

ผลการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share)
ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

วิไลวรรณ ชูปั้น

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
พฤศจิกายน 2563
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ วิไลวรรณ ชูปั้น ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

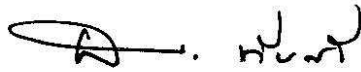


..... อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกษมสันต์ พานิชเจริญ)



..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(ดร.จันทร์พร พรหมมาศ)

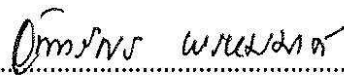
คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์



..... ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉลอง ทับศรี)



..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกษมสันต์ พานิชเจริญ)

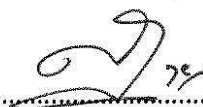


..... กรรมการ
(ดร.จันทร์พร พรหมมาศ)



..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรากร ทรัพย์วีระปกรณีย์)

คณะศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ของมหาวิทยาลัยบูรพา



..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.สญา ชีระวณิชตระกูล)

วันที่ 14 เดือน พฤศจิกายน พ.ศ. 2563

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี เนื่องจากผู้วิจัยได้รับความอนุเคราะห์ คำแนะนำ และคำปรึกษาอันมีค่าอย่างยิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกษมสันต์ พานิชเจริญ อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และ ดร.จันทร์พร พรหมมาศ อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบ ขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.ฉลอง ทับศรี และกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรากร ทรัพย์วิระประภรณ์ ที่กรุณา ให้คำเสนอแนะแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความถูกต้อง สมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต ดร.พรรณทิพา ตันตินัย ดร.ผลาดร สุวรรณ โปธิ์ คุณครูเตือนใจ ตรีเนตร และคุณครูชุตินา ปณะราช ที่สละเวลาเป็นผู้เชี่ยวชาญ ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ โดยให้คำแนะนำและแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ทำให้เครื่องมือ ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้มีคุณภาพมากยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ ตลอดจนคณะครู และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนแห่งหนึ่งในจังหวัดนครนายก ที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีในการหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ ในการวิจัย

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ โรงเรียนวัดประสิทธิเวช ตลอดจนคณะครู และนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย

ขอขอบพระคุณ คุณยายเพียว สิ้นพูน คุณพ่อกอบชัย ชูปั้น คุณแม่เบญญา ชูปั้น คุณนายพา สิ้นพูน ครอบครัวที่สนับสนุนเป็นกำลังใจในการทำงานให้สำเร็จลุล่วงไปได้ และ นายศรีสุวรรณ มาชะโว รวมถึงเพื่อน ๆ นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ที่ให้ กำลังใจและสนับสนุนผู้วิจัยเสมอมา

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูคุณเวทิตาแด่ บุปผาริ บุรพาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบัน ที่ทำให้ข้าพเจ้าเป็นผู้มีการศึกษา และประสบความสำเร็จมาจนตราบเท่าทุกวันนี้

วิไลวรรณ ชูปั้น

58910189: สาขาวิชา: หลักสูตรและการสอน; กศ.ม. (หลักสูตรและการสอน)

คำสำคัญ: การจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)/ เทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share)/ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์/ สมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

วิไลวรรณ ชูปิ่น: ผลการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (THE EFFECTS OF COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION WITH THINK-PAIR-SHARE TECHNIQUES ON MATHEMATICAL REASONING ABILITY AND COMMUNICATIVE COMPETENCE OF EIGHTH GRADE STUDENTS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: เกษมสันต์ พานิชเจริญ, กศ.ด., จันทร์พร พรหมมาศ, ค.ด. 154 หน้า. ปี พ.ศ. 2563.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) และ 2) เปรียบเทียบสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share)

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดประสิทธิเวช จังหวัดนครนายก ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 23 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) 2) แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง และ 3) แบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบที

ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) มีสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

58910189: MAJOR: MATHEMATICS EDUCATION; M.Ed. (MATHEMATICS EDUCATION)

KEYWORDS: COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION/ THINK-PAIR-SHARE TECHNIQUES/ MATHEMATICAL REASONING ABILITY/ MATHEMATICAL COMMUNICATIVE COMPETENCE

WILAIWAN CHUPAN: THE EFFECTS OF COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION WITH THINK-PAIR-SHARE TECHNIQUES ON MATHEMATICAL REASONING ABILITY AND COMMUNICATIVE COMPETENCE OF EIGHTH GRADE STUDENTS. ADVISORY COMMITTEE: KASEMSUNT PANICHAROEN, Ed.D., CHANPHORN PROMMAS, Ph.D. 154 P. 2020.

The purposes of this research were: 1) to compare mathematical reasoning ability of eighth grade students before and after learning with cognitively guided instruction with think-pair-share techniques, 2) to compare mathematical communicative competence of eighth grade students before and after learning with cognitively guided instruction with think-pair-share techniques.

The samples were 23 eighth grade students in the first semester of 2020 at Watprasitthiwet School, Nakhon Nayok Province. They were selected by cluster random sampling. The research instruments used in this research were: 1) three lesson plans on cognitively guided instruction with think-pair-share techniques, 2) mathematical reasoning ability test on exponents, 3) mathematical communicative competence test on exponents. The statistics used for analyzing the collected data were mean, percentage, standard deviation and t-test for dependent sample.

Research results were: 1) The eighth grade students who have studies with the cognitively guided instruction with think-pair-share techniques on mathematical reasoning ability have higher mathematical reasoning studied with than before studying with the technique at the .05 level of significance, 2) the eighth grade students who have the cognitively guided instruction with think-pair-share techniques on mathematical communicative competence have higher mathematical communicative ability than before studying with the technique at the .05 level of significance.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญภาพ.....	ฉ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	7
สมมติฐานของการวิจัย.....	7
ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย.....	7
ขอบเขตของการวิจัย.....	8
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	9
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	10
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	11
หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง	
พ.ศ. 2560 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์).....	12
การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.....	14
การเรียนการสอนแนะให้รู้คิด.....	18
เทคนิคเพื่อนคู่คิด.....	24
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	28
สมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	43
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	54
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	61
ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย.....	61

รูปแบบการวิจัย.....	61
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	62

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล.....	72
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	73
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	73
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	77
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	77
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	78
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	82
สรุปผลการวิจัย.....	82
การอภิปรายผล.....	83
ข้อเสนอแนะ.....	87
บรรณานุกรม.....	89
ภาคผนวก.....	97
ภาคผนวก ก.....	98
ภาคผนวก ข.....	107
ภาคผนวก ค.....	117
ภาคผนวก ง.....	146
ภาคผนวก จ.....	149
ประวัติย่อของผู้วิจัย.....	154

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2-1	14
2-2	22
2-3	34
2-4	42
2-5	42
2-6	43
2-7	43
2-8	45
2-9	49
2-10	51
2-11	51
2-12	52
2-13	53
2-14	53
2-15	54
3-1	62
3-2	63

3-3	การวิเคราะห์ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบ ของ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง.....	67
-----	--	----

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่		หน้า
3-4	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	68
3-5	การวิเคราะห์ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบ ของแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง.....	70
3-6	เกณฑ์การให้คะแนนสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	71
4-1	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนน.....	78
4-2	ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด ร่วมกับ เทคนิคเพื่อนคู่คิด.....	79
4-3	สมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนน.....	80
4-4	ผลการเปรียบเทียบสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด ร่วมกับ เทคนิคเพื่อนคู่คิด	80
ข-1	ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนการสอนที่ 1.....	108
ข-2	ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนการสอนที่ 2.....	109
ข-3	ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนการสอนที่ 3.....	110
ข-4	สรุปผลการประเมินแผนการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด ร่วมกับ เทคนิคเพื่อนคู่คิด ทั้งหมด 3 แผน.....	111
ข-5	ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์.....	111
ข-6	ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	112
ข-7	ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์.....	113
ข-8	ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสาร	

ทางคณิตศาสตร์.....	114
--------------------	-----

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
ข-9 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง เรื่อง เลขยกกำลัง.....	115
ข-10 คะแนนสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง เรื่อง เลขยกกำลัง.....	116

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1-1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	10
2-1 การจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด ร่วมกับเทคนิคคู่คิด.....	28

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

โลกเกิดการเปลี่ยนแปลงจากยุคปฏิวัติอุตสาหกรรม เข้าสู่ “โลกยุคดิจิทัล” อย่างเต็มรูปแบบ หรือที่เรียกว่า โลกยุคศตวรรษที่ 21 ที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว พลเมืองของโลก จึงจำเป็นต้องมีการเรียนรู้และปรับตัวให้เท่าทันการเปลี่ยนแปลง ดังที่ สุทธิธรรม ตันตริจนาวงศ์ (2560, หน้า 2845) กล่าวว่า โลกในศตวรรษที่ 21 เป็นยุคที่มีการเปลี่ยนแปลง และเจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็ว เป็นผลสืบเนื่องมาจากการใช้เทคโนโลยีเชื่อมข้อมูลต่าง ๆ ทั่วโลก เข้าด้วยกัน ทั้งข้อมูลทางเศรษฐกิจ การลงทุน ความมั่นคงทางการเมือง ความมั่นคงทางอาหารและพลังงาน ความก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และนวัตกรรม การเปลี่ยนแปลงทางทรัพยากรธรรมชาติ การเปลี่ยนแปลงโครงสร้างประชากรและสังคม ซึ่งการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวส่งผลกระทบต่อ การจัดการศึกษา การจัดการศึกษาทั่วโลกในศตวรรษที่ 21 จึงเป็นการจัดการศึกษาที่ต้องเตรียมความพร้อมให้นักเรียนก้าวทันการเปลี่ยนแปลงของสังคมและโลก เพื่อใช้ในการดำรงชีวิตได้อย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ การศึกษาคือเครื่องมือสำคัญในการพัฒนาคนและสังคม กล่าวคือ การศึกษาจะพัฒนาคนให้มีคุณลักษณะตามที่สังคมต้องการ เพื่อให้คนเป็นปัจจัยในการพัฒนาสังคมต่อไป การศึกษาจึงต้องแสดงบทบาทให้สอดคล้องกับการเปลี่ยนแปลงของสังคมโดยรวม (อดุลย์ วังศรีคุณ, 2557, หน้า 1) ดังนั้น กำลังคนจะมีประสิทธิภาพเพียงใดย่อมขึ้นกับประสิทธิภาพในการจัดการศึกษาเป็นสำคัญ

คณิตศาสตร์มีบทบาทในการเรียนรู้ของบุคคลมาโดยตลอด เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้ คนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหา หรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา ได้ถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาเพื่อพัฒนาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศ ให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัย และสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 1) ซึ่งสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2557, หน้า 4-5) ที่กล่าวว่า คณิตศาสตร์มีความสำคัญทั้งในแง่ของการใช้งาน

ในชีวิตจริง และการพัฒนาการศึกษาให้กับคนในสังคม จึงมีความจำเป็นสำหรับการดำรงชีวิต และการพัฒนาความเจริญก้าวหน้าในทุกยุคสมัยอย่างต่อเนื่อง ในปัจจุบันคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากขึ้นเพราะเป็นศาสตร์แห่งการพัฒนาความคิด ความเป็นเหตุเป็นผล และการมีส่วนร่วม ในการพัฒนาทักษะชีวิต จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่าวิชาคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อมนุษย์อย่างมาก ซึ่งเกี่ยวข้องกับความคิด กระบวนการและเหตุผล ที่ผ่านมาประเทศไทยให้ความสำคัญกับ วิชาคณิตศาสตร์ไม่น้อยกว่าวิชาอื่น ๆ และมุ่งเน้นให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ

ในปัจจุบันการจัดการเรียนการสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร เห็นได้จากผลการสอบของ PISA 2012 (Programme for International Student Assessment) หรือโครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ ดำเนินการโดยองค์การเพื่อความร่วมมือทางเศรษฐกิจและการพัฒนา (OECD: Organization for Economic Co-operation and Development) ที่วัดความรู้และทักษะของนักเรียนอายุ 15 ปี โดยมีการประเมินต่อเนื่องทุก 3 ปี เป็นการประเมินทักษะการรู้เรื่องการอ่าน (Reading literacy) การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical literacy) และการรู้เรื่องวิทยาศาสตร์ (Scientific literacy) จะให้น้ำหนักด้านใดด้านหนึ่งเป็นหลัก และอีก 2 ด้านเป็นรอง ในการสอบ PISA 2012 เน้นการรู้เรื่องคณิตศาสตร์คิดเป็น 60% ซึ่งการรู้เรื่องคณิตศาสตร์เป็นความสามารถของบุคคลในการคิด การสื่อสาร ตีความคณิตศาสตร์ ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่หลากหลาย รวมถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นคณิตศาสตร์ ใช้แนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการอธิบาย พบว่า นักเรียนไทยมีคะแนนคณิตศาสตร์เฉลี่ย 427 คะแนน อยู่ในระดับ 2 ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD ที่มีคะแนนมาตรฐานอยู่ที่ 494 คะแนน (มี 6 ระดับ จากระดับ 1 (ต่ำสุด) จนถึงระดับ 6 (สูงสุด) ซึ่งประเทศอาเซียนที่มีคะแนนต่ำกว่าประเทศไทย คือ ประเทศอินโดนีเซีย (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.], 2556, หน้า 7, 9) ซึ่งทำให้เห็นว่านักเรียนไทยขาดความสามารถในการคิด และตีความคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ รวมถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นคณิตศาสตร์ ใช้แนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการอธิบาย

นอกจากนี้ โครงการ TIMSS 2015 (Trends in International Mathematics and Science Study 2015) ซึ่งเป็นโครงการของสมาคมนานาชาติเพื่อประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (International Association for the Evaluation of Educational Achievement: IEA) ดำเนินการร่วมกับประเทศสมาชิกเพื่อประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ สำหรับประเมินนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จะประเมินต่อเนื่องทุก 4 ปี สำหรับปี ค.ศ. 2015 ประเทศไทยเข้าร่วมการประเมินเฉพาะนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีประเทศที่เข้าร่วมโครงการ 39 ประเทศ และอีก 7 รัฐ การประเมินครอบคลุม 2 ด้าน คือ 1) ด้านเนื้อหา

ประกอบด้วย จำนวน พีชคณิต เรขาคณิต ข้อมูลและโอกาส 2) ด้านพฤติกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย ความรู้ การแก้ปัญหา และการใช้เหตุผล โดยการประเมินการให้เหตุผลคิดเป็น 25% ผลการประเมินพบว่า ประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 431 คะแนน ซึ่งน้อยกว่าค่ากลาง (500 คะแนน) และอยู่ในระดับ 1 หรือระดับต่ำ (400-474 คะแนน) จากทั้งหมด 4 ระดับ ซึ่งประเทศไทยจัดอยู่ในอันดับที่ 26 (สสวท., 2559, หน้า 1-2, 4) ซึ่งทำให้เห็นว่านักเรียนไทยมีความบกพร่องทั้งด้านเนื้อหา ความสามารถในการแก้ปัญหา และการใช้เหตุผล

จากสภาพปัญหาข้างต้นสะท้อนให้เห็นว่า ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ยังไม่เพียงพอสำหรับการแก้ปัญหา สิ่งที่สำคัญของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่สำคัญอีกด้านหนึ่ง คือ เรื่องของ “กระบวนการทางคณิตศาสตร์” หรือ การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematising) คือ กระบวนการที่นักเรียนนำมาใช้ในการพยายามที่จะแก้ปัญหานั้น ถือว่าเป็น สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ สมรรถนะต่าง ๆ เหล่านี้จะสะท้อนถึงวิธีที่นักเรียนใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา สมรรถนะด้านการสื่อสาร คือ 1 ใน 8 กรอบการประเมินผลของ PISA ที่ให้ความสำคัญ และเป็นสมรรถนะสำคัญของนักเรียนที่ต้องพัฒนาตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (สสวท., 2552, หน้า 3) ถึงแม้ว่านักเรียนจะมีความรู้ ความเข้าใจสามารถคิดคำนวณได้ถูกต้อง แต่ถ้าไม่สามารถอธิบายแนวความคิด หรือนำเสนอความรู้ ความเข้าใจออกมาให้ผู้อื่นรับรู้ได้ ครูก็ไม่สามารถตรวจสอบและประเมินความรู้ ความเข้าใจของนักเรียนได้อย่างแท้จริง (สสวท., 2551, หน้า 1) และยังสะท้อนให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังประสบปัญหาเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ในด้านการคิดอย่างมีเหตุผล และการใช้เหตุผลอธิบายความคิดของตนเอง สอดคล้องกับ สสวท. (2555 ข, หน้า 1) ที่กล่าวว่า มีนักเรียนจำนวนไม่น้อยที่ยังไม่สามารถแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล สร้างข้อสรุปหรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิดและแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดนั้น ได้ ซึ่งปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการศึกษาต่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ

The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1989, pp. 6-8) กล่าวว่า การให้เหตุผล เป็นเป้าหมายที่สำคัญในกระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากการให้เหตุผลเป็นพื้นฐานของการเรียนและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การแสดงเหตุผลที่ดีมีค่ามากกว่าการที่ผู้หาคำตอบได้คำตอบที่ถูกต้อง สอดคล้องกับ Sampsel (2013, p. 2) ที่กล่าวว่า การอภิปรายช่วยให้ครูได้รับข้อมูลเชิงลึกเกี่ยวกับความเข้าใจของนักเรียน โดยครูสามารถปรับการสอนให้เหมาะสมกับความต้องการของนักเรียน และการอภิปรายในชั้นเรียน หรือในกลุ่มย่อยยังช่วยให้นักเรียนฝึกวิจารณ์ การใช้เหตุผลของผู้อื่น ฝึกฝนการสร้างข้อโต้แย้งของตนเอง ดังนั้น การให้เหตุผลถือว่าเป็นทักษะที่สำคัญสำหรับนักเรียนต่อการเรียนรู้ในอนาคต

การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ถือว่าเป็นสิ่งสำคัญ เพราะนอกจากนักเรียนจะต้องอ่านเพื่อทำความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาและค้นหาคำตอบแล้ว นักเรียนจะต้องพูด เขียน หรือนำเสนอแนวคิด โดยการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการอธิบายความรู้ ความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เช่น การอธิบายลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา การให้เหตุผลเพื่ออธิบายข้อสรุปที่ได้ (สสวท., 2555 ข, หน้า 79) สอดคล้องกับ Reys (2001, p. 83) ที่กล่าวว่า การสื่อสารเป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพสำหรับการรวบรวมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งการพูดและการเขียน เพื่อแสดงและอธิบายแนวความคิด แลกเปลี่ยนแนวคิดกับคนอื่น ซึ่งนักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้มีการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย เช่น การสื่อสารด้วยภาพ การแสดงท่าทางการเขียนกราฟ การเขียนแผนภูมิ และการใช้สัญลักษณ์ไปพร้อมกับการใช้คำ ทั้งการพูด และการเขียน และยังสอดคล้องกับ Kennedy and Tipps (1994, p. 184) ที่กล่าวว่า ความสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ การให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพราะการสื่อสารจะเป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล ความรู้ และสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และเป็นการนำเสนอแนวคิด แลกเปลี่ยนความรู้

การส่งเสริมนักเรียนให้มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น ครูต้องจัดบรรยากาศในชั้นเรียนที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิด ได้กระทำและสรุปพร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปแนวคิดนั้น ๆ แสดงให้นักเรียนเห็นว่าการให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง (Rowan & Morrow, 1993, pp. 16-18) สอดคล้องกับ Lappan and Scharm (1989, pp. 18-19) ที่กล่าวว่า ในการพัฒนาทักษะการคิดและการให้เหตุผล ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น ค้นหา คาดการณ์ แจงเหตุผลของแนวคิด ตอบคำถามต่าง ๆ และการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์ ในส่วนการส่งเสริมนักเรียนให้ได้รับการพัฒนาสมรรถนะด้านการสื่อสารนั้น ครูต้องปรับบทบาทตนเองจากผู้สอน มาเป็นผู้ชี้แนะ ตลอดจนอำนวยความสะดวก สภาพแวดล้อม และสถานการณ์ให้นักเรียนได้คิด ลงมือปฏิบัติ และแก้ปัญหาด้วยตนเอง เพื่อให้ นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเองและสามารถถ่ายทอดความรู้ให้ผู้อื่นเข้าใจด้วยวิธีการสื่อสารแบบต่าง ๆ (อรจริย์ ณ ตะกั่วทุ่ง, 2546, หน้า 2) สอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 58) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ว่า ครูควรฝึกให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นทางคณิตศาสตร์โดยใช้ภาษาของตนเองในลักษณะที่ไม่เป็นทางการ ลำดับต่อไปให้นักเรียนฝึกสื่อสารอย่างเป็นทางการ ซึ่งเป็นภาษาที่ใช้เรียนหรือแสดงสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นสากล และครูควรลดเวลาในการพูดของตนเองให้น้อยลง เพื่อนักเรียนจะได้สื่อสารกันมากขึ้น และสามารถพัฒนาทักษะการสื่อสารได้ดีขึ้น

จากปัญหาข้างต้นเห็นได้ว่าปัญหาที่สำคัญ คือ ครูส่วนมากคุ้นเคยกับวิธีสอนที่ตนเองเคยเรียนตั้งแต่สมัยเป็นนักเรียน ที่มีครูคอยบรรยายให้เนื้อหาความรู้ เป็นสิ่งที่ครูซึมซับมาเป็นระยะเวลายาวนานยากที่จะปรับเปลี่ยน (วัฒนาพร ระวังทุกข์, 2541, หน้า 83) และยังคงคล้อยกับ จิวรรณเสวตมาลัย (2545, หน้า 46) ที่กล่าวว่า ครูส่วนใหญ่ยังชินกับวิธีการสอนแบบบรรยายและบอกเล่า ซึ่งเป็นการจำกัดความคิดของนักเรียนไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น และยังคงคล้อยกับ วิจิต สุรัตน์เรืองชัย (2545, หน้า 101) ที่กล่าวว่า ครูทั้งในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาส่วนหนึ่งไม่เปลี่ยนแปลงและปรับปรุงพฤติกรรมการสอนให้ตอบสนองต่อหลักการแนวคิดสมัยใหม่ และความเปลี่ยนแปลงของสังคม ครูยังคงใช้แนวการสอนแบบบรรยาย เนื่องจากเป็นแนวการสอนที่ปฏิบัติได้ง่าย ไม่ต้องเตรียมอุปกรณ์การสอนมากมาย และสอนได้ครั้งละมาก ๆ ทั้งเนื้อหาวิชาและจำนวนนักเรียน พฤติกรรมการเรียนการสอนที่เกิดขึ้นในห้องเรียนจึงเป็นพฤติกรรมของครูมากกว่าพฤติกรรมของนักเรียน จึงสรุปได้ว่า การศึกษายุคใหม่ในปัจจุบันต้องให้ความสำคัญกับนักเรียน ได้มีส่วนร่วมในการเรียนมากยิ่งขึ้น โดยใช้กระบวนการการคิด และกระบวนการกลุ่ม

ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวการสอนต่าง ๆ เพื่อนำมาจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลและสมรรถนะในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีประสิทธิภาพมากขึ้น การใช้แนวการสอนที่ไม่เหมาะสมนอกจากไม่ก่อให้เกิดการเรียนรู้ ยังเป็นสาเหตุสำคัญที่ทำให้นักเรียนเบื่อหน่ายและก่อให้เกิดพฤติกรรมไม่เหมาะสมระหว่างการเรียนการสอน ครูที่ดีมีคุณภาพจึงต้องมีทักษะและสามารถเลือกใช้วิธีสอนแบบต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม (วิจิต สุรัตน์เรืองชัย, 2545, หน้า 102) ซึ่งจากการศึกษางานวิจัยที่พัฒนาขึ้น โดย Carpenter, Fennema, Franke, Levi, and Empson (2000, p. 1) พบว่า เป็นการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ซึ่งกล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนครูจะใช้การสังเกต การใช้คำถามปลายเปิด เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงแนวคิด แล้วนำมาออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อหาวิธีที่สอดคล้องกับความสามารถของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้ลงมือทำกิจกรรม และสร้างความรู้ด้วยตนเอง ด้วยความเข้าใจ ในระหว่างทำกิจกรรมครูจะเป็นผู้ชี้แนะ เมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัย สอดคล้องกับงานวิจัยต่าง ๆ ที่นำการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) มาใช้ เช่น งานวิจัยของ เวชฤทธิ์ อังคะนภัทรขจร (2551) พบว่า นักเรียนมีทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียน และมีการพัฒนาด้านการอธิบาย สามารถตอบคำถามถูกต้อง และการให้เหตุผลได้เกือบสมบูรณ์ และงานวิจัยของ ภัทรอร อธิชนพงศ์ (2558) และวาริ ธนะคำดี (2555) พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่ร้อยละ 70

จากหลักการความสำคัญของการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) นับว่าเป็นการจัดการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพ เนื่องจากลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนั้นเริ่มจากการเสนอสถานการณ์ปัญหา แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาโดยการเขียนสิ่งที่รู้จากการอ่านสถานการณ์ปัญหา โดยครูจะใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนจัดระบบความคิด นำไปสู่ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ในกระบวนการนี้ส่งผลให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในลักษณะความสัมพันธ์ของข้อมูล จากนั้นนักเรียนช่วยกันระดมความคิดในแนวทางการแก้ปัญหา ทำให้เกิดการพัฒนาศมรรถนะในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในด้าน การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์และสอดคล้องกับงานวิจัย ชูติมา จุณอิม และวณิชทร สุภาพ (2558) ที่พบว่า การจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคการใช้คำถามของ บาดแฮม (Badham) ช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการที่หลากหลายและแตกต่างกันตาม ศักยภาพของตน รวมทั้งมีโอกาสได้พูดคุย และนำเสนอ ร่วมกับการตั้งคำถามที่ช่วยกระตุ้นความคิดของนักเรียน ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนา การคิดและอ้างอิงเหตุผลในการตอบคำถาม นำไปสู่ การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการนำเสนอ ตัวแทนความคิด

ผู้วิจัยพิจารณาแล้วว่า การใช้เทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) บูรณาการร่วมกับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) จะสามารถส่งเสริมและพัฒนาศมรรถนะในการสื่อสาร การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น สอดคล้องกับ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษา แห่งชาติ (2543 อ้างถึงใน รัชณี ภูพชรกุล, 2551, หน้า 4) กล่าวว่า จะต้องมียุทธศาสตร์ที่หลากหลาย เร้าความสนใจ ทำให้นักเรียนอยากคิด เช่น ฝึกให้คิดเดี่ยว แล้วจึงให้คิดสองคน หรือคิดเป็นกลุ่ม การที่นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน จะช่วยให้นักเรียนมีความกระตือรือร้น ในการเรียนตลอดเวลา คือ การจัดการเรียนการสอนด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) เป็นเทคนิคที่ครูนิยมใช้คู่กับแนวการสอนแบบอื่น ๆ สอดคล้องกับ Lyman (1981, pp. 109-113) กล่าวว่า เทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) เป็นการแบ่งปันความคิด เรียนรู้ร่วมกันในลักษณะของการอภิปรายเพื่อแก้ปัญหาหรือตอบคำถาม เทคนิคนี้กำหนดให้นักเรียนคิดเป็นรายบุคคลก่อน จากนั้นแบ่งปันความคิดกับคู่เพื่อน และมีการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียนเกี่ยวกับคำตอบ ซึ่งจะช่วยให้ การมีส่วนร่วมและดึงดูดนักเรียนให้เข้าใจเนื้อหา จะเห็นได้ว่า เทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ช่วยให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิด การแสดงแนวคิด ทักษะการสื่อสาร ให้คู่ของตนเข้าใจ ฝึกให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็น และยังช่วยทำให้นักเรียนเป็นคู่หูในการช่วยกันเรียนต่อไป (สมบัติ การจนารักวงศ์, 2547, หน้า 11) และยังสอดคล้องกับ Rowan and Morrow (1993, pp. 9-11)

ที่กล่าวว่า การใช้กระบวนการกลุ่มแบบร่วมมือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้ เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่มเป็นการส่งเสริมการสื่อสารโดยตรง

จากเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยสนใจที่จะจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) มาใช้ในการจัดการเรียนการสอน และใช้เนื้อหาเรื่องเลขยกกำลัง ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อให้การจัดการเรียนการสอนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ และเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้นักเรียนมีศักยภาพสามารถช่วยให้นักเรียนมีการพัฒนาตนเองในด้านการให้เหตุผล การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับเนื้อหาสาระอื่น ๆ ได้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share)
2. เพื่อเปรียบเทียบสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share)

สมมติฐานของการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) มีสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1. ได้แนวทางการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

2. ได้แนวทางการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) เพื่อพัฒนาการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษา เขต 7 (นครนายก) ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 132 โรงเรียน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 โรงเรียนวัดประสิทธิเวช จังหวัดนครนายก สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษา เขต 7 (นครนายก) จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียนทั้งหมด จำนวน 23 คน โดยได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ คือ การจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share)
2. ตัวแปรตาม ได้แก่
 - 2.1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 สมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาวิชาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นส่วนหนึ่งของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เลขยกกำลัง

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 โดยใช้เวลา 12 คาบเรียน (คาบเรียนละ 50 นาที)

นิยามศัพท์เฉพาะ

การจัดการเรียนการสอนเน้นให้ผู้คิดร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด หมายถึง วิธีการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่อยู่บนพื้นฐานความรู้ความเข้าใจของนักเรียนซึ่งเปิดโอกาสให้นักเรียนมีการแบ่งปันความคิด เรียนรู้ร่วมกันในลักษณะของการอภิปรายเพื่อแก้ปัญหาหรือหาคำตอบ โดยมีครูเป็นผู้ใช้คำถาม หรือชี้แนะให้นักเรียนอย่างต่อเนื่อง ซึ่งช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ สามารถอธิบาย แสดงแนวคิด และลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนตามลำดับ ดังนี้

ขั้นที่ 1: นำเสนอสถานการณ์ปัญหา

ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความรู้ของนักเรียน โดยครูใช้คำถาม เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับข้อมูล โจทย์สถานการณ์ที่ครูกำหนดให้

ขั้นที่ 2: วิเคราะห์ข้อมูล

นักเรียนจับคู่คิดออกแบบแนวทางเพื่อหาคำตอบหรือคำอธิบายของปัญหา และลงมือวิเคราะห์ข้อมูล ครูสังเกตการแก้ปัญหาของนักเรียน หากพบว่านักเรียนมีปัญหา ครูจะใช้คำถามเพื่อชี้แนะและกระตุ้นการคิดของนักเรียน

ขั้นที่ 3: แลกเปลี่ยนเรียนรู้

นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเกี่ยวกับคำตอบ หรือคำอธิบายของปัญหาภายในคู่หรือทั้งชั้นและนำเสนอผลที่ได้จากการศึกษา ทั้งนี้ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสะท้อนความคิดเกี่ยวกับคำตอบของปัญหา แนวทางการหาคำตอบโดยครูอธิบายและให้ความรู้เกี่ยวกับหลักการทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ขั้นที่ 4: สร้างแนวคิด

นักเรียนนำสิ่งที่ได้เรียนรู้ และแนวคิดทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาใหม่ แล้วครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปมโนทัศน์หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการอธิบายแนวคิด เหตุผล ประกอบการตอบคำถามที่อาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์ ที่สอดคล้องกับคำตอบ ที่ได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

สมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการรับและส่งสารโดยวิธีการเขียน การใช้ภาษา การใช้แผนภาพ แบบจำลอง สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือตัวแทนแนวคิดในลักษณะอื่นประกอบได้อย่างถูกต้องบนพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

เพื่อแลกเปลี่ยนความคิด ความรู้ ความเข้าใจ ความรู้สึก และทักษะของตนเองด้วยหลักเหตุผล ซึ่งวัดได้จากแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

กรอบแนวคิดในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้เทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) มาบูรณาการในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อที่นักเรียนได้มีการแบ่งปันความคิด เรียนรู้ร่วมกันในลักษณะของการอภิปรายเพื่อแก้ปัญหาหรือหาคำตอบที่ได้ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนสร้างแนวคิดคณิตศาสตร์ได้ โดยนำขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ของ Franke and Weishaup (1998) และ Carpenter, Fennema, Franke, Levi and Empson (1999) มาประยุกต์ใช้ในการวิจัย เพื่อให้การให้เหตุผล และสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นไปอย่างมีระบบ ซึ่งเป็นการสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ และพัฒนาความเข้าใจด้วยตนเองผ่านการแก้ปัญหา โดยมีครูเป็นผู้ใช้คำถามหรือชี้แนะให้นักเรียนอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจ สามารถแสดงแนวคิดของตนเอง และลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงต้องการศึกษาการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีกรอบแนวคิดดังภาพที่ 1-1



ภาพที่ 1-1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสาร ตำรา บทความ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยนำเสนอตามลำดับดังนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์)

1.1 ความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.2 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

2. การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

หลักการและแนวการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

3. การเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (Cognitively guided instruction: CGI)

3.1 ความหมายของการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด

3.2 หลักการของการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด

3.3 ขั้นตอนของการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด

3.4 บทบาทของผู้สอนในการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด

4. เทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share)

4.1 ความหมาย ขั้นตอน และเทคนิคการจัดการเรียนการสอนด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด

4.2 ประโยชน์ของเทคนิคเพื่อนคู่คิด

4.3 ข้อสังเกตของเทคนิคเพื่อนคู่คิด

5. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

5.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

5.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

5.3 ลักษณะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

5.4 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

5.5 การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

6. สมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

6.1 ความหมายสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

- 6.2 ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 6.3 แนวทางการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 6.4 การวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 7.1 งานวิจัยต่างประเทศ
 - 7.2 งานวิจัยที่ในประเทศ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2560, หน้า 1-2) กำหนดรายละเอียดเกี่ยวกับหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัย และสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จัดเป็น 3 สาระ ดังนี้

จำนวนและพีชคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง อัตราส่วน ร้อยละ การประมาณค่า การแก้ปัญหเกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวนในชีวิตจริง แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซต ตรรกศาสตร์ นิพจน์ เอกนาม พหุนาม สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ลำดับและอนุกรม และการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

การวัดและเรขาคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิต การนี้ภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททาง

เรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิต ไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

สถิติและความน่าจะเป็น เรียนรู้เกี่ยวกับ การตั้งคำถามทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล การคำนวณค่าสถิติ การนำเสนอและแปลผลสำหรับข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ พังค์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

จากที่กล่าวมาข้างต้นนี้ ผู้วิจัยนำมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดมาใช้ประกอบการวิจัยในครั้งนี้ ดังตารางที่ 2-1

ตารางที่ 2-1 มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย

มาตรฐาน	ตัวชี้วัด
มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้	ค 1.1 ม.2/ 1 เข้าใจและใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

จากมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดดังกล่าว ผู้วิจัยได้ใช้เนื้อหา เรื่อง เลขยกกำลัง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

หลักการและแนวการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ยุพิน พิพิธกุล (2545, หน้า 11-12) กล่าวถึงหลักการและแนวการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. ครูควรสอนจากเรื่องง่ายไปสู่เรื่องยาก
2. ครูควรสอนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ในเรื่องที่สามารถใช้สื่อการเรียนการสอนรูปธรรมประกอบ
3. ครูควรสอนให้สัมพันธ์ความคิด เมื่อครูจะทบทวนเรื่องใดก็ควรทบทวนให้หมดการรวบรวมเรื่องที่เหมือนกันเข้าเป็นหมวดหมู่จะช่วยให้ นักเรียนเข้าใจ และจำได้แม่นยำ
4. ครูควรเปลี่ยนวิธีการสอน ไม่ซ้ำซากน่าเบื่อหน่าย ครูควรสอนให้สนุกสนานและน่าสนใจ ซึ่งอาจจะมี กลอน เพลง เกม การเล่าเรื่อง การทำภาพประกอบ การ์ตูน ปริศนา ต้องรู้จักสอดแทรกสิ่งละอุนละน้อ เพื่อให้นักเรียนน่าสนใจ
5. ครูควรใช้ความสนใจของนักเรียนเป็นจุดเริ่มต้น เป็นแรงคลใจที่จะเรียน ด้วยเหตุนี้ในการสอนจึงมีการนำเข้าสู่บทเรียนเร้าใจเสียก่อน
6. ครูควรจะคำนึงประสบการณ์เดิม และทักษะเดิมที่นักเรียนมีอยู่ กิจกรรมใหม่ควรจะต้องเนื่องกับกิจกรรมเดิม
7. ครูควรสอนไปพร้อม ๆ กันในเรื่องที่มีสัมพันธ์กัน
8. ครูควรสอนให้นักเรียนมองเห็น โครงสร้างไม่ใช่เน้นแต่เนื้อหา

9. ครูไม่ควรสอนเนื้อหาที่เป็นเรื่องยากเกินไป ครูบางคนชอบให้โจทย์ยาก ๆ เกินสาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ซึ่งอาจจะทำให้นักเรียนที่เรียนอ่อนท้อถอย แต่ถ้าผู้เรียนเก่งก็อาจจะชอบ ควรจะส่งเสริมเป็นรายไป ในการสอนต้องคำนึงถึงหลักสูตรและเลือกเนื้อหาเพิ่มเติมให้เหมาะสม ทั้งนี้เพื่อส่งเสริมศักยภาพ

10. ครูควรให้นักเรียนสามารถหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง การยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างจนนักเรียนเห็นรูปแบบ จะช่วยให้นักเรียนสรุปได้ อย่ารีบบอกเกินไปควรเลือกวิธีการต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับเนื้อหา

11. ครูควรให้นักเรียนปฏิบัติในสิ่งที่ทำได้ ลงมือปฏิบัติจริงและประเมินการปฏิบัติจริง

12. ครูควรมีอารมณ์ขัน เพื่อช่วยให้อารมณ์ในห้องเรียนน่าเรียนยิ่งขึ้น วิชา

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เรียนหนัก ครูจึงไม่ควรจะเคร่งเครียดให้นักเรียนเรียนด้วยความสนุกสนาน

13. ครูควรมีความกระตือรือร้น และตื่นตัวอยู่เสมอ

14. ครูควรหมั่นหาความรู้เพิ่มเติม เพื่อจะนำสิ่งแปลก และใหม่มาถ่ายทอดให้นักเรียน และครูควรจะเป็นผู้ที่มีศรัทธาในอาชีพของตนจึงจะทำให้สอนได้ดี

อัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 8) กล่าวว่า หลักการและแนวการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่สำคัญ มีดังนี้

1. ครูควรสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์หรือให้ความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการคิด และมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกับผู้อื่น ใช้ความคิดและคำถามที่นักเรียนสงสัยเป็นประเด็นอภิปรายเพื่อให้ได้แนวคิดที่หลากหลายและนำไปสู่ข้อสรุป

2. ครูควรสอนให้นักเรียนเห็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ความสัมพันธ์และความต่อเนื่องของเนื้อหาทางคณิตศาสตร์

3. ครูควรสอนโดยคำนึงว่าจะให้นักเรียนเรียนอะไรบ้าง (What) และเรียนอย่างไร (How) นั่นคือต้องคำนึงถึงเนื้อหาวิชาและกระบวนการเรียน

4. ครูควรสอนโดยใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรม อธิบายนามธรรม หรือการทำให้สิ่งที่เป็นนามธรรมมาก ๆ เป็นนามธรรมที่ง่ายขึ้น หรือพอที่จะจินตนาการได้มากขึ้น

5. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยคำนึงถึงประสบการณ์ และความรู้พื้นฐานของนักเรียน

6. ครูควรสอนโดยใช้การฝึกหัดให้นักเรียนเกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งการฝึกรายบุคคล ฝึกเป็นกลุ่ม การฝึกทักษะย่อยทางคณิตศาสตร์ และการฝึกทักษะรวม เพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น

7. ครูควรสอนให้นักเรียนเกิดทักษะการคิดวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหา สามารถให้เหตุผล เชื่อมโยงสื่อสาร และคิดอย่างสร้างสรรค์ ตลอดจนเกิดความอยากรู้อยากเห็นและนำไปติดต่อ

8. ครูควรสอนให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์ในห้องเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน

9. ครูควรศึกษาธรรมชาติและศักยภาพของนักเรียน เพื่อจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับนักเรียน

10. ครูควรสอนให้นักเรียนมีความสุขในการเรียนคณิตศาสตร์ รู้ว่าคณิตศาสตร์ไม่ยาก และมีความสนุกสนานในการทำกิจกรรม

11. ครูควรสังเกต และประเมินการเรียนรู้ และความเข้าใจของนักเรียนขณะเรียนในห้อง โดยใช้คำถามสั้น ๆ หรือการพูดคุยปกติ

วัชรีย์ กาญจนเกียรติ (2554, หน้า 14) กล่าวว่า หลักการและแนวการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่สำคัญ มีดังนี้

1. ครูควรสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์หรือได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการคิด และมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกับผู้อื่น ใช้ความคิดและคำถามที่นักเรียนสงสัยเป็นประเด็นในการอภิปราย เพื่อให้ได้แนวคิดที่หลากหลาย และนำไปสู่ข้อสรุป

2. ครูควรสอนให้นักเรียนเห็น โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์และความต่อเนื่องของเนื้อหาคณิตศาสตร์

3. ครูควรสอนโดยคำนึงว่าจะให้นักเรียนเรียนอะไร (What) และเรียนอย่างไร (How) นั่นคือ ต้องคำนึงถึงทั้งเนื้อหาวิชาและกระบวนการเรียน

4. ครูควรสอนโดยการใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมอธิบายนามธรรม หรือการทำให้สิ่งที่เป็นนามธรรมมาก ๆ เป็นนามธรรมที่ง่ายขึ้นหรือพอที่จะจินตนาการได้มากขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บางอย่างไม่สามารถหาสื่อมาอธิบายได้

5. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยคำนึงถึงประสบการณ์และความรู้พื้นฐานของนักเรียน

6. ครูควรสอนโดยใช้การฝึกหัดให้นักเรียนเกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งการฝึกรายบุคคล การฝึกเป็นกลุ่ม การฝึกทักษะย่อยทางคณิตศาสตร์ และการฝึกทักษะรวม เพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น

7. ครูควรสอนให้นักเรียนเกิดทักษะการคิดวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหา สามารถให้เหตุผล เชื่อมโยงสื่อสาร และคิดอย่างสร้างสรรค์ ตลอดจนเกิดความอยากรู้อยากเห็นและนำไปติดต่อ

8. ครูควรสอนให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์ในห้องเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน

9. ครูควรศึกษาธรรมชาติและศักยภาพของนักเรียน เพื่อจะได้กิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับนักเรียน

10. ครูควรทำให้นักเรียนมีความสุขในการเรียนคณิตศาสตร์ รู้สึกว่าวิชาคณิตศาสตร์ไม่ยาก และมีความสนุกสนานในการทำกิจกรรม

11. ครูควรสังเกต และประเมินการเรียนรู้ และความเข้าใจของนักเรียนขณะเรียนในห้อง โดยใช้คำถามสั้น ๆ หรือการพูดคุยปกติ

สสวท. (2558, หน้า 53-54) ได้ระบุว่า การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ควรให้ความสำคัญกับกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย

1. การคิดวิธี (Formulating) คือ กำหนดสถานการณ์ให้เป็นเชิงคณิตศาสตร์
2. การใช้คณิตศาสตร์ (Employing) คือ ใช้กรอบความคิด ข้อเท็จจริง วิธีการ และความเป็นเหตุเป็นผลทางคณิตศาสตร์
3. การตีความ (Interpreting) คือ ตีความ ประยุกต์ใช้ และประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ แปลความผลลัพธ์นั้นกลับไปในรูปแบบของปัญหาเดิม ซึ่งก็คือปัญหาในบริบทของโลกรจริง กระบวนการเหล่านี้จะเกิดขึ้นต้องอาศัยความสามารถพื้นฐานที่ถือว่าเป็น สมรรถนะเชิงคณิตศาสตร์ ที่การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มุ่งให้เกิดกับนักเรียน ดังนี้
 1. การสื่อสาร (Communication) การนำเสนอที่ทำให้ผู้อื่นเข้าใจ โดยวิธีการบนพื้นฐานของคณิตศาสตร์ ทั้งในรูปแบบของการพูดและการเขียน และสามารถเข้าใจการพูดและการเขียนของผู้อื่น
 2. การทำให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematising) การแปลปัญหาในโลกรจริง ให้เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อระบุว่าคณิตศาสตร์เรื่องใดเข้ามาเกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ๆ
 3. การแสดงเครื่องหมายหรือสัญลักษณ์ (Representation) การเลือก การตีความ การแปลความ และการใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ เพื่อเข้าถึงปัญหาหรือแก้ปัญหา การแสดง อาจเป็นทั้งในรูปแบบ ตาราง แผนภูมิ รูปภาพ สมการ สูตร คำบรรยาย หรือแสดงโดยวัตถุจริง
 4. การให้เหตุผลและการสร้างข้อโต้แย้ง (Reasoning and argumentation) กระบวนการตรวจสอบและเชื่อมโยงปัญหา เพื่อวินิจฉัยและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำอธิบาย หรือให้เหตุผลเพื่อยืนยันการแก้ปัญหา
 5. การสร้างกลยุทธ์เพื่อแก้ปัญหา (Devising strategies for solving problems) กระบวนการที่ชี้ให้นักถึงคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง การคิดวิธีการ และการแก้ปัญหา

6. การใช้สัญลักษณ์ ภาษาคณิตศาสตร์หรือภาษาเทคนิค และการดำเนินการ (Using symbolic, formal and technical language and operation) การใช้สัญลักษณ์ ใช้ภาษาคณิตศาสตร์หรือภาษาเทคนิค และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

7. การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ (Using mathematical tools) การรู้จักที่จะใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ซึ่งรวมถึงเครื่องมือทางกายภาพ เช่น เครื่องมือสำหรับวัด เครื่องคิดเลขหรือเครื่องมือที่เป็นซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ รวมทั้งการรู้จักและสามารถใช้เครื่องมือชนิดต่าง ๆ ที่สามารถใช้ช่วยการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ตลอดจนจนถึงข้อจำกัดของเครื่องมือที่ใช้

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า หลักและแนวการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ จะต้องมามีวิธีการสอนที่หลากหลาย ไม่น่าเบื่อ ให้ความสำคัญกับกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ต้องคำนึงถึงศักยภาพและความรู้เดิมของนักเรียน และมุ่งให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์และการให้เหตุผลที่นำไปสู่การแก้ปัญหา และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์สู่ชีวิตประจำวัน

การเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (Cognitively guided instruction: CGI)

ความหมายของการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก

การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้จัก (Cognitively guided instruction: CGI) เป็นแนวการสอนที่ถูกพัฒนาขึ้นในปี ค.ศ.1980 โดย Carpenter et al. (2000, p. 1) ซึ่งมีความหมายของการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก ดังนี้

Carpenter et al. (2000, p. 1) ให้ความหมายของการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ว่าเป็นการสอนที่ช่วยพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยการจัดการเรียนการสอนขึ้นอยู่กับความรู้และความเชื่อของครู โดยที่ครูจะใช้การสังเกต การใช้คำถาม แล้วนำมาออกแบบกิจกรรมการจัดการเรียนรู้เพื่อหาวิธีที่สอดคล้องกับความสามารถของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนมีการพัฒนาด้วยตนเอง

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2555, หน้า 103) ให้ความหมายของการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ว่าเป็นการเรียนการสอนที่ให้ความสำคัญกับการคิด การแก้ปัญหาและการสร้างความรู้ของนักเรียน โดยมีครูเป็นผู้สนับสนุนและอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง

จากการศึกษาความหมายของการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) สรุปได้ว่าเป็นการจัดการเรียนการสอนที่อยู่บนพื้นฐานการคิดตามความเข้าใจของนักเรียน เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้และพัฒนาความเข้าใจด้วยตนเองผ่านการแก้ปัญหา โดยมีครูเป็นผู้สนับสนุนและอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ และแสดงแนวคิดของตนเอง

หลักการของการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก

Carpenter, Fennema, Peterson, Chiang and Franke (1989, pp. 499-531) กล่าวว่า หลักการของการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) มีดังนี้

1. ครูควรจัดการเรียนการสอนที่พัฒนาความเข้าใจของนักเรียน โดยใช้การแก้ปัญหาเป็นศูนย์กลางของการเรียนการสอน
2. ครูควรจัดสถานการณ์ในการเรียนการสอนให้นักเรียนลงมือทำกิจกรรม และสร้างความรู้ด้วยตนเองด้วยความเข้าใจ
3. ครูควรจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงปัญหา โทศน์หรือทักษะกับความรู้เดิมที่มีอยู่
4. ครูควรจัดการเรียนการสอนที่อยู่บนพื้นฐานความรู้และความคิดของนักเรียน จึงต้องมีการประเมินอย่างสม่ำเสมอ โดยการประเมินการคิดของนักเรียนที่ได้ผลก็คือ การถามคำถามที่เหมาะสมและฟังคำตอบของนักเรียน

Fennema, Carpenter, Franke and Carey (1993, pp. 555-583) กล่าวว่า หลักการของการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) มีดังนี้

1. ครูควรจัดการเรียนการสอนให้อยู่บนพื้นฐานความรู้ของนักเรียน
2. ครูควรจัดการเรียนการสอนโดยให้ความสำคัญกับการคิดแก้ปัญหาด้วยตัวของนักเรียนเองว่าจะสามารถพัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างไร
3. นักเรียนต้องมีกิจกรรมในใจในการเรียนคณิตศาสตร์

Carpenter et al. (2000, p. 1) กล่าวว่า หลักการของการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) มีดังนี้

1. ครูควรจัดการเรียนการสอนให้เป็นการพัฒนาความเข้าใจ และการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน
2. การจัดการเรียนการสอนของครูมีอิทธิพลต่อการพัฒนาความเข้าใจ และการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน
3. ความรู้และความเชื่อของครูมีผลต่อการจัดการเรียนการสอน
4. ความรู้และความเชื่อของครูในการจัดการเรียนการสอนมาจากการทำความเข้าใจ การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

จากการศึกษาหลักการของการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) สรุปได้ว่าการจัดการเรียนการสอนต้องอยู่บนพื้นฐานความรู้ของนักเรียน และเน้นให้นักเรียนลงมือทำกิจกรรมและรู้จักสร้างความรู้ด้วยตนเองเน้นทักษะและการแก้ปัญหา โดยครูมีหน้าที่อำนวยความสะดวกในการให้ความช่วยเหลือในการแก้สถานการณ์ เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกคิด

ขั้นตอนของการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด

นักการศึกษาได้เสนอขั้นตอนของการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ไว้ดังนี้

Franke and Weishaupt (1998, pp. 3-7) ได้เสนอการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ครูเสนอสถานการณ์ปัญหาให้นักเรียน โดยสถานการณ์ปัญหาที่ครูเลือกมานั้น ต้องเหมาะสมและสอดคล้องกับความสามารถของนักเรียน มีหลายบริบทและเป็นสถานการณ์ปัญหาที่น่าสนใจ สามารถใช้กลยุทธ์วิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหาได้

ขั้นที่ 2 นักเรียนลงมือคิดแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนอ่านและทำความเข้าใจในประเด็นต่าง ๆ ในสถานการณ์ปัญหา เมื่อนักเรียนเกิดความชัดเจนในสถานการณ์ปัญหาแล้ว จากนั้นนักเรียนลงมือวิเคราะห์เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้แนวคิดของตนเอง โดยอาศัยการเชื่อมโยงปัญหา แนวคิด หรือทักษะเข้ากับความรู้เดิม

ขั้นที่ 3 ครูคอยสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน ในขั้นนี้ครูคอยสังเกตดูการแก้ปัญหาของนักเรียน คอยกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิด ตอบคำถามและรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนที่มีข้อสงสัยหรือเกิดความไม่ชัดเจนในบางประเด็น โดยครูจะไม่บอกวิธีคิดแต่จะอาศัยการชี้แนะให้นักเรียน การตัดสินใจในการแก้ปัญหาขึ้นอยู่กับนักเรียน ครูเป็นเพียงผู้อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้

ขั้นที่ 4 นักเรียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนออกมาเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาของตนเอง มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหาระหว่างกัน พร้อมทั้งมีการขยายประเด็นของปัญหาโดยครูหรือนักเรียน และร่วมกันอภิปรายในประเด็นที่ขยายของปัญหา

ขั้นที่ 5 นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้หรือแนวคิดที่ได้ ในขั้นนี้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้หรือแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยช่วยกันสรุปในประเด็นต่าง ๆ ที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยมีครูเป็นผู้นำในการอภิปรายสรุปร่วมกับนักเรียน จากนั้นครูมอบหมายงานและให้คำชี้แนะที่เป็นประโยชน์หลังสิ้นสุดการสอน พร้อมติดตามการประเมินผล

Carpenter et al. (1999, pp. 60-85; 2000, pp. 4-5) และ Hiebert, Carpenter, Fennema, Fusin, Wearne, Murray, Olivier and Human (1997) ได้อธิบายถึงขั้นตอนที่สำคัญ 4 ขั้นตอน ในกระบวนการจัดการเรียนรู้ของชั้นเรียน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ครูนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์และความมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ถ้านักเรียนมีความยุ่งยากในการแก้ปัญหา ครูควรมีการให้ปัญหาที่คล้ายกันกับนักเรียนอีกครั้งหนึ่ง ในการเลือกปัญหาครูควรเลือกปัญหาที่มีความน่าสนใจและที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหา

ที่หลากหลาย ปัญหาที่เลือกควรมีความสอดคล้องกับบริบทในชีวิตจริงของนักเรียน

ขั้นตอนที่ 2 ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหา และเปิดโอกาสให้นักเรียน
แก้ปัญหา ครูควรให้เวลานักเรียนเพื่อทำความเข้าใจในปัญหาทำให้และช่วยแนะนำจนครู
มีความแน่ใจว่านักเรียนเกิดความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหาได้แล้ว ครูจึงเปิดโอกาสให้
นักเรียนแก้ปัญหาอย่างอิสระ ครูต้องอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์ หรือเครื่องมือต่าง ๆ
ที่นักเรียนต้องการ

ขั้นตอนที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา ในขั้นนี้ครูจะถามนักเรียน
เป็นรายบุคคลถึงวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมเหตุผล เพื่อนำเสนอต่อนักเรียนในชั้นเรียน
และในระหว่างที่นักเรียนรายงานคำตอบนั้น ครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิด
ของตนเองออกมา เช่น ทำไมถึงเริ่มต้นด้วย..., แก้ปัญหานั้นอย่างไร, บอกได้ไหมได้คำตอบมาได้
อย่างไร หรือ บอกได้ไหมที่กำลังคิดอะไรอยู่ เป็นต้น

ขั้นตอนที่ 4 ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ หลังจากให้นักเรียน
รายงานคำตอบ วิธีการและเหตุผลของตนเองแล้ว นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันอภิปรายถึงคำตอบ
และวิธีการที่แตกต่างโดยครูจะเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปรายโดยใช้คำถาม เช่น คำตอบทั้งสองนี้
เหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร มีใครแก้ปัญหาด้วยวิธีที่แตกต่างจากที่กล่าวมานี้หรือไม่ เป็นต้น
ครูควรเชื่อมการอภิปรายโดยถามคำถามที่อยู่บนพื้นฐานของสิ่งที่นักเรียนตอบ

เวทฤทธิ อังกะนัทพรขจร (2551, หน้า 68) ได้อธิบายถึงขั้นตอนที่สำคัญ 4 ขั้นตอน
ในกระบวนการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ดังนี้

1. ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกัน
อภิปรายเกี่ยวกับปัญหา
2. นักเรียนเก็บรวบรวมข้อมูลตามสถานการณ์/ ปัญหาหรือนักเรียนวิเคราะห์ข้อมูล
จากสถานการณ์/ ปัญหา เพื่อนำมาอภิปรายหาคำตอบ โดยในระหว่างนักเรียนทำกิจกรรม ครูจะเป็น
ผู้อำนวยความสะดวก และใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด รวมทั้งให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนเกิด
ข้อคำถามหรือปัญหา
3. นักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมพร้อมทั้งเหตุผลที่ใช้ จากนั้นครูและนักเรียน
ทั้งชั้นร่วมกันถามให้นักเรียนได้แสดงความคิดหรือเหตุผลที่ใช้เพื่อให้เกิดการแสดงผล
ที่ครอบคลุมและสมบูรณ์ที่สุด
4. นักเรียนร่วมกันอภิปราย เพื่อบูรณาการแนวคิดและเหตุผลที่ใช้จากการนำเสนอ
ของนักเรียนแต่ละกลุ่มย่อย โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปราย จากนั้นนักเรียนช่วยกัน
ขยายแนวคิดจากข้อมูลเพื่อเชื่อมโยงไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริงเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อม และสรุปเป็น
ประเด็นให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

ในการอธิบายขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนและให้รู้คิดที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนของการจัดการเรียนการสอนและให้รู้คิด (CGI) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังตารางที่ 2-2

ตารางที่ 2-2 การประยุกต์ขั้นตอนของการจัดการเรียนการสอนและให้รู้คิด (CGI)

Frank and Weishaupt	Carpenter et al.	เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร	ผู้วิจัย
<p>ขั้นที่ 1 ครูเสนอสถานการณ์ปัญหาที่เหมาะสมกับความรู้ของนักเรียน</p>	<p>ขั้นที่ 1 ครูนำเสนอปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตจริง</p>	<p>ขั้นที่ 1 ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริง</p>	<p>ขั้นที่ 1 ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความรู้ของนักเรียน</p>
<p>ขั้นที่ 2 นักเรียนลงมือคิดแก้ปัญหาและวิเคราะห์ปัญหา โดยใช้แนวคิดของตนเอง</p>	<p>ขั้นที่ 2 นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลและลงมือแก้ปัญหา โดยครูเป็นผู้ชี้แนะแนวทางแก้ปัญหา</p>	<p>ขั้นที่ 2 นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูล โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดและคอยอำนวยความสะดวกเมื่อเกิดข้อคำถาม</p>	<p>ขั้นที่ 2 นักเรียนลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยมีครูชี้แนะหรือใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิด</p>
<p>ขั้นที่ 3 ครูคอยสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน โดยครูคอยชี้แนะให้นักเรียนเกิดการคิด แต่ไม่บอกคำตอบ</p>	<p>ขั้นที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา ครูเลือกถามนักเรียนเป็นรายบุคคล ทั้งนี้ครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเอง</p>	<p>ขั้นที่ 3 นักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรม พร้อมทั้งเหตุผลที่ใช้ ครูและนักเรียนร่วมกันแสดงความคิด เพื่อให้ได้เหตุผลที่ครอบคลุมและสมบูรณ์</p>	<p>ขั้นที่ 3 นักเรียนนำเสนอและแลกเปลี่ยนถึงวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบ</p>
<p>ขั้นที่ 4 นักเรียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาตามแนวคิดของตนเอง ซึ่งครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายประเด็นปัญหา</p>	<p>ขั้นที่ 4 ครูและนักเรียนในชั้นเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบที่แตกต่างกัน</p>	<p>ขั้นที่ 4 นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อบูรณาการแนวคิด และเหตุผลที่ใช้ครูใช้คำถามนำให้เกิดการอภิปรายเพื่อให้เกิดข้อสรุปที่ชัดเจนยิ่งขึ้น</p>	<p>ขั้นที่ 4 นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปความรู้ โดยมีครูใช้คำถามนำให้เกิดการอภิปรายร่วมกัน</p>
<p>ขั้นที่ 5 นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ หรือแนวคิดที่ได้ ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปประเด็นที่ได้จากการแก้ปัญหา</p>			

บทบาทของผู้สอนในการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด

บทบาทของครูในชั้นเรียนในการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (Carpenter et al., 1999, pp. 60-85; NCRMSE, 1992; Hanks, 1998) มีดังนี้

1. ครูควรใช้คำถามหรือชี้แนะในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมแล้วไม่สามารถแก้ปัญหาได้
2. ครูควรมีความกระตือรือร้นและครูควรมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องในการทำความเข้าใจถึงความคิดของนักเรียนแต่ละคน
3. ครูควรเตรียมสื่อ วัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่เอื้ออำนวยต่อการแก้ปัญหของนักเรียน
4. ครูควรสร้างบรรยากาศที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีความรู้สึกรักในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถสื่อสารแนวคิดและเหตุผลได้อย่างหลากหลาย ไม่ว่าจะเป็น การพูด การเขียน หรือการวาดภาพ ซึ่งเป็นแนวทางที่ทำให้นักเรียนเข้าใจตนเองว่ากำลังคิดอะไร รวมทั้งครูสามารถประเมินความคิดและเหตุผลของนักเรียนได้ด้วย
5. ครูควรนำเสนอปัญหาสถานการณ์หรือกิจกรรมที่เหมาะสมกับนักเรียนทุกคน และพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้
6. ครูควรจัดสภาพแวดล้อมที่เอื้อให้นักเรียนสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง แทนที่เป็นแต่ผู้ถ่ายทอดความรู้
7. ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม และมีการอภิปรายแนวคิดของตนเองกับผู้อื่น ส่งเสริมให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กันในชั้นเรียน
8. ครูควรให้เวลาที่เหมาะสมแก่นักเรียนในการแก้ปัญหาต่าง ๆ
9. ครูไม่ควรเตรียมแนวทางการสอนที่ชัดเจนตายตัว หรือใช้อุปกรณ์การเรียนการสอนที่เฉพาะเจาะจง แต่ครูควรเตรียมการสอนอย่างกว้าง ๆ และปรับกิจกรรมการเรียนการสอนตามความต้องการของนักเรียน

จากการศึกษาบทบาทของครูในการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด สรุปได้ว่า ครูควรใช้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เหมาะสมแก่นักเรียน โดยครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกให้แก่ นักเรียน เช่น เตรียมสื่อ วัสดุอุปกรณ์ในการสอนที่หลากหลาย อีกทั้งครูยังใช้คำถาม หรือชี้แนะเมื่อนักเรียนมีข้อสงสัยหรือนักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ เพื่อให้ นักเรียนเกิดการเรียนรู้ และส่งเสริมให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่มเพื่อให้เกิดการอภิปรายแนวคิดตนเองกับผู้อื่น

เทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share)

ความหมาย ขั้นตอน และเทคนิคการจัดการเรียนการสอนด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด

Lyman (1981, pp. 109-113) ได้พัฒนาเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) โดยเทคนิคดังกล่าว เป็นการแบ่งปันความคิดร่วมกันในลักษณะของการอภิปรายเพื่อแก้ปัญหาหรือตอบคำถาม โดยกำหนดให้นักเรียนคิดเป็นรายบุคคลก่อน จากนั้นแบ่งปันความคิดกับคู่เพื่อนและมีการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียนเกี่ยวกับคำตอบ ซึ่งจะช่วยเพิ่มการมีส่วนร่วมและดึงดูดนักเรียนให้เข้าใจเนื้อหา

Kagan (1994, p. 1) กล่าวว่า เทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) เริ่มจากครูตั้งปัญหาหรือโจทย์คำถามโดยนักเรียนแต่ละคนคิดหาคำตอบด้วยตนเองก่อนในเวลาที่กำหนด แล้วจับคู่กับเพื่อนนำคำตอบไปอภิปรายผลัดกัน จากนั้นนำคำตอบที่เป็นข้อสรุปเล่าให้เพื่อนทั้งชั้นฟัง

กรมวิชาการ (2545, หน้า 210) กล่าวว่า การเรียนการสอนแบบเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) เป็นเทคนิคที่เริ่มต้นจากครูตั้งโจทย์คำถามให้นักเรียนในชั้นตอบ โดยนักเรียนจะต้องคิดหาคำตอบของตนเองก่อนหลังจากนั้นให้นำคำตอบของตนไปอภิปรายกับเพื่อนอีกคนหนึ่งที่นั่งติดกับตนเอง เมื่อมั่นใจว่าคำตอบของตนเองถูกต้องหรือดีที่สุดแล้วจึงนำคำตอบนั้นมาเล่าให้เพื่อนฟัง

ทิสนา เขมมณี (2550, หน้า 64) กล่าวว่า การเรียนการสอนแบบเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) เป็นเทคนิคการสอนที่ครูใช้การตั้งคำถามหรือกำหนดปัญหาให้แก่ นักเรียน ซึ่งอาจจะเป็นใบงานหรือแบบฝึกหัด และให้นักเรียนแต่ละคนคิดหาคำตอบของตนเองก่อน แล้วจับคู่กับเพื่อนอภิปรายคำตอบเมื่อมั่นใจว่าคำตอบถูกต้องแล้วจึงนำไปอภิปรายให้เพื่อนทั้งชั้นฟัง

จากการศึกษาความหมายของการจัดการเรียนการสอนด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) สรุปได้ว่า เป็นการเรียนการสอนที่นักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกันในลักษณะเป็นการแบ่งปันความคิด แลกเปลี่ยนความรู้ อภิปรายในประเด็นปัญหา เพื่อแก้ปัญหาหรือตอบคำถาม

Lyman (1981, pp. 109-113) ได้เสนอขั้นตอนของการจัดการเรียนการสอนด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ไว้ 3 ขั้นตอน ดังนี้

คิด (Think) ครูตั้งคำถามหรือกำหนดหัวข้อให้คิด แล้วกระตุ้นให้นักเรียนคิด โดยกำหนดเวลาให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับคำถามหรือหัวข้อนั้น ๆ ตามความเหมาะสม

จับคู่ (Pair) นักเรียนจับคู่กัน แล้วคุยกันเกี่ยวกับคำตอบที่แต่ละคนคิดได้ และเปรียบเทียบคำตอบของแต่ละคนได้หรือเขียนมาแล้ว ให้นำมาวิเคราะห์คำตอบใดที่ดีที่สุด เข้าใจได้ง่ายที่สุด

แบ่งปัน (Share) ครูให้นักเรียนแต่ละคู่แบ่งปันความคิดของนักเรียนกับเพื่อน ๆ ในชั้นเรียน หรืออาจจะถามนักเรียนแต่ละคู่โดยตรง แล้วครูมีการบันทึกคำตอบของคู่ที่ถูกถาม

Byerley (2002, p. 3) ได้เสนอขั้นตอนของการจัดการเรียนการสอนด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ไว้ดังนี้

ขั้นการคิด (Think) ครูกระตุ้นด้วยปัญหาเพื่อให้นักเรียนหาคำตอบ

ขั้นการจับคู่ (Pair) นักเรียนจับคู่เพื่ออภิปรายปัญหา

ขั้นการแลกเปลี่ยน (Share) นักเรียนแลกเปลี่ยนและนำเสนอความรู้ที่ได้จากการค้นหา

คำตอบ

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 139) กล่าวถึงขั้นตอนของเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ดังนี้

1. ครูมอบประเด็นปัญหาให้แต่ละกลุ่มช่วยกันคิด
2. สมาชิกในกลุ่มจับคู่กันคิดหาคำตอบ
3. นักเรียนแต่ละคู่ นำคำตอบที่คิดได้มาอภิปรายในกลุ่มเพื่อสรุปเป็นความคิดของกลุ่ม
4. นักเรียนที่เป็นตัวแทนกลุ่มนำเสนอความคิดของกลุ่มต่อชั้นเรียน

สสวท. (2556, หน้า 335) ได้กำหนดขั้นตอนของการจัดการเรียนการสอนด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ไว้ดังนี้

คิด (Think) เป็นขั้นตอนที่ครูตั้งคำถามหรือปัญหาให้นักเรียนแต่ละคนหาคำตอบ หลังจากนั้นนักเรียนแต่ละคนลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองในเวลาที่ครูกำหนดให้ แล้วเขียนคำตอบและอธิบายวิธีการแก้ปัญหาลงในกระดาษโดยห้ามปรึกษากันกับเพื่อน

คู่ (Pair) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนจับคู่กับเพื่อน และแลกเปลี่ยนความคิดระหว่างกัน ซึ่งใช้ข้อมูลที่อภิปรายกับเพื่อนมาปรับปรุงแก้ไขคำตอบหรือแนวทางการแก้ปัญหาของตนเอง

ร่วม (Share) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนนำเสนอความคิดเห็นหรือแนวทางแก้ปัญหาของตนเองกับเพื่อนทั้งชั้นฟัง

จากการศึกษาขั้นตอนของเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) สรุปได้ดังนี้

ขั้นคิด (Think) ครูตั้ง โจทย์หรือสถานการณ์ปัญหาให้นักเรียนคิดหาคำตอบ

ขั้นจับคู่ (Pair) นักเรียนจับคู่กันเพื่อแลกเปลี่ยนเกี่ยวกับคำตอบที่แต่ละคนคิดได้

ขั้นแบ่งปัน (Share) นักเรียนแต่ละคู่แบ่งปันความคิดจากการค้นหาคำตอบกับเพื่อน ๆ

ในชั้นเรียน

ประโยชน์ของเทคนิคเพื่อนคู่คิด

วัฒนาพร ระวังทุกข์ (2541, หน้า 34-35) กล่าวถึงประโยชน์ของการใช้เทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ว่า

1. นักเรียนได้รับความรู้และประสบการณ์จากการเรียนรู้ด้วยตนเอง ทำให้สามารถจำความรู้ได้นานและเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง

2. นักเรียนสามารถนำไปใช้ ทั้งในเนื้อหาสาระความรู้เดียวกันและต่างกัน ตลอดจนนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

3. นักเรียนได้รู้จักและเข้าใจในตนเองดีขึ้นในด้านข้อดีและข้อบกพร่องของตนเอง

4. นักเรียนกล้าแสดงออกมากขึ้น

5. นักเรียนได้ฝึกทักษะการเป็นผู้พูดและผู้ฟังที่ดี

6. นักเรียนได้ฝึกการเป็นผู้มีใจกว้าง ยอมรับฟังความคิดเห็นผู้อื่น ไม่ยึดมั่นถือมั่น

สมบัติ การจนารักพงส์ (2547, หน้า 11) กล่าวถึงประโยชน์ของเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ว่า

1. นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิด และทักษะการสื่อสารให้คู่ของตนเองเข้าใจ

2. นักเรียนมีความกล้าแสดงความคิดเห็น

3. นักเรียนแต่ละคู่มีความสนิทสนมกันมากขึ้น และเป็นคู่หูในการช่วยกันเรียนต่อไป

จากการศึกษาประโยชน์ของเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) สรุปได้ว่า นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดด้วยตนเองและทักษะการสื่อสาร รวมถึงการเป็นผู้พูดที่กล้าแสดงความคิดเห็นและผู้ฟังที่ดีในการยอมรับฟังความคิดเห็นผู้อื่น

ข้อสังเกตของเทคนิคเพื่อนคู่คิด

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2541, หน้า 35) มีข้อสังเกตเกี่ยวกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ดังนี้

1. ครูอาจต้องใช้เวลาในการฝึกกระบวนการกลุ่มหรือทักษะทำงานกลุ่มแก่นักเรียน ก่อนที่จะใช้เทคนิควิธีการต่าง ๆ

2. ในห้องเรียนขนาดใหญ่ การแบ่งกลุ่มที่มีมากกลุ่มเกินไปอาจเกิดปัญหาด้านการทำงาน การควบคุม และการประเมิน

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 139-140) มีข้อสังเกตเกี่ยวกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ดังนี้

1. เวลาที่กำหนดให้ศึกษาประเด็น และอภิปรายในแต่ละขั้นตอน อาจมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับความเหมาะสม

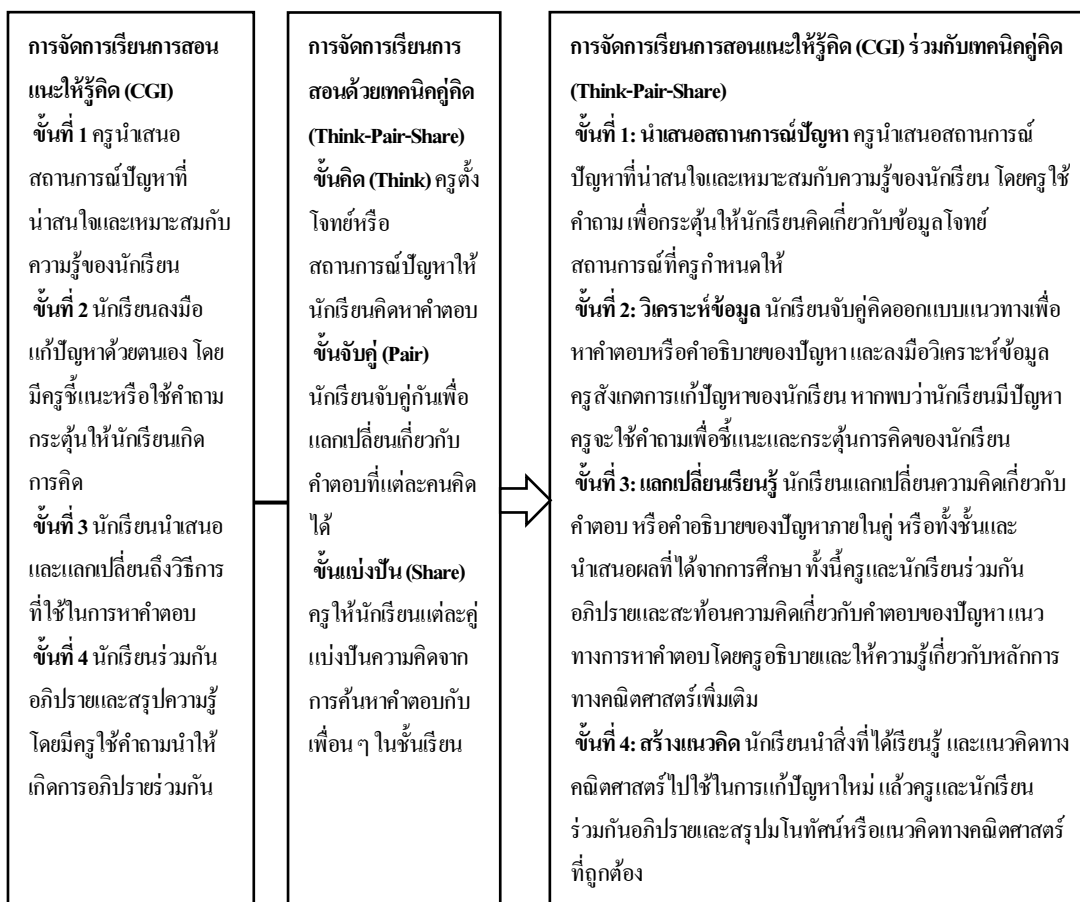
2. ขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมแต่ละขั้นตอน ครูควรกำกับดูแล กระตุ้นให้นักเรียนแต่ละคนร่วมแสดงความคิดเห็นในการอภิปรายให้มากที่สุด

3. ประเด็นปัญหาอาจได้จากครูแจ้งหัวข้อการเรียนรู้ให้กลุ่มทราบ แล้วกลุ่มกำหนดปัญหาที่อยากรู้ขึ้นมาเองในหัวข้อเรื่องนั้น ๆ

สมบัติ การจนารักพงส์ (2547, หน้า 11) กล่าวว่า เทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) เป็นเทคนิคที่สามารถใช้กับทุกกลุ่มสาระการเรียนรู้ ทั้งในส่วนที่เป็นการอธิบายข้อความ ความรู้ ความคิดเห็น หรือแม้แต่กระบวนการแก้ปัญหาโจทย์หรือการคำนวณต่าง ๆ ครูควรใช้เวลาในการคิดคนเดียวประมาณ 20 วินาที ถึง 1 นาที เพื่อให้ให้นักเรียนรู้จักคิด มีความคิดเป็นของตนเอง หากครูให้เวลาคิดน้อยเกินไปนักเรียนบางคนอาจจะไม่ทันใช้ความคิดเมื่อไปคิดกับคู่ของตนเอง จะไม่มีความคิดเห็นเป็นของตนเอง จะทำให้ไม่แสดงความคิดเห็นคอยแต่ฟังคู่ของตนเอง เพียงอย่างเดียว

จากการศึกษาข้อสังเกตการใช้เทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) สรุปได้ว่า เทคนิคเพื่อนคู่คิดสามารถใช้กับทุกกลุ่มสาระการเรียนรู้ ทั้งในส่วนที่เป็นการอธิบายข้อความ ความรู้ ความคิดเห็น หรือแม้แต่กระบวนการแก้ปัญหาโจทย์หรือการคำนวณต่าง ๆ และในส่วนของ การกำหนดเวลาให้กับนักเรียนต้องเหมาะสมกับประเด็นที่จะศึกษานั้น ๆ เพื่อให้นักเรียนรู้จักคิด มีความคิดเป็นของตนเอง

จากการศึกษาการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) และเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ผู้วิจัยจึงนำเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) บูรณาการร่วมกับการจัดการเรียน การสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ได้สรุปเป็นขั้นตอนการจัดการเรียนการสอน 4 ขั้นตอน ดังภาพที่ 2-1



ภาพที่ 2-1 การจัดการเรียนการสอนและให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับเทคนิคคู่คิด (Think-pair-share)

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

O' Daffer (1990, p. 378 อ้างถึงใน ศศิธร แม้นสงวน, 2556, หน้า 175) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์เช่นกัน และเป็นการคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ

Alice and Shirel (1994, p. 114 อ้างถึงใน ศศิธร แม้นสงวน, 2556, หน้า 175) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหา หรือวางแผนการแก้ปัญหาได้หากปราศจากการให้เหตุผล ซึ่งกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 48) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างข้ออ้างอิงทั่วไป และการหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่สิ่งต่าง ๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555, หน้า 114) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบาย การหาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล และความสามารถในการพิจารณาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

สสวท. (2555 ก, หน้า 79) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถที่ต้องใช้การคิดวิเคราะห์และให้เหตุผลในการหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลที่กำหนด โดยเหตุผลที่ใช้อาจแสดงถึงแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง หลักการ ข้อคาดการณ์ หรือข้อสนับสนุนของข้อสรุปที่ได้ในสถานการณ์นั้น

จากการศึกษาความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบาย หรือแสดงแนวคิดการหาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์ และแสดงข้อสรุปข้อมูลที่อาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับคำตอบอย่างสมเหตุสมผล

ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Baroody (1993, pp. 58-60) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญสำหรับคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์เพราะในปัจจุบันมนุษย์ต้องใช้เหตุผลกับผู้อื่น และต้องการเหตุผลจากคนอื่น มนุษย์ต้องการคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผลและคนส่วนใหญ่มองได้ด้วยเหตุนี้การให้เหตุผล จึงมีความสำคัญยิ่งต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ที่จะช่วยให้นักเรียนมีการคิด การไตร่ตรอง และแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้อย่างสมเหตุสมผล

Stiggins (1997, p. 6) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญ เพราะการทำ ความเข้าใจปัญหาโดยใช้เหตุผล ช่วยให้นักเรียนเป็นนักคิดที่ดี ในบางครั้งเราต้องใช้การให้เหตุผล ในลักษณะการวิเคราะห์เพื่อดูว่าส่วนประกอบต่าง ๆ เข้ากับภาพรวมของสิ่งนั้นหรือไม่ หรือในบางครั้งเราต้องใช้การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบเพื่อความเข้าใจความเหมือนกับความต่าง

Stiff (1999, p. 1) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นหัวใจสำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม ซึ่งการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่จะเข้าใจนามธรรมนั้น ๆ โดยการให้เหตุผลเป็นสิ่งที่ใช้คิดเกี่ยวกับสมบัติต่าง ๆ ในทางคณิตศาสตร์ และพัฒนาให้อยู่ในลักษณะของการอ้างอิง เพื่อให้สามารถใช้ข้อเท็จจริงที่เรียนรู้มาอ้างอิงไปยังสิ่งใหม่

Raimi (2002) อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 48) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ว่า การให้เหตุผลมีความสำคัญมาก เนื่องจากในกระบวนการให้เหตุผลนักเรียนต้องใช้การคิดหลายลักษณะ เช่น การคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณเพื่อให้ได้ข้อมูลที่ถูกต้อง

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 49) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า

1. สามารถอธิบายระดับพัฒนาการของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์เฉพาะใด ๆ
2. สามารถระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของนักเรียนพร้อมทั้งเหตุผล
3. สามารถวิเคราะห์แนวคิดใหม่ ๆ ที่เกิดจากการให้เหตุผลของนักเรียน เพื่อที่จะขยายความ และอภิปรายร่วมกับนักเรียนคนอื่น ๆ
4. สามารถระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์หรือประเภทของปัญหาที่จำเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของนักเรียน
5. สามารถจัดหาสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของนักเรียน
6. สามารถตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความเข้าใจของนักเรียน

จากการศึกษาความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การให้เหตุผลเป็นทักษะที่จำเป็นสำหรับคณิตศาสตร์และชีวิตจริงและเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่จะทำให้ นักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เพราะการให้เหตุผลของนักเรียนทำให้ครูทราบถึงกระบวนการคิดของนักเรียน ซึ่งครูสามารถนำมาปรับปรุงและพัฒนาการจัดการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพ รวมทั้งทำให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

ลักษณะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ลักษณะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลายลักษณะ ดังต่อไปนี้

O' Daffer (1990, p. 378 อ้างถึงใน ศศิธร แม่นสงวน, 2556, หน้า 175) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) คือ การใช้ข้อมูลในการสร้างหลักการใหม่ ค้นหารูปแบบทั่วไป รูปแบบทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์สถานการณ์ อธิบายสมบัติ เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นนิยาม หรืออาจกล่าวว่าการให้เหตุผลแบบอุปนัยเกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) คือ การใช้รูปแบบลงความเห็นที่สมเหตุสมผลในการสรุปจากหลักฐานที่ปรากฏเป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลแบบตรรกยะ เป็นการให้เหตุผลที่ใช้โครงสร้างคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท อาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลักแล้วจะได้ผลสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์ที่เป็นหลักการที่เป็นจริงเสมอ

ปีแยร์ตัน จาคูร์นตบุตร (2547, หน้า 70-71) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มี 2 แบบ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ยกตัวอย่างเอาสิ่งทีรูว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริง โดยที่ไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์อ้างจากสิ่งทีรูว่ารู้อะไรเพิ่มเติมขึ้นอีก โดยการให้เหตุผลแบบนิรนัย จะคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของผลสรุปที่ตามมาจากเหตุเป็นสำคัญ ไม่คำนึงว่า ผลสรุปนั้นจะเป็นจริงหรือไม่ ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ

1.1 เหตุ (Premises) ซึ่งในทางตรรกศาสตร์ หมายถึง สิ่งที่เป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์

1.2 ผล (Conclusion) ซึ่งได้แก่ ข้อสรุปที่ได้จากเหตุ การสรุปผลจากเหตุจะต้องเป็นการสรุปผลที่เป็นไปตามหลักตรรกศาสตร์ เรียกว่า เป็นการให้เหตุผลแบบสมเหตุสมผล

เช่น เรายอมรับว่า ผู้ที่เรียนคณิตศาสตร์ทุกคนเป็นคนมีเหตุผล และสมชายเรียนคณิตศาสตร์ เราใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยสรุปได้ว่า สมชายเป็นคนมีเหตุผล ผลสรุปนี้อาจจะเป็นจริงหรือเท็จก็ได้ ทั้งนี้เพราะเรายังไม่แน่ใจว่าเหตุที่เรายอมรับนั้นเป็นจริงหรือไม่

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลที่นำไปใช้ในวิธีการทางวิทยาศาสตร์ การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลซึ่งผลสรุปได้จากการพบเห็นปรากฏการณ์ที่ซ้ำ ๆ กันหลาย ๆ ครั้ง เช่น เด็กเอามือไปแหย่ไฟ จะรู้สึกร้อน จึงสรุปว่า ไฟร้อน

พัชรวิ วงษ์เกษม และสาธิตินิ เลิศประไพ (2550, หน้า 6-7) กล่าวว่า การให้เหตุผลที่มนุษย์มักใช้กัน โดยทั่วไปแบ่งได้ 3 แบบ ต่อไปนี้

1. การให้เหตุผลแบบนิรนัย ต้องมีเหตุใหญ่ที่เป็นหลักเกณฑ์หรือข้อสรุปที่เป็นจริงหรือยอมรับแล้วว่า ถูกต้อง และมีเหตุย่อย ๆ ที่เป็นเงื่อนไขของเหตุใหญ่ เช่น

ถ้านายแดงกินยาแล้ว นายแดงจะนอนหลับ

เหตุ นายแดงกินยา

ผล นายแดงนอนหลับ

เหตุใหญ่ คือ ถ้านายแดงกินยาแล้ว นายแดงจะนอนหลับ และเหตุย่อย คือ นายแดงกินยา ซึ่งเป็นเงื่อนไขของเหตุใหญ่ ดังนั้นจะเกิดผล คือ นายแดงนอนหลับ ซึ่งเป็นผลของเหตุใหญ่

การให้เหตุผลแบบนิรนัย ถือว่าเป็นการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลนั้น จะได้ข้อสรุปที่เป็นที่เป็นจริง (ถ้าเหตุเป็นจริง) ใช้ในการพิสูจน์ในคณิตศาสตร์ ข้อจำกัดของการให้เหตุผล โดยวิธีนี้อยู่ที่ ต้องทราบเหตุใหญ่และเหตุย่อยที่เป็นเงื่อนไขของเหตุใหญ่ให้ครบถ้วน จึงจะสรุปผลได้

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นวิธีการให้เหตุผลที่มีเหตุย่อยหลาย ๆ เหตุ และเหตุย่อยแต่ละเหตุเป็นอิสระต่อกัน เหตุย่อยเหล่านี้จะรวมกันก่อให้เกิดผลสรุปในกรณีทั่วไป เช่น

เหตุ 1. นายแดงตาย 2. นายคำตาย 3. นางสาวสมรตาย 4.

ผล คนทุกคนต้องตาย

การสรุปผลโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัย ใช้กันมากในกระบวนการคิดทั่ว ๆ ไปเป็นการสรุปผลที่เป็นความรู้ใหม่จากผลการสังเกตหรือทดลอง ในทางวิทยาศาสตร์ใช้กันมาก แต่วิธีการให้เหตุผลแบบนี้อาจจะให้ผลสรุปที่ไม่ถูกต้อง ดังนั้น เราไม่ถือว่าเป็นการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ไม่ยอมรับวิธีการให้เหตุผลตามแบบนี้

3. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ เป็นการสรุปผลจากเหตุต่าง ๆ โดยการเทียบเคียง หรือโดยการคาดคะเน โดยที่เหตุต่าง ๆ อาจจะยังมีไม่เพียงพอที่จะทำให้เกิดผลนั้นขึ้น เหตุต่าง ๆ ที่นำมาเป็นข้อสรุปนั้นเกิดจากการที่บุคคลนั้นได้สะสมประสบการณ์ต่าง ๆ ไว้ ซึ่งอาจปรากฏชัดเจนหรืออาจจะเป็นเหตุที่ซ่อนอยู่ในจิตใต้สำนึก ไม่ปรากฏออกมา เช่น

นายสมชัยเป็นนักการเมืองหาเสียงโดยใช้เงินซื้อเสียง และได้รับเลือกตั้งทุกครั้ง แต่ในการเลือกตั้งครั้งใหม่ นายสมชัยไม่มีเงินมากพอ นักวิจารณ์จึงสรุปว่านายสมชัยคงไม่ได้รับเลือกตั้ง

สมเดช บุญประจักษ์ (2551, หน้า 57-59) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ ที่ใช้กันอยู่ทั่วไป คือการให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) และการให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) ดังต่อไปนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่อาศัยการสังเกตจากตัวอย่างหรือสถานการณ์หรือประสบการณ์ต่าง ๆ หลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วคาดการณ์คำตอบของปัญหาจากรูปแบบที่สังเกตได้ เรียกว่า สมมติฐาน (Hypothesis) หรือ ข้อคาดการณ์ (Conjecture) แล้วสรุปเป็นความรู้ทั่วไป การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นการหาคำตอบเพียงบางกรณี ผลสรุปอาจจะเป็นจริงหรือไม่ก็ได้ จนกว่าจะได้รับการพิสูจน์ได้ว่าเป็นจริง

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่อาศัยความรู้พื้นฐานที่เคยมารู้มาก่อนว่าเป็นจริง หรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ อ้างอิงจากสิ่งที่รู้ไปสู่ข้อสรุปหรือความรู้เพิ่มเติม การให้เหตุผลแบบนิรนัยประกอบด้วย 2 ส่วน คือ

2.1 ส่วนที่เป็นเหตุ หมายถึง สิ่งที่เป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์

2.2 ผลหรือผลสรุป หมายถึง ข้อสรุปที่ได้จากเหตุ การสรุปผลจากเหตุจะต้องเป็นการสรุปผลที่เป็นไปตามหลักตรรกศาสตร์ ที่เรียกว่า การให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 50-55) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลายลักษณะ ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงตรรก (Logical reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้การคิดเชิงตรรกประกอบด้วย การให้เหตุผล 2 ประเภท ต่อไปนี้

1.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่หลักเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป เช่น

$$2^2 \times 2^3 = 2^5 \text{ และ } (-5)^2 \times (-5)^4 = (-5)^6$$

ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า $a^m \times a^n = a^{m+n}$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ m, n เป็นจำนวนเต็มบวก

1.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการคิดจากกฎเกณฑ์หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไป ไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย เช่น

เมื่อทราบว่า $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริง n เป็นจำนวนเต็มที่มีค่ามากกว่า 1 และ a มีรากที่ n เป็นจริงตามบทนิยาม

จึงสรุปว่า $\sqrt[3]{8}$ มีค่าเท่ากับ $8^{\frac{1}{3}}$ หรือ 2

2. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วน ทั้งสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลขและข้อมูลเชิงคุณภาพ เช่น การหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบจำนวน การเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วน มีหลายลักษณะดังนี้

2.1 การให้เหตุผลเชิงคุณภาพ (Qualitative reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนและเศษส่วน เมื่อตัวเศษและ/หรือตัวส่วนของเศษส่วนเดิมเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม ซึ่งแบ่งเป็น 8 ประเภท ดังนี้

2.1.1 เมื่อตัวเศษและตัวส่วนเพิ่มขึ้น ไม่สามารถระบุค่าของเศษส่วนใหม่ได้

2.1.2 เมื่อตัวเศษเพิ่มขึ้น ตัวส่วนเท่าเดิม เศษส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น

2.1.3 เมื่อตัวเศษเพิ่มขึ้น ตัวส่วนลดลง เศษส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น

2.1.4 เมื่อตัวเศษเท่าเดิม ตัวส่วนเพิ่มขึ้น เศษส่วนมีค่าลดลง

2.1.5 เมื่อตัวเศษเท่าเดิม ตัวส่วนลดลง เศษส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น

2.1.6 เมื่อตัวเศษลดลง ตัวส่วนเพิ่มขึ้น เศษส่วนมีค่าลดลง

2.1.7 เมื่อตัวเลขลดลง ตัวส่วนเท่าเดิม เศษส่วนมีค่าลดลง

2.1.8 เมื่อตัวเลขและตัวส่วนลดลง ไม่สามารถระบุค่าของเศษส่วนใหม่ได้

ตารางที่ 2-3 การเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนและเศษส่วน

ตัวส่วน	ตัวเลข		
	เพิ่มขึ้น	เท่าเดิม	ลดลง
เพิ่มขึ้น	ระบุไม่ได้	ลดลง	ลดลง
เท่าเดิม	เพิ่มขึ้น	เท่าเดิม	ลดลง
ลดลง	เพิ่มขึ้น	เพิ่มขึ้น	ระบุไม่ได้

3. การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับตัวเลข แบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้

3.1 การระบุตัวเลขของตัวแปร เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับที่มาของค่าของตัวแปรจากปัญหาสัดส่วน เช่น เก่งกับแก้วว่ายน้ำด้วยอัตราเร็วเท่ากัน ถ้าเก่งใช้เวลา 18 วินาที ในการว่ายน้ำ 100 เมตร แก้วจะใช้เวลากี่วินาที ในการว่ายน้ำ 150 เมตร ถ้าให้ x เป็นตัวแปรแทนเวลาที่แก้วใช้ จะได้สัดส่วน $\frac{18}{100} = \frac{x}{150}$ และจากการแก้ปัญหาค้นหาสัดส่วน จะได้ค่าของตัวแปร x เป็น 27 วินาที

3.2 การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข เป็นการให้เหตุผลจากการเปรียบเทียบอัตราส่วนหรือเศษส่วน เช่น นิดซื้อไข่ไก่ 3 ฟอง 10 บาท น้อยซื้อไข่ไก่ขนาดเดียวกัน 5 ฟอง 16 บาท แสดงว่า น้อยซื้อไข่ไก่อัตราฟองละ $\frac{16}{5}$ บาท ซึ่งถูกกว่าราคาฟองละ $\frac{10}{3}$ บาท ที่นิดซื้อ

4. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์หรือสิ่งที่ปรากฏในมิติต่าง ๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือ ทรง 3 มิติ และการให้เหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตทั้งมิติเดียวกันและมิติต่างกัน รวมถึงการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแปลงข้อมูลเชิงคุณภาพเป็นภาพหรือทรงมิติต่าง ๆ เช่น

การขยายบ่อน้ำทรงลูกบาศก์ให้มีปริมาตรเป็นสองเท่าของบ่อเดิม ไม่ใช่การขยายบ่อให้มีความกว้าง ความยาว และความสูงเป็นสองเท่าของความกว้าง ความยาว และความสูงของบ่อเดิม ไม่ว่าบ่อเดิมนั้นจะมีปริมาตรเป็นเท่าใดก็ตาม เพราะปริมาตรเป็นความจุซึ่งเป็นการวัดในสามมิติ การเพิ่มความกว้าง ความยาว และความสูงเป็นสองเท่าของความกว้าง ความยาว และความสูงของบ่อเดิมจะทำให้บ่อใหม่มีปริมาตรเพิ่มขึ้นจากการเพิ่มความยาวทั้งสามมิติ ซึ่งจะเพิ่มขึ้นถึง 8 เท่าของปริมาตรของบ่อเดิม

5. การให้เหตุผลทางเรขาคณิต แบ่งระดับการคิดทางเรขาคณิต ซึ่งระดับการคิดทางเรขาคณิต เป็นระดับการคิดเกี่ยวกับเนื้อหาเรขาคณิตที่นำไปสู่การให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับเรขาคณิต เช่น การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต รูปเรขาคณิต เศษส่วนตรีโกณมิติ แบ่งเป็น 5 ระดับ ดังนี้

ระดับ 0 ระดับการมองเห็นด้วยตาเปล่า (Visualization) เป็นระดับพื้นฐานที่นักเรียนมองเห็นรูปหรือทรงเรขาคณิตที่ปรากฏ เป็นการมองเห็นตามลักษณะทางกายภาพของวัตถุ โดยภาพรวม เช่น การเห็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ปริซึมฐานสามเหลี่ยม

ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ (Analysis) เป็นระดับที่นักเรียนเริ่มวิเคราะห์เกี่ยวกับส่วนประกอบ สมบัติ และนิพจน์เกี่ยวกับเรขาคณิต เช่น สามารถบอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมด้านขนานมีด้านขนานกันสองคู่ และมีมุมตรงข้ามเท่ากัน

ระดับ 2 ระดับการนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการ (Informal deduction) เป็นระดับการคิดที่นักเรียนสามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติของรูปหรือทรงเรขาคณิตเฉพาะใด ๆ เช่น ในรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ ที่มีด้านตรงข้ามขนานกัน รูปสี่เหลี่ยมนั้นจะมีมุมตรงข้ามเท่ากันด้วย และสามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติของรูปหรือทรงเรขาคณิตที่แตกต่างกัน เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดหนึ่งเพราะมีสมบัติครบตามสมบัติของรูปสี่เหลี่ยม

ระดับ 3 ระดับนิรนัย (Deduction) เป็นระดับที่นักเรียนสามารถพิสูจน์กฎ สูตร สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางเรขาคณิตได้ มองเห็นแนวทางที่หลากหลายในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เข้าใจเกี่ยวกับเงื่อนไขที่จำเป็นและเงื่อนไขที่เพียงพอ รวมถึง การระบุนความแตกต่างระหว่างทฤษฎีกับทฤษฎีบทกลับ เช่น การพิสูจน์ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ระดับ 4 ระดับการสร้างความรู้เชิงลึก (Rigor) เป็นระดับที่นักเรียนสามารถเข้าใจและเปรียบเทียบเรขาคณิตในระบบต่าง ๆ เช่น Euclidean และ Non-euclidean รวมทั้งมองเห็นเรขาคณิตในลักษณะของนามธรรม

6. การให้เหตุผลเกี่ยวกับความน่าจะเป็น แบ่งระดับการคิดเกี่ยวกับความน่าจะเป็น ซึ่งระดับการคิดเกี่ยวกับความน่าจะเป็น เป็นระดับที่ใช้จำแนกการให้เหตุผลเกี่ยวกับเนื้อหาเรื่องความน่าจะเป็น แบ่งเป็น 4 ระดับ ดังนี้

ระดับ 1 ระดับการให้เหตุผลตามความคิดของบุคคล (Subjective or non-quantitative reasoning) เป็นระดับการให้เหตุผลที่บุคคลใช้ความคิดของตนเองเป็นหลักในการตัดสินใจเกี่ยวกับความน่าจะเป็น โดยขาดการพิจารณาอย่างรอบคอบถึงความเป็นไปได้ ความถูกต้อง และผลที่จะเกิดขึ้นภายหลัง

ระดับ 2 ระดับการให้เหตุผลที่มีการเชื่อมโยงระหว่างความคิดของบุคคลกับข้อมูลเชิงปริมาณ (Transitional between subjective and naïve quantitative reasoning) เป็นระดับการให้เหตุผลที่บุคคลใช้ข้อมูลเชิงปริมาณเกี่ยวกับความน่าจะเป็นประกอบการคิดของตนเอง

ระดับ 3 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงได้ด้วยข้อมูลเชิงปริมาณแบบไม่เป็นทางการ (Informal quantitative reasoning) เป็นระดับการให้เหตุผลที่มีการใช้ข้อมูลเชิงปริมาณมาเปรียบเทียบหรืออธิบายโอกาสของการเกิดเหตุการณ์ต่าง ๆ

ระดับ 4 ระดับการให้เหตุผลที่มีการใช้ทฤษฎีหรือหลักความน่าจะเป็นและข้อมูลเชิงปริมาณ (Incorporates quantitative reasoning) เป็นระดับการให้เหตุผลที่มีการใช้ทฤษฎีหรือหลักการเกี่ยวกับความน่าจะเป็นประกอบการคิดหรือคำนวณ จนได้ค่าความน่าจะเป็นที่เป็นตัวเลข

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 176) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มี 3 ลักษณะ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ เป็นการให้เหตุผลที่มาจากการใช้ความรู้สึกที่มีมาแต่กำเนิดหรือสามัญสำนึก
2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลที่มาจากการใช้การสังเกต หรือการทดลองหลาย ๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหารูปแบบที่จะนำไปสู่ข้อสรุป ซึ่งเชื่อว่าน่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริง เรียกข้อสรุปที่ได้ว่า ข้อความคาดการณ์
3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่มาจากกรยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้นไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่

จากการศึกษาลักษณะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังกล่าว สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่สามารถแบ่งได้ 3 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ต้องมีเหตุใหญ่ที่เป็นหลักเกณฑ์หรือข้อสรุปที่เป็นจริงหรือยอมรับแล้วว่า ถูกต้องแล้วใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าจะอะไรเพิ่มเติมขึ้นอีก โดยการให้เหตุผลแบบนิรนัย จะคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของผลสรุปที่ตามมาจากเหตุเป็นสำคัญ ไม่คำนึงว่า ผลสรุปนั้นจะเป็นจริงหรือไม่
2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลซึ่งผลสรุปได้จากการพบเห็นปรากฏการณ์ที่ซ้ำ ๆ กันหลาย ๆ ครั้ง ในส่วนมากจะนิยมพบเห็นในวิธีการทางวิทยาศาสตร์
3. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ เป็นการสรุปผลที่เกิดจากบุคคลนั้น ๆ จากเหตุต่าง ๆ โดยการเทียบเคียง หรือโดยการคาดคะเน โดยที่เหตุต่าง ๆ อาจจะยังมีไม่เพียงพอที่จะทำให้เกิดผลนั้นขึ้น

แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Guildford and Hoepfner (1971, pp. 28-32 อ้างถึงใน ศศิธร แม่นสงวน, 2556, หน้า 178) กล่าวว่า การพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าว เป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำเป็นสิ่งที่สามารถฝึกได้โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาปกติ หรือสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสม

Brandt (1984, p. 3 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2555, หน้า 118-119) ได้กล่าวถึงแนวการสอนเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเกิดทักษะการคิดอย่างมีเหตุผลไว้ 3 แนวทาง ดังนี้

1. การสอนเพื่อให้เกิดความคิด (Teaching for thinking) เป็นการสอนที่เนื้อหาวิชาเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของนักเรียน
2. การสอนการคิด (Teaching of thinking) เป็นการสอนที่เน้นทักษะการคิด หรือเป็นการสอนทักษะการคิด ซึ่งแนวทางในการสอนจะมีลักษณะที่แตกต่างกัน ตามความเชื่อพื้นฐานของครู
3. การสอนเกี่ยวกับความคิด (Teaching about thinking) เป็นการสอนที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอน โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นการคิดของตนเอง โดยรู้ว่าตนกำลังคิดอะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้น ตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้นักเรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเองอันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่าการสังเคราะห์ความคิดของตนเอง

Lappan and Scharm (1989, pp. 18-19) กล่าวว่า ความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลเป็นทักษะที่ต้องใช้การฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลายและควรได้รับการฝึกอย่างต่อเนื่องจากบรรยากาศของชั้นเรียนที่สนับสนุนให้มีการแลกเปลี่ยนความคิดชี้แจงเหตุผล และแก้ปัญหา ร่วมกัน ดังนั้น ในการพัฒนาทักษะการคิดและการให้เหตุผล ควรมีการจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น ค้นหา คาดการณ์ วิธีการพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด โดยอธิบายแบบรูป แสดงด้วยภาพหรือแบบจำลอง และตอบคำถามต่าง ๆ การสร้างข้อคาดการณ์ การกำหนดแบบจำลอง และการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์

NCTM (1989, p. 81) ได้ระบุไว้ว่า เพื่อให้ นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิถีทางที่ดีที่จะทำให้เข้าใจโลกที่เป็นจริง จำเป็นต้องจัดให้การให้เหตุผลแทรกอยู่ในทุกกิจกรรมของคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องใช้เวลาจากประสบการณ์ที่หลากหลายในการพัฒนาความสามารถในการสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลในสถานการณ์ที่กำหนดและประเมินข้อสรุปของบุคคลอื่น

กรมวิชาการ (2545, หน้า 198-199) ได้เสนอเกี่ยวกับ แนวทางในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผล ว่าเป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักคิด และให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้นสามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาวิชาของคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ นอกจากนี้ยังได้เสนอแนะองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผล และรู้จักการให้เหตุผล ดังนี้

1. ครูควรให้นักเรียนได้พบกับ โจทย์หรือปัญหาที่นักเรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของนักเรียนที่จะคิดและให้เหตุผล
2. ครูควรให้นักเรียนมีโอกาส และเป็นอิสระที่แสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตนเอง
3. ครูช่วยสรุป และชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่า เหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ขาดตกบกพร่องอย่างไร

เวทฤทธิ อังกะนัทพรขจร (2555, หน้า 119-120) ได้กล่าวว่า ปัจจัยที่สำคัญสำหรับการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ดังนี้

1. ครูควรสร้างบรรยากาศให้นักเรียนเกิดความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่นักเรียนสามารถเข้าใจได้ และต้องเรียนด้วยความเข้าใจ เนื่องจากนักเรียนมักจะมีความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก วิธีการเรียนต้องใช้การจดจำ จำขั้นตอนวิธีการ จำสูตรเพื่อหาคำตอบ ความคิดเช่นนี้ทำให้นักเรียนเบื่อวิชาคณิตศาสตร์ และสกัดกั้นการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความสุข
2. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล ซึ่งเป็นสิ่งที่สำคัญมากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง บรรยายภาคนั้นเรียนควรสนับสนุน ส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบาย และแสดงเหตุผลแนวคิดอย่างอิสระ โดยการแสดงเหตุผลอาจทำด้วยวาจา ด้วยการเขียน โดยใช้ภาษาง่าย ๆ หรือใช้อุปกรณ์แสดงให้เห็นจริง
3. ครูควรถามบ่อย ๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดและแสดงเหตุผล เช่น ใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า...แล้วนักเรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” นักเรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ครูจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า ไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรง และให้กำลังใจว่า คำตอบที่นักเรียนตอบมามีบางส่วนที่ถูกต้อง นักเรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อน ได้อีกบ้าง เพื่อให้นักเรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากขึ้น รวมทั้ง โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-endedproblem) ที่นักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็น หรือเหตุผลที่แตกต่างกันได้
4. ครูควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วม และแสดงพฤติกรรมในการสืบค้นาคาดการณ์ ค้นหาวิธีพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด โดยอธิบายรูปแบบด้วยภาพ

หรือแบบจำลอง และตอบคำถามต่าง ๆ เช่น “ทำไม” “อะไรจะเกิดขึ้น ถ้า...” “จงให้ตัวอย่างของ” “สามารถใช้วิธีการอื่นได้หรือไม่ ถ้าการดำเนินการเดิมไม่บรรลุผล” ซึ่งล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดการคิด การสร้างคาดเดา ทดสอบ และปรับแต่งโดยอาศัยเหตุผล การกำหนดแบบจำลอง (Modeling) และการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการใช้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์

5. ครูควรให้ความสำคัญในการฟังความคิดเห็นของนักเรียน และให้นักเรียนได้เกิดการรับฟังและทำความเข้าใจเหตุผลของผู้อื่น เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสอภิปรายและเปรียบเทียบคำตอบที่ต่างกันของปัญหาและได้อธิบายเกี่ยวกับปัญหาเหล่านั้น และครูต้องสามารถปรับแนวการอภิปรายให้เข้ากับวิถีคิดของนักเรียน ช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่า เหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร รวมทั้งครูต้องมีความอดทนให้เวลาให้โอกาสแก่นักเรียน

6. ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลนี้เป็นสิ่งที่ฝึกได้ และเป็นสิ่งที่จำเป็นที่โรงเรียนต้องจัดทำ โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาปกติ ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสม

7. ครูจะต้องทำให้นักเรียนรู้ว่าครูให้ความสำคัญต่อความเข้าใจและการให้เหตุผล โดยครูจะต้องประเมินสิ่งเหล่านี้อย่างสม่ำเสมอ ที่สำคัญเมื่อนักเรียนสามารถให้เหตุผลที่ดีครูควรให้การเสริมแรงทันที อีกทั้งในข้อสอบควรมีส่วนที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล

จากการศึกษาแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังกล่าว สรุปได้ว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการคิด วิเคราะห์ และการสรุปแนวคิดของตนเองโดยใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้ รวมถึงให้นักเรียนได้เกิดการรับฟังและทำความเข้าใจเหตุผลของผู้อื่น

การวัดความสามารถด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ลักษณะของแบบวัดความสามารถด้านเหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้แบ่งแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลไว้ในลักษณะต่าง ๆ

ดังนี้

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543, หน้า 106-136) ได้สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถด้านเหตุผล โดยเน้นความสามารถ 6 ด้าน คือ

1. ด้านการจำแนกประเภท (Classification) เป็นความสามารถในการพิจารณาเปรียบเทียบกับสิ่งต่าง ๆ ว่าอะไรเหมือนกัน มีอะไรต่างกัน เพื่อนำมาสร้างกลุ่มขึ้น จะได้สามารถ

เปรียบเทียบว่าอะไรแตกต่างไปจากกลุ่ม หรืออะไรมีคุณสมบัติเหมือนกัน กลุ่มที่กำหนดให้ ความสามารถด้านนี้เป็นความสามารถในการแยกแยะหรือวิเคราะห์คุณลักษณะของสิ่งต่าง ๆ นั้นเอง

2. ด้านการอุปมาอุปมัย (Analogy) เป็นความสามารถด้านวิเคราะห์ความสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถในการพิจารณาความเกี่ยวข้องกันของคำ 2 คำ อ้างอิงไปยังความหมายของ คำอีก 2 คำ โดยผู้ที่มีความสามารถด้านอุปมาอุปมัยจะต้องไปเป็นผู้ที่มีความสามารถในการมอง ความหมายเหมือนหรือความหมายต่างของคำได้อย่างคล่องแคล่ว และยังสามารถจัดกลุ่มพวกของ คำหรือมโนภาพนั้น ๆ ได้อย่างดีด้วย จึงจะสามารถเอามาเปรียบเทียบอุปมาอุปมัยได้เก่ง

3. ด้านอนุกรมภาพหรืออนุกรมมิติ เป็นความสามารถในการค้นหาระบบความสัมพันธ์ กฎเกณฑ์ของรูปภาพ ซึ่งมีทั้งอนุกรมภาพธรรมดาจะเป็นไปในทิศทางเดียวกัน ส่วนอนุกรมที่มีทั้ง แนวตั้ง และแนวนอนจะมีความสัมพันธ์กันในหลายทิศทางเนื่องจากต้องคิดหลายทิศทางจึงเรียก อนุกรมนี้ว่า อนุกรมมิติ

4. ด้านสรุปความ เป็นแบบทดสอบที่อาศัยภาษาค่อนข้างมากแต่ก็เป็นการใช้ภาษา เพื่อไล่เลียงหาเหตุผลโดยโครงสร้างของตัวคำถามเป็นคณิตศาสตร์อย่างหนึ่งคือ ตรรกวิทยา นั่นคือ การเขียนข้อสอบแบบนี้จะประกอบด้วยเหตุใหญ่และเหตุย่อย เมื่อมีเหตุมาเป็นเครื่องพิจารณา แล้วก็สามารถประเมินลงข้อสรุปได้ว่าเป็นอย่างไร

5. ด้านตัวร่วมหรือตัวต่าง เป็นแบบทดสอบที่จะยกสิ่งต่าง ๆ มาให้พิจารณาส่วนใหญ่ เป็นคำ หรือจะใช้ภาพแทนก็ได้ เมื่อยกมาแล้วให้ครุพิจารณาตัวร่วมของมันว่าน่าจะเป็นอย่างไร ก่อนจะสามารถหาตัวร่วมหรือมโนภาพซึ่งจะต้องวิเคราะห์ทุก ๆ คำให้ดีอาจจะต้องใช้จินตนาการ โยงความสัมพันธ์แต่ละสิ่งอย่างดีแล้วมาผสมกลมกลืนเป็นสิ่งใหม่ที่สามารถรับรู้และเข้าใจได้ ตรงกันในทันที

6. ด้านการวิเคราะห์ จุดประสงค์ของแบบทดสอบนี้จะให้ผู้สอบคิดหาความสัมพันธ์ เกี่ยวข้องของตัวแปรจากสถานการณ์ที่สมมติขึ้นมา ซึ่งการสร้างสถานการณ์ จะต้องเขียนให้มีความเกี่ยวพันกันอย่างซับซ้อน มิฉะนั้น ผู้อ่านก็ไม่ได้ใช้ความสามารถด้านการวิเคราะห์

บุญชม ศรีสะอาด (2545, หน้า 44-51) กล่าวว่า ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลนั้น อาจเป็นทั้งแบบอนุমান อุปมานหรือเหตุผลทั่ว ๆ ไป โดยแบ่งลักษณะของข้อสอบวัดสมรรถภาพ ทางเหตุผล ดังนี้

1. แบบอุปมาอุปมัย (Analogy) มี 2 แบบใหญ่ คือ แบบที่เป็นภาษา และแบบที่เป็น รูปภาพ หลักการก็คือจะหาความสัมพันธ์ในลักษณะเดียวกันกับความสัมพันธ์ที่กำหนดให้

2. แบบจัดประเภทหรือจัดเข้าพวก (Classification) จะให้คิดพิจารณาว่ามีสิ่งใด ที่เป็นประเภทเดียวกันกับสิ่งอื่น หรือมีสิ่งใดที่แตกต่างไม่เข้าพวกกับสิ่งอื่น ๆ มีทั้งแบบที่เป็นรูปภาพกับแบบที่ถ้ามเป็นภาษาแบบที่เป็นรูปภาพจะมีทั้งชนิดที่เป็นภาพที่มีความหมายและภาพที่ไม่มี ความหมาย

3. แบบสรุปความ (Inference) จะกำหนดข้อความมาให้แล้วให้พิจารณาว่าจะต้องสรุป ความอย่างไรจึงจะถูกต้องด้วยหลักเหตุผลมากที่สุด

4. แบบเรียงลำดับ (Series) มี 2 ประเภท คือ ประเภทที่เป็นตัวอักษร และที่เป็นรูปภาพ

5. แบบแผนภาพทางตรรกศาสตร์ (Logical diagrams) จะมีแผนภาพ 5 ภาพ แต่ละภาพ แสดงความสัมพันธ์ในลักษณะต่าง ๆ ของ 3 พวกที่กำหนดให้ โดยจะมีภาพหนึ่งที่แสดง ความสัมพันธ์ระหว่าง 3 พวกนั้นได้ถูกต้อง

6. แบบวิเคราะห์เหตุผล (Analytical reasoning) จะมีข้อความหรือชุดของข้อความ เป็นข้อให้พิจารณา แล้วตอบคำถามโดยยึดข้อความหรือชุดของข้อความดังกล่าวเป็นหลัก

จากการศึกษาลักษณะของแบบทดสอบวัดความสามารถด้านเหตุผล สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถคิดหลายลักษณะของการให้เหตุผล เช่น ด้านการจำแนกประเภท ด้านการอุปมาอุปมัย ด้านอนุกรมภาพหรืออนุกรมมิติ ด้านสรุปความ ด้านตัวร่วมหรือตัวต่าง ด้านการวิเคราะห์ ซึ่งการวัดความสามารถในการให้เหตุผลล้วน มีจุดมุ่งหมายเดียวกันเพื่อแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหาที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุ และผล

การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาเกณฑ์การประเมิน ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักวิชาการไว้ ดังนี้

เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร (2554, หน้า 116) ได้แสดงตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนน ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบภาพรวม ดังตารางที่ 2-4

ตารางที่ 2-4 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 (ดีมาก)	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด และแสดงเหตุผลประกอบคำตอบ ได้สมบูรณ์ มีการอธิบายอย่างสมเหตุสมผล และชัดเจน
3 (ดี)	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด และแสดงเหตุผลประกอบคำตอบ ได้เกือบสมบูรณ์
2 (พอใช้)	ตอบคำถามถูกต้องบางส่วน และพยายามแสดงเหตุผลประกอบคำตอบ แต่ไม่ถูกต้อง
1 (ต้องปรับปรุง)	ตอบคำถามถูกต้องบางส่วน มีการให้เหตุผลตามความคิดของบุคคล
0 (ไม่พยายาม)	ไม่มีการตอบคำถาม และไม่มีการแสดงเหตุผลใด ๆ

สสวท. (2555 ก, หน้า 177) ได้แสดงตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังตารางที่ 2-5

ตารางที่ 2-5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ สสวท.

คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
3 (ดี)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
2 (พอใช้)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วนและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ แต่ไม่สมเหตุสมผลบางกรณี
1 (ต้องปรับปรุง)	มีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจและไม่มี การอ้างอิง

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 270) ได้แสดงตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 2-6

ตารางที่ 2-6 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ ศศิธร
แม่นสงวน

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 (ดีมาก)	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดหลักของการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3 (ดี)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2 (พอใช้)	เสนอแนวคิดให้สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ
1 (ต้องปรับปรุง)	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0 (ไม่พยายาม)	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

จากการศึกษาการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผู้วิจัยเลือกใช้
เกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวม โดยแยกตามความสามารถที่ปรากฏให้เห็นถึงการให้เหตุผลทาง
คณิตศาสตร์ เพื่อให้สอดคล้องกับนิยามของความสามารถในการให้เหตุผล ดังตารางที่ 2-7

ตารางที่ 2-7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
3 (ดีมาก)	แสดงผลประกอบการคำตอบได้ชัดเจน ครบถ้วน คำตอบถูกต้อง
2 (ดี)	แสดงผลประกอบการคำตอบยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง
1 (พอใช้)	พยายามแสดงผลประกอบการคำตอบแต่ไม่ถูกต้อง หรือ แสดงเหตุผล ประกอบการคำตอบไม่ชัดเจน คำตอบไม่ถูกต้อง
0 (ปรับปรุง)	ไม่แสดงผลประกอบการคำตอบ คำตอบไม่ถูกต้อง หรือ ไม่มีการตอบ คำถาม

สมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ความหมายสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2560, หน้า 4) กล่าวว่า สมรรถนะด้านการสื่อสาร
เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้

ความเข้าใจ ความรู้สึก และทักษะของตนเองเพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสาร และประสบการณ์ อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหา ความขัดแย้งต่าง ๆ การเลือกรับหรือไม่รับข้อมูลข่าวสารด้วยหลักเหตุผลและความถูกต้อง ตลอดจน การเลือกใช้วิธีการสื่อสาร ที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม

Thurber (1976, p. 513) กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการตั้ง สถานการณ์ในกิจกรรมการเขียนหรือพูดในเรื่องประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เมื่อนักเรียนได้ฝึกหัดเพิ่มมากขึ้น จะส่งผลให้นักเรียนมีพลังในการคิดด้วยตนเอง

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา [NCTM] (1989, p. 214) กล่าวว่า การสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้ศัพท์ ภาษา โครงสร้าง และสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม เพื่อเป็น การแสดงแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิดของนักเรียน

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 56) ได้ให้ความหมายในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่าเป็น ความสามารถในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเอง ให้ผู้อื่นได้รับรู้

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555, หน้า 120) กล่าวว่า ความหมายการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ เป็นความสามารถจัดระบบและอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ของตน ให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม และสมเหตุสมผล ซึ่งการอธิบายแนวทางคณิตศาสตร์ สามารถอธิบายได้โดยการพูด การเขียน และการนำเสนอแนวคิด นอกจากนี้การสื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์ และการนำเสนอเป็นการสื่อสารที่ใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ สมการ อสมการ ฟังก์ชัน และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาช่วยในสื่อความหมายและการนำเสนอ นอกเหนือไปจาก การนำเสนอผ่านการพูด และเขียน

สำนักทดสอบทางการศึกษา (2555, หน้า 1) กล่าวว่า สมรรถนะ หมายถึง การแสดงออก ของบุคคลที่เป็นผลมาจากการส่งเสริมและพัฒนาด้านความรู้ ทักษะ และคุณลักษณะพื้นฐาน

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 186) กล่าวว่า ความหมายการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการถ่ายทอดข่าวสารจากผู้ส่งสารไปยังผู้รับสาร โดยการนำเสนอผ่าน การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การแสดงท่าทาง โดยการใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ สมการ ฟังก์ชันและ แบบจำลองตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาช่วยในการสื่อความหมาย

ส่วนวิชาการและมาตรฐานการศึกษาท้องถิ่น (ม.ป.ป., หน้า 7) ได้วิเคราะห์ความหมาย นิยามปฏิบัติการ และตัวชี้วัดของสมรรถนะความสามารถในการสื่อสาร ดังตารางที่ 2-8

ตารางที่ 2-8 ความหมาย นิยามปฏิบัติการ และตัวชี้วัดของสมรรถนะความสามารถในการสื่อสาร

สมรรถนะ	ความหมาย	นิยามปฏิบัติการ	ตัวชี้วัดของสมรรถนะ
ความสามารถในการสื่อสาร	ความสามารถในการสื่อสาร หมายถึง การแสดงออกในการส่งสารที่มีประสิทธิภาพ เพื่อถ่ายทอดเรื่องราว ความรู้สึก ประสบการณ์ รวมถึงการเลือกรับและ ส่งสาร ด้วยวิธีการที่เหมาะสมและถูกต้อง	1. พูด เขียน ใน การถ่ายทอดเรื่องราว ความรู้สึกประสบการณ์ ของตนเอง 2. ฟัง อ่าน เรื่องราว ข่าวสารอย่างถูกต้อง และเข้าใจ 3. เลือกวิธีการรับและ ส่งสารอย่างมี วิจารณญาณ	1. พูด เขียน ถ่ายทอดความคิด ความรู้สึก ทักษะคติ และ ประสบการณ์ของตนเอง อย่างถูกต้องและเหมาะสม 2. จับใจความสำคัญจาก การฟัง อ่าน เรื่องราวข่าวสาร ข้อมูลต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง 3. เลือกวิธีการสื่อสารที่เหมาะสมมี ประสิทธิภาพ 4. เลือกรับและไม่รับข้อมูล ข่าวสาร อย่างมีเหตุผล

จากความหมายสมรรถนะด้านความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าเป็นการแสดงออกของบุคคลในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยใช้ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์หรืออื่น ๆ โดยการพูด การเขียน เพื่อสื่อความหมายด้วยวิธีการที่เหมาะสมและถูกต้อง

ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

Mumme and Shepherd (1993, pp. 7-9) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น เกิดความเข้าใจในคณิตศาสตร์เชิงลึก และทำให้นักเรียนมีแนวทางในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย
2. ช่วยให้นักเรียนเกิดการแบ่งปันความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
3. ช่วยส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่เอื้อประโยชน์ต่อการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนได้พูด และรับฟังผู้อื่น ซึ่งเป็นการช่วยส่งเสริมการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนด้วยกัน
4. ช่วยให้ครูได้รับรู้ถึงความคิด ความเข้าใจของนักเรียนจากสิ่งที่นักเรียนอธิบาย หรือแสดงเหตุผล

Rowan and Morrow (1993, p. 7) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มากขึ้น

2. ช่วยให้นักเรียนสามารถแบ่งปันความเข้าใจของตนเองกับเพื่อนได้
3. ช่วยให้นักเรียนมีความเป็นตัวของตัวเองมากขึ้นในฐานะของนักเรียน
4. ช่วยให้ผู้บรรยายในการเรียนดูอบอุ่นมากยิ่งขึ้น
5. ช่วยให้ผู้ครูเข้าใจความคิดของนักเรียนมากยิ่งขึ้น

Kennedy and Tipps (1994, p. 184) กล่าวว่า ความสำคัญของการเรียนการสอน
 คณิตศาสตร์ คือ การให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพราะการสื่อสาร
 จะเป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล ความรู้ และสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
 และเป็นการนำเสนอแนวคิด แลกเปลี่ยนความรู้

Bicknell (1999 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคอง, 2553, หน้า 57) ได้กล่าวถึง การสื่อสารทาง
 คณิตศาสตร์มีความสำคัญ ดังนี้

1. ทำให้เกิดความเข้าใจร่วมกันระหว่างนักเรียน ทำให้เข้าใจงานที่ทำตรงกัน
2. ทำให้การเรียนรู้เป็นบริบทของการพูดจากัน
3. ทำให้เพิ่มความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้กับทั้งผู้สื่อสาร และผู้รับสาร
4. ช่วยให้ผู้ครูมองเห็นความเข้าใจของนักเรียนซึ่งจะทำให้วางแผนจัดการเรียนรู้ได้อย่าง

เหมาะสม

Reys et al. (2001, p. 83) ให้ความหมายว่า การสื่อสารเป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพสำหรับ
 การรวบรวมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งการพูดและการเขียน เพื่อแสดงและอธิบายแนวความคิด
 แลกเปลี่ยนแนวคิดกับคนอื่น ซึ่งนักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้มีการสื่อสารแนวคิดทาง
 คณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย เช่น การสื่อสารด้วยภาพ การแสดงท่าทาง การเขียนกราฟ
 การเขียนแผนภูมิ และการใช้สัญลักษณ์ไปพร้อมกับการใช้คำทั้งการพูดและการเขียน

สสวท. (2555 ก, หน้า 59)) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญที่จะช่วย
 ให้นักเรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้
 อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีประสิทธิภาพ การที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายหรือเขียน
 แลกเปลี่ยนความรู้ ความคิดเห็น ขอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนรู้คณิตศาสตร์
 ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างลึกซึ้งและจดจำได้นานมากยิ่งขึ้น

จากความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า ความสำคัญของ
 การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความเข้าใจ สามารถ
 สร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถสื่อสารแนวคิดให้กับผู้อื่นเข้าใจได้ และ
 การเขียน เป็นส่วนสำคัญในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ช่วยทำให้นักเรียนมีความชัดเจนใน
 แนวคิด

แนวทางการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

Rowan and Morrow (1993, pp. 9-11) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ครูควรนำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้นักเรียนได้อธิบายถึงสิ่งที่พบเห็น
 2. ครูควรใช้เนื้อหา เรื่องราวหรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน เช่น สื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง จะช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของนักเรียนจะทำให้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นไปได้อย่างสมบูรณ์
 3. ครูควรใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิด จะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด และแสดงการตอบสนองออกมา เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย และคิดอย่างสร้างสรรค์ รวมไปถึงการให้นักเรียนได้ตั้งคำถามให้กับตนเอง ซึ่งจะนำไปสู่การค้นพบตามที่เขาสงสัย
 4. ครูควรให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด การเขียนสื่อสารแนวคิดเป็นสิ่งสำคัญ และควรให้นักเรียนได้ฝึกเขียนแสดงแนวคิดของตนเอง เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนอธิบาย นั่นคือ เป้าหมายของการเขียน ซึ่งจะต้องชี้แจงกับนักเรียนให้ชัดเจน
 5. ครูควรใช้กระบวนการกลุ่มแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน การให้นักเรียนนั่งเป็นแถว และนั่งประจำโต๊ะของตนเอง ไม่ได้ส่งเสริมให้เกิดการอภิปราย การจัดกลุ่มให้นักเรียนได้ร่วมมือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้ เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่มเป็นการส่งเสริมการสื่อสารโดยตรง
 6. ครูควรใช้การชี้แนะโดยตรงและชี้แนะโดยอ้อม การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียน การบริหารและการจัดการระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนได้เห็นถึงสิ่งที่คาดหวัง และมาตรฐานของการเรียนรู้ เพื่อที่นักเรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นได้อย่างไม่ต้องกังวล
- สสวท. (2551, หน้า 74-75) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า
1. ครูควรให้นักเรียนมีโอกาสได้ซักถามหลังจากฟังคำอธิบาย และนำเสนอแนวคิดหรือเหตุผลที่ต่างออกไป หรือได้ลองลงมือปฏิบัติ
 2. ครูควรให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้สื่อสาร ได้รับคำติชมทันทีที่เป็นไปได้ ทั้งนี้เพื่อจะได้รับทราบว่าผู้รับสารสามารถรับสารได้ดีเพียงใด
 3. ครูควรให้นักเรียนมีความรู้สึกภูมิใจและประสบการณ์ที่เป็นความสำเร็จ

4. ครูควรให้นักเรียนมีโอกาสได้รับสารที่ละน้อย จนเข้าใจในเนื้อหาของสารที่จะได้รับ อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 58) ได้เสนอแนวทางการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ว่า ครูควรเริ่มจากสิ่งที่ย่อย ๆ เช่น ครูควรฝึกให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นทางคณิตศาสตร์โดยใช้ภาษาของตนเองในลักษณะที่ไม่เป็นทางการ ซึ่งเป็นความรู้ที่นักเรียนสร้างขึ้นหรือรับมา ลำดับต่อไป ให้นักเรียนฝึกสื่อสารอย่างเป็นทางการ ซึ่งเป็นภาษาที่ใช้เรียนหรือแสดงสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นสากล อย่างไรก็ตาม ไม่ว่าจะเป็นการสื่อสารในลักษณะใด หากครูต้องการฝึกทักษะการสื่อสารให้กับนักเรียน ครูควรลดเวลาในการพูดของตนเองให้น้อยลง เพื่อที่นักเรียนจะได้สื่อสารกันมากขึ้น และสามารถพัฒนาทักษะการสื่อสารได้ดีขึ้น

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555, หน้า 122-124) ได้เสนอแนวทางการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านกระบวนการอ่าน การพูด การเขียน และการนำเสนอแนวคิด

2. ครูควรจัดบรรยากาศหรือสภาพห้องเรียนที่เอื้อต่อการส่งเสริมให้นักเรียนได้มีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย การแสดงเหตุผลร่วมกับเพื่อนในชั้นเรียน ซึ่งเป็นวิธีการที่ทำให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ค้นหาคำตอบร่วมกัน รวมถึงการให้คำแนะนำจากครู จะทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งในความคิดของตนเอง

3. ครูควรใช้เนื้อหาหรือเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้เห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต และทำให้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นไปได้อย่างสมบูรณ์

4. ครูควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง โดยคำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามปลายเปิด เช่น “คิดอย่างไรเกี่ยวกับ...” ซึ่งล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดการคิดอย่างหลากหลายและสามารถนำแนวคิดนั้นมาสื่อสารและแลกเปลี่ยนความรู้กับผู้อื่น หรือบางครั้งอาจให้นักเรียนอธิบายกระบวนการหรือวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบ โดยให้เขียนเป็นประโยคสั้น ๆ เช่น ทำอย่างไร ผลเป็นเช่นไร ทำไมเป็นเช่นนั้น

จากแนวทางการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ครูควรเลือกเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับความสนใจของนักเรียน และเป็นเนื้อหาที่ใกล้ตัวกับนักเรียนเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมนั้น ๆ พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านการอ่าน การพูด การเขียน และการนำเสนอแนวคิด โดยการใช้กระบวนการกลุ่ม และช่วยเหลือกัน

การวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การประเมินสมรรถนะด้านความสามารถในการสื่อสาร

สำนักทดสอบทางการศึกษา (2555, หน้า 18-20) ได้กำหนดเกณฑ์การประเมินคุณภาพ (Rubric) สำหรับครูประเมินนักเรียนในการประเมินสมรรถนะสำคัญของนักเรียนตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ไว้ดังตารางที่ 2-9

ตารางที่ 2-9 เกณฑ์คุณภาพในการประเมินสมรรถนะด้านความสามารถในการสื่อสาร ตัวชี้วัดที่ 1 ใช้ภาษาถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจ ความคิด ความรู้สึก และทัศนคติของตนเองด้วยการพูดและการเขียน

พฤติกรรมบ่งชี้	ระดับคุณภาพ			
	ดีเยี่ยม (3)	ดี (2)	พอใช้/ ผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ (1)	ปรับปรุง (0)
1. พุฒถ่ายทอดความรู้	พุฒถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจจากสารที่อ่าน ฟัง ดู ด้วย ภาษาของตนเองได้อย่างชัดเจน	พุฒถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจจากสารที่อ่าน ฟัง หรือดู ด้วย ภาษาของตนเองได้ อย่างชัดเจนแต่ขาดความคล่องแคล่ว	พุฒถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจ จากสารที่อ่าน ฟัง หรือดู ด้วยภาษาของตนเองได้บ้าง	ไม่สามารถพุฒถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจจากสารที่อ่าน ฟัง หรือดู ด้วยภาษาของตนเองหรือพุฒได้
2. พุฒถ่ายทอดความคิด	พุฒถ่ายทอดความคิด ความรู้สึกและทัศนคติ จากสารที่อ่าน ฟัง หรือดู ตามที่กำหนด ได้อย่างสมเหตุสมผล	พุฒถ่ายทอดความคิด ความรู้สึก และทัศนคติ จากสารที่อ่าน ฟัง หรือดู ตามที่กำหนด ได้อย่างมีเหตุผล ด้วย ภาษาของตนเองได้	พุฒถ่ายทอด ความคิด ความรู้สึก และทัศนคติจากสารที่อ่าน ฟัง หรือดู ด้วย ภาษาของตนเองได้บ้างโดยมีเหตุผลไม่เพียงพอ	พุฒถ่ายทอด ความคิด ความรู้สึก และทัศนคติจากสารที่อ่าน ฟัง หรือดู ตามแบบ

ตารางที่ 2-9 (ต่อ)

พฤติกรรมบ่งชี้	ระดับคุณภาพ			
	ดีเยี่ยม (3)	ดี (2)	พอใช้/ ผ่านเกณฑ์ ขั้นต่ำ (1)	ปรับปรุง (0)
3. เขียน ถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจจาก สารที่อ่าน ฟัง หรือดูด้วยภาษา ของตนเองได้	เขียนถ่ายทอด ความรู้ ความเข้าใจ จากสารที่อ่าน ฟัง ดู ด้วยภาษาของ ตนเองได้ใจความ ครอบคลุม ครบถ้วน และ ถูกต้องตาม หลักการใช้ภาษา	เขียนถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจจากสารที่ อ่าน ฟัง ดู ด้วยภาษา ของตนเองได้ใจความ สำคัญเป็นส่วนใหญ่ แต่ไม่ครบถ้วน สมบูรณ์ และมี ข้อบกพร่องในการใช้ ภาษา วรรคตอนและ การเขียนคำไม่เกิน 2 แห่ง	เขียนถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจจากสารที่ อ่าน ฟัง ดู ด้วยภาษา ของตนเองได้ใจความ สำคัญเป็นบางส่วน และมีข้อบกพร่องใน การใช้ภาษา วรรคตอน และ การเขียนคำตั้งแต่ 3 แห่ง แต่ไม่เกิน 5 แห่ง	เขียนถ่ายทอด ความรู้ ความเข้าใจจาก สารที่อ่าน ฟังหรือ ดูตามแบบ
4. เขียน ถ่ายทอด ความคิด ความรู้สึกและ ทัศนะของ ตนเองจากสาร ที่อ่าน ฟังหรือดู ด้วยภาษาของ ตนเองได้	เขียนถ่ายทอด ความคิด ความรู้สึก และทัศนะของ ตนเองจากสาร ที่อ่าน ฟัง หรือดู ด้วยภาษาของ ตนเองได้ใจความ ครอบคลุม ครบถ้วนและ ถูกต้องตาม หลักการใช้ภาษา	เขียนถ่ายทอดความคิด ความรู้สึกและทัศนะ ของตนเองจากสารที่ อ่าน ฟัง หรือดู ด้วย ภาษาของตนเองได้ ใจความสำคัญเป็น ส่วนใหญ่แต่ไม่ ครบถ้วนสมบูรณ์และ มีข้อบกพร่องใน การใช้ภาษา วรรคตอน และการเขียนคำไม่เกิน 2 แห่ง	เขียนถ่ายทอดความคิด ความรู้สึกและทัศนะ ของตนเองจากสารที่ อ่าน ฟัง หรือดู ด้วย ภาษาของตนเองได้ ใจความสำคัญเป็น บางส่วนและมี ข้อบกพร่องในการ ใช้ ภาษา วรรคตอน และ การเขียนคำตั้งแต่ 3 แห่ง แต่ไม่เกิน 5 แห่ง	เขียนถ่ายทอด ความคิด ความรู้สึกและ ทัศนะของตนเอง จากสารที่อ่าน ฟัง หรือดูตามแบบ

ตารางที่ 2-10 เกณฑ์คุณภาพในการประเมินสมรรถนะด้านความสามารถในการสื่อสาร
ตัวชี้วัดที่ 2 พุดเจรจาต่อรอง

พฤติกรรมบ่งชี้	ระดับคุณภาพ			
	ดีเยี่ยม (3)	ดี (2)	พอใช้/ ผ่านเกณฑ์ ขั้นต่ำ (1)	ปรับปรุง (0)
1. พุดเจรจา โน้มน้าว ได้อย่าง เหมาะสมตาม สถานการณ์เพื่อ ประโยชน์ต่อตนเอง และสังคม	พุดเจรจาโน้มน้าว ทำให้ผู้อื่นคล้อยตาม ในวัตถุประสงค์ที่ ประโยชน์ต่อตนเอง และสังคมได้สำเร็จ ทุกสถานการณ์	พุดเจรจาโน้มน้าว ทำให้ผู้อื่นคล้อยตาม ในวัตถุประสงค์ที่เป็น ประโยชน์ต่อตนเอง และสังคมได้สำเร็จ บางสถานการณ์	พุดเจรจาโน้มน้าว ทำให้ผู้อื่นคล้อย ตามใน วัตถุประสงค์ที่ เป็นประโยชน์ต่อ ตนเองได้สำเร็จ	พุดเจรจา โน้มน้าวให้ผู้อื่น คล้อยตาม ไม่สำเร็จ
2. พุดเจรจาต่อรอง ได้อย่างเหมาะสม ตามสถานการณ์เพื่อ ประโยชน์ต่อตนเอง และสังคม	พุดเจรจาต่อรอง ทำให้ผู้อื่นคล้อยตาม ในวัตถุประสงค์ที่ ประโยชน์ต่อตนเอง และสังคมได้สำเร็จ ทุกสถานการณ์	พุดเจรจาต่อรอง ทำให้ผู้อื่นคล้อยตาม ในวัตถุประสงค์ที่ ประโยชน์ต่อตนเอง และสังคมได้สำเร็จ บางสถานการณ์	พุดเจรจาต่อรอง ทำให้ผู้อื่น คล้อยตาม ในวัตถุประสงค์ ที่ประโยชน์ต่อ ตนเองได้สำเร็จ	พุดเจรจาต่อรอง ให้ผู้อื่น คล้อยตาม ไม่สำเร็จ

ตารางที่ 2-11 เกณฑ์คุณภาพในการประเมินสมรรถนะด้านความสามารถในการสื่อสาร
ตัวชี้วัดที่ 3 เลือกรับหรือไม่รับข้อมูลข่าวสาร

พฤติกรรมบ่งชี้	ระดับคุณภาพ			
	ดีเยี่ยม (3)	ดี (2)	พอใช้/ ผ่านเกณฑ์ ขั้นต่ำ (1)	ปรับปรุง (0)
1. รับรู้ข้อมูล ข่าวสารที่เป็น ประโยชน์	รับรู้ข้อมูลข่าวสาร ที่เป็นประโยชน์จาก แหล่งต่าง ๆ ได้ ถูกต้องและเหมาะสม ด้วยตนเองทุกครั้ง	รับรู้ข้อมูลข่าวสาร ที่เป็นประโยชน์จาก แหล่งต่าง ๆ ได้ถูกต้อง และเหมาะสมด้วย ตนเองเป็นบางครั้ง	รับรู้ข้อมูลข่าวสาร ที่เป็นประโยชน์จาก แหล่งต่าง ๆ ตามที่ ผู้อื่นชี้แนะ	รับข้อมูลข่าวสาร ทุกประเภทโดย ไม่จำแนก แยกแยะ

ตารางที่ 2-11 (ต่อ)

พฤติกรรมบ่งชี้	ระดับคุณภาพ			
	ดีเยี่ยม (3)	ดี (2)	พอใช้/ ผ่านเกณฑ์ ขั้นต่ำ (1)	ปรับปรุง (0)
2. ตัดสินใจเลือกหรือเลือกรับหรือไม่รับข้อมูล	ตัดสินใจเลือกรับหรือไม่รับ ข้อมูล	ตัดสินใจเลือกรับหรือไม่รับ ข้อมูล	ตัดสินใจเลือกรับหรือไม่รับ ข้อมูล	ตัดสินใจเลือกรับหรือไม่รับ ข้อมูล
ไม่รับข้อมูล	ข่าวสาร โดยคำนึงถึง	ข่าวสาร โดยคำนึงถึง	ข่าวสาร โดยคำนึงถึง	ข่าวสาร ตาม
ข่าวสารได้อย่าง	ประโยชน์ที่มีต่อ	ประโยชน์ที่มีต่อ	ประโยชน์ที่มีต่อ	ความต้องการ
มีเหตุผล	การพัฒนาตนเอง และ	การพัฒนาตนเอง	การพัฒนาตนเอง	ของตนเอง โดย
	ส่วนรวมอย่างมี	และส่วนรวมอย่างมี	หรือส่วนรวม	ไม่ ใดตรง
	เหตุผลประกอบ	เหตุผลประกอบ	โดยมีเหตุผล	
	ในทุก ๆ ครั้ง	เป็นบางครั้ง	ประกอบบางครั้ง	

ตารางที่ 2-12 เกณฑ์คุณภาพในการประเมินสมรรถนะด้านความสามารถในการสื่อสาร
ตัวชี้วัดที่ 4 เลือกใช้วิธีการสื่อสาร

พฤติกรรมบ่งชี้	ระดับคุณภาพ			
	ดีเยี่ยม (3)	ดี (2)	พอใช้/ ผ่านเกณฑ์ ขั้นต่ำ (1)	ปรับปรุง (0)
1. เลือกใช้วิธีการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพ	เลือกใช้วิธีการสื่อสารที่เหมาะสมและคุ้มค่า	เลือกใช้วิธีการสื่อสารที่เหมาะสมและคุ้มค่า	เลือกใช้วิธีการสื่อสารที่เหมาะสม	เลือกใช้วิธีการสื่อสารกับ
โดยคำนึงถึง	กับลักษณะข้อมูล	กับลักษณะข้อมูล	กับลักษณะข้อมูล	ลักษณะข้อมูล
ผลกระทบบทที่มี	ข่าวสาร โดยคำนึงถึง	ข่าวสาร โดย คำนึงถึง	ข่าวสาร โดย	ข่าวสาร โดยไม่
ต่อตนเองและ	ผลที่จะเกิดขึ้นต่อ	ผลที่จะเกิดขึ้นต่อ	คำนึงถึงผลที่จะ	คำนึงถึงผลที่จะ
ตั้งคม	ตนเองและตั้งคม	ตนเองและตั้งคมเป็น	เกิดขึ้นต่อตนเอง	เกิดขึ้นต่อตนเอง
	ทุกครั้ง	บางครั้ง	หรือตั้งคม	และตั้งคม

การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

Kennedy and Tipps (1994, p. 112) ได้เสนอว่า การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 3 ด้าน คือ ภาษาทางคณิตศาสตร์ การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และความชัดเจนของการนำเสนอ

สสวท. (2546, หน้า 124) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
ดังตารางที่ 2-13

ตารางที่ 2-13 เกณฑ์การให้คะแนนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของ สสวท. (2546)

คะแนน/ ความหมาย	การสื่อสารทางคณิตศาสตร์
4 (ดีมาก)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิหรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอนได้เป็นระบบ กระชับ ชัดเจน และมีรายละเอียดสมบูรณ์
3 (ดี)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิหรือตารางแสดงข้อมูลประกอบขั้นตอนได้ถูกต้อง ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์
2 (พอใช้)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ พยายามนำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิหรือตารางแสดงข้อมูลประกอบ ชัดเจนบางส่วน
1 (ต้องปรับปรุง)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างง่าย ๆ ไม่ได้ใช้กราฟ แผนภูมิหรือตารางเลย และนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน
0 (ไม่พยายาม)	ไม่นำเสนอ

สสวท. (2551, หน้า 206) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้
ดังตาราง 2-14

ตารางที่ 2-14 เกณฑ์การให้คะแนนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของ สสวท. (2551)

ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
3 (ดี)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิหรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามขั้นตอนชัดเจน และมีรายละเอียดสมบูรณ์
2 (พอใช้)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิหรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามขั้นตอนชัดเจนบางส่วน และแต่ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์
1 (ต้องปรับปรุง)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างง่าย ๆ ไม่ได้ใช้กราฟ แผนภูมิหรือตาราง และการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้เห็นถึงความสำคัญสมรรถนะด้านความสามารถในการสื่อสารตัวชี้วัดที่ 1 คือ ใช้ภาษาถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจ ความคิด ความรู้สึกและทัศนะของตนเองด้วยการเขียน โดยผู้วิจัยนำหลักเกณฑ์ต่าง ๆ มาประยุกต์ใช้กับเกณฑ์การให้คะแนนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องและเหมาะสมกับการวิจัยครั้งนี้ โดยมีเกณฑ์ดังตารางที่ 2-15

ตารางที่ 2-15 เกณฑ์การให้คะแนนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 (ดีมาก)	เขียนอธิบายแนวคิด โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน ครบถ้วน คำตอบถูกต้อง
2 (ดี)	เขียนอธิบายแนวคิด โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง
1 (พอใช้)	พยายามเขียนอธิบายแนวคิด โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แต่ไม่ถูกต้อง หรือเขียนอธิบายแนวคิดโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน แต่คำตอบไม่ถูกต้อง
0 (ปรับปรุง)	ไม่เขียนอธิบายแนวคิด คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการตอบคำถาม

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยต่างประเทศ

Carpenter et al. (1989) ได้ศึกษาผลการใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) กลุ่มตัวอย่างเป็นครูชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 40 คน จาก 24 โรงเรียน โดยสุ่มครู 20 คน ใช้การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) และครูอีก 20 คน ใช้การสอนแบบปกติ โดยมีการประเมินผลจากความสามารถในการคำนวณและการแก้ปัญหา และมีการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่า คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เท่ากับ 8.6 คะแนน ส่วนคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติเท่ากับ 7.8 คะแนน นักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา 5.61 ซึ่งสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติที่มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 5.38

Vaillasener and Kepner (1993) ได้ศึกษาการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ในโรงเรียนขนาดใหญ่แถบตะวันตกตอนกลาง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน จำนวน 144 คน โดยใช้การเรียนการสอนแนะให้รู้คิด และกลุ่มควบคุม 144 คน สอนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ คือ

แบบทดสอบวัดความสามารถทางเลขคณิต จากนั้นทำการสัมภาษณ์นักเรียนเป็นรายบุคคลเพื่อประเมินขั้นตอนและวิธีการที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทั้งปัญหาที่เป็นประเภทตัวเลข และเป็นโจทย์ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้การเรียนการสอนและให้รู้คิดได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่มีลักษณะเป็น โจทย์ปัญหาสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยคะแนนเฉลี่ยของนักเรียน คือ 9.41 ต่อ 3.18 คะแนน จากคะแนนเต็ม 14 คะแนน 2) นักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้การเรียนการสอนและให้รู้คิดได้คะแนนจากการสัมภาษณ์ถึงขั้นตอนและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเป็น โจทย์ปัญหาสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยคะแนนเฉลี่ยของนักเรียน คือ 5.44 คะแนนต่อ 2.93 คะแนน จากคะแนนเต็ม 6 คะแนน 3) นักเรียนในชั้นที่ใช้การเรียนการสอนและให้รู้คิดได้คะแนนจากการสัมภาษณ์ถึงขั้นตอนและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่เป็นตัวเลขสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยคะแนนเฉลี่ยของนักเรียน คือ 4.68 คะแนน ต่อ 3.00 คะแนน จากคะแนนเต็ม 5 คะแนน

Carss (2007) ได้ศึกษาผลของการเรียนการสอนด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ต่อความสำเร็จจากการอ่านระหว่างชั่วโมงการเรียนในชั้นเรียนของนักเรียนเกรด 6 โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 6 คน นักเรียนกลุ่มหนึ่งอ่านหนังสือที่เกินระดับอายุ และอีกกลุ่มหนึ่งอ่านหนังสือที่ต่ำกว่าระดับอายุของตน ซึ่งจะมีการทดสอบก่อนและหลังการใช้เทคนิคเพื่อนคู่คิด พบว่า การใช้เทคนิคเพื่อนคู่คิดมีผลต่อความสำเร็จในการอ่าน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกลุ่มนักเรียนที่อ่านหนังสือเกินระดับอายุ คือ การใช้ภาษา การคิด เพราะเทคนิคเพื่อนคู่คิดเน้นในด้านการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน จึงทำให้การอ่านมีความเข้าใจง่ายขึ้น เทคนิคเพื่อนคู่คิดจึงเป็นเครื่องมือที่ส่งเสริมในด้านการพัฒนาความคิด การสร้างความรู้ และด้านสังคม ซึ่งสามารถปรับให้เหมาะสมกับการเรียนรู้และความต้องการของนักเรียน

Hendricks (2013) ได้ศึกษาการเรียนการสอนแบบและให้รู้คิด (CGI) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 104 คน ที่ได้รับการทดสอบตั้งแต่ปี พ.ศ. 2550 ถึงปี พ.ศ. 2553 โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 53 คน และกลุ่มควบคุม 51 คน วิเคราะห์ผลโดยใช้ ANCOVA พบว่า ระหว่างคะแนนทางคณิตศาสตร์จากกลุ่มทดลอง $M = 841.09$ สูงกว่าคะแนนของนักเรียนกลุ่มควบคุม $M = 820.80$ แสดงให้เห็นว่า การสอนและให้รู้คิดเป็นเครื่องมือที่ช่วยในการปรับปรุงการสอน ซึ่งมีอิทธิพลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน และสภาพแวดล้อมของโรงเรียน การมีส่วนร่วม ของนักเรียน ทำให้นักเรียนมีการสื่อสารกันในห้องเรียนนำไปสู่การเพิ่มความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และการคิด

Sampsel (2013) ได้ศึกษาการใช้เทคนิค Think-pair-share ที่มีผลต่อความมั่นใจ ในความสามารถทางคณิตศาสตร์ ความมั่นใจในการอภิปราย และการมีส่วนร่วมในการอภิปราย ในชั้นเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า ในสัปดาห์แรกของการศึกษาที่ไม่ได้ใช้เทคนิค Think-pair-share มีจำนวนนักเรียนที่แสดงความคิดเห็น อภิปรายในการเรียนคณิตศาสตร์ เฉลี่ยคือ 23.75 และจำนวนคำที่นักเรียนใช้อธิบาย อภิปรายโดยเฉลี่ยคือ 3.75 สัปดาห์ที่สองในขณะที่ใช้เทคนิค Think-pair-share จำนวนนักเรียนที่แสดงความคิดเห็น อภิปรายในการเรียนคณิตศาสตร์ เฉลี่ยคือ 28.25 และจำนวนคำที่นักเรียนใช้อธิบาย อภิปราย โดยเฉลี่ยคือ 7 จึงสรุปได้ว่า นักเรียนมีส่วนร่วม ในการแสดงความคิดเห็น อธิบายในชั้นเรียนเพิ่มขึ้น และมีความมั่นใจในการอภิปรายเพิ่มขึ้น และ นักเรียนรู้สึกสบายใจที่มีการจัดการเรียนการสอน โดยใช้เทคนิค Think-pair-share

Sanjani (2015) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการพูดภาษาอังกฤษของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาเกรด 8 จำนวน 33 คน พบว่า การใช้เทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) สามารถ ช่วยให้นักเรียนมีความมั่นใจยิ่งขึ้นที่จะพูดภาษาอังกฤษ และมีความคุ้นเคยกับภาษาอังกฤษทั้งใน ด้านคำศัพท์ การฝึกออกเสียง ซึ่งนักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนการสอนมากขึ้น จากคะแนนเฉลี่ย ก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอน โดยใช้เทคนิคเพื่อนคู่คิด เท่ากับร้อยละ 58.55 และเมื่อได้รับการจัดการเรียนการสอน โดยใช้เทคนิคเพื่อนคู่คิด คะแนนเฉลี่ยเท่ากับร้อยละ 77.60

งานวิจัยในประเทศ

ปรีชา พิมพ์แก้ว (2550) ได้ศึกษาลักษณะของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในแก้ปัญหาหลายเปิด ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 2 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน พบว่า นักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม มีลักษณะทางการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ลักษณะที่ 1 ความถูกต้องแม่นยำของการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ ตนเองได้อย่างเป็นระบบ มีเหตุผลอย่างชัดเจน ลักษณะที่ 2 ความคุ้มค่าของการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ นักเรียนเสนอความคิดเห็นหรือวิธีการที่เสนอต่อสมาชิกภายในกลุ่มนั้นมีการเสนอ ความคิดเห็นหรือวิธีการสั้น ๆ แต่สามารถทำให้สมาชิกภายในกลุ่มเดียวกันเข้าใจแนวคิด อีกทั้ง เป็นแนวคิดที่มีเหตุผลที่เกิดจากมุมมองของนักเรียนเอง ลักษณะที่ 3 ความเป็นอิสระของการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือวิธีการอย่างหลากหลาย และมี ความแตกต่างจากเพื่อน ซึ่งเป็นความคิดเห็นหรือวิธีการที่เกิดจากมุมมองของนักเรียนเอง

ธัชณี ภูพัชรกุล (2551) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างวิธีสอนแบบนิรนัยร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค เพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) และวิธีสอนแบบปกติ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างวิธีสอนแบบนิรนัยร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคเพื่อนคู่คิดสูงกว่านักเรียนที่ใช้วิธีสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2551) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษา เป็นนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 45 คน พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01

ขวัญ เพี้ยซ้าย (2553) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า นักเรียนที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่ผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 และมีพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 2 ขึ้นไป เป็นส่วนใหญ่

ระพีพัฒน์ แก้วอำ (2553) ได้ศึกษากิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เน้นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 40 คน พบว่า นักเรียนมีพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี มีมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดด้วยความเชื่อมั่นร้อยละ 99 เนื้อหาที่นักเรียนแสดงพฤติกรรมการให้เหตุผลมากที่สุด คือ เรื่อง โอกาสของเหตุการณ์และเนื้อหาที่นักเรียนแสดงพฤติกรรมการให้เหตุผลน้อยที่สุด คือ เรื่อง เหตุการณ์และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และความรู้ทางคณิตศาสตร์และความรู้ด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงในทิศทางตามกันในระดับค่อนข้างมากที่สุด

วาริ ชนะคำดี (2555) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือ เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผล ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแนะให้รู้จักคิดร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 71.03

ธัญญารัตน์ ตรีวงศ์ (2556) ได้ศึกษาการเสริมสร้างทักษะกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการและการแก้สมการของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้การเรียน การสอนแนะให้รู้จักคิด (ซีจีไอ) พบว่า นักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิดมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และระดับการคิดของ

นักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนแนะให้รู้จักสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการเรียน การสอนแบบปกติ ซึ่งนักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนแนะให้รู้จักจะใช้วิธีที่หลากหลายมากกว่าในการแก้ปัญหา

สุบรรณ ตั้งศรีเสรี (2556) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้วิธีสอนแบบค้นพบจากการชี้แนะร่วมกับเทคนิค Think-pair-share ที่มีต่อความสามารถในการสื่อสารและ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า ความสามารถในการสื่อสารและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีสอนแบบค้นพบจากการชี้แนะร่วมกับเทคนิค Think-pair-share สูงกว่าการจัดการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อำภรณ์ ผลาวรรณ (2556) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความตระหนักในการรู้จัก และความมีวินัยในตนเอง ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียน การสอนแบบแนะให้รู้จัก สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และสูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ยุวลักษณ์ ธรรมธราอนุรักษ์ (2557) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยเทคนิค Think-pair-share ร่วมกับคำถามปลายเปิด เรื่อง การสังเคราะห์ด้วยแสง ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า นักเรียนมีคะแนนการคิดวิเคราะห์เฉลี่ย 7.83 ซึ่งอยู่ในเกณฑ์คุณภาพ ระดับสูงและนักเรียนมีคะแนนการคิดสังเคราะห์เฉลี่ย 14.94 ซึ่งอยู่ในเกณฑ์คุณภาพระดับสูง และนักเรียนมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 80.08 ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70

ชญญาภรณ์ ชัดทา (2558) ได้ศึกษาการจัดการเรียนการสอนที่เน้นมโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์ ร่วมกับเทคนิค Think-pair-share เรื่อง ตัวประกอบของจำนวนนับ สำหรับนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า ผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ร่วมกับเทคนิค Think-pair-share มีประสิทธิภาพ เท่ากับ 77.19/ 76.28 เป็นไปตามเกณฑ์ 75/ 75

ชุติมา ฉุนอิม และวรินทร์ สุภาพ (2558) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาการคิดเชิง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 27 คน โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแนะ ให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับเทคนิคการใช้คำถามของบาดแฮม (Badham) พบว่า 1) นักเรียนที่เรียน โดยใช้ กิจกรรมการเรียนการสอนแนะให้รู้จักร่วมกับเทคนิคการใช้คำถามของบาดแฮม (Badham) มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อ เปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายด้าน ได้แก่ ด้านการแก้ปัญหา ด้านการให้เหตุผล และด้าน การนำเสนอตัวแทนความคิดของนักเรียน พบว่า หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทาง

สถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนที่เรียน โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด ร่วมกับเทคนิค การใช้คำถามของบาดแฮม (Badham) มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภัทรอร อริชชนพงศ์ (2558) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ที่มีต่อความสามารถในแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิดสูงกว่าเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ทศรินทร์ บุญพร้อม (2559) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาบทเรียนแบบผสมผสาน ด้วยเทคนิคการเรียนการสอนแบบเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) เพื่อส่งเสริมสมรรถนะสำคัญ ของนักเรียนด้านความสามารถในการใช้เทคโนโลยีวิชาเทคโนโลยีสารสนเทศ สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่า บทเรียนแบบผสมผสานด้วยเทคนิคการเรียนรู้อย่างเพื่อนคู่คิด มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์เมทริกซ์ เกณฑ์เท่ากับ 1.20 และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและสมรรถนะ สำคัญของผู้เรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05

สุนีย์ คำควร (2559) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ที่มี ต่อทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและ ปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วีรพล เทพบรรหาร (2560) ได้ศึกษาผลการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบ เชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวทางการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ธัญญา แนวดวง (2561) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนการสอนแบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think-pair-share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ 1 จำนวน 18 คน พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think-pair-share สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศ พบว่า การจัดการเรียนการสอน แนะให้รู้คิด (CGI) และ เทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) เป็นการจัดการเรียนการสอน ที่ส่งเสริมกระบวนการคิดด้วยตนเอง และส่งผลให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาผลการจัดการเรียนการสอน แนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ที่มีต่อความสามารถในการให้ เหตุผล และสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ในระดับชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยดำเนินการทดลองเพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนการสอน
แนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ที่มีต่อความสามารถในการให้
เหตุผล และสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัย
ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย
2. รูปแบบการวิจัย
3. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัด
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษา เขต 7 (นครนายก) ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563
จำนวน 132 โรงเรียน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำลังศึกษา
ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 โรงเรียนวัดประสิทธิเวช จังหวัดนครนายก สำนักงานเขตพื้นที่
การศึกษาประถมศึกษา เขต 7 (นครนายก) จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียนทั้งหมดจำนวน 23 คน
โดยได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)

รูปแบบการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง โดยดำเนินการทดลองแบบ One-group pretest-
posttest design (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538, หน้า 249) เพื่อใช้ในการศึกษา

ผลการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิดร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 3-1

ตารางที่ 3-1 แบบแผนการวิจัย One-group pretest-posttest design

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
ER	T_1	X	T_2

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

ER แทน กลุ่มตัวอย่าง

T_1 แทน การทดสอบก่อนการทดลองโดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

X แทน การจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิดร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

T_2 แทน การทดสอบหลังการทดลองโดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ซึ่งครอบคลุมสาระการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวน 3 แผน ดังนี้

แผนการจัดการเรียนการสอนที่ 1 เรื่อง จำนวนตรรกยะ

แผนการจัดการเรียนการสอนที่ 2 เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

แผนการจัดการเรียนการสอนที่ 3 เรื่อง การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้

ในการแก้ปัญหา

โดยผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาตำรา เอกสาร งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และแนวคิดทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) และเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share)
2. ศึกษาหลักการสอน วิธีสอน การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ และรายละเอียดของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง จากเอกสาร หนังสือคู่มือครูรายวิชาคณิตศาสตร์ พื้นฐานชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)
3. วิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เลขยกกำลัง เพื่อกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ที่มีความสอดคล้องกับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ดังตารางที่ 3-2

ตารางที่ 3-2 การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ของแผนการจัดการเรียนการสอน เรื่อง เลขยกกำลัง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
1	ค 1.1 ม.2/ 1	1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าจำนวนที่	- จำนวนตรรกยะ	3
จำนวนตรรกยะ	เข้าใจและใช้	กำหนดให้เป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่	- การเขียน	
ยะ	สมบัติของ	2. นักเรียนสามารถยกตัวอย่างจำนวน	เศษส่วนให้อยู่ใน	
เลขยกกำลังที่	เลขยกกำลังที่	ตรรกยะได้	รูปทศนิยมซ้ำ	
มีเลขชี้กำลัง	มีเลขชี้กำลัง	3. นักเรียนสามารถเขียนเศษส่วนให้อยู่	- การเขียนทศนิยม	
เป็นจำนวน	เป็นจำนวน	ในรูปทศนิยมซ้ำได้	ซ้ำให้อยู่ในรูป	
เต็ม	เต็มในการ	4. นักเรียนสามารถเขียน	เศษส่วน	
	แก้ปัญหา	ทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูป เศษส่วนได้		
2	คณิตศาสตร์	1. นักเรียนสามารถบอกความหมาย	- ความหมายของ	4
เลขยกกำลังที่	และปัญหาใน	เกี่ยวกับเลขยกกำลังได้	เลขยกกำลัง	
มีเลขชี้กำลัง	ชีวิตจริง	2. นักเรียนสามารถเขียนเลขยกกำลัง	- สมบัติของเลขยก	
เป็นจำนวน		แทนจำนวนที่กำหนดได้	กำลังที่มีเลขชี้	
เต็ม		3. นักเรียนสามารถคูณและหารเลขยก	กำลังเป็นจำนวน	
		กำลังที่มีฐานเดียวกัน และเลขชี้กำลัง	เต็ม	
		เป็นจำนวนเต็มได้		

ตารางที่ 3-2 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
3	ค 1.1 ม.2/ 1	1. นักเรียนสามารถเขียนจำนวน ที่มีค่ามาก ๆ หรือมีค่าน้อย ๆ ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์ วิทยาศาสตร์ได้	- สัญกรณ์ วิทยาศาสตร์ - การนำความรู้ เกี่ยวกับเลขยก กำลังไปใช้ ในการแก้ปัญหา	3
	เข้าใจและใช้ สมบัติของเลข ยกกำลังที่มีเลขชี้ กำลังเป็น จำนวนเต็มใน การแก้ปัญหา คณิตศาสตร์และ ปัญหาในชีวิต จริง	2. นักเรียนสามารถนำความรู้ เรื่องเลขยกกำลังและสมบัติ ของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลัง เป็นจำนวนเต็มมาประยุกต์ใช้ ในการแก้ปัญหาได้		
		รวม		10

4. สร้างแผนการจัดการเรียนการสอนทั้งหมด 3 แผน ใช้เวลาทั้งหมด 10 คาบ โดยในแผนการจัดการเรียนการสอนได้ออกแบบให้นักเรียนได้ใช้การจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) โดยบูรณาการการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ของ Franke and Weishaupt (1998; Carpenter et al., 1999; เวชฤทธิ์ อังคนะภักทรขจร, 2551) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1: นำเสนอสถานการณ์ปัญหา

ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความรู้ของนักเรียน โดยครูใช้คำถาม เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับข้อมูล โจทย์สถานการณ์ที่ครูกำหนดให้

ขั้นที่ 2: วิเคราะห์ข้อมูล

นักเรียนจับคู่คิดออกแบบแนวทางเพื่อหาคำตอบหรือคำอธิบายของปัญหา และลงมือวิเคราะห์ข้อมูล ครูสังเกตการแก้ปัญหาของนักเรียนหากพบว่านักเรียนมีปัญหาครูจะใช้คำถามเพื่อชี้แนะและกระตุ้นการคิดของนักเรียน

ขั้นที่ 3: แลกเปลี่ยนเรียนรู้

นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเกี่ยวกับคำตอบ หรือคำอธิบายของปัญหาภายในคู่ หรือทั้งชั้นและนำเสนอผลที่ได้จากการศึกษา ทั้งนี้ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสะท้อนความคิด

เกี่ยวกับคำตอบของปัญหา แนวทางการหาคำตอบโดยครูอธิบายและให้ความรู้เกี่ยวกับหลักการทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ขั้นที่ 4: สร้างแนวคิด

นักเรียนนำสิ่งที่ได้เรียนรู้ และแนวคิดทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาใหม่ แล้วครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปมโนทัศน์หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

โดยองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนการสอนมีดังนี้ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนการสอน สื่อการเรียนรู้/ แหล่งการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ และการบันทึกผลหลังการเรียนรู้

5. นำแผนการจัดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจความถูกต้องเหมาะสมและความสอดคล้องระหว่าง มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ การจัดการเรียนการสอน สื่อการเรียนรู้/ แหล่งการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ รวมถึงระยะเวลา และภาษาที่ใช้ ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะเกี่ยวกับกิจกรรมในขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนให้เหมาะสมและกระชับ

6. นำแผนการจัดการเรียนการสอนที่ปรับปรุงตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 5 คน เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา (Content validity) ว่าเป็นไปตามการเรียนการสอนและให้รู้คิดและเทคนิคเพื่อนคู่คิดหรือไม่ โดยใช้แบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนการสอนที่เป็นแบบประเมินมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) 5 ระดับ ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, หน้า 73)

5 คะแนน หมายถึง เหมาะสมมากที่สุด

4 คะแนน หมายถึง เหมาะสมมาก

3 คะแนน หมายถึง เหมาะสมปานกลาง

2 คะแนน หมายถึง เหมาะสมน้อย

1 คะแนน หมายถึง เหมาะสมน้อยที่สุด

และทำการวิเคราะห์หาค่าเฉลี่ย (M) แล้วทำการเทียบกับเกณฑ์ ดังนี้

ค่าเฉลี่ย	ความหมาย
4.51-5.00	แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมมากที่สุด
3.51-4.50	แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมมาก
2.51-3.50	แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมปานกลาง
1.51-2.50	แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมน้อย
1.00-1.50	แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมน้อยที่สุด

โดยผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนการสอนจากผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 5 คน พบว่า แผนการจัดการเรียนการสอนในภาพรวมมีความเหมาะสมมาก ($M = 4.33$ และ $SD = 0.53$) (รายละเอียดดังตารางภาคผนวก ข-4) และผู้เชี่ยวชาญให้ข้อเสนอแนะ ได้แก่ 1) ควรปรับขึ้นกระบวนการเรียนการสอนทั้ง 4 ชั้น ให้จบภายใน 1 แผนการจัดการเรียนการสอน 2) ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง ควรเน้นคำถามให้นักเรียนแสดงเหตุผล และเขียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบตามหลักการทางคณิตศาสตร์ 3) ควรเพิ่มกิจกรรมในชั้นการสร้างแนวคิด 4) ควรปรับขั้นตอนให้สอดคล้องกับเทคนิค Think-pair-share ยิ่งขึ้น และ 5) ควรปรับภาษาที่ใช้ให้ชัดเจน และกระชับมากขึ้นในขั้นวิเคราะห์ข้อมูล

7. ปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนการสอนตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ โดยเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้งก่อนนำไปทดลองใช้

8. นำแผนการจัดการเรียนการสอนไปทดลองใช้ (Try-out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 40 คน กับโรงเรียนแห่งหนึ่งซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนการสอน ซึ่งผลการทดลองใช้ พบว่า ในขั้นที่ 1 นำเสนอสถานการณ์ปัญหา นักเรียนบางส่วนไม่ลงมือคิดหาคำตอบเมื่อครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาให้ ขั้นที่ 2 วิเคราะห์ข้อมูล นักเรียนใช้เวลานานในการคิดออกแบบแนวทางเพื่อหาคำตอบหรือคำอธิบายของปัญหา จึงจำเป็นต้องกำหนดเวลาที่ชัดเจนให้แก่ นักเรียน ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนเรียนรู้ ในการออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียนนักเรียนไม่กล้าที่จะพูดแลกเปลี่ยนความคิดเกี่ยวกับคำตอบต้องมีครูเป็นผู้เริ่มเกริ่นนำ และขั้นที่ 4 สร้างแนวคิด นักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการกำหนดสถานการณ์ปัญหาคด้วยตัวเองในช่วงแรก

9. นำผลการทดลองมาปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนการสอน เรื่อง เลขยกกำลัง และนำแผนการจัดการเรียนการสอนไปใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่าง

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ คือ

1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง เป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ

โดยผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอนดังนี้

1.1 ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหนังสือเรียนในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เลขยกกำลัง ของสถาบันส่งเสริมการสอน

วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

1.2 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จาก ตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดกรอบแนวคิดของข้อสอบที่เหมาะสมในการสร้าง แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1.3 สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบตามสาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง เลขยกกำลัง แล้วกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสม ดังตารางที่ 3-3

ตารางที่ 3-3 การวิเคราะห์ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบ ของ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน ข้อสอบ ที่ออกทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบ ที่ใช้จริง
ค 1.1 ม.2/1 เข้าใจ และใช้สมบัติของเลข ยกกำลังที่มีเลขชี้กำลัง เป็นจำนวนเต็มในการ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และปัญหาในชีวิตจริง	- จำนวนตรรกยะ - การเขียนเศษส่วนให้ อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำ - การเขียนทศนิยมซ้ำ ให้อยู่ในรูปเศษส่วน	1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่า จำนวนที่กำหนดให้เป็น จำนวนตรรกยะหรือไม่ 2. นักเรียนสามารถยกตัวอย่าง จำนวนตรรกยะได้	2	1
	- ความหมายของเลข ยกกำลัง - สมบัติของเลขยก กำลังที่มีเลขชี้กำลัง เป็นจำนวนเต็ม	1. นักเรียนสามารถเขียนเลขยก กำลังแทนจำนวนที่กำหนดได้ 2. นักเรียนสามารถคูณและหาร เลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกัน และเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม ได้	4	2
ค 1.1 ม.2/1 เข้าใจ และใช้สมบัติของเลข ยกกำลังที่มีเลขชี้กำลัง เป็นจำนวนเต็มในการ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และปัญหาในชีวิตจริง	- สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ - การนำความรู้ เกี่ยวกับเลขยกกำลัง ไปใช้ในการ แก้ปัญหา	1. นักเรียนสามารถนำความรู้ เรื่องเลขยกกำลังและสมบัติ ของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลัง เป็นจำนวนเต็มมาประยุกต์ใช้ ในการแก้ ปัญหาได้	2	1
รวม			8	4

1.4 สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบแบบ
อัตนัยจำนวน 8 ข้อ นำไปใช้จริงจำนวน 4 ข้อ

1.5 สร้างเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
ดังตาราง 3-4

ตารางที่ 3-4 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
3 (ดีมาก)	แสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้ชัดเจน ครบถ้วน คำตอบถูกต้อง
2 (ดี)	แสดงเหตุผลประกอบคำตอบยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง
1 (พอใช้)	พยายามแสดงเหตุผลประกอบคำตอบแต่ไม่ถูกต้อง หรือ แสดงเหตุผล ประกอบคำตอบไม่ชัดเจน คำตอบไม่ถูกต้อง
0 (ปรับปรุง)	ไม่แสดงเหตุผลประกอบคำตอบ คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการตอบ คำถาม

1.6 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้
คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบเพื่อพิจารณาความเหมาะสมในประเด็น
ต่าง ๆ ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ ได้แก่ 1) ปรับปรุงโจทย์ปัญหาที่มีความยากเกิน
ให้เหมาะสมกับความรู้ของนักเรียน และ 2) ปรับปรุงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้
เหตุผลให้ครอบคลุมและเหมาะสม

1.7 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว
ไปเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 5 คน เพื่อตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา
(Content validity) ความสอดคล้องของข้อคำถาม และจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยพิจารณาจาก
ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of objective congruence) ค่าดัชนีที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่
0.5 ขึ้นไป โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, หน้า 248-250)

+1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

-1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดได้ไม่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

โดยผลการประเมินความตรงตามเนื้อหาของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 8 ข้อ มีค่า IOC 0.6-1 (รายละเอียดดังตารางภาคผนวก ข-5) และผู้เชี่ยวชาญให้ข้อเสนอแนะ คือ 1) ควรเพิ่มแนวทางการตอบให้สมบูรณ์ในข้อที่ 1 และ 2) ควรเปลี่ยนคำว่า จงเขียนพร้อมทั้งอธิบายวิธีการ เป็น จงแสดงวิธีทำ

1.8 ปรับปรุงแก้ไขแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ คือ 1) ปรับแนวทางการตอบให้สมบูรณ์ในข้อที่ 1 และ 2) เปลี่ยนจาก จงเขียนพร้อมทั้งอธิบายวิธีการ เป็น จงแสดงวิธีทำ

1.9 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง (Try-out) จำนวน 40 คน เพื่อหาคุณภาพของแบบวัด ดังนี้

1.9.1 ตรวจสอบให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ แล้วนำผลคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) โดยพิจารณาค่าความยากง่ายที่ดีควรอยู่ระหว่าง 0.4-0.6 แต่ถ้าได้ระหว่าง 0.2-0.8 ถือว่ามีคุณภาพ ค่าอำนาจจำแนกมีค่าตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ, 2543, หน้า 199-201)

1.9.2 คัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกที่ผ่านเกณฑ์ และที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ข้อ พบว่าค่าความยากง่ายอยู่ในช่วง 0.32-0.55 และมีค่าอำนาจจำแนกอยู่ในช่วง 0.47-0.83 (รายละเอียดดังตารางภาคผนวก ข-7)

1.10 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจคุณภาพตามเกณฑ์ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

2. แบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง เป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ

โดยผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอนดังนี้

2.1 ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหนังสือเรียนในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เลขยกกำลัง ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

2.2 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จากตำราเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดกรอบแนวคิดของข้อสอบที่เหมาะสมในการสร้างแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2.3 สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบตามสาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง เลขยกกำลัง แล้วกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสม ดังตารางที่ 3-5

ตารางที่ 3-5 การวิเคราะห์ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบ ของ แบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบ ที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบ ที่ใช้จริง
ค 1.1 ม.2/1 เข้าใจและใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	- จำนวนตรรกยะ - การเขียน เศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำ - การเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน	1. นักเรียนสามารถเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้ 2. นักเรียนสามารถเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้	2	1
ค 1.1 ม.2/1 เข้าใจและใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	- ความหมายของเลขยกกำลัง - สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	1. นักเรียนสามารถบอกความหมายเกี่ยวกับเลขยกกำลังได้ 2. นักเรียนสามารถคูณและหารเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกัน และเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้	4	2
	- สัญลักษณ์วิทยาศาสตร์ - การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา	1. นักเรียนสามารถเขียนจำนวนที่มีค่ามาก ๆ หรือมีค่าน้อย ๆ ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์วิทยาศาสตร์ได้ 2. นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องเลขยกกำลังและสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้	2	1
			8	4

2.4 สร้างแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ นำไปใช้จริงจำนวน 4 ข้อ

2.5 สร้างเกณฑ์การตรวจให้คะแนนสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 3-6

ตารางที่ 3-6 เกณฑ์การให้คะแนนสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 (ดีมาก)	เขียนอธิบายแนวคิด โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้ชัดเจน ครบถ้วน คำตอบถูกต้อง
2 (ดี)	เขียนอธิบายแนวคิด โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง
1 (พอใช้)	พยายามเขียนอธิบายแนวคิด โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แต่ไม่ถูกต้อง หรือเขียนอธิบายแนวคิดโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ชัดเจน คำตอบไม่ถูกต้อง
0 (ปรับปรุง)	ไม่เขียนอธิบายแนวคิด คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการตอบคำถาม

2.6 นำแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบเพื่อพิจารณาความเหมาะสมในประเด็นต่าง ๆ ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ ได้แก่ 1) ปรับปรุงโจทย์ปัญหาให้มีความหลากหลายมากขึ้น 2) ปรับปรุงโจทย์ปัญหาที่มีความยากเกินให้เหมาะสมกับความรู้ของนักเรียน และ 3) ปรับปรุงเกณฑ์การให้คะแนนสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ให้ครอบคลุมและเหมาะสม

2.7 นำแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 5 คน เพื่อตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา (Content validity) ความสอดคล้องของข้อคำถาม และจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยพิจารณาจากค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of objective congruence) ค่าดัชนีที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, หน้า 248-250)

+1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

-1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดได้ไม่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

โดยผลการประเมินความตรงตามเนื้อหาของแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า แบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 8 ข้อ มีค่า IOC 0.6-1 (รายละเอียดดังตาราง ข-6) และผู้เชี่ยวชาญให้ข้อเสนอแนะ คือ 1) ควรเปลี่ยนคำว่า จงเขียนพร้อมทั้งอธิบายวิธีการ เป็น จงแสดงวิธีทำ และ 2) ควรปรับ โจทย์ปัญหาข้อ 3 และ 4 ให้เหมาะสมกับการวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2.8 ปรับปรุงแก้ไขแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ คือ 1) ปรับแนวทางการตอบให้สมบูรณ์ในข้อที่ 1 2) เปลี่ยนจาก จงเขียนพร้อมทั้งอธิบายวิธีการ เป็น จงแสดงวิธีทำ และ 3) ปรับโจทย์ปัญหาข้อ 3 และ 4 ใหม่ให้เหมาะสมกับการวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2.9 นำแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง (Try-out) จำนวน 40 คน เพื่อหาคุณภาพของแบบวัด ดังนี้

2.9.1 ตรวจสอบให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้แล้วนำผลคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) โดยพิจารณาค่าความยากง่ายที่ดีควรอยู่ระหว่าง 0.4-0.6 แต่ถ้าได้ระหว่าง 0.2-0.8 ถือว่ามีคุณภาพ ค่าอำนาจจำแนกมีค่าตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ, 2543, หน้า 199-201)

2.9.2 คัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกที่ผ่านเกณฑ์ และที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ จากแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ข้อ พบว่า ค่าความยากง่ายอยู่ในช่วง 0.37-0.75 และมีค่าอำนาจจำแนกในช่วง 0.50-0.73 (รายละเอียดดังตารางภาคผนวก ข-8)

2.10 นำแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจคุณภาพตามเกณฑ์ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอน ดังนี้

1. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) เรื่อง เลขยกกำลัง เพื่อให้นักเรียนทุกคนได้เข้าใจตรงกันและปฏิบัติตนได้ถูกต้อง

2. นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ข้อ และแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดประสิทธิเวช จังหวัดนครนายก ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลา 1 คาบ จากนั้นตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้รับจากการทดสอบครั้งนี้เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน

3. ดำเนินการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) เรื่อง เลขยกกำลัง โดยใช้เวลาการสอนจำนวน 10 คาบ

4. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ข้อ และแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปทดสอบโดยใช้เวลา 1 คาบ จากนั้นตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วบันทึกผลการทดสอบให้เป็นคะแนนหลังเรียน

5. นำผลคะแนนที่ได้จากการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างมาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางสถิติ

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากการตรวจให้คะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมาทำการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) โดยใช้สถิติ t-test for Dependent sample

2. เปรียบเทียบสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) โดยใช้สถิติ t-test for Dependent sample

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

สถิติพื้นฐาน

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) คำนวณได้จากสูตร (พิชิต ฤทธิจรูญ, 2552, หน้า 176)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

เมื่อ \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
 $\sum X$ แทน ผลรวมของข้อมูล
 n แทน จำนวนข้อมูล

2. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD) คำนวณได้จากสูตร (พิชิต ฤทธิจรูญ, 2552, หน้า 176)

$$SD = \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ SD แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
 x แทน ข้อมูลหรือคะแนนแต่ละตัว
 n แทน จำนวนข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือในการวิจัย

1. การหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) คำนวณได้จากสูตร (พิชิต ฤทธิจรูญ, 2552, หน้า 150)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์
 R แทน ผลรวมคะแนนความสอดคล้องตามการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2. การหาค่าความยากง่าย (p) โดยใช้เทคนิค 25% คำนวณได้จากสูตร ดังนี้
 (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 163)

$$p = \frac{S_h + S_l - (n_t)(X_{\min})}{n_t (X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ p แทน	ค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ
S_h แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนนักเรียน ที่ทำได้คะแนนเท่านั้นในกลุ่มสูง
S_l แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับ จำนวนนักเรียน ที่ทำได้คะแนนเท่านั้นในกลุ่มต่ำ
n_t แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน
X_{\max} แทน	คะแนนสูงสุด
X_{\min} แทน	คะแนนต่ำสุด

3. การหาค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 25% คำนวณได้จากสูตร ดังนี้ (เวชฤทธิ์
อังกฤษภักทรขจร, 2555, หน้า 166)

$$r = \frac{S_h - S_l}{n (X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ r แทน	ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ
S_h แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนนักเรียน ที่ทำได้คะแนนเท่านั้นในกลุ่มสูง
S_l แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนนักเรียน ที่ทำได้คะแนนเท่านั้นในกลุ่มต่ำ
n แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ
X_{\max} แทน	คะแนนสูงสุด
X_{\min} แทน	คะแนนต่ำสุด

สถิติที่ใช้ตรวจสอบสมมติฐาน

1. t-test for Dependent sample คำนวณได้จากสูตร ดังนี้ (สม โภชน์ อเนกสุข, 2556, หน้า

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}; df = n-1$$

- เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้ในการพิจารณาการทดสอบสมมติฐาน
D แทน ค่าความต่างของข้อมูลแต่ละคู่
n แทน จำนวนคู่ของข้อมูลที่นำมาเปรียบเทียบ

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 4 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนน

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share)

ตอนที่ 3 สมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนน

ตอนที่ 4 ผลการเปรียบเทียบสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share)

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

เพื่อให้การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลมีความสะดวกยิ่งขึ้น ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ที่ใช้ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

n	แทน	จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
M	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
SD	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
t	แทน	การทดสอบที
p	แทน	ระดับนัยสำคัญทางสถิติ
*	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ตอนที่ 1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนน

วิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) เรื่อง เลขยกกำลัง โดยจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังตารางที่ 4-1

ตารางที่ 4-1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนน

คะแนน/ ความหมาย	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนน (คน)				ร้อยละของคะแนน ข้อสอบทั้งฉบับ
	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	
3 (ดีมาก)	12	11	11	8	45.65
2 (ดี)	6	8	7	9	32.61
1 (พอใช้)	4	3	2	5	15.22
0 (ปรับปรุง)	1	1	3	1	6.52
รวม	23	23	23	23	100.00

จากตารางที่ 4-1 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่คิดเป็นร้อยละ 45.65 มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดีมาก รองลงมาเป็นร้อยละ 32.61, 15.22 และ 6.52 ตามลำดับ

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลัง ได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share)

วิเคราะห์ข้อมูลจากคะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สถิติ t-test for dependent sample เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) แสดงดังตารางที่ 4-2

ตารางที่ 4-2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI)
ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share)

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	n	M	SD	t	p
ก่อนการจัดการเรียนการสอน	23	2.48	1.31		
หลังการจัดการเรียนการสอน	23	8.70	1.33	22.14*	.00

* $p < .05$, ($t_{.05, 22} = 1.72$)

จากตารางที่ 4-2 พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เท่ากับ 2.48 คะแนน และหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) เท่ากับ 8.70 คะแนน จากการทดสอบสมมติฐานพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) มีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 3 สมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนน

วิเคราะห์สมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) เรื่อง เลขยกกำลัง โดยจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังตารางที่ 4-3

ตารางที่ 4-3 สมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนน

คะแนน/ ความหมาย	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนน (คน)				ร้อยละของคะแนน ข้อสอบทั้งฉบับ
	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	
3 (ดีมาก)	13	9	6	2	32.61
2 (ดี)	9	12	14	11	50.00
1 (พอใช้)	1	2	3	8	15.33
0 (ปรับปรุง)	0	0	0	2	2.17
รวม	23	23	23	23	100.00

จากตารางที่ 4-3 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่คิดเป็นร้อยละ 50.00 มีสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี รองลงมาเป็นร้อยละ 32.61, 15.33 และ 2.17 ตามลำดับ

ตอนที่ 4 ผลการเปรียบเทียบสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share)

วิเคราะห์ข้อมูลจากคะแนนแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สถิติ t-test for dependent sample เพื่อเปรียบเทียบสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) แสดงดังตารางที่ 4-4

ตารางที่ 4-4 ผลการเปรียบเทียบสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share)

สมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	n	M	SD	t	p
ก่อนการจัดการเรียนการสอน	23	2.39	3.17		
หลังการจัดการเรียนการสอน	23	8.48	1.47	12.11*	.00

* $p < .05$, ($t_{0.05, 22} = 1.72$)

จากตารางที่ 4-4 พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ก่อนเรียน เท่ากับ 2.39 คะแนน และหลัง ได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับ เทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) เท่ากับ 8.48 คะแนน จากการทดสอบสมมติฐาน พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) มีคะแนนเฉลี่ยสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) 2) เปรียบเทียบสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share)

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษา เขต 7 (นครนายก) ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 132 โรงเรียน โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 โรงเรียนวัดประสิทธิเวช จังหวัดนครนายก สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษา เขต 7 (นครนายก) จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียนทั้งหมดจำนวน 23 คน โดยได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) และเนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย คือ เลขยกกำลัง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) จำนวน 3 แผน โดยมีความเหมาะสมของแผนอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ($M = 4.33$, $SD = 0.53$) 2) แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวน 4 ข้อ มีค่าความยากง่าย 0.32-0.55 และค่าอำนาจจำแนก 0.47-0.83 และ 3) แบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวน 4 ข้อ มีค่าความยากง่าย 0.37-0.75 และค่าอำนาจจำแนก 0.50-0.73 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (M), ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD) และการทดสอบที (t-test for Dependent sample)

สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยสรุปได้ ดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) มีสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

การอภิปรายผล

จากการศึกษาผลการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยอภิปรายผลการวิจัยได้ดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1 ทั้งนี้เนื่องจากผู้วิจัยบูรณาการการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ซึ่งครุมีบทบาทในการนำความคิด และในขณะเดียวกันเพื่อนมีบทบาทในการเสริมการกระตุ้นการคิดให้กับเพื่อน โดยการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เป็นการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ และพัฒนาความเข้าใจด้วยตนเอง ผ่านการแก้ปัญหา โดยมีครูเป็นผู้ใช้คำถามหรือชี้แนะให้นักเรียนอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ นักเรียนทำความเข้าใจ สามารถแสดงแนวคิด เหตุผลของตนเองเพื่อสนับสนุนการแก้ปัญหา และลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ สอดคล้องกับ Carpenter et al. (2000, p. 1) ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เป็นการเรียนการสอนที่ช่วยพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มุ่งเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเองผ่านการแก้ปัญหา และคิดวิเคราะห์ให้เหตุผลได้ โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิด ในขณะเดียวกันเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) เป็นการเรียนรู้ร่วมกันในลักษณะการอภิปรายเพื่อช่วยกันแบ่งปันความคิดในประเด็นปัญหา เพื่อให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ระหว่างนักเรียนและครู รวมทั้งนักเรียนและนักเรียนด้วยกัน นำไปสู่แนวทางการหาคำตอบที่ถูกต้อง สอดคล้องกับ Lyman (1981, pp. 109-113) กล่าวว่า เทคนิคเพื่อนคู่คิดเป็นการแบ่งปันความคิด เรียนรู้ร่วมกันในลักษณะของการอภิปรายเพื่อแก้ปัญหาหรือตอบคำถาม ซึ่งจะช่วยให้เพิ่มการมีส่วนร่วมและดึงดูดนักเรียนให้เข้าใจเนื้อหา

เมื่อพิจารณาในแต่ละขั้นตอนของการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสังเคราะห์ขึ้นประกอบด้วย

ขั้นที่ 1 นำเสนอสถานการณ์ปัญหา ผู้วิจัยได้นำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่น่าสนใจ แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา โดยเขียนสิ่งที่ตนเองคิดหาคำตอบ หรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง จากนั้นครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแต่ละคนคิดเกี่ยวกับข้อมูล โจทย์สถานการณ์ ที่ครูกำหนดให้ด้วยตนเองก่อน เมื่อนักเรียนฝึกทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ จะทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจก่อนลงมือปฏิบัติ ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ กรมวิชาการ (2545, หน้า 198-199) ที่กล่าวว่า แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ครูควรให้นักเรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่นักเรียนสนใจ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถาม ที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดและแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 2 วิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยให้นักเรียนจับคู่คิดออกแบบแนวทางเพื่อหาคำตอบหรือคำอธิบายของปัญหาที่ครูกำหนดให้ที่แต่ละคนได้เขียนข้อค้นพบมาแล้ว แล้วคุยกันเกี่ยวกับคำตอบ และเปรียบเทียบคำตอบของแต่ละคน แล้วครูสังเกตการแก้ปัญหาของนักเรียน ทั้งนี้ครูจะคอยชี้แนะกับคู่ที่มีปัญหา โดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิด ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้ความรู้ใหม่ ๆ จากการคิดร่วมกัน และเป็นวิธีการเรียนแบบร่วมมือในลักษณะการอภิปรายกลุ่มย่อย ฝึกให้นักเรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันในการระดมสมอง และนักเรียนทุกคนได้ลงมือปฏิบัติ

ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนเรียนรู้ ผู้วิจัยให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเกี่ยวกับคำตอบ หรือคำอธิบายของปัญหาอย่างมีเหตุผล จนได้ข้อสรุป และเขียนข้อสรุปโดยอ้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล จากนั้นครูสุ่มนักเรียนบางคู่ออกมาแนะนำเสนอในชั้นเรียน หรืออาจจะถามนักเรียนแต่ละคู่โดยตรง ซึ่งทำให้เห็นวิธีการคิดในแบบต่าง ๆ อย่างหลากหลาย ทั้งนี้ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสะท้อนความคิดเกี่ยวกับคำตอบของปัญหา แนวทางการหาคำตอบ โดยครูอธิบายและให้ความรู้เกี่ยวกับหลักการทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เมื่อเห็นว่ายังไม่สมบูรณ์ ซึ่งทั้งขั้นตอนที่ 2 และ 3 ของการจัดการเรียนการสอนเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีการพัฒนาพฤติกรรมทางสังคม ควบคู่กับความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่เรียน สอดคล้องกับแนวคิดของ Lyman (1981, pp. 109-113) ที่กล่าวว่า เป็นการแบ่งปันความคิดร่วมกันในลักษณะของการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียนเกี่ยวกับคำตอบ เพื่อแก้ปัญหาหรือตอบคำถาม ซึ่งจะช่วยให้การมีส่วนร่วม และดึงดูดนักเรียนให้เข้าใจเนื้อหา

ขั้นที่ 4 สร้างแนวคิด ผู้วิจัยให้นักเรียนนำสิ่งที่ได้เรียนรู้ และแนวคิดทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ หรือเหตุการณ์อื่น เช่น ทำโจทย์ปัญหาขึ้นมาใหม่ จากความรู้ความเข้าใจในความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง แล้วครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุป มโนทัศน์หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ซึ่งเป็นขั้นที่แสดงถึงความเข้าใจของนักเรียนจากความรู้ และประสบการณ์จากการเรียนรู้ด้วยตนเอง ทำให้สามารถจำความรู้ได้นาน และเกิด

ความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง ดังนั้น นักเรียนสามารถนำไปใช้ ทั้งในเนื้อหาสาระความรู้เดียวกันและต่างกัน ตลอดจนนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ (วัฒนาพร ระบุว่าทุกข์, 2541, หน้า 34-35)

จากกระบวนการดังกล่าวจึงส่งผลให้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพัฒนาในทางที่ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Rowan and Morrow (1993, pp. 16-18) ที่กล่าวว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น ครูจะต้องส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบาย แสดงเหตุผลของแนวคิด และสรุป แสดงให้นักเรียนเห็นว่าการให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง สอดคล้องกับ Lappan and Scharm (1989, pp. 18-19) ที่กล่าวว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ครูควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น ค้นหา คาดการณ์ แจงเหตุผลของแนวคิด ตอบคำถามต่าง ๆ และการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์ และสอดคล้องกับ กรมวิชาการ (2545, หน้า 198-199) ที่กล่าวว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ครูควรให้นักเรียนมีโอกาส และเป็นอิสระที่แสดงออกถึงความคิดเห็น ในการให้เหตุผลของตนเอง และครูช่วยสรุป และชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่า เหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ขาดตกบกพร่องอย่างไร

อีกทั้งยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ วารี ชนะคำดี (2555) พบว่า นักเรียนที่จัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิดร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 71.03 และยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ ภัทรอร อริยชนพงศ์ (2558) พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่จัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิดมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 ที่ระดับนัยสำคัญ .05

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) มีสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2

ทั้งนี้ เนื่องจากการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ที่ประกอบด้วยทั้ง 4 ขั้นตอนซึ่งได้แก่ ขั้นที่ 1 นำเสนอสถานการณ์ปัญหา ขั้นที่ 2 วิเคราะห์ข้อมูล ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนเรียนรู้ และขั้นที่ 4 สร้างแนวคิด เป็นการจัดการเรียนการสอนที่ผ่านกระบวนการคิด การพูด และการเขียนแทรกเข้าไปในทุกขั้นตอน โดยมีการคิดหาคำตอบจากสถานการณ์ปัญหา พูดแลกเปลี่ยนแนวคิด หรืออภิปรายความคิด และเขียนอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้ข้อสรุปในประเด็นต่าง ๆ ทำให้นักเรียนมีการพัฒนา

ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Reys et al. (2001, p. 83) ที่กล่าวว่า การสื่อสารเป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพสำหรับการรวบรวมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทั้งการพูด และการเขียน เพื่อแสดงและอธิบายแนวความคิด แลกเปลี่ยนแนวคิดกับคนอื่น ซึ่งนักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้มีการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย และยังคงสอดคล้องกับแนวคิดของ อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 56) ที่กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้

จากกระบวนการดังกล่าวจึงส่งผลให้สมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนพัฒนาในทางที่ดีขึ้น สอดคล้องกับคำกล่าวของ Rowan and Morrow (1993, pp. 9-11) ที่กล่าวว่า การพัฒนาสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้น ครูควรให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิดของตนเอง เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และใช้กระบวนการกลุ่มแบบร่วมมือช่วยเหลือกันในการเรียนรู้ เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่ม เป็นการส่งเสริมการสื่อสารโดยตรงสอดคล้องกับคำกล่าวของ เวชฤทธิ์ อังกะนัทพรขจร (2555, หน้า 122-124) ที่กล่าวว่า การพัฒนาสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านกระบวนการอ่าน การพูด การเขียน และการนำเสนอแนวคิด ซึ่งในการจัดการเรียนการสอนควรให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง โดยคำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามปลายเปิด

อีกทั้งยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Sampsel (2013) ได้ศึกษาการใช้เทคนิค Think-pair-share ที่มีผลต่อความมั่นใจและการมีส่วนร่วมในการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ พบว่า ในสัปดาห์แรกที่ไม่ได้ใช้เทคนิค Think-pair-share มีนักเรียนแสดงความคิดเห็น อภิปรายในการเรียนคณิตศาสตร์ เฉลี่ยคือ 23.75 สัปดาห์ที่สองใช้เทคนิค Think-pair-share นักเรียนที่แสดงความคิดเห็น อภิปรายในการเรียนคณิตศาสตร์ เฉลี่ยคือ 28.25 จึงสรุปได้ว่า นักเรียนมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็น อธิบายในชั้นเรียนเพิ่มขึ้น และมีความมั่นใจในการอภิปรายเพิ่มขึ้นและนักเรียนรู้สึกสบายใจที่มีการจัดการเรียนการสอน โดยใช้เทคนิค Think-pair-share สอดคล้องกับผลการวิจัยของ สุบรรณ ตั้งศรีเสรี (2556) พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอน โดยใช้วิธีสอนแบบค้นพบจากการชี้แนะร่วมกับเทคนิค Think-pair-share มีความสามารถในการสื่อสารสูงกว่าการจัดการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นอกจากนี้ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) เรื่อง เลขยกกำลัง มีความสามารถในการให้

เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนส่วนใหญ่อยู่ในเกณฑ์ดีมาก สังเกตได้จากคะแนนของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนทำได้ ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่คิดเป็นร้อยละ 45.65 สามารถแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้ชัดเจน ครบถ้วน คำตอบถูกต้อง และนักเรียนคิดเป็นร้อยละ 6.52 ที่ไม่แสดงเหตุผลประกอบคำตอบ คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการตอบคำถาม และยังพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) เรื่อง เลขยกกำลัง มีสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยจำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี สังเกตได้จากคะแนนของแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนทำได้ ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่คิดเป็นร้อยละ 50.00 สามารถเขียนอธิบายแนวคิด โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง และนักเรียนคิดเป็นร้อยละ 2.17 ไม่เขียนอธิบายแนวคิด คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการตอบคำถาม และยังพบว่าในข้อ 4 ของเกณฑ์การให้คะแนนระดับดีมาก มีนักเรียนเพียง 2 คน ที่เขียนอธิบายแนวคิด โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน ครบถ้วน คำตอบถูกต้อง

จากผลดังกล่าวข้างต้นเป็นเพราะขั้นตอนทั้ง 4 ขั้นตอน ของการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ส่งเสริมให้นักเรียนมีการฟัง พูด และเขียนจนเกิดการวิเคราะห์ข้อมูล นำไปสู่ความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหาได้ และจากการที่นักเรียนบางส่วนยังไม่ประสบความสำเร็จในการให้เหตุผลและสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เท่าที่ควรอาจมาจากสาเหตุ 1) โจทย์ปัญหาที่มีความยากเกินความรู้ ความเข้าใจของนักเรียน 2) นักเรียนขาดความรู้ ความเข้าใจในหลักการ วิธีการ ทฤษฎี ที่เกี่ยวกับเนื้อหา นั้น ๆ และ 3) นักเรียนขาดความเข้าใจในกระบวนการและวิธีการของโจทย์ปัญหาเพราะคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่ซับซ้อนต้องอาศัยการตีความ และเชื่อมโยงความสัมพันธ์ในสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ กับสิ่งที่โจทย์ถาม จึงทำให้นักเรียนไม่สามารถใช้วิธีการใดในการคิดหาคำตอบที่ถูกต้อง

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยเรื่อง ผลการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้

1. การจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิดร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดในช่วงแรกครูควรดำเนินการจัดการเรียนการสอน โดยให้เวลานักเรียนสำหรับคิดหาคำตอบอย่างเหมาะสม เพื่อให้นักเรียนสามารถลงมือทำกิจกรรมได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2. การจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักพร้อมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดในบางขั้นตอนที่มีการส่งเสริมให้นักเรียนอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดระหว่างกัน ครูควรสังเกต ซึ่งแนะ รวมถึงกระตุ้นการคิดของนักเรียน

3. ครูควรใช้คำถามที่นักเรียนสงสัยเป็นประเด็นอภิปรายเพื่อให้ได้แนวคิดที่หลากหลายและนำไปสู่ข้อสรุป

4. กิจกรรมการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถสื่อสารแนวคิด และเหตุผลได้อย่างหลากหลาย ไม่ว่าจะเป็นการพูด การเขียน หรือการวาดภาพ เป็นแนวทางที่ช่วยให้นักเรียนประเมินความเข้าใจตนเอง

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

1. ควรมีการศึกษาผลการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักพร้อมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

2. ควรมีการศึกษาผลการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักพร้อมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ ทั้งในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและมัธยมศึกษาตอนปลาย

3. ควรมีการศึกษาผลการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักพร้อมกับรูปแบบหรือเทคนิคอื่น

4. จากการวิจัยครั้งนี้ดำเนินการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักพร้อมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้แบบวัดความสามารถเป็นข้อสอบแบบอัตนัยซึ่งในบางข้ออาจเป็นโจทย์ในลักษณะ โจทย์ปัญหาที่มีการวิเคราะห์ประโยชน์ที่เป็นตัวหนังสือให้เป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อาจไม่สามารถทำให้นักเรียนแสดงการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้เท่าที่ควร จึงเป็นจุดอ่อนของแบบวัดความสามารถ ดังนั้น ในการทำการวิจัยครั้งต่อไปควรใช้โจทย์ที่ไม่ใช่ลักษณะ โจทย์ปัญหาหรือเลือกใช้โจทย์ปัญหาที่มีความยากง่ายเหมาะสมกับความรู้ของนักเรียน เพื่อให้ผลการวิจัยมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

5. จากการวิจัยครั้งนี้ดำเนินการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักพร้อมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด โดยนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ส่วนใหญ่คิดเป็นร้อยละ 45.65 มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดีมาก ซึ่งแบบวัดความสามารถเป็นข้อสอบแบบอัตนัยโจทย์มีลักษณะเป็น โจทย์สัญลักษณ์ที่ไม่มีการตีความที่ซับซ้อน ดังนั้น ในการวิจัยครั้งต่อไปควรมีการวิจัยต่อยอดให้นักเรียนได้ฝึกฝนอย่างต่อเนื่อง กล่าวคือ เนื้อหาของการวิจัยอาจเป็นเนื้อหาของ โจทย์สัญลักษณ์เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดียิ่งขึ้น และถ้านักเรียนได้ฝึกเป็นประจำและสม่ำเสมออาจเกิดทักษะนี้ได้

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน
พุทธศักราช 2560*. กรุงเทพฯ: สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
กระทรวงศึกษาธิการ.
- กรมวิชาการ. (2545). *หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 (พิมพ์ครั้งที่ 2)*. กรุงเทพฯ:
รับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- ขวัญ เพ็ญชัย. (2553). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิง
สัดส่วนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. คุยฉินิพนธ์การศึกษาคุยฉินิพนธ์,
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ฉวีวรรณ เสวตมาลย์. (2545). *การพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ชญญาภรณ์ จัตกา. (2558). *การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นมนโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ร่วมกับ
เทคนิค Think-pair-share เรื่อง ตัวประกอบของจำนวนนับ สำหรับนักเรียน
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา,
คณะศึกษาศาสตร์, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- ชุติมา ฉุนอ้อม และวณิทร สุภาพ. (2558). *การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับ
เทคนิคการใช้คำถามของบาดแฮม (BADHAM)*. *วารสารการวิจัยเพื่อพัฒนาชุมชน
(มนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์)*, 8 (3), 104-115.
- พัชรินทร์ บุญพร้อม. (2559). *การพัฒนาบทเรียนแบบผสมผสานด้วยเทคนิคการเรียนรู้แบบ
เพื่อนคู่คิด เพื่อส่งเสริมสมรรถนะสำคัญของผู้เรียนด้านความสามารถในการใช้
เทคโนโลยีวิชาเทคโนโลยีสารสนเทศ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*.
วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาคอมพิวเตอร์ศึกษา, คณะครุศาสตร์,
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- ทิสนา แคมมณี. (2550). *รูปแบบการเรียนการสอนทางเลือกที่หลากหลาย (พิมพ์ครั้งที่ 4)*. กรุงเทพฯ:
สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ชัยญารัตน์ ตรีวงศ์. (2556). *การเสริมสร้างทักษะกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการ และการแก้สมการของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้รูปแบบการสอนแนะให้รู้คิด (ซีจีไอ)*. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, ภาควิชาคณิตศาสตร์, คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี.
- ชัยญา แนวคง. (2561). ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think-pair-share ที่มีต่อ มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2. *วารสารมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสุรินทร์*, 20 (1), 29-41.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2545). *การวิจัยเบื้องต้น* (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ปิยรัตน์ จาตุรันตบุตร. (2547). *หลักการคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.
- ปรีชา พิมพ์แก้ว. (2550). *การศึกษาลักษณะของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนใน แก้ปัญหาปลายเปิด*. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- พัชรี วงษ์เกษม และสาธินี เลิศประไพ. (2550). *คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน*. ชลบุรี: ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- พิชิต ฤทธิจรูญ. (2552). *หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: เข้าออฟ เคอร์มิสท์.
- ภัทรอร อริชชนพงศ์. (2558). *ผลการกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อ ความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชา การสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2545). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยุคปฏิรูปการศึกษา*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ยุวลักษณ์ ธรรมธรรานุกษ์. (2557). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเทคนิค Think-pair-share ร่วมกับคำถามปลายเปิด เรื่อง การสังเคราะห์ด้วยแสง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5*. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

- ระพีพัฒน์ แก้วอ่ำ. (2553). *กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินญาณิพนธ์การศึกษา มหาวิทยาลัย, สาขาวิชาคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ.
- รัชณี ภู่อัครกุล. (2551). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างวิธีสอนแบบนิรนัยร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค เพื่อนคู่คิดและวิธีสอนแบบปกติ*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชา หลักสูตรและการสอน, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยทักษิณ.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ล้วนสายยศ และอังคณา สายยศ. (2543). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- วัฒนาพร ระงับทุกข์. (2541). *การจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง*. กรุงเทพฯ: ต้นอ้อ 1999.
- วัชร กายจันท์กิติ. (2554). *การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. เพชรบุรี: คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี.
- วาริ ธนะคำดี. (2555). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนแบบสอนแนะให้ผู้คิดร่วมกับการเรียนรู้ แบบร่วมมือเพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผล ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. วิทยานิพนธ์ ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะครุศาสตร์, มหาวิทยาลัย ราชภัฏสกลนคร.
- วิจิต สุรัตน์เรืองชัย. (2545). *เอกสารคำสอนวิชาการมัธยมศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 3). ชลบุรี: ภาควิชา หลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- วีรพล เทพบรรหาร. (2560). *การใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิด การสอนแนะให้ผู้คิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการ เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น*. วิทยานิพนธ์ ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2551). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยง โดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษาสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. ปริญญาโท การศึกษาคณะศึกษาศาสตร์, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.*
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: เอกสารคำสอนวิชา 410541. ชลบุรี: ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.*
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องความรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตร การสอน และการวิจัย. ชลบุรี: ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.*
- ศศิธร แม้นสงวน. (2556). *พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2 (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: ภาควิชา หลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง.*
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.]. (2546). *การจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน. กรุงเทพฯ: ศูนย์ลาดพร้าว.*
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.]. (2551). *ทักษะ/ กระบวนการทาง คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ส. เจริญการพิมพ์.*
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.]. (2552). *ตัวอย่างการประเมินผล นานาชาติ PISA: คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์.*
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.]. (2555 ก). *การวัดผล ประเมินผล คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ.*
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.]. (2555 ข). *ทักษะและกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.*
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.]. (2556). *ผลการประเมิน PISA 2012 คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์ บทสรุปสำหรับผู้บริหาร. สมุทรปราการ: แอดวานซ์ พรินติ้ง เซอร์วิส.*
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.]. (2558). *การศึกษาคณิตศาสตร์ใน ระดับ โรงเรียนไทย การพัฒนา-ผลกระทบ-ภาวะถดถอยในปัจจุบัน. กรุงเทพฯ: สถาบัน ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ.*

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.]. (2559). *สรุปผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2015*. สมุทรปราการ: แอดวานซ์ พรินติ้ง เซอร์วิส.
- สำนักทดสอบทางการศึกษา. (2555). *คู่มือประเมินสมรรถนะสำคัญของผู้เรียนระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์สำนักงานพระพุทธศาสนาแห่งชาติ.
- สุนีย์ คำควร. (2559). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่มีต่อทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- สุบรรณ ตั้งศรีเสรี. (2556). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีสอนแบบค้นพบจากการชี้แนะร่วมกับเทคนิค THINK-PAIR-SHARE ที่มีต่อความสามารถในการสื่อสารและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, บัณฑิตวิทยาลัย, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุทธิวรรณ ต้นดิรงนางวงศ์. (2560). ทิศทางการจัดการศึกษาในศตวรรษที่ 21. *วารสารสาขามนุษยศาสตร์ สังคมศาสตร์ และศิลปะ*, 10(2), 1906-3431.
- สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. (2545). *19 วิธีการจัดการเรียนรู้: เพื่อพัฒนาความรู้และทักษะ* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- สมบัติ การจนารักพงศ์. (2547). *29 เทคนิคการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลาย: การเรียนแบบร่วมมือ*. กรุงเทพฯ: ชารอักษร.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2551). *หลักการคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร.
- สมโภชน์ อเนกสุข. (2556). *วิธีการทางสถิติสำหรับการวิจัย (Statistical methods for research)* (พิมพ์ครั้งที่ 6). ชลบุรี: ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาประยุกต์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ส่วนวิชาการและมาตรฐานการศึกษาท้องถิ่น. (ม.ป.ป.). *คู่มือการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (การประเมินสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน)*. ม.ป.ท.
- อดุลย์ วังศรีคุณ. (2557). *การศึกษาไทยในศตวรรษที่ 21: ผลผลิตและแนวทางการพัฒนา*. *วารสารมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม*,

8(1), 1-17.

- อัมพร ม้าคนอง. (2546). *คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อการพัฒนา*. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2557). *คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อำภารัตน์ ผลาวรณ. (2556). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความตระหนักในการรู้คิด และความมีวินัยในตนเอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ*.
- อรจรรย์ ณ ตะกั่วทุ่ง. (2546). *คู่มือปฏิบัติการเรียนการสอนยุคใหม่: การวิจัยเกี่ยวกับสมองแบบการเรียนรู้และมาตรฐานตัวบ่งชี้ความสามารถในการสอนของครู*. กรุงเทพฯ: เอ็กซ์เปอร์เน็ท.
- Baroody, A. J. (1993). *Problem solving, reasoning, and communicating K-8: helping children think mathematically*. New York: Macmillan.
- Byerley, R. A. (2002). *Using multimedia and "active learning" techniques to "energize" an introductory engineering thermodynamics class*. n.p.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., & Empson, S. B. (1999). *Children's mathematics: Cognitively Guided Instruction*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., & Empson, S. B. (2000). Cognitively guided instruction: A research-based teacher professional development program for elementary school mathematics. *The Elementary School Journal*, 97(1), 3-20.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., Chiang, C. P., & Franke, M. L. (1989). Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study. *American Educational Research Journal*, 26(4), 499-531.
- Carss, W. D. (2007). *The effects of using think-pair-share during guided reading lessons*. Master's Thesis, Faculty of Education, Waikato University.

- Fennema, E., Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Carey, D. A. (1993). Using children's knowledge in instruction. *American Educational Research Journal*, 27(4), 555-583.
- Franke, M. L., & Weishaupt, L. (1998). *Using children's thinking to teach mathematics*. Los Angeles, CA: UCLA Urban Education Studies Center.
- Hank, J. E. (1998). *Native American pedagogy and cognitive based mathematics instruction*. New York: Garland Press.
- Hendricks, M. C. (2013). *The effects of cognitively guided instruction on mathematics achievement of second grade children*. Doctoral dissertation, Faculty of Education, Walden University.
- Hiebert, J. C., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fusin, K., Wearne, D., Murray, A., Olivier, & Human, P. (1997). *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Kagan, S. (1994). *Cooperative learning*. San Juan Capistrano, CA: Kagan Cooperative Learning.
- Kennedy, L. M., & Tipps, S. (1994). *Guiding children' learning of mathematics 1994* (7th ed.). Belmont, California: Wadsworth.
- Lappan, G., & Schram, P. W. (1989). *Communication and reasoning: Critical dimensions of sense making in mathematics*. Virginia: The National Council of Teacher of Mathematics.
- Lyman, F. (1981). *The responsive classroom discussion: The inclusion of all students*. College Park, MD: University of Maryland Press.
- Mumme, J., & Shepherd, N. (1993). *Communication in mathematics in implementing the K-8 curriculum and evaluation standard*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- National Center for Research in Mathematics and Science Education. (1992). Cognitively guided instruction. *NCRMSE Research Review*, 1(2), 9-15.
- National Council of Teacher of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Council of Teacher of Mathematics.
- Reys, R. E. (2001). *Helping children learn mathematics* (6th ed.). New York: John Wiley and Sons.

- Rowan, T. E., & Morrow, L. (1993). *Implementing K-8 curriculum and evaluation standard*. Reston, VA: Arithmetic Teacher.
- Sampsel, A. (2013). Finding the effects of think-pair-share on student confidence and participation. *Honors Projects*, 28, 1-19.
- Saniani, E. D. (2015). *Improve students' speaking ability using think-pair-share of cooperative learning for the 8th grade students of MTS N Karangmojo in the academic year of 2014/ 2015*. Master's Thesis, English Education Department, Faculty of Language and Arts, Yogyakarta University.
- Stiff, V. L. (1999). *Developing mathematical reasoning in grades K-12*. Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.
- Stiggins, J. R. (1997). *Student-centered classroom assessment* (2nd ed.). Westport, CT: Greenwood Press.
- Thuber, W. A. (1976). *Teaching science in today's secondary schools*. Boston: Allyn and Bacon.
- Villasenor, A., & Kapner, S. H. (1993). Arithmetic from a problem-solving perspective: An urban implementation. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(1), 62-69.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ
- หนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือในการทำวิจัย
- หนังสือรับรองผลการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์
- หนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือ ในการวิจัย
- หนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อใช้ในการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

- | | |
|--------------------------|--|
| 1. ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต | ตำแหน่ง อาจารย์ประจำภาควิชาการจัดการเรียนรู้
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา |
| 2. ดร.พรรณทิพา ตันตินัย | ตำแหน่ง อาจารย์ประจำภาควิชาการจัดการเรียนรู้
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา |
| 3. ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์ | ตำแหน่ง อาจารย์ประจำภาควิชาการจัดการเรียนรู้
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา |
| 4. นางสาวเดือนใจ ศรีเนตร | ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนศรีราชา
สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 18 |
| 5. นางชุติมา ปณะราช | ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนศรีราชา
สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 18 |



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน โทร. ๒๐๖๕
 ที่ อว ๘๑๑๘/๑๑๙๙๐ วันที่ ๒๗ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๖๒
 เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต

ด้วย นางสาววิไลวรรณ ชูปั้น นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลการจัดการเรียนการสอนแนวให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-Pair-Share) ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” ในความควบคุมของ ดร.เกษมสันต์ พานิชเจริญ ซึ่งเป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ในกรณีนี้ คณะศึกษาศาสตร์ พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความเชี่ยวชาญในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย จึงขอความอนุเคราะห์เป็นผู้ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือการวิจัยให้กับนิสิต

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณาให้ความอนุเคราะห์ เป็นผู้ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือการวิจัย และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

(ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต)

รองคณบดีฝ่ายบริการวิชาการและกิจกรรมพิเศษ รักษาการแทน
 คณบดีคณะศึกษาศาสตร์



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน โทร. ๒๐๖๕

ที่ อว ๘๑๑๘/ ๑๑๔๙๐

วันที่ ๒๗ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๖๒

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ดร.พรรณทิพา ตันตินัย

ด้วย นางสาววิไลวรรณ ชูปั้น นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-Pair-Share) ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” ในความควบคุมของ ดร.เกษมสันต์ พานิชเจริญ ซึ่งเป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ในกรณีนี้ คณะศึกษาศาสตร์ พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความเชี่ยวชาญในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย จึงขอความอนุเคราะห์เป็นผู้ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือการวิจัยให้กับนิสิต

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณาให้ความอนุเคราะห์ เป็นผู้ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือการวิจัย และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

(ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต)

รองคณบดีฝ่ายบริการวิชาการและกิจการพิเศษ รักษาการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน โทร. ๒๐๖๕
 ที่ อว ๘๑๑๘/๑๙๔๙๐ วันที่ ๒๗ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๖๒
 เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์เป็นผู้ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์

ด้วย นางสาววิไลวรรณ ชูปั้น นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลการจัดการเรียนการสอนแนวให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-Pair-Share) ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” ในความควบคุมของ ดร.เกษมสันต์ พานิชเจริญ ซึ่งเป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ในการนี้ คณะศึกษาศาสตร์ พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความเชี่ยวชาญในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย จึงขอความอนุเคราะห์เป็นผู้ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือการวิจัยให้กับนิสิต

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณาให้ความอนุเคราะห์ เป็นผู้ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือการวิจัย และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

(ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต)

รองคณบดีฝ่ายบริการวิชาการและกิจการพิเศษ รักษาการแทน
 คณบดีคณะศึกษาศาสตร์



ที่ อว ๘๑๑๘/๑๐๒๐

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
ต. แสนสุข อ. เมือง จ. ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๗/ ธันวาคม ๒๕๖๒

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์บุคลากรในสังกัดเป็นผู้ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนศรีราชา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๒ ชุด

ด้วย นางสาววิไลวรรณ ชูปั้น นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-Pair-Share) ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” ในความควบคุมของ ดร.เกษมสันต์ พานิชเจริญ ซึ่งเป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ในการนี้ คณะศึกษาศาสตร์ พิจารณาแล้วเห็นว่า นางสาวเตือนใจ ตรีเนตร และ นางชุตินา ณะราช ซึ่งเป็นบุคลากรในสังกัดของท่าน เป็นผู้มีความเชี่ยวชาญในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย จึงขอความอนุเคราะห์ให้เป็นผู้ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือการวิจัยให้กับนิสิต

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งที่จะได้รับความอนุเคราะห์จากท่าน ให้บุคลากรในสังกัดเป็นผู้ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยและขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต)

รองคณบดีฝ่ายบริการวิชาการและกิจกรรมพิเศษ รักษาการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน

ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน

โทรศัพท์ ๐ ๓๘๑๐ ๒๐๖๕

โทรสาร ๐ ๓๘๓๙ ๑๐๕๓

ผู้วิจัยโทร ๐๘ ๖๓๗๙ ๔๒๒๕



ที่ ๐๔๕/๒๕๖๓

**เอกสารรับรองผลการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์
มหาวิทยาลัยบูรพา**

คณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้พิจารณาโครงการวิจัย

รหัสโครงการวิจัย : G-HU 036/2563

โครงการวิจัยเรื่อง : ผลการจัดการเรียนการสอนแนวให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-Pair-Share) ที่มีต่อความสามารถในการให้หาเหตุผล และสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒

หัวหน้าโครงการวิจัย : นางสาววิไลวรรณ ชูปิ่น

หน่วยงานที่สังกัด : นิติระดับบัณฑิตศึกษา คณะศึกษาศาสตร์

คณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้พิจารณาแล้วเห็นว่า โครงการวิจัยดังกล่าวเป็นไปตามหลักการของจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ โดยที่ผู้วิจัยเคารพสิทธิและศักดิ์ศรีในความเป็นมนุษย์ ไม่มีการล่วงละเมิดสิทธิ สวัสดิภาพ และไม่ก่อให้เกิดอันตรายแก่ตัวอย่างการวิจัยและผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย

จึงเห็นสมควรให้ดำเนินการวิจัยในขอบข่ายของโครงการวิจัยที่เสนอได้ (ดูตามเอกสารตรวจสอบ)

- | | |
|---|--|
| ๑. แบบเสนอเพื่อขอรับการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ | ฉบับที่ ๒ วันที่ ๒๘ เดือน มีนาคม พ.ศ. ๒๕๖๓ |
| ๒. เอกสารโครงการวิจัยฉบับภาษาไทย | ฉบับที่ ๑ วันที่ ๒๖ เดือน กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๖๓ |
| ๓. เอกสารชี้แจงผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย | ฉบับที่ ๒ วันที่ ๒๘ เดือน มีนาคม พ.ศ. ๒๕๖๓ |
| ๔. เอกสารแสดงความยินยอมของผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย | ฉบับที่ ๒ วันที่ ๒๘ เดือน มีนาคม พ.ศ. ๒๕๖๓ |
| ๕. เอกสารแสดงรายละเอียดเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยซึ่งผ่านการพิจารณาจากผู้ทรงคุณวุฒิแล้ว หรือชุดที่ใช้เก็บข้อมูลจริงจากผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย | ฉบับที่ ๑ วันที่ ๕ เดือน มีนาคม พ.ศ. ๒๕๖๓ |
| ๖. เอกสารอื่น ๆ (ถ้ามี) | ฉบับที่ - วันที่ - เดือน - พ.ศ. - |

วันที่รับรอง : วันที่ ๒๑ เดือน เมษายน พ.ศ. ๒๕๖๓
วันที่หมดอายุ : วันที่ ๒๐ เดือน เมษายน พ.ศ. ๒๕๖๔

ลงนาม

เจนวิทย์ นวลแสง

(นายเจนวิทย์ นวลแสง)

ประธานคณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา
ชุดที่ ๒ (กลุ่มมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์)

หมายเหตุ : ลงนามโดยยืนยันตัวตนผ่านระบบอิเล็กทรอนิกส์



ที่ อว ๘๑๑๘/๒๕๖๓

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
ต. แสนสุข อ. เมือง จ. ชลบุรี ๒๐๑๔

๒๐ สิงหาคม ๒๕๖๓

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย
เรียน

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วย นางสาววิไลวรรณ ชูปั้น นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชา
หลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลการจัด
การเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-Pair-Share) ที่มีต่อความสามารถในการให้
เหตุผลและสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” ในความควบคุมของ
ดร.เกษมสันต์ พานิชเจริญ ซึ่งเป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ในกาครั้งนี้ คณะศึกษาศาสตร์จึงขอ
ความอนุเคราะห์ให้นิสิตได้เข้าเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย โดยเก็บ
รวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓/๒ ในวันที่ ๒๔ - ๓๑ สิงหาคม พ.ศ. ๒๕๖๓ ทั้งนี้ โครงการวิจัย
ดังกล่าวได้ผ่านขั้นตอนการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งที่จะได้รับ
ความอนุเคราะห์จากท่านในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย และขอขอบคุณมา
ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐุ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน

โทรศัพท์ ๐ ๓๘๑๐ ๒๐๖๕

โทรสาร ๐ ๓๘๓๙ ๑๐๔๓

ผู้วิจัยโทร ๐๘ ๖๓๗๙ ๔๒๒๕



ที่ อว ๘๑๑๘/ ๙๒๘

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
ต. แสนสุข อ. เมือง จ. ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๐ สิงหาคม ๒๕๖๓

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนวัดประสิทธิเวช

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วย นางสาววิไลวรรณ ชูปั้น นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-Pair-Share) ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” ในความควบคุมของ ดร.เกษมสันต์ พานิชเจริญ ซึ่งเป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ในกรณีนี้ คณะศึกษาศาสตร์จึงขอความอนุเคราะห์ให้บัณฑิตได้เข้าเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองเพื่อการวิจัย โดยเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒ ในวันที่ ๓ - ๒๒ กันยายน พ.ศ. ๒๕๖๓ ทั้งนี้ โครงการวิจัยดังกล่าวได้ผ่านขั้นตอนการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งที่จะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศรีสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน

โทรศัพท์ ๐ ๓๘๑๐ ๒๐๖๕

โทรสาร ๐ ๓๘๓๙ ๑๐๔๓

ผู้วิจัยโทร ๐๘ ๖๓๗๙ ๔๒๒๕

ภาคผนวก ข

- ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share)
- ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ของแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง
- คะแนนสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จากแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง

ตารางภาคผนวก ข-1 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนการสอนที่ 1

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญ					M	SD	ระดับความเหมาะสม
	จำนวน 5 คน							
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
3. สาระสำคัญ	5	5	5	4	5	4.80	0.45	มากที่สุด
4. สาระการเรียนรู้	5	4	4	4	5	4.40	0.55	มาก
5. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนการสอน								
6.1 ชั้นที่ 1: นำเสนอสถานการณ์ปัญหา	3	4	3	4	5	3.80	0.84	มาก
6.2 ชั้นที่ 2: วิเคราะห์ข้อมูล	3	4	3	3	4	3.40	0.55	ปานกลาง
6.3 ชั้นที่ 3: แลกเปลี่ยนเรียนรู้	4	4	3	4	5	4.00	0.71	มาก
6.4 ชั้นที่ 4: สร้างแนวคิด	4	3	3	4	4	3.60	0.55	มาก
7. สื่อและแหล่งการเรียนรู้	5	5	3	4	5	4.40	0.89	มาก
8. การวัดผลและประเมินผล	5	5	3	4	5	4.40	0.89	มาก
เฉลี่ย						4.33	0.53	มาก

จากตารางภาคผนวก ข-1 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสม ของแผนการจัดการเรียนการสอน โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ($M = 4.33$, $SD = 0.53$)

ตารางภาคผนวก ข-2 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนการสอนที่ 2

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญ					M	SD	ระดับความเหมาะสม
	จำนวน 5 คน							
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
3. สาระสำคัญ	5	5	5	4	5	4.80	0.45	มากที่สุด
4. สาระการเรียนรู้	5	4	4	4	5	4.40	0.55	มาก
5. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนการสอน								
6.1 ชั้นที่ 1: นำเสนอสถานการณ์ปัญหา	3	4	3	4	5	3.80	0.84	มาก
6.2 ชั้นที่ 2: วิเคราะห์ข้อมูล	3	4	3	3	4	3.40	0.55	ปานกลาง
6.3 ชั้นที่ 3: แลกเปลี่ยนเรียนรู้	4	4	3	4	5	4.00	0.71	มาก
6.4 ชั้นที่ 4: สร้างแนวคิด	4	3	3	4	4	3.60	0.55	มาก
7. สื่อและแหล่งการเรียนรู้	5	5	3	4	5	4.40	0.89	มาก
8. การวัดผลและประเมินผล	5	5	3	4	5	4.40	0.89	มาก
เฉลี่ย						4.33	0.53	มาก

จากตารางภาคผนวก ข-2 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสม ของแผนการจัดการเรียนการสอน โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ($M = 4.33$, $SD = 0.53$)

ตารางภาคผนวก ข-3 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนการสอนที่ 3

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญ					M	SD	ระดับความเหมาะสม
	จำนวน 5 คน							
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
3. สาระสำคัญ	5	5	5	4	5	4.80	0.45	มากที่สุด
4. สาระการเรียนรู้	5	4	4	4	5	4.40	0.55	มาก
5. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนการสอน								
6.1 ชั้นที่ 1: นำเสนอสถานการณ์ปัญหา	3	4	3	4	5	3.80	0.84	มาก
6.2 ชั้นที่ 2: วิเคราะห์ข้อมูล	3	4	3	3	4	3.40	0.55	ปานกลาง
6.3 ชั้นที่ 3: แลกเปลี่ยนเรียนรู้	4	4	3	4	5	4.00	0.71	มาก
6.4 ชั้นที่ 4: สร้างแนวคิด	4	3	3	4	4	3.60	0.55	มาก
7. สื่อและแหล่งการเรียนรู้	5	5	3	4	5	4.40	0.89	มาก
8. การวัดผลและประเมินผล	5	5	3	4	5	4.40	0.89	มาก
เฉลี่ย						4.33	0.53	มาก

จากตารางภาคผนวก ข-3 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสม ของแผนการจัดการเรียนการสอน โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ($M = 4.33$, $SD = 0.53$)

ตารางภาคผนวก ข-4 สรุปผลการประเมินแผนการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ทั้งหมด 3 แผน

แผนการจัดการเรียนการสอนที่	M	SD	ระดับความเหมาะสม
1	4.33	0.53	มาก
2	4.33	0.53	มาก
3	4.33	0.53	มาก
เฉลี่ย	4.33	0.53	มาก

จากตารางภาคผนวก ข-4 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนการสอนโดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 คน พบว่า แผนการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) มีค่าเฉลี่ยเหมาะสมอยู่ในระดับมาก (M = 4.33, SD = 0.53)

ตารางภาคผนวก ข-5 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ค่า IOC	ผลการวิเคราะห์
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	0	+1	0.80	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	0	+1	0.80	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	-1	+1	0.60	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	0	+1	0.80	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

จากตารางภาคผนวก ข-5 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 8 ข้อ พบว่าค่าดัชนีความสอดคล้องอยู่ในช่วง 0.6-1

ตารางภาคผนวก ข-6 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสาร
ทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ค่า IOC	ผลการวิเคราะห์
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	0	0	+1	0.60	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	0	+1	0.80	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	0	+1	0.80	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

จากตารางภาคผนวก ข-6 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดสมรรถนะ
ด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จำนวน 8 ข้อ พบว่า ค่าดัชนีความสอดคล้องอยู่ในช่วง 0.6-1

ตารางภาคผนวก ข-7 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เนื้อหา/ จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อที่	ค่าความ ยากง่าย	ค่าอำนาจ จำแนก	ผลการวิเคราะห์ ข้อสอบ	ผลการ คัดเลือก
จำนวนตรรกยะ	1	0.45	0.30	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่า จำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวน ตรรกยะหรือไม่	2	0.50	0.47	ใช้ได้	คัดเลือก
เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็น จำนวนเต็ม	3	0.45	0.77	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
4	0.55	0.70	ใช้ได้	คัดเลือก	
1. นักเรียนสามารถคูณและหาร เลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกัน และ เลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้	5	0.45	0.83	ใช้ได้	คัดเลือก
6	0.50	0.60	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก	
การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลัง ไปใช้ในการแก้ปัญหา	7	0.32	0.57	ใช้ได้	คัดเลือก
8	0.30	0.47	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก	
1. นักเรียนสามารถนำความรู้ เรื่องเลขยกกำลังและสมบัติของ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็น จำนวนเต็มมาประยุกต์ใช้ในการ แก้ปัญหาได้					

จากตารางภาคผนวก ข-7 แสดงค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบว่าค่าความยากง่ายอยู่ในช่วง 0.32-0.55 และมีค่าอำนาจจำแนกในช่วง 0.47-0.83

เลือกข้อสอบข้อที่ 2, 4, 5 และ 7 ที่มีค่าความยากง่าย 0.50, 0.55, 0.45 และ 0.32 ตามลำดับ และค่าอำนาจจำแนก 0.47, 0.70, 0.83 และ 0.57 ตามลำดับ

ตารางภาคผนวก ข-8 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสาร
ทางคณิตศาสตร์

เนื้อหา/ จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อที่	ค่าความ ยากง่าย	ค่าอำนาจ จำแนก	ผลการวิเคราะห์ ข้อสอบ	ผลการ คัดเลือก
จำนวนตรรกยะ	1	0.75	0.50	ใช้ได้	คัดเลือก
1. นักเรียนสามารถเขียนเศษส่วน ให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้	2	0.32	0.37	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
2. นักเรียนสามารถเขียนทศนิยมซ้ำ ให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้					
เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	3	0.57	0.67	ใช้ได้	คัดเลือก
1. นักเรียนสามารถบอกความหมาย เกี่ยวกับเลขยกกำลังได้	4	0.50	0.60	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
2. นักเรียนสามารถคูณและหารเลข ยกกำลังที่มีฐานเดียวกัน และเลขชี้ กำลังเป็นจำนวนเต็มได้	5	0.60	0.73	ใช้ได้	คัดเลือก
	6	0.32	0.63	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไป ใช้ในการแก้ปัญหา	7	0.37	0.67	ใช้ได้	คัดเลือก
1. นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่อง เลขยกกำลังและสมบัติของเลขยก กำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มมา ประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้	8	0.23	0.47	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก

จากตารางภาคผนวก ข-8 แสดงค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดสมรรถนะ
ด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ พบว่าค่าความยากง่ายอยู่ในช่วง 0.23-0.75 และมีค่าอำนาจจำแนก
ในช่วง 0.37-0.73

เลือกข้อสอบข้อที่ 1, 3, 5 และ 7 ที่มีค่าความยากง่าย 0.75, 0.57, 0.60 และ 0.37
ตามลำดับ และค่าอำนาจจำแนก 0.50, 0.67, 0.73 และ 0.67 ตามลำดับ

ตารางภาคผนวก ข-9 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
กลุ่มตัวอย่าง เรื่อง เลขยกกำลัง

คนที่	ก่อนเรียน (คะแนนเต็ม 12)	หลังเรียน (คะแนนเต็ม 12)
1	3	8
2	1	9
3	0	6
4	3	10
5	3	10
6	3	10
7	1	10
8	0	6
9	3	8
10	3	9
11	1	7
12	3	10
13	3	10
14	3	10
15	3	10
16	3	9
17	2	8
18	4	9
19	3	8
20	4	10
21	0	8
22	4	7
23	4	8
คะแนนเฉลี่ย	2.48	8.70
ร้อยละ	20.65	72.46

ตารางภาคผนวก ข-10 คะแนนสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
เรื่อง เลขยกกำลัง

คนที่	ก่อนเรียน (คะแนนเต็ม 12)	หลังเรียน (คะแนนเต็ม 12)
1	0	8
2	0	10
3	0	9
4	5	10
5	5	9
6	4	10
7	0	7
8	0	5
9	0	7
10	0	6
11	0	8
12	7	10
13	9	10
14	5	10
15	5	9
16	5	10
17	1	7
18	0	8
19	0	9
20	9	10
21	0	7
22	0	8
23	0	8
คะแนนเฉลี่ย	2.39	8.48
ร้อยละ	19.93	70.65

ภาคผนวก ค

- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share)
- แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง
- แบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนการสอน

แผนการจัดการเรียนการสอนที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค22101)
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลัง	เวลา 10 ชั่วโมง
เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	เวลา 4 ชั่วโมง
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค	เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน
1.1	การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.2/ 1	เข้าใจและใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง
--------------	---

สาระสำคัญ

นิยาม เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก

$$\text{จะได้ว่า } a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ ตัว}}$$

เรียก a^n ว่าเลขยกกำลัง

เรียก a ว่าฐานของเลขยกกำลัง

เรียก n ว่าเลขชี้กำลัง

สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$ เช่น $4^3 \times 4^5 = 4^8$
- $(a^m)^n = a^{m \times n}$ เช่น $(2^3)^5 = 2^{3 \times 5} = 2^{15}$

3. $(ab)^n = a^n b^n$ เช่น $(a^2 b^2)^3 = (a^2)^3 (b^2)^3 = (a^{2 \times 3})(b^{2 \times 3}) = a^6 b^6$
4. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ เช่น $\left(\frac{a^2}{b^3}\right)^4 = \frac{a^{2 \times 4}}{b^{3 \times 4}} = \frac{a^8}{b^{12}}$
5. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ เช่น $\frac{3^7}{3^4} = 3^{7-4} = 3^3 = 27$
6. $a^0 = 1$ เช่น $5^0 = 1$
7. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ เช่น $3^{-2} = \frac{1}{3^2}$

สาระการเรียนรู้

- ความหมายของเลขยกกำลัง
- สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถบอกความหมายเกี่ยวกับเลขยกกำลังได้
2. นักเรียนสามารถเขียนเลขยกกำลังแทนจำนวนที่กำหนดได้
3. นักเรียนสามารถคูณและหารเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกัน และเลขชี้กำลังเป็นจำนวน

กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 1

ขั้นที่ 1: นำเสนอสถานการณ์ปัญหา

1. ครูนำเสนอสถานการณ์ว่า ให้นักเรียนเขียนจำนวนที่คูณด้วยตัวเองหลาย ๆ ครั้งตามที่กำหนดให้ ดังนี้

$$2 \times 2 \times 2$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$$

2. ครูเสนอคำถามกับนักเรียนต่อว่า ถ้าไม่เขียนในรูปที่คูณกันหลาย ๆ ครั้งจะสามารถเขียนได้อย่างไร จนได้ข้อสรุปว่า สามารถเขียนสัญลักษณ์ใหม่ได้เป็น

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3 \text{ อ่านว่า สองยกกำลังสาม มี 2 เป็นฐาน และ 3 เป็นเลขชี้กำลัง}$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 \text{ อ่านว่า สามยกกำลังสี่ มี 3 เป็นฐาน และ 4 เป็นเลขชี้กำลัง}$$

$$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5 \text{ อ่านว่า สี่ยกกำลังห้า มี 4 เป็นฐาน และ 5 เป็นเลขชี้กำลัง}$$

3. ครูนำเสนอสถานการณ์ให้นักเรียนสังเกตการเขียนเลขยกกำลังต่อไปนี้

$(-5)^2$ และ -5^2 มีความหมายต่างกัน คือ

กรณี	อ่านว่า	หมายถึง
$(-5)^2$	ลบห้าทั้งหมดยกกำลังสอง	$(-5) \times (-5) = 25$
-5^2	ลบของห้ายกกำลังสอง	$-(5 \times 5) = -25$

ดังนั้น $(-5)^2 \neq -5^2$

4. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 2.1 เรื่อง ความหมายของเลขยกกำลัง ให้นักเรียนแต่ละคนคิด

ขั้นที่ 2: วิเคราะห์ข้อมูล

5. นักเรียนจับคู่คิดออกแบบแนวทางเพื่อหาคำตอบหรือคำอธิบายของปัญหาตามใบกิจกรรมที่ 2.1 เรื่อง ความหมายของเลขยกกำลัง โดยในช่วงที่นักเรียนทำกิจกรรมครูสังเกตการแก้ปัญหาของนักเรียน หากพบว่านักเรียนมีปัญหา ครูจะใช้คำถามเพื่อชี้แนะและกระตุ้นการคิดของนักเรียน

ขั้นที่ 3: แลกเปลี่ยนเรียนรู้

6. เมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมเสร็จเรียบร้อยแล้ว นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับคำตอบ หรือคำอธิบายของปัญหาภายในคู่ หรือทั้งชั้นและนำเสนอผลที่ได้จากการศึกษา ทั้งนี้ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับคำตอบของปัญหา แนวทางการหาคำตอบ โดยครูอธิบายและให้ความรู้เกี่ยวกับหลักการทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมเมื่อเห็นว่ายังไม่สมบูรณ์

ขั้นที่ 4: สร้างแนวคิด

7. นักเรียนนำสิ่งที่ได้เรียนรู้ และแนวคิดทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาใหม่
ดังนี้

$$3^2 \times 4^2 = 3 \times 3 \times 4 \times 4 = 144$$

$$(-7)^2 = (-7) \times (-7) = 49$$

$$4^3 \times 5^2 = (4 \times 4 \times 4) + (5 \times 5) = 89$$

8. แล้วครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปมโนทัศน์หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ดังนี้

จำนวนที่เหมือนกันคูณกันหลาย ๆ ครั้ง สามารถเขียนแทนด้วยสัญลัษณ์ได้ เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก

จะได้ว่า $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ ตัว}}$

เรียก a^n ว่าเลขยกกำลัง

เรียก a ว่าฐานของเลขยกกำลัง

เรียก n ว่าเลขชี้กำลัง

เช่น $8 \times 8 \times 8 = 8^3$ อ่านว่า แปดยกกำลังสาม มี 8 เป็นฐาน และ 3 เป็นเลขชี้กำลัง

คาบที่ 2

ขั้นที่ 1: นำเสนอสถานการณ์ปัญหา

1. ครูทบทวนการเขียนจำนวนใด ๆ ในรูปของเลขยกกำลังจากชั่วโมงที่ผ่านมา
2. ครูเสนอโจทย์ให้นักเรียนคิดหาคำตอบ ดังนี้

1) $2^2 \times 2^3$

2) $(2^3)^2$

3) $(2 \times 3)^2$

4) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$

5) $\frac{2^4}{2^2}$

6) 2^0

7) 2^{-3}

ขั้นที่ 2: วิเคราะห์ข้อมูล

3. นักเรียนจับคู่คิดออกแบบแนวทางเพื่อหาคำตอบหรือคำอธิบายของปัญหา โดยในช่วงที่นักเรียนทำกิจกรรมครูสังเกตการแก้ปัญหาของนักเรียน หากพบว่านักเรียนมีปัญหา ครูจะใช้คำถามเพื่อชี้แนะและกระตุ้นการคิดของนักเรียน

ขั้นที่ 3: แลกเปลี่ยนเรียนรู้

4. เมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมเสร็จเรียบร้อยแล้ว นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับคำตอบ หรือคำอธิบายของปัญหาภายในคู่ และครูสุ่มนักเรียนบางคู่ออกมานำเสนอ ดังนี้

$$2^2 \times 2^3 = (2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$= 2^5$$

$$(2^3)^2 = 2^3 \times 2^3$$

$$= (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$= 2^6$$

$$(2 \times 3)^2 = (2 \times 3) \times (2 \times 3)$$

$$= 2 \times 3 \times 2 \times 3$$

$$= 2^2 3^2$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$= \frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3}$$

$$= \frac{2^3}{3^3}$$

$$\frac{2^4}{2^2} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2}$$

$$= 2 \times 2$$

$$= 2^2$$

$$2^0 = \frac{2^3}{2^3}$$

$$= \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2}$$

$$= 1$$

$$2^{-3} = \frac{2^2}{2^5}$$

$$= \frac{2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$$

$$= \frac{1}{2 \times 2 \times 2}$$

$$= \frac{1}{2^3}$$

5. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสะท้อนความคิดเกี่ยวกับคำตอบของปัญหา
แนวทางการหาคำตอบโดยครูอธิบายและให้ความรู้เกี่ยวกับหลักการทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
เมื่อเห็นว่ายังไม่สมบูรณ์ ดังนี้

$$2^2 \times 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$$

สรุปได้ว่า เลขยกกำลังที่มีฐานเหมือนกันคูณกัน ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นฐานเดิม ที่มีการนำเลขชี้กำลังมาบวกกัน

$$(2^3)^2 = 2^{3 \times 2} = 2^6$$

สรุปได้ว่า กำลังซ้อนกันเอากำลังคูณกัน

$$(2 \times 3)^2 = (2^{1 \times 2})(3^{1 \times 2}) = 2^2 3^2$$

สรุปได้ว่า เลขยกกำลังที่มีฐานอยู่ในรูปของการคูณที่อยู่ในวงเล็บ และมีเลขชี้กำลังภายนอกที่อยู่นอกวงเล็บของผลคูณนั้น ให้นำเลขชี้กำลังภายนอกคูณเลขชี้กำลังภายในแต่ละตัว

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^{1 \times 3}}{3^{1 \times 3}} = \frac{2^3}{3^3}$$

สรุปได้ว่า เลขยกกำลังที่มีฐานอยู่ในรูปของการหารที่อยู่ในวงเล็บ และมีเลขชี้กำลังภายนอกที่อยู่นอกวงเล็บของผลหารนั้น ให้นำเลขชี้กำลังภายนอกคูณเลขชี้กำลังภายในแต่ละตัว

$$\frac{2^4}{2^2} = 2^{4-2} = 2^2$$

สรุปได้ว่า เลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกันหารกัน ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นฐานเดิมที่มีการนำเลขชี้กำลังมาลบกัน

$$2^0 = 1$$

สรุปได้ว่า เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็น 0 ผลลัพธ์ที่ได้มีค่าเท่ากับ 1 เสมอ

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3}$$

สรุปได้ว่า เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังติดลบ สามารถทำเลขชี้กำลังให้เป็นบวกโดยการทำเป็นเศษส่วน

ขั้นที่ 4: สร้างแนวคิด

6. นักเรียนนำสิ่งที่ได้เรียนรู้ และแนวคิดทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาใหม่
ดังนี้

$$1) \frac{5^3 \times 5^4}{5^2} = \frac{5^{3+4}}{5^2} = \frac{5^7}{5^2} = 5^{7-2} = 5^5$$

$$2) (3^3)^2 \times 3^5 = 3^{3 \times 2} \times 3^5 = 3^6 \times 3^5 = 3^{6+5} = 3^{11}$$

$$3) 1000^0 + (10^3)^0 = 1 + 1000^0 = 1 + 1 = 2$$

7. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปมโนทัศน์หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์
ที่ถูกต้อง ดังนี้

สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

เมื่อ a และ $b \neq 0$ และ m และ n เป็นจำนวนเต็ม

$$1. a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$2. (a^m)^n = a^{mn}$$

$$3. (ab)^n = a^n b^n$$

$$4. \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$5. \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$6. a^0 = 1$$

$$7. a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

คาบที่ 3

ขั้นที่ 1: นำเสนอสถานการณ์ปัญหา

1. ครูทบทวนความรู้เดิม เรื่องสมบัติเลขยกกำลังจากชั่วโมงที่แล้ว
2. ครูแจกใบความรู้ที่ 2 เรื่อง สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

ให้นักเรียนศึกษา

3. ครูซักถามกับนักเรียนต่อว่า นักเรียนเกิดข้อสงสัยจากการศึกษาใบความรู้ที่ 2 เรื่อง สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม หรือไม่ ถ้าพบว่ามีข้อคำถามหรือข้อสงสัย ครูอธิบายเพิ่มเติม
4. ครูนำเสนอสถานการณ์ ให้นักเรียนหาคำตอบ โดยอิงจากใบความรู้ที่ 2 เรื่อง สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม มาใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งเขียนอธิบายแนวคิด

ขั้นที่ 2: วิเคราะห์ข้อมูล

5. นักเรียนจับคู่คิดออกแบบแนวทางเพื่อหาคำตอบหรือคำอธิบายของปัญหาจากโจทย์ที่ครูกำหนด ดังนี้

- 1) $2^7 \times 2^3$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

อธิบายแนวคิด: เมื่อพิจารณาจากคำถามจะพบว่า เลขยกกำลังมีฐานเดียวกันคูณกัน

ซึ่งตรงกับสมบัติข้อที่ 1 ในใบความรู้ที่ 2 คือ $a^m \times a^n = a^{m+n}$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น จะได้ว่า } 2^7 \times 2^3 &= 2^{7+3} \\ &= 2^{10} \end{aligned}$$

- 2) 111^0 มีค่าเท่ากับเท่าไร

อธิบายแนวคิด: เมื่อพิจารณาจากคำถามจะพบว่า เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็น 0

ผลลัพธ์ที่ได้มีค่าเท่ากับ 1 เสมอ ซึ่งตรงกับสมบัติข้อที่ 6 ในใบความรู้ที่ 2 คือ $a^0 = 1$

$$\text{ดังนั้น จะได้ว่า } 111^0 = 1$$

- 3) $\frac{13^9}{13^4}$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

อธิบายแนวคิด: เมื่อพิจารณาจากคำถามจะพบว่า เลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกันหารกัน

ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นฐานเดิมที่มีการนำเลขชี้กำลังมาลบกัน ซึ่งตรงกับสมบัติข้อที่ 5 ในใบความรู้ที่ 2 คือ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น จะได้ว่า } \frac{13^9}{13^4} &= 13^{9-4} \\ &= 13^5 \end{aligned}$$

4) 17^{-8} มีค่าเท่ากับเท่าไร

อธิบายแนวคิด: เมื่อพิจารณาจากคำถามจะพบว่า เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังติดลบ สามารถทำเลขชี้กำลังให้เป็นบวกโดยการทำให้เป็นเศษส่วน ซึ่งตรงกับสมบัติข้อที่ 7 ในใบความรู้ที่ 2 คือ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$$\text{ดังนั้น จะได้ว่า } 17^{-8} = \frac{1}{17^8}$$

5) $(4^7)^3$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

อธิบายแนวคิด: เมื่อพิจารณาจากคำถามจะพบว่า กำลังซ้อนกันเอากำลังคูณกัน ซึ่งตรงกับสมบัติข้อที่ 2 ในใบความรู้ที่ 2 คือ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น จะได้ว่า } (4^7)^3 &= 4^{7 \cdot 3} \\ &= 4^{21} \end{aligned}$$

6. โดยในช่วงที่นักเรียนทำกิจกรรมครูสังเกตการแก้ปัญหาของนักเรียน หากพบว่านักเรียนมีปัญหา ครูจะใช้คำถามเพื่อชี้แนะและกระตุ้นการคิดของนักเรียน

คาบที่ 4

ขั้นที่ 3: แลกเปลี่ยนเรียนรู้

7. เมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมเสร็จเรียบร้อยแล้ว นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับคำตอบ หรือคำอธิบายของปัญหาภายในคู่ หรือทั้งชั้นและนำเสนอผลที่ได้จากการศึกษา ทั้งนี้ ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับคำตอบของปัญหา แนวทางการหาคำตอบ โดยครูอธิบายและให้ความรู้เกี่ยวกับหลักการทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เมื่อเห็นว่ายังไม่สมบูรณ์

ขั้นที่ 4: สร้างแนวคิด

8. นักเรียนนำสิ่งที่ได้เรียนรู้ และแนวคิดทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาใหม่ โดยทำจากใบกิจกรรมที่ 2.2 เรื่อง สมบัติของเลขยกกำลัง

9. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปราย และสรุปมโนทัศน์หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ที่ถูกต้อง ดังนี้

สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

เมื่อ a และ $b \neq 0$ และ m และ n เป็นจำนวนเต็ม

1) ถ้าเลขยกกำลังที่มีฐานเหมือนกันคูณกัน ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นฐานเดิมที่มีการนำเลขชี้กำลังมาบวกกัน สามารถเขียนในรูป $a^m \times a^n = a^{m+n}$ เช่น $4^3 \times 4^5 = 4^{3+5} = 4^8$

- 2) ถ้ากำลังซ้อนกันเอากำลังคูณกัน สามารถเขียนในรูป $(a^m)^n = a^{mn}$ เช่น $(2^3)^5 = 2^{3 \times 5} = 2^{15}$
- 3) ถ้าเลขยกกำลังที่มีฐานอยู่ในรูปของการคูณที่อยู่ในวงเล็บ และมีเลขชี้กำลังภายนอกที่อยู่นอกวงเล็บของผลคูณนั้น ให้นำเลขชี้กำลังภายนอกคูณเลขชี้กำลังภายในแต่ละตัว สามารถเขียนในรูป $(ab)^n = a^n b^n$ เช่น $(a^2 b^3)^4 = (a^2)^4 (b^3)^4 = (a^{2 \times 4})(b^{3 \times 4}) = a^8 b^{12}$
- 4) ถ้าเลขยกกำลังที่มีฐานอยู่ในรูปของการหารที่อยู่ในวงเล็บ และมีเลขชี้กำลังภายนอกที่อยู่นอกวงเล็บของผลหารนั้น ให้นำเลขชี้กำลังภายนอกคูณเลขชี้กำลังภายในแต่ละตัว สามารถเขียนในรูป $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ เช่น $\left(\frac{a^2}{b^3}\right)^4 = \frac{a^{2 \times 4}}{b^{3 \times 4}} = \frac{a^8}{b^{12}}$
- 5) ถ้าเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกันหารกัน ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นฐานเดิมที่มีการนำเลขชี้กำลังมาลบกัน สามารถเขียนในรูป $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ เช่น $\frac{3^7}{3^4} = 3^{7-4} = 3^3 = 27$
- 6) ถ้าเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็น 0 ผลลัพธ์ที่ได้มีค่าเท่ากับ 1 เสมอ สามารถเขียนในรูป $a^0 = 1$ เช่น $5^0 = 1$
- 7) ถ้าเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังติดลบ สามารถทำเลขชี้กำลังให้เป็นบวกโดยการทำเป็นเศษส่วน สามารถเขียนในรูป $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ เช่น $3^{-2} = \frac{1}{3^2}$

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 2.1 เรื่อง ความหมายของเลขยกกำลัง
2. ใบกิจกรรมที่ 2.2 เรื่อง สมบัติของเลขยกกำลัง
3. ใบความรู้ที่ 2 เรื่อง สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

การวัดผลและประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การวัดผล
ด้านความรู้ 1. นักเรียนสามารถบอกความหมายเกี่ยวกับเลขยกกำลังได้ 2. นักเรียนสามารถเขียนเลขยกกำลังแทนจำนวนที่กำหนดได้ 3. นักเรียนสามารถคูณและหารเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกัน และเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้	การตรวจ ใบกิจกรรมที่ 2.1	ใบกิจกรรมที่ 2.1	นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 2.1 ถูกต้องร้อยละ 70
	การตรวจใบกิจกรรมที่ 2.2	ใบกิจกรรมที่ 2.2	นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 2.2 ถูกต้องร้อยละ 70
ด้านทักษะ/ กระบวนการ 1. นักเรียนสามารถให้เหตุผลโดยใช้ความรู้เรื่องเลขยกกำลังและสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้ 2. นักเรียนสามารถเขียนสื่อสารแสดงแนวคิดโดยความรู้เรื่องเลขยกกำลังและสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้	การตรวจ ใบกิจกรรมที่ 2.2	ใบกิจกรรมที่ 2.2	นักเรียนมีผลการประเมินความสามารถในให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่น้อยกว่าร้อยละ 70
	การตรวจ ใบกิจกรรมที่ 2.1 และ 2.2	ใบกิจกรรมที่ 2.1 และ 2.2	นักเรียนมีผลการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไม่น้อยกว่าร้อยละ 70
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ 1. นักเรียนมีความมุ่งมั่นในการทำงาน	การสังเกต พฤติกรรม	แบบสังเกต พฤติกรรม	นักเรียนมีผลการประเมินอยู่ในระดับพอใช้ขึ้นไป

บันทึกหลังการจัดการเรียนการสอน

1. ผลการจัดการเรียนการสอน

ขั้นที่ 1: นำเสนอสถานการณ์ปัญหา เมื่อครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถระบุได้ว่าโจทย์ต้องการอะไร ครูจำเป็นต้องใช้คำถามกระตุ้นการคิด เมื่อให้ความช่วยเหลือพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุข้อมูลได้ถูกต้อง มีนักเรียนบางส่วนเท่าที่ไม่สามารถระบุข้อมูลได้

ขั้นที่ 2: วิเคราะห์ข้อมูล นักเรียนใช้เวลานานเกินในการจับคู่คิดหาคำตอบหรือคำอธิบายของปัญหา ครูจึงกำหนดเวลาให้เหมาะสมแก่นักเรียน และมีนักเรียนบางคู่ไม่สามารถเขียนหรือเรียบเรียงความคิดของตนเองได้ ครูจึงให้การแนะนำจนนำไปสู่คำตอบ

ขั้นที่ 3: แลกเปลี่ยนเรียนรู้ ในช่วงที่ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอ มีนักเรียนบางคู่ยังไม่กล้าที่จะตอบคำถาม ครูจึงต้องเป็นผู้เกริ่นนำในช่วงแรก เมื่อทำการสุ่มคู่ต่อ ๆ ไปทำให้การนำเสนอเป็นไปด้วยดีเพราะเกิดความคุ้นเคยมากขึ้น และครูกับนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อให้ได้คำตอบ

ขั้นที่ 4: สร้างแนวคิด นักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำความรู้ที่ได้เรียนมาไปใช้ในการแก้ปัญหาใหม่จนนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่มีนักเรียนบางส่วนไม่ฝึกหัดคิดหาคำตอบด้วยตนเอง

2. ปัญหา/อุปสรรค

นักเรียนบางคนไม่พยายามที่จะออกแบบแนวทางเพื่อหาคำตอบหรือคำอธิบายของปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ จะรอเวลาเพื่อที่จะจับคู่แล้วฟังแนวทางเพื่อหาคำตอบหรือคำอธิบายของปัญหาจากเพื่อน

3. ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

การจัดการเรียนการสอนครูควรสอนเนื้อหาที่ไม่ยากจนเกินไป และในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมแล้วไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ครูควรใช้คำถามหรือการชี้แนะ และครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถสื่อสารแนวคิดและเหตุผลได้อย่างหลากหลาย ไม่ว่าจะเป็นการพูด การเขียน หรือการวาดภาพ ซึ่งเป็นแนวทางที่ทำให้นักเรียนเข้าใจตนเองว่ากำลังคิดอะไร

ลงชื่อ.....

(นางสาววิไลวรรณ ชูปิ่น)

...../...../.....

แบบสังเกตคุณลักษณะอันพึงประสงค์

คำชี้แจง ให้ใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความเป็นจริง

ที่	ชื่อ-สกุล	รายการประเมิน						รวม	ผลการประเมิน
		มีความมุ่งมั่น พยายาม ในการแก้ไขปัญหาคิดค้นหาคำตอบ			ตั้งใจทำงานที่ได้รับมอบหมายได้สำเร็จ ทุกครั้ง				
		3	2	1	3	2	1		

เกณฑ์การให้คะแนน	ผลการประเมิน
ปฏิบัติเป็นประจำ = 3 คะแนน	5-6 คะแนน อยู่ในระดับ ดี
ปฏิบัติบางครั้ง = 2 คะแนน	3-4 คะแนน อยู่ในระดับ พอใช้
ปฏิบัติน้อยครั้ง = 1 คะแนน	1-2 คะแนน อยู่ในระดับ ควรปรับปรุง

ใบความรู้ที่ 2

เรื่อง สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

เมื่อ a และ $b \neq 0$ และ m และ n เป็นจำนวนเต็ม

$$1. a^m \times a^n = a^{m+n}$$

(เลขยกกำลังที่มีฐานเหมือนกันคูณกัน ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นฐานเดิมที่มีการนำเลขชี้กำลังมาบวกกัน) เช่น $4^3 \times 4^5 = 4^{3+5} = 4^8$

$$2. (a^m)^n = a^{m \times n}$$

(กำลังซ้อนกันเอากำลังคูณกัน) เช่น $(2^3)^5 = 2^{3 \times 5} = 2^{15}$

$$3. (ab)^n = a^n b^n$$

(เลขยกกำลังที่มีฐานอยู่ในรูปของการคูณที่อยู่ในวงเล็บ และมีเลขชี้กำลังภายนอกที่อยู่นอกวงเล็บ ของผลคูณนั้น ให้นำเลขชี้กำลังภายนอกคูณเลขชี้กำลังภายในแต่ละตัว) เช่น

$$(a^2 b^3)^4 = (a^2)^4 (b^3)^4 = (a^{2 \times 4})(b^{3 \times 4}) = a^8 b^{12}$$

$$4. \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

(เลขยกกำลังที่มีฐานอยู่ในรูปของการหารที่อยู่ในวงเล็บ และมีเลขชี้กำลังภายนอกที่อยู่นอกวงเล็บของผลหารนั้น ให้นำเลขชี้กำลังภายนอกคูณเลขชี้กำลังภายในแต่ละตัว) เช่น

$$\left(\frac{a^2}{b^3}\right)^4 = \frac{a^{2 \times 4}}{b^{3 \times 4}} = \frac{a^8}{b^{12}}$$

$$5. \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

(เลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกันหารกัน ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นฐานเดิมที่มีการนำเลขชี้กำลังมาลบกัน)

$$\text{เช่น } \frac{3^7}{3^4} = 3^{7-4} = 3^3 = 27$$

$$6. a^0 = 1$$

(เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็น 0 ผลลัพธ์ที่ได้มีค่าเท่ากับ 1 เสมอ) เช่น $5^0 = 1$

$$7. a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

(เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังติดลบ สามารถทำเลขชี้กำลังให้เป็นบวกโดยการทำเป็นเศษส่วน) เช่น

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2}$$

ใบกิจกรรมที่ 2.1 เรื่อง ความหมายของเลขยกกำลัง

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้องสมบูรณ์

1. เขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลัง พร้อมเขียนคำอ่านให้ถูกต้อง

	รูปเลขยกกำลัง	อ่านว่า
$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$		
$(-5) \times (-5) \times (-5)$		
$(ab) \times (ab) \times (ab) \times (ab)$		
$\left(\frac{2}{7}\right) \times \left(\frac{2}{7}\right) \times \left(\frac{2}{7}\right) \times \left(\frac{2}{7}\right) \times \left(\frac{2}{7}\right) \times \left(\frac{2}{7}\right)$		
$-(6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6)$		

2. จงหาค่าของฐานและเลขชี้กำลังของเลขยกกำลังที่กำหนดให้

เลขยกกำลัง	ฐาน	เลขชี้กำลัง
a^n		
9^4		
$(-13)^3$		
$\left(\frac{7}{11}\right)^3$		
$(8^3)^2$		
$(xy)^9$		
-14^4		
$-(-23)^{11}$		
$\left(-\frac{19}{9}\right)^q$		
x^{mn}		

3. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีฐานเท่ากับ 4

1) 16 =

2) $4 \times 4 \times 4 \times 2^2$ =

3) 256 =

4) 4×2^4 =

5) 4×4^2 =

6) 64 =

เจดยิบกิจกรรรมที่ 2.1 เรื่อง ความหมายของเลขยกกำลัง

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้องสมบูรณ์

1. เขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลัง พร้อมเขียนคำอ่านให้ถูกต้อง

	รูปเลขยกกำลัง	อ่านว่า
$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$	3^5	สามยกกำลังห้า
$(-5) \times (-5) \times (-5)$	$(-5)^3$	ลบห้าทั้งหมดยกกำลังสาม
$(ab) \times (ab) \times (ab) \times (ab)$	$(ab)^4$	เอบีทั้งหมดยกกำลังสี่
$\left(\frac{2}{7}\right) \times \left(\frac{2}{7}\right) \times \left(\frac{2}{7}\right) \times \left(\frac{2}{7}\right) \times \left(\frac{2}{7}\right) \times \left(\frac{2}{7}\right)$	$\left(\frac{2}{7}\right)^6$	เศษสองส่วนเจ็ดยกกำลังหก
$-(6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6)$	-6^5	ลบของหกยกกำลังหก

2. จงหาค่าของฐานและเลขชี้กำลังของเลขยกกำลังที่กำหนดให้

เลขยกกำลัง	ฐาน	เลขชี้กำลัง
a^n	a	n
9^4	9	4
$(-13)^3$	-13	3
$\left(\frac{7}{11}\right)^5$	$\frac{7}{11}$	5
$(8^3)^2$	8^3	2
$(xy)^9$	xy	9
-14^4	14	4
$-(-23)^{11}$	-23	11
$\left(-\frac{19}{9}\right)^6$	$-\frac{19}{9}$	6
x^{mn}	x	mn

3. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีฐานเท่ากับ 4

$$1) 16 = \dots\dots\dots 4^2$$

$$2) 4 \times 4 \times 4 \times 2^2 = \dots\dots\dots 4^4$$

$$3) 256 = \dots\dots\dots 4^4$$

$$4) 4 \times 2^4 = \dots\dots\dots 4^3$$

$$5) 4 \times 4^2 = \dots\dots\dots 4^3$$

$$6) 64 = \dots\dots\dots 4^3$$

ใบกิจกรรมที่ 2.2 เรื่อง สมบัติของเลขยกกำลัง

คำชี้แจง จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความนี้หรือไม่ เพราะเหตุใด

“ ถ้านำ a มาคูณกัน b ตัว สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของ b^a ”

.....

2. จำนวนใดต่อไปนี้มีความมากกว่ากัน ถ้ามากกว่า มากกว่าเท่าไร จงแสดงวิธีคิด

$$3^4 \times 3^2 \text{ และ } 8^7 + 8^4$$

.....

.....

3. กำหนดให้ $m = 5$, $n = 3$

m^m มีค่ามากกว่า n^m หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

4. เขียนจำนวนแต่ละข้อต่อไปนี้ในรูปเลขยกกำลัง

1) $\frac{4^{2m}}{4^{2m}}$ =

2) $7^4 \times 7^2 \times 7^6$ =

3) $5^0 \times 8^2$ =

4) r^{-3} =

5) $\frac{5^3 \times 5^{-7}}{(-2)^0}$ =

6) $(-9)^{-3}$ =

7) $\frac{1}{7^{-2}}$ =

8) T^0 =

9) $\frac{2^3 \times 2^4}{2^9}$ =

10) $\frac{6^3}{6 \times 6}$ =

เฉลยใบกิจกรรมที่ 2.2 เรื่อง สมบัติของเลขยกกำลัง

คำชี้แจง จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความนี้หรือไม่ เพราะเหตุใด

“ ถ้านำ a มาคูณกัน b ตัว สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของ b^a

ไม่เห็นด้วย เพราะ ถ้านำ a มาคูณกัน b ตัว สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของ a^b

2. จำนวนใดต่อไปนี้มีค่ามากกว่ากัน ถ้ามากกว่า มากกว่าเท่าไร จงแสดงวิธีคิด

$$3^4 \times 3^2 \text{ และ } 8^7 + 8^4$$

วิธีคิด $3^4 \times 3^2 = 3^{4+2} = 3^6 = 729$

$8^7 + 8^4 = 8^{7-4} = 8^3 = 512$

ดังนั้น $3^4 \times 3^2$ มากกว่า $8^7 + 8^4$ และมากกว่า $729 - 512 = 217$

3. m^n มีค่ามากกว่า n^m หรือไม่ เพราะเหตุใด เมื่อกำหนดให้ $m = 5, n = 3$

ไม่ เพราะ $m^n = 5^3 = 75, n^m = 3^5 = 243$ ดังนั้น m^n มีค่าน้อยกว่า n^m

4. เขียนจำนวนแต่ละข้อต่อไปนี้ในรูปเลขยกกำลัง

1) $\frac{4^{2m}}{4^{2m}} = 4^{2m-2m} = 4^0 = 1$

2) $7^4 \times 7^2 \times 7^6 = 7^{4+2+6} = 7^{12}$

3) $5^0 \times 8^2 = 1 \times 8^2 = 8^2$

4) $r^{-3} = \frac{1}{r^3}$

5) $\frac{5^5 \times 5^{-7}}{(-2)^0} = \frac{5^{5-7}}{1} = 5^{-2} = \frac{1}{5^2}$

6) $(-9)^{-3} = \frac{1}{(-9)^3}$

7) $\frac{1}{7^2} = \frac{1}{7^2} = 1 \times \frac{7^2}{1} = 7^2$

8) $T^0 = 1$

9) $\frac{2^3 \times 2^4}{2^9} = \frac{2^{3+4}}{2^9} = \frac{2^7}{2^9} = 2^{7-9} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2}$

10) $\frac{6^3}{6 \times 6} = \frac{6^3}{6^{1+1}} = \frac{6^3}{6^2} = 6^{3-2} = 6^1 = 6$

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง

ชื่อ ชั้น..... เลขที่

คำชี้แจง แบบวัดเป็นแบบแสดงวิธีทำจำนวน 4 ข้อ ให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้เข้าใจ

ข้อห้ามในการสอบ

1. ไม่อนุญาตให้ผู้เข้าสอบนำเอกสารใด ๆ เข้าห้องสอบ
2. ไม่อนุญาตให้นำเครื่องคำนวณทุกชนิดเข้าห้องสอบ
3. ไม่อนุญาตให้นำอุปกรณ์ หรือเครื่องมือสื่อสารทุกชนิด เข้าห้องสอบ

1. นักเรียนเห็นด้วยกับคำกล่าวนี้หรือไม่ เพราะอะไร

1) จำนวนเต็มบางจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ

คำตอบ.....เหตุผล.....

2) เศษส่วนคูณกับจำนวนเต็มเป็นจำนวนตรรกยะ

คำตอบ.....เหตุผล.....

3) ผลบวกของจำนวนตรรกยะกับจำนวนตรรกยะไม่เป็นจำนวนตรรกยะ

คำตอบ.....เหตุผล.....

2. จงพิจารณา $(7^3 \times 10^2) \div 7^7 < \frac{9^{11} \times 10^4}{9^7 \times 10^2 \times 9^2}$ ว่าถูกหรือผิด พร้อมให้เหตุผลประกอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงพิจารณา $10,000^5 > 100^9$ ว่าถูกหรือผิด พร้อมให้เหตุผลประกอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. อุทยานแห่งชาติแก่งกระจาน เป็นอุทยานแห่งชาติที่มีพื้นที่มากที่สุดในประเทศไทย มีพื้นที่ประมาณ 2.9×10^9 ตารางเมตร คิดเป็นพื้นที่มากถึงร้อยละ 45 ของพื้นที่จังหวัดเพชรบุรี จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด พื้นที่จังหวัดเพชรบุรีมีพื้นที่มากกว่า 6×10^8 ตารางเมตร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เรื่อง เลขยกกำลัง

1. นักเรียนเห็นด้วยกับคำกล่าวนี้หรือไม่ เพราะอะไร

1) จำนวนเต็มบางจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ

คำตอบ ไม่เห็นด้วย เหตุผล จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ

2) เศษส่วนคูณกับจำนวนเต็มเป็นจำนวนตรรกยะ

คำตอบ เห็นด้วย เหตุผล ผลลัพธ์ที่ได้สามารถเขียนในรูป $\frac{a}{b}$ ได้ เมื่อ a, b

เป็นจำนวนเต็ม และ $b \neq 0$

3) ผลบวกของจำนวนตรรกยะกับจำนวนตรรกยะไม่เป็นจำนวนตรรกยะ

คำตอบ ไม่เห็นด้วย เหตุผล ผลบวกของจำนวนตรรกยะกับจำนวนตรรกยะจะเป็นจำนวนตรรกยะเสมอ

2. จงพิจารณา $(7^5 \times 10^2) \div 7^{-7} < \frac{9^{11} \times 10^4}{9^7 \times 10^2 \times 9^2}$ ว่าถูกหรือผิด พร้อมให้เหตุผลประกอบ

$$\text{ถูก เพราะ } (7^5 \times 10^2) \div 7^{-7} = \frac{7^5 \times 10^2}{7^{-7}} = 7^{(5+7)} \times 10^2 = 7^2 \times 10^2 = 4900$$

$$\text{และ } \frac{9^{11} \times 10^4}{9^7 \times 10^2 \times 9^2} = 9^{11-7-2} \times 10^{4-2} = 9^2 \times 10^2 = 8100$$

$$\text{ซึ่ง } 4900 < 8100$$

$$\text{ดังนั้น } (7^5 \times 10^2) \div 7^{-7} < \frac{9^{11} \times 10^4}{9^7 \times 10^2 \times 9^2}$$

3. จงพิจารณา $10,000^5 > 100^9$ ว่าถูกหรือผิด พร้อมให้เหตุผลประกอบ

$$\text{ถูก เพราะ } 10,000^5 = (10^4)^5 = 10^{20}$$

$$\text{และ } 100^9 = (10^2)^9 = 10^{18}$$

$$\text{ซึ่ง } 10^{20} > 10^{18}$$

$$\text{ดังนั้น } 10,000^5 > 100^9$$

4. อุทยานแห่งชาติแก่งกระจาน เป็นอุทยานแห่งชาติที่มีพื้นที่มากที่สุดในประเทศไทย มีพื้นที่ประมาณ 2.9×10^9 ตารางเมตร คิดเป็นพื้นที่มากถึงร้อยละ 45 ของพื้นที่จังหวัดเพชรบุรี จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด พื้นที่จังหวัดเพชรบุรีมีพื้นที่มากกว่า 6×10^8 ตารางเมตร

$$\text{พื้นที่ } \frac{45}{100} \text{ ของจังหวัดเพชรบุรี} = 2.9 \times 10^9 \text{ ตารางเมตร}$$

$$\text{จะได้ว่า พื้นที่ของจังหวัดเพชรบุรี} = \frac{100}{45} \times 2.9 \times 10^9 = 6.44 \times 10^9 \text{ ตารางเมตร}$$

ดังนั้น ถูกต้อง พื้นที่จังหวัดเพชรบุรีมีพื้นที่มากกว่า 6×10^8 ตารางเมตร เพราะ $6.44 \times 10^9 > 6 \times 10^8$

แบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เรื่อง เลขยกกำลัง

ชื่อ ชั้น..... เลขที่

คำชี้แจง แบบวัดเป็นแบบแสดงวิธีทำจำนวน 4 ข้อ ให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้เข้าใจ

ข้อห้ามในการสอบ

1. ไม่อนุญาตให้ผู้เข้าสอบนำเอกสารใด ๆ เข้าห้องสอบ
2. ไม่อนุญาตให้นำเครื่องคำนวณทุกชนิดเข้าห้องสอบ
3. ไม่อนุญาตให้นำอุปกรณ์ หรือเครื่องมือสื่อสารทุกชนิด เข้าห้องสอบ

1. จงแสดงวิธีทำ $\frac{17}{12}$ ให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำอย่างละเอียด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. กำหนดให้ $A = 3^3 \times 5^6$, $B = 2^{2+3}$, $C = (2 \times 3)^2$ และ $D = \frac{3^2 \times 2^3}{2^2}$ จงเรียงลำดับ A, B, C และ D จากค่ามากไปหาค่าน้อย

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ให้นักเรียนใช้ความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเลขยกกำลังอธิบายวิธีได้มาของคำตอบจากหมายเลขดังต่อไปนี้

$$\frac{(7^2)^5 \times (3^2)^3}{\left(\frac{3}{7}\right)^2} = \frac{7^{10} \times 3^6}{\frac{3^2}{7^2}} = \frac{7^{10} \times 3^6 \times 7^2}{3^2}$$

2 → 7^{10+2} × 3^{6-2}
 $= 7^8 \times 3^4$

1

4. ดวงอาทิตย์มีขนาดเป็น 1.2×10^8 เท่า ของดาวเสาร์ และดวงอาทิตย์มีขนาดเป็น 1.08×10^2 เท่าของโลก ถ้าโลกมีขนาด 1.3×10^4 กิโลเมตร จงหาว่าดาวเสาร์มีขนาดเท่าไร

เฉลยแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เรื่อง เลขยกกำลัง

1. จงแสดงวิธีทำ $\frac{17}{12}$ ให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำอย่างละเอียด

1. นำตัวส่วนไปหารตัวเศษ โดยการตั้งหารยาว ดังนี้

$$\begin{array}{r}
 1.41666\text{.....} \\
 12 \overline{) 17.00000} \\
 \underline{12} \\
 50 \\
 \underline{48} \\
 20 \\
 \underline{12} \\
 80 \\
 \underline{72} \\
 80 \\
 \underline{72} \\
 80
 \end{array}$$

ดังนั้น $\frac{17}{12} = 1.41666\text{.....}$ ซึ่งสามารถเขียนในรูปทศนิยมซ้ำได้ คือ $1.41\overline{6}$

2. กำหนดให้ $A = 3^3 \times 5^1$, $B = 2^{2+3}$, $C = (2 \times 3)^2$ และ $D = \frac{3^2 \times 2^3}{2^2}$ จงเรียงลำดับ A, B, C และ D

จากค่ามากไปหาค่าน้อย

$$\text{จะได้ว่า } A = 3^3 \times 5^1 = 27 \times 1 = 27$$

$$B = 2^{2+3} = 2^5 = 32$$

$$C = (2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$$

$$D = \frac{3^2 \times 2^3}{2^2} = \frac{9 \times 8}{4} = \frac{72}{4} = 18$$

$$\text{ซึ่ง } 36 > 32 > 27 > 18$$

$$\text{ดังนั้น } C > B > A > D$$

3. ให้นักเรียนใช้ความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเลขยกกำลังอธิบายวิธีได้มาของคำตอบจากหมายเลขดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \frac{(7^2)^5 \times (3^2)^3}{\left(\frac{3}{7}\right)^2} &= \frac{7^{10} \times 3^6}{\frac{3^2}{7^2}} \\ &= \frac{7^{10} \times 3^6 \times 7^2}{3^2} \\ &= \frac{7^{10+2} \times 3^{6+2}}{3^2} \\ &= 7^8 \times 3^4 \end{aligned}$$

หมายเลข 1 = 3^6 เกิดจากการที่กำลังซ้อนกันเอากำลังคูณกันของ $(3^2)^3$

หมายเลข 2 = 7^{10+2} เกิดจากการที่เลขยกกำลังมีฐานเหมือนกันคูณกันของ $7^{10} \times 7^2$

จึงนำเลขชี้กำลังมาบวกกัน

4. ดวงอาทิตย์มีขนาดเป็น 1.2×10 เท่า ของดาวเสาร์ และดวงอาทิตย์มีขนาดเป็น 1.08×10^2 เท่าของโลก ถ้าโลกมีขนาด 1.3×10^4 กิโลเมตร จงหาว่าดาวเสาร์มีขนาดเท่าไร

โลกมีขนาด 1.3×10^4 กิโลเมตร

ดวงอาทิตย์มีขนาดเป็น 1.08×10^2 เท่า ของโลก

$$\text{จะได้ว่า } 1.08 \times 10^2 \times 1.3 \times 10^4$$

ดวงอาทิตย์มีขนาดเป็น 1.2×10 เท่า ของดาวเสาร์

$$\text{จะได้ว่า } 1.08 \times 10^2 \times 1.3 \times 10^4 = 1.2 \times 10 \times \text{ขนาดดาวเสาร์}$$

$$\text{จะได้ว่า ขนาดดาวเสาร์} = \frac{1.08 \times 10^2 \times 1.3 \times 10^4}{1.2 \times 10}$$

$$= 0.9 \times 1.3 \times 10^{2+4-1}$$

$$= 1.17 \times 10^5$$

ดังนั้น ดาวเสาร์มีขนาด 1.17×10^5 กิโลเมตร

ภาคผนวก ง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัยโดยใช้โปรแกรม SPSS

1. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ดังภาพที่ ง-1

Paired Samples Statistics				
	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
คะแนนก่อนเรียน	24783	23	1.30974	.27310
คะแนนหลังเรียน	86957	23	1.32921	.27716

Paired Samples Test								
	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
คะแนนก่อนเรียน- คะแนนหลังเรียน	-6.21739	1.34693	.28086	-6.79985	-5.63493	-22.137	22	.000

ภาพที่ ง-1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share)

2. ผลการวิเคราะห์สมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ดังภาพที่ ง-2

Paired Samples Statistics				
	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
คะแนนก่อนเรียน	2.3913	23	3.17288	.66159
คะแนนหลังเรียน	8.4783	23	1.47308	.30716

Paired Samples Test								
	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
คะแนนก่อนเรียน- คะแนนหลังเรียน	-6.08696	2.41045	.50261	-7.12931	-5.04460	-12.111	22	.000

ภาพที่ ง-2 ผลการวิเคราะห์สมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share)

ภาคผนวก จ

- ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน กลุ่มตัวอย่าง
- ตัวอย่างการทำแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

1. ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
กลุ่มตัวอย่าง

3. จงพิจารณา $10,000^5 > 100^9$ ว่าถูกหรือผิด พร้อมให้เหตุผลประกอบ

วิธีทำ $10,000^5 = (1 \times 10^4)^5$ $100^9 = (1 \times 10^2)^9$

$= (10^4)^5$ $= (10^2)^9$

$= 10^{20}$ $= 10^{18}$

ตอบ เพราะ $10,000^5 > 100^9$

ภาพที่ จ-1 นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้ชัดเจน ครบถ้วน คำตอบถูกต้อง

4. อุทยานแห่งชาติแก่งกระจาน เป็นอุทยานแห่งชาติที่มีพื้นที่มากที่สุดในประเทศไทย มีพื้นที่ประมาณ 2.9×10^9 ตารางเมตร คิดเป็นพื้นที่มากถึงร้อยละ 45 ของพื้นที่จังหวัดเพชรบุรี จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด พื้นที่จังหวัดเพชรบุรีมีพื้นที่มากกว่า 6×10^9 ตารางเมตร

วิธีทำ พื้นที่ $\frac{45}{100}$ ของพื้นที่เพชรบุรี : 2.9×10^9 ตร.ม.

พื้นที่จังหวัดเพชรบุรี = $100 \times 2.9 \times 10^9$ ✓

$= 10^2 \times 2.9 \times 10^9$ ✓

$= 10^{2+9} \times 2.9$ ✓

$= 10^{11} \times 2.9$ ✓

$= 10^{11} \times 2.9$ ✓

ตอบ ถูก เพราะ $10^{11} \times 2.9$ มีค่ามากกว่า 6×10^9

ภาพที่ จ-2 นักเรียนที่แสดงเหตุผลประกอบคำตอบยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบ
ถูกต้อง

①

1. นักเรียนเห็นด้วยกับคำกล่าวนี้หรือไม่ เพราะอะไร

1.) จำนวนเต็มบางจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ
 คำตอบ เห็นด้วย เหตุผล เพราะ จำนวนเป็นจำนวนทศนิยม

2.) เศษส่วนคูณกับจำนวนเต็มเป็นจำนวนตรรกยะ
 คำตอบ เห็นด้วย เหตุผล เพราะจำนวนทศนิยมเป็นจำนวนตรรกยะ

3.) ผลบวกของจำนวนตรรกยะกับจำนวนตรรกยะไม่เป็นจำนวนตรรกยะ
 คำตอบ เห็นด้วย เหตุผล จำนวนตรรกยะเป็นจำนวนตรรกยะ

ภาพที่ จ-3 นักเรียนที่พยายามแสดงเหตุผลประกอบคำตอบแต่ไม่ถูกต้อง หรือแสดงเหตุผลประกอบ คำตอบไม่ชัดเจน คำตอบไม่ถูกต้อง

2. จงพิจารณา $(7^5 \times 10^2) \div 7^7 < \frac{9^{11} \times 10^4}{9^7 \times 10^2 \times 9^2}$ ว่าถูกหรือผิด พร้อมให้เหตุผลประกอบ

$$\frac{7^5}{10^2} \times 10^2$$

$$70^{10}$$

①

ภาพที่ จ-4 นักเรียนที่ไม่แสดงเหตุผลประกอบคำตอบ คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการตอบคำถาม

2. ตัวอย่างการทำแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
กลุ่มตัวอย่าง

3. ให้นักเรียนใช้ความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเลขยกกำลังอธิบายวิธีได้มาของคำตอบจากหมายเลข
ดังต่อไปนี้

$$\frac{(7^2)^5 \times (3^{-2})^{-3}}{\left(\frac{3}{7}\right)^{-2}} = \frac{7^{10} \times 3^6}{\frac{3^{-2}}{7^{-2}}} \quad \text{1}$$

$$= \frac{7^{10} \times 3^6 \times 7^{-2}}{3^{-2}}$$

$$= 7^{10+(-2)} \times 3^{6-(-2)}$$

$$= 7^8 \times 3^8$$

หมายเลข 1 เกิดจาก กำลังซ้อนกันกำลังคูณกันลง $(3^{-2})^{-3}$ ✓
หมายเลข 2 เกิดจาก เลขยกกำลังมีพหุคูณเหมือนกันคูณกันลง $7^{10} \times 7^{-2}$ ✓

ภาพที่ จ-5 นักเรียนสามารถเขียนอธิบายแนวคิด โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
ได้ชัดเจน ครบถ้วน คำตอบถูกต้อง

2. กำหนดให้ $A = 3^3 \times 5^0$, $B = 2^{2+3}$, $C = (2 \times 3)^2$ และ $D = \frac{3^2 \times 2^3}{2^2}$ จงเรียงลำดับ A, B, C และ D จากค่า
มากไปหาค่าน้อย

วิธีทำ $A = 27$ ✓
 $B = 2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ ✓
 $C = 6^2 = 36$ ✓
 $D = 3^2 \times 2^1 = 3^2 \times 2 = 6^{2+1} = 6^3 = 216$ ✓

ตอบ $D = 216$, $C = 36$, $B = 32$, $A = 27$

ภาพที่ จ-6 นักเรียนสามารถเขียนอธิบายแนวคิด โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
ยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง

1. จงแสดงวิธีทำ $\frac{17}{12}$ ให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำอย่างละเอียด

$$\begin{array}{r} 1.41\bar{6} \\ 12 \overline{) 17.0} \\ \underline{12} \\ 50 \\ \underline{48} \\ 20 \\ \underline{12} \\ 80 \\ \underline{72} \\ 80 \end{array}$$

(1)

ภาพที่ จ-7 นักเรียนที่พยายามเขียนอธิบายแนวคิด โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่ถูกต้อง หรือเขียนอธิบายแนวคิด โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ไม่ชัดเจน คำตอบไม่ถูกต้อง

4. ดวงอาทิตย์มีขนาดเป็น 1.2×10^8 เท่าของดาวเสาร์ และดวงอาทิตย์มีขนาดเป็น 1.08×10^2 เท่าของโลก ถ้าโลกมีขนาด 1.3×10^4 กิโลเมตร จงหาว่าดาวเสาร์มีขนาดเท่าไร

(0)

ภาพที่ จ-8 นักเรียนไม่เขียนอธิบายแนวคิด คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการตอบคำถาม