{3}{5} = 0$$

$$(x-1)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)^2 = 0$$

(สมบัติของรากที่สอง)

$$\left(x-1-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right) = 0$$

(ใช้วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม

ดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

จะได้ $x-1-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = 0$ หรือ $x-1+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = 0$

(สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้ามีจำนวนจริง

สองจำนวนคูณกันเท่ากับศูนย์แล้วจำนวนจริง

อย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเท่ากับศูนย์)

$$x = 1 + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \quad \text{หรือ} \quad x = 1 - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$$

(ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว)

$$x = \frac{5 + \sqrt{15}}{5} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{5 - \sqrt{15}}{5}$$

(สมบัติของรากที่สอง)

∴ คำตอบของสมการ คือ $\frac{5 + \sqrt{15}}{5}$ และ $\frac{5 - \sqrt{15}}{5}$

วิธีที่ 2

$$-9x^2 + 7x - 2 = -4x^2 - 3x$$

$$-4x^2 - 3x + 9x^2 - 7x + 2 = 0$$

$$5x^2 - 10x + 2 = 0$$

$$a = 5, \quad b = -10, \quad c = 2$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4(5)(2)}}{2(5)} \quad (\text{บวก ลบ และคูณจำนวนเต็ม})$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 40}}{10}$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{60}}{10} \quad (\text{การหารากที่สอง})$$

$$x = \frac{5 \cancel{10} \pm \sqrt{1 \cancel{10} \pm 2\sqrt{15}}}{\cancel{10}_5}$$

$$x = \frac{5 - \sqrt{15}}{5} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{5 + \sqrt{15}}{5}$$

$$\therefore \text{คำตอบของสมการ คือ } \frac{5 - \sqrt{15}}{5} \text{ และ } \frac{5 + \sqrt{15}}{5}$$

13. จำนวนเต็มบวกสองจำนวนเรียงกันมีผลคูณเท่ากับ 182 จงหาจำนวนเต็มบวกสองจำนวนนั้น

วิธีทำ ให้จำนวนเต็มบวกจำนวนแรก คือ x

จำนวนเต็มบวกจำนวนที่สอง คือ $x+1$ (ใช้สมบัติของจำนวนเต็มบวกที่เรียงกัน)

จำนวนเต็มบวกสองจำนวนเรียงกันมีผลคูณเท่ากับ 182

$$\text{สมการ คือ } (x)(x+1) = 182$$

$$x^2 + x = 182$$

$$x^2 + x - 182 = 0$$

$$(x+14)(x-13) = 0 \quad (\text{การแยกตัวประกอบของ พหุนามดีกรีสองในรูป } ax^2 + bx + c \text{ โดยที่ } a = 1)$$

จะได้ $x+14 = 0$ หรือ $x-13 = 0$ (สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้ามีจำนวนจริงสองจำนวนคูณกันเท่ากับศูนย์แล้วจำนวนจริงอย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเท่ากับศูนย์)

$$x = -14 \quad \text{หรือ} \quad x = 13 \quad (\text{ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว})$$

\therefore จำนวนเต็มบวกจำนวนแรก คือ 13

จำนวนเต็มบวกจำนวนที่สอง คือ $13+1 = 14$

วิธีที่ 2 ให้จำนวนเต็มบวกจำนวนแรก คือ x

จำนวนเต็มบวกจำนวนที่สอง คือ $x+1$ (ใช้สมบัติของจำนวนเต็มบวกที่เรียงกัน)

จำนวนเต็มบวกสองจำนวนเรียงกันมีผลคูณเท่ากับ 182

$$\text{สมการ คือ } (x)(x+1) = 182$$

$$x^2 + x = 182$$

$$x^2 + x - 182 = 0$$

$$\left[x^2 + 2(x)\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right] - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 182 = 0 \quad (\text{การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง})$$

$$\text{ที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ } a^2 \pm 2a + b^2 = (a \pm b)(a \pm b)$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - 182 = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - \frac{728}{4} = 0 \quad (\text{การบวกและลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน})$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{729}{4} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{27}{2}\right)^2 = 0 \quad (\text{สมบัติของรากที่สอง})$$

$$\left(x + \frac{1}{2} - \frac{27}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2} + \frac{27}{2}\right) = 0 \quad (\text{ใช้วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง})$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$\text{จะได้ } x - \frac{26}{2} = 0 \text{ หรือ } x + \frac{28}{2} = 0$$

(สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้ามีจำนวนจริง

สองจำนวนคูณกันเท่ากับศูนย์แล้วจำนวนจริง

อย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเท่ากับศูนย์)

$$x = \frac{26}{2} \text{ หรือ } x = -\frac{28}{2}$$

$$x = 13 \text{ หรือ } x = -14$$

(ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว)

∴ จำนวนเต็มบวกจำนวนแรก คือ 13

จำนวนเต็มบวกจำนวนที่สอง คือ $13 + 1 = 14$

วิธีที่ 3 ให้จำนวนเต็มบวกจำนวนแรก คือ x

จำนวนเต็มบวกจำนวนที่สอง คือ $x + 1$ (ใช้สมบัติของจำนวนเต็มบวกที่เรียงกัน)

จำนวนเต็มบวกสองจำนวนเรียงกันมีผลคูณเท่ากับ 182

$$\text{สมการ คือ } (x)(x + 1) = 182$$

$$x^2 + x = 182$$

$$x^2 + x - 182 = 0$$

$$a = 1, b = 1, c = -182$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(1)(-182)}}{2(1)} \quad (\text{บวก ลบ และคูณจำนวนเต็ม})$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+728}}{2}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{729}}{2} \quad (\text{การหารากที่สอง})$$

$$x = \frac{-1 \pm 27}{2}$$

$$x = \frac{-1-27}{2} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{-1+27}{2}$$

$$x = -\frac{28}{2} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{26}{2}$$

\therefore จำนวนเต็มบวกจำนวนแรก คือ 13

จำนวนเต็มบวกจำนวนที่สอง คือ $13+1 = 14$

14. เด็กสองคนอายุรวมกันได้ **18** ปี และผลคูณของอายุเด็กทั้งสองเป็น **56** ปี จงหาอายุของเด็กที่มีอายุอ่อนกว่า

วิธีที่ 1 ให้เด็กคนอายุแก่กว่าอายุ x ปี
เด็กคนที่มีอายุอ่อนกว่าอายุ $18-x$ ปี
ผลคูณของอายุของเด็กทั้งสองเป็น 56 ปี

สมการ คือ $(x)(18-x) = 56$

$$18x - x^2 = 56$$

$$x^2 - 18x + 56 = 0$$

$$(x-14)(x-4) = 0 \quad (\text{การแยกตัวประกอบของ พหุนามดีกรีสองในรูป } ax^2 + bx + c \text{ โดยที่ } a = 1)$$

จะได้ $x-14=0$ หรือ $x-4=0$ (สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้ามีจำนวนจริงสองจำนวนคูณกันเท่ากับศูนย์แล้วจำนวนจริงอย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเท่ากับศูนย์)

$$x = 14 \quad \text{หรือ} \quad x = 4 \quad (\text{ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว})$$

\therefore เด็กคนที่มีอายุอ่อนกว่าอายุ $18-14 = 4$ ปี

วิธีที่ 2 ให้เด็กคนอายุแก่กว่าอายุ x ปี
เด็กคนที่มีอายุอ่อนกว่าอายุ $18-x$ ปี
ผลคูณของอายุของเด็กทั้งสองเป็น 56 ปี

$$\text{สมการ คือ } (x)(18-x) = 56$$

$$18x - x^2 = 56$$

$$x^2 - 18x + 56 = 0$$

$$\left[x^2 - 2(x)(9) + 9^2 \right] - 9^2 + 56 = 0 \quad \left(\begin{array}{l} \text{การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง} \\ \text{ที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ } a^2 \pm 2a + b^2 = \\ (a \pm b)(a \pm b) \end{array} \right)$$

$$(x-9)^2 - 81 + 56 = 0$$

$$(x-9)^2 - 25 = 0$$

(การบวกและลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน)

$$(x-9)^2 - 5^2 = 0$$

(สมบัติของรากที่สอง)

$$(x-9-5)(x-9+5) = 0$$

(ใช้วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$\text{จะได้ } x-9-5=0 \text{ หรือ } x-9+5=0$$

(สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้ามีจำนวนจริงสองจำนวนคูณกันเท่ากับศูนย์แล้วจำนวนจริงอย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเท่ากับศูนย์)

$$x-14=0 \text{ หรือ } x-4=0$$

$$x=14 \text{ หรือ } x=4$$

(ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว)

∴ เด็กคนที่อายุน้อยกว่าอายุ $18-14=4$ ปี

วิธีที่ 3 ให้เด็กคนอายุแก่กว่าอายุ x ปี

เด็กคนที่อายุน้อยกว่าอายุ $18-x$ ปี

ผลคูณของอายุของเด็กทั้งสองเป็น 56 ปี

$$\text{สมการ คือ } (x)(18-x) = 56$$

$$18x - x^2 = 56$$

$$x^2 - 18x + 56 = 0$$

$$a = 1, b = -18, c = 56$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-18) \pm \sqrt{(-18)^2 - 4(1)(56)}}{2(1)} \quad \left(\begin{array}{l} \text{บวก ลบ และคูณจำนวนเต็ม} \end{array} \right)$$

$$x = \frac{18 \pm \sqrt{324 - 224}}{2}$$

$$x = \frac{18 \pm \sqrt{100}}{2} \quad (\text{การหารากที่สอง})$$

$$x = \frac{18 \pm 10}{2}$$

$$x = \frac{18-10}{2} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{18+10}{2}$$

$$x = \frac{8^2}{2^1} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{28^{14}}{2^1}$$

\therefore เด็กคนที่อายุน้อยกว่าอายุ $18-14 = 4$ ปี

15. ลวดเส้นหนึ่งยาว **44** เซนติเมตร นำมาตัดแบ่งเป็น **2** เส้น แต่ละเส้นนำมาขดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ได้ผลบวกของพื้นที่เท่ากับ **61** ตารางเซนติเมตร จงหาความยาวของเส้นสั้น

<u>วิธีที่ 1</u>	ให้เชือกเส้นแรกยาว	x	เซนติเมตร
	เชือกเส้นที่สองยาว	$44-x$	เซนติเมตร
	ความยาวของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปแรก	$\frac{x}{4}$	เซนติเมตร
	ความยาวของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปที่สอง	$\frac{44-x}{4}$	เซนติเมตร
	ผลบวกของพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปเท่ากับ	61	ตารางเซนติเมตร

สมการ คือ
$$\left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{44-x}{4}\right)^2 = 61$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{(44-x)^2}{16} = 61$$

$$\frac{x^2 + (44-x)^2}{16} = 61$$

นำ 16 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ (ใช้สมบัติของการเท่ากัน)

จะได้
$$\left[\frac{x^2 + (44-x)^2}{16} \right] \times 16 = 61 \times 16$$

$$x^2 + (44-x)^2 = 976$$

$$x^2 + x^2 - 88x + 1936 = 976$$

$$2x^2 - 88x + 1936 - 976 = 0$$

$$2x^2 - 88x + 960 = 0$$

นำ 2 มาหารทั้งสองข้างของสมการ (ใช้สมบัติของการเท่ากัน)

จะได้
$$\frac{2x^2}{2} - \frac{88x}{2} + \frac{960}{2} = \frac{0}{2}$$

$$x^2 - 44x + 480 = 0$$

$$(x-20)(x-24) = 0 \quad (\text{การแยกตัวประกอบของ พหุนามดีกรีสอง})$$

ในรูป $ax^2 + bx + c$ โดยที่ $a=1$)

จะได้ $x-20 = 0$ หรือ $x-24 = 0$ (สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้ามีจำนวนจริงสองจำนวนคูณกันเท่ากับศูนย์แล้วจำนวนจริงอย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเท่ากับศูนย์)

$x=20$ หรือ $x=24$ (ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว)

∴ เชือกเส้นที่สั้นยาว 20 เซนติเมตร

วิธีที่ 2

ให้เชือกเส้นแรกยาว	x	เซนติเมตร
เชือกเส้นที่สองยาว	$44-x$	เซนติเมตร
ความยาวของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปแรก	$\frac{x}{4}$	เซนติเมตร
ความยาวของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปที่สอง	$\frac{44-x}{4}$	เซนติเมตร
ผลบวกของพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปเท่ากับ	61 ตารางเซนติเมตร	

สมการ คือ
$$\left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{44-x}{4}\right)^2 = 61$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{(44-x)^2}{16} = 61$$

$$\frac{x^2 + (44-x)^2}{16} = 61$$

นำ 16 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ (ใช้สมบัติของการเท่ากัน)

จะได้
$$\left[\frac{x^2 + (44-x)^2}{16}\right] \times 16 = 61 \times 16$$

$$x^2 + (44-x)^2 = 976$$

$$x^2 + x^2 - 88x + 1936 = 976$$

$$2x^2 - 88x + 1936 - 976 = 0$$

$$2x^2 - 88x + 960 = 0$$

นำ 2 มาหารทั้งสองข้างของสมการ (ใช้สมบัติของการเท่ากัน)

จะได้
$$\frac{2x^2}{2} - \frac{88x}{2} + \frac{960}{2} = \frac{0}{2}$$

$$x^2 - 44x + 480 = 0$$

$$[x^2 - 2(x)(22) + 22^2] - 22^2 + 480 = 0 \quad (\text{การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ } a^2 \pm 2a + b^2 = (a \pm b)(a \pm b))$$

$$(x-22)^2 - 484 + 480 = 0$$

$$(x-22)^2 - 4 = 0 \quad (\text{การบวกและลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน})$$

$$(x-22)^2 - 2^2 = 0 \quad (\text{สมบัติของรากที่สอง})$$

$$(x-22-2)(x-22+2) = 0 \quad (\text{ใช้วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม
ดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง})$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

จะได้ $x-22-2=0$ หรือ $x-22+2=0$ (สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่าถ้ามีจำนวนจริง
สองจำนวนคูณกันเท่ากับศูนย์แล้วจำนวนจริง
อย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเท่ากับศูนย์)

$$x-24=0 \quad \text{หรือ} \quad x-20=0$$

$$x=24 \quad \text{หรือ} \quad x=20 \quad (\text{ใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว})$$

∴ เชือกเส้นที่สั้นยาว 20 เซนติเมตร

วิธีที่ 3

ให้เชือกเส้นแรกยาว	x	เซนติเมตร
เชือกเส้นที่สองยาว	$44-x$	เซนติเมตร
ความยาวของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปแรก	$\frac{x}{4}$	เซนติเมตร
ความยาวของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปที่สอง	$\frac{44-x}{4}$	เซนติเมตร
ผลบวกของพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปเท่ากับ	61 ตารางเซนติเมตร	

สมการ คือ
$$\left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{44-x}{4}\right)^2 = 61$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{(44-x)^2}{16} = 61$$

$$\frac{x^2 + (44-x)^2}{16} = 61$$

นำ 16 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ (ใช้สมบัติของการเท่ากัน)

จะได้
$$\left[\frac{x^2 + (44-x)^2}{16}\right] \times 16 = 61 \times 16$$

$$x^2 + (44-x)^2 = 976$$

$$x^2 + x^2 - 88x + 1936 = 976$$

$$2x^2 - 88x + 1936 - 976 = 0$$

$$2x^2 - 88x + 960 = 0$$

นำ 2 มาหารทั้งสองข้างของสมการ (ใช้สมบัติของการเท่ากัน)

จะได้

$$\frac{2x^2}{2_1} - \frac{88x}{2_1} + \frac{960}{2_1} = \frac{0}{2}$$

$$x^2 - 44x + 480 = 0$$

$$a=1, b = -44, c = 480$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-44) \pm \sqrt{(-44)^2 - 4(1)(480)}}{2(1)} \quad (\text{บวก ลบ และคูณจำนวนเต็ม})$$

$$x = \frac{44 \pm \sqrt{1,936 - 1,920}}{2}$$

$$x = \frac{44 \pm \sqrt{16}}{2} \quad (\text{การหารากที่สอง})$$

$$x = \frac{44 \pm 4}{2}$$

$$x = \frac{44-4}{2} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{44+4}{2}$$

$$x = \frac{40}{2} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{48}{2}$$

$$x = 20 \quad \text{หรือ} \quad x = 24$$

∴ เชือกเส้นที่สั้นยาว 20 เซนติเมตร

ภาคผนวก ฉ

- ผลการประเมินรูปแบบการจัดการเรียนรู้ของผู้เชี่ยวชาญ
- ผลการประเมินคุณภาพความสอดคล้องของแผนการจัดการเรียนรู้ของผู้เชี่ยวชาญ
- ค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
- ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
- ค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
- ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
- ผลการวิเคราะห์ของมูลโดยใช้โปรแกรม

ตารางที่ 9 ผลการประเมินคุณภาพความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อ
ส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2
โดยผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมิน	ผลการประเมิน			IOC
	+1	0	-1	
1. แนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดีนส์ (Dienes)	4	1		0.8
2. หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้	4	1		0.8
3. วัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้	3	2		0.6
4. สาระการเรียนรู้	3	2		0.6
5. ขั้นตอนการเรียนรู้การสอนของรูปแบบ	3	2		0.6
6. ขั้นตอนการประเมินผลรูปแบบการจัดการเรียนรู้	3	2		0.6

ตารางที่ 10 ผลการประเมินคุณภาพความสอดคล้องของแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริม
ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2
โดยผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมิน	ผลการประเมิน			IOC
	+1	0	-1	
<p>แผนที่ 1 เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติการแจกแจง, วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูป $ax^2 + bx + c$ โดยที่ $a = 1$ และ $a \neq 1$ และวิธีการแยกตัวประกอบของ พหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)(a \pm b)$</p>				
1.1 จุดประสงค์การเรียนรู้	3	2		0.6
1.2 สาระสำคัญ / ความคิดรวบยอด	3	2		0.6
1.3 สาระการเรียนรู้	3	2		0.6
1.4 สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	3	2		0.6
1.5 คุณลักษณะอันพึงประสงค์	3	2		0.6
1.6 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (รูปแบบการสอน/วิธีสอน)	3	2		0.6
1.7 การวัดและประเมินผล (ด้านความรู้, ด้านกระบวนการ, ด้านคุณลักษณะ)	3	2		0.6
1.8 สื่อ / อุปกรณ์ / แหล่งการเรียนรู้	3	2		0.6
<p>แผนที่ 2 เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดย วิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรี สองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$</p>				
1.1 จุดประสงค์การเรียนรู้	3	2		0.6
1.2 สาระสำคัญ / ความคิดรวบยอด	3	2		0.6
1.3 สาระการเรียนรู้	3	2		0.6
1.4 สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	3	2		0.6
1.5 คุณลักษณะอันพึงประสงค์	3	2		0.6

ตารางที่ 10 (ต่อ)

รายการประเมิน	ผลการประเมิน			IOC
	+1	0	-1	
1.6 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (รูปแบบการสอน/วิธีสอน)	3	2		0.6
1.7 การวัดและประเมินผล (ด้านความรู้, ด้านกระบวนการ, ด้านคุณลักษณะ)	3	2		0.6
1.8 สื่อ / อุปกรณ์ / แหล่งการเรียนรู้	3	2		0.6
แผนที่ 3 เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดย วิธีการแยกตัวประกอบโดยจัดพหุนามให้อยู่ ในรูปกำลังสองสมบูรณ์โดยใช้การเพิ่มพจน์ สุดท้าย				
1.1 จุดประสงค์การเรียนรู้	3	2		0.6
1.2 สาระสำคัญ / ความคิดรวบยอด	3	2		0.6
1.3 สาระการเรียนรู้	3	2		0.6
1.4 สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	3	2		0.6
1.5 คุณลักษณะอันพึงประสงค์	3	2		0.6
1.6 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (รูปแบบการสอน/วิธีสอน)	3	2		0.6
1.7 การวัดและประเมินผล (ด้านความรู้, ด้านกระบวนการ, ด้านคุณลักษณะ)	3	2		0.6
1.8 สื่อ / อุปกรณ์ / แหล่งการเรียนรู้	3	2		0.6
แผนที่ 4 เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดย การใช้สูตร $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$				
1.1 จุดประสงค์การเรียนรู้	3	2		0.6
1.2 สาระสำคัญ / ความคิดรวบยอด	3	2		0.6
1.3 สาระการเรียนรู้	3	2		0.6
1.4 สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	3	2		0.6
1.5 คุณลักษณะอันพึงประสงค์	3	2		0.6
1.6 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (รูปแบบการสอน/วิธีสอน)	3	2		0.6
1.7 การวัดและประเมินผล (ด้านความรู้, ด้านกระบวนการ,	3	2		0.6

ตารางที่ 10 (ต่อ)

รายการประเมิน	ผลการประเมิน			IOC
	+1	0	-1	
ด้านคุณลักษณะ)				
1.8 สื่อ / อุปกรณ์ / แหล่งการเรียนรู้ แผนที่ 5 เรื่อง การแก้ไข้ปัญหาการแก้สมการกำลัง สองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน	3	2		0.6
1.1 จุดประสงค์การเรียนรู้	3	2		0.6
1.2 สารสำคัญ / ความคิดรวบยอด	3	2		0.6
1.3 สารการเรียนรู้	3	2		0.6
1.4 สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	3	2		0.6
1.5 คุณลักษณะอันพึงประสงค์	3	2		0.6
1.6 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (รูปแบบการสอน/วิธีสอน)	3	2		0.6
1.7 การวัดและประเมินผล (ด้านความรู้, ด้านกระบวนการ, ด้านคุณลักษณะ)	3	2		0.6
1.8 สื่อ / อุปกรณ์ / แหล่งการเรียนรู้ แผนที่ 6 เรื่อง การแก้ไข้ปัญหาการแก้สมการกำลัง สองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับความยาวและพื้นที่	3	2		0.6
1.1 จุดประสงค์การเรียนรู้	3	2		0.6
1.2 สารสำคัญ / ความคิดรวบยอด	3	2		0.6
1.3 สารการเรียนรู้	3	2		0.6
1.4 สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	3	2		0.6
1.5 คุณลักษณะอันพึงประสงค์	3	2		0.6
1.6 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (รูปแบบการสอน/วิธีสอน)	3	2		0.6
1.7 การวัดและประเมินผล (ด้านความรู้, ด้านกระบวนการ, ด้านคุณลักษณะ)	3	2		0.6
1.8 สื่อ / อุปกรณ์ / แหล่งการเรียนรู้	3	2		0.6
1.5 คุณลักษณะอันพึงประสงค์	3	2		0.6
1.6 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (รูปแบบการสอน/วิธีสอน)	3	2		0.6

ตารางที่ 10 (ต่อ)

รายการประเมิน	ผลการประเมิน			IOC
	+1	0	-1	
แผนที่ 7 เรื่อง การแก้ไขข้อบกพร่องการแก้สมการกำลัง สองตัวแปรเดียวเกี่ยวกับความยาวและพื้นที่ (ต่อ)				
1.1 จุดประสงค์การเรียนรู้	3	2		0.6
1.2 สาระสำคัญ / ความคิดรวบยอด	3	2		0.6
1.3 สาระการเรียนรู้	3	2		0.6
1.4 สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	3	2		0.6
1.5 คุณลักษณะอันพึงประสงค์	3	2		0.6
1.6 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (รูปแบบการสอน/วิธีสอน)	3	2		0.6
1.7 การวัดและประเมินผล (ด้านความรู้, ด้านกระบวนการ, ด้านคุณลักษณะ)	3	2		0.6
1.8 สื่อ / อุปกรณ์ / แหล่งการเรียนรู้	3	2		0.6

ตารางที่ 11 ค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์

ข้อที่	ค่าความยากง่าย (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ข้อที่	ค่าความยากง่าย (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
1	0.85	0.13	*21	0.76	0.30
*2	0.67	0.30	22	0.83	0.17
*3	0.78	0.35	*23	0.54	0.57
*4	0.80	0.30	*24	0.52	0.43
*5	0.78	0.26	*25	0.72	0.48
6	0.87	0.26	*26	0.54	0.65
7	0.78	0.17	*27	0.57	0.70
*8	0.65	0.61	*28	0.54	0.74
*9	0.70	0.43	*29	0.72	0.39
*10	0.76	0.39	30	0.74	0.09
11	0.87	0.26	*31	0.52	0.52
*12	0.78	0.26	*32	0.61	0.26
*13	0.67	0.22	*33	0.61	0.35
*14	0.83	0.26	*34	0.57	0.57
15	0.85	0.30	*35	0.67	0.57
*16	0.70	0.35	*36	0.54	0.48
17	0.61	0.17	37	0.83	0.17
*18	0.78	0.35	38	0.52	0.09
*19	0.72	0.39	*39	0.78	0.35
*20	0.74	0.35	*40	0.43	0.26

คัดเลือกข้อสอบที่มีความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.20 ถึง 0.80 ค่าอำนาจจำแนก (r) คัดเลือกข้อสอบที่มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, หน้า 83)

ผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่มีความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.52 ถึง 0.83 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.22 ขึ้นไป จำนวน 30 ข้อ (เลือกข้อที่ *)

ค่าความเชื่อมั่นของแบบแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

$$\begin{aligned}
 r_{tt} &= \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{S_t^2} \right\} \\
 &= \frac{40}{40-1} \left\{ 1 - \frac{7.96}{70.52} \right\} \\
 &= \frac{40}{39} \left\{ \frac{70.52 - 7.96}{70.52} \right\} \\
 &= 1.03 \left\{ \frac{62.56}{70.52} \right\} \\
 &= (1.03)(0.89) \\
 &= 0.91
 \end{aligned}$$

ตารางที่ 12 ค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ค่าความยากง่าย (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
1	0.67	0.50
2	0.65	0.57
3	0.81	0.32
4	0.60	0.52
5	0.64	0.62
6	0.80	0.30
7	0.73	0.39
8	0.80	0.35
9	8.72	0.52
10	0.63	0.50
11	0.79	0.36
12	0.57	0.36
13	0.43	0.52
14	0.54	0.57
15	0.23	0.38

ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum S_i^2}{S_i^2} \right\} \\
 &= \frac{15}{15-1} \left\{ 1 - \frac{40.91}{292.83} \right\} \\
 &= \frac{15}{14} \left\{ \frac{292.83 - 40.91}{292.83} \right\} \\
 &= (1.07) \left\{ \frac{251.92}{292.83} \right\} \\
 &= (1.07)(0.82) \\
 &= 0.92
 \end{aligned}$$

ผลการวิเคราะห์ของผลโดยใช้โปรแกรม
ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนและ
ก่อนเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ .05

Paired Samples Statistics

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1 posttest	52.00	26	4.418	.866
pretest	32.12	26	14.086	2.763

Paired Samples Correlations

	N	Correlation	Sig.
Pair 1 posttest & pretest	26	.256	.207

Paired Samples Test

		Paired Differences				t	df	Sig. (2-tailed)	
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower				Upper
Pair 1	posttest - pretest	19.885	13.642	2.675	14.374	25.395	7.432	25	.000

ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนสูงกว่า
เกณฑ์ที่กำหนด 80%

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
posttest	26	52.00	4.418	.866

One-Sample Test

	Test Value = 48					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
posttest	4.616	25	.000	4.000	2.22	5.78

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนและก่อนเรียน
แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ .05

Paired Samples Statistics

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1 posttest	27.27	26	2.237	.439
pretest	20.27	26	6.385	1.252

Paired Samples Correlations

	N	Correlation	Sig.
Pair 1 posttest & pretest	26	.622	.001

Paired Samples Test

		Paired Differences				t	df	Sig. (2-tailed)	
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower				Upper
Pair 1	posttest - pretest	7.000	5.292	1.038	4.863	9.137	6.745	25	.000

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่
กำหนด 80%

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
posttest	26	27.27	2.237	.439

One-Sample Test

	Test Value = 24					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
posttest	7.452	25	.000	3.269	2.37	4.17