ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ดิษพล เนตรนิมิตร

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาการสอนคณิตศาสตร์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
พฤษภาคม 2558
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ของ ดิษพล เนตรนิมิตร ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

..... อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒผล)

..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร)

..... กรรมการ
(ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรีพร อนุศาสนนันท์)

คณะศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา

..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชิต สุรัตน์เรืองชัย)
วันที่ 19 เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2558

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความอนุเคราะห์อย่างยิ่ง จากรองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และ ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์ อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่ให้ความเมตตา กรุณา ให้คำปรึกษา และแนะแนวทางที่ถูกต้อง ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความละเอียดถี่ถ้วน และเอาใจใส่ด้วยดีเสมอมา รวมทั้งผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒผล และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรีพร อนุศาสนนันท์ ประธานและกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำชี้แนะ เพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง และขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด ดร.จิณติษฐ์ ละออปักษิณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พัชรี หิรัญมาศสุวรรณ อาจารย์จิรพร จูมานัศ และอาจารย์รักษา สุขวิชัย ที่กรุณาอุทิศเวลาในการเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ โดยได้ให้คำแนะนำ และแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ เป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียน รองผู้อำนวยการโรงเรียนทุกฝ่าย และคณะครูอาจารย์โรงเรียนดัดดรุณี จังหวัดฉะเชิงเทราทุกคน ที่ได้อำนวยความสะดวกและให้ความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการทำวิจัยครั้งนี้ และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/ 5 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/ 6 ที่ได้ให้ความร่วมมือในการหาคุณภาพของเครื่องมือ และการดำเนินการทดลอง จนทำให้การวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อ คุณแม่ และสมาชิกในครอบครัวทุกท่าน รวมทั้งเพื่อน ๆ พี่ ๆ นิสิตปริญญาโท สาขาการสอนคณิตศาสตร์ ที่คอยให้กำลังใจ และให้ความช่วยเหลือเกื้อกูลกันมาโดยตลอดจนทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์

ขอขอบคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่สนับสนุนทุนการศึกษาตลอดหลักสูตร และทุนการศึกษาในการทำวิจัยแก่นิสิตโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) ขอขอบพระคุณอย่างหาที่สุดมิได้

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา – มารดา และครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

ดิษพล เนตรนิมิตร

56910184: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)
คำสำคัญ: รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง/ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์/ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์/ ฟังก์ชัน

ดิษพล เนตรนิมิตร: ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (THE EFFECTS OF INSTRUCTIONAL INQUIRY MODEL (5Es) AND HIGH-ORDER QUESTIONS ON MATHEMATICAL REASONING ABILITY AND MATHEMATICAL CONCEPTS OF FUNCTION OF MATHAYOMSUKSA IV STUDENTS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, กศ.ด., พรรณทิพา พรหมรักษ์, ค.ด. 205 หน้า, ปี พ.ศ. 2558.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งเป็นแผนการวิจัยแบบ ศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนดัดดรุณี จังหวัดฉะเชิงเทรา จำนวน 44 คนซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม โดยใช้เวลาในการทำวิจัยจำนวน 16 คาบ คาบละ 50 นาที โดยดำเนินการสอน 14 คาบ และเป็นการทดสอบ 2 คาบ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง จำนวน 7 แผน แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีค่าความเชื่อมั่น 0.79 และแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน มีค่าความเชื่อมั่น 0.84 วิเคราะห์ผลด้วยสถิติ t-test แบบ one sample และใช้การวิเคราะห์เนื้อหาซึ่งผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

56910184: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING; M.Ed.
(MATHEMATICS TEACHING)
KEY WORDS: INSTRUCTIONAL INQUIRY MODEL (5Es) AND HIGH-ORDER QUESTIONS/ MATHEMATICAL REASONING ABILITY/ MATHEMATICAL CONCEPTS/ FUNCTION

DITSAPON NATENIMIT: THE EFFECTS OF INSTRUCTIONAL INQUIRY MODEL (5Es) AND HIGH-ORDER QUESTIONS ON MATHEMATICAL REASONING ABILITY AND MATHEMATICAL CONCEPTS OF FUNCTION OF MATHAYOMSUKSA IV STUDENTS. ADVISORY COMMITTEE: VETCHARIT ANGGANAPATTARAKAJORN, Ed.D, PANTIPA PROMARAK, Ed.D. 205 P. 2015.

The purposes of this research were to compare the student's mathematical reasoning ability and mathematical concepts of function of Mathayomsuksa VI after using instructional inquiry model (5Es) together with high-order questions with a 70 percent criterion. The design of research was one-group posttest-only design. The subjects of this study were 44 Mathayomsuksa IV students in the second semester of the 2014 academic year at Datdarunee School, Chacheongsoa. They were randomly selected by using cluster random sampling. The experiment lasted for 16 periods, which each period is 50 minutes, 14 periods for teaching and 2 periods for posttest. The instruments used in study were, 7 lesson plans, mathematical reasoning ability test with reliability of 0.79 and mathematical concepts of function test with reliability of 0.84. The data were analyzed by using t-test for one sample and content analysis. The findings were as follows:

1. The mathematical reasoning ability of function of the sample group after obtaining instructional inquiry model (5Es) together with high-order questions was statistically high than 70 percent criterion at the .05 level of significance.

2. The mathematical concepts of function of the sample group after obtaining Instructional inquiry model (5Es) together with high-order questions was statistically high than 70 percent criterion at the .05 level of significance.

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ

สารบัญ ..... ฉ

สารบัญตาราง ..... ซ

สารบัญภาพ ..... ฌ

บทที่

1 บทนำ 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

วัตถุประสงค์ของการวิจัย 7

สมมติฐานของการวิจัย 7

กรอบแนวคิดในการวิจัย 8

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย 9

ขอบเขตของการวิจัย 9

นิยามศัพท์เฉพาะ 10

2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 13

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 14

หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนดัดดรุณี: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 18

รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) 21

คำถามระดับสูง 48

รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง 55

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 57

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 66

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 75

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
3 วิธีการดำเนินการวิจัย	78
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	78
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	78
การดำเนินการวิจัย	93
การเก็บรวบรวมข้อมูล	93
การวิเคราะห์ข้อมูล	96
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	96
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	100
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	100
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	100
5 สรุปผลและอภิปรายผล	115
สรุปผลการวิจัย	116
อภิปรายผล	116
ข้อเสนอแนะ	122
บรรณานุกรม	123
ภาคผนวก	131
ภาคผนวก ก	132
ภาคผนวก ข	141
ภาคผนวก ค	183
ภาคผนวก ง	191
ภาคผนวก จ	193
ประวัติย่อของผู้วิจัย	205

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	เนื้อหาย่อยในเรื่องฟังก์ชัน	10
2	มาตรฐานและตัวชี้วัดที่ใช้ในงานวิจัย	18
3	ผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้รายวิชา ค31202	19
4	ผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ที่ใช้ในงานวิจัย	21
5	รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของเฮอบาร์ท	22
6	รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของจอห์น ดุย	23
7	วัฏจักรการเรียนรู้ของฮีอิส, โอบรัน และ ฮูฟแมน	24
8	รูปแบบการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์ (SCIS)	24
9	การเปรียบเทียบขั้นตอนของรูปการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ SCIS และ รูปการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5E ของ BSCS	25
10	สังเคราะห์ขั้นตอนรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)	33
11	บทบาทของครูในการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นดอน (5Es) ของบายบี และคณะ	36
12	บทบาทของครูในการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ของชาตรี ฝ่ายคำ	39
13	บทบาทของครูในการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)	41
14	บทบาทของนักเรียนในการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ของบายบี และคณะ	42
15	บทบาทของนักเรียนในการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)	44
16	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ	65
17	เกณฑ์คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของอลิสรา ชมชื่น	65
18	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	66

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่		หน้า
19	เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	74
20	แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน	79
21	วิเคราะห์ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	85
22	วิเคราะห์ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ มโนทัศน์ และจำนวนข้อสอบแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน	88
23	แสดงแบบแผนการดำเนินการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว (one-group posttest-only design)	93
24	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	94
25	เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	95
26	ค่าเฉลี่ย และค่าสถิติทดสอบที ของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน	101
27	ค่าเฉลี่ย และค่าสถิติทดสอบที ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน	108
28	ค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่พัฒนาทักษะการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง	184
29	ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	184
30	ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	185
31	ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	186

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ หน้า

32 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 186

33 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 187

34 คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 189

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	กรอบแนวคิดในการวิจัย	8
2	จุดกำเนิด และการพัฒนาของรูปแบบการจัดกิจกรรมเรียนรู้	26
3	คะแนนดิบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน รายบุคคล	101
4	กราฟของฟังก์ชัน f	102
5	ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 0 คะแนน ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน	104
6	ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 1 คะแนน กรณีที่ 1 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน	105
7	ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 1 คะแนน กรณีที่ 2 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน	105
8	ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 1 คะแนน กรณีที่ 3 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน	106
9	ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 3 ได้คะแนน 2 คะแนน ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน	106
10	ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 4 ได้คะแนน 3 คะแนน ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน	107
11	คะแนนดิบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน รายบุคคล	107
12	ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน และความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชัน	109
13	กราฟของความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปพหุนามที่กำหนดให้	110
14	ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 0 คะแนน กรณีที่ 1 ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน	112
15	ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 0 คะแนน กรณีที่ 2 ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน	112
16	ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 0 คะแนน กรณีที่ 3 ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน	113

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
17	ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 1 คะแนน ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน	113
18	ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 3 ได้คะแนน 2 คะแนน ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน	114
19	ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ one sample	192
20	ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ one sample	192

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551, หน้า 1) ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2544, หน้า 3) ที่ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิด เป็นโครงสร้างที่มีเหตุผล การพิสูจน์ในทางคณิตศาสตร์เริ่มต้นด้วยอนิยาม สัจพจน์ นิยาม ทฤษฎีที่พิสูจน์แล้ว ทำให้เกิดความคิดที่เป็นกระบวนการ เป็นรากฐานที่จะพิสูจน์เรื่องต่อไป และสามารถนำวิชาคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาในวิทยาการสาขาอื่น ทั้งด้านวิทยาศาสตร์ วิศวกรรม เทคโนโลยีต่าง ๆ

จากความสำคัญของคณิตศาสตร์จะเห็นได้ว่า หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กำหนดให้ วิชาคณิตศาสตร์ เป็น 1 ใน 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552 ก, หน้า 8) โดยที่วิชาคณิตศาสตร์แบ่งเป็น 6 สาระการเรียนรู้ ได้แก่ สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด สาระที่ 3 เราขาคณิต สาระที่ 4 พีชคณิต สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551, หน้า 2-3) ซึ่งสาระที่ 1 ถึงสาระที่ 5 เป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งความรู้ทางคณิตศาสตร์แบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท คือ 1) ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics conceptual knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องกันของสิ่งของที่ใช้อธิบายและให้ความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเป็นความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎี และที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ และ 2) ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ (Procedural knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับการคำนวณ การระบุปัญหา การใช้กฎ กลวิธี และขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 3-5) และสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 5 ทักษะ ได้แก่ 1) ทักษะการแก้ปัญหา 2) ทักษะการให้เหตุผล 3) ทักษะการสื่อสาร

สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ 5) ทักษะการเชื่อมโยง และ 6) ทักษะการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551, หน้า 3)

การให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่งที่ครูจะต้องพัฒนาความสามารถของนักเรียน เนื่องจากการให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์วางแผนตัดสินใจและแก้ไขปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต ดังนั้นการคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.], 2555 ก, หน้า 39) และจากคำกล่าวที่ว่า คณิตศาสตร์คือการให้เหตุผล แสดงให้เห็นว่าการให้เหตุผลมีความสำคัญทั้งในการเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้และใช้งานคณิตศาสตร์ และการดำรงชีวิตของมนุษย์ (The National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 48) ดังนั้นจะเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่งที่สำคัญ

นอกจากการสอนให้นักเรียนเกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์แล้ว มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นอีกสิ่งหนึ่งที่ต้องพัฒนาให้นักเรียนเกิดควบคู่ไปกับทักษะ เพราะทักษะและความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นของคู่กัน (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 11) มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หรือความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical concepts) คือ ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยเป็นความเข้าใจที่สามารถสรุปได้ในรูปของความหมายหรือบทนิยาม (Cooney, Davis & Henderson, 1975, p 85) อีกทั้งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ยังเป็นความรู้ที่สำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับสูงและต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหา เพราะความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องกันของสิ่งของที่ใช้อธิบายและให้ความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเป็นความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎี และที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 3) ซึ่งการสอนให้นักเรียนได้เข้าใจและเกิดมโนทัศน์ จะช่วยลดปัญหาความผิดพลาดในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ นอกจากนี้หากนักเรียนขาดมโนทัศน์เกี่ยวกับเนื้อหาย่อย นักเรียนจะเข้าใจเนื้อหาในระดับสูงได้ยาก (Kamii & Dominik, 1997; Zazkis & Campbell, 1996 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2547, หน้า 113) อีกทั้งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ไม่สามารถเรียนรู้ได้ด้วยการ "บอก" จะต้องเกิดจากประสบการณ์และการคิด ยิ่งมีประสบการณ์มากเท่าไหร่ความคิดรวบยอดก็จะเกิดได้ลึกซึ้งและชัดเจนยิ่งขึ้น และถ้ามี

ประสบการณ์หลาย ๆ อย่าง ไม่ซ้ำซากอยู่แต่เพียงประสบการณ์เดิมซ้ำ ๆ กันเท่านั้น ก็จะทำให้การเกิดความคิดรวบยอดพัฒนาขึ้นไปตามลำดับ (ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี, 2542, หน้า 85) อีกทั้งการสอนที่เสริมสร้างทักษะการให้เหตุผลจะช่วยเปิดให้นักเรียนได้พัฒนาการได้มาซึ่งมโนทัศน์อีกด้วย (อัมพร ม้าคนอง, 2546, หน้า 11)

เป้าหมายหลักในการเรียนคณิตศาสตร์คือการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลแต่ก็ยังมีนักเรียนจำนวนมากที่ไม่สามารถบรรลุเป้าหมายนี้ (วัชรี กาญจน์กีรติ, 2554, หน้า 64) และในปัจจุบันพบว่ามีนักเรียนจำนวนไม่น้อยยังด้อยความสามารถเกี่ยวกับการแสดงหรืออ้างอิงเหตุผลทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันและในการศึกษาต่ออย่างมีประสิทธิภาพ (สสวท., 2555 ก, หน้า 1) ซึ่งพิจารณาได้จากคะแนนสอบวัดความถนัดทางคณิตศาสตร์ หรือ Professional and Academic Aptitude Test 1 (PAT1) ซึ่งเป็นข้อสอบที่เน้นการคิดวิเคราะห์และการให้เหตุผลพบว่านักเรียนยังมีคะแนนอยู่ในระดับต่ำโดยมีคะแนนเฉลี่ย 39.64 เต็ม 300 (ชินภัทร ภูมิรัตน์, 2556) อีกทั้งนักเรียนยังขาดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องและขาดความสามารถด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น (สสวท., 2555 ข, หน้า 124) ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของอัมพร ม้าคนอง (2552, หน้า 2) ที่กล่าวว่านักเรียนมีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ไม่ดีพอ ทั้งในเรื่องของความรู้พื้นฐาน การคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดอย่างมีวิจารณญาณ และไม่สามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ ทั้งนี้เนื่องจาก นักเรียนขาดความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังมีงานวิจัยของ เกษสุดา บูรณพันศักดิ์ (2545, หน้า 78) พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในเขตกรุงเทพมหานครที่มีผลการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำล้วนแต่มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันอยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์นั่นคือต่ำกว่าร้อยละ 50 ซึ่งนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชันในด้านการใช้นิยาม สัญลักษณ์ สมบัติและตัวแปร ซึ่งสอดคล้องกับการสัมภาษณ์ครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนคัดครุณี อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา พบว่า นักเรียนไม่สามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบได้ และมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่มากโดยเฉพาะอย่างยิ่งในเรื่องของฟังก์ชัน เพราะเนื้อหาสาระส่วนใหญ่เป็นนิยามและทฤษฎีบททำให้นักเรียนเข้าใจได้ยากและเกิดความสับสนได้ง่าย (จิรพร จูมานัศ, สัมภาษณ์, 31 มีนาคม 2557)

เมื่อพิจารณาถึงสาเหตุของปัญหาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว อาจเป็นผลมาจากนักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการมากเกินไป ทำให้นักเรียนมีการคิดคำนวณตามขั้นตอนอย่างไม่มีความหมายหรือกล่าวคือ เมื่อนักเรียนได้เห็นวิธีการที่กระทำให้เห็นเป็นตัวอย่างหนึ่งแล้วนักเรียนเพียงแค่เลียนแบบเทคนิควิธีเหล่านั้น ไม่ได้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ขึ้นและขาดการเชื่อมโยงระหว่างความรู้เชิง

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และทักษะทางวิธีการ ทำให้เกิดข้อจำกัดในการตรวจสอบ แก้ไข ข้อผิดพลาด และนำไปสู่การแก้คำตอบที่ไม่สมเหตุสมผล (สสวท., 2555 ข, หน้า 9-10) ทั้งนี้เป็นเพราะการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทั่วไป ผู้สอนมักสอนแต่ขั้นตอนหรือกระบวนการ สอนโดยการบอกวิธีทำ ให้ตัวอย่างและมุ่งให้นักเรียนทำตามตัวอย่าง ไม่ให้โอกาสนักเรียนในการเรียนรู้ด้วยตนเองโดยการฝึกคิดวิเคราะห์เพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลายและสร้างสรรค์ (สสวท., 2555 ข, หน้า 9-10,129) นอกจากนี้การสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนมีน้อยมาก ทำให้นักเรียนขาดมโนทัศน์และความเข้าใจที่แท้จริงเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นผลทำให้ขาดความสามารถในการใช้เหตุผล และไม่สามารถนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาได้ (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 6) ซึ่งสอดคล้องกับ กิตติ พัฒนตระกูล (2546, หน้า 54-56) ที่กล่าวว่าครูยังคงใช้วิธีการสอนแบบอธิบายประกอบการยกตัวอย่างให้นักเรียนฟัง เน้นความจำเรื่องสูตร บทนิยาม และวิธีการหาคำตอบที่ถูกต้อง โดยครูเขียนสิ่งอธิบายทั้งหมดให้นักเรียนดูบนกระดานดำ สิ่งที่นักเรียนได้รับจึงเป็นความรู้ความจำเท่านั้น แต่ไม่ได้ฝึกกระบวนการคิด มุ่งเน้นไปที่ความรวดเร็วในการได้มาซึ่งคำตอบมากกว่าพิจารณาที่กระบวนการคิดของนักเรียน

แนวทางที่จะพัฒนาความสามารถให้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือต้องจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนฝึกกระบวนการคิด ให้นักเรียนรู้จักคิดได้ด้วยตนเอง และต้องเกิดการพัฒนามโนทัศน์และทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วย ซึ่งการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะต้องฝึกให้นักเรียนได้ค้นหาลักษณะสำคัญ ฝึกการสังเกต กระตุ้นและแนะให้นักเรียนค้นคว้าเพื่อที่จะเรียนรู้ด้วยตนเอง และควรมีการจัดบรรยากาศในห้องเรียนให้ส่งเสริมการฝึกการให้เหตุผลด้วย (Ausubel, 1986, p 509; Klausmeier & Ripple, 1971, p. 431; สสวท., 2547, หน้า 18) ดังนั้นผู้สอนควรจัดการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง เพราะการจัดการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง ผู้สอนจะคำนึงเสมอว่าจะสอนอย่างไรจึงจะให้นักเรียนสามารถสรุปได้ด้วยตนเอง เพราะข้อสรุปทั้งหลายซึ่งเป็นพื้นความรู้เดิมที่สำคัญ เช่น ความคิดรวบยอด กฎ สูตร สัจพจน์ ทฤษฎีบท จะนำไปสู่การสร้างความรู้ใหม่ (ยุพิน พิพิธกุล, 2543, หน้า 25) และการที่นักเรียนจะเรียนคณิตศาสตร์ได้ดี ต้องเรียนด้วยความเข้าใจ ให้คิดหรือค้นพบด้วยตนเอง (สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์, 2544, หน้า 1)

การจัดการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) เป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่อยู่บนพื้นฐานของการสร้างความรู้ (Constructivism) ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนเป็นผู้ค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง หรือสร้างความรู้ใหม่ ๆ ด้วยตนเอง โดยผู้สอนใช้คำถามหรือสถานการณ์ เพื่อกระตุ้นให้

นักเรียนใช้กระบวนการทางความคิดเพื่อค้นหาคำตอบและช่วยอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ด้านต่าง ๆ ซึ่งประกอบไปด้วย 5 ขั้นตอนได้แก่ ขั้นตอนที่ 1 การสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นขั้นที่นักเรียนพิจารณาปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ครูนำเสนอเพื่อกระตุ้นและสร้างความสนใจให้แก่นักเรียนหรือตรวจสอบ ทบทวนความรู้และประสบการณ์เดิมของนักเรียน เพื่อนำเข้าสู่บทเรียนใหม่ ขั้นตอนที่ 2 การสำรวจและค้นคว้า (Exploration) เป็นขั้นที่นักเรียนแต่ละคน/ กลุ่ม ศึกษาค้นคว้าหาความรู้ ดำเนินการสำรวจ ตรวจสอบ รวบรวมข้อมูล และหาคำตอบหรือสร้างข้อสรุปที่เป็นความคิดรวบยอดหรือองค์ความรู้ขึ้นด้วยตนเอง ขั้นตอนที่ 3 การอธิบาย (Explanation) เป็นขั้นที่นักเรียนนำคำตอบหรือข้อสรุปที่เป็นความคิดรวบยอดหรือองค์ความรู้ที่ได้มาวิเคราะห์ แปลผล หาข้อสรุป แล้วอธิบาย ข้อค้นพบที่ตนเองได้จากการสำรวจและค้นคว้าพร้อมแสดงเหตุผลประกอบ โดยครูช่วยสรุปความรู้ที่นักเรียนได้มาอีกครั้ง ขั้นตอนที่ 4 การขยายความรู้ (Elaboration) เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์ใหม่ ๆ เพื่อขยายความรู้ให้กว้างขึ้น หรือมีความรู้ที่ลึกซึ้งขึ้นโดยมีครูเป็นผู้จัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ใหม่ให้กับนักเรียน และขั้นตอนที่ 5 การประเมิน (Evaluation) เป็นขั้นที่นักเรียนได้รับการตรวจสอบความรู้จากการทำกิจกรรมในชั้นเรียน ว่านักเรียนมีความรู้อะไรบ้าง และมากน้อยเพียงใด (สมบัติ การจนารักพงศ์, 2549, หน้า 5-6; สสวท., 2550, หน้า 26-35; ชาตรี ฝ่ายคำตา, 2551, หน้า 39- 42; วัชรา เล่าเรียนดี, 2554, หน้า 106; เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 95-96) ซึ่งจากขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ที่กล่าวมาจะเห็นว่านักเรียนจะได้ค้นคว้าจนเกิดองค์ความรู้ ข้อค้นพบ หรือมโนทัศน์ได้ด้วยตนเองและให้เหตุผลประกอบการอธิบายความรู้ที่ค้นพบและนำความรู้เหล่านั้นไปใช้ต่อไป ซึ่งจะสามารถช่วยพัฒนาทักษะการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของมงคล ประเสริฐสังฆ์ (2551, หน้า 78-79) เรื่องการศึกษาโครงสร้างทางความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องพาราโบลา โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้ 5Es การศึกษาครั้งนี้พบว่ากลุ่มเป้าหมายสามารถสร้างความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเรื่องพาราโบลาได้สมบูรณ์ครบถ้วน และงานวิจัยของณัฐกฤตา ปัตตาลาโพ (2553, หน้า 73-74) เรื่องผลของการใช้ชุดการเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้เรื่อง การประยุกต์ของอัตราส่วนร้อยละที่มีต่อทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอนคือ ขั้นสร้างความสนใจ ขั้นสำรวจและค้นคว้า ขั้นอธิบาย ขั้นขยายความรู้ และขั้นประเมินพบว่ากลุ่มตัวอย่างมีทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นหลังจากใช้ชุดการเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้เรื่อง การประยุกต์ของอัตราส่วนร้อยละ ดังนั้นการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ

สืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) น่าจะเป็นรูปแบบการเรียนการสอนหนึ่งที่สามารถช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้

นอกจากนี้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์การใช้คำถามของครูมีความสำคัญไม่น้อยไปกว่าการหาคำตอบ (โกสุม กรีทอง, 2551, หน้า 40) และการตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจในสิ่งที่เขากำลังศึกษา เป็นอีกวิธีหนึ่งที่จะใช้ในการสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์ได้ (นาตยา ปิลันธนานนท์, 2542, หน้า 97) ซึ่งคำถามระดับสูง (High order question) คือ คำถามที่ต้องการให้ผู้ตอบใช้การประยุกต์ การประเมิน หรือใช้ความคิดในระดับสูงในการตอบ (รัญจวน คำวชิรพิทักษ์, 2538, หน้า 75) สอดคล้องกับอัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 80) กล่าวว่า คำถามระดับสูงเป็นคำถามที่ต้องการให้นักเรียนใช้การคิดในระดับสูง เช่น ให้เปรียบเทียบ ค้นหารูปแบบ หาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผล เป็นคำถามที่ต้องการให้นักเรียนได้ค้นพบสิ่งใหม่หลังการใช้ความรู้ที่มีอยู่ประกอบการคิดอย่างรอบคอบ โดยที่คำถามระดับสูงจะช่วยพัฒนานักเรียนในด้านของทักษะความคิดและการให้เหตุผล อีกทั้งให้นักเรียนตอบคำถามโดยต้องใช้การประยุกต์ การประเมิน หรือใช้ความคิดในระดับสูง (รัญจวน คำวชิรพิทักษ์, 2538, หน้า 75; สุวิทย์ มูลคำและอรทัย มูลคำ, 2545, หน้า 79) ซึ่งความคิดในระดับสูง (Higher order thinking) เป็นส่วนหนึ่งของการให้เหตุผล (Reasoning) (Krulik & Rudnick, 1993, p.3) จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่าคำถามระดับสูงจะทำให้นักเรียนได้คิด ได้พัฒนาความเข้าใจ และทำให้เกิดการพัฒนาทางปัญญา ดังนั้นการใช้คำถามระดับสูงสามารถช่วยพัฒนาการให้เหตุผลของนักเรียนได้ อีกทั้งมีงานวิจัยของ อัมพร ม้าคนอง (2552, หน้า 101-102) เรื่องการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง พบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากการใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกจากนี้คำถามระดับสูงสามารถใช้ประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้อีกด้วย (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 167)

เนื่องจากรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ดังที่กล่าวมาข้างต้นซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนเป็นผู้ค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง หรือสร้างความรู้ใหม่ ๆ ด้วยตนเอง โดยผู้สอนใช้คำถามหรือสถานการณ์ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนใช้กระบวนการทางความคิดเพื่อค้นหาคำตอบและช่วยอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ด้านต่าง ๆ ซึ่งจะเห็นว่าการใช้คำถามเป็นบทบาทหนึ่งที่ครูควรทำในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้นี้ และจากความสำคัญของคำถามระดับสูงดังกล่าว ผู้วิจัยจึงจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง โดยมี คำถามระดับสูงสอดแทรกลงไปในขั้นตอนต่าง ๆ ของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ

สืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) เพื่อใช้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้ทำการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงและเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และครูผู้สอนคณิตศาสตร์ที่จะนำการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงไปประยุกต์ใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง กับเกณฑ์ร้อยละ 70

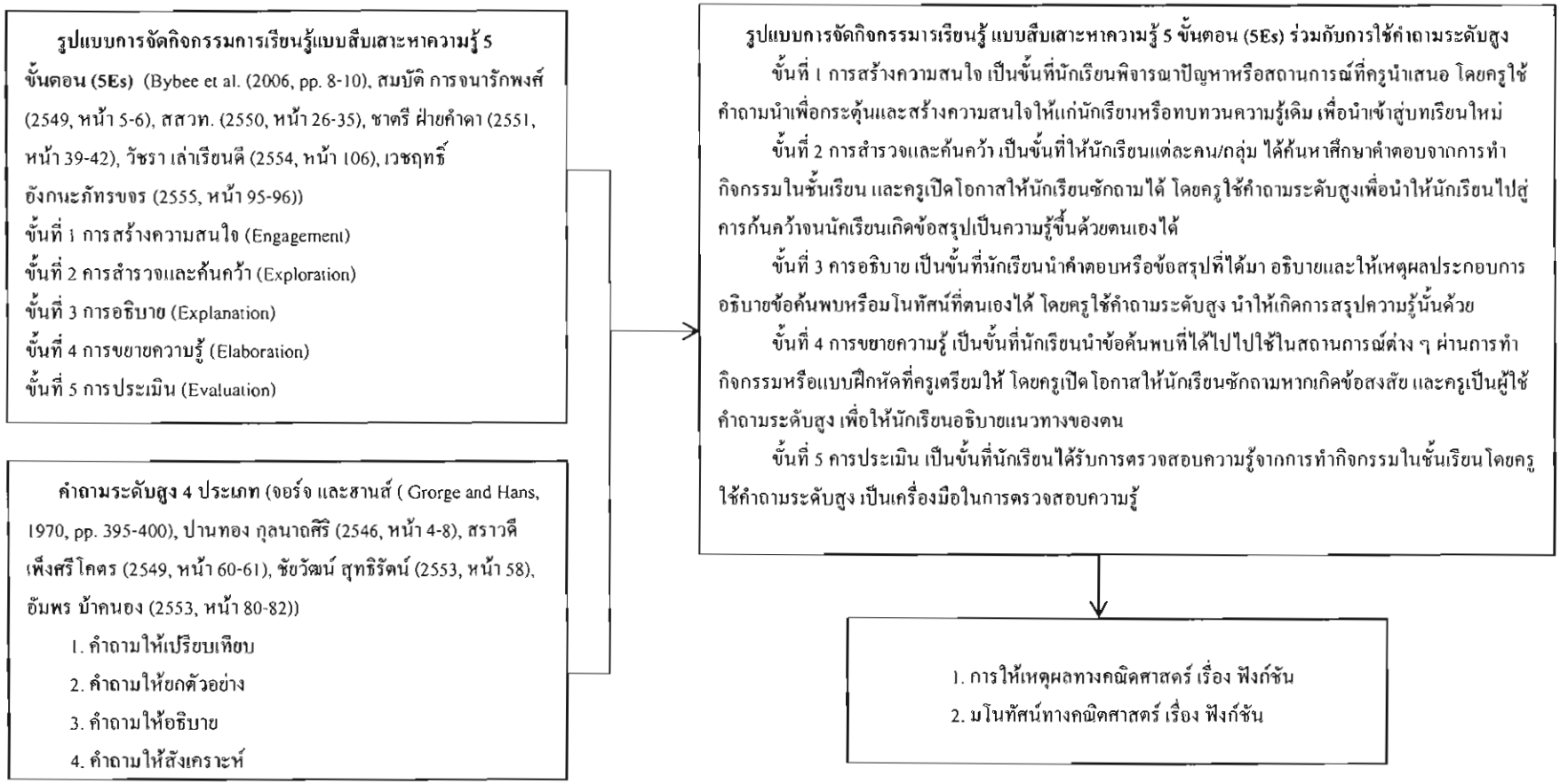
2. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง กับเกณฑ์ร้อยละ 70

สมมติฐานของการวิจัย

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

กรอบแนวคิดในการวิจัย



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

1. ได้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน

2. เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้กับผู้ที่สนใจ

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สายวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนดัดตรุณี อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา จำนวน 4 ห้องเรียน รวมจำนวนนักเรียน 180 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สายวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 44 คน ซึ่งได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรต้น ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน
2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนดัดดรุณี เรื่องฟังก์ชัน จำนวน 14 คาบ ซึ่งมีเนื้อหา ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 เนื้อหาย่อยในเรื่องฟังก์ชัน

เรื่อง	จำนวน (คาบ)
ความหมายของฟังก์ชัน	2
ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งและฟังก์ชันทั่วถึง	2
ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด	2
ฟังก์ชันพหุนาม	2
การดำเนินการของฟังก์ชัน	2
ฟังก์ชันประกอบ	2
ฟังก์ชันผกผัน	2
รวม	14

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการสอนด้วยตนเองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โดยใช้เวลาในการทำวิจัยจำนวน 16 คาบ คาบละ 50 นาที โดยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 14 คาบ และเป็นการทดสอบ 2 คาบ คือทดสอบหลังเรียนวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน 1 คาบ และ ทดสอบหลังเรียนวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน 1 คาบ

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนเป็นผู้ค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง หรือสร้างความรู้ใหม่ ๆ ด้วยตนเอง โดยผู้สอนใช้คำถามหรือสถานการณ์ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนใช้กระบวนการทางความคิดเพื่อค้นหาคำตอบและช่วยอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ด้านต่าง ๆ ที่ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน โดยแต่ละขั้นจะมีการสอดแทรกคำถามระดับสูงเพื่อให้นักเรียนเกิดองค์ความรู้ หรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลที่ชัดเจนขึ้น โดยมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 การสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นขั้นที่นักเรียนพิจารณาปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ครูนำเสนอ โดยครูใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นและสร้างความ

สนใจให้แก่นักเรียนหรือตรวจสอบ ทบทวนความรู้และประสบการณ์เดิมของนักเรียน เพื่อนำเข้าสู่บทเรียนใหม่

ขั้นที่ 2 การสำรวจและค้นคว้า (Exploration) เป็นขั้นที่นักเรียนแต่ละคน/ กลุ่ม ศึกษาค้นคว้าหาความรู้ ดำเนินการสำรวจ ตรวจสอบ รวบรวมข้อมูล และหาคำตอบหรือสร้างข้อสรุปที่เป็นความคิดรวบยอดหรือองค์ความรู้ขึ้นด้วยตนเองจากการทำกิจกรรมในชั้นเรียน และครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามได้ โดยครูใช้คำถามระดับสูงเพื่อนำให้นักเรียนไปสู่การค้นคว้าจนนักเรียนเกิดข้อสรุปเป็นความรู้ขึ้นด้วยตนเองได้

ขั้นที่ 3 การอธิบาย (Explanation) เป็นขั้นที่นักเรียนนำคำตอบหรือข้อสรุปที่เป็นความคิดรวบยอดหรือองค์ความรู้ที่ได้มาวิเคราะห์ แปลผล หาข้อสรุป แล้วอธิบาย ข้อค้นพบที่ตนเองได้จากการสำรวจและค้นคว้าพร้อมแสดงเหตุผลประกอบ โดยครูใช้คำถามระดับสูง นำให้เกิดการสรุปความรู้นั้นด้วย

ขั้นที่ 4 การขยายความรู้ (Elaboration) เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้หรือข้อค้นพบที่ได้ไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์ใหม่ ๆ เพื่อขยายความรู้ให้กว้างขึ้น หรือมีความรู้ที่ลึกซึ้งขึ้นผ่านการทำกิจกรรมหรือแบบฝึกหัดที่ครูเตรียมให้ โดยครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามหากเกิดข้อสงสัย และครูเป็นผู้ใช้คำถามระดับสูงเพื่อให้นักเรียนอธิบายแนวทางของตน

ขั้นที่ 5 การประเมิน (Evaluation) เป็นขั้นที่นักเรียนได้รับการตรวจสอบความรู้จากการทำกิจกรรมในชั้นเรียน ว่านักเรียนมีความรู้อะไรบ้าง และมากน้อยเพียงใด โดยครูใช้คำถามระดับสูงเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบความรู้

2. คำถามระดับสูง หมายถึง คำถามที่ต้องการส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความคิดในระดับสูงในการตอบคำถามและช่วยพัฒนานักเรียนในด้านของทักษะความคิดและการให้เหตุผล ซึ่งคำถามระดับสูงประกอบไปด้วย

2.1. คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามให้นักเรียนได้คิดเปรียบเทียบความคล้ายคลึงความแตกต่าง หรือบอกความสัมพันธ์

2.2. คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามที่ให้นักเรียนยกตัวอย่างของสิ่งที่กำหนดให้

2.3. คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่ให้นักเรียนอธิบายโดยใช้ความรู้พื้นฐานที่มีตอบคำถามว่า ทำไม เพราะอะไร จึงเป็นเช่นนั้น เป็นต้น

2.4. คำถามให้สังเคราะห์ เป็นคำถามให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลย่อย ๆ ขึ้นเป็นหลักการหรือแนวคิดใหม่

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบายหรือแสดงแนวคิดโดยใช้หลักการ สมบัติ นิยาม กฎ หรือทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ ประกอบ

คำตอบอย่างสมเหตุสมผล โดยวัดจากแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ

4. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของบุคคลในการอธิบายความรู้ ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เรียน โดยมีการอ้างอิงโครงสร้าง บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องนั้น ๆ โดยวัดจากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ

5. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนเฉลี่ยขั้นต่ำที่จะยอมรับว่านักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ได้จากคะแนนสอบหลังเรียน แล้วนำคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละเทียบกับเกณฑ์ โดยที่ผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม ซึ่งอยู่ในระดับดี ตามกระทรวงศึกษาธิการ (2552 ข, หน้า 14)

6. นักเรียน หมายถึง ผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สาย วิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนดัดดรุณี อำเภอเมืองฉะเชิงเทรา จังหวัดฉะเชิงเทรา จำนวน 180 คน

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่องผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
   1.1 ความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
   1.2 คุณภาพนักเรียน
   1.3 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้
2. หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนดัตตรุณี: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
   2.1 คำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
   2.2 ผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้
3. รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)
   3.1 ประวัติความเป็นมาของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)
   3.2 ความหมายของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)
   3.3 ขั้นตอนรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)
   3.4 บทบาทของครูในการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)
   3.5 บทบาทของนักเรียนในการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)
   3.6 ข้อดี-ข้อจำกัดในการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)

4. คำถามระดับสูง

4.1 ความหมายของคำถามระดับสูง

4.2 ความสำคัญของคำถามระดับสูง

4.3 ประเภทของคำถามระดับสูง

5. รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง

6. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

6.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

6.2 ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

6.3 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

6.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

6.5 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

6.5.1 แนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

6.5.2 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

7. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

7.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

7.2 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

7.3 การพัฒนาให้เกิดมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

7.4 การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

8. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

8.1 งานวิจัยภายในประเทศ

8.2 งานวิจัยต่างประเทศ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จัดทำขึ้นเพื่อให้สถานศึกษาได้นำไปใช้เป็นกรอบและทิศทางและจัดการเรียนการสอน อีกทั้งมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดยังช่วยให้เกิดความชัดเจนเรื่องการวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ซึ่งครอบคลุมนักเรียนทุกกลุ่มเป้าหมายในการศึกษาระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551, หน้า 2-3)

ความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552 ค, หน้า 1)

คุณภาพนักเรียน

เมื่อนักเรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 นักเรียนจะต้องมีคุณลักษณะดังต่อไปนี้ (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551, หน้า 6)

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริงจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ หาค่าประมาณของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังโดยใช้วิธีการคำนวณที่เหมาะสมและสามารถนำสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ได้

2. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้คาดคะเนระยะทาง ความสูง และแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

3. มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซต การดำเนินการของเซต และใช้ความรู้เกี่ยวกับแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์แสดงเซตไปใช้แก้ปัญหา และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล

4. เข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้

5. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สามารถใช้ความสัมพันธ์และฟังก์ชันแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

6. เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต และสามารถหาพจน์ทั่วไปได้ เข้าใจความหมายของผลบวกของ n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต และหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้ได้

7. รู้และเข้าใจการแก้สมการ และอสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสอง รวมทั้งใช้กราฟของสมการ อสมการ หรือฟังก์ชันในการแก้ปัญหา

8. เข้าใจวิธีการสำรวจความคิดเห็นอย่างง่าย เลือกใช้ค่ากลางได้เหมาะสมกับข้อมูลและวัตถุประสงค์ สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นไทล์ของข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลไปช่วยในการตัดสินใจ

9. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ ประกอบการตัดสินใจ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

10. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากคุณภาพของนักเรียนดังกล่าวเมื่อนักเรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 แล้วนักเรียนจะมีความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องระบบจำนวนจริง อัตราส่วนตรีโกณมิติ เซต การอ้างเหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม การแก้สมการและอสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสอง สถิติและความน่าจะเป็น และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งในงานวิจัยครั้งนี้นักเรียนสามารถนำความรู้พื้นฐานเรื่องมโนทัศน์เกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชันและทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสมไปใช้ในเรื่องฟังก์ชันได้

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคนดังนี้ (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551, หน้า 2-3)

สาระที่ 1จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1	เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง
มาตรฐาน ค 1.2	เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา
มาตรฐาน ค 1.3	ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematicalmodel) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากสาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ข้างต้นผู้วิจัยใช้สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทาง

คณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยมีตัวชี้วัด ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 มาตรฐานและตัวชี้วัดที่ใช้ในงานวิจัย

มาตรฐาน	ตัวชี้วัด
มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	1. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนดัดดรุณี: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนดัดดรุณี อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา มีรายวิชาที่เปิดสอนในหลักสูตรนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้แก่ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม และรายวิชาคณิตศาสตร์พิเศษ ซึ่งผู้วิจัยใช้เนื้อหารายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมในการวิจัย โดยมีรายละเอียดดังนี้

คำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนดัดดรุณี อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรามี 2 รายวิชา ได้แก่ ค31201 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 1 และ ค31202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 โดยผู้วิจัยใช้เนื้อหาในรายวิชา ค31202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 ซึ่งมีการจัดการเรียนในภาคเรียนที่ 2 เวลา 80 ชั่วโมง จำนวน 2.0 หน่วยกิต มีรายละเอียดของคำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 ดังนี้

เมทริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์ สัญลักษณ์ของเมทริกซ์ สมบัติของเมทริกซ์ ดีเทอร์มิแนนต์ การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น การแก้ระบบสมการ โดยวิธีดีเทอร์มิแนนต์ การแก้ระบบสมการ โดยวิธีดำเนินการดามแถวเบื้องต้น

ฟังก์ชัน ฟังก์ชันโพลิโนเมียล ฟังก์ชันคอมโพสิท ฟังก์ชันอินเวอร์ส พีชคณิตของฟังก์ชัน

เรขาคณิตวิเคราะห์ เส้นตรง ระยะระหว่างจุดสองจุด จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด ความชันของเส้นตรง เส้นขนาน เส้นตั้งฉาก ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุดภาคตัดกรวย วงกลม พาราโบลา วงรี ไฮเพอร์โบลา

โดยจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่ใกล้ตัวให้ผู้เรียน ได้ศึกษาค้นคว้า โดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงาน เพื่อพัฒนาทักษะ/ กระบวนการ ในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิดทักษะกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ มีความรอบคอบมีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

การวัดผลและประเมินผล ใช้วิธีที่หลากหลายตามสภาพความเป็นจริงให้สอดคล้องกับเนื้อหาและทักษะที่ต้องการวัด

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้เนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน ฟังก์ชันโพลิโนเมียล ฟังก์ชันคอมโพสิท ฟังก์ชันอินเวอร์ส พีชคณิตของฟังก์ชัน และกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะ/ กระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการวัดผลและประเมินผลซึ่งใช้วิธีที่หลากหลายตามสภาพความเป็นจริงให้สอดคล้องกับเนื้อหาและทักษะที่ต้องการวัด

ผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้

ผู้วิจัยได้ศึกษาเกี่ยวกับผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ของรายวิชา ค31202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้รายวิชา ค31202

ที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	เวลา (คาบ)
1.	ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเมทริกซ์และการ ดำเนินการของเมทริกซ์ 2. หาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกไม่เกิน	- เมทริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์ - สัญลักษณ์ของเมทริกซ์ - สมบัติของเมทริกซ์ - ดีเทอร์มิแนนต์ - การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น - การแก้ระบบสมการ โดยวิธี	20

ตารางที่ 3 (ต่อ)

ที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	เวลา (คาบ)
		สี่ได้ 3. วิเคราะห์และหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นได้	ดีเทอร์มิแนนต์ - การแก้ระบบสมการโดยวิธีดำเนินการตามแถวเบื้องต้น	
2.	ฟังก์ชัน	4. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชัน และสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาได้ 5. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้	- ฟังก์ชัน - ฟังก์ชันโพลินอเมียล - ฟังก์ชันคอมโพสิท - ฟังก์ชันอินเวอร์ส - พีชคณิตของฟังก์ชัน	18
3.	เรขาคณิตวิเคราะห์	6. หาระยะทางระหว่างจุดสองจุด จุดกึ่งกลาง ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุดได้ 7. หาความชันของเส้นตรง สมการเส้นตรง เส้นขนาน เส้นตั้งฉาก และนำไปใช้ได้	- สมการเส้นตรง - เส้นขนาน - เส้นตั้งฉาก - สมการวงกลม - สมการวงรี - สมการพาราโบลา - สมการไฮเพอร์โบลา	42

จากผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนดัดดรุณี อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทราข้างต้น ผู้วิจัยใช้หน่วยการเรียนรู้เรื่องฟังก์ชัน โดยมีผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 ผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ที่ใช้ในงานวิจัย

ชื่อหน่วยการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	เวลา (คาบ)
ฟังก์ชัน	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชัน และสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาได้ 2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้	- ฟังก์ชัน - ฟังก์ชันโพลินอเมียล - ฟังก์ชันคอมโพสิท - ฟังก์ชันอินเวอร์ส - พีชคณิตของฟังก์ชัน	18

หมายเหตุ เนื่องจากในหน่วยการเรียนรู้เรื่อง ฟังก์ชัน ของทางโรงเรียนดัดดรุณี เป็นหน่วยการเรียนรู้ที่ประกอบไปด้วยเรื่องความสัมพันธ์ รวมกับเรื่องฟังก์ชัน เป็นเวลา 18 หน่วย ซึ่งผู้วิจัยได้ทำการวิจัยเฉพาะเรื่องฟังก์ชัน จึงใช้เวลาเพียง 14 คาบ

รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)

ประวัติความเป็นมาของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)

นักศึกษากลุ่ม BSCS (Biological sciences curriculum study) ได้กล่าวถึงประวัติความเป็นมาของของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)โดยมีแนวความคิดพื้นฐานมาจากโจฮันน์ เฮอบาร์ท (Johann Herbart), จอห์น ดุย (John Dewey), ฮีอิส, โอบรัน และ ฮูฟแมน (Heiss, Obourn & Hoffman) และมีการนำรายละเอียดทางจิตวิทยาของเจไมรอน แอทคิน (J. Myron Atkin) และโรเบิร์ตคาร์ปลัส (Robert Karplus) มาใช้เป็นต้นแบบในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5Es ดังนี้ (Bybee et al., 2006)

แนวความคิดพื้นฐานของโจฮันน์ฟรีดริช เฮอบาร์ท (Johann Friedrich Herbart)

โจฮันน์ฟรีดริช เฮอบาร์ท เป็นนักปรัชญาชาวเยอรมัน ที่มีอิทธิพลต่อการศึกษาในประเทศอเมริกาในช่วงศตวรรษที่ 20 วัตถุประสงค์หลักของการศึกษาของเฮอบาร์ท คือ การพัฒนาคุณลักษณะเฉพาะของนักเรียน เฮอบาร์ทจึงได้พิจารณาแนวคิดที่จะเป็นพื้นฐานการสร้างกรอบของจิตใจ และแนวความคิดในการเรียนด้วยประสาทสัมผัส และเฮอบาร์ทสนใจที่จะสร้างและพัฒนาโครงสร้างทางความคิดที่จะพัฒนาคุณลักษณะเฉพาะของนักเรียนแต่ละคน

เฮอบาร์ทได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับการเรียนการสอนที่น่าสนใจไว้ 2 ข้อ คือ

ข้อแรกการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพจะต้องประกอบด้วย ความสนใจเรียนของนักเรียน โดยความสนใจเรียนของนักเรียนได้ถูกแบ่งออกเป็น 2 ประการ ประการแรก คือ มาจากประสบการณ์ตรง ประการที่สอง คือ มาจากการปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ซึ่งการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์สามารถใช้ธรรมชาติเข้ามาเป็นประโยชน์ได้ง่าย โดยครูอาจจะนำวัตถุสักชิ้นหนึ่งเข้ามาเพื่อช่วยให้นักเรียน แสดงความคิดเห็นต่อสิ่งนั้น

ข้อสองรูปแบบการเรียนการสอนจะเป็นแบบการสร้างมโนทัศน์ ซึ่งสิ่งที่สำคัญมาก ก็คือการเชื่อมโยงความรู้ ซึ่งความคิดใหม่จะต้องมีการเกี่ยวโยงสู่ความคิดเดิม สิ่งนี้เป็นจุดที่น่าสนใจของการเรียนการสอน

เฮอบาร์ทได้สรุปรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยเริ่มจากความรู้เดิมและประสบการณ์เดิมของนักเรียน และต่อด้วยความรู้ใหม่ที่นักเรียนได้รับ มาเชื่อมโยงให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์หรือความคิดรวบยอด การสอนที่ดีจะช่วยให้นักเรียนค้นพบความสัมพันธ์ต่าง ๆ ครูผู้สอนจะแนะนำคำถามและแนะนำวิธีการแบบอ้อม ๆ และขั้นต่อมาครูจะอธิบายสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่เรากำลังจะเรียน โดยไม่คาดหวังว่านักเรียนจะค้นพบสิ่งใดในตอนสุดท้าย ครูจะให้นักเรียนอธิบายความเข้าใจผ่านสถานการณ์ใหม่ ๆ สามารถสรุปรูปแบบของเฮอบาร์ทได้ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของเฮอบาร์ท

ขั้น	สาระสำคัญ
ขั้นเตรียม (Preparation)	ครูทบทวนประสบการณ์เดิมให้นักเรียน
ขั้นนำเสนอ (Presentation)	ครูแนะนำประสบการณ์ใหม่และเชื่อมโยงกับประสบการณ์เก่า
ขั้นทั่วไป (Generalization)	ครูอธิบายแนวคิดและพัฒนามโนทัศน์ให้นักเรียน
ขั้นประยุกต์ (Application)	ครูให้นักเรียนแสดงถึงประสบการณ์ใหม่ที่ได้รับ และแนวคิดที่จะนำไปประยุกต์ใช้

แนวความคิดพื้นฐานของจอห์น ดุย (John Dewey)

จอห์น ดุยเดิมเป็นครูสอนวิทยาศาสตร์ และได้คิดรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชื่อมต่อระหว่างแนวคิดของดุยและการสืบเสาะทางวิทยาศาสตร์ ซึ่งสามารถสรุปออกมาได้เป็นคุณสมบัติที่จำเป็นได้ดังนี้ 1) การกำหนดปัญหา 2) การสังเกตเงื่อนไขที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่เกิดขึ้น 3) การกำหนดสมมติฐานสำหรับการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้น 4) การขยายขั้นตอนการทำงานหรือหาวิธี

แก้ปัญหา และ 5) การพิจารณาว่าวิธีการแก้ปัญหาใดจะให้ทางออกที่ดีที่สุดสำหรับปัญหานั้น โดยรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการรู้ของจอห์น ดุยเป็นดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของจอห์น ดุย

ขั้น	สาระสำคัญ
ขั้นสร้างสถานการณ์ที่น่าสนใจ (Sensing Perplexing Situations)	ครูนำเสนอประสบการณ์ที่นักเรียนจะรู้สึกว่าเป็นปัญหา
ขั้นชี้แจงปัญหา (Clarifying the problem)	ครูจะช่วยให้นักเรียนระบุและกำหนดปัญหา
ขั้นการกำหนดสมมติฐานเบื้องต้น (Formulating a tentative hypothesis)	ครูให้โอกาสสำหรับนักเรียนที่จะสร้างสมมติฐานและพยายามที่จะสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ที่เป็นปัญหาและประสบการณ์เดิมของนักเรียน
ขั้นทดสอบสมมติฐาน (Testing the hypothesis)	ครูให้นักเรียนมีการทดลองที่หลากหลายประเภทเพื่อทดสอบสมมติฐาน
ขั้นการตรวจสอบสมมติฐาน (Revising rigorous tests)	ครูแสดงการทดสอบว่ามีทั้งการยอมรับสมมติฐานและการปฏิเสธสมมติฐาน
ขั้นการแก้ปัญหา (Acting on the solution)	ครูถามนักเรียนและให้นักเรียนอธิบายความคิดใหม่ที่ได้สรุปและแสดงให้เห็นว่าสามารถทำได้จริง

แนวความคิดพื้นฐานของอิส, โอบรัน และ ฮูฟแมน (Heiss, Obourn & Hoffman)

ในปี 1950 ฮีอิส, โอบรัน และ ฮูฟแมน (Heiss, Obourn & Hoffman) ได้ปรับปรุงรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของดุย และเรียกชื่อว่า วัฏจักรการเรียนรู้ ดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 วัฏจักรการเรียนรู้ของฮีอิส, โอบรัน และ ฮูฟแมน

ขั้น	สาระสำคัญ
สำรวจบทเรียน (Exploring the unit)	นักเรียนสังเกต อธิบายให้เหตุผลเพื่อตั้งคำถาม เสนอสมมติฐานเพื่อตอบคำถาม และวางแผนการทดลอง
ประสบการณ์ที่ได้รับ (Experience getting)	นักเรียนทดสอบสมมติฐาน เก็บรวมรวมและแปลผลข้อมูล และสร้างข้อสรุป
การจัดความรู้อย่างเป็นระบบ (Organization of learning)	นักเรียนจัดเตรียมข้อมูล ผลลัพธ์ และข้อสรุป ที่ได้จากการทดลอง
การประยุกต์ใช้ความรู้ (Application of learning)	นักเรียนนำข้อมูล ความคิดรวบยอดและทักษะไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่

แนวความคิดพื้นฐานวัฏจักรการเรียนรู้ แอทคิน - คาร์ปลัส (The Atkin-Karplus learning cycle)

ในช่วงปลายปี 1950 และในช่วงต้นปี 1960 ยุคของการปฏิรูปหลักสูตร รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้รับความนิยมเป็นอย่างมากซึ่งวัฏจักรการเรียนรู้ แอทคิน-คาร์ปลัสเป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ถูกจัดให้เป็นกลยุทธ์ขั้นพื้นฐานเพื่อพัฒนาบทเรียนโดยการศึกษาวิทยาศาสตร์ประถมศึกษา (Elementary science study: ESS) ซึ่งได้รับการยอมรับอย่างกว้างขวางจากการศึกษาการพัฒนาหลักสูตรต่าง ๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการศึกษาการพัฒนาหลักสูตรวิทยาศาสตร์ (Science curriculum improvement study: SCIS) ซึ่งวัฏจักรการเรียนรู้ แอทคิน-คาร์ปลัสถูกใช้เป็นรูปแบบการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์ (SCIS) แบ่งออกเป็นสามขั้นตอนประกอบด้วย การสำรวจเบื้องต้น การประดิษฐ์และการค้นพบดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 รูปแบบการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์(SCIS)

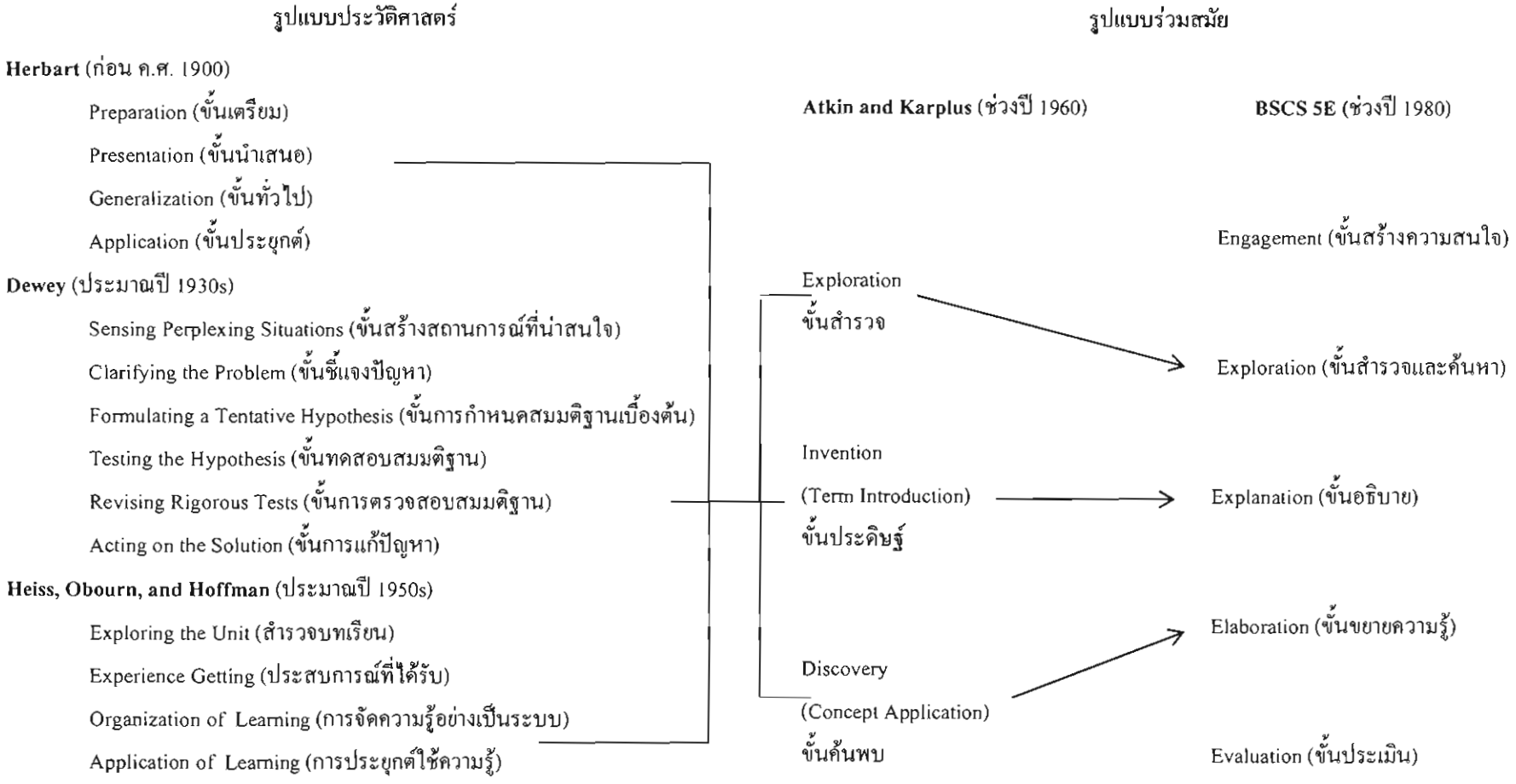
ขั้นตอน	สาระสำคัญ
ขั้นสำรวจ (Exploration)	นักเรียนมีประสบการณ์ครั้งแรกกับปรากฏการณ์
ขั้นประดิษฐ์ (Invention)	นักเรียนได้รับการแนะนำให้รู้จักกับคำศัพท์ใหม่ที่เกี่ยวข้องกับแนวความคิดที่มีวัตถุประสงค์ของการศึกษา
ขั้นค้นพบ (Discover)	นักเรียนนำแนวคิดและคำศัพท์ที่เกี่ยวข้องไปใช้ในสถานการณ์ใหม่

หลังจากนั้นในกลางปี 1980 BSCS ได้นำวัฏจักรการเรียนรู้ของแอทคิน-คาร์ปลัสหรือรูปแบบการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์ (SCIS) เป็นแนวคิดพื้นฐานในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยมีการเพิ่มขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์ (SCIS) และเรียกชื่อใหม่เป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้5E ของ BSCS ซึ่งสามารถเปรียบเทียบมีขั้นตอนของรูปการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ SCIS และ รูปการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5E ของ BSCS ดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 การเปรียบเทียบขั้นตอนของรูปการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ SCIS และ รูปการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5E ของ BSCS

รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ SCIS	**รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5E ของ BSCS**
	Engagement (ขั้นตอนใหม่)
ขั้นสำรวจ (Exploration)	Exploration (ปรับปรุงจาก SCIS)
ขั้นประดิษฐ์ (Invention)	Explanation (ปรับปรุงจาก SCIS)
ขั้นค้นพบ (Discover)	Elaboration (ปรับปรุงจาก SCIS)
	Evaluation (ขั้นตอนใหม่)

ซึ่งรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5E ของ BSCS มีจุดกำเนิด และมีการพัฒนาของรูปแบบการจัดกิจกรรมภารเรียนรู้ ดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 จุดกำเนิด และการพัฒนาของรูปแบบการจัดกิจกรรมเรียนรู้

จากการศึกษาประวัติความเป็นมาของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ทำให้ผู้วิจัยทราบถึงทฤษฎีพื้นฐานเกี่ยวกับรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) แนวคิดรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)ในรูปแบบเก่าจนกระทั่งมาเป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ในปัจจุบัน

ความหมายของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)

รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) เป็นรูปแบบหนึ่งของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ (สมบัติ การจนารักพงศ์, 2549, หน้า 3)โดยมีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ไว้ดังต่อไปนี้

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542, หน้า 16) ได้ให้ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ว่า หมายถึง การใช้คำถามที่มีความหมาย เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนสืบค้นหรือค้นหาคำตอบประเด็นปัญหาที่กำหนด

พรพิมล พรพีรชนม์ (2551, หน้า 127) ได้ให้ความหมายการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ว่า หมายถึง กระบวนการเรียนรู้ที่ผู้สอนฝึกให้ผู้เรียนรู้จักค้นคว้าหาความรู้ โดยใช้กระบวนการทางความคิดหาเหตุผล ผู้เรียนจะค้นพบความรู้ หรือแนวทางแก้ปัญหาที่ถูกต้องด้วยตัวเอง โดยผู้สอนตั้งคำถามประเภทกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้ความคิดหาวิธีการแก้ปัญหาได้เองและสามารถนำการแก้ปัญหานั้นมาปรับใช้ในชีวิตประจำวันได้ต่อไป

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2552, หน้า 331) ได้ให้ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ว่า หมายถึง การสอนที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนแสวงหาความรู้ด้วยตนเองโดยใช้วิธีการและกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ เป็นเครื่องมือในการค้นหาความรู้ที่ผู้เรียนยังไม่เคยมีความรู้นั้นมาก่อน จนสามารถออกแบบทดลองและทดสอบสมมติฐานได้

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2553, หน้า 136) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ คือ กระบวนการเรียนรู้ที่เน้นการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักศึกษาค้นคว้าหาความรู้ โดยผู้สอนตั้งคำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้กระบวนการทางความคิด หาเหตุผลจนค้นพบความรู้หรือแนวทางในการแก้ไขปัญหาที่ถูกต้องด้วยตนเอง สรุปเป็นหลักการ กฎเกณฑ์หรือวิธีการในการแก้ปัญหาและ สามารถนำไปประยุกต์ใช้ประโยชน์ในการควบคุม ปรับปรุง เปลี่ยนแปลงหรือสร้างสรรค์สิ่งแวดล้อมในสภาพการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างกว้างขวาง

วัชรา เล่าเรียนดี (2554, หน้า 101) ได้ให้ความหมายการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ว่า เป็นกระบวนการหรือวิธีคิด หรือวิธีแก้ปัญหาที่ผู้เรียนจะต้องมีการสังเกต รวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ และสังเคราะห์ข้อมูล และลงข้อสรุป รวมทั้งการใช้ทักษะการถามคำถามตั้งคำถามเพื่อการสืบเสาะและทักษะในการแก้ปัญหา

พิมพันธ์ เดชะคุปต์ (2555, หน้า 55) ได้ให้ความหมายการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ว่า หมายถึง การจัดการเรียนการสอนโดยวิธีให้นักเรียนเป็นผู้ค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง หรือสร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์ ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกเพื่อให้นักเรียนบรรลุเป้าหมาย

ทิศนา แขมมณี (2556, หน้า 141) ได้ให้ความหมายการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ว่า หมายถึง การดำเนินการเรียนการสอน โดยผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดคำถาม เกิดความคิด และลงมือเสาะแสวงความรู้ เพื่อนำมาประมวลหาคำตอบหรือข้อสรุปด้วยตนเอง โดยที่ผู้สอนช่วยอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ในด้านต่าง ๆ ให้แก่ผู้เรียน เช่น ในด้านการสืบค้นหาแหล่งความรู้ การศึกษาข้อมูล การวิเคราะห์ การสรุปข้อมูล การอภิปรายโต้แย้งทางวิชาการ และการทำงานร่วมกับผู้อื่น เป็นต้น

เนื่องจากรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) เป็นรูปแบบหนึ่งของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ และจากความหมายของการสอนแบบสืบเสาะที่กล่าวมาสรุปได้ว่า รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนเป็นผู้ค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง หรือสร้างความรู้ใหม่ ๆ ด้วยตนเอง โดยผู้สอนใช้คำถามหรือสถานการณ์เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนใช้กระบวนการทางความคิดเพื่อค้นหาคำตอบและช่วยอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ด้านต่าง ๆ ที่ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน

ขั้นตอนรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)

มีนักการศึกษาและสถาบันการศึกษา ได้กล่าวถึงขั้นตอนรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)ไว้ดังนี้

บาขบี และคณะ (Bybee et al., 2006, pp. 8-10) กล่าวถึงรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ไว้ดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นขั้นตอนแรกที่ครูจะยก วัตถุ ปัญหา สถานการณ์หรือเหตุการณ์ที่นักเรียนสนใจเข้าสู่กิจกรรมในชั้นเรียน ซึ่งกิจกรรมที่ครูยกมาให้นักเรียนนั้นต้องเชื่อมโยงความรู้เก่าของนักเรียน หรือเป็นกิจกรรมที่เป็นความเข้าใจที่ผิดพลาดของนักเรียนที่เคยเรียนรู้มา

2. ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) เป็นขั้นที่นักเรียนต้องการเวลาที่จะสำรวจกิจกรรมจากขั้นแรก ซึ่งขั้นตอนนี้นักเรียนจะมีการแนะนำและถกเถียงเกี่ยวกับ แนวคิด กระบวนการ หรือทักษะ ในระหว่างการกิจกรรมร่วมกัน และนักเรียนต้องสร้างความสัมพันธ์ สังเกตรูปแบบ การระบุตัวแปร และตั้งคำถาม เพื่อค้นหาคำตอบของสถานการณ์ข้างต้น

3. ขั้นอธิบาย (Explanation) เป็นขั้นที่นักเรียนต้องอธิบายสิ่งที่เป็นแนวคิดกระบวนการหรือทักษะ ให้ผู้อื่นรู้เรื่องหรือสามารถเข้าใจได้ง่าย ซึ่งในกระบวนการของการอธิบายนักเรียนและครูจะใช้คำศัพท์ที่รับรู้ร่วมกัน โดยประการแรกครูให้นักเรียนอธิบายโดยใช้คำพูดของนักเรียนเอง ประการที่สองครูจะอธิบายทางวิทยาศาสตร์หรือเทคโนโลยีในลักษณะที่เป็นทางการ และในขั้นตอนนี้ควรนำเสนอแนวคิดกระบวนการหรือทักษะในเวลาสั้น ๆ เพื่อให้เห็นได้ชัดและตรงไปตรงมา

4. ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) เป็นขั้นที่นักเรียนนำคำอธิบาย ความรู้ หรือคำศัพท์ที่ได้จากขั้นการอธิบาย ไปใช้ในประสบการณ์ที่เพิ่มเติม หรือขยาย หรือไปใช้อธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องหรือคล้ายกับสถานการณ์เดิม แต่ต้องเป็นสถานการณ์ใหม่

5. ขั้นประเมิน (Evaluation) เป็นขั้นตอนที่ครูต้องจัดการประเมินผลเพื่อตรวจสอบระดับความเข้าใจของนักเรียนแต่ละคน นอกจากนี้นักเรียนควรจะได้รับข้อมูลย้อนกลับ โดยการประเมินผลสามารถเกิดขึ้นได้ทุกขั้นตอนของรูปแบบ 5E ซึ่งครูสามารถดำเนินการประเมินผลอย่างเป็นทางการได้หลังจากขั้นตอนการขยายความรู้

สมบัติ การจนารักพงศ์ (2549, หน้า 5-6 อ้างถึงใน สสวท., 2546, หน้า 219-220) รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) มีขั้นตอนการจัดกิจกรรม 5 ขั้น ดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนหรือเรื่องที่น่าสนใจ ซึ่งอาจเกิดขึ้นเองจากความสงสัย หรืออาจเริ่มจากความสนใจของตัวนักเรียนเองหรือเกิดจากการอภิปรายในกลุ่ม เรื่องที่น่าสนใจอาจมาจากเหตุการณ์สำคัญที่กำลังเกิดขึ้นอยู่ในช่วงเวลานั้น หรือเป็นเรื่องที่เชื่อมโยงจากความรู้เดิมที่เพิ่งเรียนมาแล้ว เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนสร้างคำถามกำหนดประเด็นที่จะศึกษา

2. ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) เมื่อทำความเข้าใจในประเด็นหรือคำถามที่สนใจจะศึกษาอย่างถ่องแท้แล้ว ก็มีการวางแผนกำหนดแนวทางการสำรวจตรวจสอบ ตั้งสมมติฐาน กำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้ ลงมือปฏิบัติเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล ข้อสนเทศ หรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ วิธีการตรวจสอบอาจทำได้หลายวิธี เช่น ทำการทดลอง ทำกิจกรรมภาคสนาม การใช้

คอมพิวเตอร์เพื่อช่วยสร้างสถานการณ์จำลอง (Simulation) การศึกษาหาข้อมูลจากเอกสารอ้างอิง หรือแหล่งข้อมูลต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในขั้นต่อไป

3. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) เมื่อได้ข้อมูลอย่างเพียงพอจากการสำรวจตรวจสอบแล้วจึงนำข้อมูล ข้อสนเทศที่ได้มาวิเคราะห์ แปลผล สรุปผลและนำเสนอผลที่ได้ในรูปต่าง ๆ

4. ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) เป็นการนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิมหรือแนวคิดที่ได้ค้นคว้าเพิ่มเติมหรือนำแบบจำลองหรือข้อสรุปที่ได้ไปใช้อธิบายสถานการณ์หรือเหตุการณ์อื่น ๆ ทำให้เกิดความรู้กว้างขวางขึ้น

5. ขั้นประเมิน (Evaluation) เป็นการประเมินการเรียนรู้ด้วยกระบวนการต่าง ๆ ว่านักเรียนมีความรู้อะไรบ้าง อย่างไร และมากน้อยเพียงใด จากขั้นนี้จะนำไปสู่การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในเรื่องอื่น ๆ

สสวท. (2550, หน้า 26-35) กล่าวถึงขั้นตอนรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)ไว้ดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนหรือเรื่องที่น่าสนใจ ซึ่งอาจเกิดขึ้นเองจากความสงสัย หรืออาจเริ่มจากความสนใจของตัวนักเรียนเองหรือเกิดจากการอภิปรายในกลุ่ม เรื่องที่น่าสนใจอาจมาจากเหตุการณ์สำคัญที่กำลังเกิดขึ้นอยู่ในช่วงเวลานั้น หรือเป็นเรื่องที่เชื่อมโยงจากความรู้เดิมที่เพิ่งเรียนมาแล้ว

2. ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) เมื่อทำความเข้าใจในประเด็นหรือคำถามที่สนใจจะศึกษาอย่างถ่องแท้แล้ว ก็มีการวางแผนกำหนดแนวทางการสำรวจตรวจสอบ ตั้งสมมติฐาน กำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้ ลงมือปฏิบัติเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล ข้อสนเทศ หรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ โดยเลือกวิธีการตรวจสอบที่เหมาะสม

3. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) เมื่อได้ข้อมูลอย่างเพียงพอจากการสำรวจตรวจสอบแล้วจึงนำข้อมูล ข้อสนเทศที่ได้มาวิเคราะห์ แปลผล สรุปผลและนำเสนอผลที่ได้ในรูปต่าง ๆ การค้นพบในขั้นนี้อาจเป็นไปได้หลายทาง แต่ผลที่ได้จะอยู่ในรูปใดก็สามารถสร้างความรู้และช่วยให้เกิดการเรียนรู้ได้

4. ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) เป็นการนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิมหรือแนวคิดที่ได้ค้นคว้าเพิ่มเติมหรือนำแบบจำลองหรือข้อสรุปที่ได้ไปใช้อธิบายสถานการณ์หรือเหตุการณ์อื่น ๆ ถ้าใช้อธิบายเรื่องต่าง ๆ ได้มากก็แสดงว่าข้อจำกัดน้อย ซึ่งช่วยให้เชื่อมโยงกับเรื่องต่าง ๆ และทำให้เกิดความรู้กว้างขวางขึ้น

5. ขั้นประเมิน (Evaluation) เป็นการประเมินการเรียนรู้ด้วยกระบวนการต่าง ๆ ว่านักเรียนมีความรู้อะไรบ้าง อย่างไร และมากน้อยเพียงใด จากขั้นนี้จะนำไปสู่การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในเรื่องอื่น ๆ

ชาตรี ฝ่ายคำตา (2551, หน้า 39-42) กล่าวถึงขั้นตอนรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)ไว้ดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นขั้นกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจในกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนอาจสนใจวัตถุสิ่งของ ปัญหา เหตุการณ์ หรือสถานการณ์ต่าง ๆ กิจกรรมของขั้นนี้ควรจะเชื่อมโยงระหว่างกิจกรรมที่ได้เรียนแล้วกับกิจกรรมที่จะเรียนต่อไป

2. ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) เมื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจแล้ว นักเรียนจะใช้เวลาในการสำรวจและค้นหาแนวคิดของตน

3. ขั้นอธิบาย (Explanation) การอธิบายหมายถึงการกระทำหรือกระบวนการที่ทำให้เกิดความเข้าใจและความกระจ่างเกี่ยวกับแนวคิด กระบวนการ หรือทักษะ กระบวนการอธิบายจะทำให้นักเรียนและครูได้ใช้คำศัพท์ที่มีความสัมพันธ์กับประสบการณ์หรือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4. ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) เมื่อนักเรียนได้อธิบายสิ่งที่ตนเองเรียนรู้แล้ว นักเรียนควรได้มีโอกาสในการประยุกต์หรือขยายแนวคิด กระบวนการ ทักษะของตน นักเรียนบางคนอาจจะยังมีแนวคิดที่คลาดเคลื่อนหรือเข้าใจแนวคิดที่ตนเองเรียนรู้อย่างเดียว ขั้นขยายความรู้นี้จึงเป็นขั้นที่ช่วยให้นักเรียนได้เกิดความรู้ที่กว้างขวางขึ้น

5. ขั้นประเมิน (Evaluation) การประเมินอย่างไม่เป็นทางการจะเกิดขึ้นอยู่ตลอดเวลาในทุกขั้นตอนของกิจกรรมการเรียนรู้ สำหรับการประเมินอย่างเป็นทางการ ครูสามารถทำได้หลังจากขั้นขยายความรู้ ครูควรที่จะวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวังโดยอาจจะให้ทำแบบทดสอบเพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของนักเรียน และที่สำคัญคือทำให้นักเรียนมีโอกาสประเมินความเข้าใจของตนเองด้วย

วัชรา เล่าเรียนดี (2554, หน้า 106) กล่าวถึง ขั้นตอนรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)ไว้ดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจให้นักเรียน (Engage) โดยการตั้งคำถามให้คิด จุดประกายความคิดด้วยภาพ ด้วยข่าว หรือเหตุการณ์สำคัญ

2. ขั้นสำรวจและค้นหา (Explore) ให้นักเรียนร่วมกันค้นหาปัญหา ประเด็นสำคัญ

3. ขั้นอธิบาย (Explain) ส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายแนวคิด ความคิด การอ้างอิงเหตุผลต่าง ๆ

4. ขั้นขยายความรู้ (Elaborate) จัดโอกาสให้นำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ

5. ขั้นประเมินผล (Evaluate) ให้นักเรียนมีส่วนร่วมประเมินผลการเรียนของตนเองและเพื่อน

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 95-96) ได้แบ่งขั้นตอนรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)ได้แก่

ขั้นตอนที่ 1 การสร้างความสนใจ (Engagement) ในขั้นนี้ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่อยู่ในความสนใจของนักเรียน หรือเป็นเรื่องที่เชื่อมโยงกับความรู้เดิมของนักเรียน จากนั้นกระตุ้นให้นักเรียนสนใจ เกิดความอยากรู้อยากเห็น ยั่วยุ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 2 การสำรวจและค้นคว้า (Exploration) ในขั้นนี้ครูกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหา โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนดำเนินการสำรวจ ตรวจสอบ สืบค้น ทดลอง ค้นหา และรวบรวมข้อมูล และใช้วิธีการต่าง ๆ ในการหาคำตอบด้วยตนเอง

ขั้นตอนที่ 3 การอธิบาย (Explanation) เป็นขั้นที่ครูส่งเสริมให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากการสำรวจและค้นหามาตรวจสอบ วิเคราะห์ แปลผล หาข้อสรุป และอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นพร้อมทั้งนำเสนอในรูปแบบตาราง แผนภาพ กราฟ

ขั้นตอนที่ 4 การขยายความรู้ (Elaboration) ในขั้นนี้ครูจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ลึกซึ้งขึ้น หรือขยายกรอบความคิดกว้างขึ้นหรือเชื่อมโยงความรู้สู่สถานการณ์ใหม่ โดยใช้ความรู้ในขั้นที่ 3 มาใช้ในการอภิปรายเพื่อหาคำตอบ เพื่อนำไปสู่ความรู้ใหม่หรือความรู้ที่ลึกซึ้งยิ่งขึ้น

ขั้นตอนที่ 5 การประเมิน (Evaluation) เป็นการตรวจสอบความถูกต้องของความรู้ที่ได้ โดยให้นักเรียนได้วิเคราะห์ วิจารณ์แลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน อภิปราย ประเมินปรับปรุงเพิ่มเติมและสรุป

จากขั้นตอนรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ที่ได้กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสังเคราะห์เป็นขั้นตอนรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ได้ดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 สังเคราะห์ขั้นตอนรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)

รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)	แนวคิดนักการศึกษาและสถาบันการศึกษา						รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ของผู้วิจัย
	Bybee et al. (2006, pp. 8-10)	สมบัติ การจนารักพงศ์ (2549, หน้า 5-6)	สสวท. (2550, หน้า 26-35)	ชาตรี ฝ่ายคำตา (2551, หน้า 39-42)	วัชรา เล่าเรียนดี (2554, หน้า 106)	เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรชจร (2555, หน้า 95-96)	
ขั้นที่ 1 การสร้างความสนใจ (Engagement)	เป็นการยกสถานการณ์หรือเหตุการณ์ที่นักเรียนสนใจเข้าสู่กิจกรรมในชั้นเรียน	เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนหรือเรื่องที่น่าสนใจ กระตุ้นให้นักเรียนกำหนดประเด็นที่จะศึกษา	เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนหรือเรื่องที่น่าสนใจ อาจเป็นเรื่องที่เชื่อมโยงจากความรู้เดิมที่เพิ่งเรียนมา	กระตุ้นนักเรียนเกิดความสนใจในกิจกรรมการเรียนรู้	ตั้งคำถามให้คิด จุดประกายความคิดด้วยภาพ ข่าว หรือเหตุการณ์สำคัญ	เสนอปัญหาและกระตุ้นให้นักเรียนสนใจเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา	นักเรียนพิจารณาปัญหาหรือสถานการณ์ที่ครูนำเสนอ หรือทบทวนความรู้เดิม
ขั้นที่ 2 การสำรวจและค้นคว้า (Exploration)	นักเรียนต้องการเวลาที่จะสำรวจกิจกรรมจากขั้นแรก และมีการแนะนำและถกเถียงกัน	วางแผนการสำรวจตรวจสอบ ตั้งสมมติฐาน ลงมือปฏิบัติเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล	วางแผนการสำรวจตรวจสอบ ตั้งสมมติฐาน ลงมือปฏิบัติเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล	นักเรียนใช้เวลาในการสำรวจและค้นหาแนวคิดของตน	นักเรียนร่วมกันค้นหาปัญหาประเด็นสำคัญ	นักเรียนดำเนินการสำรวจ ตรวจสอบ สืบค้น ทดลอง ค้นหา และรวบรวมข้อมูล	นักเรียนแต่ละคน/กลุ่ม ได้ค้นหาศึกษาคำตอบจากการทำกิจกรรมในชั้นเรียน
ขั้นที่ 3 การอธิบาย (Explanation)	ขั้นที่นักเรียนต้องอธิบายแนวคิด กระบวนการ ให้ผู้อื่นรู้เรื่องหรือเข้าใจได้ง่าย	นักเรียนนำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์ แปลผล สรุปผล และนำเสนอ	นักเรียนนำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์ แปลผล สรุปผลและนำเสนอ	นักเรียนอธิบายแนวคิด และมีทักษะกระบวนการในการอธิบาย	นักเรียนอธิบายแนวคิด ความคิดการอ้างอิงเหตุผลต่าง ๆ	นำข้อมูลมาตรวจสอบวิเคราะห์ แปลผล และหาข้อสรุปพร้อมนำเสนอ	นักเรียนนำคำตอบหรือข้อสรุปที่ได้มาอธิบายและให้เหตุผลประกอบการอธิบาย

ตารางที่ 10 (ต่อ)

รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)	แนวคิดนักการศึกษาและสถาบันการศึกษา						รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)
	Bybee et al. (2006, pp. 8-10)	สมบัติ การจนารักพงศ์ (2549, หน้า 5-6)	สสวท. (2550, หน้า 26-35)	ชาตรี ฝ่ายคำตา (2551, หน้า 39-42)	วัชรา เล่าเรียนดี (2554, หน้า 106)	เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร (2555, หน้า 95-96)	
ขั้นที่ 4 การขยายความรู้ (Elaboration)	นักเรียนนำ ความรู้ ที่ได้ ไปใช้ในประสบการณ์ที่เพิ่มเติมอื่น ๆ	นำข้อสรุปที่ได้ไปใช้อธิบายสถานการณ์หรือเหตุการณ์อื่น ๆ	นำข้อสรุปที่ได้ไปใช้อธิบายสถานการณ์หรือเหตุการณ์อื่น ๆ	นักเรียนประยุกต์หรือขยายแนวคิดจากเดิม ทำให้ได้ความรู้ที่กว้างขวางขึ้น	จัดโอกาสให้นำแนวคิดไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ	นักเรียนทำกิจกรรมเพื่อให้มีความรู้ที่ลึกซึ้งขึ้น	นักเรียนนำข้อค้นพบที่ได้ไปไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ผ่านการทำกิจกรรมหรือแบบฝึกหัด
ขั้นที่ 5 การประเมิน (Evaluation)	ครูต้องจัดการประเมินผลเพื่อตรวจสอบระดับความเข้าใจของนักเรียนแต่ละคน	ประเมินด้วยกระบวนการต่าง ๆ	ประเมินด้วยกระบวนการต่าง ๆ	ครูวัดและประเมินผลการเรียนรู้โดยแบบทดสอบ	ครูให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการประเมินผลการเรียน	ครูตรวจสอบความถูกต้องของความรู้ที่ได้	นักเรียนได้รับการตรวจสอบความรู้จากการทำกิจกรรมในชั้นเรียน

จากตารางสังเคราะห์ขั้นตอนรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ดังกล่าวผู้วิจัยได้สรุปขั้นตอนรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นดอน (5Es) ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นขั้นที่นักเรียนพิจารณาปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ครูนำเสนอเพื่อกระตุ้นและสร้างความสนใจให้แก่นักเรียน หรือตรวจสอบ ทบทวนความรู้และประสบการณ์เดิมของนักเรียน เพื่อนำเข้าสู่บทเรียนใหม่

ขั้นที่ 2 การสำรวจและค้นคว้า (Exploration) เป็นขั้นที่นักเรียนแต่ละคน/ กลุ่ม ศึกษาค้นคว้าหาความรู้ ดำเนินการสำรวจ ตรวจสอบ รวบรวมข้อมูล และหาคำตอบหรือสร้างข้อสรุปที่เป็นความคิดรวบยอดหรือองค์ความรู้ขึ้นด้วยตนเอง

ขั้นที่ 3 การอธิบาย (Explanation) เป็นขั้นที่นักเรียนนำคำตอบหรือข้อสรุปที่เป็นความคิดรวบยอดหรือองค์ความรู้ที่ได้มาวิเคราะห์ แปลผล หาข้อสรุป แล้วอธิบาย ข้อค้นพบที่ตนเองได้จากการสำรวจและค้นคว้าพร้อมแสดงเหตุผลประกอบ โดยครูช่วยสรุปความรู้ที่นักเรียนได้มาอีกครั้ง

ขั้นที่ 4 การขยายความรู้ (Elaboration) เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์ใหม่ ๆ เพื่อขยายความรู้ให้กว้างขึ้น หรือมีความรู้ที่ลึกซึ้งขึ้นโดยมีครูเป็นผู้จัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ใหม่ให้กับนักเรียน

ขั้นที่ 5 การประเมิน (Evaluation) เป็นขั้นที่นักเรียนได้รับการตรวจสอบความรู้จากการทำกิจกรรมในชั้นเรียน ว่านักเรียนมีความรู้อะไรบ้าง และมากน้อยเพียงใด

บทบาทของครูในการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)

มีผู้กล่าวถึงบทบาทของครูในการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)ไว้ดังนี้

บายบี และคณะ (Bybee et al., 2006, pp. 34) ได้เสนอถึงบทบาทของครูในการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นดอน (5Es) ดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 บทบาทของครูในการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ของบายบี และคณะ

ขั้นตอนการเรียน	รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ของกลุ่ม BSCS: บทบาทครู	
	สอดคล้องกับ 5Es	ไม่สอดคล้องกับ 5Es
1. การสร้างความสนใจ (Engagement)	- สร้างความสนใจ - สร้างความอยากรู้อยากเห็น - ตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด - ดึงเอาคำตอบที่ยังไม่ครอบคลุมสิ่งที่นักเรียนรู้หรือแนวคิดหรือเนื้อหาสาระ	- อธิบายแนวคิด - ให้คำจำกัดความและคำตอบ - สรุปประเด็นให้ - จัดคำตอบให้เป็นหมวดหมู่ - บรรยาย
2. การสำรวจและค้นหา (Exploration)	- ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานร่วมกันในการสำรวจตรวจสอบ - สังเกตและฟังการโต้ตอบกันระหว่างนักเรียนกับนักเรียน - ซักถามเพื่อนำไปสู่การสำรวจตรวจสอบของนักเรียน - ให้เวลานักเรียนในการคิดข้อสงสัยตลอดจนปัญหาต่าง ๆ - ทำหน้าที่ให้คำปรึกษาแก่นักเรียน	- เตรียมคำตอบไว้ให้ - บอกหรืออธิบายวิธีการแก้ปัญหา - จัดคำตอบให้เป็นหมวดหมู่ - บอกนักเรียนเมื่อนักเรียนทำไม่ถูก - ให้ข้อมูลหรือข้อเท็จจริงที่ใช้ในการแก้ปัญหา - นำนักเรียนแก้ปัญหาทีละขั้นตอน
3. การอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation)	- ส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายแนวคิดหรือให้คำจำกัดความด้วยคำพูดของนักเรียนเอง - ให้นักเรียนแสดงหลักฐานให้เหตุผลและอธิบายให้กระจ่าง - ให้นักเรียนอธิบายให้คำจำกัดความและชี้บอกส่วนต่าง ๆ ในแผนภาพ - ให้นักเรียนใช้ประสบการณ์เดิมของตนเป็นพื้นฐานในการอธิบายแนวคิด หรือความคิดรวบยอด	- ยอมรับคำอธิบายโดยมีหลักฐานหรือมีเหตุผลประกอบ - ไม่สนใจคำอธิบายของนักเรียน - แนะนำนักเรียนโดยปราศจากการเชื่อมโยงแนวคิดหรือความคิดรวบยอดหรือทักษะ

ตารางที่ 11 (ต่อ)

ขั้นตอนการเรียน	รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ของกลุ่ม BSCS: บทบาทครู	
	สอดคล้องกับ 5Es	ไม่สอดคล้องกับ 5Es
4. การขยายความรู้ (Elaboration)	- คาดหวังให้นักเรียนได้ใช้ประโยชน์จากการชี้บอกส่วนประกอบต่าง ๆ ในแผนภาพคำจำกัดความและอธิบายสิ่งที่เรียนรู้มาแล้ว - ส่งเสริมให้นักเรียนนำสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้หรือขยายความรู้และทักษะในสถานการณ์ใหม่ - ให้นักเรียนอธิบายอย่างมีความหมาย - ให้นักเรียนอ้างอิงข้อมูลที่มีอยู่พร้อมทั้งแสดงหลักฐานและถามคำถามนักเรียนว่าได้เรียนรู้อะไรบ้างหรือได้แนวคิดอะไร	- ให้คำตอบที่ชัดเจน - บอกนักเรียนเมื่อนักเรียนทำไม่ถูก - ใช้เวลามากในการบรรยาย - นำนักเรียนแก้ปัญหาทีละขั้นตอน - อธิบายวิธีแก้ปัญหา
5. การประเมินผล (Evaluation)	- สังเกตนักเรียนในการนำแนวคิดและทักษะใหม่ไปประยุกต์ใช้ - ประเมินความรู้และทักษะนักเรียน - หาหลักฐานที่แสดงว่านักเรียนเปลี่ยนความคิดหรือพฤติกรรม - ให้นักเรียนประเมินการเรียนรู้และทักษะกระบวนการกลุ่ม - ถามคำถามปลายเปิดเช่นทำไมนักเรียนจึงคิดเช่นนั้น	- ทดสอบคำนิยามศัพท์และข้อเท็จจริง - ให้แนวคิดใหม่ - ทำให้คลุมเครือ - ส่งเสริมการอภิปรายที่ไม่เชื่อมโยงแนวคิดหรือทักษะ

สสวท. (2550, หน้า 26-35) ได้เสนอถึงบทบทของครูในการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ไว้ดังนี้

1. การสร้างความสนใจ (Engagement) สิ่งที่ครูควรทำ คือ

1.1 สร้างความสนใจ สร้างความอยากรู้อยากเห็น

1.2 ตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด

1.3 กระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น

1.4 กระตุ้นให้นักเรียนถามคำถามด้วยตัวเอง

2. การสำรวจและค้นหา (Exploration) สิ่งที่ครูควรทำ คือ

2.1 ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานร่วมกันในการสำรวจคำตอบ

2.2 สังเกตและฟังการโต้ตอบกันระหว่างนักเรียนกับนักเรียน

2.3 ซักถามเพื่อนำไปสู่การสำรวจคำตอบของนักเรียน

2.4 ให้เวลานักเรียนในการคิดข้อสงสัยตลอดจนปัญหาต่าง ๆ

2.5 ทำหน้าที่ให้คำปรึกษาแก่นักเรียน

3. การอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) สิ่งที่ครูควรทำ คือ

3.1 ส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายความคิดรวบยอดหรือแนวคิดหรือให้คำจำกัดความด้วยพูดของนักเรียนเอง

3.3 ให้นักเรียนแสดงหลักฐาน ให้เหตุผลประกอบการอธิบายให้ชัดเจน

3.4 ให้นักเรียนอธิบายคำจำกัดความ และชี้บอกส่วนประกอบต่าง ๆ ในแผนภาพ

3.5 กระตุ้นให้นักเรียนใช้ประสบการณ์และข้อมูลจากการสำรวจตรวจสอบในการอธิบายแนวความคิดหลัก

3.6 ให้คำศัพท์และคำอธิบาย (ทางเลือก) หลังจากนักเรียนแสดงความคิดเห็นของตนแล้ว

4. การขยายความรู้ (Elaboration) สิ่งที่ครูควรทำ คือ

4.1 ดึงความสนใจของนักเรียนให้เชื่อมโยงประสบการณ์ใหม่และประสบการณ์เดิม

4.2 ส่งเสริมให้นักเรียนนำสิ่งที่เรียนรู้อธิบายเหตุการณ์หรือความคิดใหม่

4.3 ส่งเสริมให้นักเรียนใช้คำศัพท์ทางวิทยาศาสตร์และนำคำอธิบายทางวิทยาศาสตร์ที่ครูได้เสนอแนะมาใช้

4.4 ถามคำถามเพื่อช่วยให้นักเรียนสรุปจากหลักฐาน (ประจักษ์พยาน) และข้อมูลอย่างมีเหตุผล

5. การประเมินผล (Evaluation) สิ่งที่ครูควรทำ คือ

5.1 สังเกตนักเรียนในการนำความคิดรวบยอดและทักษะใหม่ไปประยุกต์ใช้

5.2 ประเมินความรู้และทักษะของนักเรียน

5.3 หาหลักฐานที่แสดงว่านักเรียนได้เปลี่ยนความคิดหรือพฤติกรรม

5.4 ให้เวลานักเรียนในการเปรียบเทียบความคิดของตนเองและของคนอื่น

5.5 ให้นักเรียนประเมินความก้าวหน้าของตนเองเกี่ยวกับการเรียนรู้และทักษะกระบวนการกลุ่ม

5.6 ถามคำถามปลายเปิดเพื่อประเมินความเข้าใจของนักเรียน

ชาตรี ฝ่ายคำตา (2551, หน้า 39-42) ได้เสนอบทบาทของครูในการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ไว้ดังนี้

ตารางที่ 12 บทบาทของครูในการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ของชาตรี ฝ่ายคำ

ขั้นที่	บทบาทของครู
1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement)	- สร้างความสนใจ - สร้างความอยากรู้อยากเห็น - ตั้งคำถามหรือปัญหา - ตรวจสอบหรือหาความรู้เดิมของนักเรียนเกี่ยวกับแนวคิดหรือหัวข้อที่กำลังเรียน
2. ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration)	- สนับสนุนให้นักเรียนได้ทำงานเป็นกลุ่ม - สังเกตและฟังขณะนักเรียนทำงานและมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนร่วมชั้น - ถามคำถามเพื่อชี้ประเด็นให้นักเรียนรู้ทิศทางว่าเขากำลังตรวจสอบอะไร - ให้เวลากับนักเรียนในการสำรวจตรวจสอบ - เป็นที่ปรึกษา
3. ขั้นอธิบาย (Explanation)	- สนับสนุนให้นักเรียนอธิบายแนวคิดและนิยามตามความเข้าใจของนักเรียนเอง

ตารางที่ 12 (ต่อ)

ขั้นที่	บทบาทของครู
	- ถามนักเรียนเพื่อให้นักเรียนแสดงหลักฐานและสร้างความกระจ่างกับสิ่งที่สำรวจหรือค้นหา - เตรียมคำนิยาม คำอธิบายและคำศัพท์ใหม่ - ใช้ประสบการณ์เดิมของนักเรียนในการอธิบายแนวคิด
4. ขั้นขยายความรู้ (Elaboration)	- กระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นและแลกเปลี่ยนแนวคิดของตน - ให้ข้อมูลป้อนกลับ - จัดเตรียมประสบการณ์หรือสถานการณ์หรือปัญหาใหม่
5. ขั้นประเมิน (Evaluation)	- กระตุ้นให้นักเรียนประเมินความเข้าใจของตน - วัดและประเมินพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียน - ใช้เครื่องมือหรือแบบทดสอบการเรียนรู้ของนักเรียน

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 95-96) กล่าวถึงบทบาทของครูในการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ว่า

ขั้นตอนที่ 1 การสร้างความสนใจ (Engagement)

บทบาทของครู: สร้างความสนใจ สร้างความอยากรู้อยากเห็น ตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดและแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 2 การสำรวจและค้นคว้า (Exploration)

บทบาทของครู: ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานร่วมกันในการสำรวจตรวจสอบ สังเกตและฟังการโต้ตอบกันระหว่างนักเรียนกับนักเรียน ให้เวลานักเรียนในการคิดข้อสงสัยตลอดจนปัญหาต่าง ๆ และทำหน้าที่ให้คำปรึกษาแก่นักเรียน

ขั้นตอนที่ 3 การอธิบาย (Explanation)

บทบาทของครู: ส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายแนวคิดประกอบเหตุผล แสดงหลักฐานโดยใช้ประสบการณ์เดิมของตนเป็นพื้นฐานในการอธิบายแนวคิด

ขั้นตอนที่ 4 การขยายความรู้ (Elaboration)

บทบาทของครู: ส่งเสริมให้นักเรียนนำสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้หรือขยายความรู้และทักษะในสถานการณ์ใหม่

ขั้นตอนที่ 5 การประเมิน (Evaluation)

บทบาทของครู: สังเกตนักเรียนในการนำแนวคิดและทักษะใหม่ไปประยุกต์ใช้ ประเมินความรู้และทักษะนักเรียน หาหลักฐานที่แสดงว่านักเรียนเปลี่ยนความคิดหรือพฤติกรรม ให้นักเรียนได้ประเมินการเรียนรู้และทักษะกระบวนการกลุ่ม

จากบทบาทของครูผู้สอนข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า บทบาทของครูโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) เป็นดังนี้

ตารางที่ 13 บทบาทของครูในการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)

ขั้นที่	บทบาทของครูผู้สอน
1 การสร้างความสนใจ (Engagement)	สร้างความสนใจ ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดและแก้ปัญหาหรือตรวจสอบทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับแนวคิดหรือเนื้อหาที่กำลังเรียน
2 การสำรวจและค้นคว้า (Exploration)	ส่งเสริมให้นักเรียนคิดแก้ปัญหารวบรวมข้อมูลและซักถามเพื่อนำไปสู่การสำรวจคำตอบของนักเรียน และทำหน้าที่ให้คำปรึกษาแก่นักเรียน
3 การอธิบาย (Explanation)	สนับสนุนให้นักเรียนอธิบายความคิตรวบยอดหรือแนวคิดหรือให้คำจำกัดความด้วยพูดของนักเรียนเอง และให้นักเรียนแสดงหลักฐาน ให้เหตุผลประกอบการอธิบายให้ชัดเจน
4 การขยายความรู้ (Elaboration)	ส่งเสริมให้นักเรียนนำสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้หรือขยายความรู้และทักษะในสถานการณ์ใหม่
5 การประเมิน (Evaluation)	สังเกตนักเรียนในการนำแนวคิดและทักษะใหม่ไปประยุกต์ใช้ กระตุ้นให้นักเรียนประเมินความเข้าใจของตน มีการวัดและประเมินพัฒนาการเรียนรู้และทักษะของนักเรียนโดยใช้เครื่องมือหรือแบบทดสอบการเรียนรู้ของนักเรียน

บทบาทของนักเรียนในการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)

มีผู้กล่าวถึงบทบาทของนักเรียนในการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)ไว้ดังนี้

บายบี และคณะ (Bybee et al., 2006, pp. 33) ได้เสนอถึงบทบาทของนักเรียนในการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ดังตาราง

ตารางที่ 14 บทบาทของนักเรียนในการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ของบายบี และคณะ

ขั้นตอนการเรียน	รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ของกลุ่ม BSCS: บทบาทของนักเรียน	
	สอดคล้องกับ 5Es	ไม่สอดคล้องกับ 5Es
1. การสร้างความสนใจ (Engagement)	- ถามคำถามเช่น ทำไมสิ่งนี้จึงเกิดขึ้น ฉันได้เรียนรู้อะไรบ้างเกี่ยวกับสิ่งนี้	- ถามหาคำตอบที่ถูก - ตอบเฉพาะคำตอบที่ถูก - ยืนยันคำตอบหรือคำอธิบาย - ค้นหาวิธีการแก้ปัญหาวิธีเดียว
2. การสำรวจและค้นหา (Exploration)	- คิดอย่างอิสระแต่อยู่ในขอบเขต - ทดสอบการคาดคะเนและตั้งสมมติฐาน - คาดคะเนและตั้งสมมติฐานใหม่ - พยายามหาทางเลือกในการแก้ปัญหาและอภิปรายทางเลือกเหล่านั้นกับคนอื่น ๆ - บันทึกการสังเกตและให้ข้อคิดเห็น - ลงข้อสรุป	- ให้คนอื่นคิดและสำรวจตรวจสอบ - ทำงานเพียงลำพังโดยมีปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่นน้อยมาก - ปฏิบัติอย่างสับสน ไม่มีเป้าหมายที่ชัดเจน - เมื่อแก้ปัญหาได้แล้วก็ไม่คิดต่อ
3. การอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation)	- อธิบายการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ - ฟังคำอธิบายของคนอื่นอย่างคิดวิเคราะห์ - ถามคำถามเกี่ยวกับสิ่งที่คนอื่นได้อธิบาย - ฟังและพยายามทำความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งที่ครูอธิบาย	- อธิบายโดยไม่มีการเชื่อมโยงกับประสบการณ์เดิม - ยกตัวอย่างและประสบการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกัน

ตารางที่ 14 (ต่อ)

ขั้นตอนการเรียน	รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ของกลุ่ม BSCS: บทบาทของนักเรียน	
	สอดคล้องกับ 5Es	ไม่สอดคล้องกับ 5Es
	- ใช้ข้อมูลที่ได้จากการบันทึกการสังเกตประกอบคำอธิบาย	- ยอมรับคำอธิบายโดยไม่ให้เหตุผล - ไม่สนใจคำอธิบายของคนอื่นซึ่งมีเหตุผลพอที่จะเชื่อถือได้
4. การขยายความรู้ (Elaboration)	- นำการชี้บอกส่วนประกอบต่าง ๆ ในแผนภาพ คำจำกัดความ คำอธิบายและทักษะไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ที่คล้ายกับสถานการณ์เดิม - ใช้ข้อมูลเดิมในการถามคำถาม กำหนดจุดประสงค์ในการแก้ปัญหาตัดสินใจและออกแบบการทดลอง - ลงข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผลจากหลักฐานที่ปรากฏ - บันทึกการสังเกตและอธิบาย - ตรวจสอบความเข้าใจกับเพื่อน ๆ	- ปฏิบัติโดยไม่มีเป้าหมายที่ชัดเจน - ไม่สนใจข้อมูลที่มีอยู่ - อธิบายเหมือนกับที่ครูจัดเตรียมไว้หรือกำหนดให้ - ลงข้อสรุปโดยปราศจากหลักฐานหรือคำ อธิบายที่เป็นที่ยอมรับมาแล้ว - ตอบแค่เพียงว่าถูกหรือผิดและอธิบายให้คำ จำ กัดความโดยใช้ความจำ - ไม่สามารถอธิบายด้วยคำพูดของตนเอง
5. การประเมินผล (Evaluation)	- ตอบคำ ถามปลายเปิดโดยใช้การสังเกตหลักฐานและคำอธิบายที่ยอมรับมาแล้ว - แสดงออกถึงความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดหรือทักษะ - ประเมินความก้าวหน้าหรือความรู้ด้วยตนเอง - ถามคำถามที่เกี่ยวข้องเพื่อส่งเสริมให้มีการสำรวจตรวจสอบ	- ลงข้อสรุปโดยปราศจากหลักฐานหรือคำ อธิบายที่เป็นที่ยอมรับมาแล้ว - ตอบแค่เพียงว่าถูกหรือผิดและอธิบายให้จำกัดความโดยใช้ความจำ - ไม่สามารถอธิบายเพื่อแสดงความพอใจด้วยคำพูดของตนเอง

จากบทบาทของนักเรียนข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า บทบาทของนักเรียนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) เป็นดังนี้

ตารางที่ 15 บทบาทของนักเรียนในการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)

ขั้นที่	บทบาทของนักเรียน
1 การสร้างความสนใจ (Engagement)	ถามคำถาม เช่น ทำไมสิ่งนี้จึงเกิดขึ้น ฉันได้เรียนรู้อะไรบ้างเกี่ยวกับสิ่งนี้
2 การสำรวจและค้นคว้า (Exploration)	คิดอย่างอิสระแต่อยู่ในขอบเขต มีการคาดคะเน ตั้งสมมติฐานและพยายามหาทางเลือกในการแก้ปัญหา เพื่อตรวจสอบสมมติฐานนั้น และอภิปรายทางเลือกเหล่านั้นกับคนอื่น ๆ พร้อมทั้งบันทึกการสังเกต ให้ข้อคิดเห็น และลงข้อสรุป
3 การอธิบาย (Explanation)	อธิบายการแก้ปัญหาหรือคำตอบที่เป็นไปได้, ฟังคำอธิบายของคนอื่นอย่างคิดวิเคราะห์, ถามคำถามเกี่ยวกับสิ่งที่คนอื่นได้อธิบาย รวมทั้งฟังและพยายามทำความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งที่ครูอธิบาย
4 การขยายความรู้ (Elaboration)	นำการชี้บอกส่วนประกอบต่าง ๆ ในแผนภาพ คำจำกัดความ คำอธิบายและทักษะไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ที่คล้ายกับสถานการณ์เดิม
5 การประเมิน (Evaluation)	ตอบคำถามปลายเปิดโดยใช้การสังเกตหลักฐานและคำอธิบายที่ยอมรับมาแล้ว และต้องแสดงออกถึงความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดหรือทักษะ รวมทั้งประเมินความก้าวหน้าหรือความรู้ด้วยตนเอง และถามคำถามที่เกี่ยวข้องเพื่อส่งเสริมให้มีการสำรวจตรวจสอบ

ข้อดี – ข้อจำกัดในการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es)

เนื่องจากรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) นั้นเป็นรูปแบบหนึ่งของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงศึกษาข้อดี – ข้อจำกัดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ดังนี้

พิมพันธ์ เดชะคุปต์ (2544, หน้า 60-61) กล่าวถึงข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ไว้ ดังนี้

ข้อดี

1. เป็นการพัฒนาศักยภาพด้านสติปัญญา คือฉลาดขึ้น เป็นนักริเริ่มสร้างสรรค์ และนักจัดระเบียบ

2. การค้นพบด้วยตัวเอง ทำให้เกิดแรงจูงใจภายในมากกว่าการเรียนแบบท่องจำ

3. ฝึกให้นักเรียนรู้วิธีค้นหาความรู้ แก้ไขปัญหาด้วยตนเอง

4. ช่วยให้จดจำความรู้ได้นานและสามารถถ่ายโอนความรู้ได้

5. นักเรียนเป็นศูนย์กลางการเรียนการสอน จะทำให้การเรียนมีความหมายเป็นการเรียนที่มีชีวิตชีวา

6. ช่วยพัฒนาอัตมโนทัศน์แก่ผู้เรียน

7. ช่วยให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นว่าจะทำการสิ่งใด ๆ จะสำเร็จด้วยตัวเอง สามารถคิดและแก้ไขปัญหาด้วยตนเอง ไม่ย่อท้อต่ออุปสรรค

8. สามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

ข้อจำกัด

1. ใช้เวลามากในการสอนแต่ละครั้ง บางครั้งอาจได้เนื้อหาไม่ครบตามที่กำหนดไว้

2. ถ้าสถานการณ์ที่ครูสร้างไม่ชวนสงสัย ไม่ชวนติดตามจะทำให้นักเรียนเบื่อหน่ายไม่อยากเรียน

3. นักเรียนมีระดับสติปัญญาต่ำ หรือไม่มีการกระตุ้นมากพอจะไม่สามารถเรียนด้วยวิธีสอนแบบนี้ได้

4. เป็นการลงทุนสูงซึ่งอาจได้ผลไม่คุ้มค่ากับการลงทุน

5. ถ้านักเรียนไม่รู้จักหลักการทำงานกลุ่มที่ถูกต้องอาจทำให้นักเรียนหลีกเลี่ยงงานซึ่งไม่เกิดการเรียนรู้

6. ครูต้องใช้เวลาวางแผนมาก ถ้าครูมีภาระมากอาจเกิดปัญหาด้วยอารมณ์ซึ่งมีผลต่อบรรยากาศในห้องเรียน

7. ข้อจำกัดเรื่องเนื้อหาและสติปัญญาอาจทำให้นักเรียนไม่สามารถศึกษาด้วยวิธีการสอนแบบนี้

สาโรจ โศภีรักษ์ (2546, หน้า 79) กล่าวถึงข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ไว้ ดังนี้

ข้อดี

1. เป็นกิจกรรมที่ผู้เรียนต้องปฏิบัติด้วยตนเอง

2. กิจกรรมการสืบเสาะเป็นกิจกรรมที่ผู้เรียนกำหนดเอง ดังนั้นจึงเป็นการฝึกให้ผู้เรียนคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น

3. ส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดสร้างสรรค์

4. ทำให้ผู้เรียนทำงานด้วยกันเป็นทีมได้อย่างมีประสิทธิภาพ

5. ผู้เรียนสามารถทำงานตามความสามารถของผู้เรียน

ข้อจำกัด

1. ถ้ามีแหล่งความรู้จำกัดก็จะทำให้วิธีการแก้ปัญหาน้อยเกินไปทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้ไม่กว้างขวาง

2. ถ้าขาดการรายงานที่ดีจะทำให้เสียเวลามาก

3. ถ้าผู้เรียนขาดความกระตือรือร้นและขาดวินัยก็จะทำให้ผลที่ได้ไม่ตรงกับวัตถุประสงค์

4. ถ้าผู้สอนไม่เอาใจใส่ ติดตาม หรือขาดการดูแลที่ดี กระบวนการสืบเสาะก็จะไม่บรรลุ

พรพิมล พรพีรชนม์ (2551, หน้า 128) กล่าวถึงข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ไว้ ดังนี้

ข้อดี

1. ส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความคิดและสติปัญญาของตนเองอย่างมีอิสระ

2. ช่วยพัฒนาผู้เรียนให้เป็นคนช่างสังเกต มีเหตุผล ไม่เชื่ออะไรง่าย ๆ โดยขาดการตรวจสอบ

3. ช่วยเสริมสร้างความเชื่อมั่น และกล้าแสดงความคิดเห็น

ข้อจำกัด

1. ผู้เรียนจะต้องมีทักษะในการค้นคว้าหาความรู้

2. อาจต้องใช้เวลามากพอสมควรในการพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะในการเรียนรู้ด้วยวิธีการสอนแบบสืบเสาะ

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2552, หน้า 332) กล่าวถึงข้อดีของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ไว้ดังนี้

1. นักเรียนมีโอกาสได้พัฒนาความคิดอย่างเต็มที่ ได้ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง จึงมีความอยากเรียนรู้อยู่ตลอดเวลา

2. นักเรียนมีโอกาสได้ฝึกความคิดและฝึกการกระทำ ทำให้ได้เรียนรู้วิธีการจัดระบบความคิดและวิธีเสาะแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ทำให้ความรู้คงทนและถ่ายโยงการเรียนรู้ได้กล่าวคือ ทำให้สามารถจดจำได้นานและนำไปใช้ในสถานการณ์ใหม่อีกด้วย

3. นักเรียนเป็นศูนย์กลางของการเรียนการสอน

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2553, หน้า 142) กล่าวถึงข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ไว้ ดังนี้

ข้อดี

1. ผู้เรียนได้เรียนรู้วิธีค้นหาความรู้และแก้ปัญหาด้วยตนเอง

2. ความรู้ที่ได้มีคุณค่า มีความหมายสำหรับผู้เรียน เป็นประโยชน์และจดจำได้นาน สามารถเชื่อมโยงความรู้และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

3. เป็นวิธีการที่ทำให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจในการเรียนรู้ มีความอิสระ มีชีวิตชีวาและทำให้สนุกสนานกับการเรียนรู้

ข้อจำกัด

1. ใช้เวลามากในการเรียนรู้แต่ละครั้ง บางครั้งอาจได้สาระการเรียนรู้ไม่ครบถ้วนตามที่กำหนดไว้

2. ถ้าแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ง่ายหรือยากเกินไป ไม่เร้าใจหรือไม่น่าสนใจ จะทำให้ผู้เรียนเบื่อหน่ายไม่อยากเรียน

3. เป็นวิธีการที่มีการลงทุนสูง ซึ่งบางครั้งอาจได้ผลไม่คุ้มค่ากับการลงทุน

4. ผู้สอนต้องใช้เวลาในการวางแผนมาก

วัชรา เล่าเรียนดี (2554, หน้า 102) กล่าวถึงข้อดีของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ดังนี้

1. ผู้เรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเอง

2. คำตอบได้มาจากการสืบเสาะและสรุปด้วยตัวผู้เรียนเอง จึงจำได้นานเพราะจำด้วยความเข้าใจ

3. เป็นการกระตุ้นความคิดแบบสร้างสรรค์และคิดอย่างหลากหลายแนวทาง

4. เป็นการเน้นทักษะการคิดระดับสูง (คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และประเมินผล)

5. มีการบูรณาการทักษะการคิดทั้งความรู้หรือข้อมูลที่ผู้เรียนจะต้องจัดการกับข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีต่าง ๆ เช่น ใช้แผนที่ กราฟ และแผนภูมิประเภทต่าง ๆ เป็นต้น

จากคำกล่าวของนักการศึกษา สรุปได้ว่า ข้อดี – ข้อจำกัดในการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ไว้ ดังนี้

ข้อดี

1. เป็นการเรียนโดยผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง
2. พัฒนาและส่งเสริมด้านสติปัญญาของนักเรียน ให้นักเรียนได้คิดอย่างมีอิสระ
3. ฝึกให้นักเรียนเป็นคนช่างสังเกต มีเหตุผล
4. นักเรียนได้เรียนรู้วิธีค้นหาความรู้และแก้ปัญหาด้วยตนเอง
5. นักเรียนเกิดการเรียนรู้และจำได้นาน เพราะจำด้วยความเข้าใจ

ข้อจำกัด

1. ใช้เวลามากในการสอนแต่ละครั้ง บางครั้งอาจได้เนื้อหาไม่ครบตามที่กำหนดไว้
2. ถ้าสถานการณ์ที่ครูสร้างไม่ชวนสงสัย ไม่ชวนติดตาม หรือสถานการณ์ง่ายหรือยากเกินไป ไม่เร้าใจหรือไม่นาสนใจ จะทำให้ผู้เรียนเบื่อหน่ายไม่อยากเรียน
3. ถ้าผู้เรียนขาดความกระตือรือร้น ขาดวินัย หรือขาดทักษะการค้นหาข้อมูลก็จะทำให้ผลที่ได้ไม่ตรงกับวัตถุประสงค์
4. ถ้าผู้สอนไม่เอาใจใส่ ติดตาม หรือขาดการดูแลที่ดี กระบวนการสืบเสาะก็จะไม่บรรลุดามที่กำหนดไว้

จากข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ดังกล่าว ผู้วิจัยได้แบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลา และครบถ้วนดามหลักสูตร มีการยกสถานการณ์ที่น่าสนใจให้กับนักเรียน อีกทั้งผู้วิจัยได้ใช้คำถามระดับสูงเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นที่จะค้นหาข้อมูล รวมถึงมีการติดตาม ให้ความช่วยเหลือนักเรียนในทุกแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

คำถามระดับสูง

ความหมายของคำถามระดับสูง

การใช้คำถามระดับสูงเป็นเทคนิคการสอนรูปแบบหนึ่งซึ่งมีนักการศึกษาต่างประเทศและนักการศึกษาไทยได้กล่าวถึงความหมายของคำถามระดับสูงไว้ดังนี้

จอร์จและแร็ก (George & Wragg, 1993, p. 6) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า คำถามระดับสูงหมายถึง คำถามที่ต้องการคำตอบมากกว่าการให้นักเรียนบอกข้อความจริง/ ความหมาย ความจำ

หรือให้ยกตัวอย่าง แต่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ สรุปอ้างอิง ตัวอย่างเช่น "ทำไมนกจึงเป็นแมลง" หรือ "นี่คือส่วนที่ยังเหลืออยู่ จงเขียนในรูปร้อยละ"

รัญจวน คำวชิรพิทักษ์ (2538, หน้า 75) ให้ความหมายของคำถามระดับสูง สรุปได้ว่า เป็นคำถามที่ผู้ตอบต้องใช้การประยุกต์ การประเมิน หรือใช้ความคิดในระดับสูง ซึ่งคำตอบที่ได้จากการตั้งสมมติฐาน หรือการคาดคะเน หรือการประเมินตัวอย่าง มักจะขึ้นต้นด้วยคำว่าทำไม อย่างไร

สุวิทย์ มูลคำและอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 79) ให้ความหมายของคำถามระดับสูงไว้ว่า คำถามระดับสูง เป็นคำถามที่ต้องการคำตอบระดับการแปล การนำไปใช้ การวิเคราะห์ สังเคราะห์ และประเมินค่า หรือเรียกได้ว่าเป็นคำถามที่ต้องการวัดความคิด ช่วยพัฒนานักเรียนในด้านของทักษะความคิดและการให้เหตุผล

สราวดี เพ็งศรีโคตร (2549, หน้า 60) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า คำถามระดับสูงเป็นคำถามที่ส่งเสริมให้เด็กคิด โดยนำความรู้และประสบการณ์เดิม หรือจากความจำที่ได้จากคำถามระดับต่ำมาเป็นพื้นฐานในการสรุปหาคำตอบ

สายัณห์ ผาน้อย (2549, หน้า 110) ให้ความหมายของคำถามระดับสูงไว้ว่า เป็นคำถามที่ต้องการคำตอบที่ต้องใช้สติปัญญาสูงขึ้น คือ คำถามในระดับความเข้าใจ การนำไปใช้ การสังเคราะห์ และการประเมินค่า หรือเรียกว่าคำถามที่ต้องการสอบความคิด (Thought question) การตอบคำถามระดับนี้ผู้ตอบต้องใช้ความคิด ความสัมพันธ์และการแปลผล โดยอาศัยพื้นฐานความจำมาสัมพันธ์กัน

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2553, หน้า 58) ได้กล่าวว่า คำถามระดับสูงเป็นคำถามที่ส่งเสริมให้ผู้ตอบใช้ความคิด นำความรู้และประสบการณ์เดิมมาเป็นพื้นฐานแล้วสรุปหาคำตอบเป็นการส่งเสริมให้เด็กมีความคิดสร้างสรรค์ และเกิดทักษะในการคิดอย่างมีระบบ นอกจากนั้นยังเป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้ผู้ตอบแสดงความคิดเห็นตลอดจนกระตุ้นให้ได้ลองแก้ปัญหาด้วยตนเอง

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 80-82) ได้กล่าวไว้โดยสรุปว่า คำถามระดับสูงเป็นคำถามที่ต้องการให้นักเรียนใช้ความคิดในระดับสูง เช่น ให้เปรียบเทียบ ค้นหาแบบรูป หาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผล เป็นคำถามที่ต้องการให้นักเรียนได้ค้นพบสิ่งใหม่หลังการใช้ความรู้ที่มีอยู่ประกอบการคิดอย่างรอบคอบ

จากความหมายของคำถามระดับสูงที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าคำถามระดับสูงเป็นคำถามที่ต้องการส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความคิดในระดับสูงในการตอบคำถามและช่วยพัฒนานักเรียนในด้านของทักษะความคิดและการให้เหตุผล

ความสำคัญของคำถามระดับสูง

มีนักการศึกษาต่างประเทศ และในประเทศไทยได้กล่าวถึงความสำคัญของคำถามระดับสูงไว้ดังนี้

โรสแมรี่ (Rosemary, 1973, p. 619) กล่าวถึงความสำคัญของการใช้คำถามระดับสูง สรุปได้ว่า เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิด การเรียนรู้ ส่งเสริมให้นักเรียนได้พบสิ่งใหม่ ๆ หลังจากการพิจารณาสิ่งที่เคยรู้หรือได้เรียนมาแล้ว ซึ่งเป็นสิ่งที่ครูคณิตศาสตร์ควรปฏิบัติ โดยเฉพาะในยุคปัจจุบันที่เทคโนโลยีเจริญก้าวหน้าไปอย่างรวดเร็ว ครูจะต้องทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มากกว่าระดับความรู้ความจำ

รัดเดล (Ruddel, 1974, pp. 237-283) กล่าวถึงความสำคัญของการใช้คำถามระดับสูงในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า นอกจากจะทำให้นักเรียนได้คิดและได้พัฒนาความเข้าใจแล้ว คำถามระดับสูงยังทำให้เกิดการพัฒนาทางปัญญา เนื่องจากนักเรียนจะต้องกำกับ ตรวจสอบ ประเมิน และพัฒนาความคิดของตนเอง

กัญญา วีรยวรรธน (ม.ป.ป.) กล่าวว่า คำถามระดับสูงจะทำให้นักเรียนเกิดทักษะการคิดระดับสูง และเป็นคนมีเหตุผล นักเรียนไม่เพียงแต่จดจำความรู้ ข้อเท็จจริงได้อย่างเดียวแต่สามารถนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหา วิเคราะห์ และประเมินสิ่งที่ถามได้ นอกจากนี้ยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจสาระสำคัญของเรื่องราวที่เรียนได้อย่างถูกต้องและกระตุ้นให้นักเรียนค้นหาข้อมูลมาตอบคำถามด้วยตนเอง

รัญจวน คำวชิรพิทักษ์ (2538, หน้า 76) กล่าวไว้ว่า การใช้คำถามระดับสูงจะกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความคิดและค้นคว้าหาข้อมูลจากแหล่งต่าง ๆ

พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์ (2544, หน้า 93) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า คำถามระดับสูงช่วยพัฒนาให้นักเรียนได้คิดในระดับที่ยากขึ้น เพื่อพัฒนาสู่การเป็นผู้มีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อที่จะสามารถตัดสิน จะทำ จะเชื่อ หรือแก้ปัญหาได้อย่างมีหลักการและถูกทาง

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 80-82) กล่าวไว้ว่า คำถามระดับสูงเป็นคำถามที่ผู้สอนคณิตศาสตร์ควรพยายามใช้ในห้องเรียน ซึ่งคำถามประเภทนี้จะส่งเสริมการคิดระดับสูงให้กับนักเรียน เนื่องจากนักเรียนต้องใช้การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และคิดอย่างมีวิจารณญาณในการหาคำตอบ การใช้คำถามระดับสูงอย่างต่อเนื่องจนนักเรียนคุ้นเคย จะช่วยพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนอย่างแท้จริง

จากความสำคัญของการใช้คำถามระดับสูงที่กล่าวมา สรุปได้ว่า คำถามระดับสูงจะช่วยส่งเสริมการคิดระดับสูง ส่งเสริมให้นักเรียนได้พบสิ่งใหม่ ๆ ช่วยให้นักเรียนเข้าใจสาระสำคัญของ

เรื่องราวที่เรียนได้อย่างถูกต้อง และสร้างความมีเหตุผลให้แก่นักเรียน ซึ่งหากใช้คำถามระดับสูงอย่างต่อเนื่องจนนักเรียนคุ้นเคย จะช่วยพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนอย่างแท้จริง

ประเภทของคำถามระดับสูง

มีนักการศึกษาหลายท่านทั้งในและต่างประเทศที่ได้แบ่งประเภทของคำถามระดับสูงไว้ตามแนวคิดของแต่ละท่าน ดังนี้

จอร์จ และฮานส์ (Grorge and Hans, 1970, pp. 395-400) ได้แบ่งประเภทของคำถามสืบสอบระดับสูงว่าเป็นคำถามที่ต้องการให้นักเรียนปฏิบัติสิ่งต่อไปนี้

1. แสดงการปฏิบัติเชิงนามธรรม ซึ่งใช้มากในวิชาคณิตศาสตร์ เช่น การแทนที่หรือการทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

2. การประเมินค่า โดยมีเหตุผลเพียงพอ

3. บอกความเหมือนหรือความแตกต่างของสิ่ง 2 สิ่งหรือมากกว่า โดยใช้เกณฑ์ที่ผู้ตอบสร้างขึ้นเอง

4. บอกลำดับเหตุการณ์ที่เป็นผลมาจากเหตุการณ์ที่กำหนดให้

5. บอกหลักฐานหรือเหตุผลของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น

ปานทอง กุลนาถศิริ (2546, หน้า 4-8) ได้กล่าวถึงประเภทของคำถามระดับสูงที่ช่วยพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. การเปรียบเทียบ (Compering)
   1.1 เหมือนหรือต่างกันอย่างไร
2. การจำแนก (Classifying)
   2.1 กลุ่มไหนที่เราจะใส่สิ่งของได้
   2.2 กฎอะไรที่ทำให้สามเป็นสมาชิกของเซตนี้
3. การวิเคราะห์โครงสร้าง (Structural analysis)
   3.1 อะไรคือความคิดหลัก
   3.2 ข้อมูลสนับสนุนแต่ละส่วนเกี่ยวข้องกันอย่างไร
4. การเสริมสร้างการอุปนัย (Support induction)
   4.1 นักเรียนสามารถสรุปได้อย่างไร
   4.2 อะไรทำให้นักเรียนสรุปได้อย่างนั้น
5. การเสริมสร้างการนิรนัย (Support deduction)
   5.1 อะไรต้องเป็นจริงจึงจะทำให้หลักการดังกล่าวเป็นจริง
   5.2 จะต้องพิสูจน์อะไร จึงจะทำให้หลักการดังกล่าวเป็นจริง

6. การวิเคราะห์ข้อผิดพลาด (Error analysis)

6.1 เกิดข้อผิดพลาดอะไรตรงนี้

6.2 ผิดพลาดได้อย่างไร เราจะแก้ไขได้อย่างไร

7. การสร้างแรงสนับสนุน (Constructing support)

7.1 อะไรจะนำมาใช้สนับสนุนข้อโต้แย้ง

7.2 อะไรเป็นข้อจำกัดของข้อโต้แย้ง

8. การขยายความคิด (Extending)

8.1 แบบรูปทั่วไปของข้อมูลตรงนี้คืออะไร

8.2 เราสามารถจำแนกข้อมูลตรงนี้ไปใช้ได้อย่างไร

9. การตัดสินใจ (Making decision)

9.1 ข้อสรุปใดดีที่สุด

9.2 ข้อความใดให้ความหมายน้อยที่สุด

10. การสืบเสาะ (Investigation)

10.1 เกิดสิ่งนี้ได้อย่างไร

10.2 สิ่งนี้จะเป็นอย่างไรถ้า...

11. การวิเคราะห์ระบบ (System analysis)

11.1 จะดำเนินการหาคำตอบได้อย่างไร

12. การแก้ปัญหา (Problem solving)

12.1 จะแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร

12.2 คำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

13. การประดิษฐ์ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (Invention)

13.1 เราจะปรับปรุงให้ดีขึ้นได้อย่างไร

13.2 มีสิ่งใหม่ที่เราจะทำได้อีกหรือไม่

สราวดี เพ็งศรีโคตร (2549, หน้า 60-61) แบ่งประเภทของคำถามระดับสูงออกเป็น 6 ประเภท ได้แก่

1. คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่มักมีคำว่า ทำไม อย่างไร และเพราะเหตุใดประกอบอยู่ด้วย

2. คำถามให้เปรียบเทียบเป็นคำถามให้เด็กคิดเปรียบเทียบสิ่งของสองสิ่งว่ามีคุณสมบัติเหมือนหรือต่างกันอย่างไร

3. คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามที่เด็กสามารถใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมคิดหาคำตอบและมีคำตอบหลายอย่าง

4. คำถามให้วิเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้เด็กได้คิด ค้นหาความจริงที่ประกอบขึ้นเป็นเรื่องราวหรือเหตุการณ์ หรือให้แยกแยะเรื่องราวออกเป็นส่วนย่อย เพื่อหาสาเหตุและผลของปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น

5. คำถามให้สังเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้เด็กได้คิด เพื่อสรุปความสัมพันธ์ ระหว่างส่วนย่อยมาเป็นความคิดใหม่และพัฒนาสิ่งที่มีอยู่แล้วให้ดีขึ้น ใช้ประโยชน์ได้มากขึ้น

6. คำถามให้ประเมินค่า เป็นคำถามที่ให้เด็กพิจารณาคุณค่าของสิ่งต่าง ๆ และตัดสินใจอย่างมีเหตุผล รู้จักประเมินผลโดยใช้เนื้อหา เรื่องราว รวมทั้งกฎเกณฑ์ที่เป็นจริงแล้วนำมาสนับสนุนความคิดของตน

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2553, หน้า 58) ได้แบ่งคำถามระดับสูงออกเป็น 7 ประเภท ดังนี้

1. คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่ผู้ตอบจะต้องนำความรู้และประสบการณ์เดิมมาเป็นพื้นฐานสรุปหาคำตอบ

2. คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามที่ทีจุดมุ่งหมายให้เด็กใช้ความคิดเปรียบเทียบของสองสิ่งว่ามีคุณสมบัติหรือลักษณะคล้ายคลึงกันหรือต่างกันอย่างไร

3. คำถามให้จำแนกประเภท เป็นคำถามเพื่อส่งเสริมให้เด็กรู้จักจัดกลุ่ม จัดหมวดหมู่โดยใช้เกณฑ์ของตนเองหรือของผู้อื่น หรือบอกเกณฑ์ที่ใช้ในการจัดกลุ่มที่ผู้อื่นทำไว้

4. คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้ตอบบอกชื่อ หรือยกตัวอย่างของสิ่งที่กำหนดให้ โดยอาศัยทักษะการสังเกต และมีความรู้ความจำเรื่องต่าง ๆ เป็นพื้นฐานในการหาคำตอบ

5. คำถามให้วิเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้คิดหาความจริงหรือแยกแยะเรื่องราวเพื่อหาสาเหตุและผลต่าง ๆ ของปัญหาที่เกิดขึ้น หรือให้นักเรียนได้คิดค้นหาความจริงต่าง ๆ ที่ประกอบขึ้นมาเป็นเรื่องราวหรือเหตุการณ์

6. คำถามให้สังเคราะห์ เป็นการสรุปรวมสิ่งต่าง ๆ ตั้งแต่สองสิ่งขึ้นไปให้เกิดเป็นของใหม่ขึ้นมา เป็นแนวคิดใหม่ หรือพัฒนาของเก่าให้ดีขึ้น ใช้ประโยชน์ได้มากขึ้น คำถามให้สังเคราะห์ เป็นคำถามที่มีจุดมุ่งหมายให้เด็กใช้กระบวนการคิด เพื่อสรุปความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลย่อยขึ้นเป็นหลักการ

7. คำถามให้ประเมินค่า เป็นคำถามที่มีจุดมุ่งหมายให้ได้พิจารณาคุณค่าของสิ่งของก่อนตัดสินใจอย่างมีเหตุผล รู้จักประเมินค่าของสิ่งต่าง ๆ โดยใช้หลักเกณฑ์ที่เป็นจริง และเป็นที่ยอมรับของสังคมแล้วมาสนับสนุนความคิดเห็นของตนก่อนตัดสินใจ

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 80-82) ได้แบ่งลักษณะของคำถามระดับสูงไว้ 12 ประเภท ดังนี้

1. คำถามที่ถามให้นักเรียนแปลความหมาย และยกตัวอย่างของสิ่งที่เป็นนามธรรม เป็นต้นว่า นิยามหรือกฎทั่วไป

2. คำถามที่ถามให้นักเรียนใช้วิธีการหรือกลวิธีแก้ปัญหาใหม่ ๆ ที่เพิ่งเรียนรู้ หรือให้ตัดสินว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นไปตามเงื่อนไขของนิยามหรือมโนทัศน์เฉพาะใด ๆ หรือไม่

3. คำถามที่ต้องการให้นักเรียนปรับรูปแบบความ ประโยค หรือแนวคิดโดยคงสาระหรือโครงสร้างที่จำเป็นของคำถามไว้

4. คำถามที่ต้องการให้นักเรียนแปลความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ให้อยู่ในรูปภาษาเขียนหรือภาษาพูด

5. คำถามที่ต้องการให้นักเรียนใช้ความสามารถในการใช้สัญลักษณ์แทนการมองสิ่งของทางกายภาพหรือปรากฏการณ์ และการสังเกตข้อมูลหรือมโนทัศน์ทางเรขาคณิต

6. คำถามที่ต้องการให้นักเรียนเปรียบเทียบความคล้ายคลึงหรือความแตกต่าง

7. คำถามที่นักเรียนเข้าใจปัญหา แต่ไม่ทราบวิธีการแก้ปัญหา

8. คำถามที่ต้องการให้นักเรียนแสดงการพิสูจน์หรือแสดงข้อความขัดแย้งทั้งที่เป็นทางการและไม่เป็นทางการ

9. คำถามที่ถามเพื่อให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของการนำหลักตรรกศาสตร์ไปใช้

10. คำถามที่ถามเพื่อให้นักเรียนหาแบบรูป ทำตามแบบรูป หรือแก้ปัญหาผ่านการค้นพบแบบรูป

11. คำถามที่ถามให้นักเรียนสร้างกลวิธีหรือข้อมูลสำหรับแก้ปัญหา

12. คำถามที่ถามให้นักเรียนคิดได้อย่างหลากหลาย ไม่จำกัดขอบเขต

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่าคำถามระดับสูงแบ่งออกเป็นหลายประเภท ซึ่งในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยแบ่งคำถามระดับสูงออกเป็น 4 ประเภท ดังนี้

1. คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามให้นักเรียนได้คิดเปรียบเทียบความคล้ายคลึงความแตกต่าง หรือบอกความสัมพันธ์ เช่น ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B กับฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B เหมือนหรือต่างกันอย่างไร

2. คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามที่ให้นักเรียนยกตัวอย่างของสิ่งที่กำหนดให้ เช่น จงยกตัวอย่างความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน

3. คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่ให้นักเรียนอธิบายโดยใช้ความรู้พื้นฐานที่มีตอบคำถามว่า ทำไม เพราะอะไรจึงเป็นเช่นนั้น เป็นต้นเช่น ฟังก์ชันเพิ่มเป็นอย่างไร จงอธิบาย

4. คำถามให้สังเคราะห์ เป็นคำถามให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลย่อย ๆ ขึ้นเป็นหลักการหรือแนวคิดใหม่ เช่น ถ้า f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B และมีโดเมนเท่ากับ A และมีเรนจ์เท่ากับ B แล้ว สามารถสรุปได้ว่า f เป็นฟังก์ชันอะไร

รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ผู้วิจัยสรุปความหมายและขั้นตอนได้ดังนี้

รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนเป็นผู้ค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง หรือสร้างความรู้ใหม่ ๆ ด้วยตนเอง โดยผู้สอนใช้คำถามหรือสถานการณ์ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนใช้กระบวนการทางความคิดเพื่อค้นหาคำตอบและช่วยอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ด้านต่าง ๆ ที่ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน

ขั้นที่ 1 การสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นขั้นที่นักเรียนพิจารณาปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ครูนำเสนอเพื่อกระตุ้นและสร้างความสนใจให้แก่นักเรียน หรือตรวจสอบ ทบทวนความรู้และประสบการณ์เดิมของนักเรียน เพื่อนำเข้าสู่บทเรียนใหม่

ขั้นที่ 2 การสำรวจและค้นคว้า (Exploration) เป็นขั้นที่นักเรียนแต่ละคน/ กลุ่ม ศึกษาค้นคว้าหาความรู้ ดำเนินการสำรวจ ตรวจสอบ รวบรวมข้อมูล และหาคำตอบหรือสร้างข้อสรุปที่เป็นความคิดรวบยอดหรือองค์ความรู้ขึ้นด้วยตนเอง

ขั้นที่ 3 การอธิบาย (Explanation) เป็นขั้นที่นักเรียนนำคำตอบหรือข้อสรุปที่เป็นความคิดรวบยอดหรือองค์ความรู้ที่ได้มาวิเคราะห์ แปลผล หาข้อสรุป แล้วอธิบาย ข้อค้นพบที่ตนเองได้จากการสำรวจและค้นคว้าพร้อมแสดงเหตุผลประกอบ โดยครูช่วยสรุปความรู้ที่นักเรียนได้มาอีกครั้ง

ขั้นที่ 4 การขยายความรู้ (Elaboration) เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์ใหม่ ๆ เพื่อขยายความรู้ให้กว้างขึ้น หรือมีความรู้ที่ลึกซึ้งขึ้นโดยมีครูเป็นผู้จัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ใหม่ให้กับนักเรียน

ขั้นที่ 5 การประเมิน (Evaluation) เป็นขั้นที่นักเรียนได้รับการตรวจสอบความรู้จากการทำกิจกรรมในชั้นเรียน ว่านักเรียนมีความรู้อะไรบ้าง และมากน้อยเพียงใด

และจากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับคำถามระดับสูงผู้วิจัยได้สรุปความหมายของคำถามระดับสูงและเลือกใช้คำถามระดับสูง 4 ประเภท ดังนี้

คำถามระดับสูง หมายถึง คำถามที่ต้องการส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความคิดในระดับสูงในการตอบคำถามและช่วยพัฒนานักเรียนในด้านของทักษะความคิดและการให้เหตุผล ซึ่งคำถามระดับสูงประกอบไปด้วย

1. คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามให้นักเรียนได้คิดเปรียบเทียบความคล้ายคลึง ความแตกต่าง หรือบอกความสัมพันธ์

2. คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามที่ให้นักเรียนยกตัวอย่างของสิ่งที่กำหนดให้

3. คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่ให้นักเรียนอธิบายโดยใช้ความรู้พื้นฐานที่มีตอบคำถามว่า ทำไม เพราะอะไร จึงเป็นเช่นนั้น เป็นต้น

4. คำถามให้สังเคราะห์ เป็นคำถามให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลย่อย ๆ ขึ้นเป็นหลักการหรือแนวคิดใหม่

ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้นำรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) และคำถามระดับสูงมาใช้ร่วมกันเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นดอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน โดยแต่ละขั้นจะมีการสอดแทรกคำถามระดับสูง เพื่อให้นักเรียนเกิดองค์ความรู้ หรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลที่ชัดเจนขึ้น โดยมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 การสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นขั้นที่นักเรียนพิจารณาปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ครูนำเสนอ โดยครูใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นและสร้างความสนใจให้แก่นักเรียนหรือตรวจสอบ ทบทวนความรู้และประสบการณ์เดิมของนักเรียน เพื่อนำเข้าสู่บทเรียนใหม่

ขั้นที่ 2 การสำรวจและค้นคว้า (Exploration) เป็นขั้นที่นักเรียนแต่ละคน/ กลุ่ม ศึกษาค้นคว้าหาความรู้ ดำเนินการสำรวจ ตรวจสอบ รวบรวมข้อมูล และหาคำตอบหรือสร้างข้อสรุปที่เป็นความคิดรวบยอดหรือองค์ความรู้ขึ้นด้วยตนเองจากการทำกิจกรรมในชั้นเรียน และครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามได้ โดยครูใช้คำถามระดับสูงเพื่อนำให้นักเรียนไปสู่การค้นคว้าจนนักเรียนเกิดข้อสรุปเป็นความรู้ขึ้นด้วยตนเองได้

ขั้นที่ 3 การอธิบาย (Explanation) เป็นขั้นที่นักเรียนนำคำตอบหรือข้อสรุปที่เป็นความคิดรวบยอดหรือองค์ความรู้ที่ได้มาวิเคราะห์ แปลผล หาข้อสรุป แล้วอธิบาย ข้อค้นพบที่ตนเองได้จาก

การสำรวจและค้นคว้าพร้อมแสดงเหตุผลประกอบ โดยครูใช้คำถามระดับสูงนำให้เกิดการสรุปความรู้นั้นด้วย

ขั้นที่ 4 การขยายความรู้ (Elaboration) เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้หรือข้อค้นพบที่ได้ไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์ใหม่ ๆ เพื่อขยายความรู้ให้กว้างขึ้น หรือมีความรู้ที่ลึกซึ้งขึ้นผ่านการทำกิจกรรมหรือแบบฝึกหัดที่ครูเตรียมให้ โดยครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามหากเกิดข้อสงสัย และครูเป็นผู้ใช้คำถามระดับสูงเพื่อให้นักเรียนอธิบายแนวทางของตน

ขั้นที่ 5 การประเมิน (Evaluation) เป็นขั้นที่นักเรียนได้รับการตรวจสอบความรู้จากการทำกิจกรรมในชั้นเรียน ว่านักเรียนมีความรู้อะไรบ้าง และมากน้อยเพียงใด โดยครูใช้คำถามระดับสูงเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบความรู้

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านและสถาบันทางการศึกษาได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

โอตาฟเฟอร์ และ ธอร์นควิสท์ (O'Daffer &Thornquist, 1993, p 43) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเกี่ยวข้องกับการอ้างอิงทั่วไป การวิเคราะห์และการหาข้อสรุปที่ถูกต้อง สมเหตุสมผลเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่สิ่งต่าง ๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน

อาร์ทซ์ และชิเรล (Artzt & Shirel, 1999, p. 114) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหาหรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้หากปราศจากการให้เหตุผลกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2540, หน้า 37) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็น การแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งประกอบด้วย

1. ความสามารถในการวิเคราะห์ และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล
2. ความสามารถในการหาข้อสรุป
3. ความสามารถในการแสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล

เวชฤทธิ์ อังกาเะภัทรขจร (2555, หน้า 114) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง ความสามารถในการอธิบาย การหาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล และความสามารถพิจารณาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

สสวท. (2555 ก, หน้า 39-40) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า หมายถึง กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/ หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ ข้อความ/ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ การอธิบายหรือแสดงแนวคิดโดยใช้หลักการ สมบัติ นิยาม กฎ หรือทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ ประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผล

ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

เพรสเทจ (Prestege , 2002 อ้างถึงใน พรรณทิพา พรหมรักษ์, 2552, หน้า 37) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผล คือ การที่นักเรียนสามารถค้นหาคำตอบและตัดสินความถูกต้องได้ รวมถึงพัฒนาแนวคิดเป็นข้อสรุปทั่วไป การโต้แย้งและการพิสูจน์

กรมวิชาการ (2546, หน้า 9) ได้เสนอว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเป็นความสามารถของนักเรียนในการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างสมเหตุสมผล

พรรณทิพา พรหมรักษ์ (2552, หน้า 37) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การวิเคราะห์ การหาความสัมพันธ์ และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล รวมถึงความสามารถในการพิจารณาและยืนยันข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 49) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลากหลาย ที่สำคัญมีดังนี้

1. หาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์
2. ใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และในการอธิบายความคิดของตนเอง
3. เข้าใจและสามารถใช้กระบวนการให้เหตุผลในสถานการณ์เฉพาะใด ๆ
4. สร้าง ทดสอบ และประเมินข้อคาดการณ์และข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
5. ให้เหตุผลโดยใช้การอุปนัยและนิรนัยทางคณิตศาสตร์

6. ตรวจสอบและประเมินความคิดของตนเอง

7. เห็นคุณค่าและความสำคัญของการให้เหตุผลซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของคณิตศาสตร์ และสามารถนำไปใช้ได้

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถในการอธิบายหรือแสดงแนวคิดโดยใช้หลักการ สมบัติ นิยาม กฎ หรือทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ ประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผล

ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากคำกล่าวที่ "คณิตศาสตร์ คือ การให้เหตุผล" (NCTM อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 48) แสดงให้เห็นว่าการให้เหตุผลนั้นมีความสำคัญซึ่งมีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สติงกินส์ (Stiggins, 1997, p. 6) อธิบายว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญเพราะการทำความเข้าใจปัญหาโดยใช้เหตุผล ช่วยให้นักเรียนเป็นนักคิดที่ดี ในบางโอกาสเราต้องใช้การให้เหตุผลในลักษณะการวิเคราะห์เพื่อจะดูว่าส่วนปลีกย่อยต่าง ๆ เข้ากับภาพโดยรวมของสิ่งนั้นหรือไม่ หรือในบางโอกาส เราต้องใช้การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบเพื่อให้เข้าใจความเหมือนกับความแตกต่าง

อาร์ทซ์และชิเรล (Artzt & Shirel, 1999, pp. 115-126) ได้กล่าวถึงความสำคัญในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลเป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหาหรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้ หากปราศจากการให้เหตุผล ดังนั้นอาจกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

รัสเซลล์ (Russell, 1999, p. 1) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นหัวใจสำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรม ซึ่งการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่จะเข้าใจนามธรรมนั้น และโดยการให้เหตุผลเป็นสิ่งที่ใช้คิดเกี่ยวกับสมบัติต่าง ๆ ในทางคณิตสาสตร์ และพัฒนาให้อยู่ในลักษณะของการอ้างอิง เพื่อให้สามารถใช้ข้อเท็จจริงที่เรียนรู้มาอ้างอิงไปยังสิ่งใหม่

NCTM (2000, p. 56-59) ได้กำหนดการให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ และกล่าวว่า การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้นจะเป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างกว้างขวาง ซึ่งได้กำหนดมาตรฐานของการให้เหตุผลและการพิสูจน์สำหรับนักเรียนในระดับอนุบาล – ระดับ 12 ดังนี้

1. ตระหนักว่าการให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นพื้นฐานของวิชาคณิตศาสตร์

2. สร้างและสำรวจข้อคาดเดาเชิงคณิตศาสตร์

3. พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้

4. เลือกใช้เหตุผลและการพิสูจน์แบบต่าง ๆ อย่างหลากหลาย

สสวท. (2555 ก, หน้า 39) เสนอว่า การให้เหตุผลเป็นทักษะกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงานในการดำรงชีวิต ดังนั้น การคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์

จากคำกล่าวข้างต้นจะเห็นว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้นมีความสำคัญมากเพราะการให้เหตุผลสามารถทำให้เราแก้ปัญหาและคิดอย่างเป็นระบบได้ อีกทั้งสามารถวิเคราะห์และคาดการณ์วางแผนการตัดสินใจได้อย่างเหมาะสมอีกด้วย

แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

แบรนดท์ (Brandt, 1984, p. 3 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540, หน้า 39) ได้กล่าวว่า การคิดกับการให้เหตุผลมีส่วนสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด และเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้และการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้นักการศึกษาจึงให้ความสำคัญเกี่ยวกับการสอนเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการคิดอย่างมีเหตุผลมากขึ้น โดยได้พยายามศึกษาทดลอง เพื่อหาว่าทักษะการคิดอะไรที่จำเป็น และเป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล สอนอย่างไรจึงจะทำให้เกิดทักษะที่ต้องการเหล่านั้น ได้มีการกล่าวถึงแนวการสอนไว้ 3 แนวทาง คือ แนวทางการสอนเพื่อให้คิด (Teaching for thinking) แนวทางการสอนการคิด (Teaching of thinking) และแนวทางการสอนที่เกี่ยวกับการคิด (Teaching about thinking)

1. การสอนเพื่อให้คิด การสอนตามแนวทางนี้เน้นในด้านการสอนเนื้อหาวิชา โดยมีการปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของนักเรียน

2. การสอนการคิด การสอนตามแนวทางนี้มีจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำมาใช้ในการคิดโดยเฉพาะ โดยเน้นไปที่ทักษะการคิดหรือเป็นแนวทางที่สอนทักษะการคิดโดยตรง แนวทางในการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวทาง ตามความเชื่อพื้นฐานของผู้ที่จัดสร้างแนวทางการสอน

3. การสอนเกี่ยวกับการคิด การสอนตามแนวทางนี้เป็นแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอนโดยมุ่งเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิดของตัวเอง โดยรู้ว่าตนกำลังคิดอะไรต้องการรู้อะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้นักเรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเองอันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่าการสังเคราะห์ความคิดของตนเอง แนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิดนี้เริ่มเป็นที่สนใจของนักการศึกษาทั่วไปเพิ่มขึ้น โดยเชื่อว่าเป็นแนวทางที่ทำให้นักเรียนสามารถควบคุมและตรวจสอบการคิดของตนเองได้ในขณะที่ทำการคิด ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนสามารถค้นหาข้อบกพร่องของตนเองได้ ทั้งนี้เพื่อหาแนวทางแก้ไขได้ตรงจุด

โรแวน และโมร์โรว์ (Rowan & Morrow, 1993, pp. 16-18) ได้ให้ข้อคิดเกี่ยวกับบรรยากาศในชั้นเรียนว่าเป็นสิ่งสำคัญมาก ครูต้องจัดบรรยากาศให้นักเรียนเห็นว่าการให้เหตุผลเป็นสิ่งที่สำคัญมากกว่าการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องและบรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัวแต่เป็นบรรยากาศที่สนับสนุนส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิดได้กระทำและสรุปพร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปข้อสรุปของแนวคิดนั้น ๆ

สสวท. (2547, หน้า 15-19) ได้ให้แนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลว่ามีแนวทางที่สำคัญดังนี้

1. ควรจัดประสบการณ์ให้สม่ำเสมอทุกระดับชั้น

2. การให้เหตุผลสามารถพัฒนาได้โดยสอดแทรกทุกหน่วยการเรียนรู้ตามความเหมาะสม

3. ระดับการให้เหตุผลควรให้สอดคล้องกับวัยและระดับชั้นของนักเรียน

4. การให้เหตุผลควรจัดได้มีประสบการณ์อย่างสม่ำเสมอตั้งแต่ก่อนวัยอนุบาลจนระดับมหาวิทยาลัยซึ่งควรจะปลูกฝังให้เกิดเป็นนิสัย

5. ควรให้นักเรียนได้ตระหนักว่าคณิตสาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผล

6. ควรจัดบรรยากาศในห้องเรียนให้ส่งเสริมการฝึกการให้เหตุผล

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 50) เสนอแนะว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะพัฒนาขึ้นได้ครูควรให้นักเรียนได้ปฏิบัติด้วยตนเองทั้งในบริบททางคณิตศาสตร์และบริบทอื่น ๆ รวมทั้งความพยายามใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผลได้อย่างต่อเนื่อง เช่น “ทำไม” “เพราะอะไร” “ถ้าเงื่อนไขบางอย่างเปลี่ยนไป จะเกิดอะไรขึ้น รู้ได้อย่างไร” โดยครูควรให้ความสำคัญกับทุกเหตุผลไม่เฉพาะเหตุผลที่ถูกต้องหรือสมเหตุสมผลเท่านั้น ซึ่งการให้นักเรียนได้อธิบาย ชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของ

ตนเและที่สำคัญคือนักเรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินความถูกต้องของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่ครูบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2555, หน้า 131) กล่าวว่า การพัฒนาทักษะการให้เหตุผลควรเริ่มจากการส่งเสริมให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผลจากบรรยากาศที่สนับสนุน ส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิดอย่างอิสระ แลกเปลี่ยนแนวคิดหรือคำตอบของปัญหาและชี้แจงเหตุผลร่วมกัน และควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เป็นการผสมผสานการฝึกการคิดและการให้เหตุผลควบคู่กับการสอนเนื้อหาตามปกติ

จากแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ที่กล่าวมา จะเห็นได้ว่า บทบาทหน้าที่ของครูผู้สอนถือได้ว่าเป็นส่วนสำคัญในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เลยก็ว่าได้ ไม่ว่าจะเป็นการสร้างบรรยากาศในห้องเรียนให้เอื้อต่อการให้เหตุผลของนักเรียน ความสม่ำเสมอของกิจกรรมตลอดจนการใช้คำถามที่กระตุ้นต่อการคิดให้เหตุผลของนักเรียน

การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. แนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การที่จะตรวจสอบว่านักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หรือไม่มากน้อยเพียงใด จะต้องมีการวัดผล ประเมินผล ซึ่งมีผู้ให้แนวคิดเกี่ยวกับเกณฑ์ในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

ครูลิคและ รุดนิค (Krulik& Rudnick, 1996, pp. 8-9) อธิบายถึงเทคนิคการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. การสังเกต โดยครูควรเดินรอบ ๆ ห้องเพื่อสังเกตความสามารถในการให้เหตุผลขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหากับกลุ่มเพื่อนในห้องเรียน

2. การทดสอบ ไม่ควรใช้ข้อสอบแบบเลือกตอบแต่ควรเป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล เพื่อดูการตัดสินใจของนักเรียน ซึ่งควรเป็นคำถามปลายเปิด

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2551, หน้า 60) อธิบายถึงการประเมินผลความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่บรรจุไว้ในหลักสูตร โดยครูสามารถประเมินได้จากกิจกรรมที่นักเรียนทำ จากแบบฝึกหัด จากการเขียนอนุทิน หรือข้อสอบ ที่เป็นคำถามปลายเปิดที่ให้โอกาสนักเรียนแสดงความสามารถ

พรรณทิพา พรหมรักษ์ (2552, หน้า 59) กล่าวว่า ในการประเมินผลทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านการให้เหตุผล สามารถประเมินนักเรียนด้วยวิธีการอย่างหลากหลายวิธี เช่น

การสังเกตจากการพูดคุย การเขียน และการประเมินจากการกระทำทางคณิตศาสตร์ (Doing mathematics) โดยปกติแล้วนักเรียนจะสามารถสร้างข้อคาดการณ์จากตัวอย่างต่าง ๆ ที่นักเรียนได้เห็นหรือลงมือทำและพัฒนาข้อโต้แย้งซึ่งขึ้นอยู่กับข้อมูลที่นักเรียนมีความรู้ว่าเป็นข้อเท็จจริงหรือไม่

จากแนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเลือกแนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย

2. เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกเกณฑ์การการให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบรูบริค ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

กูดริช (Goodrich, pp. 14-17 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 184) ได้กล่าวถึงสาเหตุของการให้คะแนนแบบรูบริคเป็นสิ่งที่น่าสนใจสำหรับผู้สอนและนักเรียนดังนี้

1. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสูงสำหรับการสอนสามารถสะท้อนและช่วยให้นักเรียนปรับปรุงการทำงานได้ตลอดเวลาเหมือนกับการตรวจสอบของผู้สอนเกณฑ์ที่สร้างขึ้นจะช่วยให้นักเรียนได้เห็นถึงแนวทางในการทำงานที่จะทำให้บรรลุจุดมุ่งหมายของเนื้อหานั้น ๆ ได้ดีขึ้น ดังนั้นสิ่งที่สำคัญที่สุดของการให้คะแนนแบบรูบริคคือการนิยามเกณฑ์หรือระดับคุณภาพ

2. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค จะทำให้นักเรียนมีความละเอียดรอบครอบในการตัดสินคุณภาพของตนเองทำให้ตระหนักถึงความแตกต่างระหว่างงานที่เสร็จกับงานที่มีคุณภาพ

3. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคจะช่วยลดเวลาของผู้สอนในการประเมินชิ้นงานและเมื่อมีเกณฑ์ที่ชัดเจน นักเรียนก็สามารถวิเคราะห์และประเมินชิ้นงานของตนเองและผู้อื่นได้อย่างเที่ยงตรง มีความยุติธรรม เป็นที่ยอมรับของคนอื่นในชั้นเรียน

4. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคเป็นสิ่งที่ง่ายต่อการใช้และการอธิบายผู้อื่นให้เข้าใจการประเมินหรือการให้คะแนนของตนเอง

สสวท. (2555 ค, หน้า 168) กล่าวว่าการให้คะแนนแบบรูบริคเป็นเครื่องมือช่วยให้ครูพิจารณาและตัดสินใจระดับความสามารถของนักเรียนด้านความรู้ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำผลที่ได้มาใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิ์ภาพดียิ่งขึ้น ตลอดจนการให้คะแนนแบบรูบริคยังเป็นเครื่องมือช่วยให้นักเรียนประเมินผลระดับความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตนเองแล้วนำผลที่ได้มาปรับปรุงและพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตนเองให้ดียิ่งขึ้นด้วย

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 184-185) กล่าวถึงประเภทของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค ว่าโดยทั่วไปการให้คะแนนแบบรูบริคมี 2 รูปแบบคือ

1. การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินความรู้และผลงานของนักเรียนโดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมระบุรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนเป็นภาพรวม โดยไม่มีการแยกเป็นด้าน ๆ การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล อาจแยกพิจารณาเป็นด้านการเก็บรวบรวมข้อมูล ด้านการนำเสนอขอมูล และด้านการอ่าน เปรียบเทียบ และวิเคราะห์แนวโน้มของข้อมูล การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการประเมินผลการเรียนรู้ที่มีจุดประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน

จากรายละเอียดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคดังกล่าว ผู้วิจัยเลือกใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบรูบริคประเภทการให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic Scoring) ซึ่งมีผู้ให้เกณฑ์การการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบรูบริคประเภทการให้คะแนนแบบภาพรวมไว้ดังนี้

California state department of education (1989 อ้างถึงใน พรรณทิพา พรหมรักษ์, 2552, หน้า 61-62) เสนอเกณฑ์การให้คะแนนกรณีที่ข้อสอบเป็นแบบอัตนัยโดยแบ่งเป็นระดับคะแนนเป็น 6 ระดับ คือ 6 5 4 3 2 1 มีรายละเอียดดังนี้

ระดับ 6 ตอบแบบชัดเจน (Exemplary response) โดยให้คำตอบสมบูรณ์ ชัดเจน มีเหตุมีผล ไม่คลุมเครือและอธิบายได้ดีเยี่ยม ซึ่งรวมถึงการใช้แผนผังประกอบการอธิบายชัดเจนอ่านง่าย สามารถสื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนกส่วนประกอบสำคัญทั้งหมดของปัญหา ยกตัวอย่างที่ใช่และไม่ใช่ มีข้อมูลสนับสนุนชัดเจนและหนักแน่น

ระดับ 5 ตอบโดยมีข้อมูลเพียงพอ (Competent response) อธิบายชัดเจน มีเหตุมีผลและสมบูรณ์ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายได้เหมาะสม สื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนกส่วนประกอบที่สำคัญโดยส่วนใหญ่ของปัญหา มีข้อมูลสนับสนุนเพียงพอ

ระดับ 4 ตอบโดยมีข้อบกพร่องเล็กน้อย แต่มีข้อมูลน่าสนใจ (Minor flaws but satisfactory) ตอบคำถามถูกต้อง ครบถ้วน แต่อธิบายสับสน ข้ออ้างหรือข้อสนับสนุนไม่สมบูรณ์ แผนผังประกอบการอธิบายไม่เหมาะสม หรือไม่ชัดเจน แสดงความเข้าใจแนวคิดทางด้าน

คณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานในการตอบคำถาม ใช้แนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ระดับ 3 ตอบโดยมีข้อบกพร่องมากแต่ค่อนข้างพอใช้ (Serious flaws but nearly satisfactory) เริ่มต้นในการตอบคำถามถูกต้องแต่ไม่ตอบคำถามบางคำถาม แสดงออกถึงความไม่เข้าใจ แนวคิดหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คำนวณผิด นำความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ไปใช้ผิด แก้ปัญหาผิดวิธี

ระดับ 2 เริ่มต้นได้แต่แก้ปัญหาไม่ได้ (Begins but fails to complete problem) อธิบายไม่เข้าใจ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายไม่ชัดเจน แสดงถึงการไม่เข้าใจคำถาม คำนวณผิด

ระดับ 1 ไม่สามารถเริ่มต้นแก้ปัญหาได้ (Unable to begin effectively) คำตอบไม่สอดคล้องกับคำถาม นำเสนอข้อมูลที่ไม่เกี่ยวกับคำถามหรือไม่ตอบ

กรมวิชาการ (2546, หน้า 123) ได้ให้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังตาราง

ตารางที่ 16 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของกรมวิชาการ

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4/ ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3/ ดี	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2/ พอใช้	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจ
1/ ต้องปรับปรุง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0/ ไม่พยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

อลิสรา ชมชื่น (2550, หน้า 118) ได้ให้เกณฑ์คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ตารางที่ 17 เกณฑ์คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของอลิสรา ชมชื่น

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
1/ ดี	- อ้างอิงเหตุผลถูกต้อง ครบถ้วน
0.5/ พอใช้	- อ้างอิงเหตุผลถูกต้องบางส่วน
0/ ไม่ดี	- อ้างอิงเหตุผลไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการอ้างเหตุผล

จากรายละเอียดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคดังกล่าว ผู้วิจัยเลือกใช้เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบรูบริคประเภทการให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic Scoring) ซึ่งมีระดับคะแนนดังตาราง

ตารางที่ 18 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 3 ดีมาก	- คำตอบถูกต้องและมีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบโดยใช้ หลักการ สมบัติ นิยาม กฎ หรือทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ประกอบการให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล ชัดเจน
ระดับ 2 ดี	- คำตอบถูกต้องและมีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบโดยใช้ นิยาม กฎ หรือทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ ประกอบการให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล แต่ไม่ชัดเจน
ระดับ 1 พอใช้	- คำตอบถูกต้องแต่มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบโดยใช้ นิยาม กฎ หรือทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ ประกอบการให้เหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล หรือคำตอบถูกต้องแต่ไม่มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบ หรือ คำตอบผิดและอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบได้สมเหตุสมผล
ระดับ 0 ต้องปรับปรุง	- คำตอบผิดหรือไม่มีการเขียนอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบ หรือ ไม่มีการเขียนใด ๆ

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์มีความหมายเดียวกับคำว่า Concept ในภาษาอังกฤษ ในภาษาไทยมีตำราอื่น ๆ ที่ใช้ในความหมายเดียวกัน เช่น มโนมติ มโนภาพ สังกัป หรือความคิดรวบยอด เป็นต้น ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้คำว่า มโนทัศน์ (Concept) ซึ่งมีนักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

กู๊ด (Good, 1973, p. 124) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ 3 ลักษณะดังนี้

1. ความคิดหรือลักษณะร่วมที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกได้
2. ความคิดทั่วไปหรือเชิงนามธรรมเกี่ยวกับสถานการณ์ กิจการ หรือวัตถุ
3. ความรู้สึกนึกคิด ความเห็น ความคิด หรือภาพของความคิด

เฟล์ดแมน (Feldman, 2002, p. 230) ได้กล่าวไว้โดยสรุปว่า มโนทัศน์คือ การจัดกลุ่มสิ่งของ เหตุการณ์ บุคคลหรือสิ่งต่าง ๆ ที่มีลักษณะเหมือนกันเข้าด้วยกัน ซึ่งจะทำให้เกิดความเข้าใจในสิ่งต่าง ๆ ได้ง่าย และทำให้จำแนกสิ่งใหม่ ๆ ที่พบให้อยู่ในรูปที่สามารถเข้าใจได้

อเรนส์ (Arende, 2004, pp. 349-350) กล่าวโดยสรุปไว้ว่า มโนทัศน์หมายถึง ความเข้าใจหรือความคิดของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่าง ๆ ทำให้สามารถบอกความเหมือนหรือความต่างของสิ่งต่าง ๆ เหล่านั้น

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2556, หน้า 2) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า หมายถึง ภาพในความคิดที่เปรียบเสมือน "ภาพตัวแทน" หมวดหมู่ของวัตถุ สิ่งของ แนวคิด หรือปรากฏการณ์ ซึ่งมีลักษณะทั่ว ๆไปคล้ายกัน

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2553, หน้า 120) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์โดยสรุปได้ว่า มโนทัศน์เป็นผลสรุปจากการรับรู้ของเรา ที่มีต่อสิ่งเร้าที่มีคุณลักษณะต่าง ๆ ที่ร่วมมันอยู่ เป็นการรวบรวมสิ่งที่คล้ายคลึงกันเข้ามารวมเป็นรูปแบบอันเดียวกัน เช่น หนังสือรวมตั้งแต่พจนานุกรมจนถึงหนังสือการ์ตูน เป็นต้น

สุรางค์ โค้วตระกูล (2553, หน้า 327) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ คือ คำที่เป็นคำนามธรรมใช้แทนสัตว์ วัตถุ สิ่งของที่จัดไว้ในจำพวกเดียวกัน โดยถือลักษณะที่สำคัญเป็นเกณฑ์

อาภรณ์ ใจเที่ยง (2553, หน้า 62-63) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์โดยสรุปได้ว่า มโนทัศน์ คือ การจัดลักษณะที่เหมือนกันจากประสบการณ์หรือสิ่งของเข้าด้วยกันอย่างมีระบบ ทำให้เกิดความคิดหรือประสบการณ์ มโนทัศน์เป็นความคิดหรือความเข้าใจขั้นสุดท้ายที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง หรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งในช่วงเวลาหนึ่ง มโนทัศน์เปลี่ยนแปลงได้ เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์มากขึ้นหรือมีวุฒิภาวะเพิ่มขึ้น

ชนาธิป พรกุล (2554, หน้า 123) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่ามโนทัศน์ หมายถึง

1. ข้อความที่แสดงแก่นของเรื่องใดเรื่องหนึ่งซึ่งเกิดจากการรวบรวมลักษณะเฉพาะของเรื่องนั้น

2. การจัดลักษณะที่เหมือน ๆ กันของสิ่งของ เหตุการณ์ ประสบการณ์หรือกระบวนการณ์เข้าด้วยกันอย่างมีระเบียบขึ้นเป็นหน่วยความคิด ประเภท หมู่ หรือกลุ่มคล้ายคำจำกัดความ

3. ความเข้าใจจนสามารถกำหนดเกณฑ์ที่จะใช่แบ่งประเภทสรรพสิ่งรอบตัวที่เป็นสิ่งของ วัตถุ พฤติกรรม และสิ่งที่เป็นนามธรรม

จากความหมายของมโนทัศน์ข้างต้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์ คือ ความเข้าใจ ความคิด หรือผลสรุปของการรับรู้ของเราที่เหมือนกันหรือแยกสิ่งที่ต่างออกจากกันได้อย่างเป็นระบบ นอกจากนี้มโนทัศน์เปลี่ยนแปลงได้ เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์มากขึ้นหรือมีวุฒิภาวะเพิ่มขึ้น

สำหรับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

กู๊ด (Good, 1945, p. 90) ได้กล่าวถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์คือความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ในด้านการคำนวณ ความสัมพันธ์กับจำนวน รวมไปถึงการให้เหตุผลอย่างมีระบบหรือรูปร่างภายนอกของสิ่งของ อันเกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ แล้วนำลักษณะเหล่านั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

คูนีย์ เดวิส และเฮนเดอร์สัน (Cooney, Davis & Henderson, 1975, p. 85) ได้กล่าวถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยเป็นความเข้าใจที่สามารถสรุปได้ในรูปของความหมาย หรือบทนิยาม เช่น การบอกนิยามของฟังก์ชันได้แสดงถึงการมีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน

เอกเกน และคัวเชค (Eggen and Kauchak, 2001, pp. 116 - 117) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความคิด ความเข้าใจของบุคคลเกี่ยวกับสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีสมบัติบางประการร่วมกันโดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมทั้งสี่มุมเป็นมุมฉาก และมีด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน

พรรณทิพย์ ม้ามณี (2532, หน้า 11) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า เป็นความเข้าใจและความสามารถในการเก็บใจความหรือย่อเนื้อหาที่เรียนได้ รวมทั้งสามารถนำเอาไปใช้หรือสร้างเป็นกรณีทั่วไปได้ ซึ่งเป็นความหมายที่กว้างกว่าความเข้าใจธรรมดา

อัมพร ม้าคนอง (2547, หน้า 5) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุ หรือเหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่าง หรือไม่เป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของสับเซต เป็นต้น

จากความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์คือ ความเข้าใจของบุคคลในการอธิบายความรู้ ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เรียน โดยมีการอ้างอิงโครงสร้าง บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องนั้น ๆ

ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาไทยและต่างประเทศได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ออซูเบล (Ausubel, 1968, p. 505) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์โดยสรุปว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำรงชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมใด ๆ ของบุคคลทั้งด้านความคิด การสื่อสารระหว่างกันในสังคม การแก้ปัญหา และการตัดสินใจ ล้วนเกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทั้งสิ้น

ดี เซคโค (De Cecco & Crawford, 1974, p. 301) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

1. มโนทัศน์ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติ และสิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่มีอยู่มากมาย การที่เราตอบสนองต่อสิ่งเร้าทีละอย่างเป็นเรื่องยาก ดังนั้นมนุษย์จึงใช้ มโนทัศน์ในการจัดแบ่งสิ่งต่าง ๆ เป็นกลุ่มทำให้เราตอบสนองหรือสื่อความหมายได้ง่ายขึ้น

2. มโนทัศน์ช่วยให้รู้จักสิ่งต่าง ๆ การรู้จักเป็นการจัดสิ่งเร้าให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง เช่น การแยกได้ว่าเสียงที่ได้ยินเป็นเสียงอะไร อยู่ในพวกไหน และใช้มโนทัศน์นี้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ต่อไป

3. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนรู้ได้มากขึ้น เช่น เมื่อมีการเรียนรู้เรื่องหนึ่ง เราสามารถนำไปใช้ได้เลยโดยไม่ต้องเรียนซ้ำ เช่น รู้จักสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม จากนั้นเมื่อเราพบสัตว์ประเภทเดียวกัน เราก็สามารถแยกแยะได้

4. มโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้เรารู้จักว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใดเหตุการณ์ใหม่อยู่ในกลุ่มใด แล้วทำให้เกิดการตัดสินใจต่อไป ดังนั้นการมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและกว้างขวางก็เท่ากับทำให้เรารู้จักการแก้ปัญหามากขึ้น

5. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนต้องอาศัยการสื่อสารในรูป การฟัง การพูด การอ่าน และการเขียน

นาตยา ปิลันธนานนท์ (2542, หน้า 125-126) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์โดยสรุปว่า การที่นักเรียนมีมโนทัศน์นั้น ทำให้นักเรียนสามารถจัดระบบความรู้ไว้อย่างเป็นระเบียบ ทำให้จำได้ง่าย และสามารถนำความรู้นั้นไปใช้ให้เกิดประโยชน์ได้ เพราะมีมโนทัศน์ในเรื่องต่าง ๆ สอดคล้องกัน

สุรางค์ โค้วตระกูล (2553, หน้า 326) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์โดยสรุปว่า มโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิด มนุษย์จะคิดไม่ได้ถ้าไม่มีมโนทัศน์เป็นพื้นฐาน เพราะมโนทัศน์จะช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่าง ๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่จะเผชิญได้

อาภรณ์ ใจเที่ยง (2553, หน้า 62) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์โดยสรุปว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งสำคัญ ถ้านักเรียนเกิดมโนทัศน์ในเนื้อหาที่เรียนก็หมายถึงว่า เขาเกิดความรู้ความเข้าใจ และสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้เป็นประโยชน์ในการเรียนรู้สิ่งอื่น ๆ ต่อไปได้

ชนาธิป พรกุล (2554, หน้า 123) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า การที่สมองมีความสามารถสร้างมโนทัศน์ จากการรับข้อมูลเข้ามา แล้วแยกแยะจัดระเบียบข้อมูลที่ซับซ้อนเป็นหมวดหมู่ เพื่อให้ง่ายต่อการบันทึกเป็นความทรงจำและนำกลับมาใช้ เมื่อสมองรับข้อมูลใหม่ที่คล้ายคลึงกันก็จะเข้าใจง่ายขึ้น ถ้าสมองจัดระเบียบสิ่งต่าง ๆ ได้มากเท่าไร คนเราก็จะเข้าใจเรื่องราวต่าง ๆ ได้ดีขึ้นเท่านั้น

จากความสำคัญของมโนทัศน์ข้างต้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นเพราะมโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิด มโนทัศน์ช่วยให้นักเรียนจัดระบบความรู้ไว้อย่างเป็นระเบียบ หากเกิดมโนทัศน์ก็จะเกิดความรู้ความเข้าใจ และช่วยตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่าง ๆ ได้อีกด้วย

สำหรับความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้มีสถาบันทางการศึกษา นักการศึกษาไทยและต่างประเทศกล่าวไว้ดังนี้

คูนีย์ เดวิส และเฮนเดอร์สัน (Cooney, Davis & Henderson, 1975, pp. 89-90) ได้กล่าวถึงกล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ 3 ประการ คือ

1. เราสามารถบอกเหตุผลโดยการใช้มโนทัศน์ เช่น นักเรียนที่มีมโนทัศน์เรื่องจำนวนตรรกยะก็จะสามารถบอกได้ว่าจำนวน ๆ หนึ่งเป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นต้น

2. มโนทัศน์ทำให้เราสามารถวางหลักการทั่วไปได้ และพบสมบัติบางประการอื่น ๆ นอกเหนือจาที่ได้ให้ความหมายไว้

3. มโนทัศน์จะทำให้คนเราค้นพบความรู้ใหม่

แซสคิสและแคมเบลล์ (Zazkis & Campbell, 1996 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2547, หน้า 113) ได้ให้ความเห็นถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าถ้านักเรียนขาดมโนทัศน์เกี่ยวกับเนื้อหาย่อย นักเรียนจะเข้าใจเนื้อหาในระดับสูงได้ยาก เช่น การขาดมโนทัศน์เรื่องจำนวนเฉพาะและจำนวนประกอบ จะทำให้เข้าใจมโนทัศน์ของการแยกตัวประกอบยากขึ้น

คาไมและโดมินิค (Kamii & Dominick, 1997 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2547, หน้า 113) ได้ให้ความเห็นถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การสอนให้นักเรียนได้เข้าใจและเกิดมโนทัศน์ จะช่วยลดปัญหาความผิดพลาดในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สสวท. (2555 ข, หน้า 61) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics concept) เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาหรือใช้งาน นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทาง

คณิตศาสตร์ดี มักเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้ดีด้วย

จากความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาหรือใช้งานและช่วยลดปัญหาความผิดพลาดในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นอกจากนี้ถ้านักเรียนขาดมโนทัศน์เกี่ยวกับเนื้อหาย่อย นักเรียนจะเข้าใจเนื้อหาในระดับสูงได้ยาก อีกทั้งสามารถบอกเหตุผลโดยใช้มโนทัศน์ได้

แนวทางการพัฒนาให้เกิดมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้เสนอแนวทางการสอนให้เกิดมโนทัศน์ ดังนี้

ทราเวอร์ส (Travers, 1967, p. 142) ได้เสนอถึงแนวทางการสอนให้เกิดมโนทัศน์ ไว้ดังนี้

1. สิ่งที่จะอำนวยความสะดวกให้แก่นักเรียนในการเรียนมโนทัศน์ คือ นักเรียนเห็นความแตกต่างระหว่างตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบ

2. ปัญหาที่มีลักษณะซ้ำ ๆ กันมักจะแก้ไขได้ง่ายกว่าปัญหาที่มีลักษณะไม่ซ้ำกัน

3. นักเรียนจะเรียนรู้มโนทัศน์ได้ง่ายขึ้น ถ้ามีตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบควบคู่กัน

4. การศึกษาส่วนใหญ่พบว่า นักเรียนจะเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ได้ง่ายกว่า ถ้าลดจำนวนคุณลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้องออกไป

5. ทักษะการเรียนรู้มโนทัศน์จะเพิ่มตามอายุ

6. มโนทัศน์ที่ง่ายความวิตกกังวลอาจจะช่วยให้เรียนรู้ได้ ถ้าเป็นมโนทัศน์ที่ซับซ้อนความวิตกกังวลจะบั่นทอนประสิทธิภาพของนักเรียน

7. การเรียนมโนทัศน์จะง่ายขึ้นถ้าครูแนะจุดเด่นหรือลักษณะที่ควรสังเกตได้ให้นักเรียนทราบ

8. บางครั้งควรจะต้องแสดงตัวอย่างทางบวกหลาย ๆ ตัวอย่างพร้อม ๆ กันแต่ไม่ควรจะให้เกิน 4 ตัวอย่าง

9. การเรียนรู้มโนทัศน์จะง่ายขึ้นและสามารถที่จะนำไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ได้ถ้านักเรียนสามารถสื่อสารมโนทัศน์ให้แก่ตัวเองได้

10. การทราบผลการเรียนทันที จะช่วยให้เกิดการเรียนรู้ดียิ่งขึ้น

11. การเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ ๆ ในขั้นสูงจะง่ายถ้านักเรียนได้รู้มโนทัศน์ขั้นต้นมาอย่างสมบูรณ์ โดยได้เรียนรู้จากตัวอย่างที่ถูกต้องและมากพอ

12. ควรสอนมโนทัศน์ที่สัมพันธ์กันด้วย

13. ควรใช้วิธีการหลากหลายในการสอนมโนทัศน์ ควรให้นักเรียนมีเวลาเพียงพอที่จะปรับเนื้อหาทั้งหมดให้เข้ากับโครงสร้างมโนทัศน์เดิม

คลอสไมเออร์และริปเปิล (Klausmeier & Ripple,1971, p. 431) ได้นำเสนอแนวการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ไว้ดังนี้

1. เน้นและชี้ให้นักเรียนเห็นถึงลักษณะสำคัญของมโนทัศน์

2. ใช้คำศัพท์และภาษาให้ถูกต้องและเหมาะสมกับมโนทัศน์ ลักษณะและตัวอย่างของมโนทัศน์

3. ชี้ให้เห็นถึงธรรมชาติของมโนทัศน์ที่นักเรียนจะได้เรียน

4. จัดลำดับการนำเสนอตัวอย่างมโนทัศน์ให้เหมาะสมกับลำดับการเรียนรู้ของนักเรียน

5. กระตุ้นและแนะให้นักเรียนค้นคว้าเพื่อที่จะเรียนรู้ด้วยตนเอง

6. จัดให้มีการนำมโนทัศน์ที่เรียนไปใช้งานเพื่อให้เห็นประโยชน์และคุณค่าของมโนทัศน์

7. ให้นักเรียนประเมินตนเองว่าได้เรียนรู้มโนทัศน์นั้น ๆ มากน้อยเพียงใด

วิไลวรรณ ตรีศรีชะนะมา (2537, หน้า 49) กล่าวว่า หากต้องการให้นักเรียนมีมโนทัศน์ครูต้องสอนให้นักเรียนเกิดการฝึกทักษะต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. รู้จักสังเกต พิจารณา

2. รู้จักเปรียบเทียบความแตกต่าง และความคล้าย

3. รู้จักคัดเลือกเฉพาะสิ่งที่สำคัญ

4. รู้จักจัด รวบรวมสิ่งที่คัดเลือกได้เป็นประเภท หมวดหมู่

5. ความสามารถในการสร้างความหมายเพื่อให้เกิดความเข้าใจ และประโยชน์ที่จะนำไปใช้

อัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 25-26) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ควรคำนึงถึงในการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ขั้นการวางแผนการสอน ครูควรพิจารณารายละเอียดของหัวข้อต่อไปนี้

ชื่อมโนทัศน์ ลักษณะที่สำคัญและไม่สำคัญของมโนทัศน์ กฎของความเป็นมโนทัศน์ ตัวอย่างมโนทัศน์ สิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างแค่คล้ายคลึง คำถามและทิศทางที่จะเน้น สื่อสารเรียนรู้ที่น่าสนใจและมีประสิทธิภาพ ระดับที่ต้องการให้นักเรียนรู้

2. ขั้นการสอน กิจกรรมที่จัดเพื่อสอนมโนทัศน์ควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

การนำเข้าสู่มโนทัศน์ การให้ตัวอย่างและสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างตามลำดับอันควรฝึกการคิดเชิงเปรียบเทียบ การกระตุ้นให้นักเรียนถาม และการประเมินระดับการเรียนรู้ของนักเรียน

3. ขั้นการประเมินผล ควรประเมินในประเด็นสำคัญ ๆ ดังนี้

3.1 ลักษณะของมโนทัศน์ ได้แก่ ลักษณะเฉพาะของลักษณะที่สำคัญและลักษณะที่ไม่สำคัญ ลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์นั้นกับมโนทัศน์อื่น และการใช้มโนทัศน์

3.2 ตัวอย่างของมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ ได้แก่ การจำแนกที่เป็นตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่ใช่มโนทัศน์ และเหตุผลที่ใช้จำแนกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ออกจากตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์

จะเห็นว่าแนวทางการพัฒนาให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นมีได้หลากหลายแนวทาง ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยใช้แนวการพัฒนาให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนฝึกสังเกต ค้นหาลักษณะสำคัญ หรือสร้างความสัมพันธ์ภายในสิ่งที่เป็นมโนทัศน์เรื่องนั้น ๆ และสรุปความรู้ที่ได้ด้วยตนเอง พร้อมทั้งให้นักเรียนอธิบายความรู้ที่ได้และนำไปใช้ต่อได้ถูกต้องเหมาะสม โดยผู้สอนจะต้องพิจารณาสิ่งที่สำคัญของมโนทัศน์นั้น และต้องมีการยกตัวอย่างหรือใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนสรุปออกมาเป็นความเข้าใจของแต่ละคนได้และนำมโนทัศน์ที่เรียนไปใช้งานเพื่อให้เห็นประโยชน์และคุณค่าของมโนทัศน์

การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การวัดการประเมินผลมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญเนื่องจากเป็นการตรวจสอบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงใด ซึ่งในการวิจัยนี้ ผู้วิจัยใช้แนวคิดการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ การวัดความเข้าใจของบุคคลในการอธิบายความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เรียน โดยมีการอ้างอิงโครงสร้าง บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องนั้น ๆ และนำไปใช้ได้ โดยวัดจากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อดูว่านักเรียนมีความเข้าใจและมีมโนทัศน์ในทางคณิตศาสตร์เพียงใด โดยผู้วิจัยเลือกใช้แบบทดสอบอัตนัยในการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอัมพร ม้าคนอง (2552, หน้า 65-66) ให้เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ไว้ดังนี้

การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัยซึ่งพิจารณาคำตอบและการอธิบายคำตอบ ดังนี้

1. การพิจารณาคำตอบ

ระดับถูกต้องอย่างสมบูรณ์ (Completely correct)	ให้ 3 คะแนน
ระดับถูกต้องค่อนข้างสมบูรณ์ (Mostly correct)	ให้ 2 คะแนน
ระดับถูกต้องบางส่วน (Partly correct)	ให้ 1 คะแนน
ระดับไม่ถูกต้อง (Incorrect) หรือไม่ตอบ	ให้ 0 คะแนน

2. การพิจารณาการอธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ลักษะ ดังนี้

2.1 การอธิบายแบบมีโครงสร้างเป็นเหตุเป็นผล (Logically structured explanations) เป็นการอธิบายที่มีการอ้างอิงโครงสร้างหรือระบบทางคณิตศาสตร์ และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนอย่างเป็นเหตุเป็นผล ซึ่งจำแนกได้เป็น 2 ระดับดังนี้

2.1.1 ระดับการอธิบายที่สื่อความหมายได้อย่างชัดเจน

2.1.2 ระดับการอธิบายที่สื่อความหมายได้บ้าง หรือพยายามสื่อความหมายแต่ไม่ชัดเจน

2.2 การอธิบายแบบไม่มีโครงสร้าง (Non- structured explanations) เป็นการอธิบายที่ไม่ได้ใช้โครงสร้างและระบบทางคณิตศาสตร์ และไม่ได้ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบอย่างเป็นเหตุผล

จากแนวทางการให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ผู้วิจัยจึงพิจารณาเกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ตารางที่ 19 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ ระดับ	การอธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
2 ถูกต้องอย่างสมบูรณ์	คำตอบถูกต้องโดยมีการอธิบายความรู้ เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ โดยอ้างอิงโครงสร้าง บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนอย่างเป็นเหตุเป็นผลได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
1 ถูกต้องบางส่วน	คำตอบถูกต้องโดยมีการอธิบายความรู้ เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ โดยอ้างอิงโครงสร้าง บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนอย่างเป็นเหตุเป็นผลได้อย่างถูกต้อง บางส่วน หรือพยายามสื่อความหมายแต่ไม่ชัดเจน
0 ไม่ถูกต้อง	คำตอบถูกต้องโดยมีการอธิบายความรู้ เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่มีการอ้างอิงโครงสร้าง บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนอย่างเป็นเหตุเป็นผล หรือ คำตอบถูกต้องโดยมีการอธิบายความรู้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ แต่มีการอ้างอิงโครงสร้าง บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนอย่างไม่เป็นเหตุเป็นผล หรือคำตอบผิด หรือไม่มีการเขียนตอบ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยภายในประเทศ

จากการค้นคว้าและศึกษางานวิจัยภายในประเทศที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอนและการใช้คำถามระดับสูง ผู้วิจัยได้รวบรวมและนำเนอไว้ดังนี้

มงคล ประเสริฐสังฆ์ (2551, หน้า 79 - 80) ได้ศึกษาโครงสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องพาราโบลา โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้ 5Es ซึ่งกลุ่มเป้าหมายที่ใช้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/ 5 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น (ศึกษาศาสตร์) ระดับชั้นมัธยมศึกษา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 3 คน หลังจากเสร็จสิ้นกิจกรรมการเรียนรู้ผู้วิจัยได้ใช้แบบทดสอบหลังเรียนเพื่อวัดและวิเคราะห์ความคิดรวบยอดของนักเรียน ผลปรากฏว่านักเรียนทั้ง 3 คนทำแบบทดสอบปรนัยถูกต้องทั้งหมด และจากแบบทดสอบอัตนัย พบว่า นักเรียนสามารถใช้ความรู้เรื่องพาราโบลามาแก้ไขปัญหาได้อย่างถูกต้องในทุก ๆ ข้อคำถาม สรุปได้ว่า นักเรียนทั้ง 3 คนสามารถสร้างความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเรื่องพาราโบลาได้สมบูรณ์ครบถ้วนทุกความคิดรวบยอดตามเกณฑ์มาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้

ณัฐกฤตา ปัตตาลาโพ (2553, หน้า 74) ได้ศึกษาผลของการใช้ชุดการเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้เรื่อง การประยุกต์ของอัตราส่วนและร้อยละ ที่มีต่อทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอนคือ ขั้นสร้างความสนใจ ขั้นสำรวจและค้นคว้า ขั้นอธิบาย ขั้นขยายความรู้ และขั้นประเมิน พบว่า ภายหลังใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบเสาะหาความรู้เรื่อง การประยุกต์ของอัตราส่วนและร้อยละ ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงกว่าก่อนได้รับการการสอน อีกทั้งยังสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อัมพร ม้าคนอง (2552, หน้า 101 - 102) ได้ศึกษาการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง ประชากรในการวิจัยครั้งนี้คือนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ และวิชาเอกประถมศึกษา กลุ่มวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ซึ่งผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่ตอบแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ในระดับถูกต้องอย่างสมบูรณ์และถูกต้องค่อนข้างสมบูรณ์ หลังเรียนจากการใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง มีจำนวนมากกว่าก่อนเรียน 2) นักเรียนที่ตอบแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนจากการใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูงได้ถูกต้องอย่างสมบูรณ์และถูกต้องค่อนข้างสมบูรณ์มากกว่าก่อนเรียน มีจำนวนเพิ่มขึ้นในทุกสาระคณิตศาสตร์ 3) มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากการใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง

สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในทุกสาระคณิตศาสตร์

วัชระ น้อยมี (2551, หน้า 124) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการศึกษาพบว่า ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การใช้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/ 80 โดยมีประสิทธิภาพ 84.80/ 87.20 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

กุลนิดา วรสารนันท์ (2552, หน้า 87) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2552 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยฝ่ายมัธยม จำนวน 2 ห้อง ห้องแรกเป็นกลุ่มทดลองซึ่งได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัย และอีกห้องได้รับการจัดกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์แบบปกติ พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีมโนทัศน์และความสามารถในการเหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนกลุ่มทดลองมีมโนทัศน์และความสามารถในการเหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

งานวิจัยต่างประเทศ

จากการค้นคว้าและศึกษางานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอนและการใช้คำถามระดับสูง ผู้วิจัยได้รวบรวมและนำเสนอไว้ดังนี้

โทมัส และ โจเซฟา (Thomas & Josepha, 1998, pp. 504-509) พบว่า การใช้คำถามระดับสูงในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นการกระตุ้นที่ดีของครูในการทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาหรือโจทย์ปัญหาต่าง ๆ ได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง ไม่ใช่ให้นักเรียนจำวิธีการคิดแล้วนำไปใช้แก้ปัญหาในลักษณะเดียวกันหมดแบบแต่ก่อน ครูควรสอนแบบนึกถึงสถานการณ์จริงแล้วใช้คำถามระดับสูงกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความรู้ที่มีอยู่มาเป็นเหตุผลในการสรุปหาคำตอบ

เจฟฟรีย์ (Jeffrey, 2001, pp. 84-92) ศึกษาผลการใช้คำถามระดับสูงของครูต่อนักเรียนชายและหญิงระดับประถมศึกษาในห้องเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า รูปแบบการ

ตอบสนองคำถามระดับสูงของนักเรียนชายและนักเรียนหญิงไม่แตกต่างกัน และพบว่าคำถามระดับสูง (คำถามที่สูงกว่าระดับความรู้ความจำ) ช่วยกระตุ้นส่งเสริมให้นักเรียนคิดอย่างมีวิจารณญาณมากกว่าระดับต่ำ (คำถามที่ถามความรู้ความจำ)

นิลกลัด (Niklad, 2004, abstract) ได้ศึกษาการคิดและการให้เหตุผลทางพีชคณิต ของนักเรียนในวิทยาลัยแห่งหนึ่งเกี่ยวกับความเข้าใจในความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน หลังจากเรียนเรื่องนี้จบไปแล้ว ซึ่งเก็บรวบรวมข้อมูลโดยใช้การสัมภาษณ์ โดยจะคัดเลือกนักเรียน 5 คนที่มีความคิดรวบยอดที่ถูกต้องเกี่ยวกับฟังก์ชัน มาสัมภาษณ์เพื่อค้นหากลวิธีในการแก้ปัญหา ความคิดทางพีชคณิต และการให้เหตุผลขณะที่พวกเขากำลังแก้ปัญหา และการทำแบบสอบถามโดยทุกคนจะได้ทำแบบสอบถามที่มีคำถามเกี่ยวกับนิยามของฟังก์ชัน การใช้ตัวแทนที่หลากหลายของฟังก์ชัน การใช้ฟังก์ชันในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการใช้ฟังก์ชันในสถานการณ์จริง จากการศึกษาพบว่า หลังการเรียนการสอน นิยามเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนได้รับการพัฒนาเพิ่มขึ้น จากนิยมแบบเดิม อีกทั้งนักเรียนมีความเข้าใจที่ดีขึ้นในการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย การแปลงของฟังก์ชัน และการประยุกต์ใช้ฟังก์ชันกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ หรือสถานการณ์จริง นอกจากนี้กลับพบว่าการให้เหตุผลทางพีชคณิตของนักเรียน ซึ่งเป็นความสามารถที่นักเรียนควรจะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้หลากหลายวิธีนั้น มีความก้าวหน้าเพียงเล็กน้อย

คริสตู และปาปาจีออจิโอว์ (Christou & Papageorgiou, 2007, 55-66) ได้ศึกษาโครงร่างของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยที่ได้บังคับใช้ในหลักสูตรของนักเรียนระดับประถมศึกษา โดยทำการศึกษาความสามารถด้านความรู้ของนักเรียนที่จะสรุปความเหมือนหรือความต่างระหว่างคุณสมบัติและความสัมพันธ์ของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการให้เหตุผลเชิงอุปนัยของนักเรียนที่ได้เขียนไว้ โดยเก็บข้อมูลจากนักเรียนชั้นประถมศึกษาที่ 5 จำนวน 135 คน ในประเทศไซปรัส การวิเคราะห์ปัจจัยในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยนี้นำไปสู่ข้อสรุปด้านความรู้ 6 กระบวนการที่ค้นพบความเหมือนหรือความแตกต่างในคุณสมบัติหรือและความสัมพันธ์ ซึ่งสามารถนำมาใช้สำหรับการหาผลลัพธ์ของปัญหาคณิตศาสตร์เชิงอุปนัย และยังเป็นประโยชน์ในการกำหนดพื้นฐานทางทฤษฎีสำหรับการออกแบบหลักสูตรและการกำหนดโปรแกรมในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์อีกด้วย

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศพบว่า มีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลากหลายวิธี ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้น (5Es) และการใช้คำถามระดับสูงก็เป็นหนึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ช่วยพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วย

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัย เรื่อง ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การดำเนินการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สาย วิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนดัดดรุณี อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา จำนวน 4 ห้องเรียน รวมจำนวนนักเรียน 180 คน

2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/ 6 สาย วิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 44 คน ซึ่งได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) ซึ่งทางโรงเรียนจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถของนักเรียน คือมีทั้งเรียนที่มีความสามารถในการเรียนระดับ เก่ง ปานกลาง และอ่อน ในห้องเดียวกัน โดยใช้คะแนนจากการสอบคัดเลือกเข้าเรียนเป็นเกณฑ์

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่องฟังก์ชัน จำนวน 7 แผน ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนดัดดรุณี อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา เกี่ยวกับคำอธิบายรายวิชา ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 เรื่อง ฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

1.2 ศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) และการใช้คำถามระดับสูง จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.3 ศึกษาเนื้อหาในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการจัดทำแผนการเรียนรู้ เรื่องฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ให้สอดคล้องกับหลักสูตรสถานศึกษา โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ตารางที่ 20 แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

แผนที่	ผลการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
1.ความหมายของฟังก์ชัน	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2.ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1.สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันได้ 2. สามารถบอกว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชันได้ 3. สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันจาก A ไป B ได้ 4. สามารถบอกว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นหรือไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป Bได้ 5. สามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชันได้	1.ความหมายของฟังก์ชัน	2

ตารางที่ 20 (ต่อ)

แผนที่	ผลการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
2. ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งและฟังก์ชันทั่วถึง	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2.ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. สามารถบอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B (one - to - one function) 2. สามารถบอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันทั่วถึงจาก A ไป B (from A onto B) 3. สามารถให้เหตุผลว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังกันหนึ่งต่อหนึ่งหรือฟังก์ชันทั่วถึงได้ 4. สามารถให้เหตุผลประกอบขั้นตอนการพิสูจน์ว่าเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ได้	1. ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง 2. ฟังก์ชันทั่วถึง	2
3. ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดได้ 2. สามารถบอกว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดได้ 3.สามารถให้เหตุผลว่าฟังกันที่กำหนดเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดได้ 4. สามารถให้เหตุผลประกอบขั้นตอนการพิสูจน์ว่าเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดได้	1.ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด	2

ตารางที่ 20 (ต่อ)

แผนที่	ผลการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
4. ฟังก์ชันพหุนาม	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้ 3. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. สามารถบอกว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นหรือไม่เป็นฟังก์ชันพหุนามได้ 2. สามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดเป็นหรือไม่เป็นฟังก์ชันพหุนามได้	1. ฟังก์ชันพหุนาม	2
5. การดำเนินการของฟังก์ชัน	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้ 3. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. สามารถหาค่าของการการดำเนินการของฟังก์ชันที่กำหนดได้ 2.สามารถสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 3. สามารถให้เหตุผลว่าฟังก์ชัน 2 ฟังก์ชันที่กำหนดให้มีดำเนินการทางฟังก์ชันได้	1. การดำเนินการของฟังก์ชัน	2
6. ฟังก์ชันประกอบ	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2.ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. สามารถหาฟังก์ชันประกอบของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้ 2. สามารถให้เหตุผลว่าฟังก์ชัน 2 ฟังก์ชันที่กำหนดให้สามารถมีหรือไม่มีฟังก์ชันประกอบได้	1. ฟังก์ชันประกอบ	2

ตารางที่ 20 (ต่อ)

แผนที่	ผลการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
7. ฟังก์ชันผกผัน	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2.ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. สามารถหาฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้ 2. สามารถให้เหตุผลว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้มีหรือไม่มีฟังก์ชันผกผันได้	1. ฟังก์ชันผกผัน	2
		รวม		14

1.4 จัดทำแผนการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง จำนวน 7 แผน เวลา 14 คาบ คาบละ 50 นาที ซึ่งแผนการเรียนรู้แต่ละแผน ประกอบด้วย

1.4.1 ผลการเรียนรู้

1.4.2 จุดประสงค์การเรียนรู้ ประกอบไปด้วย ด้านความรู้, ด้านทักษะ/กระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1.4.3 สาระสำคัญ

1.4.4 สาระการเรียนรู้

1.4.5 กิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบไปด้วย

ขั้นการสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นขั้นที่นักเรียนพิจารณาปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ครูนำเสนอ โดยครูใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นและสร้างความสนใจให้แก่นักเรียนหรือตรวจสอบ ทบทวนความรู้และประสบการณ์เดิมของนักเรียน เพื่อนำเข้าสู่บทเรียนใหม่

ขั้นการสำรวจและค้นคว้า (Exploration) เป็นขั้นที่นักเรียนแต่ละคน/ กลุ่ม ศึกษาค้นคว้าหาความรู้ ดำเนินการสำรวจ ตรวจสอบ รวบรวมข้อมูล และหาคำตอบหรือสร้างข้อสรุปที่เป็นความคิดรวบยอดหรือองค์ความรู้ขึ้นด้วยตนเองจากการทำกิจกรรมในชั้นเรียน และครูเปิด

โอกาสให้นักเรียนซักถามได้ โดยครูใช้คำถามระดับสูงเพื่อนำให้นักเรียนไปสู่การค้นคว้าจนนักเรียนเกิดข้อสรุปเป็นความรู้ขึ้นด้วยตนเองได้

ขั้นการอธิบาย (Explanation) เป็นขั้นที่นักเรียนนำคำตอบหรือข้อสรุปที่เป็นความคิดรวบยอดหรือองค์ความรู้ที่ได้มาวิเคราะห์ แปลผล หาข้อสรุป แล้วอธิบาย ข้อค้นพบที่ตนเองได้จากการสำรวจและค้นคว้าพร้อมแสดงเหตุผลประกอบ โดยครูใช้คำถามระดับสูงนำให้เกิดการสรุปความรู้นั้นด้วย

ขั้นการขยายความรู้ (Elaboration) เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้หรือข้อค้นพบที่ได้ไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์ใหม่ ๆ เพื่อขยายความรู้ให้กว้างขึ้น หรือมีความรู้ที่ลึกซึ้งขึ้นผ่านการทำกิจกรรมหรือแบบฝึกหัดที่ครูเตรียมให้ โดยครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามหากเกิดข้อสงสัย และครูเป็นผู้ใช้คำถามระดับสูงเพื่อให้นักเรียนอธิบายแนวทางของตน

ขั้นการประเมิน (Evaluation) เป็นขั้นที่นักเรียนได้รับการตรวจสอบความรู้จากการทำกิจกรรมในชั้นเรียน ว่านักเรียนมีความรู้อะไรบ้าง และมากน้อยเพียงใด โดยครูใช้คำถามระดับสูงเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบความรู้

1.4.6 สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้

1.4.7 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1.4.8 บันทึกหลังการสอน (ผลการเรียน, ปัญหาและอุปสรรค, ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข)

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อ ตรวจสอบความถูกต้อง ความตรงของเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ตลอดจนภาษาที่ใช้ และนำข้อเสนอมาปรับปรุง

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจเครื่องมือ จำนวน 5 คน เพื่อ ตรวจสอบความถูกต้อง ความตรงเชิงเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่ออุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ตลอดจนภาษาที่ใช้ โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of objective congruence) ค่าดัชนีความสอดคล้อง ที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

+1 หมายถึง แน่ใจว่าองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้สอดคล้องกัน

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้สอดคล้องกัน

-1 หมายถึง แน่ใจว่าองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ไม่สอดคล้องกัน

1.7 หลังจากนำแผนการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เชี่ยวชาญประเมินความสอดคล้องพบว่า แผนการจัดการเรียนรู้มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.60 – 1.00 (ดังตารางที่ 28 ภาคผนวก ค) และนำแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มาปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ โดยผู้เชี่ยวชาญได้ปรับแก้ไขภาษาให้เข้าใจได้ง่ายขึ้นตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ และแก้ไขคำที่พิมพ์ผิดทุกแผนการจัดการเรียนรู้ และมีการเพิ่มตัวอย่างและแบบฝึกหัดเพิ่มเติมในบางแผนการจัดการเรียนรู้ แล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

1.8 นำแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/ 5 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนคัดดรุณี อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา จำนวน 45 คน

1.9 นำผลจากการทดลองใช้แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มาปรับปรุงโดยมีการแก้ไขคำผิด และจัดพิมพ์ฉบับจริง

1.10 นำแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่ปรับปรุงแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

2.1 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนคัดดรุณี อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา เกี่ยวกับคำอธิบายรายวิชา ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 เรื่อง ฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2.2 ศึกษาคู่มือครู หลักการ วิธีการสร้างแบบทดสอบ และแนวทางการวัดผลและประเมินความสามารถในการให้เหตุผลจากตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.3 วิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องฟังก์ชัน เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 14 ข้อ โดยสร้างเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ดังตาราง

ตารางที่ 21 วิเคราะห์ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้	1.ความหมายของฟังก์ชัน	1. สามารถให้เหตุผลว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชันได้	2	1
1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้	1. ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง 2. ฟังก์ชันทั่วถึง	1.สามารถให้เหตุผลประกอบการพิสูจน์ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งและฟังก์ชันทั่วถึงได้	2	1
1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้	1.ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด	1.สามารถให้เหตุผลประกอบการพิสูจน์ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดได้	2	1
1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้	1. ฟังก์ชันพหุนาม	1. สามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดเป็นฟังก์ชันพหุนามหรือไม่เป็นฟังก์ชันพหุนามได้	2	1

ตารางที่ 21 (ต่อ)

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้	1. การดำเนินการของฟังก์ชัน	1. สามารถให้เหตุผลประกอบว่าฟังก์ชัน 2 ฟังก์ชันที่กำหนดให้สามารถดำเนินการทางฟังก์ชันหรือไม่สามารถดำเนินการทางฟังก์ชันได้	2	1
1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้	1. ฟังก์ชันประกอบ	1.สามารถให้เหตุผลในการสร้างฟังก์ชันประกอบได้	2	1
1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้	1. ฟังก์ชันผกผัน	1.สามารถให้เหตุผลว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้มีหรือไม่มีฟังก์ชันผกผันได้	2	1
	รวม		14	7

2.4 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อ ตรวจสอบความถูกต้อง ความตรงของเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และนำข้อเสนอมาปรับปรุง

2.5 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจเครื่องมือ จำนวน 5 คน (ผู้เชี่ยวชาญคนเดียวกับที่ตรวจแผนการจัดการเรียนรู้) เพื่อ ตรวจสอบความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้ กับคำถามในข้อสอบ โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of objective congruence) ค่าดัชนี

ความสอดคล้องที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

+1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

-1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดไม่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

2.6 หลังจากที่ผู้เชี่ยวชาญประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบว่าแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.60 – 1.00 (ดังตารางที่ 29 ภาคผนวก ค) และนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มาปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ โดยมีการปรับการใช้สำนวน ภาษา และกำหนดเงื่อนไขเพิ่มเติม เพื่อให้อ่านแล้วเข้าใจง่ายขึ้น และแก้ไขคำผิด เช่น

- จาก "กำหนดให้ $f=\{(1,b),(2,d),(3,c),(4,a)$ เป็นฟังก์ชัน 1-1 หรือไม่ เพราะเหตุใด" ปรับแก้เป็น "ถ้ากำหนดให้ $f=\{(1,b),(2,d),(3,c),(4,a)$ แล้ว f เป็นฟังก์ชัน 1-1 หรือไม่ เพราะเหตุใด"

- จาก "ถ้า $f(x)=x^2(\frac{1}{x}+3x)$ แล้ว f เป็นฟังก์ชันพหุนามหรือไม่ เพราะเหตุใด" ปรับแก้เป็น "ถ้า $f(x)=x^2(\frac{1}{x}+3x)$ เมื่อ $x\neq 0$ แล้ว f เป็นฟังก์ชันพหุนามหรือไม่ เพราะเหตุใด

2.7 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/ 5 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง (กลุ่มเดียวกับที่ทดลองแผนการจัดการเรียนรู้) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนคัดดรุณี อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา จำนวน 45 คน เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

2.8 นำผลการสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อเพื่อหาค่าความยากง่าย (P_D) และค่าอำนาจจำแนก (D) แล้วคัดเลือกแบบทดสอบเฉพาะที่มีค่าความยากง่าย (P_D) ตั้งแต่ 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จำนวน 7 ข้อ โดยให้ครอบคลุมทุกจุดประสงค์การเรียนรู้ พบว่าแบบทดสอบมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.41 – 0.59 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.48 – 0.82

2.9 นำผลการสอบจากข้อที่ผ่านการคัดเลือกจำนวน 7 ข้อมาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัย โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α – Coefficient) ของครอนบัค (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 161) พบว่าแบบทดสอบมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.79

2.10 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ปรับปรุงแล้ว ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

3. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ

3.1 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนดัดตรุณี อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา เกี่ยวกับคำอธิบายรายวิชา ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 เรื่อง ฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

3.2 ศึกษาคู่มือครู หลักการ วิธีการสร้างแบบทดสอบ และแนวทางการวัดผลและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน จากตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

3.3 วิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างผลการเรียนรู้สาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องฟังก์ชัน เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน จำนวน 14 ข้อ โดยสร้างเป็นแบบทดสอบอัตนัย ดังตาราง

ตาราง 22 วิเคราะห์ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ มโนทัศน์ และจำนวนข้อสอบแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชัน และสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้	1.ความหมายของฟังก์ชัน	<u>มโนทัศน์ที่ 1</u> ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งสำหรับคู่อันดับสองคู่ใดๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน นั่นคือ ฟังก์ชัน f คือความสัมพันธ์ซึ่ง สำหรับ x, y และ z ใดๆ ถ้า $(x,y) \in f$ และ $(x,z) \in f$ แล้ว $y = z$ และ f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมน และมีเรจน์เป็นสับเซตของ B เขียนแทนด้วย $f : A \rightarrow B$	2	1

ตารางที่ 22 (ต่อ)

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้	1. ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง 2. ฟังก์ชันทั่วถึง	<u>มโนทัศน์ที่ 2</u> f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมนและ B เป็นเรนจ์ เขียนแทนด้วย $f : A \underset{onto}{\rightarrow} B$ และ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B สำหรับ x_1, x_2 ใดๆ ใน A ถ้า $f(x_1) = f(x_2)$ แล้ว $x_1 = x_2$ เขียนแทนด้วย $f : A \overset{1-1}{\rightarrow} B$	2	1
1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้	1.ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด	<u>มโนทัศน์ที่ 3</u> ให้ f เป็นฟังก์ชันซึ่งมีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของจำนวนจริงและ A เป็นสับเซตของโดเมน f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม (increasing function) ใน A ก็ต่อเมื่อ สำหรับ x_1 และ x_2 ใดๆ ใน A ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) < f(x_2)$ และ f เป็นฟังก์ชันลด (decreasing function) ใน A ก็ต่อเมื่อ สำหรับ x_1 และ x_2 ใดๆ ใน A ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) > f(x_2)$	2	1
1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้	1. ฟังก์ชันพหุนาม	<u>มโนทัศน์ที่ 4</u> ฟังก์ชันพหุนาม คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_2 x + a_1 x + a_0$ โดยที่ $a_n, a_{n-1}, ..., a_2, a_1, a_0$ เป็นค่าคงตัว และ n เป็นจำนวนเต็มซึ่งมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์	2	1

ตารางที่ 22 (ต่อ)

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้				
1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้	1. ฟังก์ชันพหุนาม	<u>มโนทัศน์ที่ 4</u> ฟังก์ชันพหุนาม คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_2 x + a_1 x + a_0$ โดยที่ $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_2, a_1, a_0$ เป็นค่าคงตัว และ n เป็นจำนวนเต็มซึ่งมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์	2	1
1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้	1. การดำเนินการของฟังก์ชัน	<u>มโนทัศน์ที่ 5</u> ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของ R ผลบวก ผลต่าง ผลคูณ และผลหารของ f และ g เขียนแทนด้วย $f+g, f-g, fg$ และ $\frac{f}{g}$ ตามลำดับ เป็นฟังก์ชันซึ่งกำหนดค่าโดย $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$ $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$ $(fg)(x) = f(x)g(x)$ $(\frac{f}{g})(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ เมื่อ $g(x) \neq 0$ ซึ่งโดเมน $f+g, f-g$ และ fg คือเซตของจำนวนจริง x ทั้งหมดที่อยู่ทั้งใน	2	1

ตารางที่ 22 (ต่อ)

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
		โดเมนของ f และโดเมน g ซึ่งก็คือ $D_f \cap D_g$ สำหรับโดเมนของ $\frac{f}{g}$ คือ เซตของจำนวนจริง x ทั้งหมดที่อยู่ทั้งในโดเมนของ f และโดเมน g โดยที่ $g(x)$ ต้องไม่เท่ากับ 0 ซึ่งก็คือ $\{x \mid x \in D_f \cap D_g \text{ และ } g(x) \neq 0\}$		
1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้	1. ฟังก์ชันประกอบ	<u>มโนทัศน์ที่ 6</u> ให้ f และ g เป็นฟังก์ชัน และ $R_f \cap D_g \neq \phi$ ฟังก์ชันประกอบของ f และ g เขียนแทนด้วย $g \circ f$ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนคือ $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$ และกำหนด $g \circ f$ โดย $g \circ f = g(f(x))$ สำหรับทุก x ใน $D_{g \circ f}$	2	1
1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้	1. ฟังก์ชันผกผัน	<u>มโนทัศน์ที่ 7</u> ฟังก์ชันผกผัน คือ ตัวผกผันของฟังก์ชันที่เป็นฟังก์ชัน และ ให้ f เป็นฟังก์ชัน f มีตัวผกผันก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชัน 1-1	2	1
		รวม	14	7

3.4 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อ ตรวจสอบความถูกต้อง ความตรงของเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างผลกรเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และนำข้อเสนอมาปรับปรุง

3.5 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจเครื่องมือ จำนวน 5 คน (ผู้เชี่ยวชาญคนเดียวกับที่ตรวจแผนการจัดการเรียนรู้) เพื่อ ตรวจสอบความสอดคล้องระหว่างมโนทัศน์ที่ต้องการวัดกับคำถามที่ใช้ในข้อสอบ โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of objective congruence) ค่าดัชนีความสอดคล้องที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

+1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามมโนทัศน์

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามมโนทัศน์

-1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดไม่ตรงตามมโนทัศน์

3.6 หลังจากที่ผู้เชี่ยวชาญประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน พบว่าแบบทดสอบ มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.60 – 1.00 (ดังตารางที่ 30 ภาคผนวก ค) และนำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มาปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ โดยมีการปรับการใช้สำนวนและภาษาเพื่อให้อ่านแล้วเข้าใจง่ายขึ้น และแก้ไขคำผิด เช่น

- จาก “กราฟต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันเพิ่ม หรือฟังก์ชันลด จงอธิบาย” ปรับแก้เป็น “กราฟต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันเพิ่มในช่วงใดหรือฟังก์ชันลดในช่วงใด จงอธิบาย”

- จาก “ถ้า $y = c$ เมื่อ c เป็นจำนวนจริง y เป็นฟังก์ชันพหุนามหรือไม่ อย่างไร ปรับแก้เป็น “กำหนดให้ $y = c$ เมื่อ c เป็นจำนวนจริง จงพิจารณาว่า y เป็นฟังก์ชันพหุนามหรือไม่อย่างไร”

3.7 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/ 5 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง (กลุ่มเดียวกับที่ทดลองแผนการจัดการเรียนรู้) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนดัดดรุณี อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา จำนวน 45 คน เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

3.8 นำผลการสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อเพื่อหาค่าความยากง่าย (P_D) และค่าอำนาจจำแนก (D) แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่าย (P_D) ตั้งแต่ 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จำนวน 7 ข้อ โดยให้ครอบคลุมทุกจุดประสงค์การเรียนรู้ พบว่าแบบทดสอบมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.34 – 0.64 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.64 – 0.95

3.9 นำผลการสอบจากข้อที่ผ่านการคัดเลือกจำนวน 7 ข้อมาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัย โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α – Coefficient) ของครอนบัค (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 161) พบว่าแบบทดสอบมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.84

3.10 นำแบบทดสอบวัดวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่แก้ไขแล้ว ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

การดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งเชิงทดลองแบบกลุ่มเดียว คือ เลือกกลุ่มตัวอย่างมาหนึ่งกลุ่ม แล้วทำการทดสอบหลังการทดลอง และหาค่าคะแนนเฉลี่ย จากนั้นนำคะแนนมาทดสอบสมมติฐานเทียบคะแนนเฉลี่ยกับเกณฑ์ด้วยการทดสอบค่าสถิติ t - test จึงใช้แบบแผนการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว (one-group posttest-only design)
(องอาจ นัยพัฒน์, 2551, หน้า 270)

ตารางที่ 23 แสดงแบบแผนการดำเนินการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว (one-group posttest-only design)

กลุ่ม	ทดลอง	ทดสอบหลังเรียน
E	X	O

เมื่อ E แทน กลุ่มทดลอง (Experimental group)
X แทน การจัดกระทำ (Treatment)
O แทน การสอบหลังจากที่จัดกระทำการทดลอง (Posttest)

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอนดังนี้

1. ชี้แจงให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนดัดดรุณี อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา ให้มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงเรื่องฟังก์ชัน เพื่อให้นักเรียนทุกคนได้เข้าใจตรงกัน และปฏิบัติตนได้อย่างถูกต้อง

2. ดำเนินการสอนกับกลุ่มตัวอย่างโดยจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่องฟังก์ชัน เป็นระยะเวลา 14 คาบ

3. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน มาทดสอบเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน กับกลุ่มตัวอย่าง หลังจากได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่องฟังก์ชัน

4. ตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน แล้วให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ผลทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐาน ซึ่งมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ดังตาราง

ตารางที่ 24 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ ความหมาย	**ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น**
ระดับ 3 ดีมาก	- คำตอบถูกต้องและมีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบโดยใช้ หลักการ สมบัติ นิยาม กฎ หรือทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ประกอบการให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล ชัดเจน
ระดับ 2 ดี	- คำตอบถูกต้องและมีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบโดยใช้ นิยาม กฎ หรือทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ ประกอบการให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล แต่ไม่ชัดเจน
ระดับ 1 พอใช้	- คำตอบถูกต้องแต่มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบโดยใช้ นิยาม กฎ หรือทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ ประกอบการให้เหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล หรือคำตอบถูกต้องแต่ไม่มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดหรือคำตอบผิดและอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบได้สมเหตุสมผลหรือทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 24 (ต่อ)

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 0 ต้องปรับปรุง	- คำตอบผิดหรือไม่มีการเขียนอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบ หรือ ไม่มีการเขียนใด ๆ

เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ที่ใช้ในการตรวจแบบทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ดังนี้

ตารางที่ 25 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ ระดับ	การอธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
2 ถูกต้องอย่างสมบูรณ์	คำตอบถูกต้องโดยมีการอธิบายความรู้ เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ โดยอ้างอิงโครงสร้าง บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่างๆทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนอย่างเป็นเหตุเป็นผลได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
1 ถูกต้องบางส่วน	คำตอบถูกต้องโดยมีการอธิบายความรู้ เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ โดยอ้างอิงโครงสร้าง บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่างๆทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนอย่างเป็นเหตุเป็นผลได้อย่างถูกต้อง บางส่วน หรือพยายามสื่อความหมายแต่ไม่ชัดเจน
0 ไม่ถูกต้อง	คำตอบถูกต้องโดยมีการอธิบายความรู้ เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่มีการอ้างอิงโครงสร้าง บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่างๆทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนอย่างเป็นเหตุเป็นผล หรือ คำตอบถูกต้องโดยมีการอธิบายความรู้ เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ แต่มีการอ้างอิงโครงสร้าง บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนอย่างไม่เป็นเหตุเป็นผล หรือ คำตอบผิด หรือไม่มีการเขียนตอบ

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้แบ่งการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยได้นำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน มาวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ one sample

2. เปรียบเทียบคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ one sample

การวิเคราะห์เชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยได้นำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน มาวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. นำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มาจำแนกนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่มตามเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำเสนอในรูปความเรียง

2. นำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน มาจำแนกนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำเสนอในรูปความเรียง

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติพื้นฐาน

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) คำนวณจากสูตร (ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม, 2555, หน้า 33)

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

เมื่อ $\bar{x}$ แทน คะแนนเฉลี่ย

$\sum x$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) คำนวณได้จากสูตร (ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม, 2555, หน้า 50)

$$s = \sqrt{\frac{n\sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน

x แทน คะแนนของนักเรียนแต่ละคน

$\sum x$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

$(\sum x)^2$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง

$\sum x^2$ แทน ผลรวมคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

สถิติเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือในการวิจัย

1. หาค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน โดยคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 160)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้อง

$\sum R$ แทน ผลรวมคะแนนความสอดคล้องตามการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2. หาค่าความยากง่าย (P_D) ของแบบแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน โดยเรียงคะแนนจากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย แล้วแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 25% แล้วใช้

สูตรคำนวณของ ดี อาร์ ไวทนีย์ และ ดี แอล ซาเบอร์ส (D.R. Whitney & D.L. Sabers อ้างถึงใน พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2548, หน้า 149)

$$P_D = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ P_D แทน ค่าความยากง่ายของแบบทดสอบแต่ละข้อ
S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
$X_{\max}$ แทน คะแนนสูงสุด
$X_{\min}$ แทน คะแนนต่ำสุด

3. หาค่าอำนาจจำแนกของแบบแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน โดยเรียงคะแนนจากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย แล้วแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 25% แล้วใช้สูตรคำนวณของ ดี อาร์ ไวทนีย์ และ ดี แอล ซาเบอร์ส (D.R. Whitney & D.L. Sabers อ้างถึงใน พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2548, หน้า 149)

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ D แทน ค่าอำนาจจำแนกของแบบแบบทดสอบแต่ละข้อ
S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
$X_{\max}$ แทน คะแนนสูงสุด
$X_{\min}$ แทน คะแนนต่ำสุด

4. หาค่าความเชื่อมั่นของแบบแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน โดยคำนวณจากสูตรสูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α – Coefficient) ของครอนบัค (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 161)

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left[1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} s_i^2}{s_t^2}\right]$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	k	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ
	s_t^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

1. เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากหลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ one sample (ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม, 2555, หน้า 86)

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t-Distribution
	$\bar{x}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
	μ	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
	s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การนำเสนอผลการวิจัย เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อการเสนอผลการวิจัย ดังนี้

t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t-Distribution

$\bar{x}$ แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนน

μ แทน ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

p แทน ระดับนัยสำคัญทางสถิติ

df แทน องศาอิสระ

* แทน มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยแบ่งการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็น 2 ตอน คือ ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้ตุผลทางคณิตศาสตร์ และตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้จากการตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถใน

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งมีคะแนนดิบรายบุคคลแสดงด้วยงานแสดงลำต้นและใบ (Stem and Leaf) ดังภาพที่ 3

0	7 8
1	0 0 1 1 1 2 2 2 2 3 5 5 6 6 6 7 7 7 8 8 9 9 9 9
2	0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1

ภาพที่ 3 คะแนนดิบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน รายบุคคล

หมายเหตุ จากงานแสดงลำต้นและใบ ตัวเลขในช่องซ้ายเป็นตัวเลขในหลักสิบของคะแนนดิบ และตัวเลขในช่องขวาเป็นตัวเลขในหลักหน่วยของคะแนนดิบ ตัวอย่างเช่น ข้อมูลในแถวที่ 2 มีนักเรียนได้คะแนน 10, 10, 11, 11, 11 และคะแนนสุดท้ายคือ 19

ซึ่งจากภาพที่ 3 พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน อยู่ในช่วง 10 – 19 คะแนน และผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ด้วยสถิติ t-test แบบ one sample โดยกำหนดเกณฑ์หรือ μ ที่ร้อยละ 70 ปรากฏดังตารางที่ 26

ตารางที่ 26 ค่าเฉลี่ย และค่าสถิติทดสอบที ของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

กลุ่มตัวอย่าง	n	df	คะแนนเต็ม	$\bar{x}$	μ	s	t	p
คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	44	43	21	16.80	14.70	4.19	3.317*	.001

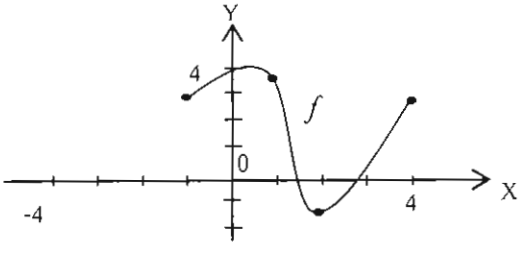
* $p < .05$

จากตารางที่ 26 พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนในแต่ละช่วงหลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ในช่วงแรก (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 – 2) ของการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง เพื่อต้องการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล จึงต้องมีการถามถึงเหตุผลของคำตอบ เช่น ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน เมื่อครูให้นักเรียนพิจารณาว่า ความสัมพันธ์ $r=\{(1,a),(2,b),(3,b),(5,c)\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ นักเรียนสามารถตอบได้ว่า “ความสัมพันธ์ดังกล่าวไม่เป็นฟังก์ชัน” แต่พอถามต่อไปว่า “เพราะเหตุใด” นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถตอบได้ ดังนั้นในช่วงแรกครูจึงต้องใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนตอบคำถาม เช่น “สมาชิกตัวหน้าของความสัมพันธ์เป็นอย่างไร” “สมาชิกตัวหลังของความสัมพันธ์เป็นอย่างไร” “มีคู่อันดับใดบ้างที่ซ้ำกัน” เป็นต้น ซึ่งพบว่านักเรียนสามารถตอบคำถามดังกล่าวได้ อีกทั้งครูได้ฝึกให้นักเรียนให้เหตุผลกันภายในกลุ่มก่อน โดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสนทนากันเอง เพื่อหาเหตุผลของคำตอบ และเมื่อได้ข้อสรุปหรือเหตุผลที่เป็นเหตุผลของกลุ่มครูจึงถามอีกครั้งและหากนักเรียนให้เหตุผลผิดหรือไม่สมเหตุสมผลจะไม่มีการว่ากล่าว โดยครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลอย่างเต็มที่

ในช่วงที่สอง (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 – 4) ของการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำหลักการ สมบัติ นิยาม กฎ หรือทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์มาให้เหตุผลประกอบคำตอบและมีการแสดงเหตุผลมากขึ้น เช่น เรื่องฟังก์ชันเพิ่ม ฟังก์ชันลด ดังภาพ



ภาพที่ 4 กราฟของฟังก์ชัน f

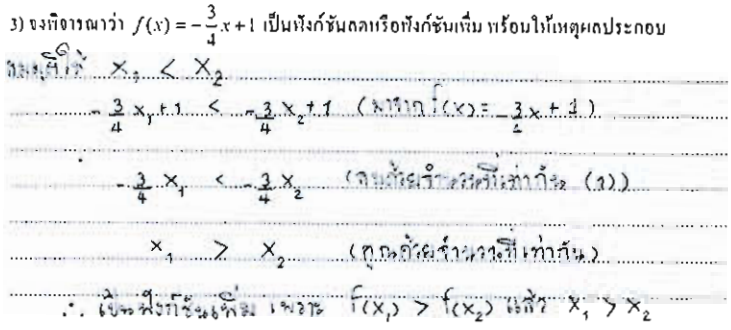
เมื่อครูใช้คำถามว่า "ให้ f เป็นฟังก์ชันที่มีกราฟดังรูป จงระบุว่าช่วงต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันลดหรือฟังก์ชันเพิ่ม เพราะเหตุใด" โดยนักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบได้ว่า กราฟของฟังก์ชัน f ในช่วงใดเป็นฟังก์ชันเพิ่ม และในช่วงใดเป็นฟังก์ชันลด อีกทั้งนักเรียนพยายามนำนิยามของฟังก์ชันเพิ่มและนิยามของฟังก์ชันลดไปใช้ในการให้เหตุผลประกอบคำตอบ และมีการแสดงเหตุผลของตนเองให้เพื่อน ๆ และครูได้รับทราบ รวมถึงมีการแสดงความคิดเห็นแลกเปลี่ยนกันภายในกลุ่มอย่างหลากหลาย ซึ่งครูได้ช่วยปรับภาษาของนักเรียนจากการให้เหตุผลโดยใช้ภาษาพูด เป็นภาษาเขียนด้วย เช่น จากกราฟของฟังก์ชัน f (ภาพที่ 4) นักเรียนตอบคำถามของครูว่า "กราฟเป็นฟังก์ชันเพิ่มในช่วง [-1,1] เพราะ -1 น้อยกว่า 1 และค่า y เมื่อ x เท่ากับ -1 น้อยกว่า ค่า y เมื่อ x เท่ากับ 1 ด้วย" ซึ่งคำตอบของนักเรียนถูกต้อง และเหตุผลที่นักเรียนตอบนั้นสมเหตุสมผล แต่ภาษาที่นักเรียนตอบเป็นภาษาพูด ครูจึงใช้คำถามนำกับนักเรียนว่า "ค่า y เมื่อ x เท่ากับ -1 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์คือ $f(-1)$ ได้หรือไม่ ถ้าได้ให้นักเรียนลองเปลี่ยนประโยคที่นักเรียนกล่าวโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์" นักเรียนจึงปรับภาษาเขียนเป็น "กราฟเป็นฟังก์ชันเพิ่มในช่วง [-1,1] เพราะ $-1 < 1$ และ $f(-1) < f(1)$ " แต่ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 จะมีการพิสูจน์ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเพิ่ม หรือฟังก์ชันลดซึ่งนักเรียนต้องให้เหตุผลประกอบการพิสูจน์ทุกขั้นตอน โดยนักเรียนทุกคนไม่คุ้นเคยกับการให้เหตุผลดังกล่าว อีกทั้งนักเรียนจำสมบัติของอสมการ หรือการไม่เท่ากันในเรื่องจำนวนจริงไม่ได้ ครูจึงต้องทบทวนสมบัติต่าง ๆ เกี่ยวกับการไม่เท่ากัน โดยใช้คำถามนำ เช่น " ถ้า $x_1 < x_2$ แล้วเพราะเหตุใด $-3x_1 > -3x_2$ " ซึ่งพบว่านักเรียนตอบว่า "เพราะคูณด้วย -3" ครูจึงใช้คำถามต่อไปว่า "คำตอบดังกล่าวเรียกว่าสมบัติใดในเรื่องอสมการ" และให้นักเรียนใช้สมบัติดังกล่าวเป็นเหตุผลประกอบขั้นตอนการพิสูจน์ และเมื่อครูตรวจการทำแบบฝึกหัดของนักเรียนแล้วพบว่านักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบขั้นตอนการพิสูจน์ด้วยตนเองได้

ในช่วงสุดท้าย (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 – 7) ของการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง พบว่านักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบโดยอ้างอิงการหลักการ สมบัติ นิยาม กฎ หรือทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ได้สมเหตุสมผลมากขึ้น เช่น เมื่อครูใช้คำถามว่า "เมื่อกำหนดให้ $f = \{(1,a),(2,b),(3,c)\}$ และ $g = \{(a,s),(b,t)\}$ จงพิจารณาว่าสามารถสร้างฟังก์ชัน $g \circ f$ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด" นักเรียนส่วนใหญ่ให้คำตอบว่า "สามารถสร้างฟังก์ชันประกอบ $g \circ f$ ได้ เพราะ $R_f = \{a,b,c\}$ และ $D_g = \{a,b\}$ ซึ่ง $R_f \cap D_g = \{a,b\} \neq \varnothing$ " จะเห็นว่านักเรียนสามารถตอบคำถามพร้อมใช้หลักการของการสร้างฟังก์ชันประกอบมาแสดงเป็นเหตุผลประกอบคำตอบได้ชัดเจน อีกทั้งภาษาที่ใช้ใน

การให้เหตุผลนั้นเป็นภาษาเขียนมากขึ้นกว่าเดิม รวมถึงปัญหาในการแสดงเหตุผลประกอบขั้นตอนการพิสูจน์ของนักเรียนนั้นลดลงจากเดิมด้วย

อีกทั้งเมื่อพิจารณาผลของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจากผลคะแนนสอบ ผู้วิจัยสามารถจำแนกนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ดังนี้

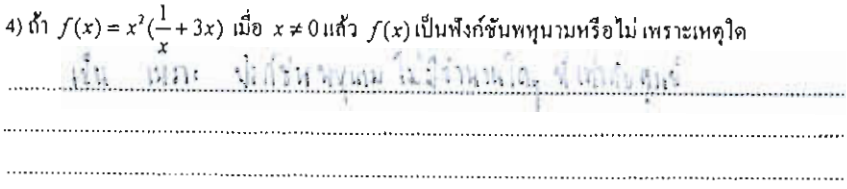
นักเรียนในกลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 0 คะแนน คือนักเรียนที่มีคำตอบผิดหรือไม่มีการเขียนอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบ หรือ ไม่มีการเขียนใด ๆ โดยมีลักษณะตัวอย่างคำตอบจากโจทย์ "จงพิจารณาว่า $f(x)=-\frac{3}{4}x+1$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดพร้อมให้เหตุผลประกอบ" คำตอบของข้อนี้คือ "f เป็นฟังก์ชันลด" แต่นักเรียนในกลุ่มนี้สรุปคำตอบว่าเป็นฟังก์ชันเพิ่ม จึงเป็นคำตอบที่ผิด ดังภาพที่ 5



ภาพที่ 5 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 0 คะแนน ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

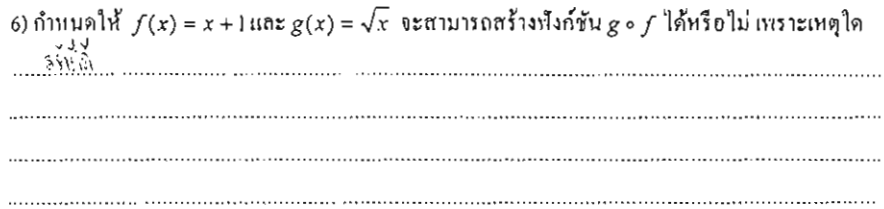
นักเรียนกลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 1 คะแนน คือนักเรียนที่มีคำตอบถูกต้องแต่มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบโดยใช้ นิยาม กฎ หรือทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ ประกอบการให้เหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล หรือคำตอบถูกต้องแต่ไม่มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบ หรือ คำตอบผิดและอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบได้สมเหตุสมผล ซึ่งจะเห็นว่ามีคำตอบทั้งหมด 3 กรณีที่จะได้คะแนนความสามรถในการให้เหตุผล 1 คะแนน ซึ่งผู้วิจัยยกตัวอย่างของนักเรียนในกลุ่มนี้ ดังนี้

กรณีที่ 1 นักเรียนที่มีคำตอบถูกต้องแต่มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบโดยใช้ นิยาม กฎ หรือทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ ประกอบการให้เหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล โดยมีลักษณะคำตอบจากโจทย์ "ถ้า $f(x)=x^2(\frac{1}{x}+3x)$ เมื่อ $x\neq 0$ แล้ว $f(x)$ เป็นฟังก์ชันพหุนามหรือไม่ เพราะเหตุใด" นักเรียนให้คำตอบว่า "เป็น เพราะฟังก์ชันพหุนามไม่มีจำนวนใด ๆ ที่เท่ากับศูนย์" ซึ่งเหตุผลที่นักเรียนยกมาประกอบคำตอบนั้นไม่สมเหตุสมผล เพราะฟังก์ชันพหุนามคือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_2x^2+a_1x+a_0$ โดยที่ $a_n,a_{n-1},\ldots,a_2,a_1,a_0$ เป็นค่าคงตัว และ n เป็นจำนวนเต็มซึ่งมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ ดังภาพที่ 6



ภาพที่ 6 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 1 คะแนน กรณีที่ 1 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

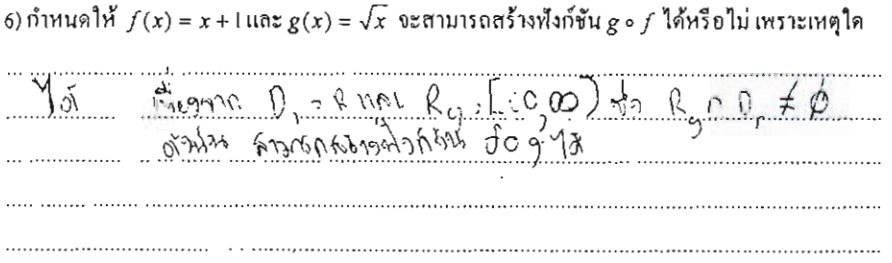
กรณีที่ 2 นักเรียนที่มีคำตอบถูกต้องแต่ไม่มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบ โดยมีลักษณะคำตอบจากโจทย์ "กำหนดให้ $f(x)=x+1$ และ $g(x)=\sqrt{x}$ จะสามารถสร้างฟังก์ชัน $g\circ f$ ได้หรือไม่เพราะเหตุใด" ซึ่งนักเรียนกลุ่มนี้ตอบเพียง ได้ หรือ ไม่ได้ แต่ไม่แสดงเหตุผลประกอบคำตอบของตน ดังภาพที่ 7



ภาพที่ 7 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 1 คะแนน กรณีที่ 2 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

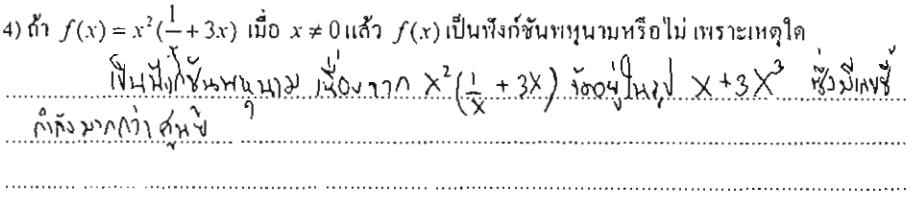
กรณีที่ 3 นักเรียนที่มีคำตอบผิดและอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบได้สมเหตุสมผล โดยมีลักษณะคำตอบจากโจทย์ "กำหนดให้ $f(x)=x+1$ และ $g(x)=\sqrt{x}$ จะ

สามารถสร้างฟังก์ชัน $g \circ f$ ได้หรือไม่เพราะเหตุใด" ซึ่งนักเรียนกลุ่มนี้ตอบไม่ตรงกับคำถาม โจทย์ถามว่าสร้างฟังก์ชัน $g \circ f$ ได้หรือไม่ แต่นักเรียนตอบว่าสามารถสร้างฟังก์ชัน $f \circ g$ ได้แต่มีการให้เหตุผลประกอบคำตอบของตนอย่างสมเหตุสมผล ดังภาพที่ 8



ภาพที่ 8 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 1 คะแนน กรณีที่ 3 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

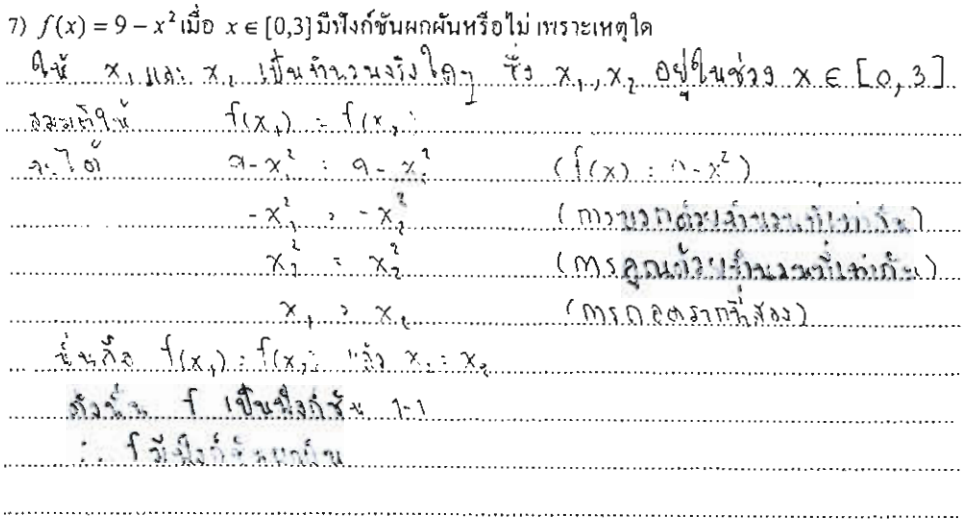
นักเรียนกลุ่มที่ 3 ได้คะแนน 2 คะแนน คือนักเรียนที่มีคำตอบถูกต้องและมีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบโดยใช้ นิยาม กฎ หรือทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ ประกอบการให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล แต่ไม่ชัดเจน โดยมีลักษณะตัวอย่างคำตอบจากโจทย์ "ถ้า $f(x) = x^2(\frac{1}{x} + 3x)$ เมื่อ $x \neq 0$ แล้ว $f(x)$ เป็นฟังก์ชันพหุนามหรือไม่ เพราะเหตุใด" นักเรียนให้คำตอบว่า "เป็นฟังก์ชันพหุนาม เพราะมีเลขชี้กำลังมากกว่าศูนย์" ซึ่งคำตอบของนักเรียนยังไม่ชัดเจน หากจะให้ชัดเจนกว่านี้ต้องระบุว่า "เลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มที่มากกว่าศูนย์" ดังภาพที่ 9



ภาพที่ 9 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 3 ได้คะแนน 2 คะแนน ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

นักเรียนกลุ่มที่ 4 ได้คะแนน 3 คะแนน คือนักเรียนที่มีคำตอบถูกต้องและมีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบโดยใช้ หลักการ สมบัติ นิยาม กฎ หรือทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ ประกอบการให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล ชัดเจน โดยมีลักษณะตัวอย่างคำตอบจาก

โจทย์ " $f(x)=9-x^2$ เมื่อ $x\in[0,3]$ มีฟังก์ชันผกผันหรือไม่เพราะเหตุใด" นักเรียนกลุ่มนี้แสดงการพิสูจน์ได้ชัดเจนและมีการให้เหตุผล โดยใช้หลักการ สมบัติทางคณิตศาสตร์ประกอบการพิสูจน์ได้อย่างสมเหตุสมผล และเขียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องชัดเจน ดังภาพที่ 10



ภาพที่ 10 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 4 ได้คะแนน 3 คะแนน ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ได้จากการตรวจแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งมีคะแนนดิบรายบุคคลแสดงด้วยงานแสดงลำต้นและใบ (Stem and Leaf) ดังภาพที่ 11

0	5 7 7 8 8 8 8 9 9 9 9
1	0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 4 4 4 4 4 4

ภาพที่ 11 คะแนนดิบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน รายบุคคล

หมายเหตุ จากงานแสดงลำต้นและใบ ตัวเลขในช่องซ้ายเป็นตัวเลขในหลักสิบของคะแนนดิบ และตัวเลขในช่องขวาเป็นตัวเลขในหลักหน่วยของคะแนนดิบ ตัวอย่างเช่น ข้อมูลในแถวที่ 2 มีนักเรียนได้คะแนน 10, 10, 10, 10, 10 และคะแนนสุดท้ายคือ 14

ซึ่งจากภาพที่ 11 พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน อยู่ในช่วง 10 – 14 คะแนน และผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ด้วยสถิติ t-test แบบ one sample โดยกำหนดเกณฑ์หรือ μ ที่ร้อยละ 70 ปรากฏดังตารางที่ 27

ตารางที่ 27 ค่าเฉลี่ย และค่าสถิติทดสอบที ของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน

กลุ่มตัวอย่าง	n	df	คะแนนเต็ม	$\bar{x}$	μ	s	t	p
คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	44	43	14	10.91	9.80	2.28	3.226*	.001

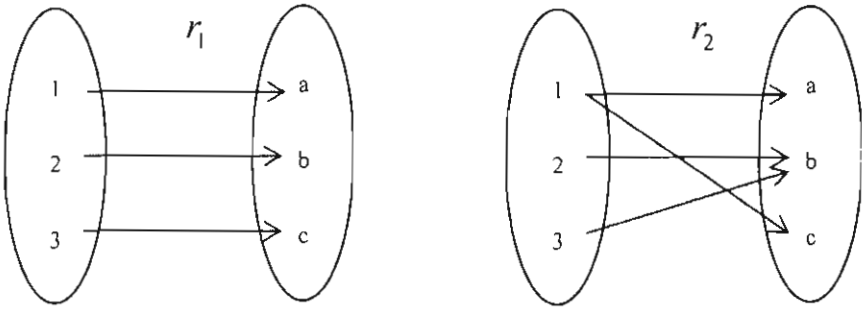
* $p < .05$

จากตารางที่ 27 พบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 2

นอกจากนี้เมื่อพิจารณามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนในแต่ละช่วงหลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ดังนี้

ในช่วงแรก (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 – 2) ของการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง ต้องการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้หรือมโนทัศน์ด้วยตนเอง ซึ่งช่วงแรกครูใช้คำถามระดับสูงเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสังเคราะห์มโนทัศน์ด้วยตนเองได้ เช่น ในแผนการจัดกิจกรรมการ

เรียนรู้ที่ 1 เรื่องความหมายของฟังก์ชัน ผู้สอนได้ยกตัวอย่างความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน และไม่เป็นฟังก์ชัน ดังภาพที่ 12



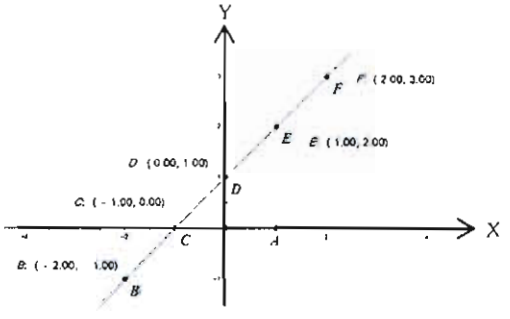
r_1 เป็นฟังก์ชัน r_2 เป็นฟังก์ชัน

ภาพที่ 12 ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน และความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชัน

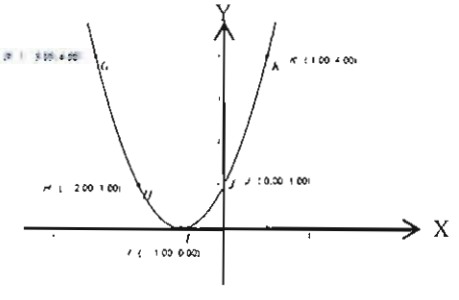
จากนั้นครูใช้คำถามระดับสูง เช่น "จากการสังเกตความสัมพันธ์ต่าง ๆ ที่ครูยกตัวอย่างทั้งที่เป็นฟังก์ชัน และไม่เป็นฟังก์ชัน นักเรียนสามารถสรุปว่าฟังก์ชั่นคืออะไร" เพื่อให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสรุปเป็นองค์ความรู้ว่าฟังก์ชันคืออะไร แต่นักเรียนไม่สามารถสรุปความหมายของฟังก์ชันได้ เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถสังเกตและเปรียบเทียบความเหมือน หรือความต่างของความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน และความสัมพันธ์ไม่เป็นฟังก์ชันได้ ครูจึงต้องใช้คำถามให้นักเรียนเกิดการสังเกตสมาชิกตัวหน้าและตัวหลังของคู่อันดับ เช่น "ความสัมพันธ์ r_1 และ r_2 มีคู่อันดับใดบ้าง" "คู่อันดับที่เป็นสมาชิกใน r_1 กับ r_2 เหมือนหรือแตกต่างกันหรือไม่ อย่างไร" "คู่อันดับที่เป็นสมาชิกใน r_1 กับ r_2 มีการใช้สมาชิกตัวหน้าซ้ำหรือไม่ อย่างไร" "คู่อันดับที่เป็นสมาชิกใน r_1 กับ r_2 ที่มีการใช้สมาชิกตัวหน้าซ้ำ มีสมาชิกตัวหลังเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร" เป็นต้น และให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสนทนากันภายในกลุ่มของตนและนำเสนอความรู้ที่ได้ พบว่านักเรียนแต่ละกลุ่มสามารถสรุปมโนทัศน์ของความหมายของฟังก์ชันได้ และครูสนับสนุนให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ในการตอบคำถามในใบกิจกรรมและแบบฝึกหัด เช่น "เมื่อกำหนดให้ความสัมพันธ์ $r = \{(1,6), (2,5), (1,7), (3,8)\}$ แล้วความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นฟังก์ชันหรือไม่ จงอธิบาย" แต่นักเรียนอธิบายว่า "ไม่เป็นฟังก์ชัน เนื่องจาก มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน แต่ตัวหลังไม่เหมือน" ซึ่งจะเห็นว่านักเรียนอธิบายโดยไม่ใช้ มโนทัศน์ของความหมายของฟังก์ชันมาประกอบการอธิบาย ครูจึงใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนใช้มโนทัศน์ของความหมายของฟังก์ชันมาประกอบการอธิบาย เช่น "จากนิยามฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ f ซึ่งสำหรับ x, y และ z ใด ๆ ถ้า $(x, y) \in f$ และ $(x, z) \in f$ แล้ว $y = z$ นักเรียนสังเกตเห็นหรือไม่ว่าคู่อันดับใน r มีคู่อันดับ

ใดบ้างที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน" นักเรียนตอบได้ว่า "มีคู่อันดับ (1,6) และ (1,7)" ครูจึงใช้คำถามต่อไปว่า "หากเทียบกับนิยามของฟังก์ชันนักเรียนจะอธิบายได้อย่างไร" นักเรียนจึงตอบได้ว่า "r ไม่เป็นฟังก์ชัน เนื่องจาก $(1,6) \in r$ และ $(1,7) \in r$ แต่ $6 \neq 7$"

ในช่วงที่สอง (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 – 4) ของการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง นักเรียนเริ่มมีการสังเกต การเปรียบเทียบ และมีการนำมโนทัศน์จากแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแผนที่ 1-2 มาใช้เพื่อสรุปเป็นมโนทัศน์จากการทำใบกิจกรรมได้ เช่น ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องฟังก์ชันพหุนาม นักเรียนต้องสรุปมโนทัศน์ว่า "ฟังก์ชันพหุนาม คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ โดยที่ $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_2, a_1, a_0$ เป็นค่าคงตัว และ n เป็นจำนวนเต็มซึ่งมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์" โดยนักเรียนแต่ละคนจะต้องมีการสังเกตกราฟของความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปพหุนามที่กำหนดให้ ดังภาพที่ 13



$r_1 = \{(x, y) \mid y = x + 1\}$



$r_2 = \{(x, y) \mid y = x^2 + 2x + 1\}$

ภาพที่ 13 กราฟของความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปพหุนามที่กำหนดให้

นักเรียนต้องตรวจสอบว่ากราฟของความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปพหุนามที่กำหนดให้ในภาพที่ 13 เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยใช้มโนทัศน์เรื่อง การตรวจสอบกราฟของความสัมพันธ์จากแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 และพบว่าความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปพหุนามที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชัน นักเรียนจึงสามารถสรุปเป็นมโนทัศน์ได้ว่าความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปพหุนาม เป็นฟังก์ชันพหุนาม นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนนำมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันพหุนามไปใช้อธิบายเพื่อตอบคำถามในแบบฝึกหัด เช่น "ถ้า $f(x) = x^2 + 2x + 3$ แล้ว f เป็นฟังก์ชันพหุนามหรือไม่ จงอธิบาย" ซึ่งพบว่านักเรียนส่วนใหญ่อธิบายว่า "f เป็นฟังก์ชันพหุนามเนื่องจาก $f(x) = x^2 + 2x + 3$ อยู่ในรูป $f(x) = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ โดยที่ $a_2 = 1, a_1 = 2$ และ $a_0 = 3$ ซึ่งเป็นค่าคงตัวและเลขชี้กำลังเป็น

จำนวนเต็มซึ่งมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์" โดยจะเห็นว่านักเรียนมีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบโดยใช้ หลักการ สมบัติ นิยาม กฎ หรือทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ ได้อย่างถูกต้อง

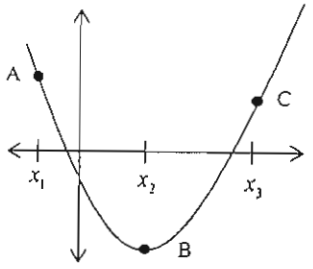
ในช่วงสุดท้าย (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 – 7) ของการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง พบว่านักเรียนมีทักษะการสังเกต เปรียบเทียบตัวอย่างจากการทำใบกิจกรรมได้ดีขึ้น บางครั้งครูไม่ต้องแนะนำหรือใช้คำถามนำก่อน เช่น มโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันผกผัน "ให้ f เป็นฟังก์ชัน f มีฟังก์ชันผกผัน ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชัน 1-1" โดยนักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์นี้ได้จากการสังเกตตัวอย่างและตอบคำถามในใบกิจกรรม อีกทั้งนักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ดังกล่าวไปใช้ร่วมกับมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งที่นักเรียนได้ศึกษามาจากแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 เพื่อนำไปอธิบาย ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้มีฟังก์ชันผกผันหรือไม่ได้ เช่น "เมื่อกำหนดให้ $g=\{(1,a),(2,b),(3,c),(4,a)\}$ แล้ว g มีฟังก์ชันผกผันหรือไม่ จงอธิบาย" นักเรียนส่วนใหญ่ สามารถตอบได้ว่า "g มีฟังก์ชันผกผัน เนื่องจาก g เป็นฟังก์ชัน 1-1" นั่นคือนักเรียนมีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ ประกอบคำตอบได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ ซึ่งจะเห็นว่านักเรียนมีพัฒนาการในการสรุปข้อความรู้หรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น

อีกทั้งเมื่อพิจารณาถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจากผลคะแนนสอบ ผู้วิจัยสามารถจำแนกนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่มตามเกณฑ์การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ดังนี้

นักเรียนในกลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 0 คะแนน คือ คำตอบถูกต้องโดยมีการอธิบายความรู้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่มีการอ้างอิงโครงสร้าง บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนอย่างเป็นเหตุเป็นผล หรือ คำตอบถูกต้องโดยมีการอธิบายความรู้ เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ แต่มีการอ้างอิงโครงสร้าง บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนอย่างไม่เป็นเหตุเป็นผล หรือ คำดอบผิด หรือไม่มีการเขียนตอบ ซึ่งผู้วิจัยยกตัวอย่างของนักเรียนในกลุ่มนี้ ดังนี้

กรณีที่ 1 คำดอบถูกต้องโดยมีการอธิบายความรู้ เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่มีการอ้างอิงโครงสร้าง บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนอย่างเป็นเหตุเป็นผล โดยมีลักษณะตัวอย่างคำตอบจากโจทย์ "กราฟต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันเพิ่มในช่วงใดจงอธิบาย" นักเรียนในกลุ่มนี้จะตอบเพียงแต่คำตอบโดยไม่ได้มีการอ้างอิงโครงสร้าง บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนอย่างเป็นเหตุเป็นผล ดังภาพที่ 14

3) กราฟต่อไปนี้เป็น ฟังก์ชันเพิ่มในช่วงใดหรือฟังก์ชันลด ในช่วงใดจงอธิบาย



$[x_2 < x_3]$ เป็นฟังก์ชัน ลด

$[x_2 < x_1]$ เป็นฟังก์ชัน เพิ่ม

ภาพที่ 14 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 0 คะแนน กรณีที่ 1 ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

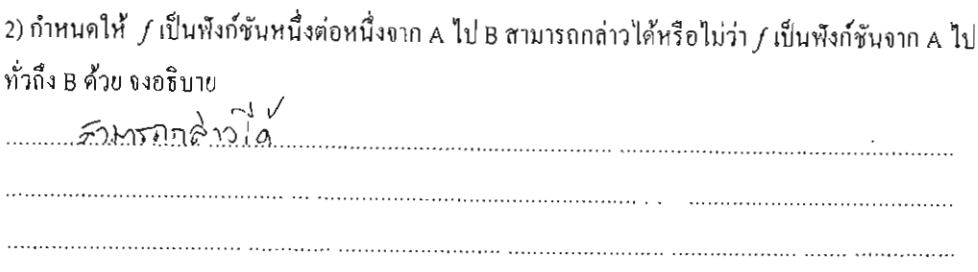
กรณีที่ 2 คำตอบถูกต้องโดยมีการอธิบายความรู้ เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ แต่มีการอ้างอิงโครงสร้าง บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนอย่างไม่เป็นเหตุเป็นผล โดยมีลักษณะตัวอย่างคำตอบจากโจทย์ "กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B สามารถกล่าวได้หรือไม่ว่า f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ด้วย จงอธิบาย" นักเรียนกลุ่มนี้ตอบว่า "ไม่สามารถกล่าวได้" ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง แต่การอธิบายของนักเรียนผิด คือ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B โดเมนต้องเท่ากับ A ส่วนเรนจ์อาจจะเท่ากับหรือเป็นเพียงสับเซตของ B ก็ได้ แต่ นักเรียนอธิบายว่า " f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B แล้วโดเมนของ f เท่ากับ B" ดังภาพที่ 15

2) กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B สามารถกล่าวได้หรือไม่ว่า f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ด้วย จงอธิบาย

ไม่สามารถกล่าวได้ เนื่องจาก ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B สามารถ f เท่ากับ B หรือเป็นสับเซตของ B ก็ f มีโดเมนเท่ากับ B f จะเป็นฟังก์ชัน A ไปทั่วถึง B แต่ ถ้า f มีโดเมนไม่เท่ากับ B f จะเป็นฟังก์ชัน A ไม่ทั่วถึง B เนื่องจาก ฟังก์ชัน f จาก A ไปทั่วถึง B จะมี โดเมนเท่ากับ B และเรนจ์เท่ากับ B

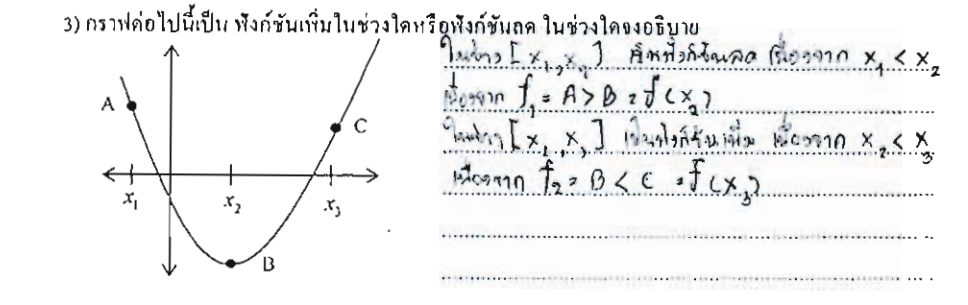
ภาพที่ 15 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 0 คะแนน กรณีที่ 2 ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

กรณีที่ 3 คำตอบผิด โดยมีลักษณะตัวอย่างคำตอบจากโจทย์ "กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B สามารถกล่าวได้หรือไม่ว่า f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ด้วย จงอธิบาย" นักเรียนได้กลุ่มนี้ตอบว่า "สามารถกล่าวได้" ซึ่งเป็นคำตอบที่ผิด ดังภาพที่ 16



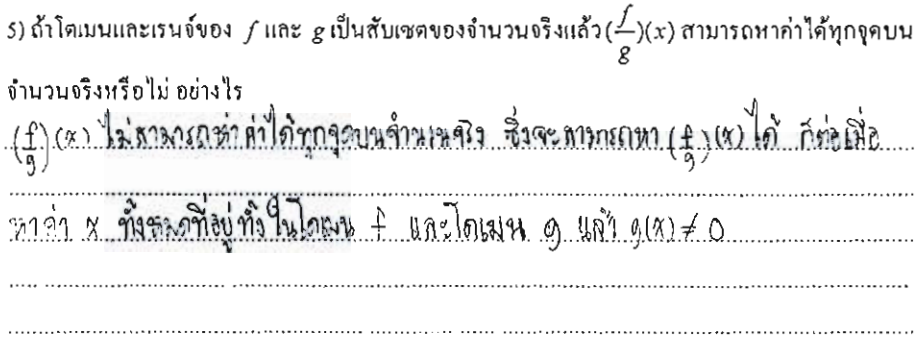
ภาพที่ 16 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 0 คะแนน กรณีที่ 3 ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

นักเรียนในกลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 1 คะแนน คือนักเรียนที่มีการอธิบายความรู้ เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีการอ้างอิงโครงสร้าง บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนอย่างเป็นเหตุเป็นผลได้อย่างถูกต้อง บางส่วน หรือพยายามสื่อความหมายแต่ไม่ชัดเจน โดยมีลักษณะตัวอย่างคำตอบจากโจทย์ "กราฟต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันเพิ่มในช่วงใด จงอธิบาย" นักเรียนในกลุ่มนี้พยายามจะอธิบายว่า ช่วงใดเป็นฟังชันเพิ่ม ช่วงใดเป็นฟังก์ชันลด แต่ยังสื่อความหมายได้ไม่ชัดเจน เช่น ช่วง $[x_1, x_2]$ เป็นฟังก์ชันลด นักเรียนพยายามจะอธิบายว่า $f(x_1) = A > B = f(x_2)$ แต่ยังอธิบายโดยสื่อความหมายไม่ชัดเจนว่า $f_1 = A > B = f(x_2)$ ดังภาพที่ 17



ภาพที่ 17 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 1 คะแนน ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

นักเรียนในกลุ่มที่ 3 ได้คะแนน 2 คะแนน คือนักเรียนที่มีการอธิบายความรู้ เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีการอ้างอิงโครงสร้าง บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนอย่างเป็นเหตุเป็นผลได้อย่างถูกต้องและชัดเจน โดยมีลักษณะตัวอย่างคำตอบจากโจทย์ "ถ้าโดเมนและเรนจ์ของ f และ g เป็นสับเซตของจำนวนจริงแล้ว $\frac{f}{g}(x)$ สามารถหาค่าได้ทุกจุดบนจำนวนจริงหรือไม่ อย่างไร" นักเรียนในกลุ่มนี้สามารถอธิบายความรู้โดยมีการอ้างอิงโครงสร้าง บทนิยามทางคณิตศาสตร์ มาสนับสนุนอย่างเป็นเหตุเป็นผลได้อย่างถูกต้องชัดเจน ดังภาพที่ 18


5) ถ้าโดเมนและเรนจ์ของ f และ g เป็นสับเซตของจำนวนจริงแล้ว $(\frac{f}{g})(x)$ สามารถหาค่าได้ทุกจุดบนจำนวนจริงหรือไม่ อย่างไร

$(\frac{f}{g})(x)$ ไม่สามารถหาค่าได้ทุกจุดบนจำนวนจริง ซึ่งจะสามารถหา $(\frac{f}{g})(x)$ ได้ ก็ต่อเมื่อ หาค่า x ทั้งหมดที่อยู่ทั้งในโดเมน f และโดเมน g แล้ว $g(x) \neq 0$

ภาพที่ 18 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ 3 ได้คะแนน 2 คะแนน ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

บทที่ 5
สรุปผลและอภิปรายผล

การวิจัยเรื่อง ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยมี วัตถุประสงค์ของการวิจัย สมมติฐานการวิจัย ประชากรและกลุ่มตัวตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย สรุปผลและอภิปรายผล ดังนี้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง กับเกณฑ์ร้อยละ 70
2. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง กับเกณฑ์ร้อยละ 70

สมมติฐานการวิจัย

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70
2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สายวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนดัดดรุณี อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา จำนวน 4 ห้องเรียน รวมจำนวนนักเรียน 180 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/ 6 สายวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 44 คน ซึ่งได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (cluster random sampling)

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 เรื่องฟังก์ชัน จำนวน 7 แผน โดยมีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.60 – 1.00

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชันระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ ซึ่งมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.41 – 0.59 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.48 – 0.82 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.79

3. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ ซึ่งมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.34 – 0.64 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.64 – 0.95 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.84

สรุปผลการวิจัย

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

อภิปรายผล

จากการวิจัย เรื่อง ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 ทั้งนี้อาจ

เนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ที่เป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่อยู่บนพื้นฐานของการสร้างความรู้ (Constructivism) ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนเป็นผู้ค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง หรือสร้างความรู้ใหม่ ๆ ด้วยตนเอง โดยผู้สอนใช้คำถามหรือสถานการณ์ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนใช้กระบวนการทางความคิดเพื่อค้นหาคำตอบและช่วยอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ด้านต่าง ๆ อีกทั้งการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ช่วยส่งเสริมทักษะการคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ และคิดประเมินค่าซึ่งเป็นเป็นทักษะการคิดระดับสูงโดยถือเป็นส่วนหนึ่งของการให้เหตุผล (วัชรา เล่าเรียนดี, 2554, หน้า 102; Krulik & Rudnick, 1993, p.3) ซึ่งประกอบไปด้วย 5 ขั้นตอนได้แก่ ขั้นตอนที่ 1 การสร้างความสนใจ (Engagement) ขั้นตอนที่ 2 การสำรวจและค้นคว้า (Exploration) ขั้นตอนที่ 3 การอธิบาย (Explanation) ขั้นตอนที่ 4 การขยายความรู้ (Elaboration) และขั้นตอนที่ 5 การประเมิน (Evaluation) ซึ่งในขั้นตอนที่ 2 การสำรวจและค้นคว้า (Exploration) จะเป็นขั้นที่นักเรียนแต่ละคน/กลุ่ม ศึกษาค้นคว้าหาความรู้ ดำเนินการสำรวจ ตรวจสอบ รวบรวมข้อมูล โดยนักเรียนในแต่ละกลุ่มจะมีการสนทนา ปรึกษาและแสดงเหตุผลของตนเอง เพื่อให้เพื่อนนักเรียนในกลุ่มได้รับทราบหรือแลกเปลี่ยนซึ่งกันและกัน จนได้ข้อสรุปเป็นของแต่ละกลุ่มขึ้นมา ตัวอย่างเช่น ในใบกิจกรรมที่ 2.2 เรื่อง ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B โจทย์กำหนดให้ $A=\{1,2,3\}$ และ $B=\{a,b,c,d\}$ และความสัมพันธ์ $r=\{(1,a),(2,b),(3,c)\}$ นักเรียนต้องหา D_r , R_r และจะต้องเติมเครื่องหมาย " = " ถ้า D_r เท่ากับ A หรือ R_r เท่ากับ B และเติมเครื่องหมาย " $\neq$ " ถ้า D_r ไม่เท่ากับ A หรือ R_r ไม่เท่ากับ B ลงในช่องว่าง ดังนั้นนักเรียนแต่ละคนภายในกลุ่มจะมีการแลกเปลี่ยนและให้เหตุผลสนับสนุนคำตอบของตนเองว่า D_r เท่ากับ A หรือไม่เท่ากับ A เพราะเหตุใด ส่วนในขั้นตอนที่ 3 การอธิบาย (Explanation) เป็นขั้นที่นักเรียนนำคำตอบหรือข้อสรุปที่ที่ได้มาวิเคราะห์ แปลผลหาข้อสรุป แล้วอธิบาย ข้อค้นพบที่ได้จากการสำรวจและค้นคว้าพร้อมแสดงเหตุผลประกอบการอธิบาย โดยครูช่วยสรุปความรู้ที่นักเรียนได้มาอีกครั้ง ซึ่งในขั้นตอนนี้นักเรียนแต่ละกลุ่มจะได้นำเสนอขั้นสรุปของแต่ละกลุ่มพร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบด้วย พร้อมทั้งผู้วิจัยได้เปิดโอกาสและสนับสนุนให้แต่ละกลุ่มสนทนา แลกเปลี่ยน และให้เหตุผลประกอบกันอย่างเต็มที่ นอกจากนี้ในขั้นตอนที่ 4 การขยายความรู้ (Elaboration) เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์ใหม่ ๆ เพื่อขยายความรู้ให้กว้างขึ้น หรือมีความรู้ที่ลึกซึ้งขึ้นโดยมีครูเป็นผู้จัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ใหม่ให้กับนักเรียน ซึ่งเป็นอีกขั้นตอนหนึ่งที่นักเรียนได้มีโอกาสแสดงเหตุผลของตนได้อย่างเต็มที่ โดยเป็นการนำความรู้ที่ได้มาเป็นเหตุผลประกอบคำตอบ เพื่อให้คำตอบนั้นสมเหตุสมผลมากยิ่งขึ้น ซึ่งผู้วิจัยได้ออกแบบใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดที่มีส่วนให้นักเรียนได้

แสดงเหตุผลประกอบคำตอบด้วย เช่น ในใบกิจกรรมที่ 2.4 เรื่อง ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B และฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B จะมีโจทย์ที่กำหนดฟังก์ชันขึ้นมาหนึ่งฟังก์ชัน แล้วถามนักเรียนว่า ฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B หรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นต้น และในขั้นที่ 5 การประเมิน (Evaluation) เป็นขั้นที่นักเรียนได้รับการตรวจสอบความรู้จากการทำกิจกรรมในชั้นเรียน ว่านักเรียนมีความรู้อะไรบ้าง และมากน้อยเพียงใด โดยในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยจะใช้คำถามเพื่อตรวจสอบว่านักเรียนมีความรู้มากน้อยเพียงใด และให้แสดงเหตุผลประกอบด้วย เช่น " $f(x)=x^2$ เป็นฟังก์ชัน คำกล่าวนี้ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด" เป็นต้น

จากขั้นตอนข้างต้นจะเห็นได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) สามารถส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลกับนักเรียนได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ กับงานวิจัยของพีชาณิกา เพชรสังข์ (2557, หน้า 24-25) เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และงานวิจัยของณัฐกฤตา ปัตตาลาโพ (2553, หน้า 73-74) เรื่องผลของการใช้ชุดการเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้เรื่อง การประยุกต์ของอัตราส่วนร้อยละที่มีต่อทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอนคือ ขั้นสร้างความสนใจ ขั้นสำรวจและค้นคว้า ขั้นอธิบาย ขั้นขยายความรู้ และขั้นประเมินพบว่า กลุ่มตัวอย่างมีทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นหลังจากใช้ชุดการเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้เรื่อง การประยุกต์ของอัตราส่วนร้อยละ

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้นำคำถามระดับสูงมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกับรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) โดยมีการสอดแทรกคำถามระดับสูงตั้งแต่ขั้นตอนที่ 2 ถึงขั้นตอนที่ 5 ซึ่งดังคำกล่าวของอัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 80-82) ที่กล่าวไว้ว่า คำถามระดับสูงเป็นคำถามที่ผู้สอนคณิตศาสตร์ควรใช้ในห้องเรียน เนื่องจากคำถามระดับสูงจะช่วยพัฒนานักเรียนในด้านของทักษะความคิดและการให้เหตุผลของนักเรียน (รัญจวน คำวชิรพิทักษ์, 2538, หน้า 75; สุวิทย์ มูลคำและอรทัย มูลคำ, 2545, หน้า 79) โดยคำถามระดับสูงที่ผู้วิจัยใช้ จะแบ่งออกเป็น 4 ประเภท ได้แก่ 1) คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามให้นักเรียนได้คิดเปรียบเทียบความคล้ายคลึง ความแตกต่าง หรือบอกความสัมพันธ์ 2) คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามที่ให้นักเรียนยกตัวอย่างของสิ่งที่กำหนดให้ 3) คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่ให้นักเรียนอธิบายโดยใช้ความรู้พื้นฐานที่มีตอบคำถามว่า ทำไม เพราะอะไรจึงเป็นเช่นนั้น และ 4) คำถามให้

สังเคราะห์ เป็นคำถามให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลย่อย ๆ ขึ้นเป็นหลักการหรือแนวคิดใหม่ ซึ่งคำถามระดับสูงทั้ง 4 ประเภทสามารถกระตุ้นให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลได้ ตัวอย่างคำถาม เช่น ในการทำใบกิจกรรมที่ 4.2 เรื่องฟังก์ชัน พหุนาม ผู้วิจัยได้ใช้คำถามทั้ง 4 ประเภทเพื่อให้นักเรียนแต่ละคน/ กลุ่มได้แสดงเหตุผลอย่างเต็มที่ โดยครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนทำข้อที่ 1 ให้ตรวจสอบว่า $r = \{(x, y) \mid y = 3\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่โดยตรวจสอบโดยใช้กราฟ เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มตรวจสอบเสร็จครูสุ่มถามนักเรียน 1 กลุ่มว่า "ความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด" นักเรียนจะตอบคำถามพร้อมแสดงเหตุผลว่าเพราะเหตุใด เพื่อให้นักเรียนกลุ่มอื่นได้มีส่วนร่วมในการแสดงเหตุผล ผู้วิจัยจึงใช้คำถาม กับนักเรียนกลุ่มอื่นว่า "คำตอบของนักเรียนเหมือนหรือต่างจากเพื่อนหรือไม่" ซึ่งนักเรียนที่มีข้อคิดเห็นหรือคำตอบที่ต่างออกไปจะแสดงข้อคิดเห็นหรือคำตอบของตนพร้อมแสดงเหตุผลประกอบด้วย อีกทั้งเมื่อนักเรียนตรวจสอบความสัมพันธ์ทั้ง 4 ใบในกิจกรรมที่ 4.2 ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่เสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยได้ใช้คำถามต่อไปอีกว่า "จากการตรวจสอบความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปพหุนามทั้ง 4 นั้นเป็นฟังก์ชันหรือไม่ ถ้าเป็นฟังก์ชันจะสามารถสรุปว่าฟังก์ชันพหุนามคืออะไร เพราะเหตุใด" นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ใช้คำถามว่า "ให้นักเรียนยกตัวอย่างฟังก์ชันพหุนาม" เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องฟังก์ชันพหุนามของนักเรียนด้วย

จากการใช้คำถามระดับสูงข้างต้นจะเห็นได้ว่า คำถามระดับสูงทั้ง 4 ประเภทสามารถกระตุ้นให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลได้ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ เบญจมาศ ฉิมพลี (2550, หน้า 164 – 166) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลี่ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลปรากฏว่า กลุ่มตัวอย่างมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และงานวิจัยของ วิฑูรย์ หมทอง (2555, หน้า 58) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของ Fraivilling ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียน เรื่อง สถิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า กลุ่มตัวอย่าง มีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งการคิดอย่างมีวิจารณญาณเป็นความคิดในระดับสูง (Higher – order thinking) และเป็นส่วนหนึ่งของการให้เหตุผล (Reasoning) (Krulik & Rudnick, 1993, p.3)

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูงสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนที่ 1 การสร้างความสนใจ (Engagement) ขั้นตอนที่ 2 การสำรวจและค้นคว้า (Exploration) ขั้นตอนที่ 3 การอธิบาย (Explanation) ขั้นตอนที่ 4 การขยายความรู้ (Elaboration) และขั้นตอนที่ 5 การประเมิน (Evaluation) ซึ่งขั้นตอนที่ 2 การสำรวจและค้นคว้า (Exploration) ซึ่งในขั้นตอนนี้นักเรียนแต่ละคน/ กลุ่ม จะต้องค้นหาความรู้ด้วยตนเองโดยอาศัยการสังเกต เปรียบเทียบ ความเหมือนและความต่างของตัวอย่างในใบกิจกรรม และหาคำตอบหรือสร้างข้อสรุปที่เป็นความคิดรวบยอดหรือองค์ความรู้ขึ้นด้วยตนเอง ยกตัวอย่างเช่น ใบกิจกรรมที่ 1.1 ความหมายของฟังก์ชัน ครูยกตัวอย่างความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันและไม่เป็นฟังก์ชัน โดยนักเรียนสังเกตลักษณะของความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันว่ามีลักษณะใดที่เหมือนกัน ความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชันว่ามีลักษณะใดบ้างที่เหมือนกัน และเปรียบเทียบความแตกต่างของความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันและไม่เป็นฟังก์ชัน และร่วมกันสรุปออกมาเป็นความรู้ ข้อค้นพบหรือมโนทัศน์ด้วยตนเอง ส่วนขั้นตอนที่ 3 การอธิบาย (Explanation) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนแต่ละกลุ่มจะได้เปรียบเทียบความรู้หรือมโนทัศน์ที่กลุ่มตนเองค้นพบในขั้นตอนที่ 2 เพื่อเปรียบเทียบความเหมือนหรือความแต่ต่างจากกลุ่มอื่น และเพื่อไม่ให้สิ่งที่นักเรียนค้นพบมานั้นเกิดความคลาดเคลื่อนครูจึงต้องช่วยนักเรียนสรุปมโนทัศน์ที่ได้มาอีกครั้งหนึ่ง นอกจากนี้ในขั้นตอนที่ 4 การขยายความรู้ (Elaboration) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนจะได้นำมโนทัศน์หรือข้อค้นพบที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่นที่หลากหลายได้ จากการทำแบบฝึกหัด และขั้นตอนที่ 5 การประเมิน (Evaluation) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนได้รับการตรวจสอบความรู้จากการทำกิจกรรมในชั้นเรียน ว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องหรือคลาดเคลื่อนมากน้อยเพียงใด โดยครูใช้คำถามเพื่อตรวจสอบ เช่น "ฟังก์ชันคืออะไร", "วิธีตรวจสอบกราฟของความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชัน" เป็นต้น

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้นำคำถามระดับสูงเข้ามาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกับรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ตั้งแต่ขั้นตอนที่ 2 ถึงขั้นตอนที่ 5 ด้วย เพื่อช่วยให้นักเรียนได้มีการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังคำกล่าวของนาตยา ปิลันธนานนท์ (2542, หน้า 97) ที่กล่าวว่า การตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจในสิ่งที่เขากำลังศึกษา เป็นอีกวิธีหนึ่งที่จะใช้ในการสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์ได้ และสอดคล้องกับคำกล่าวของ โรสแมรี่ (Rosemary, 1973, p. 619) ที่กล่าวถึงความสำคัญของการใช้คำถามระดับสูง สรุปได้ว่า การใช้คำถามระดับสูงเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิด การเรียนรู้ ส่งเสริม

ให้นักเรียนได้พบสิ่งใหม่ ๆ หลังจากการพิจารณาสิ่งที่เคยรู้หรือได้เรียนมาแล้ว ซึ่งเป็นสิ่งที่ครูคณิตศาสตร์ควรปฏิบัติ อีกทั้งคำถามระดับสูงส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มากกว่าระดับความรู้ความจำ โดยคำถามระดับสูงที่ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขึ้นแบ่งออกเป็น 4 ประเภท ได้แก่ 1) คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามที่ช่วยให้นักเรียนสังเกต เปรียบเทียบความเหมือน ความต่างของสิ่งที่ครูกำหนดให้ เช่น ในใบกิจกรรมที่กิจกรรมที่ 2.2 เรื่อง ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B นักเรียนจะได้เปรียบเทียบฟังก์ชันที่เป็น ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B และฟังก์ชันที่ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ว่ามีลักษณะเหมือนหรือต่างกันอย่างไร ซึ่งการใช้คำถามประเภทนี้จะทำให้นักเรียนเกิดการสังเกต และเปรียบเทียบลักษณะเหมือนและต่างกัน ซึ่งเป็นทักษะสำคัญในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามคำกล่าวของ วิไลวรรณ ดรีศรีชะนะมา (2537, หน้า 49) ที่กล่าวว่า หากต้องการให้นักเรียนมีมโนทัศน์ ครูต้องสอนให้นักเรียนเกิดการฝึกทักษะสังเกต พิจารณาเปรียบเทียบความคล้ายคลึงและความแตกต่าง 2) คำถามให้สังเคราะห์ เป็นคำถามให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลย่อย ๆ ขึ้นเป็นหลักการหรือแนวคิดใหม่จากการสังเกตและเปรียบเทียบจนได้ลักษณะที่มีร่วมกัน ตัวอย่างเช่น เมื่อนักเรียนสังเกตได้ว่า ตัวอย่างที่เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B นั้นมีลักษณะที่มีร่วมกันเป็นอย่างไร และตัวอย่างที่ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B นั้นมีลักษณะที่มีร่วมกันเป็นอย่างไร จนสรุปเป็นมโนทัศน์ของฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ได้ 3) คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่ให้นักเรียนอธิบายความรู้ที่ได้ โดยมีการตอบคำถามว่า ทำไม เพราะอะไรจึงเป็นเช่นนั้น เช่น ในใบกิจกรรมที่กิจกรรมที่ 2.2 เรื่อง ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B มีตัวอย่างลักษณะโจทย์เช่น กำหนดฟังก์ชันให้แล้วถามนักเรียนว่า ฟังก์ชันที่กำหนดให้นั้นเป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B หรือไม่ อย่างไร ซึ่งนักเรียนจะได้นำมโนทัศน์ที่ได้มาอธิบายและสนับสนุนคำตอบ 4) คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามที่ผู้วิจัยใช้ประเมินว่านักเรียนมีความรู้และความเข้าใจในมโนทัศน์นั้นมากเพียงใด เช่น ในใบกิจกรรมที่ 4.2 เรื่อง ฟังก์ชันพหุนาม เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนมีมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องฟังก์ชันพหุนามหรือไม่ ครูใช้คำถาม “ให้นักเรียนยกตัวอย่างความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันพหุนามและไม่เป็นฟังก์ชันพหุนามอย่างละ 1 ตัวอย่าง” เป็นต้น ตามแนวคิดของอัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 25-26) ที่กล่าวว่า การประเมินผลมโนทัศน์อาจใช้คำถามเพื่อตัวอย่างของมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ ได้แก่ การจำแนกที่เป็นตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่ใช่มโนทัศน์ และเหตุผลที่ใช้จำแนกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ออกจากตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ จะเห็นว่าคำถามระดับสูงสามารถส่งเสริมและพัฒนา มโนทัศน์ของนักเรียนได้และยังสอดคล้องกับงานวิจัยของอัมพร ม้าคนอง (2552, หน้า 101-102) เรื่องการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง พบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

หลังจากการใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยเรื่อง ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงนั้น เพื่อให้เกิดความน่าสนใจและดึงดูดใจของนักเรียน ผู้สอนควรยกตัวอย่างหรือสถานการณ์ที่น่าสนใจ ทันเหตุการณ์ และเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ยิ่งหากเป็นสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่ใกล้ตัวของนักเรียนได้ยิ่งดี

2. ควรใช้คำถามระดับสูงในชั้นเรียนอย่างหลากหลายประเภท หากเป็นไปได้ควรใช้กับนักเรียนทุกคน โดยผลัดเปลี่ยนกันไปตามวันเวลาและโอกาส หากพบว่าเมื่อใช้คำถามระดับสูงกับนักเรียนคนใดแล้วนักเรียนไม่สามารถตอบคำถามได้ ไม่ควรเปลี่ยนคน แต่ควรใช้คำถามนำก่อนแล้วค่อยเพิ่มเป็นคำถามระดับสูง เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกกระบวนการคิดที่สูงขึ้น

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบฯสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมที่นักเรียนจะต้องค้นคว้า และสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ดังนั้นหากนักเรียนมีความรู้พื้นฐานไม่เพียงพอ อาจได้ข้อความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ดังนั้นผู้สอนควรตรวจสอบความรู้พื้นฐานของนักเรียนและองค์ความรู้ที่นักเรียนได้ทุกครั้งโดยใช้คำถามหรือให้นักเรียนยกตัวอย่างเพิ่มเติมเพื่อเป็นการประเมิน

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

1. ควรนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง ไปประยุกต์ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งผลให้นักเรียนมีการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ เช่น ทักษะการแก้ปัญหา หรือการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

2. ควรมีการศึกษา ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงในเนื้อหาคณิตศาสตร์ อื่น ๆ เช่น ความน่าจะเป็น สถิติ หรือ เซต เป็นต้น

บรรณานุกรม

กรมวิชาการ. (2546). *การจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2552 ก). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2552 ข). *เอกสารประกอบหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้*.กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2552 ค). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

กัญญา วีรยวรรธน. (ม.ป.ป.). *เทคนิคการตั้งคำถาม*. เข้าถึงได้จาก http://www1.nsdv.go.th/innovation/questioning.htm

กิตติ พัฒนาตระกูล. (2546). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทย ล้มเหลวจริงหรือ. *วารสารคณิตศาสตร์, 46*(530-532), 54-58.

กุลนิดา วรสารนันท์. (2552). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*.วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2556). *การคิดเชิงมโนทัศน์*. กรุงเทพฯ: ซัคเซส มีเดีย.

เกษสุดา บูรณพันศักดิ์. (2545). *การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร*.วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

โกสุม กรีทอง. (2551). การใช้คำถามกับการเรียนคณิตศาสตร์. *วารสารนิคยสารสสวท, 37*(157), 40-42.

จิรพร จูมานัส. (2557, 31 มีนาคม). ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนคัดดรุณี อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา. สัมภาษณ์.

ชนาธิป พรกุล. (2554). *การสอนกระบวนการคิด: ทฤษฎีและการนำไปใช้* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: วี.พริ้นท์ (1991).

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). *การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ภาคหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ชินภัทร ภูมิรัตน์. (2556). *กพฐ. ชี้ สอบ GAT-PAT ไม่ได้วัดคุณภาพเด็ก*. เข้าถึงได้จาก http:// www.l3nr.org/posts/514806

ชาตรี ฝ่ายคำตา. (2551). การจัดการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการสืบเสาะหาความรู้.*วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร*, *11*(1), 33 – 45.

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2552). *80 นวัตกรรมการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ*. กรุงเทพฯ: แดเน็กซ์ อินเตอร์คอร์ปอเรชั่น.

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2553). *เทคนิคการใช้คำถาม พัฒนาการคิด*. นนทบุรี: สหมิตรพริ้นติ้งแอนด์พับลิสซิ่ง.

ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม. (2555). *เอกสารประกอบการสอน: สถิติเพื่อการวิจัยทางการศึกษา (Statistics for Educational Research)*. นครปฐม: มหาวิทยาลัยศิลปากร.

ณัฐกฤตา ปัตตาลาโพ. (2553). *ผลของการใช้ชุดการเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้เรื่อง การประยุกต์ของอัตราส่วนร้อยละที่มีต่อทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. สารนิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ทิศนา แขมมณี. (2556*). ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ* (พิมพ์ครั้งที่ 17). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นาตยา ปิลันธนานนท์. (2542). *การเรียนรู้ความคิดรวบยอด*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แม็ค.

เบญจมาศ ฉิมพลี. (2550). *ผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลี่ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตร์มหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ปานทอง กุลนาถศิริ. (2546). คำถามที่ช่วยพัฒนาทักษะกระบวนการณ์ทางคณิตศาสตร์.*วารสารคณิตศาสตร์*, *6*, 4-8.

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. (2553). *จิตวิทยาการศึกษา*. กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.

พรพิมล พรพีรชนม์. (2551). *การจัดกระบวนการเรียนรู้*. สงขลา: เทมการพิมพ์.

พรรณทิพย์ ม้ามณี. (2532). *การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ระดับมัธยมศึกษา*. กรุงเทพฯ: สารศึกษาการพิมพ์.

พรรณทิพา พรหมรักษ์. (2552). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนใช้มัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปริญญาครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พิชิต ฤทธิ์จรูญ. (2548). *หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: เฮ้าส์ ออฟ เคอร์มีสท์.

พิมพันธ์ เดชะคุปต์ . (2544). *การเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ: แนวคิด วิธีและเทคนิคการสอน 1*. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์.

พิมพันธ์ เดชะคุปต์ . (2555). *สอนเขียนแผนบูรณาการบนฐานเด็กเป็นสำคัญ*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

มงคล ประเสริฐสังฆ์. (2551). *การศึกษาโครงสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พาราโบลา โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้ 5Es*. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

ยุพิน พิพิธกุล. (2543). พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542 กับการสอนคณิตศาสตร์. *วารสารสสวท, 28*(110), 24-31.

รัญจวน คำวชิรพิทักษ์. (2538). *จิตวิทยาการสื่อสารในชั้นเรียน*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมธิราช.

วัชระ น้อยมี. (2551). *ผลการศึกษาการพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

วัชรา เล่าเรียนดี. (2554). *รูปแบบและกลยุทธ์การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการคิด* (พิมพ์ครั้งที่ 7 ฉบับปรับปรุง). นครปฐม : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร วิทยาเขตพระราชวังสนามจันทร์.

วัชรี กาญจน์กีรติ. (2554*). การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. เข้าถึงได้จาก http://sci.pbru.ac.th/sci52/dmdocuments/E-Book/000-mhat001.pdf

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542). *แผนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: แอลทีเพลส.

วิฑูรย์ หมทอง (2555). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของ Fraivilling ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียน เรื่อง สถิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะครุศาสตร์, มหาวิทยาลัยราชภัฏอุบลราชธานี.

วิไลวรรณ ตรีศรีชะนะมา. (2537). แนวคิดบางประการที่เกี่ยวกับแนวคิดรวบยอด. *สารพัฒนาหลักสูตร, 113*, 49-51.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์ : หลักสูตร การสอนและการวิจัย*. กรุงเทพฯ: จรัญสนิทวงศ์การพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). *การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ตราหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพฯ: เอส.พี.เอ็น. การพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (ผู้ผลิต). (2550). *การเรียนการวิทยาศาสตร์แบบสืบเสาะหาความรู้รูปแบบ 5Es* [ชุดซีดีรอมประกอบหนังสือ]. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ก). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ข). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ*. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ค). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

สราวดี เพ็งศรีโคตร. (2549). คำถามนั้นสำคัญไฉน. *วารสารวิทยาจารย์. 5*, 58-61.

สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ*. ปริญญาดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สมบัติ การจนารักพงศ์. (2549). *เทคนิคการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5E ที่เน้นพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง : กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ธารอักษร.

สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์. (2544). *กิจกรรมพัฒนาผู้เรียนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช.

สายัณห์ ผาน้อย. (2549). การสอนกระบวนการคิดโดยการตั้งคำถาม. *วารสารวงการครู*, 108-110.

สาโรจ โศภีรักข์. (2546). *นวัตกรรมการสอนที่ยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ*. กรุงเทพฯ: ปุ๊คพอยท์.

สุรางค์ โค้วตระกูล. (2553). *จิตวิทยาการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 9). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวิทย์ มูลคำ. (2547). *กลยุทธ์การสอนคิดเชิงมโนทัศน์*. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.

สุวิทย์ มูลคำและอรทัย มูลคำ. (2545). *21 วิธีจัดการเรียนรู้: เพื่อพัฒนากระบวนการคิด*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ภาพพิมพ์.

สุวิทย์ มูลคำและอรทัย มูลคำ. (2553). *21 วิธีจัดการเรียนรู้: เพื่อพัฒนากระบวนการคิด* (พิมพ์ครั้งที่ 9). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ภาพพิมพ์.

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2551). *ตัวชี้วัดและสาระแกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

องอาจ นัยพัฒน์. (2551). *วิธีวิทยาการวิจัยเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: สามลดา.

อลิสรา ชมชื่น. (2550). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารและการให้เหตุผล เพื่อเสริมสร้างสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น*. ปริญญาครุศาสตร์ดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2546). *คณิตศาสตร์ : การสอนและการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

อัมพร ม้าคนอง. (2547). ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์: จุดเน้นของงานสอนคณิตศาสตร์. ใน พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคนอง (บรรณาธิการ), *ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์* (หน้า 110 – 125). กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.

อัมพร ม้าคนอง. (2552). *รายงานการวิจัยเรื่องการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง*. คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2553).*ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ* (พิมพ์ครั้งที่ 2).กรุงเทพฯ:ศูนย์ตำราและเอกสารวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อาภรณ์ ใจเที่ยง. (2553). *หลักการสอน(ฉบับปรับปรุง)* (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.

Arendes, R. I. (2004). *Library of congress cataloging-in-publication data* (6th ed). New York: McGraw-Hill.

Artzt, A. F., & Shirel, Y. F. (1999). Mathematics reasoning during small-group problem solving. In Stiff, L. V. (Ed.), *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12* (pp. 115-126). Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics. (1999 Yearbook)

Ausubel, D. P. (1986). *Educational psychology: A cognitive view*. New York: Holt, Rinehart and Winston.

Bybee, W. R., Taylor, A. J., Gardner, A., Scotter, V. P., Powell, C. J., Westbrook, A., & Landes, N. (2006). *The BSCS 5E Instructional model origins and effectiveness*. Retrieved from http://bscs.org/sites/default/files/_legacy/BSCS_5E_Instructional_Model-Executive_Summary_0.pdf

Christou, C., & Papageorgiou, E. (2007). A framework of mathematics inductive reasoning. *Learning and Instruction. 17*(1), 55–66. Retrieved from http://www.sciencedirect.com /science/article /pii/S0959475206001198

Cooney, T. J., Davis, E. J., & Henderson, K. B. (1975). *Dynamics if teaching secondary school mathematics*. Boston: Houghton Mifflin.

De Cecco, J. P., & Crawford, W. R. (1974). *The psychology of learning and instruction: educational psychology*. Englewood : Pentice-Hall.

Eggen, P. D., & Kauchak, D. P. (2001). *Strategies for teacher: teaching content and thinking skills* (4th ed). Boston: Allyn and Bacon.

Feldman, R. S. (2002). *Understanding psychology* (6th ed). New York: McGraw-Hill.

Good, C. V. (1945). *Dictionary of education*. New York: McGraw-Hill.

Good, C. V. (1973). *Dictionary of education* (3th ed). New York: McGraw-Hill.

George, T. L., & Hans, O. A. (1970). Determining the level of inquiry in teacher's questions. *Dissertation Abstracts International, 31*(2), 395-400.

George, T. L., & Hans, O. A. (1970). Determining the level of inquiry in teachers' questions. *Journal of Research in Science Teaching. 7*(4), 395–400. Retrieved from http://onlinelibrary. wiley.com/doi/10.1002/tea.3660070415/abstract

George, B., & Wragg, E.C. (1993). *Question*. London: Butler & Tanner.

Jeffrey, W. W. (2001). Higher order teacher questioning of boys and girls in elementary mathematics classrooms. *The Journal of Educational Research, 95*(2), 84-92.

Klausmeier, H. J., & Ripple, R. E. (1971). *Learning and human abilities* (3rd ed.). New York: Harper International Edition.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers*. Massachusetts: Allyn and Bacon.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1996). *The new sourcebook for teaching reasoning and problem solving in junior and senior high school*. Massachusetts: Allyn and Bacon.

The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston , USA: National Council of Teachers of Mathematics

Nilklad, L. (2004). *College algebra students' understanding and algebraic thinking and reasoning with functions*. Retrieved from http://ir.library.oregonstate.edu/xmlui/handle/1957/6778?show=full

O'Daffer, P. G., & Thornquist, B. A. (1993). Critical thinking, mathematical reasoning and proof. In Wilson, P. S. (Ed.), *Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics* (pp.39-56). New York: MacMilan.

Rosemary Schmalz, S. P. (1973). Categorization of questions that mathematics teachers ask. *The Mathematics Teacher, 66* (7) November.

Rowan, T. E., & Morrow, L. J. (1993). *Implementing K-8 curriculum and evaluation standards: Reading from the arithmetic teacher*. Virginia: The National Council of teachers of Mathematics.

Ruddell, R. B. (1974). *Reading-language instruction: Innovative practices*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall.

Russell, S. J. (1999). Mathematic reasoning in the elementary grades. In *Developing mathematical reasoning in K-12*. Shiff, Lee V. pp. 1-12. Reston Virginia: The National Council of teachers of Mathematics.

Stiggins, R. (1997). *Student-centered classroom assessment* (2nd ed.). New Jersey: Prentice-Hall.

Thomas, E. R., & Josepha, R. (1998). Using questions to help children build mathematical power. *Teaching children mathematics, 4*(9), 504-509.

Travers, R. M. W. (1967). *Essentials of learning: An overview for students of education.* New York: The Macmillan.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ	อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด	อาจารย์ประจำสาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พัชรี หิรัญมาศสุวรรณ	อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
4. อาจารย์จิรพร จูมานัศ	ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ อาจารย์ 3 ระดับ 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนดัดดรุณี จังหวัดฉะเชิงเทรา
5.อาจารย์รักษา สุขวิชัย	ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ อาจารย์ 3 ระดับ 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์ จังหวัดฉะเชิงเทรา

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ ๐ ๑๙๑๙

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒ ตุลาคม ๒๕๕๙

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงงานวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนายดิษพล เนตรนิมิตร นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ ตังกนะภัทรขจร ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชิต สุรัตน์เรืองชัย)
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๕
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕
ผู้วิจัย ๐๘๖-๕๔๘๘๐๓๕

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ว ๑๕๑๙

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๕ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๖ ตุลาคม ๒๕๕๙

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนายดิษพล เนตรนิมิตร นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคณะภัทรขจร ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชิต สุรัตน์เรืองชัย)
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕
ผู้วิจัย ๐๘๖-๕๔๘๘๐๓๙

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ว.๑๔๖๕

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๕ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แ
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒ ตุลาคม ๒๕๕๗

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ พัชรี หิรัญมาศสุวรรณ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงข่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนายดินพล เนตรนิมิตร นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย ของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชิต สุรัตน์เรืองชัย)
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๕
โทรสาร ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๕
ผู้วิจัย ๐๘๖-๕๔๘๘๐๓๕

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ว ๑๕๑๙

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ค.
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๑ ตุลาคม ๒๕๕๙

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางสาวจิรพร จูมานัส

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนายดิษพล เนตรนิมิตร นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ ยังกะพันธุ์ ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชิต สุรัตน์เรืองชัย)
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๕
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕
ผู้วิจัย ๐๘๖-๕๔๘๘๐๓๕

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ว ๑๕๑๕

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แ
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒ ตุลาคม ๒๕๕๗

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางรักษา สุขวิชัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนายดิษพล เนตรนิมิตร นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ ถังถนะภัทรขจร ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณเอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชิต สุรัตน์เรืองชัย)
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๕
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕
ผู้วิจัย ๐๘๖-๕๔๘๘๐๓๕

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ ๒๖๐๖

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๓๑ ตุลาคม ๒๕๕๗

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนดัดดรุณี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนายดิษพล เนตรนิมิตร นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ๕ ขั้นตอน (๕ES) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชั่นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔" ในความควบคุมดูแลของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร ประธานกรรมการ มีความประสงค์ ขออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔/๕ จำนวน ๔๕ คน โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๕ พฤศจิกายน พ.ศ. ๒๕๕๗ – ๒๑ พฤศจิกายน พ.ศ. ๒๕๕๗ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ รักษาการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕
ผู้วิจัยโทร ๐๘๖-๕๔๘๘๐๓๙

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ ๒๕๕๗

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๙ พฤศจิกายน ๒๕๕๗

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนดัดดรุณี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนายดิษพล เนตรนิมิตร นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ๕ ขั้นตอน (๕Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผล และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชั่นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔" อยู่ในความควบคุมดูแลของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร ประธานกรรมการ มีความประสงค์ขออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔/๖ จำนวน ๔๔ คน ขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๒๘ พฤศจิกายน พ.ศ. ๒๕๕๗ – ๒๖ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๕๗ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ รักษาการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕
ผู้วิจัยโทร ๐๘๖-๕๔๘๘๐๓๙

ภาคผนวก ข

- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง
- แนวทางคำตอบใบกิจกรรมของตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง
- แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน
- แนวทางคำตอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน
- แบบทดสอบแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน
- แนวทางคำตอบแบบทดสอบแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ **ฟังก์ชัน** **เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน**

รายวิชา ค31202 **รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2** **กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 **เวลา 2 คาบ**

ผลการเรียนรู้

มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1) ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: หลังจากเรียนจบคาบนี้แล้วนักเรียน

1.1 สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันได้

1.2 สามารถบอกว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชันได้

1.3 สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันจาก A ไป B ได้

1.4 สามารถบอกว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นหรือไม่เป็นฟังก์ชันฟังก์ชันจาก A ไป B ได้

2) ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: หลังจากเรียนจบคาบนี้แล้วนักเรียน

2.1 สามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชันได้

สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอดหลัก

ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งสำหรับคู่อันดับสองคู่ใดๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

นั่นคือ ฟังก์ชัน f คือความสัมพันธ์ซึ่งสำหรับ x, y และ z ใดๆ ถ้า $(x, y) \in f$ และ $(x, z) \in f$ แล้ว $y = z$

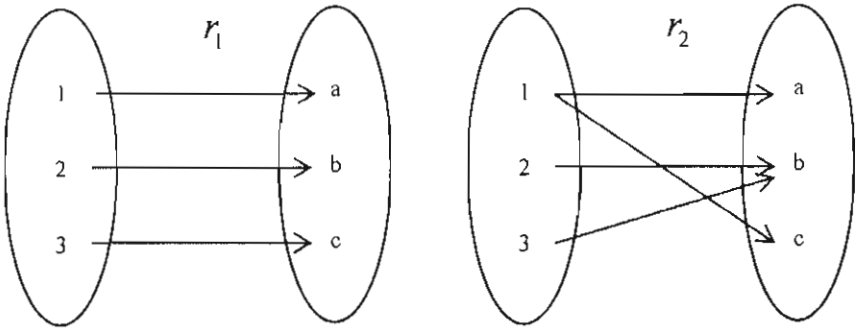
f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมนและมีเรนจ์เป็นสับเซตของ B เขียนแทนด้วย $f : A \rightarrow B$

สาระการเรียนรู้

ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งสำหรับคู่อันดับสองคู่ใดๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

นั่นคือ ฟังก์ชัน f คือความสัมพันธ์ซึ่งสำหรับ x, y และ z ใดๆ ถ้า $(x,y) \in f$ และ $(x,z) \in f$ แล้ว $y = z$

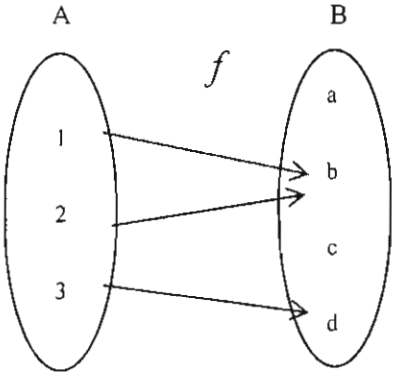
เช่น



r_1 เป็นฟังก์ชัน r_2 เป็นฟังก์ชัน

และ f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมนและมีเรนจ์เป็นสับเซตของ B เขียนแทนด้วย $f : A \to B$

เช่น



$f = \{(1,b),(2,b),(3,d)\}$ ซึ่งมี $D_f = \{1,2,3\}$ = A และมี $R_f = \{b,d\} \subset B$

ดังนั้น f เป็น ฟังก์ชันจาก A ไป B

กิจกรรมการเรียนรู้

<u>คาบที่ 1</u>

ขั้นการสร้างความสนใจ

1. นักเรียนพิจารณาแผนที่เส้นทางเดินรถไฟฟ้า BTS และ MRT ที่ครูเสนอบนกระดาน และครูใช้คำถามนำกับนักเรียน เช่น

- มีสถานีรถไฟฟ้า BTS ที่เชื่อมต่อกับรถไฟฟ้า MRT หรือไม่

- สถานีเหล่านั้นมีอะไรบ้าง

- ถ้าให้เซต A มีสมาชิกคือสถานีต่างๆ ของรถไฟฟ้า BTS และเซต B มีสมาชิกคือ คือสถานีต่างๆ ของรถไฟฟ้า MRT นักเรียนสามารถเขียนความสัมพันธ์จากสถานีรถไฟฟ้า BTS ที่ไปเชื่อมกับสถานีรถไฟฟ้า MRT ได้หรือไม่ อย่างไร

2. นักเรียนพิจารณาราคาค่าโดยสารของรถไฟฟ้า BTS ที่ครูนำเสนอบนกระดาน และครูใช้คำถามนำกับนักเรียน เช่น

- ถ้าให้เซต A มีสมาชิกคือจำนวนสถานีของรถไฟฟ้า BTS และเซต B คือค่าโดยสารและ r แทนความสัมพันธ์ของจำนวนสถานีรถไฟฟ้า BTS กับราคาค่าโดยสาร จะสามารถเขียนให้อยู่ในรูปคู่อันดับได้อย่างไร

3. ครูแนะนำนักเรียนว่า วันนี้จะมาทำความรู้จักกับความสัมพันธ์ที่สมาชิกตัวหน้าที่จับคู่กับตัวหลังทั้งหมด หรือสมาชิกของตัวหน้าที่จับคู่กับตัวหลังบางตัว เราจะเรียกความสัมพันธ์แบบนี้ว่าอย่างไร

ขั้นการสำรวจและค้นคว้า

4. ครูให้นักเรียนจับกลุ่ม กลุ่มละ 4-6 คน โดยคละความสามารถ (เก่ง-ปานกลาง-อ่อน) โดยครูและนักเรียนร่วมกันทำใบกิจกรรมที่ 1.1 เรื่องความหมายของฟังก์ชัน โดยครูใช้คำถามนำกับนักเรียน เช่น

- ความสัมพันธ์ r_1 และ r_2 มีคู่อันดับใดบ้าง

5. จากนั้นครูใช้คำถามระดับสูงกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเปรียบเทียบความแตกต่างของคู่อันดับที่เป็นสมาชิกใน r_1 และ r_2 ว่าเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร เช่น

- คู่อันดับที่เป็นสมาชิกใน r_1 กับ r_2 เหมือนหรือแตกต่างกันหรือไม่ อย่างไร

- คู่อันดับที่เป็นสมาชิกใน r_1 กับ r_2 มีการใช้สมาชิกตัวหน้าซ้ำหรือไม่ อย่างไร

- คู่อันดับที่เป็นสมาชิกใน r_1 กับ r_2 ที่มีการใช้สมาชิกตัวหน้าซ้ำ มีสมาชิกตัวหลังเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร

หลังจากนั้นครูใช้คำถามในแบบเดียวกันถามเปรียบเทียบ r_3 กับ r_4 r_5 กับ r_6 และ r_7 กับ r_8 ตามลำดับ

6. นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ r_1, r_3, r_5 และ r_7 (ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน) ว่าคู่อันดับที่เป็นสมาชิกในความสัมพันธ์ดังกล่าว เหมือนกันหรือต่างกันอย่างไร โดยครูใช้คำถามระดับสูง เพื่อให้นักเรียนหาลักษณะที่เหมือนกัน เช่น

- คู่อันดับที่เป็นสมาชิกในความสัมพันธ์ดังกล่าว มีการใช้สมาชิกตัวหน้าซ้ำกันหรือไม่ อย่างไร

- คู่อันดับสองคู่ของความสัมพันธ์ ใน r_1 และ r_3 ที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้วสมาชิกตัวหลังเหมือนกันหรือต่างกันอย่างไร

7. นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ r_2, r_4, r_6 และ r_8 (ความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชัน) ว่าคู่อันดับที่เป็นสมาชิกในความสัมพันธ์ดังกล่าว เหมือนกันหรือต่างกันอย่างไร โดยครูใช้คำถามระดับสูง คำถามให้เปรียบเทียบ หาลักษณะที่เหมือนกัน

- คู่อันดับที่เป็นสมาชิกในความสัมพันธ์ดังกล่าว มีการใช้สมาชิกตัวหน้าซ้ำกันหรือไม่ อย่างไร

- คู่อันดับสองคู่ของความสัมพันธ์ ใน r_2, r_4, r_6 และ r_8 ที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้วสมาชิกตัวหลังเหมือนกันหรือต่างกันอย่างไร

8. ครูใช้คำถามระดับสูง เพื่อให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสามารถสรุปความหมายของฟังก์ชันได้ เช่น

- จากการพิจารณาคู่อันดับของความสัมพันธ์ดังกล่าว สามารถสรุปความหมายของฟังก์ชันได้ว่าอย่างไร

9. ครูและนักเรียนร่วมกันทำใบกิจกรรมที่ 1.2 เรื่อง ฟังก์ชันจาก A ไป B ข้อที่ 1-6 โดยครูใช้คำถามนำ เช่น

- f_1 มีโดเมนและเรนจ์เป็นอย่างไร เป็นต้น

10. ครูใช้คำถามระดับสูง เพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียนสังเกตเห็นความเหมือนละความแตกต่างระหว่างความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันกับความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B ว่า

- โดเมนของความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B กับความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B เหมือนหรือต่างกันอย่างไร

- เรนจ์ของความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B กับความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B เหมือนหรือต่างกันอย่างไร

11. ครูใช้คำถามระดับสูง เพื่อให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสรุปความหมายของฟังก์ชันจาก A ไป B

- จากการพิจารณาโดเมนและเรนจ์ดังกล่าวสรุปได้ว่า ฟังก์ชันจาก A ไป B ได้อย่างไร

12. ครูสนทนากับนักเรียนว่าหากกำหนดให้กราฟของความสัมพันธ์มา นักเรียนจะมีวิธีพิจารณาว่ากราฟของความสัมพันธ์นั้นเป็นหรือไม่เป็นฟังก์ชันได้อย่างไร โดยครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 1.3 เรื่อง กราฟของฟังก์ชัน

13. เมื่อนักเรียนวาดกราฟของความสัมพันธ์ $y = x^2$ และ $y^2 = x$ เสร็จแล้วครูเสนอให้นักเรียนลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y โดยพยายามให้ตัดกราฟของความสัมพันธ์ดังกล่าวแล้วให้นักเรียนพิจารณาจุดตัดของเส้นตรงกับกราฟของความสัมพันธ์ โดยครูใช้คำถามระดับสูง ให้นักเรียนเปรียบเทียบ ว่า

- เมื่อลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y แล้วเกิดจุดตัดของเส้นตรงกับกราฟของความสัมพันธ์ $y = x^2$ และ $y^2 = x$ เหมือนหรือแตกต่างกันหรือไม่ อย่างไร

- จำนวนจุดตัดของกราฟทั้งสองเป็นอย่างไร

- คู่อันดับของจุดตัดที่เกิดขึ้นทั้งสองจุด มีโดเมนและเรนจ์เหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร

14. ครูใช้คำถามระดับสูง เพื่อให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสามารถสรุปวิธีตรวจสอบกราฟของความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน หรือไม่เป็นฟังก์ชัน ดังนี้

- จากการพิจารณาจุดตัดของกราฟดังกล่าว สามารถสรุปได้ว่าอย่างไร

<u>คาบที่ 2</u>

ขั้นการอธิบาย

15. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอธิบายความรู้เกี่ยวกับ ความหมายของฟังก์ชัน ฟังก์ชันจาก A ไป B และ วิธีตรวจสอบกราฟของความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชัน โดยครูใช้คำถามระดับสูงเพื่อให้แต่ละกลุ่มนำเสนอความรู้ที่ได้ค้นพบว่าแต่ละกลุ่มได้ค้นพบความรู้อะไรบ้าง เหมือนกันหรือแตกต่างจากเพื่อนอย่างไร พร้อมแสดงเหตุผลประกอบการอธิบายด้วย เป็นต้น

16. ครูช่วยสรุปความรู้เกี่ยวกับ ความหมายของฟังก์ชัน ฟังก์ชันจาก A ไป B และ วิธีตรวจสอบกราฟของความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชัน ที่นักเรียนค้นพบร่วมกับนักเรียนอีกครั้ง เพื่อให้นักเรียนทุกคนมีความเข้าใจตรงกันและไม่เกิดความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

ขั้นการขยายความรู้

17. นักเรียนนำความรู้ที่ได้จากขั้นการอธิบายมาใช้ทำใบกิจกรรมที่ 1.4 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชันและฟังก์ชันจาก A ไป B และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามหากเกิดความไม่เข้าใจ และครูใช้คำถามระดับสูง เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากขึ้น เช่น

- ความสัมพันธ์ r = {(1,a),(2,b),(3,b),(5,c)} เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ขั้นการประเมิน

18. ครูใช้คำถามระดับสูง เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนในความรู้เกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชัน ฟังก์ชันจาก A ไป B และ วิธีตรวจสอบกราฟของความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชัน เช่น

- ฟังก์ชันคืออะไร จงอธิบาย
- ฟังก์ชันจาก A ไป B เป็นอย่างไร จงอธิบาย
- $f(x)=x^2$ เป็นฟังก์ชัน คำกล่าวนี้ถูกต้องหรือไม่ อย่างไร เป็นต้น
- ตัวอย่างความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันที่พบได้ในชีวิตประจำวันมีอะไรบ้าง

19. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากยิ่งขึ้น

20. ครูเฉลยแบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชันพร้อมตอบข้อสงสัยของนักเรียน

สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 1.1 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน
2. ใบกิจกรรมที่ 1.2 เรื่อง ฟังก์ชันจาก A ไป B
3. ใบกิจกรรมที่ 1.3 เรื่อง กราฟของฟังก์ชัน
4. ใบกิจกรรมที่ 1.4 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชันและฟังก์ชันจาก A ไป B
5. แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชันและฟังก์ชันจาก A ไป B
6. แผนผังแสดงเส้นทางเดินรถไฟฟ้า BTS และ MRT
7. แผนผังแสดงค่าโดยสารรถไฟฟ้า BTS

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
1.อธิบายความหมายของฟังก์ชันได้	การตรวจใบกิจกรรมที่ 1.1และแบบฝึกหัดที่ 1	ใบกิจกรรมที่ 1.1 แบบฝึกหัดที่ 1	1) สรุปความหมายของฟังก์ชันในใบกิจกรรมที่ 1.1 ได้ถูกต้อง 2) ทำแบบฝึกหัดที่ 1 ข้อ 1 ได้ถูกต้อง
2.บอกว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชันได้	การตรวจใบกิจกรรมที่ 1.4 และ แบบฝึกหัดที่ 1	ใบกิจกรรมที่ 1.4 แบบฝึกหัดที่ 1	1) ทำใบกิจกรรมที่ 1.4 ข้อที่ 1.1-1.4 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 3 ข้อ 2) ทำใบกิจกรรมที่ 1.4 ข้อที่

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
			3.1-3.3 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 2 ข้อ 3) ทำแบบฝึกหัดที่ 1 ข้อที่ 3.1-3.3 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 2 ข้อ 4) ทำแบบฝึกหัดที่ 1 ข้อที่ 5 ได้ถูกต้องทั้งหมด
3.อธิบายความหมายของฟังก์ชันจาก A ไป B (A into B) ได้	การตรวจใบกิจกรรมที่ 1.2 และแบบฝึกหัดที่ 1	ใบกิจกรรมที่ 1.2 แบบฝึกหัดที่ 1	1) สรุปความหมายของฟังก์ชันจาก A ไป B ในใบกิจกรรมที่ 1.2 ได้ถูกต้อง 2) ทำแบบฝึกหัดที่ 1 ข้อ 2 ได้ถูกต้อง
4.บอกว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นหรือไม่เป็นฟังก์ชันฟังก์ชันจาก A ไป B ได้	การตรวจใบกิจกรรมที่ 1.4 และ แบบฝึกหัดที่ 1	ใบกิจกรรมที่ 1.4 แบบฝึกหัดที่ 1	1) ทำใบกิจกรรมที่ 1.4 ข้อที่ 2.1-2.2 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 1 ข้อ 2) ทำใบกิจกรรมที่ 1.4 ข้อที่ 4 ได้ถูกต้อง
5. ให้เหตุผลประกอบคำตอบว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชันได้	สังเกตการณ์ให้เหตุผลจากการทำใบกิจกรรมที่ 1.4 และแบบฝึกหัดที่ 1	ใบกิจกรรมที่ 1.4 แบบฝึกหัดที่ 1	1) ทำใบกิจกรรมที่ 1.4 ข้อที่ 1.1-1.4 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 3 ข้อ 2) ทำใบกิจกรรมที่ 1.4 ข้อที่ 3.1-3.3 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 2 ข้อ 3) ทำแบบฝึกหัดที่ 1 ข้อที่ 3.1-3.3 ได้ถูกต้องอย่างน้อย2 ข้อ 4) ทำแบบฝึกหัดที่ 1 ข้อที่ 5 ได้ถูกต้องทั้งหมด

บันทึกหลังการสอน

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันได้ บอกว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชันได้ อธิบายความหมายของฟังก์ชันจาก A ไป B ได้ และบอกว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นหรือไม่เป็นฟังก์ชันฟังก์ชันจาก A ไป B ได้

เมื่อครูใช้คำถามกับนักเรียน พบว่านักเรียนไม่กล้าตอบคำถาม และไม่กล้าแสดงเหตุผล ครูจึงให้นักเรียนสนทนาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันภายในกลุ่มอย่างเต็มที่ แล้วจึงสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน

อีกทั้งนักเรียนไม่สามารถเขียนแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้ ครูจึงให้นักเรียนพูดแสดงเหตุผลของตน และให้นักเรียนเขียนตามที่พูดลงไป แล้วครูค่อยปรับภาษาของนักเรียนให้ดีขึ้นในภายหลัง นอกจากนี้พบว่าในขั้นตอนการพิสูจน์นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถเขียนเหตุผลประกอบขั้นตอนการพิสูจน์ได้ เนื่องจากลืมสมบัติต่าง ๆ ในเรื่องจำนวนจริง ครูจึงทบทวนสมบัติต่าง ๆ ๆให้นักเรียนอีกครั้ง เช่น สมบัติการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน สมบัติการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน เป็นต้น

นักเรียนแต่ละกลุ่มให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี และมีความรับผิดชอบในการทำงาน โดยนักเรียนส่วนใหญ่ส่งงานตรงเวลาตามที่ครูกำหนด

ลงชื่อ ..... ผู้สอน

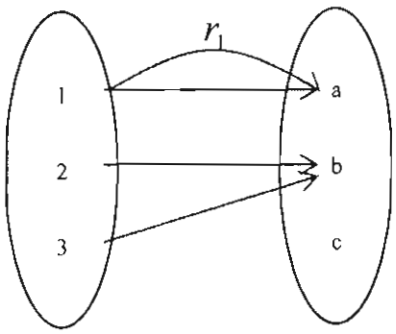
(นายดิษพล เนตรนิมิตร)

วันที่ 2 ธ.ค. 2557

ใบกิจกรรมที่ 1.1 ความหมายของฟังก์ชัน

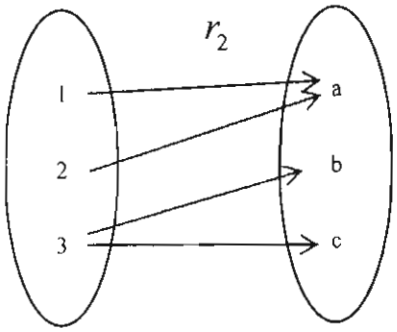
1. จงแจกแจงสมาชิกและพิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้

1)



$r_1 = \{.....\}$

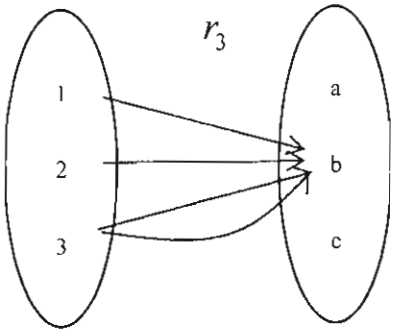
r_1 เป็นฟังก์ชัน



$r_2 = \{.....\}$

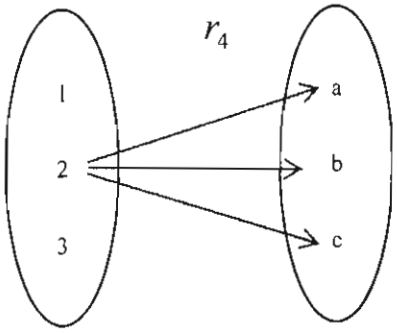
r_2 ไม่เป็นฟังก์ชัน

2)



$r_3 = \{.....\}$

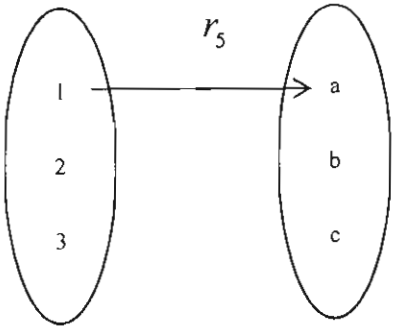
r_3 เป็นฟังก์ชัน



$r_4 = \{.....\}$

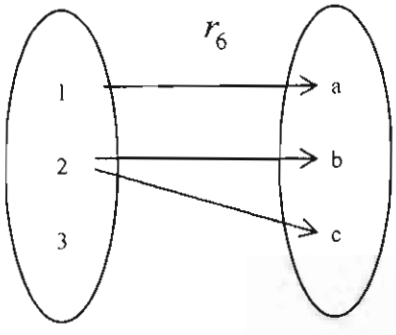
r_4 ไม่เป็นฟังก์ชัน

3)



$r_5 = \{.....\}$

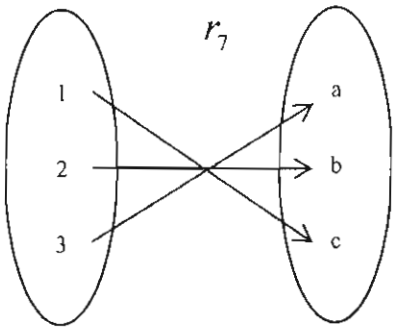
r_5 เป็นฟังก์ชัน



$r_6 = \{.....\}$

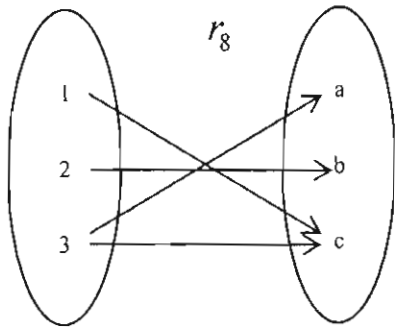
r_6 ไม่เป็นฟังก์ชัน

4)



$r_7 = \{$ ..... $\}$

r_7 เป็นฟังก์ชัน



$r_8 = \{$ ..... $\}$

r_8 ไม่เป็นฟังก์ชัน

2) นักเรียนสังเกตได้หรือไม่ว่า คู่อันดับของสมาชิกในความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน ได้แก่ r_1, r_3, r_5 และ r_7 มีคู่อันดับใดบ้างที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน

.....

3) จากข้อ 2) คู่อันดับที่สมาชิกตัวหน้าเหมือนกันมีสมาชิกตัวหลังเหมือนกันหรือไม่

.....

4) คู่อันดับของสมาชิกในความสัมพันธ์ที่**ไม่**เป็นฟังก์ชัน ได้แก่ r_2, r_4, r_6 และ r_8 มีคู่อันดับใดบ้างที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน

.....

5) จากข้อ 4) คู่อันดับที่สมาชิกตัวหน้าเหมือนกันมีสมาชิกตัวหลังเหมือนกันหรือไม่

.....

จากการสังเกตคู่อันดับของสมาชิกในความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันและไม่เป็นฟังก์ชัน สามารถสรุปได้ว่า

ฟังก์ชัน คือ .....

.....

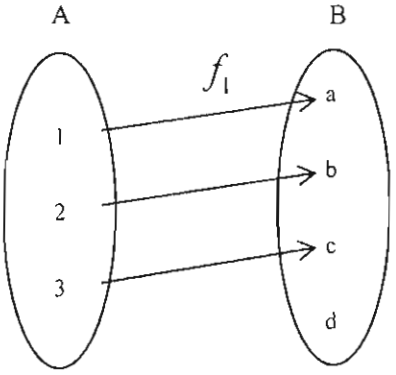
.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 1.2 ฟังก์ชันจาก A ไป B

จงพิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้และเติมคำตอบให้ถูกต้องพร้อมทั้งพิจารณาว่าโดเมนของความสัมพันธ์ในแต่ละข้อเท่ากับหรือไม่เท่ากับ $(=,\neq)$ เซต A หรือไม่และเรนจ์ของความสัมพันธ์ในแต่ละข้อเป็นสับเซตหรือไม่เป็นสับเซต $(\subset,\not\subset)$ ของเซต B หรือไม่

1)



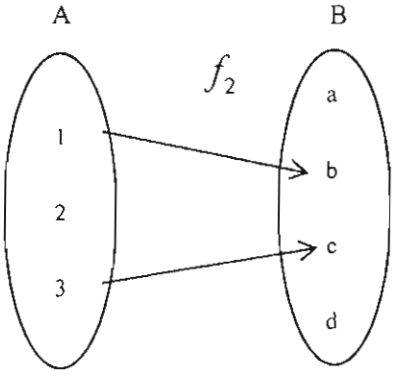
f_1 = {.....}

f_1 เป็น ฟังก์ชันจาก A ไป B

D_{f_1} = {.....} ..... A

R_{f_1} = {.....} ..... B

2)



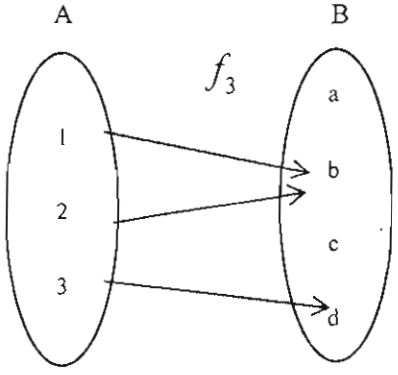
f_2 = {.....}

f_2 เป็นฟังก์ชัน แต่ ไม่เป็น ฟังก์ชันจาก A ไป B

D_{f_2} = {.....} ..... A

R_{f_2} = {.....} ..... B

3)



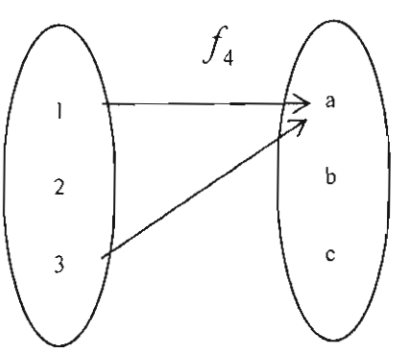
f_3 = {.....}

f_3 เป็น ฟังก์ชันจาก A ไป B

D_{f_3} = {.....} ..... A

R_{f_3} = {.....} ..... B

4)



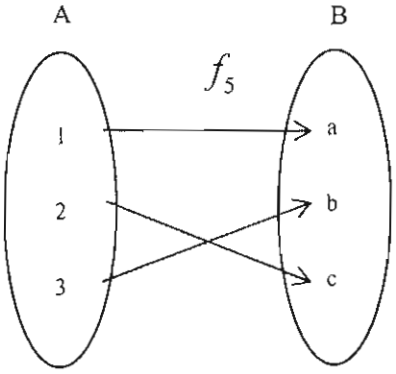
f_4 = {.....}

f_4 เป็นฟังก์ชัน แต่ ไม่เป็น ฟังก์ชันจาก A ไป B

D_{f_4} = {.....} ..... A

R_{f_4} = {.....} ..... B

5)



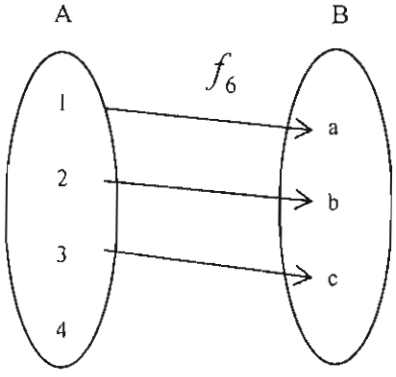
f_5 = {.....}

f_5 เป็น ฟังก์ชันจาก A ไป B

D_{f_5} = {.....} ..... A

R_{f_5} = {.....} ..... B

6)



f_6 = {.....}

f_6 เป็นฟังก์ชัน แต่ ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B

D_{f_6} = {.....} ..... A

R_{f_6} = {.....} ..... B

7) นักเรียนสังเกตได้หรือไม่ว่า โดเมนของความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B มีลักษณะอย่างไร

.....

8) โดเมนของความสัมพันธ์ที่**ไม่**เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B มีลักษณะอย่างไร

.....

9) เรนจ์ของความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันกับความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B เหมือนหรือต่างกันอย่างไร

.....

ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่า

ฟังก์ชันจาก A ไป B คือ .....

.....

.....

.....

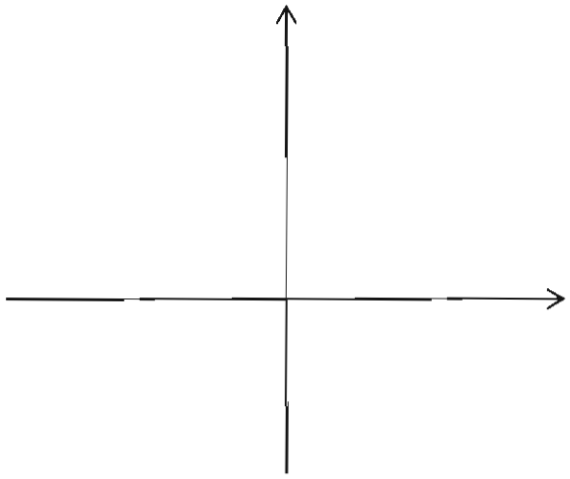
ใบกิจกรรมที่ 1.3 กราฟของฟังก์ชัน

จงวาดกราฟของความสัมพันธ์ต่อไปนี้

1) $r = \{(x, y) \mid y = x^2\}$

วิธีทำ

x	-2	-1	0	1	2
y					

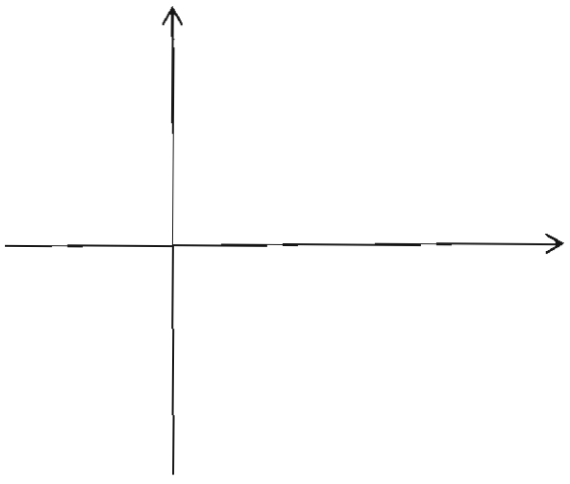


จากตารางข้างต้นจะได้คู่อันตับดังนี้ .....

2) $r = \{(x, y) \mid y^2 = x\}$

วิธีทำ

x					
y	-2	-1	0	1	2



จากตารางข้างต้นจะได้คู่อันดับดังนี้ .....

ถ้าลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y ให้ผ่านกราฟของความสัมพันธ์ $y = x^2$ แล้วมีโอกาสที่เส้นตรงนี้จะตัดกราฟมากกว่า 1 จุดได้หรือไม่ อย่างไร

.....

.....

ถ้าลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y ให้ผ่านกราฟของความสัมพันธ์ $y^2 = x$ แล้วมีโอกาสที่เส้นตรงนี้จะตัดกราฟมากกว่า 1 จุดได้หรือไม่ อย่างไร

.....

.....

เนื่องจาก นิยามของฟังก์ชัน คือ .....

.....

นั่นคือ หากเราลากเส้นขนานกับแกน y แล้วตัดกราฟเพียง .....จุด แสดงว่า x หนึ่งตัว จะให้ค่า y หนึ่งค่า

จะได้ว่า กราฟของความสัมพันธ์นั้น เป็น .....(ฟังก์ชัน/ไม่เป็นฟังก์ชัน)

สรุปได้ว่า

การพิจารณาความสัมพันธ์ในเซตของจำนวนจริงว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ อาจพิจารณาได้จากกราฟของความสัมพันธ์โดยลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน..... ถ้าเส้นตรงที่ลากตัดกราฟเพียง.....จุดแสดงว่าความสัมพันธ์นั้นเป็น..... แต่หากตัดกราฟมากกว่า.....จุดแสดงว่าความสัมพันธ์นั้น ..... (เป็นฟังก์ชัน/ไม่เป็นฟังก์ชัน)

ข้อตกลงเกี่ยวกับสัญลักษณ์

ในกรณีที่ความสัมพันธ์ f เป็นฟังก์ชัน จะเขียน $y = f(x)$ แทน $(x, y) \in f$ และเรียก $f(x)$ ว่าเป็น ค่าของฟังก์ชัน f ที่ x อ่านว่า .....

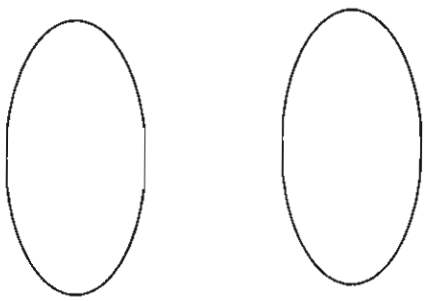
ใบกิจกรรมที่ 1.4 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชันและฟังก์ชันจาก A ไป B

คำสั่ง จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) ความสัมพันธ์ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1.1) $r = \{(1, a), (2, b), (3, b), (5, c)\}$

สามารถเขียนเป็นแผนภาพได้ ดังนี้



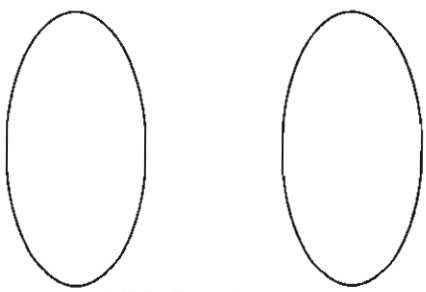
พิจารณาจากแผนภาพ r ☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เพราะ .....

1.2) $g = \{(x, y) \in A \times A \mid y \geq x\}$; $A = \{1, 2, 3\}$

สามารถเขียน g แบบแจกแจงสมาชิกได้ ดังนี้ g = {.....}

และเขียนเป็นแผนภาพได้ ดังนี้



พิจารณาจากแผนภาพ g ☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เพราะ .....

1.3) $h = \{(x, y) \mid y = x^2 + 1\}$

ให้ x, y และ z เป็นจำนวนจริงใดๆ ซึ่ง.....

จะได้ว่า .....และ.....

จะสรุปได้ว่า .....

ดังนั้น h ..... เพราะ .....

1.4) $k = \{(x, y) \mid y^2 = x\}$

เนื่องจาก เมื่อแทนค่า $y = 1$ จะได้ $x =$ .....

และ เมื่อแทนค่า $y = -1$ จะได้ $x =$ .....

จะได้ว่า .....และ .....แต่.....

ดังนั้น k .....เพราะ .....

2) กำหนดให้ A = {1,2,3} และ B = {3,4,5,6,7,8} ฟังก์ชันต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่

2.1) $f = \{(x, y) \in A \times B \mid y = 3x\}$

จากเงื่อนไขของ $f = \{(x, y) \in A \times B \mid y = 3x\}$

ถ้า $x = 1$ แล้ว $y =$ .....= ..... พบว่า .....และ.....

ถ้า $x = 2$ แล้ว $y =$ .....= ..... พบว่า .....และ.....

ถ้า $x = 3$ แล้ว $y =$ .....= ..... พบว่า .....แต่ .....

จะได้ $f = \{$ .....$\}$

ดังนั้น f .....เพราะ .....

2.2) $g = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x + 3\}$

จากเงื่อนไขของ $g = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x + 3\}$

ถ้า $x = 1$ แล้ว $y =$ .....= ..... พบว่า .....และ.....

ถ้า $x = 2$ แล้ว $y =$ .....= ..... พบว่า .....และ.....

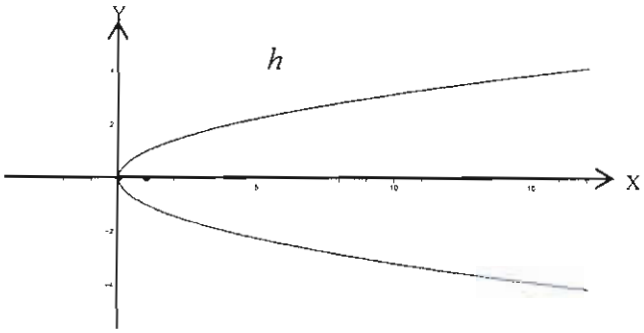
ถ้า $x = 3$ แล้ว $y =$ .....= ..... พบว่า .....และ .....

จะได้ $g = \{$ .....$\}$

ดังนั้น g .....เพราะ .....

3) จงพิจารณาว่ากราฟของความสัมพันธ์ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

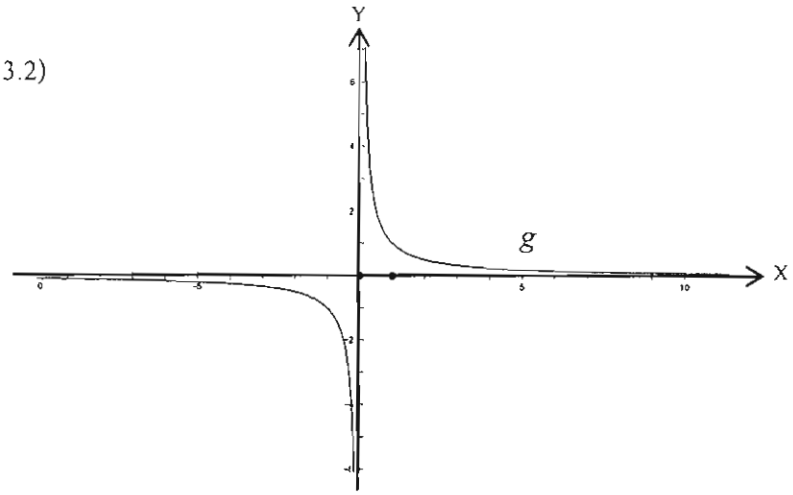
3.1)



คำตอบ .....

เหตุผล .....

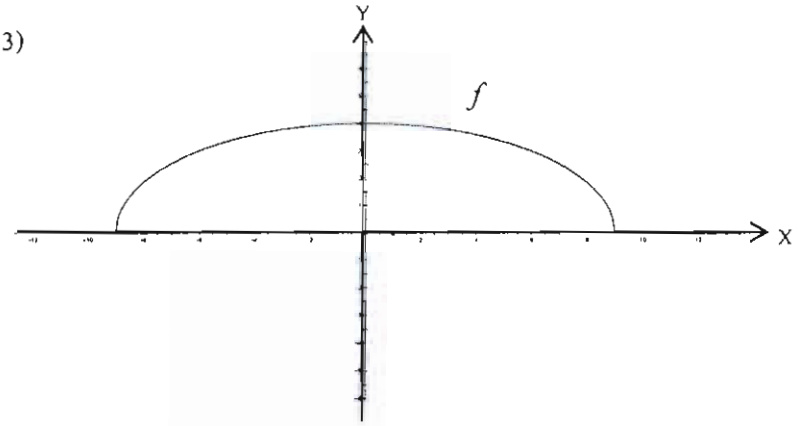
3.2)



คำตอบ .....

เหตุผล .....

3.3)



คำตอบ .....

เหตุผล .....

แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชันและฟังก์ชันจาก A ไป B

คำสั่ง จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) ฟังก์ชัน คือ .....

.....

.....

.....

2) ฟังก์ชันจาก A ไป B คือ .....

.....

.....

.....

3) ความสัมพันธ์ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

3.1) $r_1 = \{(1,6), (2,5), (1,7), (3,8)\}$

คำตอบ .....

เหตุผล .....

3.2) $r_2 = \{(1,5), (3,6), (2,5), (4,7)\}$

คำตอบ .....

เหตุผล .....

3.3) $r_3 = \{(x, y) \mid y = x^2 + 4\}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) กำหนดให้ A = {0, 2, 4} และ B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

ถ้า $f = \{(x, y) \in A \times B \mid 2x > y\}$ แล้ว f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่

.....

.....

.....

.....

.....

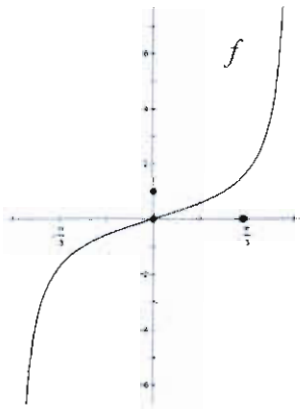
.....

.....

.....

5) กราฟของความสัมพันธ์ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

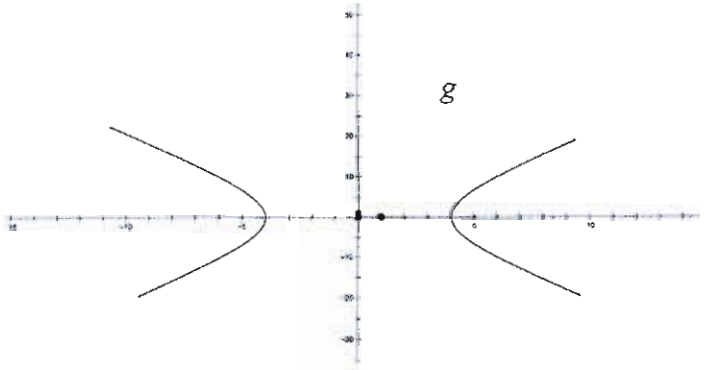
5.1)



คำตอบ .....

เหตุผล .....

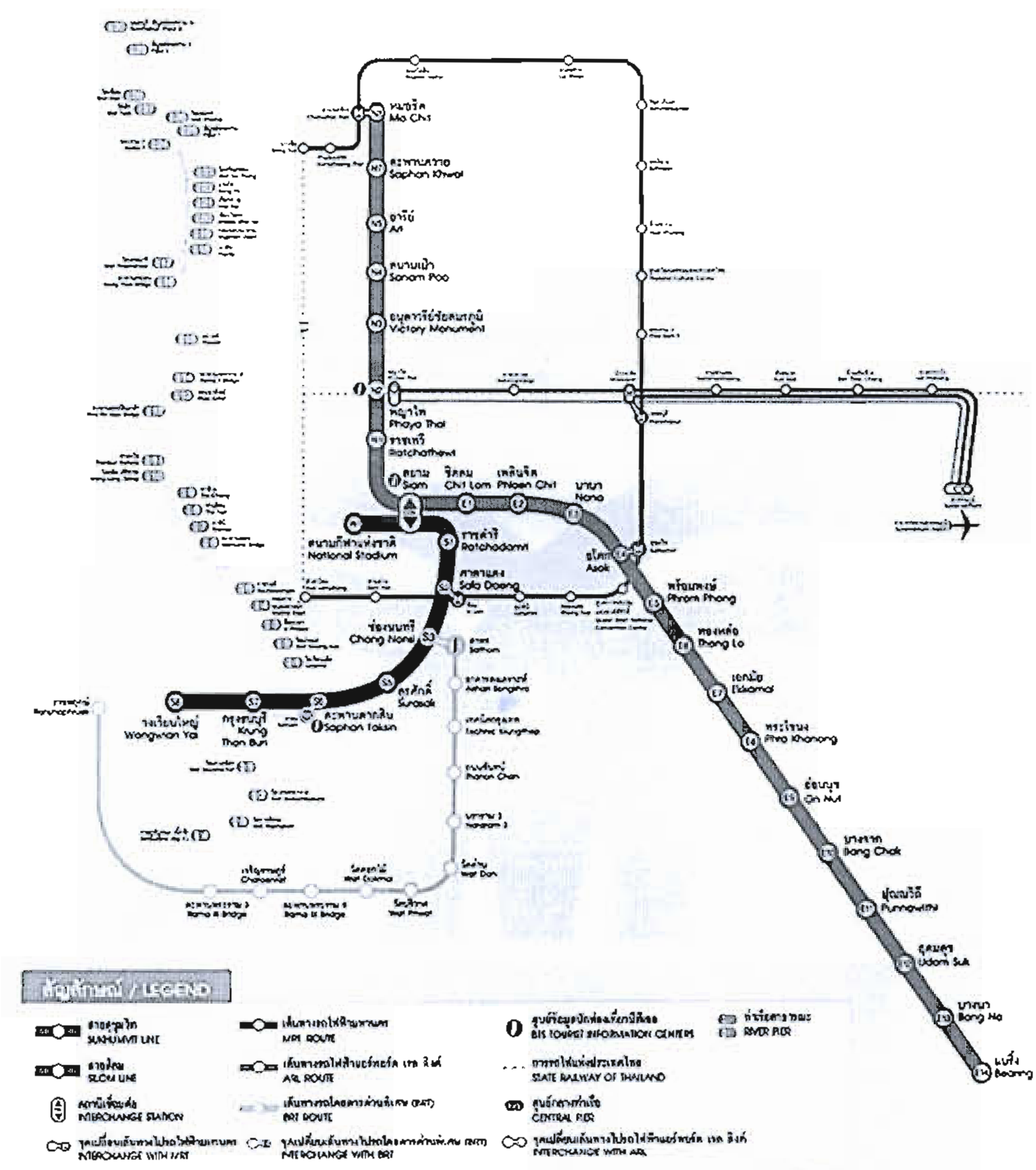
5.2)



คำตอบ .....

เหตุผล .....

แผนที่เส้นทางรถไฟฟ้า (BTS)



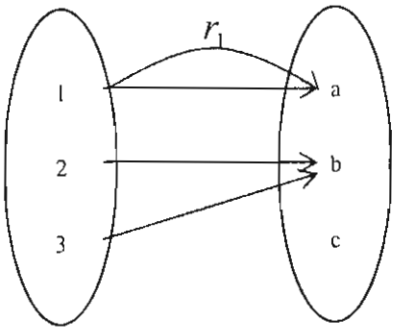
ราคาค่าโดยสารรถไฟฟ้า (BTS)

จำนวนสถานี	1	2	3	4	5	6	7	8 ขึ้นไป
ราคา (บาท)	15	22	25	28	31	34	37	42

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1.1 ความหมายของฟังก์ชัน

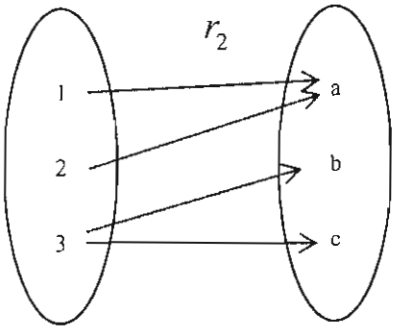
1. จงแจกแจงสมาชิกและพิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้

1)



$r_1 = \{ (1,a), (1,a), (2,b), (3,b) \}$

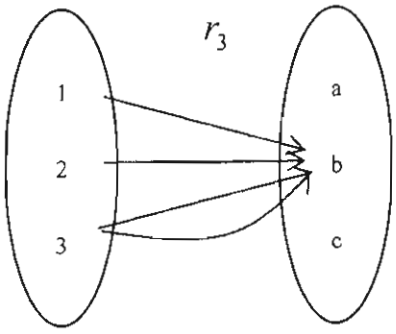
r_1 เป็นฟังก์ชัน



$r_2 = \{ (1,a), (2,a), (3,b), (3,c) \}$

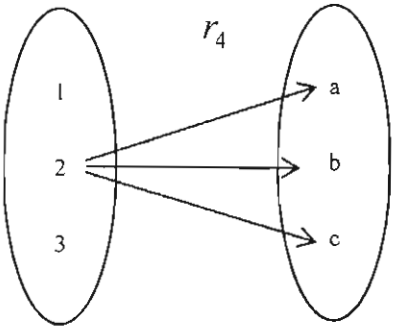
r_2 ไม่เป็นฟังก์ชัน

2)



$r_3 = \{ (1,a), (2,b), (3,b), (3,b) \}$

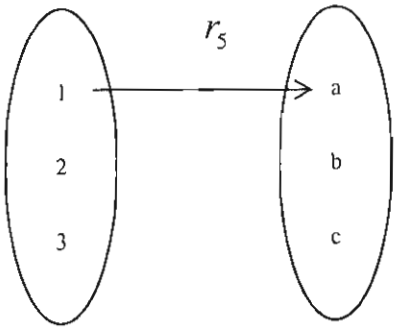
r_3 เป็นฟังก์ชัน



$r_4 = \{ (2,a), (2,b), (2,c) \}$

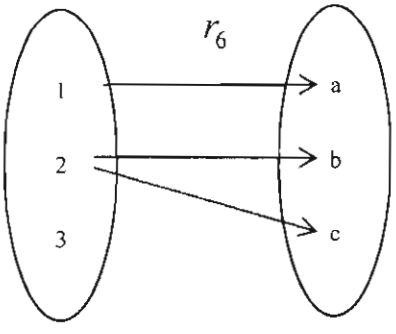
r_4 ไม่เป็นฟังก์ชัน

3)



$r_5 = \{ (1,a) \}$

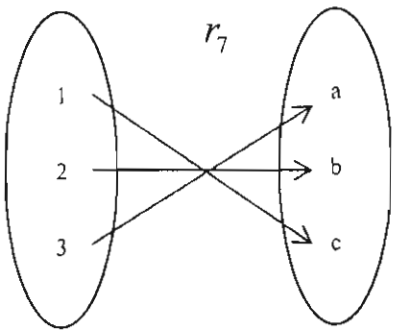
r_5 เป็นฟังก์ชัน



$r_6 = \{ (1,a), (2,b), (2,c) \}$

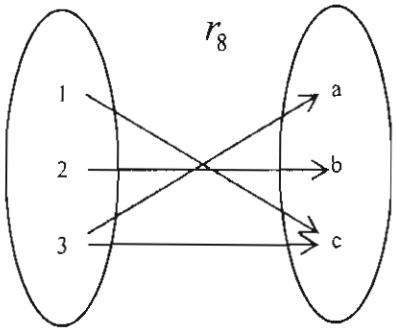
r_6 ไม่เป็นฟังก์ชัน

4)



$r_7 = \{ (1,c), (2,b), (3,a) \}$

r_7 เป็นฟังก์ชัน



$r_8 = \{ (1,c), (2,b), (3,a), (3,c) \}$

r_8 ไม่เป็นฟังก์ชัน

2) นักเรียนสังเกตได้หรือไม่ว่า คู่อันดับของสมาชิกในความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน ได้แก่ r_1, r_3, r_5 และ r_7 มีคู่อันดับใดบ้างที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน

r_1 มีคู่อันดับ (1,a) กับ (1,a) และ r_3 มีคู่อันดับ (3,b) กับ (3,b)

3) จากข้อ 2) คู่อันดับที่สมาชิกตัวหน้าเหมือนกันมีสมาชิกตัวหลังเหมือนกันหรือไม่

เหมือนกัน

4) คู่อันดับของสมาชิกในความสัมพันธ์ที่**ไม่**เป็นฟังก์ชัน ได้แก่ r_2, r_4, r_6 และ r_8 มีคู่อันดับใดบ้างที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน

r_2 มีคู่อันดับ (3,b) กับ (3,c) , r_4 มีคู่อันดับ (2,a), (2,b) และ (2,c) , r_6 มีคู่อันดับ (2,b) กับ (2,c) และ r_8 มีคู่อันดับ (3,a) กับ (3,c)

5) จากข้อ 4) คู่อันดับที่สมาชิกตัวหน้าเหมือนกันมีสมาชิกตัวหลังเหมือนกันหรือไม่

ไม่เหมือนกัน

จากการสังเกตคู่อันดับของสมาชิกในความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันและไม่เป็นฟังก์ชัน สามารถสรุปได้ว่า

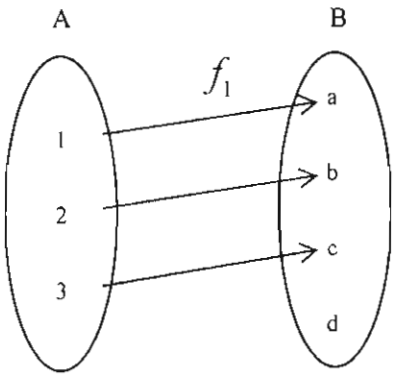
ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งสำหรับคู่อันดับสองคู่ใดๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

นั่นคือ ฟังก์ชัน f คือความสัมพันธ์ซึ่งสำหรับ x, y และ z ใดๆ ถ้า $(x,y) \in f$ และ $(x,z) \in f$ แล้ว $y = z$

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1.2 ฟังก์ชันจาก A ไป B

จงพิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้และเติมคำตอบให้ถูกต้องพร้อมทั้งพิจารณาว่าโดเมนของความสัมพันธ์ในแต่ละข้อเท่ากับหรือไม่เท่ากับ $(=,\neq)$ เซต A หรือไม่และเรนจ์ของความสัมพันธ์ในแต่ละข้อเป็นสับเซตหรือไม่เป็นสับเซต $(\subset,\not\subset)$ ของเซต B หรือไม่

1)



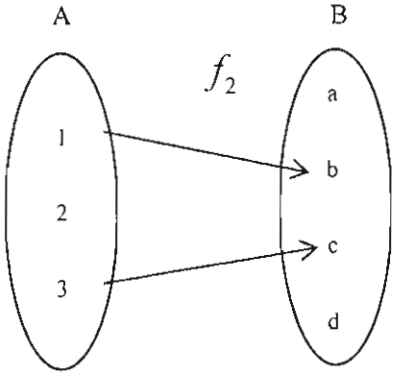
f_1 = { (1,a) ,(2,b), (3,c) }

f_1 เป็น ฟังก์ชันจาก A ไป B

D_{f_1} = { 1, 2, 3 } = A

R_{f_1} = { a, b, c } $\subset$ B

2)



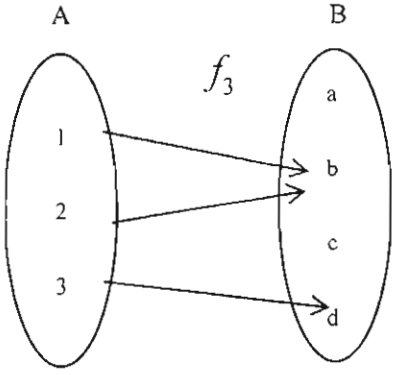
f_2 = { (1,b) , (3,c) }

f_2 เป็นฟังก์ชัน แต่ ไม่เป็น ฟังก์ชันจาก A ไป B

D_{f_2} = { 1, 3 } $\neq$ A

R_{f_2} = { b, c } $\subset$ B

3)



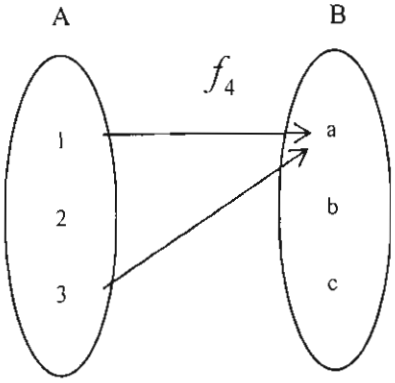
f_3 = { (1,b) ,(2,b), (3,d) }

f_3 เป็น ฟังก์ชันจาก A ไป B

D_{f_3} = { 1, 2, 3 } = A

R_{f_3} = { b, d } $\subset$ B

4)



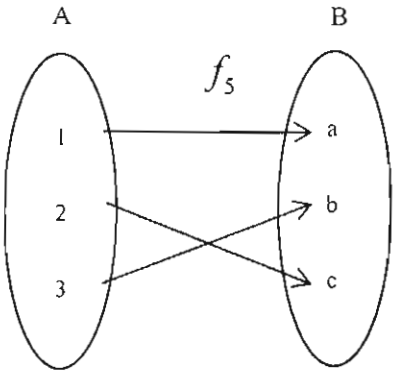
f_4 = { (1,a) ,(3,a) }

f_4 เป็นฟังก์ชัน แต่ ไม่เป็น ฟังก์ชันจาก A ไป B

D_{f_4} = { 1, 3 } $\neq$ A

R_{f_4} = { a } $\subset$ B

5)



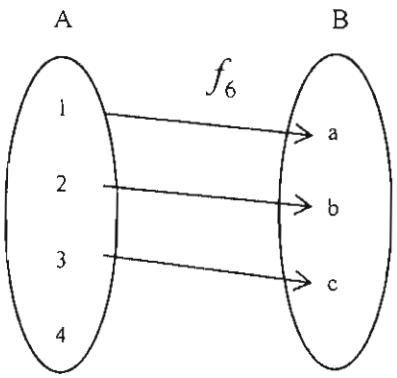
f_5 = { (1,a) ,(2,c), (3,b) }

f_5 เป็น ฟังก์ชันจาก A ไป B

D_{f_5} = { 1, 2, 3 } = A

R_{f_5} = { a, b, c } $\subset$ B

6)



f_6 = { (1,a) ,(2,b), (3,c) }

f_6 เป็นฟังก์ชัน แต่ ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B

D_{f_6} = { 1, 2, 3 } $\neq$ A

R_{f_6} = { a, b, c } $\subset$ B

7) นักเรียนสังเกตได้หรือไม่ว่า โดเมนของความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B มีลักษณะอย่างไร

โดเมนจะเท่ากับเซต A

8) โดเมนของความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B มีลักษณะอย่างไร

โดเมนจะไม่เท่ากับเซต A

9) เรนจ์ของความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันกับความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B เหมือนหรือต่างกันอย่างไร

เหมือนกัน คือ เรนจ์จะเป็นสับเซตของ เซต B

ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่า

ฟังก์ชันจาก A ไป B คือ ฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมนและมีเรนจ์เป็นสับเซตของ B เขียนแทนด้วย สัญลักษณ์ $f : A \to B$

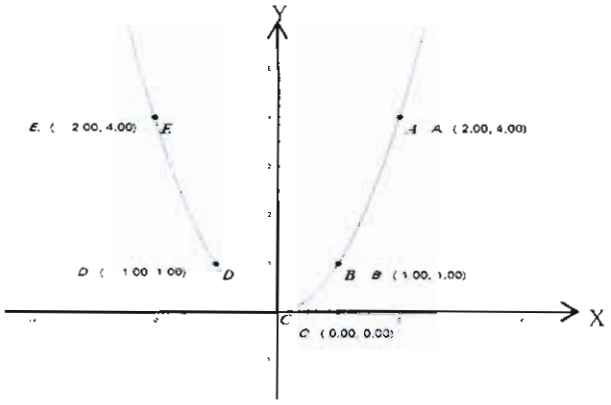
เฉลยใบกิจกรรมที่ 1.3 กราฟของฟังก์ชัน

จงวาดกราฟของความสัมพันธ์ต่อไปนี้

1) $r = \{(x, y) \mid y = x^2\}$

วิธีทำ

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

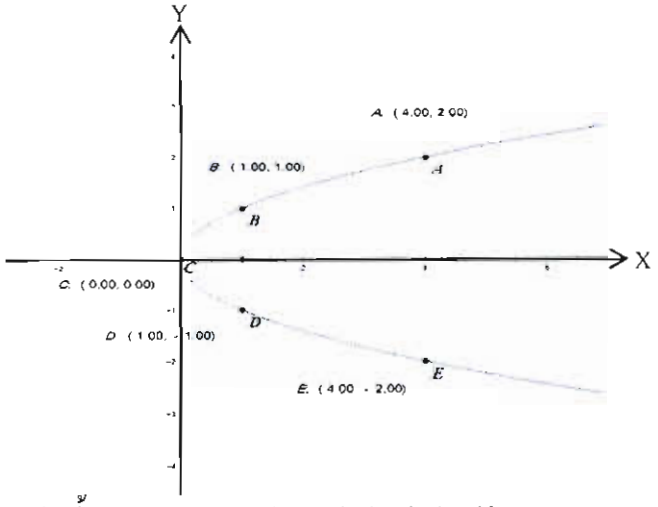


จากตารางข้างต้นจะได้คู่อันดับดังนี้ {(-2,4), (-1,1), (0,0), (1,1), (2,4)}

2) $r = \{(x, y) \mid y^2 = x\}$

วิธีทำ

x	4	1	0	1	4
y	-2	-1	0	1	2



จากตารางข้างต้นจะได้คู่อันดับดังนี้ {(4,-2), (1,-1), (0,0), (1,1), (4,2)}

ถ้าลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y ให้ผ่านกราฟของความสัมพันธ์ $y = x^2$ แล้วมีโอกาสที่เส้นตรงนี้จะตัดกราฟมากกว่า 1 จุดได้หรือไม่ อย่างไร

ไม่มีโอกาส เพราะไม่ว่าจะลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y อย่างไรก็ตัดกราฟเพียงจุดเดียว

ถ้าลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y ให้ผ่านกราฟของความสัมพันธ์ $y^2 = x$ แล้วมีโอกาสที่เส้นตรงนี้จะตัดกราฟมากกว่า 1 จุดได้หรือไม่ อย่างไร

มีโอกาส เพราะสามารถลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y แล้วตัดกราฟ 2 จุดได้

เนื่องจาก นิยามของฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งสำหรับคู่อันดับสองคู่ใดๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

นั่นคือ หากเราลากเส้นขนานกับแกน y แล้วตัดกราฟเพียง 1 จุด แสดงว่า x หนึ่งตัว จะให้ค่า y หนึ่งค่า

จะได้ว่า กราฟของความสัมพันธ์นั้น เป็น เป็นฟังก์ชัน (ฟังก์ชัน/ไม่เป็นฟังก์ชัน)

สรุปได้ว่า

การพิจารณาความสัมพันธ์ในเซตของจำนวนจริงว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ อาจพิจารณาได้จากกราฟของความสัมพันธ์โดยลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y ถ้าเส้นตรงที่ลากตัดกราฟเพียง 1 จุดแสดงว่าความสัมพันธ์นั้นเป็น ฟังก์ชัน แต่หากตัดกราฟมากกว่า 1 จุด แสดงว่าความสัมพันธ์นั้น ไม่เป็นฟังก์ชัน (เป็นฟังก์ชัน/ไม่เป็นฟังก์ชัน)

ข้อตกลงเกี่ยวกับสัญลักษณ์

ในกรณีที่ความสัมพันธ์ f เป็นฟังก์ชัน จะเขียน $y = f(x)$ แทน $(x, y) \in f$ และเรียก $f(x)$ ว่าเป็น ค่าของฟังก์ชัน f ที่ x อ่านว่า เอฟที่เอกซ์ หรือ เอฟเอกซ์

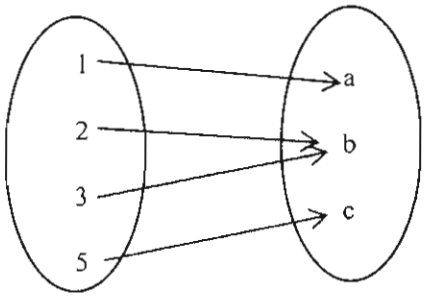
เฉลยใบกิจกรรมที่ 1.4 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชันและฟังก์ชันจาก A ไป B

คำสั่ง จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) ความสัมพันธ์ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1.1) $r = \{(1, a), (2, b), (3, b), (5, c)\}$

สามารถเขียนเป็นแผนภาพได้ ดังนี้



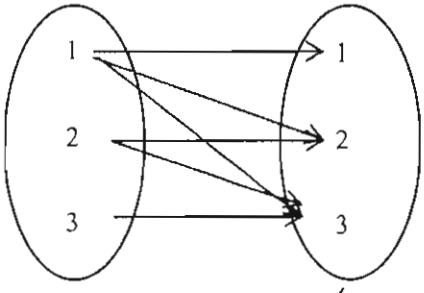
พิจารณาจากแผนภาพ r ☑ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เพราะ ไม่มีสมาชิกตัวหน้าที่จับกับสมาชิกตัวหลังมากกว่าหนึ่งตัว

1.2) $g = \{(x, y) \in A \times A \mid y \geq x\}$; $A = \{1, 2, 3\}$

สามารถเขียน g แบบแจกแจงสมาชิกได้ ดังนี้ g = { (1,1), (1,2), (1,3), (2,2), (2,3), (3,3) }

และเขียนเป็นแผนภาพได้ ดังนี้



พิจารณาจากแผนภาพ g ☐ เป็นฟังก์ชัน ☑ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เพราะ มีสมาชิกตัวหน้าบางตัวเหมือนกันแต่สมาชิกตัวหลังไม่เหมือนกัน

1.3) $h = \{(x, y) \mid y = x^2 + 1\}$

ให้ x, y และ z เป็นจำนวนจริงใดๆ ซึ่ง $(x, y) \in h$ และ $(x, z) \in h$

จะได้ว่า $y = x^2 + 1$ และ $z = x^2 + 1$

จะสรุปได้ว่า $y = z$

ดังนั้น h เป็นฟังก์ชัน เพราะ $(x, y) \in h$ และ $(x, z) \in h$ แล้ว $y = z$

1.4) $k = \{(x,y) \mid y^2 = x\}$

เนื่องจาก เมื่อแทนค่า $y = 1$ จะได้ $x =$ 1

และ เมื่อแทนค่า $y = -1$ จะได้ $x =$ -1

จะได้ว่า $(1,1) \in k$ และ $(1,-1) \in k$ แต่ $1 \neq -1$

ดังนั้น k ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ $(x,y) \in k$ และ $(x,z) \in k$ แต่ $y \neq z$

2) กำหนดให้ A = {1,2,3} และ B = {3,4,5,6,7,8} ฟังก์ชันต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่

2.1) $f = \{(x,y) \in A \times B \mid y = 3x\}$

จากเงื่อนไขของ $f = \{(x,y) \in A \times B \mid y = 3x\}$

ถ้า $x = 1$ แล้ว $y =$ (3)(1) = 3 พบว่า $1 \in A$ และ $3 \in B$

ถ้า $x = 2$ แล้ว $y =$ (3)(2) = 6 พบว่า $2 \in A$ และ $6 \in B$

ถ้า $x = 3$ แล้ว $y =$ (3)(3) = 9 พบว่า $3 \in A$ แต่ $9 \notin B$

จะได้ $f =$ { (1,3), (2,6) }

ดังนั้น f ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B เพราะ โดเมนไม่เท่ากับ A

2.2) $g = \{(x,y) \in A \times B \mid y = x + 3\}$

จากเงื่อนไขของ $g = \{(x,y) \in A \times B \mid y = x + 3\}$

ถ้า $x = 1$ แล้ว $y =$ 1+3 = 4 พบว่า $1 \in A$ และ $4 \in B$

ถ้า $x = 2$ แล้ว $y =$ 2+3 = 5 พบว่า $2 \in A$ และ $5 \in B$

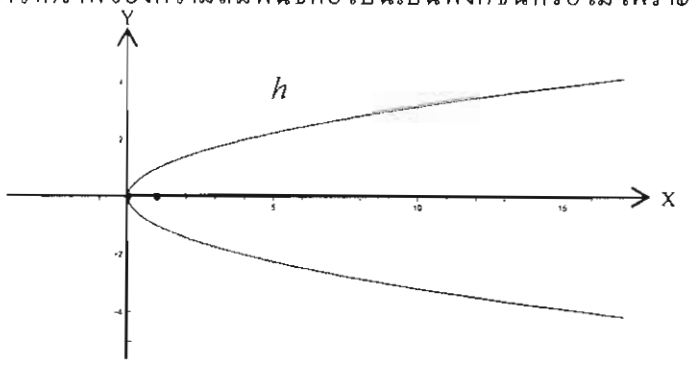
ถ้า $x = 3$ แล้ว $y =$ 3+3 = 6 พบว่า $3 \in A$ และ $6 \in B$

จะได้ $g =$ { (1,4), (2,5), (3,6) }

ดังนั้น g เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B เพราะ โดเมนเท่ากับ A และเรนจ์เป็นสับเซตของ B

3) จงพิจารณาว่ากราฟของความสัมพันธ์ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

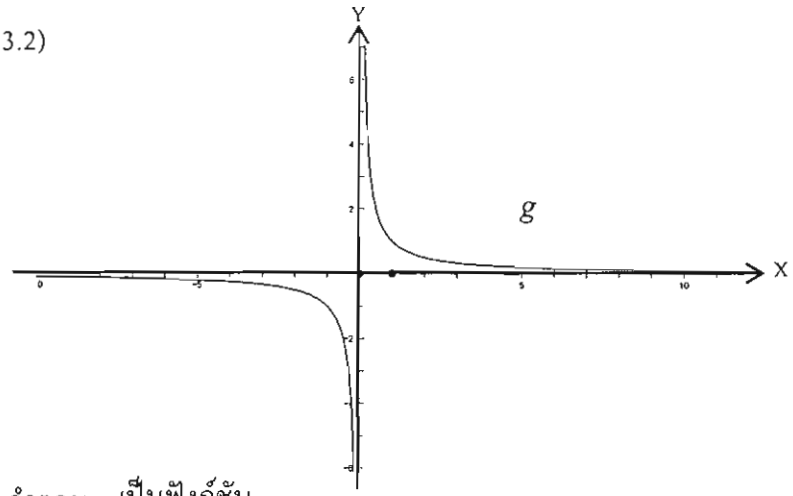
3.1)



คำตอบ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล เพราะเมื่อลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y แล้วลากผ่านกราฟของความสัมพันธ์ แล้วพบว่า เส้นตรงตัดกราฟมากกว่า 1 จุด

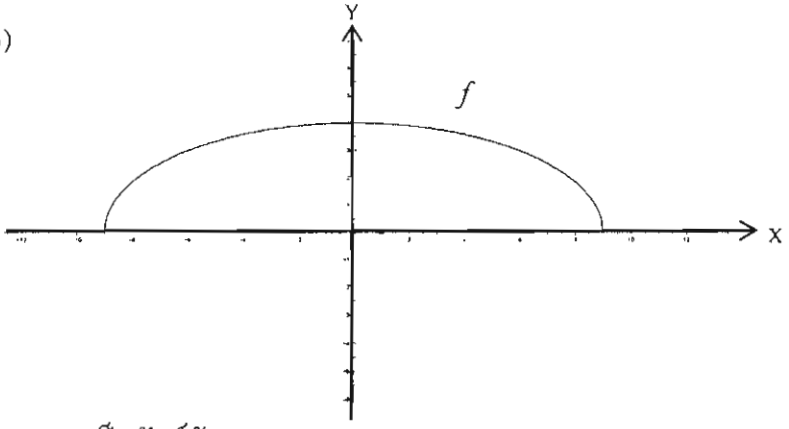
3.2)



คำตอบ เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล เพราะเมื่อลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y แล้วลากผ่านกราฟของความสัมพันธ์ แล้วพบว่า เส้นตรงตัดกราฟเพียง 1 จุด

3.3)



คำตอบ เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล เพราะเมื่อลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y แล้วลากผ่านกราฟของความสัมพันธ์ แล้วพบว่า เส้นตรงตัดกราฟเพียง 1 จุด

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชันและฟังก์ชันจาก A ไป B

คำสั่ง จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งสำหรับคู่อันดับสองคู่ใดๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน นั่นคือ ฟังก์ชัน f คือความสัมพันธ์ซึ่งสำหรับ x, y และ z ใดๆ ถ้า $(x, y) \in f$ และ $(x, z) \in f$ แล้ว $y = z$

2) ฟังก์ชันจาก A ไป B คือ ฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมนและมีเรนจ์เป็นสับเซตของ B เขียนแทนด้วย สัญลักษณ์ $f : A \to B$

3) ความสัมพันธ์ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

3.1) $r_1 = \{(1,6), (2,5), (1,7), (3,8)\}$

คำตอบ r_1 ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล มีสมาชิกตัวหน้าบางตัวเหมือนกันแต่สมาชิกตัวหลังไม่เหมือนกัน

3.2) $r_2 = \{(1,5), (3,6), (2,5), (4,7)\}$

คำตอบ r_2 เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล ไม่มีสมาชิกตัวหน้าที่จับกับสมาชิกตัวหลังมากกว่าหนึ่งตัว

3.3) $r_3 = \{(x, y) \mid y = x^2 + 4\}$

กำหนดให้ x, y และ z เป็นจำนวนจริงใดๆ ซึ่ง $(x, y) \in r_3$ และ $(x, h) \in r_3$

จะได้ว่า $y = x^2 + 4$ และ $z = x^2 + 4$

นั่นคือ $y = z$

ดังนั้น r_3 เป็นฟังก์ชัน เพราะ $(x, y) \in r_3$ และ $(x, h) \in r_3$ แล้ว $y = z$

4) กำหนดให้ A = {0, 2, 4} และ B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

ถ้า $f = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x^2 + 4\}$ แล้ว f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่

เนื่องจาก $f = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x^2 + 4\}$

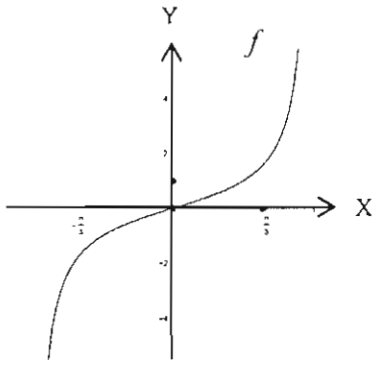
จะได้ $f = \{(2,1), (2,2), (2,3), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (4,7)\}$

ดังนั้น f ไม่เป็นฟังก์ชัน

เพราะ มีสมาชิก**ตัวหน้า**บางตัวเหมือนกันแต่สมาชิกตัวหลังไม่เหมือนกัน

5) กราฟของความสัมพันธ์ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

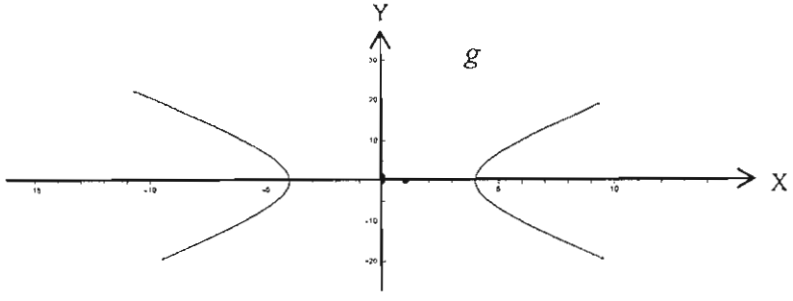
5.1)



คำตอบ เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล เพราะเมื่อลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y แล้วลากผ่านกราฟของความสัมพันธ์แล้วพบว่า เส้นตรงตัดกราฟเพียง 1 จุด

5.2)



คำตอบ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล เพราะเมื่อลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y แล้วลากผ่านกราฟของความสัมพันธ์แล้วพบว่า เส้นตรงตัดกราฟมากกว่า 1 จุด

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
เรื่องฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ชื่อ – สกุล ..... ชั้น ม.4/..... เลขที่ .....

---

1) กำหนดให้ $r = \{(x, y) \in R \times R \mid y = x^2 + 1\}$ เมื่อ R คือเซตของจำนวนจริง ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) จงแสดงว่า $f(x) = x^3 + 3$ เป็นฟังก์ชัน 1-1พร้อมให้เหตุผลประกอบทุกขั้นตอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) จงพิจารณาว่า $f(x) = -\frac{3}{4}x + 1$ เป็นฟังก์ชันลดหรือฟังก์ชันเพิ่ม พร้อมให้เหตุผลประกอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) ถ้า $f(x) = x^2(\frac{1}{x} + 3x)$ เมื่อ $x \neq 0$ แล้ว f เป็นฟังก์ชันพหุนามหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

5) กำหนดให้ $f = \{(-3,1),(0,4),(2,0)\}$ และ $g = \{(-3,2),(1,2),(2,6)\}$ จะสามารถหาการดำเนินการทางฟังก์ชันในรูปผลบวก ผลต่าง ผลคูณ และผลหารได้หรือไม่ เพราะเหตุใด หากหาได้จงหาโดเมนของฟังก์ชันเหล่านั้นด้วย

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6) กำหนดให้ $f(x) = x + 1$ และ $g(x) = \sqrt{x}$ จะสามารถสร้างฟังก์ชัน $g \circ f$ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

7) $f(x) = 9 - x^2$ เมื่อ $x \in [0,3]$ มีฟังก์ชันผกผันหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางคำตอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ชื่อ – สกุล ..... ชั้น ม.4/..... เลขที่ .....

---

1) กำหนดให้ $r = \{(x, y) \in R \times R \mid y = x^2 + 1\}$ เมื่อ R คือเซตของจำนวนจริง ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

ให้ x, y และ z เป็นจำนวนจริงใดๆ ซึ่ง $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$

จะได้ว่า $y = x^2 + 1$ และ $z = x^2 + 1$

จะสรุปได้ว่า $y = z$

ดังนั้น r เป็นฟังก์ชัน เพราะ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ แล้ว $y = z$

.....

.....

.....

.....

.....

2) จงแสดงว่า $f(x) = x^3 + 3$ เป็นฟังก์ชัน 1-1พร้อมให้เหตุผลประกอบทุกขั้นตอน

.....

ให้ x_1 และ x_2 เป็นจำนวนจริงใดๆ

สมมติให้ $f(x_1) = f(x_2)$

จะได้ $x_1^3 + 3 = x_2^3 + 3$ $(f(x) = x^3 + 3)$

$x_1^3 = x_2^3$ (การบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน)

$x_1 = x_2$ (ถอดรากที่สาม)

นั่นคือ ถ้า $f(x_1) = f(x_2)$ แล้ว $x_1 = x_2$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชัน 1-1

.....

.....

.....

3) จงพิจารณาว่า $f(x) = -\frac{3}{4}x + 1$ เป็นฟังก์ชันลดหรือฟังก์ชันเพิ่ม พร้อมให้เหตุผลประกอบ

ให้ x_1 และ x_2 เป็นจำนวนจริงใดๆ

สมมติ $x_1 < x_2$

จะได้ $-\frac{3}{4}x_1 > -\frac{3}{4}x_2$ (การคูณจำนวนที่เท่ากันที่น้อยกว่า 0)

$-\frac{3}{4}x_1 + 1 > -\frac{3}{4}x_2 + 1$ (การบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน)

$f(x_1) > f(x_2)$ $(f(x) = -\frac{3}{4}x + 1)$

นั่นคือ ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) > f(x_2)$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชัน ลด

4) ถ้า $f(x) = x^2(\frac{1}{x} + 3x)$ เมื่อ $x \neq 0$ แล้ว f เป็นฟังก์ชันพหุนามหรือไม่ เพราะเหตุใด

f เป็นฟังก์ชันพหุนาม เพราะ เมื่อจัดรูปจะได้ $f(x) = x^2(\frac{1}{x} + 3x) = x + 3x^3$

ซึ่งทุกพจน์มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มซึ่งมากกว่าศูนย์

5) กำหนดให้ $f = \{(-3,1),(0,4),(2,0)\}$ และ $g = \{(-3,2),(1,2),(2,6)\}$ จะสามารถหาการดำเนินการทางฟังก์ชันในรูปผลบวก ผลต่าง ผลคูณ และผลหารได้หรือไม่ เพราะเหตุใด หากหาได้จงหาโดเมนของฟังก์ชันเหล่านั้นด้วย

เนื่องจาก $D_f = \{-3,0,2\}$ และ $D_g = \{-3,1,2\}$ ซึ่ง $D_f \cap D_g = \{-3,2\}$

ดังนั้น สามารถสร้างฟังก์ชัน $f+g, f-g, fg$ และ $\frac{f}{g}$ ได้

โดยที่ โดเมนของฟังก์ชัน $f+g, f-g, fg = \{-3,2\}$

และ โดเมนของฟังก์ชัน $\frac{f}{g} = \{x | x \in D_f \cap D_g \text{ และ } g(x) \neq 0\} = \{-3,2\}$

6) กำหนดให้ $f(x) = x + 1$ และ $g(x) = \sqrt{x}$ จะสามารถสร้างฟังก์ชัน $g \circ f$ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

เนื่องจาก $R_f = R$ และ $D_g = [0,\infty)$ ซึ่ง $R_f \cap D_g = [0,\infty) \neq \phi$

ดังนั้น สามารถสร้างฟังก์ชัน $g \circ f$ ได้

7) $f(x) = 9 - x^2$ เมื่อ $x \in [0,3]$ มีฟังก์ชันผกผันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ให้ x_1 และ x_2 เป็นจำนวนจริงใดๆและ $x \in [0,3]$

สมมติให้ $f(x_1) = f(x_2)$

จะได้	$9 - x_1^2 = 9 - x_2^2$	($f(x) = 9 - x^2$)
	$-x_1^2 = -x_2^2$	(การบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน)
	$x_1^2 = x_2^2$	(การคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน)
	$x_1 = x_2$	(การถอดรากที่สอง และ $x \in [0,3]$)

นั่นคือ ถ้า $f(x_1) = f(x_2)$ แล้ว $x_1 = x_2$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชัน 1-1

แสดงว่า f มีฟังก์ชันผกผัน

แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ชื่อ – สกุล ..... ชั้น ม.4/..... เลขที่.....

1) กำหนดให้ r มีความสัมพันธ์ดังนี้ $r = \{(a,b),(a,c)\}$ จะสามารถกล่าวได้หรือไม่ว่า ความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นฟังก์ชัน จงอธิบาย

.....

.....

.....

2) กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B สามารถกล่าวได้หรือไม่ว่า f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ด้วย จงอธิบาย

.....

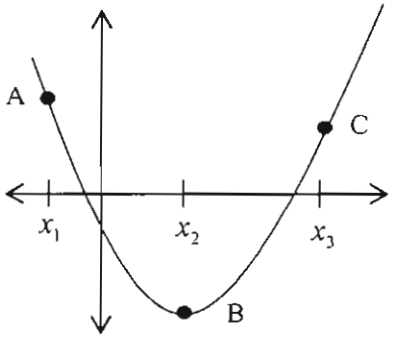
.....

.....

.....

.....

3) กราฟต่อไปนี้เป็น ฟังก์ชันเพิ่มในช่วงใดหรือฟังก์ชันลด ในช่วงใดจงอธิบาย



.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) กำหนดให้ $y = c$ เมื่อ c เป็นจำนวนจริง จงพิจารณาว่า y เป็นฟังก์ชันพหุนาม หรือไม่ อย่างไร

.....

.....

.....

.....

5) ถ้าโดเมนและเรนจ์ของ f และ g เป็นสับเซตของจำนวนจริงแล้ว $(\frac{f}{g})(x)$ สามารถหาค่าได้ทุกจุดบนจำนวนจริงหรือไม่ อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6) ถ้า f และ g เป็นฟังก์ชัน แล้วสามารถสร้างฟังก์ชันประกอบ $g \circ f$ ได้เสมอไปหรือไม่ อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7) "เมื่อกำหนด f เป็นฟังก์ชันใดๆ ตัวผกผันของ f จะเป็นฟังก์ชันเสมอ" คำกล่าวนี้จริงหรือไม่ จงอธิบาย

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางคำตอบแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ชื่อ – สกุล ..... ชั้น ม.4/..... เลขที่.....

---

1) กำหนดให้ r มีความสัมพันธ์ดังนี้ $r = \{(a,b),(a,c)\}$ จะสามารถกล่าวได้หรือไม่ว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นฟังก์ชัน จงอธิบาย

เนื่องจาก ฟังก์ชัน f คือความสัมพันธ์ ถ้า $(x,y) \in f$ และ $(x,z) \in f$ แล้ว $y = z$

แต่ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้คือ $r = \{(a,b),(a,c)\}$ ซึ่งจะเห็นว่า $(a,b) \in r$ และ $(a,c) \in r$

แต่ $b \neq c$ แสดงว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวไม่เป็นฟังก์ชัน

2) กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B สามารถกล่าวได้หรือไม่ว่า f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ด้วย จงอธิบาย

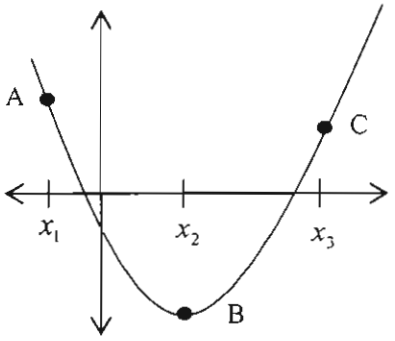
ไม่สามารถกล่าวได้ เนื่องจาก f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B

ดังนั้น เรนจ์ของ f อาจจะเท่ากับ B หรือเป็นสับเซตของ B

ซึ่ง ถ้า เรนจ์ของ f เท่ากับ B แล้ว f ก็จะเป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ด้วย

แต่หาก ถ้า เรนจ์ของ f ไม่เท่ากับ B f ก็จะไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B

3) กราฟต่อไปนี้เป็น ฟังก์ชันเพิ่มในช่วงใดหรือฟังก์ชันลด ในช่วงใดจงอธิบาย



ในช่วง $[x_1, x_2]$ เป็นฟังก์ชันลด

เนื่องจาก $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) = A > B = f(x_2)$

และในช่วง $[x_2, x_3]$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

เนื่องจาก $x_2 < x_3$ แล้ว $f(x_2) = B < C = f(x_3)$

4) กำหนดให้ $y = c$ เมื่อ c เป็นจำนวนจริง จงพิจารณาว่า y เป็นฟังก์ชันพหุนาม หรือไม่ อย่างไร

เป็นฟังก์ชันพหุนาม

เนื่องจาก $y = c$ สามารถเขียนในรูป $y = cx^0$ ซึ่งอยู่ในรูปฟังก์ชันพหุนาม

$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

5) ถ้าโดเมนและเรนจ์ของ f และ g เป็นสับเซตของจำนวนจริงแล้ว $(\frac{f}{g})(x)$ สามารถหาค่าได้ทุกจุดบนจำนวนจริงหรือไม่ อย่างไร

ถ้าโดเมนและเรนจ์ของ f และ g เป็นสับเซตของจำนวนจริงแล้ว $(\frac{f}{g})(x)$ ไม่สามารถหาค่าได้ทุกจุดบนจำนวนจริง ซึ่ง $(\frac{f}{g})(x)$ จะสามารถหาค่าได้เมื่อ x เป็นจำนวนจริงทั้งหมดที่อยู่ทั้งในโดเมนของ f และโดเมนของ g โดยที่ $g(x) \neq 0$

6) ถ้า f และ g เป็นฟังก์ชัน สามารถสร้างฟังก์ชันประกอบ $g \circ f$ ได้เสมอไปหรือไม่ อย่างไร

ไม่เสมอไป โดยฟังก์ชันประกอบ $g \circ f$ จะสามารถสร้างได้เมื่อ $R_f \cap D_g \neq \phi$

7) "เมื่อกำหนด f เป็นฟังก์ชันใดๆ ตัวผกผันของ f จะเป็นฟังก์ชันเสมอ" คำกล่าวนี้จริงหรือไม่ จงอธิบาย

ไม่จริง จากทฤษฎีบท ให้ f เป็นฟังก์ชัน
f จะมีฟังก์ชันผกผัน ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชัน 1-1
ซึ่งฟังก์ชันทุกฟังก์ชันไม่จำเป็นต้องเป็นฟังก์ชัน 1-1
ดังนั้นตัวผกผันของฟังก์ชัน จึงไม่จำเป็นต้องเป็นฟังก์ชัน

ภาคผนวก ค

- ค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่พัฒนาทักษะการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง
- ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน
- ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน
- ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน
- ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน
- คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
- คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ตารางที่ 28 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่พัฒนาทักษะการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง

แผนที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ค่า IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5	
1	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
2	+1	+1	0	+1	+1	0.80
3	+1	+1	+1	0	+1	0.80
4	+1	+1	+1	0	+1	0.80
5	+1	+1	0	+1	0	0.60
6	+1	+1	+1	+1	0	0.80
7	+1	+1	0	+1	0	0.60

ตารางที่ 29 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ค่า IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5	
1	+1	+1	+1	-1	+1	0.60
2	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
3	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
4	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
5	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
6	+1	+1	+1	0	+1	0.80
7	+1	+1	+1	0	+1	0.80
8	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
9	+1	+1	+1	+1	+1	1.00

ตารางที่ 29 (ต่อ)

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ค่า IOC
	คนที่ 1	คนที่ 1	คนที่ 1	คนที่ 1	คนที่ 1	
10	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
11	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
12	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
13	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
14	-1	+1	+1	+1	+1	0.60

ตารางที่ 30 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ค่า IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5	
1	+1	+1	+1	0	+1	0.80
2	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
3	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
4	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
5	+1	0	+1	+1	0	0.60
6	+1	+1	+1	+1	+1	0.80
7	+1	+1	+1	-1	+1	0.60
8	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
9	+1	+1	+1	0	+1	0.80
10	+1	+1	+1	0	+1	0.80
11	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
12	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
13	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
14	-1	+1	+1	+1	+1	0.80

ตารางที่ 31 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
1	0.52	0.67
2	0.45	0.48
3	0.41	0.64
4	0.59	0.58
5	0.55	0.55
6	0.44	0.76
7	0.47	0.82
ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ คือ 0.79		

ตารางที่ 32 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
1	0.64	0.64
2	0.34	0.68
3	0.55	0.91
4	0.57	0.68
5	0.45	0.82
6	0.45	0.64
7	0.48	0.95
ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ คือ 0.84		

ตารางที่ 33 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คนที่	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 21 คะแนน)
1	21
2	21
3	20
4	21
5	20
6	20
7	18
8	10
9	11
10	11
11	20
12	16
13	12
14	7
15	15
16	21
17	20
18	20
19	12
20	19
21	17
22	8
23	20
24	12

ตารางที่ 33 (ต่อ)

คนที่	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 21 คะแนน)
25	20
26	20
27	16
28	21
29	18
30	10
31	19
32	17
33	21
34	17
35	21
36	21
37	12
38	19
39	15
40	21
41	19
42	11
43	13
44	16
รวม	739
คะแนนเฉลี่ย	16.80
ร้อยละ	80.00

ตารางที่ 34 คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คนที่	คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 14 คะแนน)
1	14
2	13
3	13
4	11
5	14
6	7
7	10
8	9
9	8
10	10
11	12
12	11
13	14
14	7
15	9
16	14
17	14
18	9
19	10
20	9
21	12
22	11
23	12
24	9
25	13

ตารางที่ 34 (ต่อ)

คนที่	คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 14 คะแนน)
26	11
27	13
28	14
29	11
30	12
31	12
32	8
33	14
34	10
35	12
36	12
37	8
38	12
39	11
40	13
41	8
42	5
43	10
44	9
รวม	480
คะแนนเฉลี่ย	10.91
ร้อยละ	77.93

ภาคผนวก ง

- ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัยโดยใช้โปรแกรม SPSS

1) ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ one sample ดังภาพที่ 19

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Reasoning	44	16.7955	4.19068	.63177

One-Sample Test

	Test Value = 14.7					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
Reasoning	3.317	43	.002	2.09545	.8214	3.3695

ภาพที่ 19 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ one sample

2) ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ one sample ดังภาพที่ 20

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
concept	44	10.9091	2.28054	.34380

One-Sample Test

	Test Value = 9.8					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
concept	3.226	43	.002	1.10909	.4157	1.8024

ภาพที่ 20 ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ one sample

ภาคผนวก จ

- ตัวอย่างใบกิจกรรมของนักเรียน

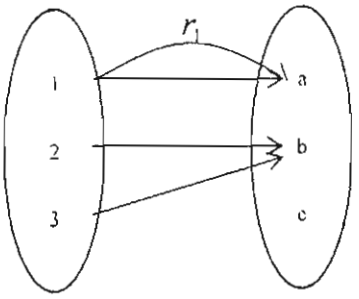
ชื่อ น.ส. ภัทรี เพชรเจริญ ชั้น ม.4/ 1 เลขที่ 23

ใบกิจกรรมที่ 1.1 ความหมายของฟังก์ชัน

1 — c
2 — a
3 — b
4
5 — b

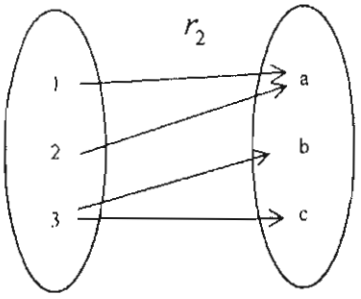
1. จงแจกแจงสมาชิกและพิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้

1)



$r_1 = \{(1,a),(1,a),(2,b),(3,b)\}$

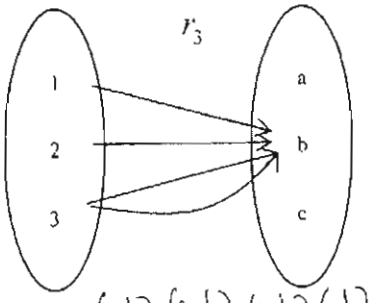
r_1 เป็นฟังก์ชัน



$r_2 = \{(1,a),(2,a),(3,b),(3,c)\}$

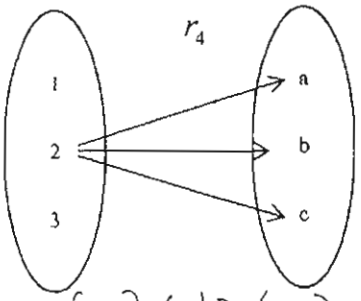
r_2 ไม่เป็นฟังก์ชัน

2)



$r_3 = \{(1,b),(2,b),(3,b),(3,b)\}$

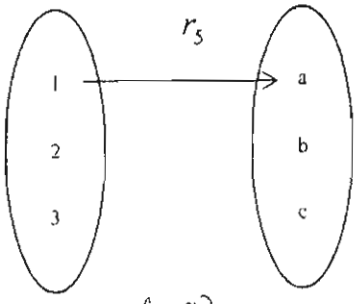
r_3 เป็นฟังก์ชัน



$r_4 = \{(2,a),(2,b),(2,c)\}$

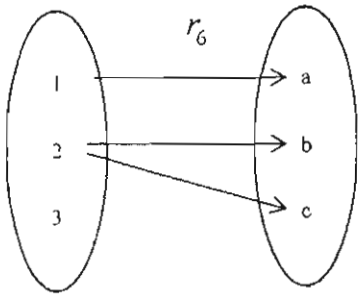
r_4 ไม่เป็นฟังก์ชัน

3)



$r_5 = \{(1,a)\}$

r_5 เป็นฟังก์ชัน

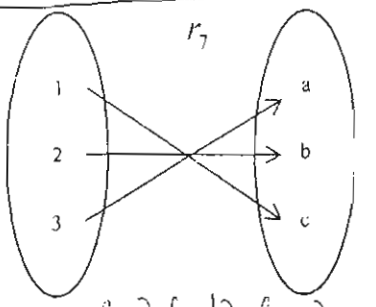


$r_6 = \{(1,a),(2,b),(2,c)\}$

r_6 ไม่เป็นฟังก์ชัน

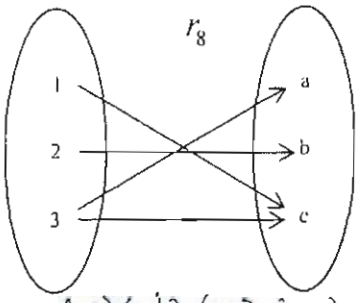
* ถ้าตัวหน้าไม่ซ้ำกันเป็นฟังก์ชันขึ้นไป

4)



$r_7 = \{(1,c),(2,b),(3,a),\ldots\}$

r_7 เป็นฟังก์ชัน



$r_8 = \{(1,c),(2,b),(3,a),(2,c),\ldots\}$

r_8 ไม่เป็นฟังก์ชัน

2) นักเรียนสังเกตได้หรือไม่ว่า คู่อันดับของสมาชิกในความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน ได้แก่ r_1, r_3, r_5 และ r_7 มีคู่อันดับใดบ้างที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน

$r_1 = (1,a)$ กับ $(1,a)$ $r_3 = (2,b)$ กับ $(2,b)$

3) จากข้อ 2) คู่อันดับที่สมาชิกตัวหน้าเหมือนกันมีสมาชิกตัวหลังเหมือนกันหรือไม่

เหมือนกัน

4) คู่อันดับของสมาชิกในความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชัน ได้แก่ r_2, r_4, r_6 และ r_8 มีคู่อันดับใดบ้างที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน

$r_2 = (3,b)$ กับ $(3,c)$ $r_4 = (2,a),(2,b)$ และ $(2,c)$ $r_6 = (2,b)$ กับ $(2,c)$ $r_8 = (3,a)$

5) จากข้อ 4) คู่อันดับที่สมาชิกตัวหน้าเหมือนกันมีสมาชิกตัวหลังเหมือนกันหรือไม่

ไม่เหมือน

จากการสังเกตคู่อันดับของสมาชิกในความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันและไม่เป็นฟังก์ชัน สามารถสรุปได้ว่า

ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ ซึ่งสำหรับคู่อันดับ ใดๆ ของความสัมพันธ์นั้น ที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังจะไม่ต่างกัน

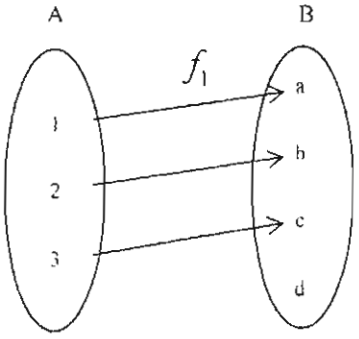
* เพิ่มเติม นั่นคือ ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ ซึ่งสำหรับ x, y, z ใดๆ ถ้า $(x,y) \in f$ และ $(x,z) \in f$ แล้ว $y = z$

ชื่อ น.ส. วิตตากา แย้มศิริ ชั้น ม.4/ 6 เลขที่ 21

ใบกิจกรรมที่ 1.2ฟังก์ชันจาก A ไป B

จงพิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้และเติมคำตอบให้ถูกต้องพร้อมทั้งพิจารณาว่าโดเมนของความสัมพันธ์ในแต่ละข้อเท่ากับหรือไม่เท่ากับ ($=, \neq$) เซต A หรือไม่ และเรนจ์ของความสัมพันธ์ในแต่ละข้อเป็นสับเซตหรือไม่เป็นสับเซต ($\subset, \not\subset$) ของเซต B หรือไม่

1)



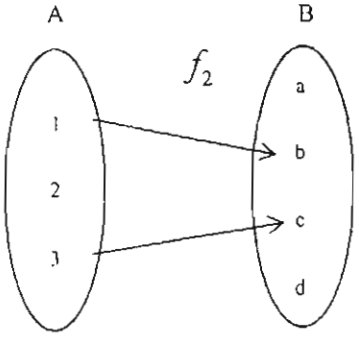
f_1 = { (1, a), (2, b), (3, c) ..... }

f_1 เป็น ฟังก์ชันจาก A ไป B

D_{f_1} = { 1, 2, 3 } = A

R_{f_1} = { a, b, c } $\subset$ B

2)



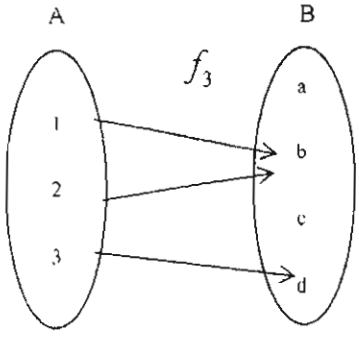
f_2 = { (1, b), (3, c) ..... }

f_2 เป็นฟังก์ชัน แต่ ไม่เป็น ฟังก์ชันจาก A ไป B

D_{f_2} = { 1, 3 } $\neq$ A

R_{f_2} = { b, c } $\subset$ B

3)



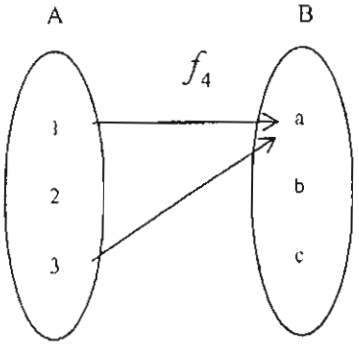
f_3 = { (1, b), (2, b), (3, d) ..... }

f_3 เป็น ฟังก์ชันจาก A ไป B

D_{f_3} = { 1, 2, 3 } = A

R_{f_3} = { b, d } $\subset$ B

4)



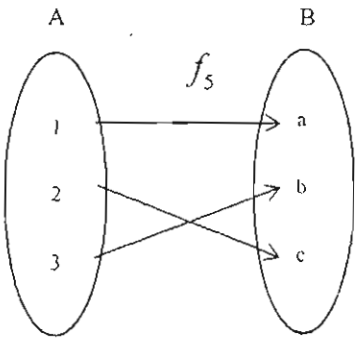
f_4 = { (1, a), (3, a) ..... }

f_4 เป็นฟังก์ชัน แต่ ไม่เป็น ฟังก์ชันจาก A ไป B

D_{f_4} = { 1, 3 } $\neq$ A

R_{f_4} = { a } $\subset$ B

5)



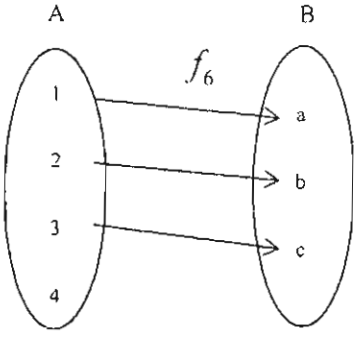
$f_5 = \{(1,a),(2,c),(3,b) \ldots\}$

f_5 เป็น ฟังก์ชันจาก A ไป B

$D_{f_5} = \{1,2,3\}$ ..... = ... A

$R_{f_5} = \{a,b,c\}$ ..... ⊂ ..... B

6)



$f_6 = \{(1,a),(2,b),(3,c) \ldots\}$

f_6 เป็นฟังก์ชัน แต่ ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B

$D_{f_6} = \{1,2,3\}$ ..... ≠ ..... A

$R_{f_6} = \{a,b,c\}$ ..... ⊂ ..... B

7) นักเรียนสังเกตได้หรือไม่ว่า โดเมนของความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B มีลักษณะอย่างไร

โดเมนจะเท่ากับ A

8) โดเมนของความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B มีลักษณะอย่างไร

โดเมนจะไม่เท่ากับ A

9) เรนจ์ของความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันกับความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B เหมือนหรือต่างกันอย่างไร

เหมือนกัน คือ เรนจ์เป็นสับเซตของ B

ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่า

ฟังก์ชันจาก A ไป B คือ ฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมนและมีเรนจ์เป็นสับเซตของ B

เขียนแทนด้วย $f: A \to B$

ชื่อ ..... ชั้น ม.4/ 6 เลขที่ 25

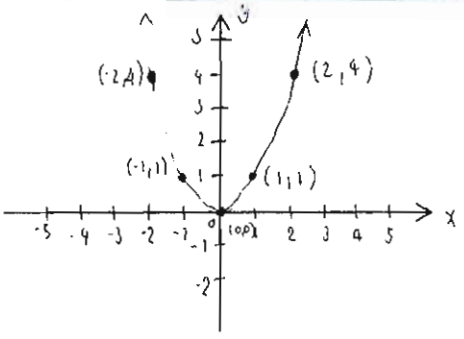
ใบกิจกรรมที่ 1.3กราฟของฟังก์ชัน

จงวาดกราฟของความสัมพันธ์ต่อไปนี้

1) $r = \{(x, y) \mid y = x^2\}$

วิธีทำ

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

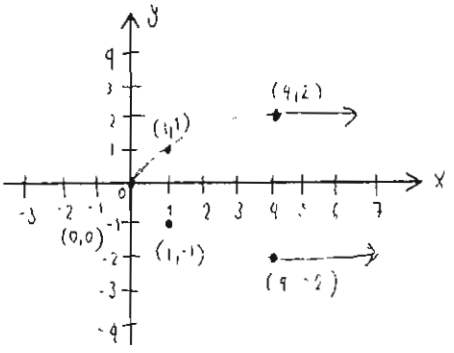


จากตารางข้างต้นจะได้คู่อันดับดังนี้ (-2,4),(-1,1),(0,0),(1,1),(2,4)

2) $r = \{(x, y) \mid y^2 = x\}$

วิธีทำ

x	4	1	0	1	4
y	-2	-1	0	1	2



จากตารางข้างต้นจะได้คู่อันดับดังนี้ (4,-2),(1,-1),(0,0),(1,1),(4,2)

ถ้าลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y ให้ผ่านกราฟของความสัมพันธ์ $y = x^2$ แล้วมีโอกาสที่เส้นตรงนี้จะตัดกราฟมากกว่า 1 จุดได้หรือไม่ อย่างไร

ไม่มีโอกาส

ถ้าลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y ให้ผ่านกราฟของความสัมพันธ์ $y^2 = x$ แล้วมีโอกาสที่เส้นตรงนี้จะตัดกราฟมากกว่า 1 จุดได้หรือไม่ อย่างไร

มีโอกาส

เนื่องจากนิยามของฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งสำหรับ x, y และ z ใดๆ ถ้า $(x,y) \in f$ และ $(x,z) \in f$ แล้ว $y = z$

นั่นคือ หากเราลากเส้นขนานกับแกน y แล้วตัดกราฟเพียง 1 จุด แสดงว่า x หนึ่งตัว จะให้ค่า y หนึ่งค่า

จะได้ว่า กราฟของความสัมพันธ์นั้น เป็น ฟังก์ชัน (ฟังก์ชัน/ไม่เป็นฟังก์ชัน)

สรุปได้ว่า

การพิจารณาความสัมพันธ์ในเซตของจำนวนจริงว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ อาจพิจารณาได้จากกราฟของความสัมพันธ์โดยลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y ถ้าเส้นตรงที่ลากตัดกราฟเพียง 1 จุดแสดงว่าความสัมพันธ์นั้นเป็น ฟังก์ชัน แต่หากตัดกราฟมากกว่า 1 จุด แสดงว่าความสัมพันธ์นั้น ไม่เป็นฟังก์ชัน (เป็นฟังก์ชัน/ไม่เป็นฟังก์ชัน)

ข้อตกลงเกี่ยวกับสัญลักษณ์

ในกรณีที่ความสัมพันธ์ f เป็นฟังก์ชัน จะเขียน $y = f(x)$ แทน $(x,y) \in f$ และเรียก $f(x)$ ว่าเป็น ค่าของฟังก์ชัน f ที่ x อ่านว่า เอฟที่เอ็กซ์ หรือ เอฟเอกซ์

ชื่อ ..... ชั้น ม.4/ 5 เลขที่ 13

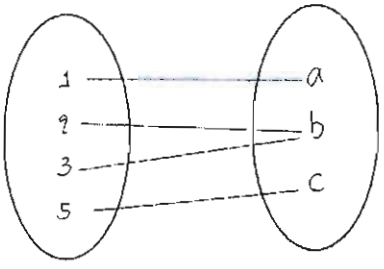
ใบกิจกรรมที่ 1.4 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชันและฟังก์ชันจาก A ไป B

คำสั่ง จงตอบคำถามต่อไปนี้

1)ความสัมพันธ์ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1.1) $r = \{(1, a), (2, b), (3, b), (5, c)\}$

สามารถเขียนเป็นแผนภาพได้ ดังนี้



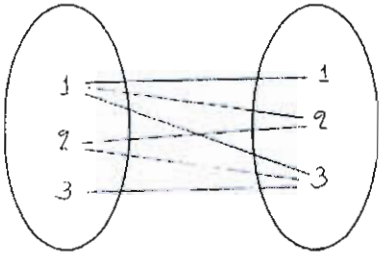
พิจารณาจากแผนภาพ r ☑ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เพราะ ไม่มีสมาชิกตัวหน้าตัวใดจับคู่กับสมาชิกตัวหลังมากกว่า 1 ตัว

1.2) $g = \{(x, y) \in A \times A \mid y \geq x\}$; $A = \{1, 2, 3\}$

สามารถเขียน g แบบแจกแจงสมาชิกได้ ดังนี้ $g = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

และเขียนเป็นแผนภาพได้ ดังนี้



พิจารณาจากแผนภาพ g ☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เพราะ มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแต่จับคู่กับสมาชิกตัวหลังไม่เหมือนกัน

1.3) $h = \{(x, y) \mid y = x^2 + 1\}$

ให้ x, y และ z เป็นจำนวนจริงใดๆ ซึ่ง $(x, y) \in h$ และ $(x, z) \in h$

จะได้ว่า $y = x^2 + 1$ และ $z = x^2 + 1$

จะสรุปได้ว่า $y = z$

ดังนั้น h เป็นฟังก์ชัน เพราะ $(x, y) \in h$ และ $(x, z) \in h$ แล้ว $y = z$

1.4) $k = \{(x,y), y^2 = x\}$

เนื่องจาก เมื่อแทนค่า $y = 1$ จะได้ $x =$ 1

และ เมื่อแทนค่า $y = -1$ จะได้ $x =$ 1

จะได้ว่า (1,1) และ (1,-1) ∈ k แต่ 1 ≠ -1

ดังนั้น k ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ $(x,y) \in k$ และ $(x,z) \in k$ แต่ $y \neq z$

2) กำหนดให้ A = {1.2.3} และ B = {3.4,5,6.7,8} ฟังก์ชันต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่

2.1) $f = \{(x,y) \in A \times B \mid y = 3x\}$

จากเงื่อนไขของ $f = \{(x,y) \in A \times B \mid y = 3x\}$

ถ้า $x = 1$ แล้ว $y =$ (3)(1) = 3 พบว่า 1 ∈ A และ 3 ∈ B

ถ้า $x = 2$ แล้ว $y =$ (3)(2) = 6 พบว่า 2 ∈ A และ 6 ∈ B

ถ้า $x = 3$ แล้ว $y =$ (3)(3) = 9 พบว่า 3 ∈ A แต่ 9 ∉ B

จะได้ $f =$ { (1,3),(2,6) }

ดังนั้น f ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B เพราะ ใดเรนไม่เท่ากัน A

2.2) $g = \{(x,y) \in A \times B \mid y = x + 3\}$

จากเงื่อนไขของ $g = \{(x,y) \in A \times B \mid y = x + 3\}$

ถ้า $x = 1$ แล้ว $y =$ 1 + 3 = 4 พบว่า 1 ∈ A และ 4 ∈ B

ถ้า $x = 2$ แล้ว $y =$ 2 + 3 = 5 พบว่า 2 ∈ A และ 5 ∈ B

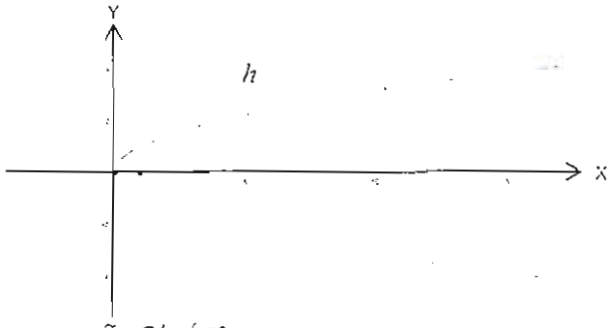
ถ้า $x = 3$ แล้ว $y =$ 3 + 3 = 6 พบว่า 3 ∈ A และ 6 ∈ B

จะได้ $g =$ { (1,4),(2,5),(3,6) }

ดังนั้น g เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B เพราะ ใดเรนเท่ากัน A และเรนเป็นสมาชิกของ B

จงพิจารณาว่ากราฟของความสัมพันธ์ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่

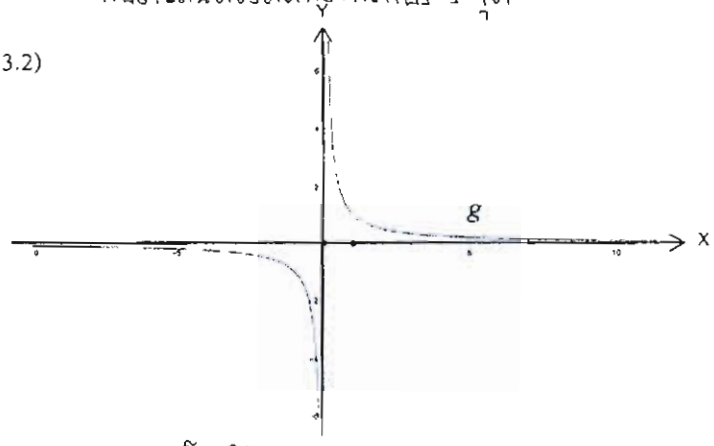
3.1)



คำตอบ h เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล เพราะ เมื่อลากเส้นตรงขนานกับแกน Y แล้วลากผ่านกราฟความสัมพันธ์แล้ว พบว่าเส้นตรงตัดกราฟเพียง 1 จุด

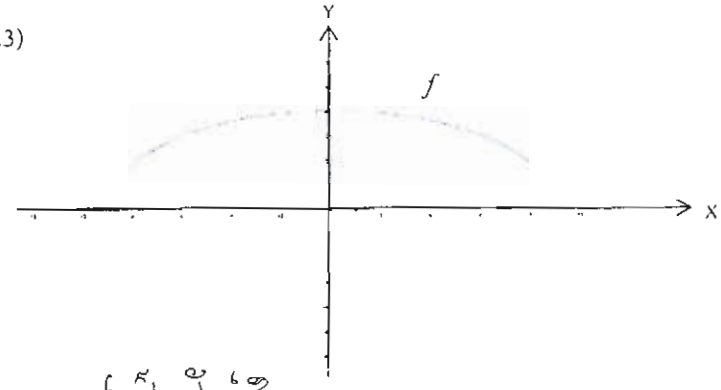
3.2)



คำตอบ g เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล เพราะ เมื่อลากเส้นตรงขนานกับแกน Y แล้วลากผ่านกราฟความสัมพันธ์แล้ว พบว่าเส้นตรงตัดกราฟเพียง 1 จุด

3.3)



คำตอบ f เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล เพราะ เมื่อลากเส้นตรงขนานกับแกน Y แล้วลากผ่านกราฟความสัมพันธ์แล้ว พบว่าเส้นตรงตัดกราฟเพียง 1 จุด

ชื่อ ด.ช. วุฒาลักษณ์ สิริประเสริฐ ชั้น ม.4/5เลขที่ 19

แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชันและฟังก์ชันจาก A ไป B

คำสั่ง จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งสำหรับคู่อันดับสองคู่ใดๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังไม่ต่างกัน

2) ฟังก์ชันจาก A ไป B คือ ฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมนและมีเรนจ์เป็นสับเซตของ B เขียนแทนด้วย $f : A \to B$

3)ความสัมพันธ์ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

3.1) $r_1 = \{(1,6), (2,5), (1,7), (3,8)\}$

คำตอบ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแต่สมาชิกตัวหลังไม่เหมือนกัน

3.2) $r_2 = \{(1,5), (3,6), (2,5), (4,7)\}$

คำตอบ เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล ไม่มีสมาชิกตัวหน้าที่ซ้ำกันแต่สมาชิกตัวหลังซ้ำกันมากกว่า 1 ตัว

3.3) $r_3 = \{(x, y) \mid y = x^2 + 4\}$

ให้ x , y และ z เป็นจำนวนจริงใดๆ ซึ่ง $(x, y) \in r_3$ และ $(x, z) \in r_3$

จะได้ว่า $y = x^2+4$ และ $z = x^2+4$

จะสรุปได้ว่า $y = z$

ดังนั้น r_3 เป็นฟังก์ชัน เพราะ $(x, y) \in r_3$ และ $y = z$

4) กำหนดให้ A = {0, 2, 4} และ B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

ถ้า $f = \{(x, y) \in A \times B \mid 2x > y\}$ แล้ว f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่

จากเรื่องนี้ของ $f = \{(x,y) \in A \times B \mid 2x > y\}$

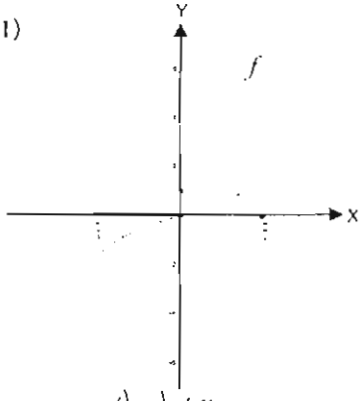
$f = \{(2,1), (2,2), (2,3), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (4,7)\}$

ดังนั้น f ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B

เนื่องจาก f ไม่เป็นฟังก์ชัน

5) กราฟของความสัมพันธ์ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่

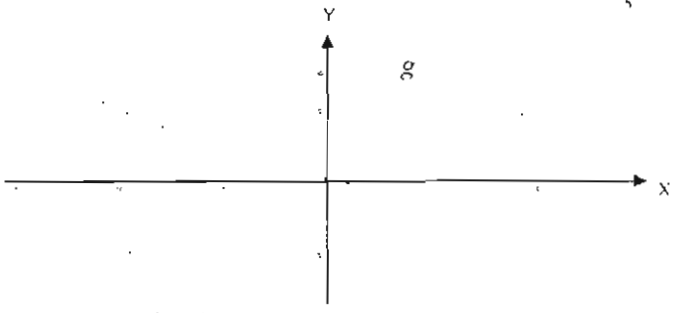
5.1)



คำตอบ เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล เมื่อลากเส้นตรงขนานกับแกน y แล้วลากผ่านกราฟของความสัมพันธ์พบว่า เส้นตรงตัดกราฟเพียง 1 จุด

5.2)



คำตอบ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล เมื่อลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน y แล้วลากผ่านกราฟของความสัมพันธ์พบว่า เส้นตรงตัดกราฟมากกว่า 1 จุด