

การวัดค่าความตึงผิวด้วยวิธีการหยดของเหลวจากปลายเข็มฉีดยาตามกฎของเทต

พิชญภัค สมปัญญา

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาฟิสิกส์ศึกษา

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

ธันวาคม 2558

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ พิชญภัค สมปัญญา ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

..... *ธนัสถา รัตนะ* อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(ดร.ธนัสถา รัตนะ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... *วิเชียร ศิริพรหม* ประธาน
(ดร.วิเชียร ศิริพรหม)

..... *ธนัสถา รัตนะ* กรรมการ
(ดร.ธนัสถา รัตนะ)

..... *รองศาสตราจารย์สำเนา จงจิตต์* กรรมการ
(รองศาสตราจารย์สำเนา จงจิตต์)

..... *ศศิธร มั่นเจริญ* กรรมการ
(ดร.ศศิธร มั่นเจริญ)

คณะวิทยาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยบูรพา

..... *ดร.เอกรัฐ ศรีสุข* คณบดีคณะวิทยาศาสตร์
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เอกรัฐ ศรีสุข)

วันที่ 30 เดือน ๕๗๓๗ พ.ศ. 2558

การวิจัยนี้ได้รับทุนการศึกษา
โครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์
จากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
ระดับปริญญาโท ปีการศึกษา 2556

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความกรุณาจาก ดร.ชนัสตา รัตนะ อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ จักรพันธ์ ถาวรธิดา และรองศาสตราจารย์ลำภา จงจิตต์ ที่กรุณาให้คำแนะนำแนวทางที่ถูกต้อง ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความละเอียดถี่ถ้วนและเอาใจใส่ด้วยดีเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อธงชัย สมปัญญา คุณแม่สีพระจันทร์ สมปัญญา คณะครูโรงเรียนอุดมพัฒนศึกษา และเพื่อน ๆ ทุกคนที่ทำให้กำลังใจ และสนับสนุนผู้วิจัยเสมอมา

ขอขอบคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่สนับสนุนทุนการศึกษา และทุนวิจัยตลอดหลักสูตร

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอบพระคุณเป็นกตัญญูคุณเวทที่แด่บุพการี บุรพจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบัน ที่ทำให้ข้าพเจ้าเป็นผู้มีการศึกษาและประสบความสำเร็จมาจนตราบเท่าทุกวันนี้

พิชญภัค สมปัญญา

56920169: สาขาวิชา: ฟิสิกส์ศึกษา; วท.ม. (ฟิสิกส์ศึกษา)

คำสำคัญ: ความตึงผิว/ การหยดของเหลว/ กฎของเทต

พินิจภัค สมปัญญา: การวัดค่าความตึงผิวด้วยวิธีการหยดของเหลวจากปลายเข็มฉีดยา ตามกฎของเทต (MEASUREMENT OF SURFACE TENSION BY THE DRIPPING FROM A NEEDLE : TATE'S LAW METHOD) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: ธนัสถา รัตนะ, ประ.ด. 36 หน้า. ปี พ.ศ. 2558.

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อหาค่าความตึงผิวของของเหลวด้วยกฎของเทตโดยใช้กล้องจุลทรรศน์แบบเวอร์เนียร์วัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในและภายนอกของเข็มฉีดยา เปรียบเทียบค่าความตึงผิวของของเหลวที่ทดลองได้กับค่ามาตรฐาน โดยศึกษาสารตัวอย่างของเหลว 3 ชนิด ได้แก่ น้ำกลั่น กลีเซอรินและน้ำมันมะกอก ผลการวิจัยพบว่า วัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในและภายนอกเข็มฉีดยาจะได้ค่าเท่ากับ 0.06 mm และ 0.08 mm ตามลำดับ ค่าความตึงผิวของ น้ำกลั่น กลีเซอริน และน้ำมันมะกอก คำนวณโดยใช้เส้นรอบวงภายในมีค่าความตึงผิวเท่ากับ 72.69 mN/m, 63.35 mN/m และ 32.62 mN/m คิดเป็นเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน 0.15 %, 0.39 % และ 1.94 % ตามลำดับ ซึ่งคลาดเคลื่อนน้อยกว่าการคำนวณโดยใช้เส้นรอบวงภายนอกและคำนวณด้วยความยาวเส้นรอบวงภายในรวมกับภายนอก สรุปได้ว่า การหยดของของเหลวจะเกิดขึ้นที่เส้นรอบวงด้านในของปลายเข็มฉีดยา

56920169: MAJOR: PHYSICS EDUCATION; M.Sc. (PHYSICS EDUCATION)

KEYWORDS: SURFACE TENSION/ LIQUID DROPLETS/ TATE'S LAW

PHITCHAYAPHAK SOMpanya: MEASUREMENT OF SURFACE TENSION BY THE DRIPPING FROM A NEEDLE : TATE'S LAW METHOD. ADVISORY COMMITTEE: THANATTHA RATTANA, Ph.D. 36 P. 2015.

The purpose of the research was to measurement of surface tension of liquids by Tate's law, The vernier microscope measuring inside and outside diameter of the syringe. Comparing the experimental surface tension of the liquid composing was used water, glycerin and olive oil with the standard values. The results of inner diameter and outer diameter of the syringe will be equal to 0.06 mm and 0.08 mm respectively. The experimental surface tension of liquids by Tate's law composing water, glycerin and olive oil by using internal circumference was 72.69 mN/m, 63.35 mN/m and 32.62 mN/m and was the surface tension which percentage errors was 0.15 % 0.39 % and 1.94 % respectively. This discrepancy is less than calculated by using an external circumference or the additional length of internal with external circumference. Finally, we conclude that the drop of liquid is formed at the inner circumference of the syringe.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	จ
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฌ
สารบัญภาพ.....	ญ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	2
สมมุติฐานของการวิจัย.....	2
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย.....	2
ขอบเขตของการวิจัย.....	2
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	3
ของเหลว.....	3
การทดลองหาความตึงผิวแบบที่ใช้กันทั่วไป.....	8
บทบาทของแรงตึงผิวในการเกิดหยดของเหลวและกฎของเตต.....	10
การเกิดหยดของเหลว.....	12
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	12
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	14
กรอบแนวคิดของการวิจัย.....	14
การออกแบบและแนวทางการทดลอง.....	15
เครื่องมือและอุปกรณ์ที่ใช้ในการวิจัย.....	15
วิธีการทดลอง.....	19

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
4 ผลการวิจัย.....	20
ตอนที่ 1 การหาเส้นผ่านศูนย์กลางของเข็มฉีดยา.....	20
ตอนที่ 2 การหาค่าความตึงผิวโดยใช้กฎของเตต.....	22
5 สรุปผล อภิปรายผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	28
สรุปผล.....	28
อภิปรายผลการวิจัย.....	29
ข้อเสนอแนะ.....	29
บรรณานุกรม.....	30
ภาคผนวก.....	32
ประวัติย่อของผู้วิจัย.....	36

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2-1 ค่าความตึงผิวของของเหลว.....	8
4-1 ค่าเส้นผ่านศูนย์กลางกลางของปลายเข็มฉีดยาที่วัดได้โดยกล้องจุลทรรศน์แบบเวอร์เนียร์..	21
4-2 ค่าความตึงผิวของสารตัวอย่างของเหลวทั้ง 3 ชนิด จากการคำนวณด้วยกฎของเทต...	24

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
2-1 แรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลของของเหลว.....	4
2-2 การเพิ่มพื้นที่ผิว S เมื่อออกแรงดึงจากกับเส้นขอบแสดงรูปร่าง /	5
2-3 แมลงที่เดินบนผิวน้ำ.....	6
2-4 ลวดเสียบกระดาษวางบนผิวน้ำ.....	7
2-5 หยดน้ำที่เป็นรูปทรงกลมบนใบบัว.....	7
2-6 ชุดทดลองการหาความตึงผิวระดับมัธยมศึกษา.....	8
2-7 ชุดทดลองการหาแรงตึงผิวของของเหลวระดับอุดมศึกษา.....	9
2-8 การหลุดของวงแหวนจากของเหลว.....	10
2-9 ภาพตัวอย่างก่อนการหยดของของเหลว.....	10
3-1 กรอบแนวคิดของการวิจัย.....	14
3-2 เข็มฉีดยาสำหรับหยดสารตัวอย่างของเหลว.....	16
3-3 กล้องจุลทรรศน์แบบเวอร์เนียร์.....	16
3-4 ขาตั้งพร้อมที่จับและบีกเกอร์.....	17
3-5 เครื่องชั่งดิจิตอลที่มีความละเอียด 0.0001 g.....	17
3-6 สารตัวอย่างของเหลว.....	18
4-1 การติดตั้งกล้องจุลทรรศน์แบบเวอร์เนียร์วัดเส้นผ่านศูนย์กลางของปลายเข็มฉีดยา.....	20
4-2 ภาพขยายของปลายเข็มฉีดยาผ่านเลนส์ของกล้องจุลทรรศน์แบบเวอร์เนียร์.....	21
4-3 การหยดสารตัวอย่างของเหลวจากปลายเข็มฉีดยา.....	22
4-4 ของเหลวก่อนจะหยดจากปลายเข็มฉีดยา.....	23
4-5 ของเหลวขณะกำลังจะหลุดออกจากปลายเข็มฉีดยา.....	23

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

โมเลกุลของของเหลวจะมีแรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลอยู่ตลอดเวลา และเมื่อโมเลกุลอยู่ห่างกันมากขึ้นจะทำให้แรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลลดลงไปด้วย โมเลกุลของของเหลวจะมีปฏิกิริยาโต้ตอบกันระหว่างโมเลกุลด้วยกันเองภายในสนามของแรงดึงดูดระหว่างโมเลกุล เมื่อโมเลกุลที่อยู่โดยรอบต่างกระจายตัวแบบสมมาตรจะทำให้แรงยึดเหนี่ยวระหว่างโมเลกุลเป็นศูนย์

พื้นผิวอิสระของของเหลวจะประกอบด้วยแรง 2 แรง คือ แรงกด โมเลกุลของของเหลวให้ลงไปข้างล่าง ซึ่งก็คือน้ำหนักของโมเลกุลของของเหลวนั่นเอง ส่วนอีกแรงหนึ่งคือแรงที่ออกไปสัมผัสผิวของผิวของเหลวหรือเป็นแรงที่พยายามยึดเหนี่ยวโมเลกุลของของเหลวไม่ให้แยกออกจากกัน ซึ่งเรียกว่า “แรงดึงผิว” ของเหลวแต่ละชนิดมีค่าแรงดึงผิวที่แตกต่างกันขึ้นอยู่กับแรงกระทำระหว่างโมเลกุล ถ้าโมเลกุลยึดกันอยู่ด้วยแรงดึงดูดที่มีค่าสูง แรงดึงผิวก็จะมีค่าสูงด้วย ส่วนความตึงผิว (Surface tension) เป็นการแสดงให้เห็นถึงอัตราส่วนของขนาดของแรงดึงผิวต่อความยาวของเส้นรอบวงที่ตั้งฉากกับแรงดึงผิวนั้น ซึ่งค่าความตึงผิวของของเหลวแต่ละชนิดนั้นขึ้นอยู่กับส่วนประกอบและอุณหภูมิภายในของเหลว โดยปกติความตึงผิวของของเหลวจะลดลงเมื่ออุณหภูมิของของเหลวเพิ่มขึ้น และเป็นค่าเฉพาะของของเหลวแต่ละชนิด

การหาค่าความตึงผิวที่พบในปัจจุบันนั้นสามารถทำได้หลายวิธี แต่วิธีที่นิยมใช้กันอย่างกว้างขวาง คือการใช้ชุดการทดลองหาค่าความตึงผิวที่มีอยู่ในห้องปฏิบัติการทั่วไป โดยการใช้คานและวงแหวนโลหะ ซึ่งทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการทดลองพอสมควร ส่วนการทดลองหาค่าความตึงผิวที่ต้องการความแม่นยำสูง อาจต้องใช้การวัดและวิเคราะห์รูปร่างของหยดของเหลว ซึ่งจะใช้เครื่องมือและวิธีการวัดที่แตกต่างกันออกไป

จากการศึกษางานวิจัยของ Concetto Gianino โดยใช้กฎของเทต (Tate's law) เพื่อหาค่าความตึงผิวของของเหลวหลายชนิด (Concetto Gianino, 2006)

ผู้วิจัยพบประเด็นว่า

1. กฎของเทตที่ Concetto Gianino นำมาใช้ สามารถวัดค่าความตึงผิวของของเหลวได้ค่าใกล้เคียงกับค่ามาตรฐานในระดับที่น้ำพึงพอใจ

2. งานวิจัยของ Concetto Gianino ไม่ได้ระบุว่าเส้นรอบวงด้านในของเข็มฉีดยาเกี่ยวข้องกับหยดของของเหลว ผู้วิจัยมองว่าเป็นประเด็นที่มีผลให้เกิดความคลาดเคลื่อนได้

ผู้วิจัยเสนอประเด็นว่าควรใช้กล้องจุลทรรศน์ที่ใช้ในงานวัดขนาดวัตถุเล็ก ๆ วัดค่าเส้นผ่านศูนย์กลางภายนอกและเส้นผ่านศูนย์กลางภายในของเข็มฉีดยา นำมาคำนวณหาความตึงผิว คาดว่าจะได้ค่าความตึงผิวของของเหลวที่ได้ตามกฎของเทต มีความถูกต้องมากขึ้นและสรุปผลได้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อหาค่าความตึงผิวของของเหลวด้วยกฎของเทต โดยใช้กล้องจุลทรรศน์แบบเวอร์เนีย (Vernier microscope) วัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในและภายนอกของเข็มฉีดยา
2. วัดค่าความตึงผิวของของเหลวที่ทดลองได้มีค่าใกล้เคียงกับค่ามาตรฐาน โดยศึกษาสารตัวอย่างของเหลว 3 ชนิด ได้แก่ น้ำกลั่น กลีเซอรินและน้ำมันมะกอก

สมมุติฐานของการวิจัย

1. เส้นรอบวงด้านใน เส้นรอบวงด้านนอก หรือผลรวมของเส้นรอบวงทั้งสองของปลายเข็มฉีดยาสัมพันธ์กับหยดของของเหลว ขณะของเหลวหยดออกจากเข็มฉีดยา
2. ค่าความตึงผิวของของเหลวที่ทดลองได้มีค่าใกล้เคียงกับค่ามาตรฐานหรือค่าที่ยอมรับได้

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

1. ได้ค่าความตึงผิวของของเหลวด้วยกฎของเทตโดยใช้กล้องจุลทรรศน์แบบเวอร์เนีย วัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในและภายนอกของเข็มฉีดยามีความถูกต้องมากขึ้น
2. ได้ค่าความตึงผิวของสารตัวอย่างของเหลวที่มีค่าใกล้เคียงกับค่ามาตรฐาน

ขอบเขตของการวิจัย

งานวิจัยนี้ศึกษาการวัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในและภายนอกของเข็มฉีดยา โดยใช้กล้องจุลทรรศน์แบบเวอร์เนีย เพื่อหาว่าปริมาณโคของเส้นรอบวง

1. เส้นรอบวงภายใน
2. เส้นรอบวงภายนอก
3. ผลรวมของเส้นรอบวงภายในกับภายนอก

ให้ค่าความตึงผิวใกล้เคียงกับค่ามาตรฐานโดยใช้กฎของเทต ใช้สารตัวอย่างของเหลว 3 ชนิด ได้แก่ น้ำกลั่น กลีเซอรินและน้ำมันมะกอก

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตาม ลำดับต่อไปนี้

1. ของเหลว
2. การทดลองหาความตึงผิวแบบที่ใช้กันทั่วไป
3. บทบาทของแรงตึงผิวในการเกิดหยดของเหลวและกฎของเทต
4. การเกิดหยดของเหลว
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ของเหลว

ของเหลว หมายถึง สารที่มีแรงยึดเหนี่ยวระหว่างอนุภาคน้อยกว่าของแข็ง ทำให้อนุภาคไม่ได้ยึดติดกันอย่างของแข็ง จึงมีปริมาตรที่แน่นอนแต่มีรูปร่างไม่แน่นอน เปลี่ยนแปลงไปตามลักษณะของภาชนะที่บรรจุ เช่น น้ำ เบนซิน และปรอท เป็นต้น

สมบัติของของเหลว

1. ปริมาตรและรูปร่างแรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลต่าง ๆ ของของเหลวมีมากพอที่จะกีดกันไม่ให้โมเลกุลของของเหลวเคลื่อนที่ไปได้มากภายในปริมาตรที่กำหนดให้ แต่แรงดึงดูดนี้ไม่มากพอที่จะยึดเหนี่ยวให้โมเลกุลของของเหลวอยู่ประจำที่ โมเลกุลหนึ่งจึงสามารถเคลื่อนที่ผ่านโมเลกุลอื่น ๆ ได้เป็นเหตุให้เกิดปรากฏการณ์ที่เรียกว่าของเหลวไหลได้ ดังนั้นของเหลวจึงมีปริมาตรที่แน่นอน แต่ไหลได้และมีรูปร่างขึ้นกับรูปร่างของภาชนะที่บรรจุของเหลว

2. การถูกอัดและการขยายตัว ดังได้กล่าวมาแล้วว่าแรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลของของเหลวทำให้โมเลกุลของของเหลวอยู่ใกล้กัน การเพิ่มความดันจึงมีผลน้อยมากต่อปริมาตรของของเหลวเพราะช่องว่างโมเลกุลของของเหลวมีน้อยมาก ดังนั้นอาจกล่าวได้ว่าของเหลวไม่ถูกอัดให้เปลี่ยนแปลงรูปร่างได้ ในทำนองเดียวกันการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิมีผลให้ปริมาตรของของเหลวเปลี่ยนแปลงได้เพียงเล็กน้อยเท่านั้น (เมื่อเปรียบเทียบกับกรณีของแก๊ส) เช่น เมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้นโมเลกุลมีพลังงานโดยเฉลี่ยเพิ่มขึ้นเป็นเหตุให้ระยะห่างระหว่างโมเลกุลเพิ่มขึ้น แต่ก็เพิ่มได้ไม่มากนัก เพราะแรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลทำหน้าที่คอยต่อต้านอยู่

3. การแพร่ทำนองเดียวกับแก๊ส โมเลกุลของของเหลวแพร่ได้ถ้านำของเหลวสองชนิดที่สามารถละลายซึ่งกันและกันมาผสมกัน โมเลกุลต่าง ๆ ของของเหลวชนิดหนึ่งจะแพร่

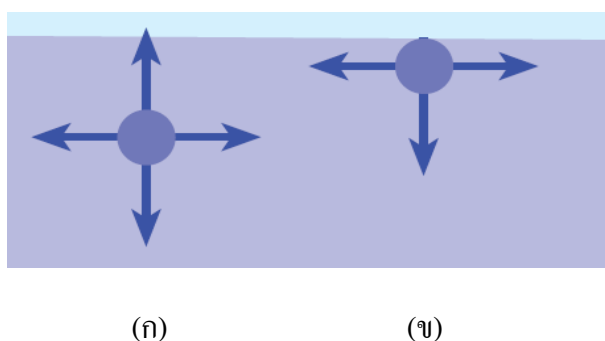
กระจายไปทั่วระหว่างโมเลกุลต่าง ๆ ของของเหลวอีกชนิดหนึ่งแต่อัตราของการแพร่ของของเหลวช้ากว่ามากเมื่อเปรียบเทียบกับอัตราการแพร่ของโมเลกุลของแก๊ส แต่จะเร็วกว่ามากเมื่อเปรียบเทียบกับของแข็ง

4. การระเหย เนื่องจากโมเลกุลเคลื่อนที่และชนกัน (Collision) การชนกันทำให้บางโมเลกุลเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูง (มีพลังงานสูง) และบางโมเลกุลเคลื่อนที่ด้วยความเร็วต่ำ (มีพลังงานต่ำ) เป็นผลให้เกิดการแจกแจง (Distribution) ของอัตราการเคลื่อนที่หรือพลังงานของโมเลกุล ดังนั้นถึงแม้อุณหภูมิจะต่ำ เช่น ที่อุณหภูมิห้องจะมีโมเลกุลบางส่วนที่มีพลังงานสูงและสูงพอที่จะเอาชนะแรงดึงดูดจากโมเลกุลที่อยู่ข้างเคียง โมเลกุลนั้นก็จะหลุดออกจากผิว เปลี่ยนสถานะเป็นแก๊ส ปรากฏการณ์ที่โมเลกุลหลุดออกจากของเหลวและกลายเป็นแก๊สนี้เรียกว่า การระเหย (Evaporation)

5. ความตึงผิว ถึงแม้โมเลกุลของของเหลวสามารถเคลื่อนที่ไปมาได้ แต่ก็มีขีดจำกัดเนื่องจากแรงดึงดูดจากโมเลกุลอื่น ๆ ที่ล้อมรอบอยู่ ของเหลวอยู่ในบีกเกอร์ โมเลกุลของของเหลวที่มีตำแหน่งอยู่ด้านในจะยึดเหนี่ยวมากที่สุดจากโมเลกุลที่อยู่ล้อมรอบและได้รับแรงดึงดูดจากทุกทิศทางเท่า ๆ กัน ดังภาพที่ 2-1 (ก) แตกต่างจากโมเลกุลที่มีตำแหน่งอยู่ที่ผิวของของเหลวถูกล้อมรอบไม่ตลอดโดยโมเลกุลอื่น ๆ กล่าวคือ รับแรงดึงดูดจากโมเลกุลที่อยู่ด้านข้างและอยู่ด้านใต้เท่านั้น ดังภาพที่ 2-1 (ข) หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือโมเลกุลที่อยู่บนผิวของของเหลวถูกดึงเข้าสู่ด้านในตลอดเวลา

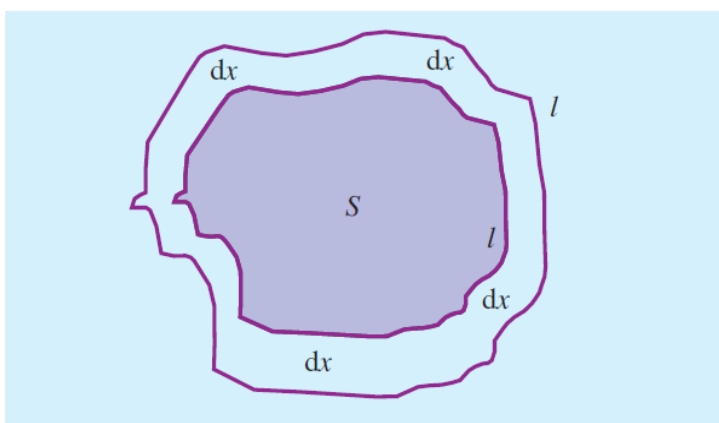
ความตึงผิวของของเหลวเป็นสมบัติของของเหลวเกี่ยวกับแรงที่พยายามยึดผิวของเหลวไว้ โดยมีค่าหาได้จากสมการ 2-1

$$\text{ความตึงผิว} = \frac{\text{แรงดึงไปตามผิวของของเหลว}}{\text{ความยาวในแนวตั้งฉากกับแรงดึงไปตามผิวของของเหลว}} \quad (2-1)$$



ภาพที่ 2-1 แรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลของของเหลว (Concetto Gianino, 2006)

เนื่องจากโมเลกุลที่อยู่บนผิวได้รับแรงดึงดูดจากโมเลกุลอื่น ๆ ไม่ทั่วถึง โมเลกุลที่อยู่บนผิวจึงมีเสถียรภาพน้อยกว่าโมเลกุลที่มีตำแหน่งอยู่ด้านในเพื่อให้ได้เสถียรภาพมากที่สุด ของเหลวจึงพยายามลดพื้นที่ผิวให้เหลือน้อยที่สุด ดังภาพที่ 2-2 เป็นเหตุผลที่อธิบายปรากฏการณ์ตามธรรมชาติหลายอย่าง เช่น เมื่อโปรยน้ำลงบนแผ่นกระจกที่เรียบและสะอาด จะสังเกตเห็นว่าน้ำพยายามเกาะตัวเป็นหยดกลม ๆ หรือหยดน้ำฝนก็เช่นกันมีรูปร่างค่อนข้างกลม ทั้งนี้เนื่องจากทรงกลมมีพื้นที่ผิวน้อยกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับกรวยที่กระจายออกไป (เปรียบเทียบระหว่างของเหลวชนิดเดียวกันและมีปริมาตรเท่ากัน) ในห้องปฏิบัติการก็เช่นกัน เช่น การทำไตเตรชัน เมื่อปล่อยสารละลายออกจากบิวเรตต์ (Burette) อย่างช้า ๆ จะสังเกตเห็นว่าหยดของสารละลายที่เกาะอยู่ที่ปลายของบิวเรตต์ก่อนที่จะหยดออกมาจะมีรูปร่างเป็นทรงกลม



ภาพที่ 2-2 การเพิ่มพื้นที่ผิว S เมื่อออกแรงดึงฉากกับเส้นขอบแสดงรูปร่าง l

(Concetto Gianino, 2006)

งานที่จะต้องทำเพื่อขยายพื้นที่ผิวของของเหลวขึ้นกับความแรงของแรงดึงดูดของโมเลกุลที่อยู่ข้างและอยู่ใต้งานนี้เรียกว่า ความตึงผิวของของเหลว ถ้าโมเลกุลของของเหลวถูกดึงดูดมากโดยโมเลกุลที่อยู่ด้านข้างและอยู่ด้านใต้ของเหลว นั้นย่อมมีความตึงผิวสูง ความตึงผิวของของเหลวขึ้นกับอุณหภูมิด้วย ถ้าเพิ่มอุณหภูมิ (ทำให้โมเลกุลต่าง ๆ มีพลังงานจลน์สูงขึ้น) จะทำให้แรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลลดลงความตึงผิวของของเหลวจะลดลงด้วย

จากภาพที่ 2-2 จะได้ว่างานที่ต้องใช้ในการเพิ่มพื้นที่ผิวของของเหลวก็คือ ความตึงผิว (τ)
จะได้ว่า

$$\tau = \frac{dL}{dS} \quad (2-2)$$

สามารถเขียนสมการได้เป็น

$$\tau = \frac{Fdx}{dS} = \frac{Fdx}{l dx} = \frac{F}{l} \quad (2-3)$$

ตัวอย่างของปรากฏการณ์ความตึงผิวที่พบได้ทั่วไป เช่น แมลงที่เดินบนผิวน้ำ ดังภาพที่ 2-3 หรือลวดเสียบกระดาษซึ่งมีความหนาแน่นมากกว่าน้ำแต่สามารถลอยบนผิวน้ำได้หากค่อย ๆ วางเข็มบนผิวน้ำดังภาพที่ 2-4 และกรณีที่ยหยดน้ำเป็นรูปทรงกลมซึ่งเป็นรูปร่างที่มีพื้นที่ผิวน้อยที่สุดเมื่อเทียบกับรูปร่างแบบอื่น ๆ ที่มีปริมาตรเท่ากัน ดังภาพที่ 2-5 เป็นต้น



ภาพที่ 2-3 แมลงที่เดินบนผิวน้ำ



ภาพที่ 2-4 ลวดเสียบกระดาษวางบนผิวน้ำ



ภาพที่ 2-5 หยดน้ำที่เป็นรูปทรงกลมบนใบบัว

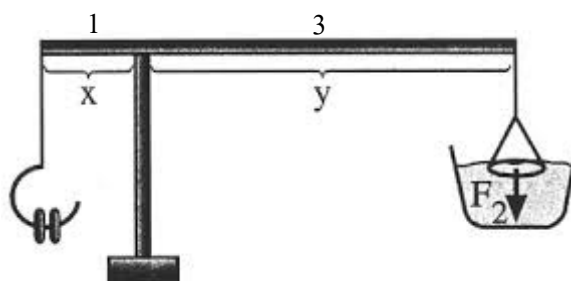
ตารางที่ 2-1 ค่าความตึงผิวของของเหลว (ศรีธน วรศักดิ์โยธิน, 2546)

ของเหลว	อุณหภูมิ(°C)	ความตึงผิว (mN/m)
Benzene	20	28.9
Carbon tetrachloride	20	26.8
Ethyl alcohol	20	22.3
Glycerin	20	63.1
Mercury	20	465
Olive oil	20	32.0
Soap solution	20	25.0
Water	0	75.6
Water	20	72.8
Water	25	72.0
Water	60	66.2
Water	100	58.0

การทดลองหาความตึงผิวแบบที่ใช้กันทั่วไป

การทดลองหาความตึงผิวสามารถทำได้หลายวิธี ดังตัวอย่างต่อไปนี้

1. ชุดทดลองการหาความตึงผิวระดับมัธยมศึกษา

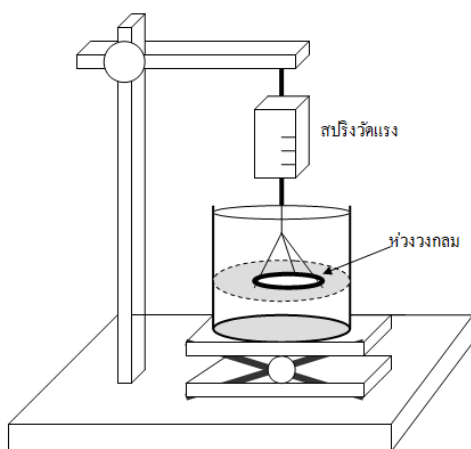


ภาพที่ 2-6 ชุดทดลองการหาความตึงผิวระดับมัธยมศึกษา

เครื่องมือที่ใช้ทดลองหาค่าความตึงผิวระดับมัธยมศึกษา จะจัดให้คานชุดทดลองวัดแรงตึงผิวให้สมดุลในแนวระดับแล้วค่อย ๆ เติมน้ำลงในถาด จนผิวน้ำแตะด้านล่างของห่วงพอดี

เพิ่มน้ำหนัก (วงแหวน) ขนาดต่าง ๆ ลงที่ด้านที่ใส่น้ำหนักที่ละอันจนกระทั่งห่วงหลุดขึ้นจากผิวน้ำ
 คำนวณหาขนาดของแรง F ซึ่งเป็นแรงที่ใช้ดึงห่วงกลมให้หลุดจากผิวน้ำโดยใช้หลักของโมเมนต์
 ชุดทดลองนี้ใช้อัตราส่วน $x : y = 1 : 3$

2. ชุดทดลองการหาความตึงผิวระดับอุดมศึกษา



(ก)

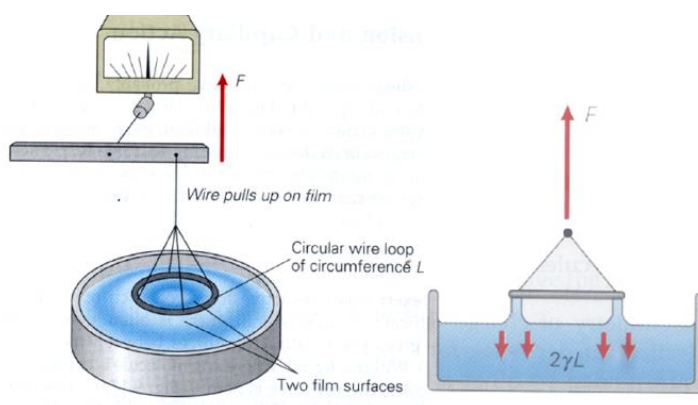


(ข)

ภาพที่ 2-7 ชุดทดลองการหาแรงตึงผิวของของเหลวระดับอุดมศึกษา

เครื่องมือที่ใช้ทดลองหาค่าความตึงผิวระดับอุดมศึกษา จะคำนวณหาเส้นรอบวงด้านใน
 และด้านนอก แล้วคำนวณหาความยาวเส้นขอบผิว (l) โดย l เท่ากับผลรวมของเส้นรอบวงด้านใน
 และด้านนอกของห่วงวงกลม ใส่น้ำในถาดแก้วพอประมาณ ห่วงวงกลมแตะเสมอผิวน้ำพอดี จัด
 ระนาบห่วงวงกลมให้อยู่ในแนวระดับ แล้วค่อย ๆ ปรับสกรูที่แทนด้านล่างลงช้า ๆ เพื่อให้ดึงห่วง
 วงกลมขึ้น หาค่าแรงดึงพอดีที่ห่วงวงกลมหลุดหรือแรงตึงผิว (F) แล้วคำนวณหาความตึงผิวของน้ำที่
 ใช้ทดลอง

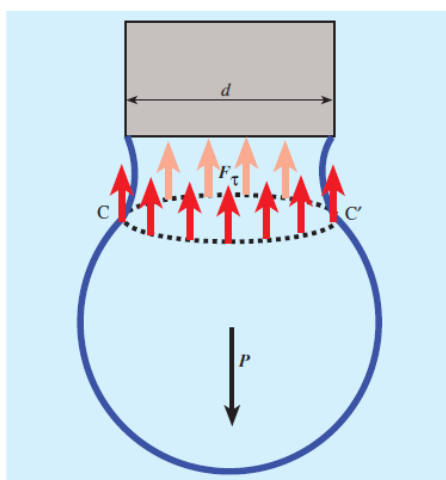
ลวดวงกลมยาว $L = 2\pi R$ ผูกด้วยเชือกจุ่ม โดยขดลวดจุ่มอยู่ในของเหลว มีผิวฟิล์มสัมผัส
 สองผิว (ที่แต่ละด้านของขวด) ค่อย ๆ ออกแรงดึงขึ้นและสามารถอ่านแรงตึงเชือกได้ T ขณะที่
 ขดลวดกำลังขาดจากผิวพอดี ดังภาพที่ 2-8



ภาพที่ 2-8 การหลุดของวงแหวนจากของเหลว (อัมพร บุญญาสถิตสถาพร, ม.ป.ป.)

บทบาทของแรงดึงผิวในการเกิดหยดของเหลวและกฎของเทต

แรงดึงผิวของของเหลวเป็นพื้นฐานในการก่อตัวของการเกิดหยดของเหลว ดังภาพที่ 2-9 ตัวอย่างเช่น การหยดของของเหลวจากท่อจะเริ่มหยดและมีขนาดใหญ่ขึ้นเรื่อย ๆ ซึ่งแสดงให้เห็นถึงแรงที่เกิดขึ้นบริเวณที่ผิวของของเหลวสัมผัสกับของเหลวอื่นหรือกับผิวของแข็ง โดยมีพลังงานเพียงพอต่อการยืดเหนี่ยวระหว่างโมเลกุล ซึ่งมีขนาดสัมพันธ์กับแรงยึดติดและแรงเชื่อมแน่นทำให้เกิดเป็นลักษณะคล้าย ๆ กับแผ่นบาง ๆ ที่สามารถต้านแรงดึงได้เล็กน้อย มีทิศทางกับผิวของเหลวและตั้งฉากกับเส้นขอบที่ของเหลวสัมผัส เมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้นความตึงผิวของเหลวจะมีค่าลดลง



ภาพที่ 2-9 ภาพตัวอย่างก่อนการหยดของของเหลว (Concetto Gianino, 2006)

เมื่อให้ P คือ น้ำหนักของหยดของเหลว จะได้ว่า

$$P = mg \quad (2-4)$$

ซึ่ง P จะช่วยทำให้ของเหลวเกิดเป็นหยดลงมา ส่วน F_r คือ แรงตึงผิวซึ่งทำให้บางส่วนของพื้นผิวของเหลวถูกดึงดูดไว้จะได้

$$F_r = l_{cc} \tau \quad (2-5)$$

เมื่อของเหลวจะหยดออกจากท่อ นั้น น้ำหนักของของเหลวจะต้องสมดุลกับแรงตึงผิว จะได้ว่า

$$F_r = P \quad (2-6)$$

ดังนั้น

$$l_{cc} \tau = mg \quad (2-7)$$

จะได้

$$\tau = \frac{mg}{l_{cc}} \quad \text{หรือ} \quad \tau = \frac{mg}{\pi d} = \frac{mg}{2\pi r} \quad (2-8)$$

เมื่อ τ คือ ความตึงผิวของของเหลว มีหน่วยเป็น นิวตันต่อเมตร (N/m)

m คือ มวลของของเหลว มีหน่วยเป็น กิโลกรัม (kg)

g คือ ความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก มีหน่วยเป็น เมตรต่อวินาที² (m/s²)

l_{cc} คือ ความยาวของเส้นรอบวงของท่อ มีหน่วยเป็น เมตร (m)

การเกิดหยดของเหลว

เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นกับของเหลวที่มีขนาดเล็กและอยู่อย่างอิสระ เช่น เม็ดของของเหลวในบรรยากาศหรือเม็ดของของเหลวที่เกิดจากหัวฉีดที่ฉีดของเหลวออกมาเป็นฝอย หรือละอองเล็ก ๆ หรือเม็ดของของเหลวที่เกาะตามใบไม้ ซึ่งอิทธิพลของแรงดึงดูดจะพยายามปรับรูปร่างให้เม็ดของของเหลวมีลักษณะเป็นรูปทรงกลม ทำให้แรงดันในหยดของเหลวมากขึ้น เพื่อให้เกิดแรงต้านแรงดึงดูด เป็นผลให้หยดของเหลวคงสภาพอยู่ได้อย่างสมดุล ถ้าพิจารณาหยดของเหลวทรงกลมที่มีรัศมี r และความดันภายในหยดของเหลว P โดย

$$\text{แรงดันภายในหยดของเหลว} = P\pi r^2 \quad (2-9)$$

$$\text{แรงดึงดูด} = 2\pi r\tau \quad (2-10)$$

จากสมดุลของแรง จะได้ แรงดันภายในหยดของเหลว เท่ากับ แรงดึงดูด

$$P\pi r^2 = 2\pi r\tau \quad (2-11)$$

จะได้ความดันภายในหยดของเหลว

$$P = 2\tau/r \quad (2-12)$$

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Concetto (2006) ศึกษาการหาวัดความตึงผิวโดยการหยดจากเข็มฉีดยา โดยใช้เข็มฉีดยาที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางภายนอก 0.91 ± 0.01 mm ซึ่งทำการวัดโดยใช้ไมโครมิเตอร์ จากนั้นทำการหยดของเหลวจำนวน 50 หยด แล้วหาค่าเฉลี่ยของน้ำหนักของเหลวต่อ 1 หยด จากนั้นนำมาคำนวณหาค่าความตึงผิว พบว่า ค่าความตึงผิวที่ได้มีความคลาดเคลื่อนจากค่าตามทฤษฎีน้อยกว่า 2 % ยกเว้นเอทานอลที่มีความคลาดเคลื่อน 8 % ซึ่งอาจเกิดขึ้นเนื่องจากความเข้มข้นของเอทานอล

Thompson (2007) ศึกษาการหาค่าความตึงผิวด้วยเครื่องจ่ายแบบหยดเดียว ซึ่งมีอุปกรณ์เป็นแท่งเกลียว 2 อัน จะเป็นกลไกในการบีบอัดหลอดฉีดยาแทนการหยดด้วยมือ โดยทำการทดลองหยดน้ำและน้ำมันดอกทานตะวันที่มีปริมาตร 20 ml โดยให้แกนตั้งฉากกับพื้นดิน กระบอกฉีดยามีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.8 mm ยาว 40 mm และมีหลอดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายนอก 0.5 mm

อยู่ภายในกระบอกฉีดยาสำหรับเลื่อนเข้าไปได้ ซึ่งจะทำให้เส้นผ่านศูนย์กลางภายในประมาณ 0.52 ± 0.02 mm โดยแบบจำลอง PM 460 จะมีมวล คือ ± 0.1 mg แต่ละหยดของของเหลวจะถูกเก็บรวบรวมในถาดและถูกบันทึกทุก ๆ 10 หยด

ผลการทดลองพบว่า น้ำมันดอกทานตะวันจะมีค่าความตึงผิว 31 ± 1 mN/m ซึ่งเส้นผ่านศูนย์กลางภายนอกของเข็มฉีดยาเป็น 0.80 ± 0.02 mm โดยการวัดด้วยปากกาวัดเส้นผ่านศูนย์กลางแบบดิจิทัล สำหรับผลของน้ำจะมีปัญหามากกว่า ซึ่งจะให้ค่าเป็น 89 ± 3 mN/m หรือ 58 ± 2 mN/m เนื่องจากจะใช้เส้นผ่านศูนย์กลางภายในหรือภายนอกของเข็มฉีดยา และเมื่อนำมาทดลองโดยใช้เส้นผ่านศูนย์กลางภายในกระบอกฉีดยา และเปลี่ยนวัสดุที่นำมาทำเครื่องจ่าย เช่น ทองเหลือง แก้ว และโพลีเอทิลีน ผลปรากฏว่าความตึงผิวของน้ำมันพบว่า มีค่า 30 ± 1 mN/m และน้ำ จะมีค่าไม่แน่นอนคือค่าที่ยอมรับได้คือ 72 mN/m ที่ 25 °C แต่ค่าที่ทดลองได้อยู่ระหว่าง 58 ± 2 mN/m ถึง 65 ± 2 mN/m การประมาณค่าของความตึงผิวที่คลาดเคลื่อนอาจจะมาจากสารปนเปื้อนในของเหลว

บทที่ 3

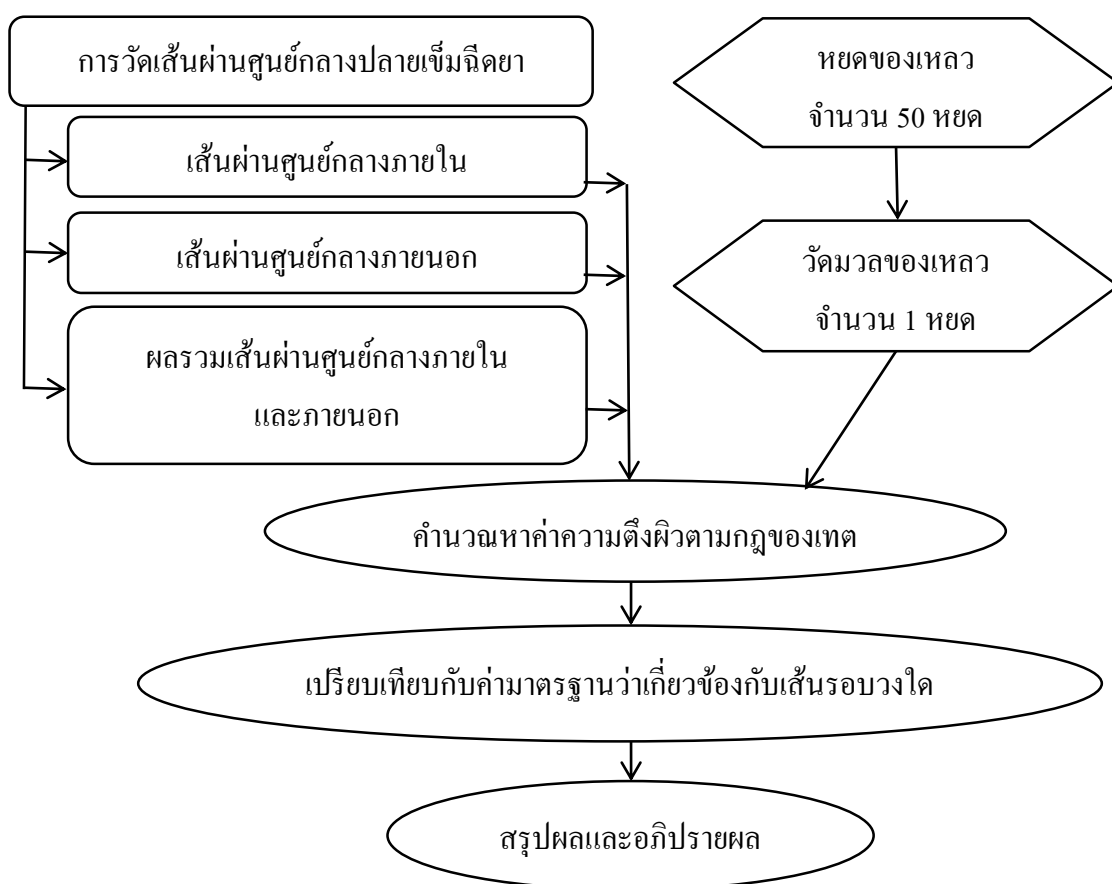
วิธีดำเนินการวิจัย

งานวิจัยนี้เป็นการทดลองและหาค่าความตึงผิวของของเหลวด้วยวิธีการของเทต โดยใช้กล้องจุลทรรศน์แบบเวอร์เนียร์ วัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในและภายนอกของเข็มฉีดยา โดยมีรายละเอียดและขั้นตอนในการดำเนินการวิจัยดังนี้

กรอบแนวคิดของการวิจัย

ผู้วิจัยได้แบ่งการดำเนินงานของวิทยานิพนธ์นี้เป็น 2 ส่วน คือ

1. การวัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในและภายนอกของเข็มฉีดยาโดยใช้กล้องจุลทรรศน์แบบเวอร์เนียร์ เพื่อนำไปคำนวณหาค่าความยาวของเส้นรอบปลายเข็มฉีดยา
2. การหาค่าความตึงผิวของของเหลวด้วยวิธีการของเทต เพื่อเปรียบเทียบกับค่ามาตรฐานหรือค่าที่ยอมรับได้



ภาพที่ 3-1 กรอบแนวคิดของการวิจัย

การออกแบบและแนวทางการทดลอง

งานวิจัยนี้ได้ออกแบบการทดลองหาค่าความตึงผิวของของเหลวด้วยวิธีการหยดจากปลายเข็มฉีดยา ซึ่งการหยดของของเหลวจากท่อจะเริ่มหยดและมีขนาดใหญ่ขึ้นเรื่อย ๆ แสดงให้เห็นถึงแรงที่เกิดขึ้นบริเวณที่ผิวของของเหลวสัมผัสกับของเหลวอื่นหรือกับผิวของแข็ง โดยได้นำหลักการของเทตมาใช้ในการคำนวณร่วมกัน ซึ่งในการทดลองจะใช้กล้องจุลทรรศน์แบบเวอร์เนียที่มีค่าละเอียดสุดที่อ่านได้ 0.10 mm วัดเส้นผ่านศูนย์กลางของเข็มฉีดยา จากนั้นใช้เข็มฉีดยาหยดของเหลวผ่านปลายเข็มในแนวตั้งเพื่อวัดของของเหลว จำนวน 1 หยด แล้วมาหาค่าความตึงผิวของของเหลวด้วยกฎของเทต เปรียบเทียบกับค่ามาตรฐานหรือค่าที่ยอมรับได้

โดยทั่วไป ความตึงผิวคืออัตราส่วนของแรงดึงผิวต่อความยาวของผิวสัมผัสที่ตั้งฉากกับแรงดึงผิว (ความพยายามในการยึดผิวของของเหลว) ซึ่งเป็นแรงที่เกิดขึ้นบริเวณที่ผิวของของเหลวสัมผัสกับของเหลวอื่นหรือกับผิวของแข็ง โดยมีพลังงานเพียงพอต่อการยึดเหนี่ยวระหว่างโมเลกุลซึ่งมีขนาดสัมพันธ์กับแรงยึดติดและแรงเชื่อมแน่นทำให้เกิดเป็นลักษณะคล้าย ๆ กับแผ่นบาง ๆ ที่สามารถต้านแรงดึงได้เล็กน้อย มีทิศขนานกับผิวของเหลวและตั้งฉากกับเส้นขอบที่ของเหลวสัมผัส เมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้นความตึงผิวของเหลวจะมีค่าลดลง

เครื่องมือและอุปกรณ์ที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือและอุปกรณ์ที่ใช้ในงานวิจัย ประกอบด้วย

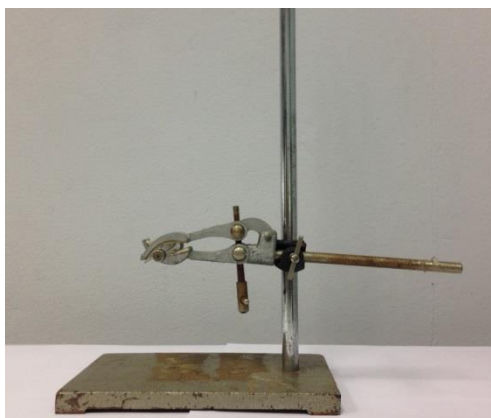
1. เข็มฉีดยาสำหรับหยดสารตัวอย่างของเหลว ดังภาพที่ 3-2
2. กล้องจุลทรรศน์แบบเวอร์เนียที่มีค่าละเอียดสุดที่อ่านได้ 0.10 mm ดังภาพที่ 3-3
3. ขาดั่งพร้อมที่จับและบีกเกอร์ขนาด 50 ml ดังภาพที่ 3-4
4. เครื่องชั่งดิจิตอลยี่ห้อ AND รุ่น GR-202 ที่มีความละเอียด 0.0001 g ดังภาพที่ 3-5
5. สารตัวอย่างของเหลว ได้แก่ น้ำกลั่น กลีเซอริน และน้ำมันมะกอก ดังภาพที่ 3-6



ภาพที่ 3-2 เข็มฉีดยาสำหรับหยดสารตัวอย่างของเหลว



ภาพที่ 3-3 กล้องจุลทรรศน์แบบเวอร์เนีย



(ก)



(ข)

ภาพที่ 3-4 ขาตั้งพร้อมที่จับ (ก) และบีกเกอร์ (ข)



ภาพที่ 3-5 เครื่องชั่งดิจิตอลที่มีความละเอียด 0.0001 g



(ก)



(ข)



(ค)

ภาพที่ 3-6 สารตัวอย่างของเหลว น้ำกลั่น (ก) กลีเซอริน (ข) และน้ำมันมะกอก (ค)

วิธีการทดลอง

ขั้นตอนในการทำการทดลองสำหรับการหาค่าความตึงผิวของของเหลวด้วยกฎของเทตผู้วิจัย ได้ออกแบบการทดลองและมีรายละเอียดดังนี้

ตอนที่ 1 การหาเส้นผ่านศูนย์กลางของเข็มฉีดยา

1. วัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในและภายนอกของเข็มฉีดยาด้วยกล้องจุลทรรศน์แบบเวอร์เนียร์ โดยวางเข็มฉีดยาในแนวราบด้วยขาตั้งพร้อมที่จับ
2. วัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในและภายนอกของเข็มฉีดยาทั้ง 2 แนว ที่ทำมุม 90 องศา แล้วหาค่าเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ย

ตอนที่ 2 การหาค่าความตึงผิวด้วยกฎของเทต

1. ใส่ของเหลวในกระบอกฉีดยา ตั้งกระบอกฉีดยาในแนวตั้ง ทำการหยดของเหลวลงในบีกเกอร์ จำนวน 50 หยด
2. หามวลของของเหลวทั้งหมด (M_t) ในบีกเกอร์ ทำการทดลองซ้ำอีก 9 ครั้ง แล้วเปลี่ยนสารตัวอย่างของเหลวทดลอง ทำการทดลองแบบข้อ 1-2
3. คำนวณหามวล (m) ของของเหลวจำนวน 1 หยด โดยหาจาก $m = M_t/N$ ของแต่ละครั้งของการทดลอง
4. หาค่าความตึงผิวของของเหลวจากสมการ (2-8) ของแต่ละครั้งของการทดลอง โดยใช้เส้นผ่านศูนย์กลางภายในและเส้นผ่านศูนย์กลางภายนอกของเข็มฉีดยา
5. เปรียบเทียบกับค่าความตึงผิวมาตรฐานหรือค่าความตึงผิวที่ยอมรับได้ และหาเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน
6. วิเคราะห์ค่าความตึงผิวของของเหลวว่าเกี่ยวข้องกับเส้นรอบวงด้านใน เส้นรอบวงด้านนอก หรือผลรวมของเส้นรอบวงทั้งสองของปลายเข็มฉีดยา
7. สรุปผลและอภิปรายผล

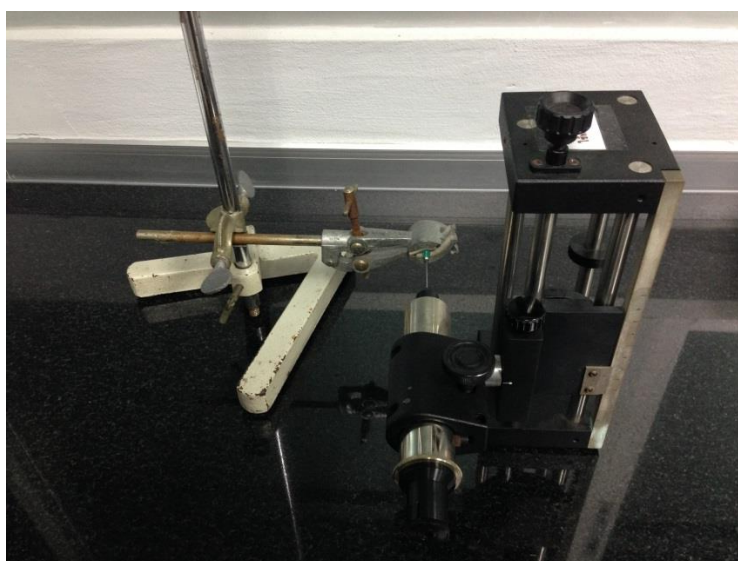
บทที่ 4

ผลการวิจัย

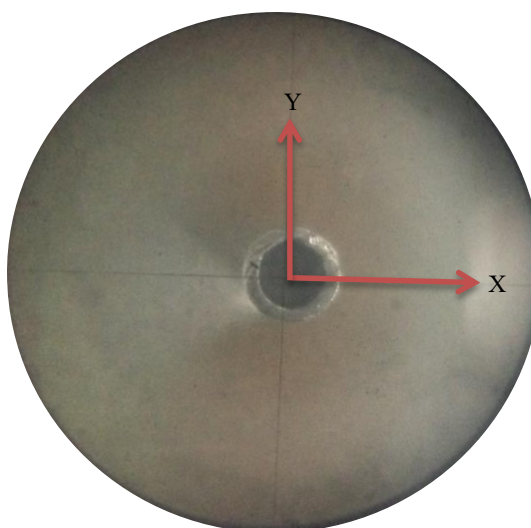
ในการวิจัยเรื่องการวัดค่าความตึงผิวด้วยวิธีการหยดของเหลวจากปลายเข็มฉีดยาตามกฎของเทต ผู้วิจัยได้กำหนดแนวทางการวิจัยโดยแบ่งขั้นตอนการดำเนินงานเป็น 2 ตอน คือ ตอนที่ 1 การหาเส้นผ่านศูนย์กลางของเข็มฉีดยา และตอนที่ 2 การหาค่าความตึงผิวด้วยกฎของเทต ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ตอนที่ 1 การหาเส้นผ่านศูนย์กลางของเข็มฉีดยา

การทดลองหาค่าความตึงผิวของของเหลวจากปลายเข็มฉีดยาตามกฎของเทตในงานวิจัยนี้ เป็นการหาค่าความตึงผิวอีกวิธีหนึ่งที่จะต้องศึกษาว่าของเหลวที่หยดออกมาจากปลายเข็ม ผิวของของเหลวสัมผัสกับเส้นรอบวงภายในหรือเส้นรอบวงภายนอกขณะหลุดจากปลายเข็ม การวัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในและภายนอกของเข็มฉีดยาขนาดเล็กมากในงานวิจัย ใช้กล้องจุลทรรศน์แบบเวอร์เนียร์ โดยจัดเครื่องมือสำหรับการวัดเส้นผ่านศูนย์กลางของปลายเข็ม ดังภาพที่ 4-1 และภาพถ่ายขยายของปลายเข็มเพื่อให้สามารถวัดเส้นผ่านศูนย์กลางได้แม่นยำ ดังภาพที่ 4-2



ภาพที่ 4-1 การติดตั้งกล้องจุลทรรศน์แบบเวอร์เนียร์วัดเส้นผ่านศูนย์กลางของปลายเข็มฉีดยา



ภาพที่ 4-2 ภาพขยายของปลายเข็มฉีดยาผ่านเลนส์ของกล้องจุลทรรศน์แบบเวอร์เนีย

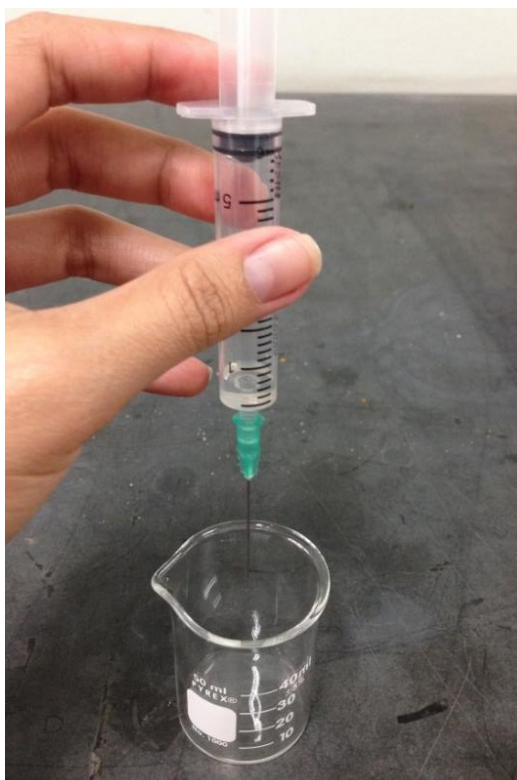
จากภาพที่ 4-2 จะเห็นบริเวณขอบเส้นผ่านศูนย์กลางภายในและภายนอกของเข็มฉีดยาได้ชัดเจนและสามารถวัดค่าโดยการอ่านจากสเกลเวอร์เนียของกล้องจุลทรรศน์แบบเวอร์เนีย บันทึกค่าที่ได้ ดังตารางที่ 4-1

ตารางที่ 4-1 ค่าเส้นผ่านศูนย์กลางของปลายเข็มฉีดยาที่วัดได้โดยกล้องจุลทรรศน์แบบเวอร์เนีย

เส้นผ่านศูนย์กลางภายใน d_i (mm)		เส้นผ่านศูนย์กลางภายนอก d_o (mm)	
แนวแกน X	แนวแกน Y	แนวแกน X	แนวแกน Y
0.60	0.60	0.80	0.80
ค่าเฉลี่ย 0.60		ค่าเฉลี่ย 0.80	

ตอนที่ 2 การหาค่าความตึงผิวด้วยกฎของเทต

การวัดมวลของสารตัวอย่างของเหลวทั้ง 3 ชนิด ได้แก่ น้ำกลั่น กลีเซอรินและน้ำมันมะกอก โดยหยดของเหลวลงในบีกเกอร์ ดังภาพที่ 4-3 ซึ่งของเหลวจะหยดออกมาที่ปลายเข็มฉีดยา ดังภาพที่ 4-4



ภาพที่ 4-3 การหยดสารตัวอย่างของเหลวจากปลายเข็มฉีดยา



(ก)



(ข)



(ค)

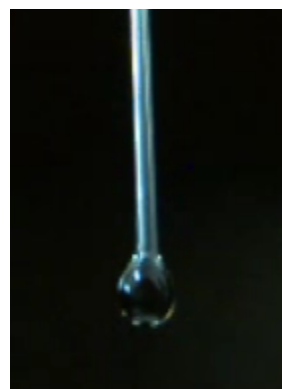
ภาพที่ 4-4 ของเหลวก่อนจะหยดจากปลายเข็มฉีดยา (ก) น้ำกลั่น (ข) กลีเซอริน
และ(ค) น้ำมันมะกอก



(ก)



(ข)



(ค)

ภาพที่ 4-5 ของเหลวขณะกำลังจะหลุดออกจากปลายเข็มฉีดยา (ก) น้ำกลั่น (ข) กลีเซอริน
และ(ค) น้ำมันมะกอก

เมื่อนำมวลของเหลวที่หยดลงในบีกเกอร์ไปชั่งด้วยเครื่องชั่งดิจิตอลแล้วหาค่าความตึงผิว
ด้วยกฎของเทต บันทึกค่าที่ได้ ดังตารางที่ 4-2

ตารางที่ 4-2 ค่าความตึงผิวของสารตัวอย่างของเหลวทั้ง 3 ชนิด จากการคำนวณด้วยกฎของเทต โดยใช้เส้นรอบวงภายใน (1) = 1.89 mm
เส้นรอบวงภายนอก (2) = 2.51 mm และเส้นรอบวงภายในกับภายนอก (3) = 4.4 mm ณ อุณหภูมิ 26 °C

ของเหลว	การทดลอง ครั้งที่	มวลของเหลว 1 หยด (g)	ความตึงผิว (1) (mN/m)	เปอร์เซ็นต์ ความคลาด เคลื่อน (%)	ความตึงผิว (2) (mN/m)	เปอร์เซ็นต์ ความคลาด เคลื่อน (%)	ความตึงผิว (3) (mN/m)	เปอร์เซ็นต์ ความคลาด เคลื่อน (%)
น้ำกลั่น	1	0.0145	74.97	2.98	56.61	22.24	32.29	55.64
	2	0.0145	74.97	2.98	56.61	22.24	32.29	55.64
	3	0.0140	72.69	0.15	54.74	24.81	31.22	57.11
	4	0.0139	72.11	0.94	54.30	25.41	30.87	57.60
	5	0.0142	73.69	1.22	55.51	23.75	31.66	56.50
	6	0.0139	72.11	0.94	54.30	25.41	30.87	57.60
	7	0.0139	72.11	0.94	54.30	25.41	30.87	57.60
	8	0.0142	73.69	1.22	55.51	23.75	31.66	56.50
	9	0.0146	75.80	4.12	57.07	21.60	32.56	55.28
	10	0.0144	74.73	2.65	56.27	22.70	32.10	55.91

ตารางที่ 4-2 (ต่อ)

ของเหลว	การทดลอง ครั้งที่	มวลของเหลว 1 หยด (g)	ความตึงผิว (1) (mN/m)	เปอร์เซ็นต์ ความคลาด เคลื่อน (%)	ความตึงผิว (2) (mN/m)	เปอร์เซ็นต์ ความคลาด เคลื่อน (%)	ความตึงผิว (3) (mN/m)	เปอร์เซ็นต์ ความคลาด เคลื่อน (%)
กลีเซอริน	1	0.0124	63.97	1.38	48.49	23.15	27.66	56.16
	2	0.0122	63.35	0.39	47.70	24.41	27.21	56.88
	3	0.0126	65.42	3.67	49.28	21.90	28.11	55.45
	4	0.0124	63.97	1.38	48.49	23.15	27.66	56.16
	5	0.0125	64.62	2.41	48.66	22.89	27.76	56.01
	6	0.0126	65.42	3.67	49.28	21.90	28.11	55.45
	7	0.0128	66.03	4.64	49.72	21.21	28.36	55.05
	8	0.0120	61.90	1.90	52.06	17.49	26.59	57.86
	9	0.0119	61.59	2.40	46.38	26.51	26.45	58.07
	10	0.0124	63.97	1.38	48.49	23.15	27.66	56.16

ตารางที่ 4-2 (ต่อ)

ของเหลว	การทดลอง ครั้งที่	มวลของเหลว 1 หยด (g)	ความตึงผิว (1) (mN/m)	เปอร์เซ็นต์ ความคลาด เคลื่อน (%)	ความตึงผิว (2) (mN/m)	เปอร์เซ็นต์ ความคลาด เคลื่อน (%)	ความตึงผิว (3) (mN/m)	เปอร์เซ็นต์ ความคลาด เคลื่อน (%)
น้ำมัน	1	0.0064	33.26	3.94	25.05	21.73	14.29	55.35
มะกอก	2	0.0066	33.99	6.21	25.90	19.05	14.78	53.82
	3	0.0063	32.62	1.94	24.58	23.19	14.02	56.18
	4	0.0065	33.43	4.46	25.51	20.27	14.55	54.52
	5	0.0065	33.43	4.46	25.51	20.27	14.36	55.13
	6	0.0067	34.79	8.73	26.20	18.13	14.95	53.29
	7	0.0065	33.43	4.46	25.51	20.27	14.41	54.98
	8	0.0065	33.43	4.46	25.51	20.27	14.42	54.93
	9	0.0063	32.62	1.94	24.58	23.19	14.02	56.18
	10	0.0066	33.99	6.21	25.90	19.05	14.78	53.82

จากตารางที่ 4-2 พบว่า สารตัวอย่างของเหลวทั้ง 3 ชนิด เมื่อนำมาหาค่าความตึงผิวด้วยกฎของเทต จะได้ค่าดังนี้

(1) น้ำกลั่น เมื่อคำนวณด้วยความยาวของเส้นรอบวงภายในของเข็มฉีดยามีความตึงผิวอยู่ในช่วงตั้งแต่ 72.11 ถึง 75.80 mN/m โดยมีค่า 72.69 mN/m ที่ใกล้เคียงกับค่ามาตรฐานมากที่สุด มีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเทียบกับค่ามาตรฐาน 0.15 % เมื่อคำนวณด้วยความยาวเส้นรอบวงภายนอก ได้ค่าความตึงผิวอยู่ในช่วงตั้งแต่ 54.30 ถึง 57.07 mN/m โดยมีค่า 57.07 mN/m ที่ใกล้เคียงกับค่ามาตรฐานมากที่สุด มีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน 21.60 % และถ้าคำนวณด้วยความยาวเส้นรอบวงภายในรวมกับภายนอกจะได้ค่าความตึงผิวอยู่ในช่วงตั้งแต่ 30.87 ถึง 32.56 mN/m โดยมีค่า 32.56 mN/m ที่ใกล้เคียงกับค่ามาตรฐานมากที่สุด มีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน 55.28 %

(2) กลีเซอริน เมื่อคำนวณด้วยความยาวเส้นรอบวงภายในของเข็มฉีดยาจะมีความตึงผิวอยู่ในช่วงตั้งแต่ 61.59 ถึง 66.03 mN/m โดยมีค่า 63.35 mN/m ที่ใกล้เคียงกับค่ามาตรฐานมากที่สุด มีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเทียบกับค่ามาตรฐาน 0.39 % เมื่อคำนวณด้วยความยาวเส้นรอบวงภายนอก ได้ค่าความตึงผิวอยู่ในช่วงตั้งแต่ 46.38 ถึง 52.06 mN/m โดยมีค่า 52.06 mN/m ใกล้เคียงกับค่ามาตรฐานมากที่สุด มีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน 17.49 % และถ้าคำนวณด้วยความยาวเส้นรอบวงภายในรวมกับภายนอกจะได้ค่าความตึงผิวอยู่ในช่วงตั้งแต่ 26.45 ถึง 28.36 mN/m โดยมีค่า 28.36 mN/m ที่ใกล้เคียงกับค่ามาตรฐานมากที่สุด มีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน 55.05 %

(3) น้ำมันมะกอก เมื่อคำนวณด้วยความยาวเส้นรอบวงภายในของเข็มฉีดยาจะมีความตึงผิวอยู่ในช่วงตั้งแต่ 32.62 ถึง 34.79 mN/m โดยมีค่า 32.62 mN/m ใกล้เคียงกับค่ามาตรฐานมากที่สุด มีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเทียบกับค่ามาตรฐาน 1.94 % เมื่อคำนวณด้วยความยาวเส้นรอบวงภายนอก ได้ค่าความตึงผิวอยู่ในช่วงตั้งแต่ 24.58 ถึง 26.20 mN/m โดยมีค่า 26.20 mN/m ใกล้เคียงกับค่ามาตรฐานมากที่สุด มีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน 18.13 % และถ้าคำนวณด้วยความยาวเส้นรอบวงภายในรวมกับภายนอกจะได้ค่าความตึงผิวอยู่ในช่วงตั้งแต่ 14.02 ถึง 14.95 mN/m โดยมีค่า 14.95 mN/m ที่ใกล้เคียงกับค่ามาตรฐานมากที่สุด มีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน 53.29 %

จะเห็นได้ว่า การคำนวณค่าความตึงผิวของของเหลวโดยการหยดของเหลวจากเข็มฉีดยาขณะที่หยดของเหลวหลุดออกจากปลายเข็มฉีดยานั้น จะสัมพันธ์กับเส้นรอบวงภายในของเข็มฉีดยา ไม่ใช่สัมพันธ์กับเส้นรอบวงภายนอกหรือเส้นรอบวงภายในรวมกับเส้นรอบวงภายนอกของเข็มฉีดยา

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

จากการทดลองหาค่าความตึงผิวด้วยวิธีการหยดของเหลวจากปลายเข็มฉีดยาตามกฎของเทต โดยการวัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในและภายนอกเข็มฉีดยาด้วยกล้องจุลทรรศน์แบบเวอร์เนียร์ เพื่อทำนายผลว่าหยดของเหลวสัมผัสกับผนังด้านใน ผนังด้านนอกหรือผนังด้านในรวมกับผนังด้านนอกของปลายเข็มฉีดยาขณะหลุดออกจากปลายเข็มฉีดยา จากนั้นเปรียบเทียบค่าความตึงผิวของของเหลวที่ได้กับค่ามาตรฐานหรือค่าที่ยอมรับได้ สามารถสรุปผลและอภิปรายผลรวมทั้งให้ข้อเสนอแนะ ได้ดังนี้

สรุปผล

ตอนที่ 1 การหาเส้นผ่านศูนย์กลางของเข็มฉีดยา

จากการวัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในและภายนอกของเข็มฉีดยาจะได้ค่าเท่ากับ 0.06 mm และ 0.08 mm ตามลำดับ

ตอนที่ 2 การหาค่าความตึงผิวด้วยกฎของเทต

1. น้ำกลั่น กรณีใช้เส้นรอบวงภายในคำนวณหาค่าความตึงผิวได้เท่ากับ 72.69 mN/m คิดเป็นเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน 0.15 % และถ้าใช้เส้นรอบวงภายนอกในการคำนวณหาค่าความตึงผิวจะได้ค่าอยู่ในช่วงตั้งแต่ 54.30 ถึง 57.07 mN/m มีค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนตั้งแต่ 21.60 ถึง 25.41 % และถ้าคำนวณด้วยความยาวเส้นรอบวงภายในรวมกับภายนอกจะมีความคลาดเคลื่อนอยู่ในช่วงตั้งแต่ 55.28 ถึง 57.60 %

2. กลีเซอริน กรณีใช้เส้นรอบวงภายในคำนวณหาค่าความตึงผิวได้เท่ากับ 63.35 mN/m คิดเป็นเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน 0.39 % และถ้าใช้เส้นรอบวงภายนอกในการคำนวณหาค่าความตึงผิวจะได้ค่าอยู่ในช่วงตั้งแต่ 46.38 ถึง 52.06 mN/m มีค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนตั้งแต่ 17.49 ถึง 26.51 % และถ้าคำนวณด้วยความยาวเส้นรอบวงภายในรวมกับภายนอกจะมีความคลาดเคลื่อนอยู่ในช่วงตั้งแต่ 55.05 ถึง 58.07 %

3. น้ำมันมะกอก กรณีใช้เส้นรอบวงภายในคำนวณหาค่าความตึงผิวได้เท่ากับ 32.62 mN/m คิดเป็นเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน 1.94 % และถ้าใช้เส้นรอบวงภายนอกในการคำนวณหาค่าความตึงผิวจะได้ค่าอยู่ในช่วงตั้งแต่ 24.58 ถึง 26.20 mN/m มีค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน

ตั้งแต่ 18.13 ถึง 23.19 %และถ้าคำนวณด้วยความยาวเส้นรอบวงภายในรวมกับภายนอกจะมีความคลาดเคลื่อนอยู่ในช่วงตั้งแต่ 53.29 ถึง 56.18 %

อภิปรายผลการวิจัย

จากข้อมูลที่สรุปผลการวิจัย จะเห็นได้ชัดเจนว่าหยดของเหลวจะสัมผัสกับเส้นรอบวงภายในขณะหยดจากปลายเข็มฉีดยา โดยให้ค่าความตึงผิวของน้ำกลั่น กลีเซอริน และน้ำมันมะกอกมีค่าที่ดีที่สุดเท่ากับ 72.69 mN/m 63.35 mN/m และ 32.62 mN/m มีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเป็น 0.15 % 0.39 % และ 1.94 % ตามลำดับ ซึ่งความคลาดเคลื่อนอาจเกิดจากอุณหภูมิที่ต่างกันกับค่าความตึงผิวมาตรฐาน

ข้อเสนอแนะ

1. การหยดของเหลวแต่ละหยด ควรออกแรงกดให้มีขนาดเท่ากันมากที่สุด ไม่กดกระบอกฉีดยาอย่างรวดเร็ว เพื่อให้ได้ขนาดของหยดของเหลวเท่ากัน
2. การหยดของเหลวจากปลายเข็มฉีดยาจะมีมวลของเหลวไม่เท่ากัน จึงจำเป็นต้องหยดด้วยความระมัดระวังและทำการทดลองหยดซ้ำหลาย ๆ ครั้งเพื่อให้ได้ค่าเฉลี่ยมวล 1 หยด ที่ถูกต้องมากที่สุด

บรรณานุกรม

การทดลองที่ 7 การวัดแรงตึงผิวของของเหลว *Surface Tension*. (ม.ป.ป.).

เข้าถึงได้จาก <http://www.sci.nu.ac.th/chemistry/elearning/256342.pdf>

การทดลองเรื่อง แรงตึงผิว (*Surface Tension*). (ม.ป.ป.). เข้าถึงได้จาก [http://www.che.buu.ac.th/](http://www.che.buu.ac.th/sites/default/files/users/wancheng/surface_tension%20lab%20direction.pdf)

[sites/default/files/users/wancheng/surface_tension%20lab%20direction.pdf](http://www.che.buu.ac.th/sites/default/files/users/wancheng/surface_tension%20lab%20direction.pdf)

จรัส บุญขรรพมา. (2545). *ฟิสิกส์ระดับมหาวิทยาลัย ภาคกลศาสตร์ของไหล ความร้อน และคลื่น*.

กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.

ณัฐนันท์ ปันต์ดากรณ์. (2546). *ผลของไคโตแซนที่มีต่อคุณสมบัติความคงสภาพของอิมัลชัน*

ด้วยเทคนิคการวัดค่าแรงตึงผิว. ภาคนิพนธ์วิทยาศาสตร์บัณฑิต, ภาควิชาเคมี,

คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.

ธีระนันท์ เสริมศิริ และ ดวงพร กิติพฤตพันธ์. (2551). *แรงตึงผิวของพลวัตของสารละลายผสม*

ของสารลดแรงตึงผิวประจุลบ. ปริญญานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต,

ภาควิชาวิศวกรรมเคมี, คณะวิศวกรรมศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.

นิชชีมา แพนงนคร. (2555). *เคมีฟิสิกส์สำหรับเภสัชศาสตร์ (702064)*.

เข้าถึงได้จาก <http://www.slideshare.net/adriamycin/interfacial-phenomena-2555>

ปฏิบัติการที่ 11 ความตึงผิวของของเหลว. (ม.ป.ป.). เข้าถึงได้จาก [http://www.chanthaburi.](http://www.chanthaburi.buu.ac.th/documents)

[buu.ac.th/ documents](http://www.chanthaburi.buu.ac.th/documents)

พงษ์ศักดิ์ ชินนาบุญ. (2553). *ฟิสิกส์มหาวิทยาลัย 1 เล่ม 2 (พิมพ์ครั้งที่ 2)*. กรุงเทพฯ : วิทย์พัฒนา.

ศรีธน วรศักดิ์โยธิน. (2546). *ฟิสิกส์ 1*. กรุงเทพฯ : สกายบุ๊กส์.

อัมพร บุญญาสถิตสถาพร. (ม.ป.ป.). *แรงตึงผิว ความตึงผิว และความหนืด*. นครปฐม: โรงเรียน

มหิดลวิทยานุสรณ์. เอกสารการสอน.

Concetto, G. (2006, September). Measurement of surface tension by the dripping from a

needle. *Physics Education*, 41(5), 440-444.

Fleury, P., & Mathieu, J. P. (1963). *Trattato di Fisica Generale e Sperimentale. Vol.1*. Bologna:

Zanichelli.

John D. Worley. (n.d.). Capillary Radius and Surface Tensions Using Calculations Based on

Tate's Law. *Chemical Education*, 69(8), 678-680.

Roger P. Woodward. (n.d.). *Surface Tension Measurements Using the Drop Shape Method*. n.p.

Siahmazgi, G. S. (2013, March). Some instructive experiments in surface tension.

Physics Education, 13(2), 142-145.

Thompson, F. (2007). Measuring surface tension with single-drop dispenser equipment.

Physics Education, 7(1), 22-23.

Woodward, R. P. (2000). *Surface tension measurements using the drop shape method*. Retrieved from <http://www.firsttenangstroms.com/pdfdocs/STPaper.pdf>

ภาคผนวก

ตัวอย่างการคำนวณหาค่าความตึงผิวตามกฎของเทต

$$\text{จากสมการ} \quad \tau = \frac{mg}{2\pi r}$$

1) น้ำกลั่น

กรณีคำนวณจากเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน (d_i)

d_i = 0.60 มิลลิเมตร, เส้นรอบวงภายใน = 2πr = 1.89 มิลลิเมตร

มวลของเหลว = 0.0140 กรัม

$$\text{จากสมการ} \quad \tau = \frac{mg}{2\pi r}$$

$$\text{จะได้} \quad \tau = \frac{(0.0140) \times 9.78}{1.89}$$

$$\tau = 72.69 \text{ mN/m}$$

$$\text{เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน} = \left| \frac{\text{ค่าจริง} - \text{ค่าที่ได้}}{\text{ค่าจริง}} \right| \times 100$$

$$= \left| \frac{72.8 - 72.69}{72.8} \right| \times 100$$

$$= 0.15 \%$$

2) กลีเซอริน

กรณีคำนวณจากเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน (d_i)

$d_i = 0.60$ มิลลิเมตร, เส้นรอบวงภายใน $= 2\pi r = 1.89$ มิลลิเมตร

มวลของเหลว = 0.0122 กรัม

$$\text{จากสมการ} \quad \tau = \frac{mg}{2\pi r}$$

$$\text{จะได้} \quad \tau = \frac{(0.0122) \times 9.78}{1.89}$$

$$\tau = 63.35 \text{ mN/m}$$

$$\text{เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน} = \left| \frac{\text{ค่าจริง} - \text{ค่าที่ได้}}{\text{ค่าจริง}} \right| \times 100$$

$$= \left| \frac{63.1 - 63.35}{63.1} \right| \times 100$$

$$= 0.39 \%$$

3) น้ำมันมะกอก

กรณีคำนวณจากเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน (d_i)

$d_i = 0.60$ มิลลิเมตร, เส้นรอบวงภายใน $= 2\pi r = 1.89$ มิลลิเมตร

มวลของเหลว = 0.0063 กรัม

$$\text{จากสมการ} \quad \tau = \frac{mg}{2\pi r}$$

$$\text{จะได้} \quad \tau = \frac{(0.0063) \times 9.78}{1.89}$$

$$\tau = 32.62 \text{ mN/m}$$

$$\text{เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน} = \left| \frac{\text{ค่าจริง} - \text{ค่าที่ได้}}{\text{ค่าจริง}} \right| \times 100$$

$$= \left| \frac{32 - 32.62}{32} \right| \times 100$$

$$= 1.94 \%$$